COPIRELEM

50 ans

49e COLLOQUE INTERNATIONAL

sur la formation en mathématiques des professeurs des écoles

13, 14 et 15 juin 2023

Mathématiques et diversité à l'école

Aider les élèves

Accompagner les professeurs

ACTES DU COLLOQUE

www.copirelem.fr

COPIRELEM

50 ans

49e COLLOQUE INTERNATIONAL

sur la formation en mathématiques des professeurs des écoles

13
14
et 15
juin
2023

Mathématiques et diversité à l'école

Aider les élèves
Accompagner les professeurs

ACTES DU COLLOQUE

www.copirelem.fr

SOMMAIRE

Ateliers

Communications

Comité scientifique du colloque

Claire GUILLE-BIEL WINDER, Maîtresse de Conférences, ADEF, Aix-Marseille Université, IRES Aix-Marseille, COPIRELEM, présidente du comité scientifique

Teresa ASSUDE, Professeure des Universités, ADEF, Aix-Marseille Université, IRES Aix-Marseille

Anne BILGOT, Formatrice INSPE, Sorbonne Université, Co-responsable COPIRELEM

Valentina CELI, Maîtresse de Conférences, Lab-E3D, Université de Bordeaux, COPIRELEM

Pierre EYSSERIC, Formateur INSPE, Aix-Marseille Université, IRES Aix-Marseille, COPIRELEM

Pierre-Alain FILIPPI, Professeur adjoint, Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, Québec

Christine MANGIANTE-ORSOLA, Maîtresse de Conférences, LML, Université de Lille, COPIRELEM

Karine MILLON-FAURÉ, Maîtresse de Conférences, ADEF, Aix-Marseille Université, IRES Aix-Marseille

Edith PETITFOUR, Maîtresse de Conférences, LDAR, Université Rouen Normandie, Co-responsable COPIRELEM

Arnaud SIMARD, Maître de Conférences, LMB, Université de Franche-Comté, COPIRELEM

Frédérick TEMPIER, Maître de Conférences, LDAR, CY Cergy-Paris Université, IREM Paris, Co-responsable COPIRELEM

Catherine THOMAS, Formatrice INSPE, Université de Strasbourg, IREM de Strasbourg, COPIRELEM

Sonia YVAIN-PREBINSKI, Maîtresse de Conférences, LDAR, CY Cergy-Paris Université

Rachid ZAROUF, Professeur des Universités, ADEF, Aix-Marseille Université

Comité d'Organisation du Colloque COPIRELEM de Marseille (COCoM)

Pierre EYSSERIC, PRAG, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, IRES de Marseille, COPIRELEM – Responsable du Comité d'Organisation

Teresa ASSUDE, PU, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, Laboratoire Apprentissage, Didactique, Évaluation, Formation (ADEF)

Cécile BERROUILLER, PREC, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, IRES de Marseille

Stéphanie BIRBA, Responsable administrative de département, IRES de Marseille, Aix-Marseille Université

Nathalie CANIPAROLI, Assistante administrative, IRES de Marseille, Aix-Marseille Université

Fayçal Benoit CHEIK ALI, PRAG, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, IRES de Marseille

Christophe DRACOS, Conseiller Pédagogique Départemental, Mission Mathématiques, DSDEN 13

Olivier GUES, PU, Directeur de l'IRES de Marseille, UFR Sciences, Aix-Marseille Université, Laboratoire I2M

Claire GUILLE-BIEL WINDER, MCF, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, Laboratoire Apprentissage, Didactique, Évaluation, Formation (ADEF), COPIRELEM – Responsable du comité scientifique

Emilie MARI, PEMF, Ecole d'Application de La Corderie, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, IRES de Marseille

Karine MILLON-FAURÉ, MCF - HDR, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, Laboratoire Apprentissage, Didactique, Évaluation, Formation (ADEF)

Anne PROUHA, Conseillère Pédagogique, Circonscription de La Ciotat, IRES de Marseille

Rachid ZAROUF, PU, INSPE d'Aix-Marseille, Aix-Marseille Université, Laboratoire Apprentissage, Didactique, Évaluation, Formation (ADEF)

La COPIRELEM tient à remercier ses partenaires pour l'organisation du 49è Colloque international des Professeurs et des Formateurs de Mathématiques chargés de la Formation des Maîtres

BILAN DU COMITE SCIENTIFIQUE

Claire GUILLE-BIEL WINDER
Présidente du Comité scientifique

Depuis 10 ans, de nombreuses enquêtes nationales et internationales (rapport CNESCO, 2016) témoignent d'une baisse des résultats en mathématiques ainsi que d'une hausse des inégalités scolaires en France. Face à ces constats, et puisque tous les enfants partagent la capacité d'apprendre et de progresser (comme le reconnaît d'ailleurs la loi de programmation de 2013), l'un des enjeux majeurs de l'École est d'offrir les mêmes chances de réussite à tous, quels que soient leur origine sociale, géographique et culturelle, leur genre, leurs compétences et leurs besoins. Des orientations institutionnelles relatives à l'éducation prioritaire, à l'école inclusive, à la formation, en lien notamment avec le référentiel de compétences des professeurs, témoignent d'une volonté de prendre en compte cette diversité. Dans la classe, les enseignants ont alors à relever de nombreux défis pour gérer l'hétérogénéité des élèves face aux apprentissages et pour s'ajuster à leurs besoins particuliers. Les formateurs doivent prendre en compte ces enjeux en formation initiale et continue, tout en relevant des défis spécifiques à la formation des enseignants et s'adapter au cursus universitaire de ces derniers, à leur expérience professionnelle, à leur contexte d'exercice… Le monde méditerranéen a été depuis toujours un monde de transmission des savoirs et des cultures. Nous avons profité de la tenue de ce colloque dans la ville de Marseille, « capitale » de la diversité culturelle en France, située dans un territoire de contrastes entre espaces ruraux et urbains, pour aborder ces questions vives liées à l'éducation mathématique inclusive.

Le 49e colloque de la COPIRELEM a accueilli quelques 270 participants venant de France, mais aussi en nombre d'autres pays francophones ou limitrophes, Suisse, Belgique et Québec. Le colloque a ainsi été un lieu de rencontres et d'échanges entre différents acteurs et actrices de la formation des enseignants du premier degré : chercheurs en didactique des mathématiques, formateurs (notamment en INSPE), membres des IREM, inspecteurs de l'éducation nationale, conseillers pédagogiques, maîtres formateurs ou encore référents mathématiques.Le colloque a été structuré autour de trois conférences plénières.

Teresa ASSUDE, professeure des universités à Aix-Marseille Université, Édith PETITFOUR, maîtresse de conférences à Université Rouen Normandie, et Karine MILLON-FAURÉ, maîtresse de conférences à Aix-Marseille Université, ont inauguré le colloque en interrogeant, à travers deux études de cas impliquant des élèves sourds ou aveugles scolarisés en classe ordinaire, les difficultés soulevées par la présence de différents systèmes sémiotiques (LSF, français écrit, français oral, braille, représentations graphiques…) en circulation dans la classe ainsi que les leviers mis en place pour permettre aux élèves d'accéder aux situations d'enseignement. Leur travail a ouvert des perspectives pour la formation des enseignants ou la production de ressources contribuant à l'École Inclusive.

Jacinthe GIROUX, professeure au Département d'éducation et formation spécialisées de l'Université du Québec à Montréal, a d'abord présenté la genèse de l'éducation inclusive et de ses principes de justice sociale, tout en mettant en exergue ses enjeux. Dans un deuxième temps, elle a apporté un éclairage didactique aux défis posés par l'éducation inclusive auprès d'élèves en difficulté scolaire en mathématiques, et a formulé deux propositions didactiques pour les relever : cibler une meilleure intégration de l'évaluation et de l'intervention et développer une culture didactique commune pour intensifier la communication et la collaboration des enseignants, parents et intervenants qui gravitent autour des élèves en fragilité scolaire.

Christine FÉLIX, maîtresse de conférences à Aix-Marseille Université, a réalisé un pas de côté en abordant la problématique des inégalités de réussite scolaire liées à l'origine sociale. Soulignant l'urgence d'agir autrement si l'on veut que l'école soit plus juste et plus égalitaire, elle a présenté la production d'un film documentaire, objet et ressource de formation pour les futurs enseignants, et visant à participer à une prise de conscience de l'expression concrète de la pauvreté en France, à la fois dans le quotidien des élèves et de leur famille comme de son incidence sur leur avenir scolaire et professionnel.

À l'issue des trois jours d'échanges, Édouard GENTAZ, professeur de psychologie du développement à l'Université de Genève, Suisse, et Éric RODITI, professeur des universités à l'Université Paris Descartes, ont croisé leurs regards respectifs de psychologue et de didacticien pour interroger l'apport des neurosciences sur l'apprentissage et l'enseignement en mathématiques.

La thématique générale de ce colloque s'est enfin déclinée selon différents points de vue complémentaires et imbriqués dans les quatorze ateliers et trente-cinq communications, organisés dans des sessions en parallèle :

- *Du point de vue de la singularité des besoins:* comment prendre en charge chaque élève pour qu'il puisse prendre réellement sa place dans la classe de mathématiques? Quelles situations peuvent être proposées pour qu'il puisse apprendre les savoirs mathématiques indispensables à tout citoyen? Comment satisfaire les besoins mathématiques de chacun tout en tenant compte de ceux du groupe-classe ?
- *Du point de vue de la pluralité et de la diversité linguistique, sociale, culturelle des contextes d'enseignement-apprentissage* : quelle est la place du plurilinguisme dans l'enseignement des mathématiques ? Comment tenir compte des dimensions culturelles et/ou historiques dans les apprentissages mathématiques ? Quelles sont les spécificités d'enseignement-apprentissage liées aux territoires (éducation prioritaire, ruralité, …) ?
- *Du point de vue de la variété des dispositifs éducatifs d'aide et d'accompagnement* : quels types de dispositifs (de remédiation, préventifs, …) existent-ils ? Qu'y fait-on exactement, avec quels acteurs et en poursuivant quel(s) objectif(s) ? Quelles sont leurs modalités spécifiques ? Quels sont leurs effets sur les apprentissages mathématiques ?
- *Du point de vue de la formation des professionnels – enseignants, formateurs, accompagnateurs* : quels sont les enjeux et modalités de formation à la prise en compte de la diversité, avec quel impact ? Quelle prise en compte des injonctions institutionnelles par rapport à l'école inclusive dans la formation à l'enseignement des mathématiques ?

Le travail conséquent du comité scientifique, que je remercie ici vivement pour sa disponibilité et son implication, s'est achevé avec la mise à disposition d'un ensemble de textes qui pourront, à leur tour, alimenter les travaux ainsi que les réflexions au service de la formation, de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques de tous les élèves.

50 ANS D'ACTIVITES DE LA COPIRELEM … ET TOUJOURS PAS LA RETRAITE EN VUE !

Anne BILGOT
Co-responsable de la COPIRELEM
INSPE de Paris, Sorbonne-Université
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Édith PETITFOUR
Co-responsable de la COPIRELEM
Univ Rouen Normandie, Université Paris Cité, Univ Paris Est Creteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, LDAR, F-76000 Rouen, France
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Frédérick TEMPIER
Co-responsable de la COPIRELEM
CY Cergy Paris Université, Université Paris Cité, Univ Paris Est Creteil, Univ Rouen Normandie, Univ. Lille, LDAR, F-95000 Cergy, France
frederick.tempier@cyu.fr

Résumé
Ce texte retrace 50 ans d'activité de la COPIRELEM à travers une présentation des ressources produites par la commission au fil de ces années (brochures, annales, actes de colloque, prises de position, …), en les replaçant dans le contexte dans lequel elles ont été produites (écoles normales, IUFM puis mastérisation). Il reprend les éléments présentés par les co-responsables de la COPIRELEM lors de l'ouverture du colloque de Marseille en 2023. Ces ressources pour l'enseignement des mathématiques à l'école et pour la formation initiale et continue en mathématiques des professeurs des écoles témoignent des objectifs et des idées que la COPIRELEM a cherché à développer depuis 1973. Ce texte vise ainsi à contribuer à la transmission et à la diffusion d'une culture commune au sein de la communauté des formateurs en mathématiques des professeurs des écoles.

L'année 2023 est une année particulière dans l'histoire de la COmmission Permanente des IRem pour l'école ELEMentaire (COPIRELEM) : 50 ans d'activités (49 colloques, plus de 40 séminaires, 26 responsables), 50 ans de ressources, et 50 ans d'une commission formée de membres engagés dans la formation en mathématiques et didactique des mathématiques des instituteurs, puis des professeurs des écoles (la frise chronologique insérée en annexe 1 les résume).

Notre commission est actuellement composée de 20 membres, issus de 17 académies différentes, forts d'un héritage de 50 ans de travaux légués par nos prédécesseurs, dont nous donnons un aperçu à l'occasion de ce cinquantième anniversaire de la COPIRELEM.

Nous ne dresserons pas un bilan exhaustif des activités de la COPIRELEM pendant ses 50 ans d'existence. Notre objectif est plutôt d'informer les formateurs de mathématiques chargés de la formation des professeurs des écoles actuels des missions de cette commission et de la façon dont ses activités ont évolué depuis 1973. Nous avons choisi de la faire *via* la présentation des ressources qui ont jalonné son histoire et qui sont des témoins des objectifs et des idées qu'elle cherche à transmettre. Nous aimerions ainsi contribuer à la poursuite de la création et la diffusion d'une culture commune des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques dont les ressources de la COPIRELEM et son colloque annuel sont deux vecteurs essentiels.

Les deux premières parties de ce texte sont consacrées aux trente premières années d'activité de la commission, au temps des écoles normales puis des IUFM. Pour les rédiger, nous nous sommes appuyés sur différents textes, notamment celui écrit par Denis Butlen en 1994 pour les 20 ans de la COPIRELEM (Butlen, 1995), et celui de Marie-Lise Peltier, Joël Briand et Catherine Houdement écrit à l'occasion du 30e anniversaire en 2003 (Peltier, Briand et Houdement, 2004)[1]. Les parties suivantes sont consacrées aux travaux de la COPIRELEM depuis la mastérisation dans la formation des professeurs des écoles. Pour avoir une vue d'ensemble des ressources présentées dans ces différentes parties, le lecteur pourra consulter le panorama dressé en annexe 2.

I - AU TEMPS DES ECOLES NORMALES

C'est dans le contexte des mathématiques modernes au début des années 70 et à la suite de la création des premiers IREM que Guy Brousseau lance l'idée d'une commission nationale inter IREM pour la recherche sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Cette commission voit le jour en 1973, présidée par Guy Brousseau, puis François Colmez. L'assemblée de Directeurs d'IREM décide alors « au cours de l'année scolaire 74-75 la création d'une COmmission Permanente des IREm pour l'enseignement ELEMmentaire (désignée par le sigle de COPIRELEM), chargée de prendre en charge les activités des IREM dans le domaine de l'enseignement élémentaire. » (COPIRELEM, 1978, p. 4)

Cette commission ministérielle comprenait quelques membres du ministère et d'autres membres, « professeurs d'école normale », financés par les IREM. Elle était qualifiée de « permanente » pour la distinguer d'autres commissions ministérielles temporaires, dédiées à des questions d'actualité.

> *Le terme « commission » ne fait pas référence aux commissions inter IREM, qui n'existaient d'ailleurs pas à cette époque, il fait davantage référence à une « commission ministérielle » car elle comprenait des membres du ministère, mais elle était financée par les IREM pour les participants qui n'étaient pas du ministère. Elle était « permanente » du fait de la reconnaissance de la nécessité d'un instrument de relais régulier pour la distinguer des commissions temporaires du ministère qui réglaient des questions d'actualité. (Peltier et al., 2004, p. 9)*

Du fait du statut de « professeurs d'école normale » de la grande majorité de ses membres, la commission s'est vite donné un double objectif.

Un premier était de regrouper des travaux présentant des activités de classe pour l'école élémentaire, pour accompagner les enseignants en formation et dans la préparation de la classe, à la suite de la publication des nouveaux programmes et objectifs du cours préparatoire (1977), du cycle élémentaire (1978) et du cycle moyen (1980). La COPIRELEM a ainsi rédigé des fascicules d'« aides pédagogiques » comportant une lecture commentée des textes officiels, des suggestions pour le travail en classe et quelques références bibliographiques, en appui sur la collaboration critique de la commission à l'élaboration des programmes.

C'est ainsi que les premières ressources produites par la COPIRELEM sont neuf brochures pour l'École Élémentaire (figure 1), qui proposent des activités et réflexions, ainsi que des exemples de réalisations en classe. Elles portent sur des contenus variés d'apprentissage : opérations, géométrie, décimaux, situations-problèmes, … Parues entre 1975 et 1987, elles seront diffusées par les IREM puis par l'APMEP[2].

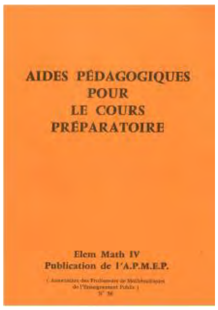
[1] Le titre de notre texte, « 50 ans d'activités de la COPIRELEM … et toujours pas la retraite en vue ! » est un clin d'œil au titre du texte « 30 ans d'activités de la COPIRELEM, la retraite n'est pas pour demain » (Peltier, Briand et Houdement, 2004, p. 7)

[2] Aujourd'hui, elles sont accessibles en version numérisée en passant par le site *Publimath.*

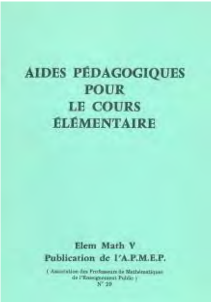
Choix d'articles destinés à l'école élémentaire publiés dans le Bulletin de l'APMEP (1975)

Multiplication (1976)

Division (1977)

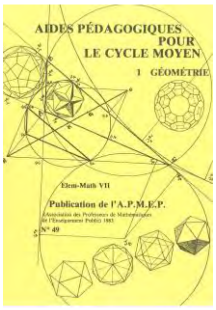


Aides pédagogiques pour le CP (1978)

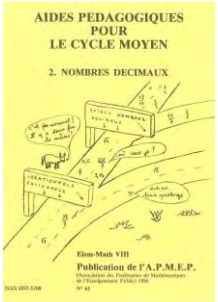


Aides pédagogiques pour le CE (1979)

Le triangle (1980)



Aides pédagogiques pour le CM Géométrie (1983)



Aides pédagogiques pour le CM Décimaux (1986)

Aides pédagogiques pour le CM Situations-problèmes (1987)

Figure 1. La collection Elem-Math : Aides pédagogiques pour les instituteurs

Le second objectif, en lien avec les recherches alors naissantes en didactique des mathématiques, visait à réfléchir à la question de la formation des instituteurs, notamment au cours des colloques (dès 1974 à Orléans). Depuis lors, les colloques annuels sont des moments privilégiés pour réfléchir aux contenus et modalités de formation des enseignants du premier degré, échanger entre formateurs de différentes académies.

II - APRES LA CREATION DES IUFM

1 Années 1990

À la suite de la création des IUFM (1990), dans un souci de continuité, la COPIRELEM a souhaité capitaliser les travaux réalisés dans les écoles normales et les IREM en les revisitant à la lumière des avancées des travaux en didactique des mathématiques. Ce travail a été mené lors de l'organisation de stages nationaux s'adressant aux membres de la COPIRELEM et à des professeurs d'école normale très impliqués dans la formation depuis de nombreuses années[3].

Six documents pour la formation des professeurs des écoles, actes de stages nationaux, ont ainsi été produits dans les années 90 (figure 2). On y trouve de nombreuses situations de formation, qui mobilisent des stratégies d'homologie, de transposition ou culturelles – comme cela a été modélisé par Houdement et Kuzniak (1996) – mais aussi des apports plus théoriques sur la didactique des mathématiques

[3] Certains d'entre eux se sont d'ailleurs engagés dans des études de troisième cycle en didactique des mathématiques et ont effectué des travaux de thèses qui ont contribué à théoriser les spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

permettant de nourrir la formation (par exemple sur l'analyse *a priori*, les variables didactiques, la dialectique outil-objet, etc.). On y trouve également des exemples de plan de formation[4].

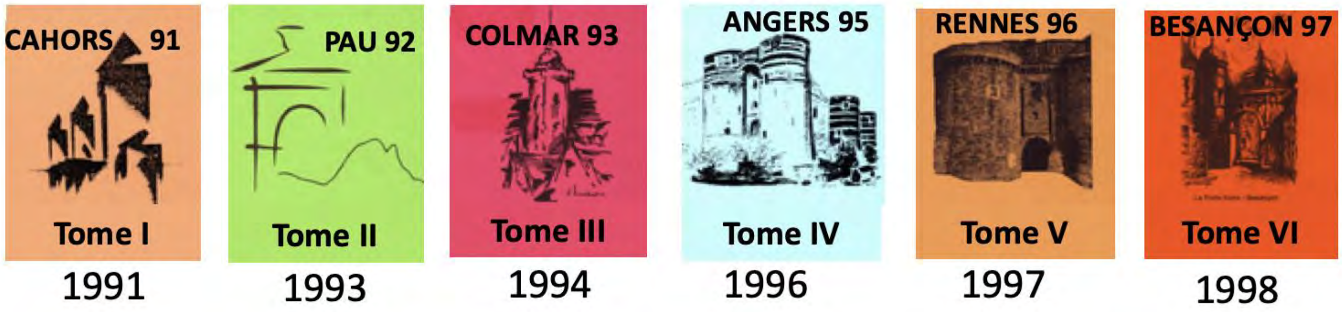


Figure 2. Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques

2 Années 2000

Le recrutement important de nouveaux formateurs (issus du second degré ou du supérieur) dans les années 90 a conduit la COPIRELEM à concevoir et animer, de 1997 à 2005, un séminaire de formation des nouveaux formateurs accueillant une quarantaine de formateurs tous les ans. Ces séminaires visaient à transmettre les connaissances constituées jusque-là par la communauté des formateurs. Comme pour les stages, ils ont donné lieu à la publication de brochures (figure 3). Ces brochures, appelées « Cahiers du formateur », réunissent des réflexions sur la formation, propositions de situations, comptes-rendus d'expériences et de recherches[5].

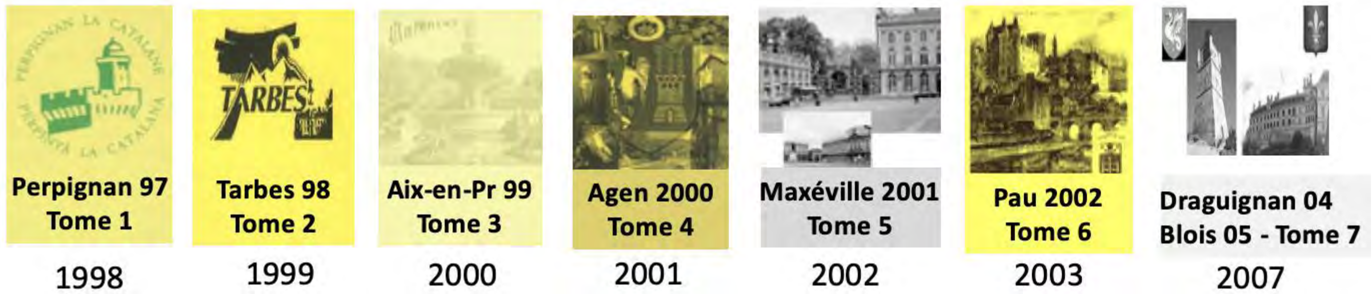


Figure 3. Les cahiers du formateur

Au début des années 2000, « Après 30 années de travaux et de recherches, les membres de la COPIRELEM ont estimé le moment venu de faire une synthèse du capital de connaissances accumulées pendant toutes ces années » (COPIRELEM, 2003). Ils ont alors sélectionné des articles issus de ses diverses publications dans une brochure en trois tomes intitulée « Carnet de route de la COPIRELEM – Concertum » (figure 4), publiée en français, puis traduite en espagnol.

[4] Aujourd'hui, ces brochures sont disponibles en version numérisée en passant par le site Publimath.

[5] Comme les précédentes, elles sont disponibles en passant par la plateforme Publimath.

Figure 4. Carnets de route de la COPIRELEM - Concertum

On y retrouve des situations emblématiques des travaux de la COPIRELEM, comme « les annuaires », « le napperon », « la boite du pâtissier », « la vache et le paysan », « le solide caché », etc. Depuis 2008, les membres de la COPIRELEM proposent régulièrement au cours des colloques des ateliers de formation de formateurs fondés sur ces situations, afin de de les faire vivre et de les diffuser au sein de la communauté des formateurs tout en interrogeant leur usage dans le contexte actuel de la formation. Les actes des colloques, disponibles en ligne sur le site de la COPIRELEM, en sont le témoignage.

III - DEPUIS LA MASTERISATION

1 Années 2010

Dans les années 2010, pour répondre à la demande de formateurs de disposer d'activités de formation et de supports de synthèse sur plusieurs thématiques particulières, la commission s'est lancée dans la production de nouvelles ressources : sur le calcul mental (brochure parue en 2012), sur la géométrie (*Carte mentale* diffusée en 2014) et sur la numération des entiers (brochure parue en 2015) (figure 5). Des travaux sont actuellement en cours sur l'algorithmique, domaine d'enseignement apparu récemment dans les programmes de l'école. Ces ressources sont présentées sur le site de la COPIRELEM.

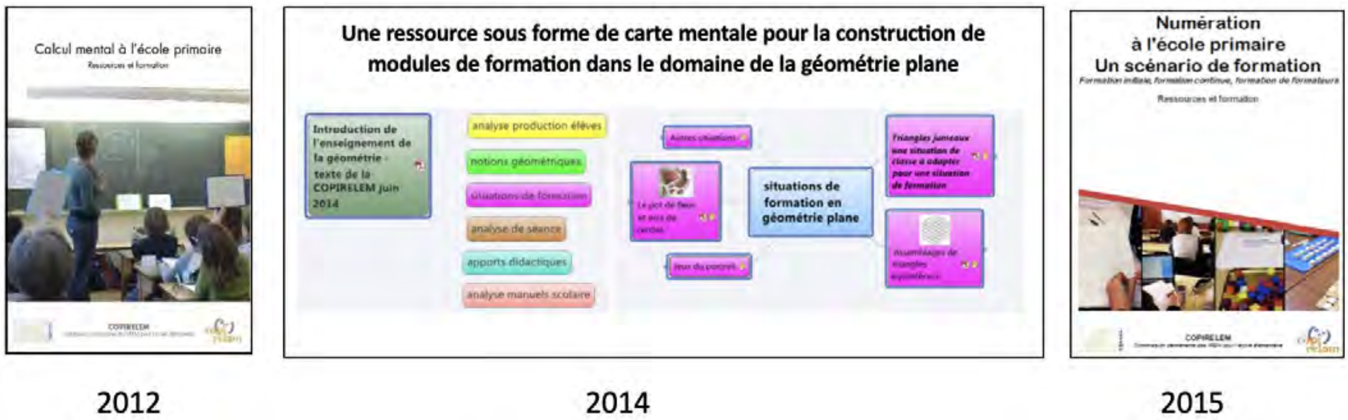


Figure 5. Ressources thématiques pour la formation

Une ressource sur la construction du nombre en maternelle a également été produite à la demande de la direction générale de l'enseignement scolaire (DGESCO) en collaboration avec l'IFÉ (*Mallette maternelle* diffusée en 2015) (figure 6). Cette ressource, constituée de propositions d'activités pour la classe et de vidéos en montrant des mises en œuvre, est enrichie régulièrement depuis 2015. Elle est disponible sur le site de la COPIRELEM.

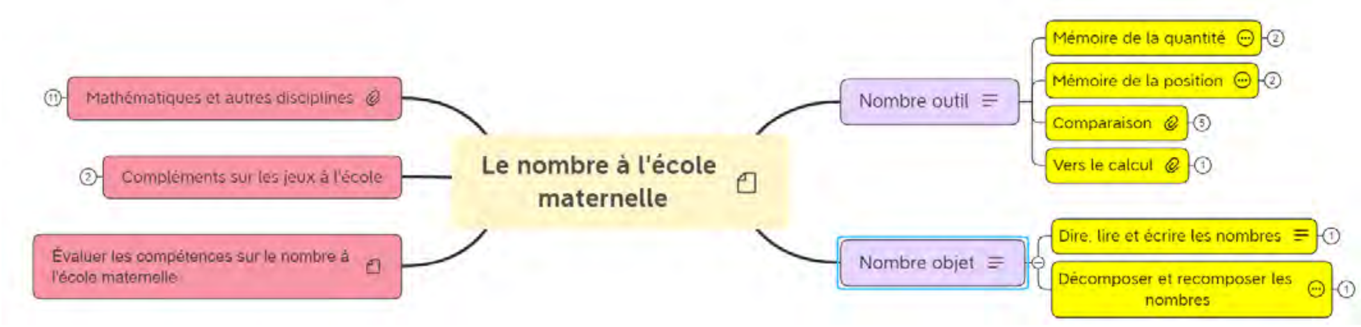


Figure 6. Mallette maternelle : La construction du nombre (dans sa version mise à jour en 2020)

Les années 2010 ont cependant été marquées par des changements importants dans la formation. D'une part, la réforme ayant conduit à la mastérisation et la création des ESPE en 2013 a conduit à une baisse du nombre d'heures de formation dans toutes les académies, notamment en deuxième année (M2). D'autre part, au cours de cette même période, bon nombre de formateurs expérimentés sont partis à la retraite, ce qui a engendré un recrutement important de formateurs de profils et de statuts plus diversifiés (enseignants du secondaire, enseignants-chercheurs, Professeurs des Écoles Maîtres Formateurs, Conseillers Pédagogiques de Circonscription) et exerçant plus souvent qu'auparavant en service partagé entre leur établissement et l'université.

Même si les situations de formation de la COPIRELEM ont continué à se diffuser, le nouveau contexte a semblé rendre plus difficile leur mise en œuvre en formation. La commission a fait à plusieurs reprises le constat d'usages très variés de ces situations, parfois très éloignés des intentions des concepteurs. C'est ce qui l'a amenée, à partir de 2015, en s'appuyant sur des travaux de recherche sur la formation des enseignants, à s'engager dans la conception d'un cadre d'analyse de situations de formation (Masselot et al., 2016 ; Guille-Biel et al., 2016 ; Guille-Biel et al., 2017 ; Guille-Biel et al., 2019 ; Mangiante et al., 2019). Ce cadre vise à permettre aux utilisateurs des ressources une meilleure appréhension des enjeux des situations proposées et une appropriation des modalités de mise en œuvre. Il donne aussi des moyens d'adapter les ressources pour tenir compte du contexte et des contraintes de formation locales.

2 Années 2020

En appui sur ce cadre d'analyse de situations de formation, la commission s'est engagée depuis 2019 dans la production de nouvelles ressources pour la formation toujours fondées sur des situations de formation, mais en intégrant à leur description de nouveaux éléments destinés à faciliter leur appropriation et leur adaptation par les formateurs (description plus détaillée des enjeux de formation, des déroulements, éléments d'analyse permettant des modulations, …). Par ce travail, la COPIRELEM vise à proposer des situations robustes (expérimentées et affinées plusieurs fois en formation pour garantir certains effets immédiats auprès des étudiants ou stagiaires), consistantes (prévues pour construire et renforcer des connaissances sur l'enseignement des mathématiques) et riches (susceptibles de développements complémentaires). Certaines des situations proposées s'appuient sur des situations de formation par homologie issues de la brochure Concertum (COPIRELEM, 2003), qui semblent toujours adaptées aux enjeux de formation actuels. D'autres situations sont inédites. Certaines portent sur des contenus nouveaux comme l'algorithmique, d'autres mettent en œuvre des modalités de formations moins utilisées dans les ressources précédentes comme les jeux de rôles ou l'usage de la vidéo. En cela la commission prend en compte des recherches en didactique sur la formation des enseignants qui ont montré l'importance de travailler les pratiques d'enseignement en formation, qu'elles soient réelles ou simulées (Robert, 2005 ; Butlen et Masselot, 2019). Deux brochures, intitulées « Les outils du formateur » (figure 7) sont ainsi parues (le tome 1 en 2019, le tome 2 en 2022), un tome 3 est en cours d'écriture.

Figure 7. Les outils du formateur

En complément de ces travaux, des membres de la COPIRELEM ont relancé une réflexion plus globale à propos des contenus essentiels pour la formation des professeurs des écoles en mathématiques Déjà, entre 1997 et 2001, la COPIRELEM avait œuvré pour la définition d'un programme pour le CRPE et la deuxième année de la formation initiale afin de mieux préciser les enjeux de formation et d'éviter une trop grande disparité entre les académies (Peltier, 2004). Ce projet a été relancé par la commission à la suite de la réforme de la formation de 2019, avec l'intention de combler un vide entre les compétences professionnelles explicitées dans le référentiel de compétences (MEN, 2013) et les mathématiques à enseigner exposées dans les programmes de l'école primaire (Petitfour et al. 2022). Il s'est concrétisé par la conception d'un « document cadre pour la formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques » (figure 8)[6].

Figure 8. Document-cadre pour la formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques

[6] https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/08/Document-cadre-v3.pdf

IV - REFLEXIONS SUR LE CRPE

Depuis la création des IUFM, la COPIRELEM s'est toujours fortement impliquée dans une réflexion sur le concours de recrutement des professeurs des écoles, convaincue que le contenu des épreuves du concours pèse fortement sur celui de la formation initiale.

Ainsi, chaque année, depuis 1992, la commission s'emploie à proposer dans ses annales (figure 9) des corrections détaillées accompagnées de compléments de formation. En ce sens, la rédaction des annales du CRPE est un moyen pour la COPIRELEM de contribuer à la formation en didactique des mathématiques des étudiants préparant le CRPE mais également à celle des nouveaux formateurs.

Figure 9. Les dernières annales pour la préparation du CRPE

Depuis 1992, les épreuves du CRPE ont évolué au fil des réformes successives. Peltier (2004) rappelait que déjà dans les années 90, au moment des IUFM, la COPIRELEM

> *a œuvré pour que la formation des PE en deux ans ne soit pas la juxtaposition d'une année de bachotage pour l'obtention du concours et d'une pseudo année de formation professionnelle. Elle a défendu l'idée qu'il était nécessaire que la professionnalisation intervienne dès la première année d'IUFM. Pour cela, elle a envoyé régulièrement des contributions aux instances ministérielles. (Peltier, 2004, p.12)*

Aujourd'hui, la place et la nature des épreuves du CRPE restent pour la COPIRELEM des sources de vives préoccupations. Attachée à l'idée de rester un interlocuteur constructif des institutions, la COPIRELEM a publié récemment différentes contributions, disponibles dans la rubrique Actualités du site de la COPIRELEM (figure 10).

Un premier exemple de ce type de contribution est la proposition en 2022 par la COPIRELEM, dans le contexte des modalités de formation qui sont les nôtres dans les INSPE et au moment de la mise en place de la nouvelle épreuve écrite du concours, d'exercices permettant d'évaluer les connaissances mathématiques des futurs enseignants dans le cadre d'une épreuve écrite de concours de recrutement ou de Master MEEF. Cette proposition était liée à une inquiétude associée au caractère très « disciplinaire » des nouvelles épreuves écrites du CRPE qui, selon la COPIRELEM, révèle une conception inadaptée de ce que nécessite comme connaissances mathématiques l'exercice du métier de professeur des écoles.

D'autres exemples de contributions récentes concernent l'épreuve orale de mathématiques du nouveau concours, avec :

- des propositions de sujets originaux avec leur corrigé (Annales CRPE 2022, 2023) ;
- un état des lieux du déroulement de l'épreuve orale de mathématiques du CRPE 2022, en deux volets (janvier 2023 puis mai 2023), avec une enquête auprès d'étudiants ayant passé le CRPE en juin dernier, puis une synthèse de plusieurs rapports de jury de la session 2022 sur des constats et recommandations (mai 2023).

La COPIRELEM rappelle enfin régulièrement ce qui lui semble être des enjeux essentiels pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école, comme ce fut le cas en 2023 dans le texte de réaction aux propositions du CSP pour une nouvelle réforme de la formation (mars 2023).

11 FÉVRIER 2021

CRPE 2022: Exemples d'exercices permettant d'évaluer les connaissances mathématiques des futurs enseignants dans le cadre d'une épreuve de concours de recrutement ou de Master MEEF

15 JUIN 2021

CRPE 2022, épreuve orale de mathématiques: une réflexion sur les modalités d'organisation de l'épreuve

9 JANVIER 2023

Etat des lieux du déroulement de l'épreuve orale de mathématiques du CRPE 2022

24 MARS 2023

Formation initiale des PE : état des lieux et réaction aux propositions de réforme du CSP

12 MAI 2023

Épreuve orale de mathématiques du CRPE. Constats et recommandations: une synthèse de plusieurs rapports de jury de la session 2022.

Figure 10. Exemples de contributions de la COPIRELEM - Actualités

V - COLLOQUES DE LA COPIRELEM

Nous terminons cette revue des ressources produites par la COPIRELEM par les actes de ses colloques annuels (figure 11), ressources essentielles dans l'histoire de la commission. Depuis 1974, ces colloques ont eu lieu chaque année (sauf en 2020 pour cause de pandémie). Ils sont des moments privilégiés pour réfléchir aux contenus et modalités de formation des instituteurs, puis professeurs des écoles, pour échanger entre formateurs de différentes académies. Les partages d'expériences des formateurs et les contributions de chercheurs en didactique des mathématiques lors de conférences, communications et d'ateliers participent à la richesse des colloques. On retrouve la mémoire de ces travaux et de ces échanges dans les actes qui sont publiés chaque année au cours de l'année qui suit le colloque et que l'on peut ensuite consulter sur le site de la COPIRELEM.

Figure 11. Actes de colloques de la COPIRELEM

VI - CONCLUSION

Depuis 1973, la COPIRELEM a produit 109 brochures dont 46 actes de colloques, 31 annales CRPE, 32 brochures. Ses 50 ans d'activités montre qu'elle a cherché constamment à capitaliser des savoirs de formation accumulés dans les écoles normales, les IUFM, les ESPE et INSPE et à les enrichir au fil des colloques et diverses ressources produites, en s'adaptant aux évolutions de la formation et en s'appuyant sur les résultats de la recherche en didactique des mathématiques.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Butlen, D. (1995). 20 ans de travail de la COPIRELEM. *Actes du XXIe colloque COPIRELEM* (1 – 2). Chantilly, IREM de Picardie.

Butlen, D., Masselot, P. (2019). Enjeux et modalités de formation pour les professeurs des écoles en didactique des mathématiques. *Canadian Journal of Sciences Mathematics and Technology Education, 19*, 91–106.

COPIRELEM (1978). Présentation de la COPIRELEM. *Bulletin inter-IREM Spécial COPIRELEM*, 16. (4 – 8). IREM de Lyon.COPIRELEM (2003). Carnets de route de la COPIRELEM – Concertum. ARPEME.

Eysseric, P., Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2023). *Document-cadre pour la formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques.* ARPEME. En ligne : https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/08/Document-cadre-v3.pdf

Guille-Biel Winder, C., Masselot, P., Petitfour, E et Girmens, Y. (2016). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles. Dans L. Theis (Ed.), *Actes du colloque EMF 2015* (159 – 172). Alger.

Guille-Biel Winder, C. et Tempier, F. (2017). A theoretical framework for analyzing training situations in mathematics teacher education. *Proceedings of 10th Congress of European Research in Mathematical Education* (2876 – 2883). Dublin.

Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E. et Simard, A. (2019). Identification des potentialités d'un jeu de rôle dans le cadre d'une formation de professeurs des écoles. *Actes du colloque EMF 2018* (171 – 179). IREM de Paris.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 16/3*. La Pensée Sauvage.

Mangiante C., Masselot P., Petitfour E., Simard A., Tempier F. et Winder C. (2019). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. Dans I. Verscheure, M. Ducrey Monnier, L. Pelissier (eds.), *Enseignement et formation : éclairages de la didactique comparée* (131 – 142). Toulouse : Presses Universitaires du Midi.

Masselot, M., Petitfour, E. et Winder, C. (2016). Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des Écoles. *Actes du 42e colloque COPIRELEM.* IREM Franche-Comté.

MEN (2013). Le référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation. *Bulletin Officiel du 25 juillet 2013*.

Peltier, M.-L., Briand, J. et Houdement, C., (2004). 30 ans d'activités de la COPIRELEM, la retraite n'est pas pour demain ... *Actes du XXXe colloque de la COPIRELEM.* Avignon.

Petitfour, E, Guille-Biel Winder, C., Tempier, F., Simard, A. et Eysseric, P. (2022). Quel programme de formation des professeurs des écoles pour enseigner les mathématiques ? Contenus, enjeux et repères. *Actes du 47e colloque COPIRELEM* (115 – 145). ARPEME.

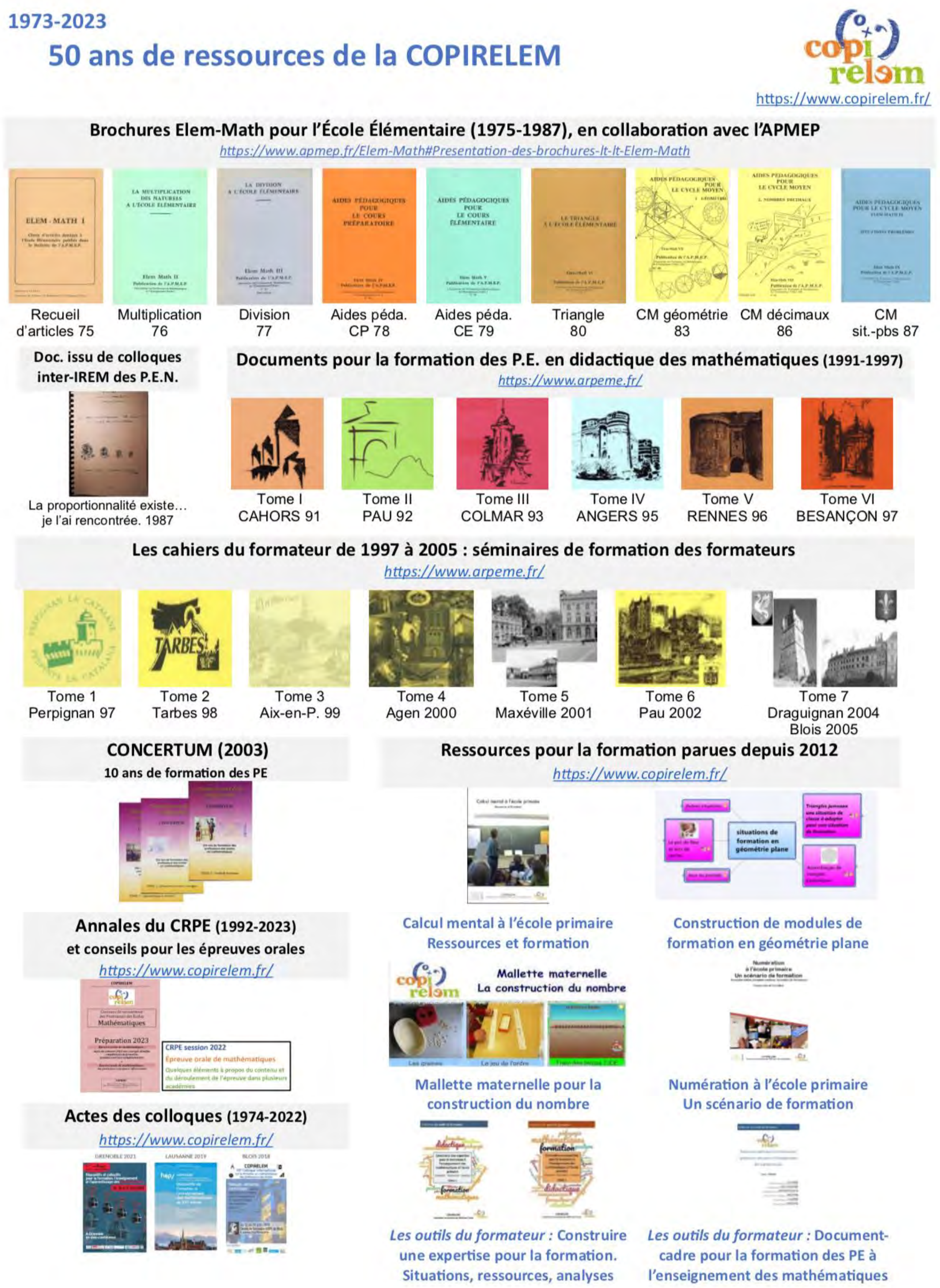
Robert, A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. *Recherche & Formation, 50,* 75-89.

ANNEXE 1 - 1973-2023 : 50 ANS D'ACTIVITES DE LA COPIRELEM

		COLLOQUES	BROCHURES	SÉMINAIRES internes COPI	SÉMINAIRES nouveaux formateurs	RESPONSABLES	Programmes	Ministres E.N.
École normale	70						70	
	71							
	72	Talence (COREM)				Guy Brousseau		Fontanet
	73					1973 : Création COPIRELEM		
	74	Orléans						Haby
	75	Alpe d'Huez	I Articles pour l'école					
	76	Nice	II Multiplication	Enseignement des décimaux				
	77	Plestin-les-Grèves	III Division	Didactique des mathématiques			CP 77	
	78	Auberive	IV Aides péda au CP				CE 78	Beullac
	79	Bombannes	V Aides péda au CE			F. Colmez		
	80	Confolant	VI Le triangle				CM 80	
	81	Le Touquet		Liaison Ecole - Collège				Savary
	82	Blois		Liaison Ecole - Collège		1982		
	83	Antibes	VII CM - Géométrie	Liaison Ecole - Collège				
	84	Guebwiller						Chevènement
	85	Guéret				M.-J. Perrin-Glorian	85	
	86	Quimper	VIII CM - Décimaux					Monory
	87	Angers	IX CM Sit- Problèmes			1987		
	88	Rouen	La Proportionnalité	Olivet (Univ. été PEN)				Jospin
	89	Bombannes						
Institut Universitaire des formation des maîtres	90	Paris	Actes d'Olivet			M. Mérigot		
	91	Nice	Tome I Cahors	Cahors		1991	(Cycles) 91	
	92	Besançon	1ères annales	Pau		1992		Lang
	93	Aussois	Tome II Pau	Colmar				Bayrou
	94	Chantilly	Tome III Colmar			D. Butlen		
	95	Douai		Angers			95	
	96	La Grande-Motte	Tome IV Angers	Rennes		1996		
	97	St Etienne	Tome V Rennes	Besançon	Perpignan			Allègre
	98	Loctudy	Tome VI Besançon	Tarbes	Tarbes	C. Houdement, J. Briand		
	99	Limoges	T1 Perpignan	Aix	Aix en Provence	1999 D. Butlen		
	00	Chamonix	T2 Tarbes - T3 Aix en P	Agen	Agen	2000		Lang
	01	Tours	T4 Agen	Maxéville	Maxéville			
	02	La Roche-sur-Yon	T5 Maxéville	Pau	Pau		02	Ferry
	03	Avignon	T6 Pau - CONCERTUM	Avignon		Y. Girmens, C. Taveau		
	04	Foix		Draguignan	Draguignan	2004		Fillon
	05	Strasbourg		Blois	Blois	N. Bonnet		De Robien
	06	Dourdan		Périgueux		P. Eysseric		
	07	Troyes	T7 Draguignan/Blois	Istres	Istres	L. Magendie		Darcos
	08	Bombannes		Banyuls		2008	08	
	09	Auch		Besançon				Chatel
	10	La Grande-Motte		ESEN		P. Masselot, C.OBuffet, A.Simard, C.Winder		
	11	Dijon				2011		
	12	Quimper	Calcul mental à l'école	Ste-Foy-lès-Lyon				Peillon
ESPE	13	Nantes	Géométrie plane	Draguignan		2013 P. Danos, C. Taveau		
	14	Mont-de-Marsan	Mallette maternelle	Strasbourg		2014		Hamon /V. Belkacem
	15	Besançon	Numération à l'école	Paris			15	
	16	Le Puy-en-Velay		Albi		2016 C. Mangiante		
	17	Epinal		Marseille		N. De Kocker		Blanquer
	18	Blois		Cergy		2018 V. Celi, L. B.-Ravel		
INSPE	19	Lausanne	Outils formateurs t1	Les Sables-d'Olonne				
	20			Bois-Le-Roi		2020 C. Billy, P. Grisoni		
	21	DISTANCIEL (Grenoble)		DISTANCIEL		2021	21	
	22	Toulouse	Outils formateurs t2	DISTANCIEL		2022 G. Vay		Ndiaye
	23	Marseille	Document - cadre	Strasbourg				
	24					A. Bilgot, E. Petitfour, F. Tempier		

49 colloques **32** brochures **31** annales **(37 + 9)** séminaires **26** responsables

ANNEXE 2 – LES RESSOURCES DE LA COPIRELEM



CONFÉRENCES

CONDITIONS ET CONTRAINTES D'ACCESSIBILITÉ DIDACTIQUE POUR LES ÉLÈVES SOURDS OU AVEUGLES SCOLARISÉS EN CLASSE ORDINAIRE

Teresa ASSUDE
Professeure des universités, AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ
Laboratoire ADEF
teresa.dos-reis-assude@univ-amu.fr

Édith PETITFOUR
Co-responsable de la COPIRELEM
Univ Rouen Normandie, Université Paris Cité, Univ Paris Est Creteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, LDAR, F-76000 Rouen, France
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Karine MILLON-FAURE
Maîtresse de conférences HDR, AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ
Laboratoire ADEF
karine.millon-faure@univ-amu.fr

Résumé
La question à laquelle nous nous intéressons est la suivante : quels sont les leviers et obstacles au fait de traduire les discours, ressources et situations d'enseignement pour permettre à des élèves aveugles ou sourds, scolarisés en classe ordinaire, d'accéder aux savoirs mathématiques ? La première étude de cas concerne le suivi d'élèves sourds inscrits dans un parcours bilingue LSF (Langue des Signes Française) - français écrit en classe de quatrième, appuyée par un dispositif ULIS (Unité localisée d'inclusion scolaire). La seconde étude porte sur le cas d'un élève aveugle scolarisé en classe de sixième ordinaire et accompagné par une AESH (Accompagnante d'Élève en Situation de Handicap). Nous étudions les difficultés soulevées par la présence de différents systèmes sémiotiques (LSF, français écrit, français oral, braille, représentations graphiques, etc.) en circulation dans la classe et les leviers mis en place pour permettre aux élèves d'accéder aux situations d'enseignement. Pour conclure, nous dégageons des points de convergence ou de divergence à ces deux contextes et proposons des perspectives pour la formation des enseignants ou la production de ressources contribuant à l'École Inclusive.

I - INTRODUCTION

Nous voulons commencer ce texte en donnant la parole à une élève sourde :

> *J'ai été une élève mise en difficulté alors que je ne suis pas une élève en difficulté. Je n'ai pas pu obtenir des résultats en lien avec mes compétences, mais en lien avec le niveau d'accessibilité qui m'a été accordé. J'ai dû me contenter de notes moyennes car j'étais évaluée sur le contenu d'un programme dont l'accès m'a été refusé et le pire, c'est que quand je m'en plaignais, il m'était répondu que je ne m'en tirais pas si mal que ça.* (Matsuoka et Lavigne, 2015, n.p.)

Ce témoignage d'Emi Matsuoka lorsqu'elle était étudiante en licence de sciences sociales a été recueilli dans le cadre d'un travail conjoint avec une chercheuse (Chantal Lavigne). Il s'agissait de rendre compte de l'expérience vécue lors de sa scolarisation en milieu ordinaire au lycée, et de mettre en évidence les points positifs mais aussi les obstacles rencontrés. Emi Matsuoka a été mise en difficulté par un manque de conditions favorables d'accessibilité au savoir, ce qui a été vécu comme une situation d'inégalité scolaire : « Ce manque d'accessibilité du savoir a entravé mes apprentissages et donc mes chances de réussite ». Elle parle aussi du décalage entre les politiques éducatives et ce qui se passe dans la réalité des classes ou des établissements, en particulier des déficits des aménagements nécessaires à la prise en compte de la surdité. Ce témoignage nous permet de positionner notre intervention sur cette question de l'accessibilité et de son importance.

Les politiques éducatives françaises, notamment à partir de la *Loi du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées,* participent au mouvement inclusif international. Or si cette volonté politique est importante et nécessaire, elle n'est pas pour autant suffisante. En effet, il existe un décalage entre ces politiques et les pratiques éducatives et enseignantes, comme certains travaux le montrent, notamment les nôtres, et celui de Lavigne et Matsuoka évoqué ci-dessus. Les deux piliers de la loi de 2005 sont la compensation et l'accessibilité. Plusieurs types et niveaux d'accessibilité existent : accessibilité matérielle, scolaire, pédagogique, didactique. Nous allons nous intéresser à l'accessibilité didactique que nous avons définie comme « l'ensemble des conditions qui permettent aux élèves d'accéder à l'étude des savoirs : formes d'étude, situations d'enseignement et d'apprentissage, ressources, accompagnements, aides... » (Assude et al. 2014). Dans ce travail, nous analyserons les conditions et contraintes d'accessibilité didactique en nous intéressant à la question suivante : quels sont les leviers et obstacles au fait de traduire les discours, ressources et situations d'enseignement pour permettre à des élèves aveugles ou sourds, scolarisés en classe ordinaire, d'accéder aux savoirs mathématiques ? Cette question sera abordée à partir de deux études de cas : la première concerne le suivi d'élèves sourds inscrits dans un parcours bilingue LSF (Langue des Signes Française) - français écrit en classe de quatrième, appuyé par un dispositif ULIS (Unité localisée d'inclusion scolaire). La seconde étude porte sur le cas d'un élève aveugle scolarisé en classe de sixième ordinaire et accompagné par une AESH (Accompagnante d'Élève en Situation de Handicap). Puis, à partir de la comparaison des obstacles et des leviers dans ces deux études de cas, nous ferons quelques propositions pour la formation des enseignants.

II - PREMIÈRE ÉTUDE DE CAS : ELEVES SOURDS DANS UN PARCOURS BILINGUE (LSF ET FRANÇAIS ECRIT)

Cette première étude de cas, présentée par Teresa Assude et Karine Millon-Fauré, s'inscrit dans une recherche qui a débuté en 2016-2017 lors de l'ouverture d'une ULIS-Collège destinée à accompagner la scolarisation d'élèves sourds dans un parcours bilingue (LSF et français écrit) dans un collège ordinaire. Cette recherche est menée dans le cadre du groupe IREM d'Aix-Marseille *Mathématiques et élèves à besoins éducatifs particuliers* en collaboration avec une sociologue (Sylviane Feuilladieu), une chercheuse en sciences de l'éducation (Jeannette Tambone) et le coordonnateur de l'ULIS (Pascal Sabaté). Elle s'intéresse aux conditions de fonctionnement des différents systèmes didactiques mis en place, aux articulations entre ces systèmes, ainsi qu'à la manière dont les acteurs se positionnement face au savoir, en particulier à travers l'existence de deux langues (LSF et français), et ce que cela implique comme obstacles mais aussi comme leviers. Nous présenterons d'abord le contexte de la recherche et notre cadre théorique. Puis nous donnerons quelques résultats de différentes enquêtes relatives à l'expérience scolaire des élèves sourds, pour analyser enfin une séance de mathématiques dans une classe de 4ème.

1 Contexte et cadre théorique

La loi du 5 février 2005 reconnait la Langue des Signes Française (LSF) comme une langue à part entière, et la circulaire de « mise en œuvre du parcours de formation du jeune sourd » offre la possibilité de suivre un cursus scolaire bilingue :

> *Dans l'éducation et le parcours scolaire des jeunes sourds, l'article L. 112-3 du Code de l'éducation pose le principe de la liberté de choix entre une communication bilingue (langue des signes et langue française) et une communication en langue française. Les conditions d'exercice de ce choix ont été fixées par le décret n° 2006-509 du 3 mai 2006 relatif à l'éducation et au parcours scolaire des jeunes sourds* (MEN, 2017).

Dans ce contexte, une Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire (ULIS) « Troubles des Fonctions Auditives » s'est ouverte en 2016 dans un collège marseillais, pour proposer aux jeunes sourds un parcours bilingue Français écrit / LSF. Ce dispositif permet à ces élèves de suivre la quasi-totalité des enseignements dans les classes dites ordinaires[1], grâce à la présence de « traducteurs » français / LSF qui d'une part assurent la communication avec les personnes entendantes de l'établissement, d'autre part facilitent l'accès aux savoirs. Des temps de regroupement spécifiques à l'ULIS permettent aussi de travailler certaines notions vues en cours ou d'accompagner ces élèves dans la réalisation de leurs devoirs (3 à 6 heures par semaine).

Notre enquête repose sur une étude qualitative longitudinale qui a commencé en 2016, lors de la création de l'ULIS. Elle se compose de 4 temps :

- Un premier temps (2016-2017) durant lequel nous avons analysé des entretiens menés auprès de 33 acteurs du dispositif (enseignants, coordonnateur, traducteur, élèves sourds et entendants, leurs parents etc.).
- Un deuxième temps (2016-2017) lors duquel nous avons étudié des films de séances de mathématiques menées dans des classes ordinaires accueillant des élèves sourds et un traducteur.
- Un troisième temps (2018-2019) consacré à de nouveaux entretiens auprès de 11 acteurs du dispositif afin d'observer les éventuelles évolutions dans leurs représentations et leurs ressentis après deux ans de participation.
- Un quatrième temps qui a débuté en 2022 et qui a pour objectif la conception de capsules vidéo sur certaines notions mathématiques afin d'aider les élèves sourds dans leurs apprentissages.

2 Expérience scolaire des élèves sourds et fonction soutenante du dispositif

Les analyses des entretiens des élèves (sourds et entendants) du premier temps de l'enquête, (Feuilladieu, Assude, Tambone et Millon-Fauré, 2021), et celles des entretiens des familles (élèves sourds et entendants et leurs parents) (Millon-Fauré et al., soumis) ont permis de dégager trois axes forts qui structurent les récits des élèves : le statut de la LSF en tant que plus-value scolaire et enjeu de communication ; la dynamique topogénétique permettant de prendre sa place d'élève ; la fonction soutenante du dispositif d'aide mis en place. Les élèves (sourds et entendants) parlent d'une expérience nuancée mais fortement positive. La LSF apparait comme jouant un rôle central en tant que vecteur de la communication permettant aux élèves de communiquer entre eux, même si ce n'est pas aisé et si ce mode de communication est associé à d'autres moyens (lecture labiale ou gestes). Le fait qu'un certain nombre d'élèves entendants aient voulu apprendre la LSF a été vécu par les élèves sourds positivement en se sentant accueillis. Pour certains élèves entendants, la LSF peut être vue comme un atout supplémentaire pour leur future vie professionnelle. Les entretiens mettent en évidence que les élèves sourds arrivent à prendre position dans la place d'élève et se sentent reconnus par les autres comme pouvant la prendre. Les élèves entendants sont conscients des difficultés liées à la surdité et sont même admiratifs des élèves sourds, ce qui confère à ces derniers une valeur scolaire indéniable. Ainsi, les élèves sourds et entendants attribuent une fonction soutenante importante au dispositif d'aide mis en place. Voyons de quelle manière.

Le dispositif d'aide mis en place peut être modélisé à partir de la notion de système didactique (principal et auxiliaire). La classe est le système didactique principal (**SDP**) formé par tous les élèves, sourds (ES) et entendants (E), le professeur (P) et les enjeux de savoir (S). Le dispositif comporte aussi un système didactique auxiliaire interne à la classe (**SDAi**) formé par les élèves sourds (Es), le traducteur (T) et les mêmes enjeux de savoir que le SDP, et un système didactique auxiliaire externe (**SDAe**) à la classe dans le cadre d'un regroupement ULIS formé par les élèves sourds (Es), le traducteur (T) et des enjeux de savoir (S'') induits par le SDP. Ce triple système est représenté figure 1.

[1] Hormis la musique et la langue vivante 2.

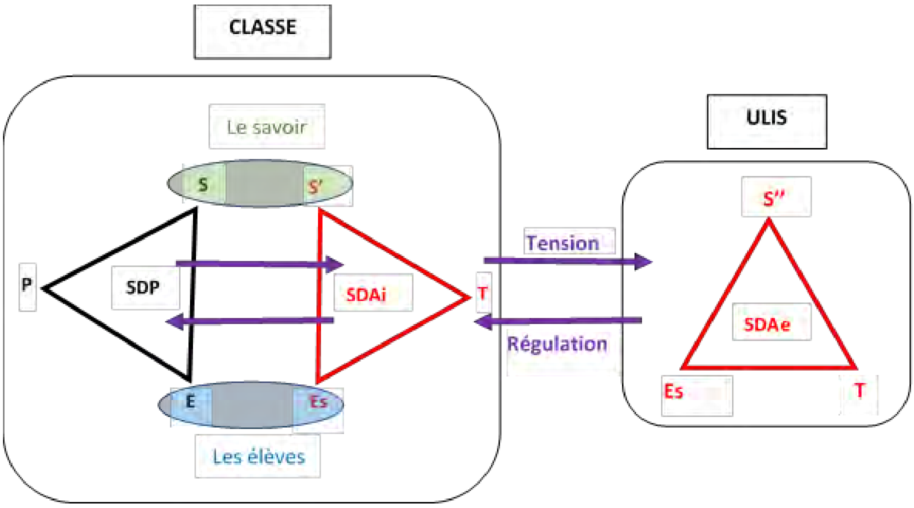


Figure 1. Schéma du dispositif d'aide SDA-SDP en classe et en ULIS (Feuilladieu et Tambone, 2021)

Les élèves sourds parlent de l'intérêt du SDAi dans lequel ils peuvent profiter de l'aide immédiate que leur apportent les traducteurs en classe, et qui s'avère indispensable pour interagir avec les autres. Le SDAi est essentiel pour que les élèves sourds puissent prendre leur place d'élève. Mais le SDA externe permet de réguler les tensions qui peuvent apparaître en classe (par exemple par le fait d'un rythme accéléré ou des difficultés liées à certaines incompréhensions). En effet, le SDAe leur permet de revenir sur les leçons, lorsque les explications données en cours ne suffisent pas. Il se révèle un lieu pour effectuer les devoirs car les élèves savent qu'ils peuvent compter sur l'aide de l'intervenant. On constate, à travers les témoignages des élèves sourds, que toutes ces formes d'aide apportées dans ces deux systèmes didactiques auxiliaires leur sont utiles pour leur permettre de suivre les cours du SDP.

Ainsi les résultats de ces enquêtes montrent que ce dispositif constitué par trois systèmes didactiques (SDP-SDAi-SDAe) est vécu comme ayant une fonction soutenante et participe au processus d'accessibilisation des situations d'enseignement-apprentissage permettant l'accessibilité aux savoirs et à la place d'élève (Feuilladieu, Assude, Tambone et Millon-Fauré, 2021 ; Feuilladieu et Tambone, 2021 ; Assude, Perez, Suau, Tambone et Verillon, 2014 ; Millon-Fauré, Assude, Feuilladieu et Tambone, 2023). Le discours de ces élèves sourds ne va pas dans le même sens que le témoignage de l'étudiante *Emi Matsuoka* qui était intégrée dans un SDP sans être accompagnée par un SDAi ou par un SDAe, d'où le faible niveau d'accessibilité comme elle-même le dit. Au-delà des fonctions soutenantes de ce type de dispositif, plusieurs travaux montrent des difficultés des élèves sourds, en particulier dans la résolution de problèmes mathématiques. Dans ce qui suit, nous présentons certaines de ces difficultés, en indiquant les leviers sur lesquels on peut agir pour l'accessibilité des savoirs mathématiques.

3 Difficultés, obstacles et leviers

3.1 Élèves sourds et résolution de problèmes mathématiques

Même si la plupart des chercheurs indiquent qu'il faut nuancer la présentation des recherches pour ne pas généraliser des résultats concernant un nombre restreint d'élèves sourds, certaines difficultés relatives aux apprentissages mathématiques ont pu être identifiées (Courtin, 2002 ; Roux, 2014). La résolution de problèmes arithmétiques, notamment, peut être une source de difficultés pour les élèves sourds (Kelly, 2008 ; Kritzer, 2009 ; Nunes, 2004), en particulier les problèmes additifs ou multiplicatifs. N'ayant pas accès à l'oral et rencontrant parfois des difficultés à l'écrit, les élèves sourds peuvent se trouver face à des situations peu compréhensibles étant données les modalités les plus usuelles d'accès aux énoncés des problèmes mathématiques (oral et écrit). Par exemple, certaines expressions peuvent être difficiles à cerner (« au moins »).

Les élèves sourds peuvent aussi avoir des faiblesses au niveau des stratégies de résolution (Kelly, 2008), dans la mise en relation de plusieurs dimensions à la fois (Blatto-Vallee, Kelly, Gaustad, Porter et Fonzi., 2007 ; Marschark et Spencer, 2010), ou dans l'analyse sémantique des situations (tenir compte des nombres mais pas des relations) (Blatto-Vallee, Kelly, Gaustad, Porter et Fonzi, 2007 ; Kritzer, 2009 ; Leybaert, 2006). Ces difficultés ne sont pas forcément spécifiques des élèves sourds, car elles peuvent aussi se retrouver auprès d'autres élèves en difficulté (Roux, 2014). Sans faire un inventaire des difficultés identifiées (voir Roux, 2014), indiquons juste une difficulté exogène qui peut impacter le rapport aux problèmes : l'insuffisance de situations de référence vécues par les élèves sourds peut être un obstacle pour comprendre certains contextes des problèmes.

Outre les ressources institutionnelles (MEN, 2021), certains chercheurs proposent des leviers sur lesquels s'appuyer dans le choix des situations d'enseignement, par exemple Duquesne (2005), Healy, Ali Fernandes et Bolite Frant (2013) ou Bonnet, Mangeret et Nowak (2010). Roux (2014) mentionne également d'autres chercheurs :

> *Les dispositifs pédagogiques articulant différentes modalités linguistiques et favorisant la recherche et l'élaboration des connaissances mathématiques dans une perspective socio-constructiviste (Duquesne, 2002 ; Pagliaro, 2010), les supports pédagogiques présentant des contenus mathématiques sous une forme visuelle concrète (Nunes, 2004) ou abstraite (Roux, 2013), l'entraînement à la création de représentations visuo-spatiales pour la résolution des problèmes – notamment de représentations schématiques et relationnelles (Blatto-Vallee et al., 2007 ; Kelly, 2008 ; Roux, 2013), les explications détaillées et pas à pas de procédures de résolution de problèmes (Mousley et Kelly, 1998), l'enseignement explicite de savoirs informels et de compétences logiques (Nunes, 2004).*(Roux, 2014, p. 305)

3.2 Difficultés concernant la traduction des interactions en classe

Nous avons également pu mettre en évidence lors de nos recherches (Millon-Fauré, 2021 ; Millon-Fauré, Assude, Feuilladieu et Tambone, 2023), d'autres obstacles concernant l'accès aux apprentissages. Ainsi, nous avons pu constater que la présence en classe d'un traducteur ne suffisait pas pour livrer aux élèves sourds un discours équivalent à celui reçu par les autres élèves de la classe. En effet, apparaissent tout d'abord des difficultés liées à toute traduction, quelles que soient la langue d'origine et la langue cible. Les répertoires lexicaux diffèrent d'une langue à l'autre et certaines expressions peuvent s'avérer délicates à traduire, si bien que certaines nuances risquent de se perdre au cours du processus. La nécessité de devoir passer par un interprète rend également la communication plus lourde entre des locuteurs de langues différentes, et nous avons effectivement pu observer qu'élèves sourds et entendants n'interagissaient quasiment pas entre eux lors des travaux de groupes. En outre, tout discours est adressé et doit donc tenir compte des spécificités du destinataire. Or certains traducteurs nous expliquent que les élèves sourds disposent généralement d'une culture générale un peu différente de celle des autres élèves, si bien qu'il est parfois nécessaire d'ajouter pour eux certaines précisions pour qu'ils comprennent les propos de leur enseignant. Enfin, lors des traductions simultanées, le traducteur doit être en mesure de trouver très rapidement une traduction pour les propos entendus, tout en continuant son écoute des échanges qui se poursuivent pendant ce temps dans la classe. Cette tâche entraîne une fatigue telle, que les traducteurs devraient théoriquement avoir régulièrement des temps de repos, ce qui s'avère en pratique difficile à organiser lorsque les cours s'enchaînent.

À tout cela s'ajoutent des difficultés propres à la Langue des Signes. En effet, il s'agit là d'une langue visuelle et gestuelle, nécessitant que les locuteurs se regardent et aient les mains libres pour communiquer. Or, en classe, l'enseignant continue souvent ses explications pendant que les élèves prennent le cours. Durant ce temps-là, les élèves sourds, accaparés par la lecture du tableau et la copie sur leur cahier, ne peuvent regarder le traducteur qui n'est donc pas en mesure de leur traduire les explications de l'enseignant. Par ailleurs, la LSF est une langue jeune, non encore uniformisée, sans académie ou dictionnaire officiel qui pourrait en régler les usages. Il arrive donc que d'une région ou d'une communauté à l'autre, les personnes sourdes utilisent des signes différents pour exprimer une même notion, ce qui peut créer des malentendus ou des incompréhensions. Par ailleurs, la LSF ne dispose pas toujours de « langues de spécialité » très riches. Ainsi, certaines notions mathématiques ne sont pas représentées par des signes spécifiques dans cette langue. Pour toutes ces raisons, élèves sourds et traducteurs doivent parfois prendre le temps de s'entendre sur les signes qu'ils vont utiliser pour exprimer tel ou tel concept. Enfin, comme l'apprentissage de la lecture et de l'écriture s'appuie sur l'oralisation, il s'avère moins accessible pour les personnes sourdes, ce qui explique les difficultés récurrentes de cette communauté par rapport au français écrit. Lors des séances de classe, le traducteur doit donc s'assurer, en plus de la traduction des échanges oraux, de la bonne compréhension des supports écrits proposés.

Nous avons également pu observer une troisième catégorie de difficultés : celles spécifiques aux traductions dans un contexte d'enseignement. En effet, les échanges dans une salle de classe prennent généralement la forme d'un polylogue désordonné, particulièrement délicat à traduire : les multiples intervenants se succèdent sans ordre préétabli ; l'enseignant s'interrompt parfois au milieu d'une phrase pour reprendre à l'ordre un élève, etc. Le traducteur doit également veiller, lors de ses traductions, à respecter la progression choisie par l'enseignant, ce qui nécessite de connaître les objectifs d'enseignement de ce dernier. Les traducteurs ne peuvent pas, par exemple, utiliser un concept qui n'a pas encore été introduit dans la classe. Ils sont ainsi astreints au même principe de réticence didactique que l'enseignant. En outre, certains traducteurs nous expliquent être tiraillés entre l'envie de donner suffisamment d'informations à leurs élèves de manière à ce qu'ils puissent réaliser les tâches proposées, sans pour autant en donner trop afin de les amener à construire eux-mêmes les concepts visés.

Finalement, l'analyse de toutes ces difficultés nous montre qu'il va être extrêmement difficile, pour ne pas dire impossible, de traduire fidèlement l'intégralité des échanges de la classe. Les traducteurs interrogés nous expliquent d'ailleurs que tel n'est pas leur objectif. Ils cherchent avant tout à apporter aux élèves sourds toutes les informations nécessaires pour comprendre, comme leurs camarades, les situations d'enseignement proposées et pour construire comme eux les apprentissages ciblés, quitte à ajouter dans leurs propos certains éléments jugés indispensables ou à en omettre d'autres. Par conséquent nous dirons que ces traducteurs cherchent ***à traduire non pas un discours, mais une situation d'enseignement***.

4 Analyse d'une séance de classe

Par l'analyse d'une séance de classe nous cherchons à mettre en lumière les articulations des deux systèmes didactiques (SDP et SDAi) permettant de créer certaines conditions favorables à l'accessibilité didactique malgré des difficultés ou obstacles qui peuvent apparaître.

La séance observée est celle d'une séance de mathématiques d'une classe de 4ème qui accueille deux élèves sourds (ES1 et ES2). Il s'agit de modéliser et résoudre le problème suivant issu de la vie courante : trouver le nombre de tours de pédale nécessaires pour parcourir 5 km avec un VTT 26 pouces à « vitesse » constante.

4.1 Analyse a priori *(techniques et difficultés)*

Les techniques correspondant au type de tâches relatif à l'énoncé du problème peuvent être différentes. Deux d'entre elles sont présentées tableau 1 (d'autres variantes sont envisageables).

Première technique (incluant des connaissances sur le vélo)	Technique (incluant des connaissances sur le vélo)
- Savoir qu'un VTT 26 pouces correspond à un vélo dont le diamètre de la roue mesure 26 pouces - Savoir que le « pouce » est une unité de longueur - Convertir le diamètre donné en pouce en cm. - Calculer le périmètre de la roue en cm.	- Savoir qu'un VTT 26 pouces correspond à un vélo dont le diamètre de la roue mesure 26 pouces - Savoir que le « pouce » est une unité de longueur - Convertir le diamètre donné en pouce en cm. - Calculer le périmètre de la roue en cm.

- Identifier que le périmètre de la roue correspond à la distance parcourue par un tour de roue - Convertir les 5 km et le périmètre de la roue dans la même unité. - Calculer le nombre de tours de roue. - Savoir que le rapport entre le plateau et le pignon est 2, donc qu'un tour de pédale correspond à deux tours de roue (choix du professeur). - Calculer le nombre de tours de pédale.	- Identifier que le périmètre de la roue correspond à la distance parcourue par un tour de roue - Savoir que le rapport entre le plateau et le pignon est 2, donc qu'un tour de pédale correspond à deux tours de roue (choix du professeur). - Calculer la distance parcourue en un tour de pédale. - Convertir les 5 km et cette distance dans la même unité. - Calculer le nombre de tours de pédale.

Tableau 1. Premier format de tableau

Ces techniques impliquent des connaissances sur le vélo et son fonctionnement dont l'absence peut être source de difficultés pour les élèves (sourds et entendants.) En effet, il faut savoir qu'un VTT 26 pouces correspond à un VTT dont le diamètre de la roue mesure 26 pouces, et que le pouce est une unité de de longueur correspondant à 2,54 cm. Il faut connaître les différents éléments du vélo (pignon, plateau, chaine, dents), mais aussi savoir que l'engrenage d'un vélo est constitué par un plateau (pédalier), un pignon associé à la roue arrière et une chaîne qui lie les deux (figure 2).

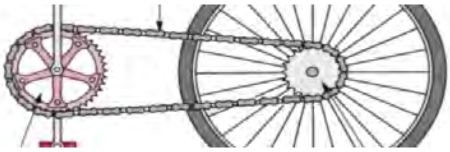


Figure 2. Schéma de la roue

Par ailleurs, il faut aussi savoir qu'un vélo peut avoir plusieurs « vitesses », celles-ci correspondant au rapport entre le nombre de dents du pignon et celui du plateau. Par exemple, si le plateau possède 42 dents et le pignon 42 dents, alors le rapport est 1. Cela veut dire que pour un tour de pédale, on aura un tour de roue arrière. Si le plateau possède 42 dents et le pignon 21 dents alors le rapport est de 2, cela veut dire qu'un tour de pédale correspond à deux tours de roue arrière. L'enseignant a fait le choix de ce rapport-là, ce qu'il annonce à la classe durant la séance.

4.2 La difficile dévolution du problème : un rythme accéléré, des objets du milieu presque inconnus, un contrat didactique à reconstruire

Première phase de la dévolution

Le professeur de mathématiques (P) anticipe que les connaissances sur le vélo et son fonctionnement vont poser des difficultés aux élèves. Pour aider toute la classe, après l'énoncé court du problème (« J'habite à 5 km d'ici. J'ai fait combien de tours de pédale pour venir »), il dit : « vous pouvez me poser toutes les questions que vous voulez je vais essayer de répondre à certaines et je vais vous dire surtout si elles sont utiles ou pas utiles dans notre problème ». En outre, il amène son vélo dans la classe pour le montrer aux élèves, et prévoit que les élèves aillent sur internet pour trouver le rapport entre le pouce et le centimètre nécessaire pour la conversion.

Cela correspond à deux phases de la dévolution du problème : les questions des élèves et le fonctionnement du vélo. Nous présentons (figure 3) le schéma des différentes phases de la dévolution, en indiquant en blanc les moments où les deux systèmes (SDP et SDAi) sont désynchronisés et en couleur grise les moments où ils sont synchronisés, la couleur bleue indiquant les modalités d'accès aux objets du milieu. Nous explicitons ces phases par la suite.

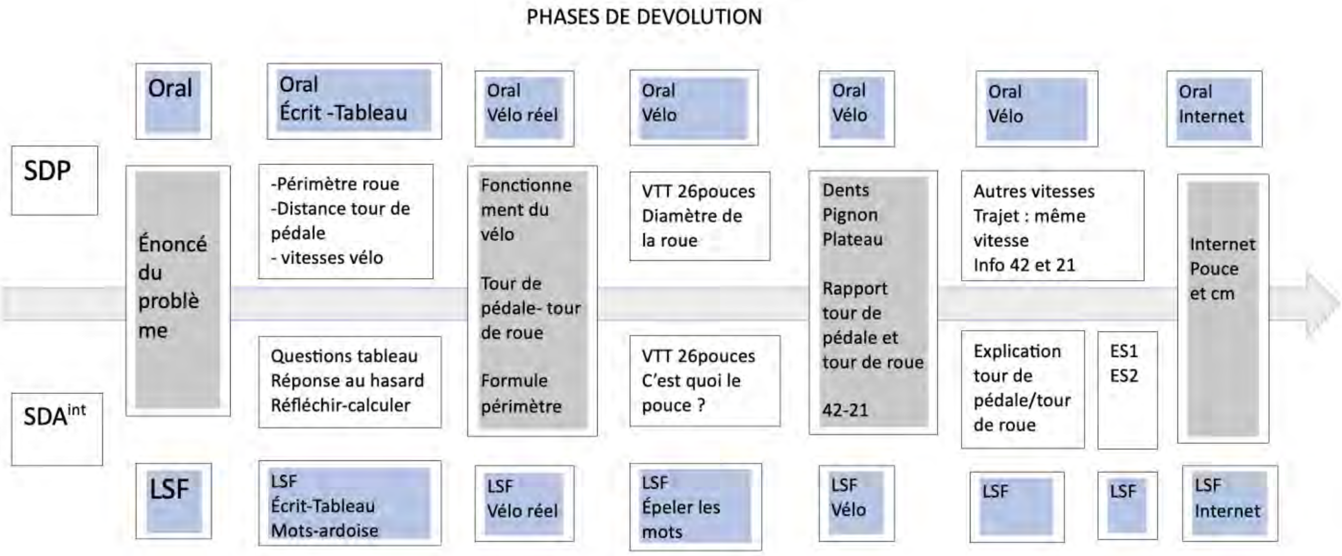


Figure 3. Phases de dévolution

Lorsque T (professeur spécialisé et traducteur) traduit l'énoncé du problème en LSF, un des élèves sourd donne, tout de suite, une réponse fausse et incohérente que l'autre élève remarque en disant « Pour faire 5 km, tu prends ton vélo et tu les fais en 30 secondes ? Je suis choqué ». Cette réponse amène T à intervenir : « On ne peut pas répondre directement. Il faut réfléchir, il faut calculer ». Les élèves veulent répondre avec des connaissances du quotidien tandis que T essaie de les remettre dans un autre type de contrat (« il faut réfléchir, il faut calculer »). Entretemps, les autres élèves posent des questions à P qui en écrit certaines au tableau : « périmètre du pneu ? » ; « en un tour de pédale, quelle distance est parcoure ? » ; « combien de temps on met ? » (Cette question n'est pas écrite au tableau car le professeur indique qu'on n'en a pas besoin pour le problème) ; « des vitesses sur un vélo ». P écarte la question « combien de tours de pédale sur 1 km ? » en disant que cela revient à la deuxième question. Pendant ces échanges, P communique une autre information, à savoir qu'il n'a pas changé la vitesse du vélo pendant son trajet. P écrit au tableau et précise les mots plateau (au lieu de pédalier) et pignon avant de montrer le vélo. Les élèves sourds ne suivent pas ces échanges, et ne comprennent pas le statut des questions. Pour P, la demande des questions est un moyen de dévoluer la phase de modélisation du problème aux élèves, en leur indiquant des questions pertinentes, et de commencer à apporter des informations sur les contraintes du réel (notamment celles en lien avec le fonctionnement du vélo). Certes T traduit certains de ces échanges, il indique que P demande de poser des questions, mais les élèves sourds voient ce qu'il écrit au tableau, et l'un d'entre eux (ES1) dira : « faut calculer le périmètre », tandis que T ajoute « deuxièmement, en 1 tour de pédale, quelle est la distance parcourue ? ». Les élèves sourds essaient alors de trouver une réponse à ces questions, sans se rendre compte que P n'attend pas encore de réponse puisqu'il va montrer auparavant le vélo à toute la classe. À nouveau, les deux élèves sourds suivent la règle du contrat « il faut répondre tout de suite aux questions avec les connaissances du quotidien » ; par exemple, ES1 signera « Je ne sais pas, c'est selon… C'est selon la mesure du périmètre 1 m pour 1 m ». T réagit à ces échanges entre les élèves et précise encore une fois : « Réfléchis, calcule. Réfléchis. N'invente pas. » Les élèves montrent ainsi qu'ils veulent trouver des réponses avec leurs connaissances du quotidien, comme l'indiquent les échanges même après cette remarque de T, au lieu de se pencher sur les contraintes du réel qui leur permettront ensuite de répondre aux questions. Ce positionnement n'est pas exclusif des élèves sourds car certaines des questions posées par les élèves entendants pourraient nous faire penser qu'ils auraient voulu des réponses directes données par le P (combien de tours de pédale sur 1 km ?). Pendant cette première phase de dévolution, T s'assure aussi que les élèves sourds connaissent des mots ou expressions tels que : « pédale », « pignon », « plateau », « vitesse d'un vélo » (voir plus loin sur le ralentissement du SDAi).

Deuxième phase de dévolution : fonctionnement du vélo

Cette phase est aussi importante car elle est en relation avec les contraintes du réel, en particulier celles du fonctionnement d'un vélo. Les deux systèmes se sont resynchronisés. Le professeur apporte son vélo et montre aux élèves comment il fonctionne, en particulier les « vitesses » du vélo et le rapport entre tour de pédale et tour de roue. Il montre d'abord un exemple de tour de pédale correspondant à peu près à 2,5 tours de roue ; puis il demande comment calculer un tour de roue, soit le périmètre d'un cercle. C'est ES1 qui répond à la question en donnant la formule (« pi x diamètre ») ; ensuite P demande ce que ça veut dire un VTT 26 pouces, et l'un des élèves entendants dit que c'est le diamètre, information qui est reprise par le professeur. Ce dernier pose la question sur ce qu'est un pouce en disant tout de suite qu'ils regarderont sur internet. Et il revient ensuite sur le fonctionnement du vélo en montrant que le plateau et le pignon ont des dents, en changeant de vitesse de manière à avoir 42 dents au plateau et 21 dents au pignon (le rapport est alors deux) :

> *combien y a-t-il de dents à l'avant combien y a-t-il de dents sur le pignon à l'arrière il y a 42 qui sont passés mais y en a combien en fait 21 donc ça veut dire que chaque dent elle est passée combien elle est passée 2 fois et 2 fois 21 en tout ça fait 42 c'est pour ça que la roue elle a fait 2 tours.* (P)

P montre que c'est bien le cas en le faisant, et il fait encore un changement de vitesse conduisant à un rapport d'environ 3. Il apporte alors une information importante pour la résolution du problème : le fait qu'il n'a pas changé de vitesse pendant le trajet, et que la vitesse choisie est celle d'un plateau à 42 dents et d'un pignon à 21 dents.

Que se passe-t-il dans le SDAi ? Les élèves et T sont synchronisés avec le reste de la classe jusqu'au moment où P parle d'un VTT 26 pouces. T demande effectivement ce que signifie l'expression « 26 pouces », mais les élèves sont partis sur ce qu'est un pouce (*T :* « La mesure d'un pouce est d'environ 2,6 cm. C'est une unité anglaise. OK ? *»)*. Les deux élèves sourds ont commencé plusieurs calculs sans savoir à quoi cela correspondait. Les deux systèmes sont désynchronisés, et l'information pertinente dans le SDP à ce moment n'était pas celle de savoir la relation entre pouce et centimètre, mais de savoir que « 26 pouces » correspond à la mesure du diamètre de la roue. T va resynchroniser les deux systèmes au moment où l'enseignant parle des dents pour expliquer aux élèves sourds ce que P est en train de montrer aux autres élèves. ES1 semble suivre l'explication de T, ce qui n'est pas forcément le cas de ES2.

> *T : Devant, il y a 42 dents. A l'arrière, il y en a 21. OK ? Lors d'un tour de pédale, on va retrouver 42 dents à l'avant et donc les 42 dents vont passer. Le pignon à l'arrière est passé 2 fois. Compris ? On recommence. Il lui demande : combien de dents sur le plateau de devant ?*
>
> *ES1 : 42*
>
> *T : Combien de dents sur le pignon arrière ?*
>
> *ES1 : 21*
>
> *T : 21. On a 42 devant, 21 arrière et une deuxième fois 21, ce qui correspond à 2 tours.*
>
> *ES1 : oui oui oui*

ES2 ne suit pas les explications de T qui demande à ES1 d'expliquer à son camarade. Les élèves sourds échangent entre eux, non pas sur les informations pertinentes, mais sur les contraintes du réel liées au fonctionnement du vélo. Les informations nécessaires ne sont pas toutes présentes dans le SDAi après cette phase de dévolution : en effet, le fait que « 26 pouces » correspond à la longueur du diamètre n'a pas été explicité dans le SDAi, et le rapport entre tour de pédale et tour de roue a été compris par ES1, mais pas par ES2 qui n'a pas suivi les explications de T. Le problème de compréhension du fonctionnement d'un vélo a été difficile, non seulement pour ES2, mais aussi pour d'autres élèves entendants. Le SDAi sera à nouveau resynchronisé lorsqu'il faut chercher sur internet la valeur d'un pouce en cm. La suite du travail est faite en petit groupe. Les deux élèves sourds sont placés avec deux élèves entendants, mais de fait, ils n'échangeront qu'entre eux, sans chercher à interagir avec leurs camarades entendants. C'est lors de ce travail en groupe que T reviendra sur le rapport entre le tour de roue et tour de pédale.

4.3 Analyse à partir du triplet des genèses

Étudions à présent l'ensemble de la séance en nous appuyant sur les trois dimensions du triplet des genèses (Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni, 2000).

Du point de vue de la mésogénèse, tout d'abord, nous trouvons dans les deux systèmes didactiques (SDP et SDAi) quasiment les mêmes milieux : globalement, les élèves sourds et les élèves entendants manipulent les mêmes objets de savoir et utilisent les mêmes techniques. Notons toutefois certaines différences : même si T traduit l'essentiel des échanges, il n'a pas toujours le temps de reprendre l'intégralité des explications de P. De plus, les élèves sourds ne profitent pas véritablement des manipulations effectuées sur le vélo par P, car pendant ce temps, ils regardent T qui est en train de traduire les explications que l'enseignant donne simultanément. Réciproquement, nous trouvons dans le SDAi, certains échanges entre T et les élèves sourds qui ne figurent pas dans le SDP (notamment en ce qui concerne des mises au point sur l'utilisation de certains signes ou des explications sur des mots écrits au tableau comme notamment « pignon »). Ajoutons que si les objets migrants du SDP vers le SDAi sont nombreux, nous n'avons observé quasiment aucun transfert dans le sens inverse.

Sur le plan de la chronogénèse, nous pouvons constater qu'à la fin de la séance, les deux systèmes didactiques sont synchronisés : les élèves sourds et entendants ont rencontré les mêmes types de tâches, les mêmes techniques, et si l'un des élèves sourds n'a pas réussi à terminer la tâche proposée à la fin de la séance, c'est également le cas de plusieurs élèves entendants. Toutefois, comme nous avons pu le montrer précédemment lors de l'étude de la phase de dévolution, cette synchronisation globale est obtenue par une succession de temps de désynchronisation et de resynchronisation. Ainsi, régulièrement, le SDAi va se couper du SDP et suivre son propre cheminement, parfois pour travailler sur des objets de savoir qui n'apparaissent pas dans le SDP (par exemple pour s'entendre sur les signes utilisés dans la traduction de certains concepts), ou parce qu'il est nécessaire de passer plus de temps sur certains objets du SDP (insistance sur l'orthographe de certains mots, etc.). Nous parlons alors de ***bulles de compréhension*** (Assude, Millon-Fauré et Tambone, 2018) pour qualifier ces moments où le SDAi se coupe du SDP et progresse de manière autonome afin d'apporter des objets de savoir indispensables pour les élèves concernés mais jugés inutiles pour le reste de la classe. Notons que ces nombreuses déconnexions sont certainement facilitées par le fait que la LSF est une langue silencieuse et que les élèves sourds et le traducteur peuvent par conséquent interagir entre eux sans perturber le SDP. Toutefois ces déconnexions ne sont jamais bien longues : peu de temps après, on constate une accélération du SDAi, afin de pouvoir resynchroniser les deux systèmes didactiques : certains échanges, jugés de moindre importance pour la compréhension du problème ou déjà compris par les élèves sourds (notamment en ce qui concerne le fonctionnement du vélo), ne sont pas traduits, ce qui permettra aux élèves sourds et à T de suivre à nouveau les échanges du reste de la classe.

Enfin, en ce qui concerne la topogenèse, nous pouvons constater que les rôles et positions des élèves sourds sont comparables à ceux des autres élèves de la classe. Comme leurs camarades, ils s'investissent dans la recherche du problème, posent des questions, tentent de respecter les contraintes données (notamment pour le passage à l'écrit). On peut certes noter qu'un des élèves sourds se montre moins attentif aux explications données et moins investi dans ses recherches, mais c'est également le cas de certains élèves entendants de la classe. Par ailleurs, il n'y a, durant cette séance, aucune interaction entre les élèves sourds et entendants, même dans le groupe composé de deux élèves sourds et deux élèves entendants. Malgré la présence permanente du traducteur à leur côté, la communication entre eux paraît complexe. Ainsi, spontanément, deux binômes vont se former : les élèves entendants travaillent ensemble, pendant que les élèves se concertent de leur côté. Toutefois, durant toute la séance, les élèves sourds interagissent entre eux, fournissant ainsi un travail comparable à celui effectué dans les autres groupes de la classe. Enfin, reconnaissons que, durant la séance étudiée, il n'y a qu'une seule intervention d'un élève sourd en classe entière : comme nous l'avons dit précédemment les transferts depuis le SDAi vers le SDP sont rares. D'un autre côté, beaucoup d'élèves entendants ne sont pas non plus intervenus durant cette séance. De plus la réponse donnée par l'élève sourd s'est avérée particulièrement pertinente : elle a permis de faire avancer le temps praxéologique (Assude et al., 2016) en apportant une technique de calcul du périmètre de la roue.

5 Conclusion de cette étude

Ainsi, nous avons pu constater lors de cette étude que le travail effectué par les élèves sourds et les élèves entendants était globalement équivalent. La mésogénèse, la chronogénèse et la topogénèse paraissent comparables dans les deux systèmes didactiques. Le SDAi permet, grâce à l'apparition de bulles de compréhension, des apports d'aide immédiats qui ne figuraient pas dans le SDP mais qui s'avèrent indispensables aux élèves sourds pour suivre l'avancée du cours. Certes, tous les échanges de la classe, toutes les explications de l'enseignant ne peuvent pas être traduites durant l'heure. Mais le SDAe permet de pallier cette lacune en offrant un nouveau temps, en dehors des cours, où le traducteur peut revenir sur certains points qu'il n'avait pas eu le temps de pleinement expliciter durant la séance. Ce deuxième système didactique auxiliaire permet ainsi aux acteurs (P, T, élèves sourds) d'accepter que tout ne soit pas compris durant le cours dans la mesure où cela est repris et approfondi par la suite. Ces deux systèmes didactiques auxiliaires s'articulent donc pour procurer aux élèves sourds des types d'aide différents mais complémentaires, et c'est ce triple assujettissement (au SDP, au SDAi et au SDAe) qui va permettre aux élèves ciblés d'accéder à un enseignement comparable à celui proposé aux élèves entendants.

Pourtant, l'étude que nous venons de mener révèle également quelques bémols. Nous avons par exemple pu constater que lors de la séance étudiée, aucune adaptation pour les élèves sourds n'avait été anticipée, ni par l'enseignant ni par le traducteur : ce dernier a donc été contraint d'imaginer *in vivo* les aménagements à apporter, aménagements qui du coup ne peuvent prendre la forme que d'explications supplémentaires, en LSF, données dans le SDAi. Par ailleurs, nous avons pu observer toutes les difficultés rencontrées pour traduire cette situation d'enseignement. De fait, le traducteur n'a pu traduire l'intégralité des propos et il lui a donc fallu sélectionner durant la séance les informations indispensables à la réalisation de la tâche demandée. Soulignons que le traducteur observé disposait d'une réelle expérience dans l'enseignement des mathématiques, ce qui l'a certainement aidé à effectuer rapidement ces choix. Tel n'est pas forcément le cas pour tous les traducteurs. Enfin, notons qu'il paraît un peu plus difficile pour les élèves sourds de participer au SDP, que ce soit pour intervenir en classe entière ou pour participer à des recherches de groupes avec des élèves entendants.

III - SECONDE ÉTUDE DE CAS : INCLUSION D'UN ÉLÈVE NON-VOYANT EN CLASSE DE SIXIÈME

Cette seconde étude de cas, menée par Édith Petitfour, s'inscrit dans la continuité de recherches réalisées en collaboration avec Catherine Houdement et trouvant leur origine dans des questions professionnelles sur l'enseignement des mathématiques soulevées par des enseignants en formation (Houdement et Petitfour, 2018, 2020). Une enseignante préparant le CAPPEI[2] nous a ainsi amenées à nous intéresser à l'enseignement des mathématiques à des élèves déficients visuels en classe spécialisée (Houdement et Petitfour, 2020), puis à explorer différents dispositifs de scolarisation inclusive *via* des études de cas d'élèves déficients visuels en inclusion en classe de sixième ordinaire : un élève malvoyant (Petitfour, 2020 ; Petitfour et Houdement, 2022) et un élève non-voyant (Petitfour, 2023). La présente étude porte sur le cas de l'inclusion de l'élève non-voyant en classe de sixième. Nous présentons d'abord le cadre général de la recherche, puis les répercussions du handicap visuel en classe de mathématiques, ainsi que le dispositif d'aide à l'inclusion de l'élève étudié en guise d'exemple. Nous étudions ensuite l'impact de ce

[2] Cette formation rectorale en alternance, délivrée à l'INSPE sur une durée d'un an, vise à préparer la Certification d'Aptitude Professionnelle aux Pratiques de l'Éducation Inclusive (CAPPEI).

dispositif sur l'accessibilité des apprentissages en appui sur l'analyse sémiotique d'un extrait d'une séance de classe que nous avons observée.

1 Fondements de nos recherches

Nos recherches (Petitfour et Houdement, 2022) ont une double perspective. D'une part, elles visent la compréhension de phénomènes qui surviennent dans des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Dans cette perspective, nous étudions des situations laissées au libre choix de l'enseignant en cherchant à déceler des obstacles aux apprentissages et à identifier des leviers potentiels pour l'enseignement, afin de permettre une accessibilité aux contenus mathématiques à des élèves à besoins éducatifs particuliers, et plus largement à tout élève. D'autre part, nous partageons et discutons nos résultats avec les enseignants en formation dans une perspective d'enrichissement de leurs pratiques et de leurs connaissances mathématiques, didactique et pédagogique.

Nos recherches se font en collaboration avec l'enseignant qui s'interroge sur sa pratique. Le recueil de données se réalise à plusieurs niveaux. Nous démarrons par l'observation d'une séance élaborée et mise en œuvre par l'enseignant pour lequel une question sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques se pose. Nous réalisons différentes captations audio et vidéo lors de la séance et menons des entretiens (enregistrés) avec l'enseignant avant la séance et juste après, avec des élèves, avec l'accompagnant d'élèves en situation de handicap (AESH). Nous recueillons aussi des productions réalisées par les élèves au cours de la séance ainsi que les affichages dans la classe le cas échéant. (photographies). Quelques temps après la séance, nous travaillons avec l'enseignant à partir d'extraits (vidéo, productions d'élèves), ce qui permet d'affiner la compréhension des phénomènes observés. L'enseignant co-intervient ensuite, lorsque c'est possible, dans une formation à des pairs (enregistrée) au cours de laquelle nous recueillons des informations complémentaires *via* les questions posées ou des points de vue exprimés par les pairs.

Nos analyses sont centrées sur la dimension sémiotique des apprentissages (Arzarello, 2019). Nous faisons l'hypothèse que, lors des actions et interactions au sein de la classe, l'activation des différentes ressources sémiotiques telles les mots (à l'oral ou par écrit), les représentations écrites (dessin, graphiques, etc.), les modes d'expression extralinguistiques (gestes, regards, postures, intonation de la voix, etc.), les actions avec des instruments (matériels ou numériques), sont constitutives des apprentissages des élèves. Nous étudions ainsi ces « faisceaux » de signes (*ibid.*) pour identifier des conditions favorables ou non à une accessibilité aux savoirs mathématiques.

Nous abordons à présent les répercussions du handicap visuel en classe de mathématiques en nous intéressant aux différents modes d'accès aux apprentissages.

2 Handicap visuel et apprentissages mathématiques

2.1 Répercussions du handicap visuel en mathématiques

De façon attendue, la déficience visuelle engendre un handicap dans tout ce qui sollicite habituellement en classe la modalité visuelle. L'accès à l'écrit (documents de travail, manuels, écrits aux tableau) nécessite des adaptations, de même que l'accès aux représentations visuelles, abondantes en mathématiques (figures géométriques, tableaux à double entrée, graphique, formules, etc.). La déficience visuelle compromet ainsi l'appréhension synoptique permettant par exemple de saisir une figure géométrique dans son ensemble, des relations entre des données organisées dans un tableau, etc. Ainsi que le souligne Duval (2018) :

> *Les figures en géométrie ont ceci de commun avec les autres représentations visuelles, croquis, schémas, cartes, graphiques, ou images, qu'elles donnent lieu à une appréhension synoptique en un seul regard, et non pas à une appréhension successive et linéaire comme pour tout ce qui relève de l'écriture et de la parole.* (Duval, 2018, p. 147)

Les élèves déficients visuels pourront se construire une représentation des objets mathématiques étudiés en appui sur des énoncés ou sur une exploration tactile des représentations en relief (ou matérielles). Cependant, cette exploration est lente et fragmentée, elle doit être synthétisée, ce qui demande du temps et une grande concentration, productrice de fatigue (Lewi-Dumont, 2015).

Pour notre étude de l'accessibilité didactique (partie III. 3), nous retenons quatre modes d'accès aux contenus pédagogiques pour les élèves présentant une déficience visuelle, répertoriés par Castillan, Lemarié et Mojahid (2018). L'accès est « adapté » lorsque l'élève accède à une version adaptée du contenu (par exemple un document transcrit en braille, restreint éventuellement à certains contenus jugés prioritaires, par un service de transcription). L'accès est « adapté *via* des outils d'assistance » lorsque l'élève accède à une version adaptée du contenu *via* des outils numériques par exemple, tels ordinateur et logiciel de lecture spécifique. L'accès se réalise « *via* un tiers » lorsque le contenu est verbalisé à l'élève par un tiers (par un autre élève ou par l'AESH par exemple). Enfin l'accès est « direct » lorsque l'élève accède directement au contenu transmis à la classe (quand l'enseignant s'adresse oralement à la classe par exemple).

Pour donner un aperçu de ce qui peut être mis en place pour permettre l'inclusion d'un élève non-voyant en classe ordinaire, nous présentons dans la partie suivante comme exemple le dispositif d'aide à l'inclusion relatif au cas étudié par la suite. Cela nous permet aussi d'introduire le contexte de l'étude.

2.2 Dispositif d'aide à l'inclusion

Éloi est un élève non-voyant de 11 ans, scolarisé dans une classe de sixième ordinaire d'un collège d'une petite ville, située à 70 km du Centre d'Éducation pour Déficients Visuels (CEDV) de la région. Il bénéficie d'un accompagnement par des professionnels de ce centre depuis son entrée à l'école en maternelle.

L'intervention d'un enseignant spécialisé une à deux heures par semaine pendant le temps scolaire[3] a ainsi permis d'anticiper de manière spécifique certains apprentissages entravés par la déficience visuelle. Éloi a par exemple appris à lire le braille (figure 4a), à réaliser des dessins géométriques en relief en les traçant à l'aide d'un poinçon et d'outils de géométrie adaptés sur une feuille plastique placée sur un tapis antidérapant (figure 4b) ; il a appris à faire des calculs posés avec un cubarithme en positionnant des cubes numériques sur une grille quadrillée (figure 4c), etc.

a. *b.* *c.*

Figure 4. Apprentissages spécifiques (lecture du braille, de dessin en relief, usage d'un cubarithme)

Lors de l'entrée d'Éloi au collège, le CEDV a apporté au personnel de l'établissement des informations sur les conséquences de la déficience visuelle et a donné des conseils à l'équipe pédagogique quant aux adaptations à mettre en place en classe. Le CEDV encourage notamment les enseignants à recourir à son service de transcription pour une adaptation en braille des documents de travail utilisés pour les élèves voyants (manuels scolaires et autres documents). Des transcripteurs-adaptateurs du centre se chargent de créer des versions adaptées des documents transmis par les enseignants avec un délai de quinze jours.

[3] Pendant l'heure d'arts visuels et celle de vie de classe

Par ailleurs, Éloi dispose d'un bloc-notes braille, qu'il relie en classe à un écran d'ordinateur (figure 5). Il a appris à l'utiliser depuis le CM1. Cet appareil, muni d'une plage braille de 32 caractères et d'un clavier braille, permet la lecture tactile de textes écrits en « noir »[4] sur un support numérique (fichier .docx par exemple), ainsi que la rédaction de textes en braille pouvant être lus à l'écran d'un ordinateur par une personne voyante (texte transcrit en « noir »).

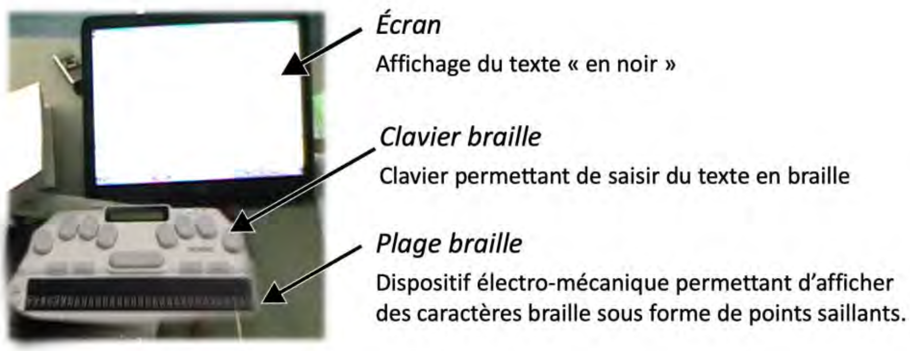


Figure 5. Bloc-notes braille relié à un écran

Éloi bénéficie enfin, sur le temps scolaire et pour 26 heures par semaine, de l'aide d'une AESH, dont les missions sont précisées dans le projet personnalisé de scolarisation (PPS). L'AESH apporte par exemple une aide à l'installation matérielle d'Éloi au sein de la classe, elle favorise sa participation orale (en lui signalant les moments opportuns pour demander la parole), elle contribue aussi, avec l'enseignante, à l'adaptation des situations d'apprentissage. Comme elle accompagne Éloi en classe depuis qu'il est en grande section de maternelle, son expertise est un point d'appui important pour l'enseignante qui accueille pour la première fois un élève non-voyant dans sa classe.

Venons-en maintenant à l'étude de l'accessibilité didactique (Assude, Perez, Suau, Tambone et Verillon, 2014) en nous intéressant à la mise en œuvre du dispositif d'aide prévu pour la scolarisation d'Éloi lors d'une situation d'enseignement en mathématiques. Nous chercherons à identifier les modes d'accès effectifs aux apprentissages pour dégager ensuite les leviers et obstacles pour accéder aux contenus mathématiques.

3 Étude de l'accessibilité didactique

3.1 Contexte et méthodologie de l'étude

Notre étude porte sur le début d'une séance de mathématiques (début janvier 2020) consacré à un entraînement à la « La course aux nombres »[5], concours auquel il est prévu que les élèves participent trois mois plus tard dans le cadre de la liaison CM2-6e organisée par les professeurs des écoles de Cours Moyen du secteur et des professeurs de mathématiques de sixième du collège. Il s'agit d'un concours d'activités mentales portant sur des thèmes mathématiques variés, visant à développer des automatismes. L'épreuve consiste à traiter mentalement trente items en neuf minutes, sans faire usage de calculatrice ni de brouillon. Le sujet d'entraînement proposé par l'enseignante à la classe d'Éloi est la deuxième partie du sujet de 2016, composée des items 11 à 20 (annexe 1), la première partie ayant été réalisée la veille. La séance a été filmée avec deux caméras, l'une dirigée sur Éloi et l'AESH, l'autre sur la classe. L'enseignante et l'AESH ont chacune été équipée d'un micro-cravate et un enregistreur a été placé près d'Éloi. Pour réaliser nos analyses, nous avons dans un premier temps transcrit et étudié les interactions verbales, nous focalisant ainsi sur les informations sonores circulant dans la classe et susceptibles d'être perçues par Éloi. Dans un second temps, nous avons complété les transcriptions par des informations

[4] Le noir est l'écriture des voyants.

[5] https://pedagogie.ac-strasbourg.fr/mathematiques/competitions/course-aux-nombres/

visuelles, à l'aide des vidéos (écrits au tableau, gestes de l'enseignante, postures de l'AESH, etc.) et de nos observations directes pendant la séance. Ces informations, non disponibles pour Éloi, nous donnent d'autres clés de compréhension de la situation.

L'extrait étudié s'est déroulé de la façon suivante. Les élèves passent le test d'entraînement (annexe 1) pendant trois minutes puis, au signal de l'enseignante, échangent leur feuille entre voisins, sortent leur stylo vert en vue de la correction (une minute), tandis qu'Éloi passe le test accompagné de l'AESH (quatre minutes). La voisine habituelle d'Éloi, Lola, travaille alors sur une autre table (figure 6).

Figure 6. Passation du test d'entraînement

L'enseignante mène ensuite une correction collective au tableau (seize minutes) en interrogeant des élèves et apportant des explications et compléments. Les élèves corrigent en mettant 0 ou 1 point dans la colonne « Jury » (dernière colonne du tableau, annexe 1) et notent la bonne réponse en cas d'absence de réponse ou de réponse fausse. Lola corrige le test d'Éloi (lecture en « noir » à l'aide du bloc-notes braille), l'AESH, placée debout à côté d'Éloi, corrige celui de Lola (figure 7).

Figure 7. Correction collective

3.2 Analyse des différents accès au contenu

Document-élève

Le support de travail pour les élèves voyants (que nous appelons « document-élève ») est une feuille de format A5 sur laquelle des items numérotés de 11 à 20 sont présentés dans un tableau (annexe 1). De courts énoncés sous forme d'un texte à trous ou d'une question, parfois accompagnée d'une figure, conduisent à la réalisation de calculs. Chaque réponse attendue, un nombre, est à inscrire dans la colonne « Réponse » du tableau.

La présentation tabulaire permet un gain de temps pour l'écriture des réponses, qui se limite à un nombre pour chacun des dix items : aucune phrase-réponse n'est à rédiger. En outre, un rapide parcours visuel de la feuille permet aux élèves d'avoir une idée du contenu et de choisir l'ordre de traitement des items en vue de gérer le temps limité de l'épreuve, ce que ne permettent pas les différentes adaptations possibles pour rendre le contenu accessible à l'élève non-voyant.

Accès adapté (par le transcripteur-adaptateur)

L'enseignante a transmis le document-élève au service de transcription du CEDV au début du mois de décembre pour qu'un transcripteur-adaptateur produise un document adapté en braille. Ce choix d'accès adapté a l'avantage de permettre un travail autonome pour Éloi. Le tiers-temps accordé (une minute supplémentaire au trois minutes prévues pour l'entraînement) vise à compenser le fait que la vitesse de lecture du braille est plus lente que la vitesse de lecture des voyants.

La présentation en tableau n'a pas été reprise dans le document adapté, ce qui n'a pas d'incidence sur la résolution des différentes tâches mathématiques. En revanche un des items a été supprimé : l'item 13 n'a pas été transcrit parce que la figure était coûteuse en temps de transcription au regard de la courte durée prévue pour la passation du test et du temps déjà mis pour la transcription du reste du document (environ 30 min).

Quoiqu'il en soit, ce document adapté en braille n'est pas parvenu à temps pour la séance. Le transit des documents est réalisé *via* l'enseignante spécialisée du CEDV les jours où elle vient travailler avec Éloi au collège. Lors de notre entretien avec la professeure de mathématiques la veille de la séance, la professeure a souligné la contrainte des délais importants nécessaires pour récupérer les documents adaptés et qui fait obstacle à l'usage de ce mode d'accès : « On nous dit 'quinze jours avant' mais vu qu'elle nous apporte les documents tous les quinze jours, faudrait presque avoir un mois pour le retour. » Elle ajoute que l'anticipation dont il faut faire preuve pour la transmission des documents n'est pas compatible avec une prise en compte de l'avancée de la classe, et notamment pour les évaluations :

> *Et même pour une éval, je ne prévois pas un mois avant je ferai telle éval à tel moment sur ça, c'est, enfin moi je travaille dans l'instant aussi, avec les gamins on avance plus ou moins, on peut jamais, il faut une anticipation un peu … contrariante, car on avance comme on peut, en fonction de la classe et pas en fonction de ce qu'on aimerait !* (Extrait de l'entretien avec la professeure de mathématiques, début janvier 2020)

L'enseignante a donc adapté le document-élève elle-même en un fichier numérique, à donner à Éloi sur une clé USB en vue d'une lecture autonome en classe avec le bloc-notes braille.

Accès adapté via *des outils d'assistance (bloc-notes braille)*

Pour permettre cet accès adapté *via* des outils numériques, l'enseignante a saisi au préalable les textes des dix items avec un logiciel de traitement de texte. Cette adaptation nécessite une transformation du document-élève sous forme d'un écrit linéaire, avec l'abandon d'une présentation en tableau (ce qui n'a pas d'impact sur la résolution des tâches mathématiques rappelons-le) et de l'usage des représentations graphiques, présentes dans les items 11, 13 et 16 (figure 8).

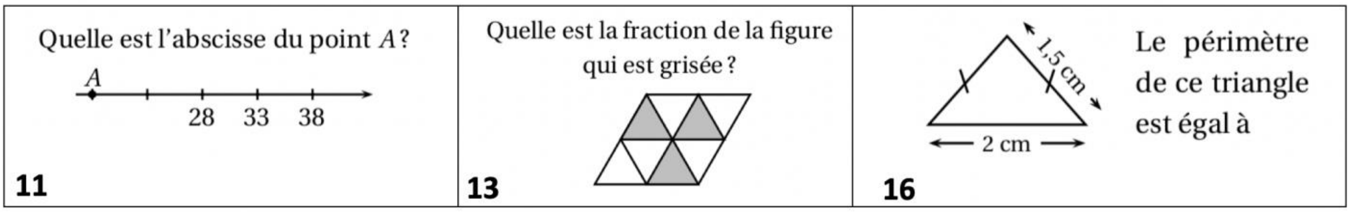


Figure 8. Items avec une représentation graphique

Lors de l'entretien, l'enseignante témoigne de la complexité de ce travail de conversion des représentations en un texte : « J'ai essayé de décrire, mais quand je décris, je donne plus d'indices que … voilà, c'est très compliqué. Quand je décris la figure, je donne des indices, l'élève ne prendrait peut-être pas les mêmes indices ». En effet, il s'agit de ne pas dénaturer les tâches mathématiques, en les allégeant ou en les complexifiant, tout en gardant la contrainte d'une longueur de texte raisonnable (pour être lu rapidement).

Le jour de la séance, l’enseignante a oublié sa clé USB avec le fichier numérique, mais dispose heureusement d’une impression papier de cette version « 100% texte ». Elle a alors chargé l’AESH de transmettre oralement le contenu des items à Éloi à partir de cette version et du document-élève (annexe 1).

Accès adapté via *un tiers (AESH)*

L’AESH a commencé par lire à Éloi le texte de l’item 11 rédigé par l’enseignante, mais elle s’est vite affranchie de cette version du document trouvant la description compliquée, tout comme Éloi, suite à la première lecture du texte :

> *AESH, s’exclamant tout bas : Oh, c’est compliqué ça, moi j’aurais pas dit ça !*
>
> *Éloi, au même moment : Ouah, j’ai rien compris !*

Elle s’est donc par la suite appuyée sur le document-élève pour lire le texte des items et décrire par elle-même les représentations. Au fur et à mesure, Éloi a noté ses réponses sur son bloc-notes braille : numéro de l’item et nombre-réponse saisis en braille au clavier.

Nous avons mesuré la durée de transmission orale de chacun des énoncés des dix items par l’AESH (tableau 2, deuxième ligne) et celle mise par Éloi pour calculer et écrire sa réponse (tableau 2, troisième ligne). Sur les quatre minutes consacrées à cet entraînement, trois ont été utilisées pour transmettre les énoncés et une pour la production des réponses. Cela confirme, si besoin était, la nécessité du temps supplémentaire octroyé à l’élève non-voyant (tiers temps).

	Durée : 3 min							*Tiers temps : + 1 min*		
N° de l’item	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
Énoncé (à l’oral)	55’’2	9’’1	38’’7	12’’2	5’’3	22’’	22’’9	13’’8	5’’8	4’’1
Réponse (à l’écrit)	6’’21	12’’3	7’’1	2’’6	3’’7	8’’5	8’’3	7’’6	7’’6	10’’2

Tableau 2. Temps de réalisation du sujet d’entraînement

Selon toute attente, l’accès aux énoncés des items avec une représentation graphique (figure 8, items 11, 13 et 16) s’est révélé plus difficile (durée de transmission de plus de vingt secondes, cf. tableau 2 en jaune). La durée importante consacrée à la lecture de l’item 17, elle, est due en grande partie aux perturbations engendrées par le signal de fin des trois minutes accordées à la classe, qui a eu lieu à ce moment-là. Nous avons analysé la transmission de l’item 11 consistant à déterminer l’abscisse d’un point placé sur une droite numérique dans Petitfour (2023) et renvoyons le lecteur à cet article pour prendre connaissance de cette étude. Nous développons dans la partie suivante l’analyse de la transmission de l’ite 13.

3.3 Adaptations de l’item 13

Nous démarrons cette partie par une analyse préalable de l’item 13 du document-élève (figure 9). Nous étudions ensuite la transmission de cet item à Éloi, tel que réalisé par l’AESH (accès adapté *via* un tiers), puis tel que réalisé par l’enseignante (accès adapté prévu et accès direct lors du temps de correction collective).

Quelle est la fraction de la figure
qui est grisée ?

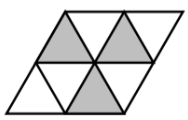


Figure 9. Item 13 extrait du document-élève (annexe 1)

Analyse préalable de l'item 13

L'item 13 est composé de la question « Quelle est la fraction de la figure qui est grisée ? », associée à une figure partagée en sous-figures dont certaines sont grisées. Parmi les différents aspects du concept de fraction relatés par Guille-Biel Winder (2017) dans son étude des fractions au cycle 3 – partie d'un tout, fraction-mesure, fraction-ratio, fraction-opérateur, fraction-quotient – , l'interprétation de « fraction » en jeu dans l'item 13 est celle, enseignée dès le Cours Moyen, d'une « '*partie d'un tout*' associée à un partage d'un représentant de l'unité en parts égales. » (*ibid*., p. 59)

Le « tout » correspond à la « figure », terme de la question de l'item 13 qui doit être interprété comme la figure qui englobe les sous-figures représentées à l'intérieur. L'analyse visuelle du dessin permet de reconnaître comme figure globale un quadrilatère (polygone à quatre côtés), et plus particulièrement un parallélogramme (que l'on peut reconnaître assez facilement dans sa position prototypique) ou plus spécifiquement encore un losange (les quatre côtés ont même longueur). Identifier la nature de la figure n'est pas utile pour répondre à la question posée.

Cette figure est composée d'un assemblage (sans trou, ni chevauchement) de sous-figures, que l'on peut percevoir de différentes façons, par exemple un hexagone et deux triangles (figure 10a), trois triangles et un losange (figure 10b), quatre losanges (figure 10c), huit triangles (figure 10d), etc. Repérer la décomposition de la figure en les huit triangles égaux (superposables) de la figure 10d et la partie grisée formée de trois tels triangles, permet de répondre immédiatement à la question posée : la partie grisée représente $\frac{3}{8}$ de la figure.

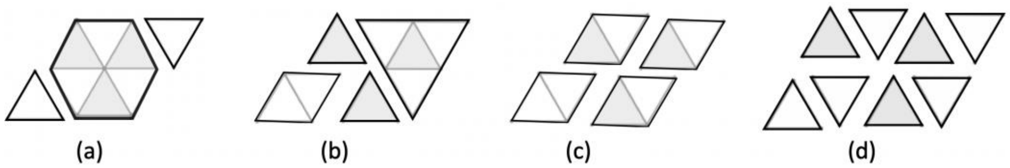


Figure 10. Différentes décompositions de la figure de l'item 13

Nous nous intéressons dans la partie suivante à la description de cette figure par l'AESH à Éloi pour lui transmettre le contenu de l'item 13.

Accès adapté via *l'AESH*

Les interactions entre l'AESH et Éloi lors de la passation de l'item 13 sont présentées dans le tableau 3. Les différentes interventions sont numérotées par des repères de temps, l'origine étant prise au début de la passation de la consigne à la classe par l'enseignante. Les échanges entre l'AESH et Éloi se font à voix basse, pour ne pas perturber le travail individuel des élèves de la classe pendant l'épreuve. Nous avons écrit en caractères gras les mots dits de façon appuyée et mis des points de suspensions pour les courtes pauses faites par l'AESH dans son discours. Ses gestes de pointage avec un crayon, associés à son discours, sont représentés par des dessins du crayon sur la figure.

L'AESH lit tout d'abord la question de l'item 13 (4'06''). Elle se lance ensuite dans une description de la figure en donnant des informations sur les triangles qui composent la figure globale, dont elle ne parle pas en tant que telle. Elle procède méthodiquement pour décrire les sous-figures qu'elle a repérées (4'10 – 4'20'') : dans le sens de lecture d'un texte (de droite à gauche et de haut en bas), et en les énumérant par un pointage avec son crayon. Cette organisation n'est cependant pas explicitée, Éloi n'a pas accès aux gestes réalisés par l'AESH, seule l'indication « je redescends » est donnée (4'20''). Au fur et à mesure, elle nomme les sous-figures (triangles), donne des propriétés qualitatives utiles pour répondre à la question posée (blanc, gris) et des propriétés spatiales qui le sont moins (orientation exprimée par « à l'envers », « normal », en lien avec la position prototypique du triangle appréhendée par les voyants). La description n'indique pas les relations entre les triangles : ils sont superposables et ont des côtés communs.

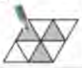
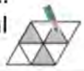
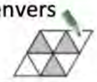
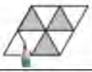
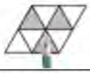
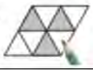
4'06'' **AESH**	Alors, quelle est la fraction de la figure qui est grisée ? Alors je t'explique			
4'10''	Y'a un triangle ... **gris,** 	Y'a un autre à l'envers ...**blanc** 	un autre à l'en... un autre normal ... **gris** 	un autre à l'envers ... **blanc** 
4'20''	Je redescends. Y'a **deux** triangles blancs, 		un grisé, 	et encore un blanc. 
4'38''	Ça veut dire qu'en tout, il y a un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit. Y a huit triangles blancs et y'en a trois grisés. Tu dois te faire une fraction.			
4'38'' **Éloi**	Oui mais c'est dans quel sens ?			
4'39''**AESH**	Ça, on s'en fiche.			
4'41'' **Éloi**	Ah OK  *Saisie en braille* *Affichage à l'écran :* 13. 8/ *puis Éloi efface et réécrit. Nouvel affichage* 13. 3/11			

Tableau 3. Adaptation de l'item 13 par l'AESH

Après ce parcours des triangles un à un, l'AESH les compte pour pouvoir dire combien il y en a en tout, elle commet cependant une erreur en concluant que le nombre trouvé, huit, correspond aux « triangles <u>blancs</u> ». Elle ajoute (par perception visuelle instantanée) qu'il y a « trois grisés ». Ce récapitulatif ne correspond donc pas à la figure de l'item 13.

L'AESH conclut en reformulant la question de l'énoncé par « Tu dois te faire une fraction ». La demande de précision d'Éloi en 4'38'' (« dans quel sens ? ») souligne le fait que la question est incomplète. L'AESH n'apporte pas plus de précisions, estimant sans doute qu'il n'y a qu'une réponse de fraction possible correspondant à la figure qu'elle a décrite. Éloi commence par écrire « 8/ », puis finalement écrit « 3/11 ». Cette fraction correspond au nombre de triangles grisés (trois) sur le nombre total de triangles (onze) qu'il a calculé avec les données transmises (huit blancs et trois grisés).

Accès direct

L'enseignante réalise la correction des items en interaction avec la classe, oralement et en faisant quelque peu usage du tableau. Le tableau 4 présente le moment de correction de l'item 13. La première colonne indique les repères de temps des différentes interventions. La deuxième présente les interactions publiques entre l'enseignante (PROF) et la classe (système didactique principal) et la troisième les interactions privées entre Éloi et l'AESH, qui ont lieu en même temps (système didactique auxiliaire). La lecture en ligne du tableau permet de visualiser les interventions simultanées.

A priori, Éloi a un *accès direct* à la correction menée oralement par l'enseignante. Il n'a cependant pas la figure sous les yeux comme les autres élèves et sa description orale n'est pas donnée. En effet, après avoir lu la question de l'item 13, l'enseignante demande directement aux élèves d'observer la figure, de regarder comment elle est faite (10'08''- 10'11''). Éloi doit donc faire appel à sa mémoire de la description de la figure faite par l'AESH lors de la passation du test six minutes auparavant (cf. tableau3, 4'10'' - 4'38''). Il se souvient de cette description qu'il rappelle à l'AESH (10'11'' - 10'12'') alors qu'ils prennent tous deux conscience qu'elle contenait une erreur. Préoccupé par l'évaluation de sa réponse, Éloi ne va plus porter attention aux explications de l'enseignante. Cette dernière valide la réponse d'un élève interrogé (10'14'' « ça fait trois huitièmes ») en complétant l'explication donnée (10'19'' « y'a trois triangles grisés sur huit ») par l'indication du tout considéré (10' 22'' « y'a trois triangles grisés sur **les** huit **qu'il y a en tout** »). Elle précise ensuite les écritures acceptées en les notant au tableau. Ces écritures, qu'Éloi ne peut voir, ne le concernent pas directement car d'autres règles d'écriture des fractions sont à appliquer en braille. En toute fin de commentaires (10'53''), l'enseignante récapitule : « y'a trois parts sur huit identiques donc trois huitièmes ». Elle évoque ainsi une information restée jusque-là implicite, mais pourtant nécessaire pour trouver la fraction demandée : les huit triangles considérés sont « identiques » (au sens de égaux / superposables). Cette information, non mise en avant dans ce temps de correction collective, peut-être parce que considérée comme transmise de façon évidente par l'image visuelle, n'avait pas été omise dans la description écrite que l'enseignante avait rédigée à attention d'Éloi (figure 11).

	Interactions de l'enseignante avec la classe	Interactions entre l'AESH et Éloi
10'03''	**PROF** : Troisième question. On demande quelle est la fraction de la figure qui est grisée.	
10'08''		**AESH** : Eh pourquoi tu m'as mis onze ?
	On observe la figure,	C'est pour ça, qu'est-ce que je t'ai dit moi ?
10'11''	on regarde comment elle est faite	**Éloi** : Tu m'as dit :
10'12''	et on regarde ce qui est grisé.	« Y'en a **huit** blanches et trois grisées ».
10'14''	**Un élève** : Ça fait trois huitièmes.	
10'16''	**PROF** : Trois huitièmes, pourquoi ?	**AESH** : Ah mais je me suis trompée !
10'17''		En fait dans les huit, y'en avait
10'18''		**Éloi** : Aaah, y'avait huit triangles !
		AESH : Ouais
10'19''	**L'élève** : Parce que y'a trois triangles grisés sur huit.	**Éloi :** Ah ouais OK
10'20''		**AESH** : C'est moi qui me suis mal exprimée, donc là
10'22''	**PROF :** Y'a trois triangles grisés sur les huit triangles qu'il y a en tout, vous êtes d'accord ? Donc la fraction	… zut, c'est pas normal que t'ai faux, parce que c'est moi qui t'ai mal expliqué
10'27''	c'est, on écrit trois huitièmes. *Elle écrit au tableau* $\frac{3}{8}$	**Éloi** : Ben oui
10'30''	Alors vous avez pu l'écrire peut-être trois slash huit *Elle écrit au tableau 3/8*	Soit on met juste soit on met faux
10'35''	Ça l'écriture peu importe on n'a pas encore travaillé la notion de fraction, peu importe comment vous l'avez écrit, y'a trois parts sur huit identiques donc trois huitièmes.	**AESH** : Ben j'ai envie de te dire que c'est moi qui ai fait l'erreur.

Tableau 4. Correction de l'item 13

<u>question 13</u>

Quelle est la fraction de la figure qui est grisée ?

Description de la figure :

c'est un quadrilatère partagé en 8 triangles identiques, 4 sur chaque ligne. Deux triangles sont grisés sur la première ligne et un triangle est grisé sur la deuxième ligne.

Figure 11. Description de la figure de l'item 13 par l'enseignante

3.4 Conclusion de la seconde étude de cas

L'extrait analysé donne l'opportunité de voir la mise en œuvre de différents modes d'accès au contenu d'un même document proposé à une classe et donc d'identifier des leviers et des obstacles à l'accès aux contenus mathématiques pour un élève non-voyant. L'étude confirme les difficultés d'accès à l'écrit et aux représentations visuelles pointées dans la littérature.

Parmi les modes d'accès répertoriés par Castillan, Lemarié et Mojahid (2018), deux sont pertinents pour permettre l'autonomie de l'élève non-voyant, même s'ils nécessitent plus de temps pour la lecture que pour les élèves voyants. Cependant, ils ne sont pas toujours opérationnels comme nous avons pu le constater dans l'extrait de séance étudié. L'*accès adapté* par le transcripteur-adaptateur demande un temps d'anticipation important pour disposer d'un document adapté en braille (pour le texte) et en relief (pour les figures). La contrainte du délai nécessaire pour la production de tels documents, et celle due à l'éloignement entre le CEDV et le collège pour les récupérer, ont une implication forte sur l'organisation pédagogique de la classe. Ces contraintes ne permettent pas un enseignement au plus proche de l'avancée des apprentissages des élèves. L'*accès adapté via* le bloc-notes braille est sans doute efficace pour la transmission d'un texte. Le document numérique est cependant complexe à produire quand il s'agit de convertir en texte des représentations visuelles comme des figures géométriques.

La transmission orale du contenu d'enseignement est ce que nous avons finalement pu observer lors de la séance. Le rôle de l'AESH s'est avéré essentiel pour pallier l'absence des adaptations prévues (sous forme papier ou numérique). Cet *accès* via *un tiers* au contenu d'enseignement permet un ajustement immédiat du discours de la personne qui transmet aux signes de compréhension ou d'incompréhension de l'élève. Comme pour l'*accès direct* (échanges oraux au sein de la classe), le non-verbal, par exemple certains gestes ou écrits au tableau, nécessite d'être transmis, de même que certaines informations des représentations visuelles qui peuvent échapper à la description parce que considérées comme évidentes.

Pour terminer nous soulignons que, quel que soit le mode d'accès, la réalisation des différentes adaptations nécessitent des connaissances mathématiques pour que soient données des informations pertinentes.

IV - COMPARAISON DES DEUX ÉTUDES DE CAS

Pour conclure, nous comparons les deux études de cas réalisées (élèves sourds, élève non-voyant) en dégageant des conditions et contraintes d'accessibilité didactique pour les deux contextes, ainsi que des perspectives pour la formation des enseignants à l'École inclusive.

1 Conditions et contraintes pour les deux contextes

Dans les deux études, nous avons présenté deux systèmes didactiques auxiliaires (interne et externe à la classe) qui ont des fonctions complémentaires et permettent l'accessibilité didactique. Dans la comparaison qui suit, nous revenons sur quatre points : les modalités d'accès aux situations et aux interactions de la classe, les conversions des différentes représentations sémiotiques, le rythme hors et dans la classe, et enfin les adaptations.

Nous avons relevé différentes modalités d'accès aux situations d'enseignement et aux interactions entre enseignant et élèves en classe. Les élèves sourds (non oralisants) n'ont pas d'accès direct au registre oral mais peuvent profiter d'autres registres (LSF, français écrit, graphique, matériel). Ils ont un accès à ce qui se dit par traduction en LSF, mais peuvent suivre les gestes, expressions faciales (et parfois lecture labiale) avec une forte implication corporelle. Toutefois, ils présentent des difficultés plus marquées en français écrit que les autres élèves. Les élèves non-voyants quant à eux n'ont pas d'accès direct aux représentations visuelles. Ils ont un accès aux supports écrits *via* le braille, produits par un transcripteur-adaptateur ou par des outils numériques, un accès direct aux interventions orales et aspects para-verbaux (intonation, accent, pause, intensité, etc.), mais pas à la dimension corporelle « produite » (gestes, postures, expressions du visage).

Dans le cadre d'une scolarisation en classe ordinaire, certaines représentations sémiotiques sont à convertir pour permettre un accès optimal aux situations d'apprentissage. La traduction en LSF de tout ce qui dans le registre oral (français oral) n'est pas seulement une traduction d'une langue à une autre mais implique une traduction d'une situation d'enseignement (ce qui est écrit au tableau, les interactions verbales, les informations précisant certaines consignes, certaines représentations sémiotiques, etc.), qui est nécessairement une situation complexe. D'un côté, il y a une perte d'informations (registre oral), d'un autre des apports conceptuels supplémentaires de la part du traducteur, ce qui peut s'avérer à double tranchant. Des connaissances disciplinaires sont nécessaires pour sélectionner les propriétés pertinentes des représentations à communiquer. De même, l'étude de cas de l'inclusion d'un élève non-voyant en classe ordinaire confirme que la conversion de représentations visuelles en discours ne va pas de soi : des connaissances mathématiques sont aussi nécessaires pour sélectionner les propriétés pertinentes des représentations à communiquer. Notons que la conversion d'une représentation visuelle (dessin, graphique, etc.) en une représentation à explorer par le toucher ou en une description langagière entraîne inévitablement une perte d'informations (appréhension globale). Une attention particulière est à porter sur la transmission du non verbal : expliciter les informations visuelles « évidentes » (ce que l'on montre, ce qui se voit) est indispensable pour les rendre accessibles aux élèves non-voyants et peut être tout aussi utile aux élèves voyants.

Le rythme hors et dans la classe est aussi une contrainte dans les deux contextes. Les élèves sourds doivent rester focalisés sur le traducteur pour suivre ce qu'il traduit en LSF. Ils ne peuvent donc pas regarder en même temps ce que le professeur écrit au tableau ou ce qu'il montre (par exemple le fonctionnement du vélo). Le rythme de la séance n'est pas le même pour les élèves sourds et les autres élèves. D'où plusieurs cycles de désynchronisations durant lesquels le traducteur apporte des informations pour préciser certains éléments de la situation (bulles de compréhension) et de résynchronisations lors desquels la traduction correspond à nouveau à ce qui est en train d'être échangé dans la classe ou du travail individuel. Pour l'élève non-voyant, l'accès au contenu nécessite un temps plus long que pour le reste de la classe, quel que soit le mode d'accès (adapté à l'écrit ou verbalisé). Cela entraine des désynchronisations avec le travail de la classe (usage du tiers temps pendant une évaluation – explicitation d'un énoncé pendant un temps de correction collectif). Par ailleurs un temps long est nécessaire pour obtenir des adaptations en braille du CEDV et cela a un impact sur l'organisation pédagogique de la classe.

Enfin, pour les élèves sourds, dans les séances observées, les adaptations des supports ou du matériel n'ont pas forcément été anticipées. Elles sont construites par le traducteur sur place au détriment parfois des traductions (lorsqu'il s'agit de termes/signes non encore travaillés comme les termes pignon, vitesse d'un vélo). Cette tâche est d'autant plus délicate que les traducteurs ne disposent généralement pas en amont des supports de cours pour réfléchir aux traductions. En outre, une concertation avec l'enseignant, aurait pu permettre l'utilisation dans le SDP de supports accessibles aux élèves sourds. Par exemple, à ce propos, on aurait pu prévoir que l'enseignant présente une vidéo, avec traduction en langue des signes expliquant le fonctionnement du vélo ou qu'il utilise un schéma du vélo avec tous les termes techniques essentiels en laissant le temps nécessaire pour que les élèves sourds puissent le voir et le comprendre (ceci aurait d'ailleurs également pu servir à d'autres élèves de la classe). Mais cette anticipation des adaptations et cette concertation entre enseignant et traducteur se révèlent en pratique difficile à mettre en place. Concernant l'élève non-voyant, la nécessité de prévoir les supports à adapter en braille sur un temps long n'est pas compatible avec un enseignement qui s'ajuste au fur et à mesure aux difficultés et réussites des élèves. En pratique, un travail avec des supports adaptés en braille n'est pas toujours réalisable. Notre étude laisse entrevoir la grande complexité du travail de l'AESH et le rôle déterminant qu'elle joue pour permettre une accessibilité (adapter en situation, sans avoir pu anticiper). Un atout lié à son ancienneté dans l'accompagnement d'Eloi (depuis la maternelle) et à sa présence à temps plein est qu'elle peut s'appuyer sur la mémoire didactique de la classe.

2 Perspectives pour la formation

Cette double étude de cas apporte certains éclairages sur les attentes que l'on peut avoir concernant la formation des acteurs intervenant auprès des élèves en situation de handicap, que ce soit les enseignants, les traducteurs ou les AESH.

Elle souligne tout d'abord l'importance d'exploiter la multimodalité des situations d'enseignement et d'apprentissage, afin que chaque élève puisse s'appuyer sur le système sémiotique qui lui convient le mieux. Cela nécessite d'inclure dans la formation des enseignants une sensibilisation aux apports des différents registres et surtout une réflexion sur le passage d'un registre à l'autre, tout en reconnaissant les pertes, mais également les apports que cette conversion peut entraîner. Dans ce même ordre d'idée, un autre axe de réflexion porte sur la conception de ressources s'appuyant sur l'articulation entre différents systèmes sémiotiques lors de l'explication de concepts mathématiques. C'est la raison pour laquelle le groupe IREM *Maths et élèves BEP* s'est lancé dans l'élaboration de capsules vidéo s'appuyant sur la Langue des Signes Française mais également sur le français écrit et les schémas.

Par ailleurs, les enseignants doivent prendre conscience du fait que les élèves en situation de handicap ont besoin de plus de temps que les autres. Il convient donc de s'interroger sur le rythme imposé dans la classe, rythme habituellement adapté aux possibilités de progression d'un élève moyen mais qui s'avère souvent trop rapide pour certains et trop lent pour d'autres. Il s'agit là d'un problème professionnel auquel se heurtent tous les enseignants, même s'il s'avère particulièrement criant lors de l'accueil d'élèves en situation de handicap. C'est pourquoi il nécessite une réflexion sur les possibilités de différenciation au sein de la classe et sur la mise en place d'adaptations permettant de respecter le rythme de chacun dans les apprentissages.

Une autre perspective pour la formation serait de réfléchir à l'articulation des différents systèmes didactiques. On pourrait par exemple articuler la formation des enseignants et celles des AESH. Pour que ce soit possible, il faudrait bien sûr que les AESH aient un nombre d'heures de formation plus important qu'actuellement et qu'enseignants et AESH aient des temps de concertation possibles sur leur temps de travail. Ce temps pourrait permettre alors d'envisager des adaptations rendant au mieux accessibles les situations d'enseignement. À ce propos, nous finissons notre texte avec une parole d'Emi Matsuoka :

> *Repenser les moyens et conditions stimulant la collaboration entre les professionnels de l'Éducation nationale et de l'Éducation spécialisée afin de mieux répondre aux besoins des élèves : former des acteurs du champ éducatif « ordinaire » aux différents handicaps et aux divers besoins éducatifs particuliers, former les professionnels du milieu spécialisé à la culture de l'Éducation nationale, former conjointement ces divers professionnels à l'apprentissage de travailler ensemble pour qu'ils mutualisent leurs compétences réciproques (partenariat) ; afin que la scolarisation de l'élève handicapé soit effectivement inclusive et non pas une mise en situation d'inégalité et de vulnérabilité*. (Matsuoka et Lavigne 2015, n.p.).

V - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T., Perez, J.-M., Suau, G., Tambone, J. et Verillon, A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : une étude de cas. *Recherches en didactique des mathématiques*, *34*(1), 33-57.

Assude, T., Millon-Fauré, K., Koudogbo, J., Morin, M.-P., Tambone, J. et Theis, L. (2016). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en didactique des mathématiques*, *36*(2), 33 – 57.

Assude, T., Millon-Fauré, K., et Tambone, J. (2018). Questionnements autour de la synchronisation dans l'enseignement des mathématiques à des élèves sourds. *Actes du colloque international Espace Mathématique Francophone 2018*. Paris : Gennevilliers.

Arzarello, F. (2019). Analyse des processus d'apprentissage en mathématiques avec des outils sémiotiques : la covariation instrumentée. Dans T. Barrier et C. Chambris (éds.), *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2017*, (6 – 25). ARDM, Paris.

Blatto-Vallee G., Kelly R.R., Gaustad M.G., Porter J., et Fonzi, J. (2007). Visual-spatial representation in mathematical problem solving by deaf and hearing students. *Journal of deaf studies and deaf education,* 12. 4, 432-448.

Bonnet, M., Mangeret, T., et Nowak, M. (2010). *Mathématiques et surdité – L'accueil des enfants sourds et malentendants en classe ordinaire ou spécialisée*. Lyon : CRDP de l'académie de Lyon.

Castillan, L., Lemarié, J. et Mojahid, M. (2018). Numérique, handicap visuel et accessibilité des apprentissages. Contenus pédagogiques numériques : quelle accessibilité pour les élèves présentant une déficience visuelle ? *Éducation & Formation*, *e-311*, 90 – 102.

Courtin, C. (2002). Le développement de la conceptualisation chez l'enfant sourd, *La nouvelle revue de l'AIS*, *17*, 19 – 33.

Duquesne, F. (2002). *Apprendre à raisonner en mathématiques à l'école et au collège.* Suresnes : Éditions du CNEFEI.

Duquesne, F. (2005). Les apprentissages mathématiques dans une éducation bilingue LSF/Français. *La nouvelle revue de l'AIS*- Hors-série, 119 – 128.

Duval, R. (2018). Figures et visualisation géométrique : « voir » en géométrie. Dans J. Baillé et L. Lima (éds.) *Du mot au concept. Figure* (147 – 182). Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.

Feuilladieu, S., et Tambone, J. (2021). Scolariser des jeunes sourds, à l'épreuve de la transformation des routines d'enseignement. Dans G. Pelgrims, T. Assude, et J-M. Perez (éds), *Transitions et transformations sur les chemins de l'éducation inclusive* (43 – 59). Bienne : Edition SZH/CSPS.

Feuilladieu, S., Assude, T., Tambone, J. et Millon-Fauré, K. (2021). Être scolarisé dans un parcours bilingue langue des signes française-français écrit : ce qu'en disent les élèves sourds et entendants. *Alter, European Journal of disability research*, *15*(3), 203 – 215.

Guille-Biel Winder, C. (2017). Un jeu sur les fractions. *Petit x*, 103, 57 – 82.

Healy, L., Ali Fernandes, S.H.A., et Bolite Frant, J. (2013). Designing tasks for a more inclusive school mathematics. Dans C. Margolinas (éd.), *Task Design in Mathematics Education. Proceedings of ICMI Study 22* (61 – 68). Oxford.

Houdement, C. et Petitfour, É. (2018). Malentendu sémiotique dans l'enseignement spécialisé. *Actes du 44e colloque COPIRELEM* (79 – 96). ARPEME.

Houdement, C. et Petitfour, É. (2020). Comprendre des signes qui rendent compte de la numérosité. *Actes du 46e colloque COPIRELEM* (81 – 95). HEP de Vaud.

Kelly, R. (2008). Deaf learners and mathematical problem solving. Dans M. Marschark et P.C. Hauser (éds.), *Deaf cognition, foundations, and outcomes* (226 – 249). New York, Oxford university press.

Kritzer, K. (2009). Barely started and already left behind: A descriptive analysis of the mathematics ability demonstrated by young deaf children. *Journal of deaf studies and deaf education*, *14*(4), 409 – 421.

Leybaert, J. (2006). L'évaluation des habilités numériques chez les enfants atteints de surdité. Dans C. Hage, B. Charlier et J. Leybaert (éds.), *Compétences cognitives, linguistiques et sociales de l'enfant sourd* (223 – 246). Bruxelles : Mardaga.

Lewi-Dumont, N. (2015). Des besoins particuliers des élèves aux besoins de formation des professionnels : l'exemple de la déficience visuelle. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, 70 – 71, 149 – 164.

Marschark, M. et Spencer, P. (2010). The Promises (?) of the Deaf Education: From research to practice and back again. Dans M. Marschark et P. E. Spencer (éds.), *The Oxford handbook of deaf studies, language and education, Vol. 2* (1 – 16). New York: Oxford university press.

Matsuoka, E. et Lavigne, C. (2015). *La scolarisation d'une élève sourde en milieu ordinaire : être témoin, chercheur et acteur (ressource en ligne),* url : https://adepeda35.jimdofree.com/actualités/témoignages/témoignage-d-une-élève-sourde-scolarisée-en-milieu-ordinaire/

Millon-Fauré, K. (2021). *Étude de systèmes didactiques en difficulté : réflexions sur les conditions d'accessibilité didactique aux savoirs mathématiques*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger les recherches. Université d'Aix-Marseille.

Millon-Fauré, K., Assude, T., Feuilladieu, S. et Tambone, J. (2023). La scolarisation des élèves sourds : qu'en disent les élèves et les parents ? *La nouvelle revue - Éducation et société inclusives*, *97*, 73-88.

Ministère de l'Éducation Nationale (2021). *La scolarisation des élèves sourds en France – État des lieux et recommandations.* Conseil scientifique de l'Éducation Nationale. (ressource en ligne), url : https://www.reseau-canope.fr/fileadmin/user_upload/Projets/conseil_scientifique_education_nationale/WEB_La_scolarisation_des_eleves_sourds_en_France.pdf

Mousley, K. et Kelly, R. (1998). Problem-solving strategies for teaching mathematics to deaf students. *American annals of the deaf, 143*(4), 325 – 336.

Nunes, T. (2004). *Teaching mathematics to deaf children.* Londres : Whurr.

Pagliaro C. (2010). Mathematics instruction and learning of deaf and hard-of-hearing students: What do we know? Where do we go?. Dans M. Marschark et P. E. Spencer (éds.), *The Oxford handbook of deaf studies, language and education, Vol. 2* (156 – 171). New York: Oxford university press.

Petitfour, É. (2020). Study of the support provided to visually impaired student included in mainstream classroom. *14th International Congress on Mathematical Education*, Shanghai, Chine. (ressource en ligne), url: https://hal.science/hal-03586526.

Petitfour, É. et Houdement, C. (2022). Des effets didactiques de microphénomènes sémiotiques en mathématiques. Dans C. Hache, C. Houdement et C. de Hosson (éds.), *Approches sémiotiques en didactique des sciences* (209 – 244). ISTE SCIENCES, Collection Innovation en sciences de l'éducation.

Petitfour, É. (2023). Regard sémiotique sur l'inclusion d'un élève non-voyant en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, *43*(1), 87 – 127.

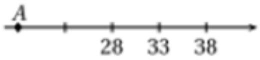
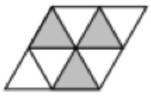
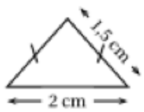
Roux, M-O. (2013). Surdité et enseignement des mathématiques, quelles médiations ? *Liaisons*, *28*, 20 – 23.

Roux, M-O. (2014). Surdité et difficultés d'apprentissage en mathématiques, état des lieux et problématiques actuelles. *Bulletin de psychologie*, *532*, 295-307.

Sensevy, G., Mercier, A. et Schubauer-Leoni, M.-L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. À propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, *20*(3), 263-304.

ANNEXE 1

Entrainement la course aux nombres en 6ème sujet 2016 (2/3) à réaliser en 3 minutes

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
11)	Quelle est l'abscisse du point A ? 		
12)	2,3 km	……… m	
13)	Quelle est la fraction de la figure qui est grisée ? 		
14)	Écriture décimale de $3+\frac{7}{10}+\frac{9}{1\,000}$		
15)	50% de 110		
16)	 Le périmètre de ce triangle est égal à	………… cm	
17)	Yacine mesure 1,52 m. Il mesure 13 cm de plus que Pierre. **Quelle est la taille de Pierre ?**	………… m	
18)	Dans 420 combien de fois 60 ?		
19)	Compléter	6,1 + ………… = 10	
20)	$25 \times 17 \times 4$		

ESQUISSE D'UNE PROBLÉMATIQUE POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN CONTEXTE D'ÉDUCATION INCLUSIVE ET PROPOSITIONS DIDACTIQUES

Jacinthe GIROUX
Professeure associée, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Giroux.jacinthe@uqam.ca

Résumé
Le texte est organisé, selon la structure de la conférence, en deux temps. S'appuyant sur des études dans le domaine, il éclaire d'abord la genèse de l'éducation inclusive et ses principes de justice sociale, tout en veillant à identifier des enjeux parfois occultés qui la caractérisent. Ce premier moment de problématisation permet de cibler des questions vives qui traversent le paradigme inclusif et la didactique des mathématiques, notamment sur les processus de catégorisation des élèves. La deuxième partie du texte s'appuie sur un projet mené avec la collaboration du milieu scolaire sur l'évaluation des connaissances mathématiques d'élèves en difficulté scolaire. Si ce projet n'a pas été conçu pour implanter une approche d'éducation inclusive, les enseignements que nous en tirons permettent d'apporter un éclairage didactique aux défis posés par l'éducation inclusive auprès d'élèves en difficulté scolaire en mathématiques et de formuler des propositions didactiques pour les relever. L'approche développée cible, d'une part, une meilleure intégration de l'évaluation et de l'intervention et, d'autre part, le développement d'une culture didactique commune pour intensifier la communication et la collaboration des enseignants, parents et intervenants qui gravitent autour des élèves en fragilité scolaire.

I - INTRODUCTION

Au début des années 2000, j'ai eu à développer une séquence de cours, pour un total de 135 heures, en didactique des mathématiques spécialisée dans le cadre d'un programme de formation continue de second cycle universitaire en orthopédagogie (évaluation et intervention auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage)[1]. Cette séquence devant comporter un important volet sur l'évaluation des connaissances mathématiques d'élèves de l'ordre primaire, il m'a paru essentiel de la fonder sur une lecture critique de la problématique de l'échec scolaire, en particulier, sur la question de la prégnance de l'approche médicale ou déficitaire des difficultés scolaires.

Le Conseil supérieur de l'éducation du Québec[2] s'inquiétait en 2017 que :

> *Faute de ressources suffisantes au sein du réseau de l'éducation, on assiste au développement d'un « marché » des difficultés scolaires, non seulement pour l'établissement du diagnostic, mais aussi pour l'offre des séances de remédiation qui s'ensuivent.* (CSÉ, 2017, p. 3)

---

[1] Il s'agit d'un programme de maitrise de l'Université du Québec à Montréal. Chaque cours de ce programme comprend 45 heures de formation, ce qui fait 135 heures pour la séquence de trois cours.

[2] Le Conseil supérieur de l'éducation est un organisme indépendant de l'état québécois qui formule des avis au ministre de l'Éducation sur des enjeux actuels et sensibles de l'éducation. Il est un des piliers de la création du ministère de l'Éducation du Québec en 1964. Le 7 décembre 2023, le dossier de l'école obligatoire lui a été retiré, ce qui a suscité de vifs débats sociaux.

Ce constat est d'autant plus préoccupant que le CSÉ prône l'abandon d'une approche médicale et catégorielle depuis plus de 20 ans. C'est dans cette perspective que j'ai engagé une réflexion sur l'approche et les moyens didactiques à développer pour que les orthopédagogues (enseignants spécialisés) se réapproprient l'expertise de l'évaluation et de l'enseignement en mathématiques au primaire. Ce travail réflexif a abouti au développement d'une approche orthopédagogique qui a, par ailleurs, fait l'objet d'un projet de recherche[3] en partenariat avec le milieu scolaire[4]. Bien que ce projet n'ait pas été conçu pour implanter une approche inclusive, les collaborateurs issus du milieu scolaire ont jugé qu'il s'inscrivait dans le paradigme de l'éducation inclusive. C'est la raison pour laquelle j'ai accepté l'invitation de la COPIRELEM à présenter une conférence sur cette thématique. Ce texte, prenant appui sur la conférence, comprend deux grandes parties. La première présente, sur la base d'études dans le domaine, le paradigme de l'éducation inclusive ainsi que des perspectives critiques sur ses orientations et les propositions pédagogiques qui en découlent. À l'issue de cette première partie, quelques éléments de réponse aux questions soulevées par ce paradigme sont discutés.

En deuxième partie, des propositions didactiques tirées du projet de recherche sont formulées. Les fondements de l'approche d'investigation des connaissances, au regard des défis posés par l'évaluation/intervention en mathématiques auprès d'élèves en difficulté scolaire, sont d'abord présentés. Ensuite, la structure des instruments d'investigation est exposée suivie d'une brève illustration de leur fonctionnement sur le thème des rationnels. Enfin, des retombées du projet sur le développement d'un répertoire d'objets didactiques communs qui favorise une action concertée auprès des élèves sont discutées.

II - PREMIÈRE PARTIE : L'ÉDUCATION INCLUSIVE

L'inclusion est un enjeu d'actualité dans plusieurs sphères de la société que ce soit l'architecture, le secteur des ressources humaines, le milieu culturel, etc. Selon l'UNESCO (2006), l'éducation inclusive est une éducation pour tous, quelles que soient les caractéristiques des individus. L'accès à la participation sociale et citoyenne est donc au fondement du paradigme inclusif.

1 Le paradigme de l'éducation inclusive

Présente dans la plupart des réformes des systèmes éducatifs d'Europe francophone et d'Amérique du Nord, il ne s'agit plus, avec l'éducation inclusive, d'intégrer ou d'inclure des élèves qui ont des besoins particuliers en classe ordinaire, au cas par cas, mais plutôt de répondre aux besoins de chacun quels que soient ses capacités. C'est ce qui est visé par la participation sociale et citoyenne, notamment par le concept d'accessibilité (Ramel et Vienneau, 2016) auquel on peut rattacher celui d'accessibilité au savoir (Assude, Perez, Suau et Tambone, 2015). Le défi à relever consiste donc à penser les adaptations globalement tout en cherchant à répondre à des besoins communs, plutôt que d'envisager les adaptations à la pièce, en fonction du profil de chaque élève (CSÉ, 2017).Le paradigme d'éducation inclusive est assez large et ses fondements peuvent être aussi distendus que la sociopolitique, les pratiques efficaces appuyées de données probantes (Bonvin et al., 2013) ou encore les neurosciences[5].

[3] Avec la collaboration précieuse d'Oumama Ghailane, coordonnatrice de recherche et des collègues chercheures, Anik Ste-Marie, Virginie Houle et Raquel Barrera. Ce projet a été subventionné par le programme *Actions concertées* du *Fonds de recherche du Québec – Science et Culture (2016-2019).*

[4]Le projet a été réalisé avec la collaboration de quatorze conseillers et conseillères pédagogiques et vingt-et-un orthopédagogues dans le cadre d'un partenariat avec sept centres de services scolaires des régions de Laval, Laurentides et Lanaudière du Québec.

[5] On peut consulter, à ce propos, la page du comité *Équité, diversité et inclusion* de l'Association canadienne des neurosciences : https://can-acn.org/fr/equite-diversite-et-inclusion-en-neuroscience/

Si le caractère polysémique de l'éducation inclusive est important, on peut toutefois admettre qu'elle poursuit deux grandes finalités. La première est l'équité et la seconde, la transformation sociale pour y parvenir (Bauer et Borri-Anadon, 2021; Potvin, 2018).

Des modifications institutionnelles importantes pour atteindre l'équité en matière d'éducation sont ciblées par les tenants de l'éducation inclusive. Il s'agirait de transformer les établissements scolaires pour en faire des communautés ouvertes à une plus grande participation des acteurs sociaux. On pense, par exemple, à l'accès à une école de quartier considérée comme le lieu de scolarisation le plus adéquat au regard des finalités de l'éducation inclusive (Chatenoud et al., 2018). Le rapprochement des institutions scolaires avec les communautés est primordial dans la mesure où les grands principes universels d'inclusion et de respect de la diversité ne peuvent s'appliquer sans considérer les spécificités culturelles des communautés. L'exemple qui s'impose au Québec est celui de l'intégration de savoirs traditionnels des peuples autochtones dans le programme scolaire. Au Nunavik[6], la couture des habits, la chasse et la pêche sont maintenant des savoirs ancestraux enseignés aux élèves. Cette intégration connait des succès mitigés au regard de l'assiduité et de la persévérance scolaire ; le modèle scolaire du *Sud* étant plus ou moins adapté à l'organisation culturelle, sociale et économique des communautés nunavikoises.

L'éducation inclusive appelle des ruptures avec la culture scolaire dominante. Selon Fortier, Noël, Ramel et Bergeron (2018), l'éducation inclusive ne peut advenir qu'au prix d'un changement de paradigme commandé par les transformations suivantes :

- le passage d'une perspective individuelle à une perspective communautaire ;
- l'engagement des communautés éducatives dans un processus réflexif et transformationnel ;
- l'abandon d'une conception médicale au profit d'une approche plus globale ;
- la dénormalisation au regard notamment du curriculum tout en maintenant des exigences élevées.

1.1 Le chemin de l'éducation inclusive au Québec

Au Québec, le paradigme de *l'éducation pour tous* ne s'est posé qu'en 1960 lors de la démocratisation de l'éducation. La thématique de la réussite pour tous a émergé dans les années 1970, notamment avec le lancement de programmes visant à compenser les déficits culturels d'enfants de milieux dits défavorisés[7]. Dans le processus de démocratisation de l'enseignement, la création de la catégorie d'élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage (EHDAA) a permis l'intégration des élèves des écoles spécialisées privées dans le système public. Un ensemble de dispositifs scolaires a été mis en œuvre pour les accueillir (création de classes spéciales, soutien individuel ou en sous-groupe, formation universitaire spécialisée, etc.). Les savoirs scientifiques issus de la psychologie et de la médecine ont servi d'assises à la création de ces dispositifs (Gonçalves et Lessard, 2014). Les savoirs scientifiques développés dans le champ de l'éducation, au cours des cinquante dernières années, donnent maintenant accès à des dispositifs spécifiques aux missions de socialisation et d'instruction de l'école publique pour les élèves en posture de fragilité scolaire.

---

[6] Le Nunavik, territoire québécois situé au-delà du 55e parallèle nord, est peuplé continuellement depuis 4000 ans. Le territoire québécois sous le 48e parallèle nord, grosso modo, est désigné « Le Sud » par les habitants du Nord-du-Québec. Ce territoire, plus particulièrement les basses terres du Saint-Laurent, est majoritairement occupé depuis 400 ans par des allochtones.

[7] Pour inscrire cette information dans l'histoire de l'éducation au Québec, je me permets de rappeler qu'en 1829, le mouvement politique des Patriotes, inspiré par le courant de pensée des Lumières, a adopté un système scolaire d'écoles publiques et laïques. En 1836, le régime colonial anglais a aboli ce réseau conduisant à la fermeture de 70% des 1462 écoles existantes. En 1839, les chefs patriotes seront pendus. Il faudra attendre 125 ans pour recréer un système scolaire public; le ministère de l'Éducation du Québec n'a en effet été créé qu'en 1964.

Puisqu'ils sont régulièrement confondus, nous rappelons brièvement les principales caractéristiques des trois concepts qui ont jalonné la politique d'adaptation scolaire au cours des vingt dernières années. Le premier concept est celui **d'intégration scolaire**. En situation d'intégration**,** l'élève ayant des besoins particuliers est intégré à la classe ordinaire, mais doit cependant s'y adapter. L'intérêt pour la question de l'exclusion et des inégalités vécues par les élèves marginalisés s'est ensuite développé et conduit aux situations **d'inclusion scolaire**; dans ce cas, c'est l'école qui s'adapte à l'élève ayant des besoins particuliers pour que celui-ci puisse participer pleinement aux activités d'apprentissage au sein de la classe ordinaire. Cette inclusion peut être à temps partiel ou à temps plein (Cherel et Giroux, 2002). Plus récemment, les processus de catégorisation sociale et d'étiquetage des élèves comme construction sociale ont été un objet de préoccupation et ont donné lieu au discours inclusif. Dans les situations **d'éducation inclusive**, l'école vise, *a priori*, à s'adapter à la diversité des élèves en cherchant à lever les obstacles, qu'ils soient intentionnels ou non, pouvant nuire à la participation et à la contribution de chaque élève (CSÉ, 2017).

La pédagogie universelle vise à offrir des principes pédagogiques qui encadrent les pratiques d'éducation inclusive. Inspirée par la conception universelle d'espaces physiques avec l'accessibilité comme principe central (rampe d'accès, par exemple), cette pédagogie a émergé pour répondre à l'exigence d'enseigner à une importante diversité de personnes tout en maintenant des standards d'éducation élevés. Selon Desmarais et Flanagan (2023), l'expression « pédagogie universelle » permet de mieux tenir compte de la notion de pédagogie pour tous et d'universalité d'accès à l'apprentissage que *l'Universal Design for Learning*, courant pédagogique duquel elle est issue. La pédagogie universelle a donc comme spécificité la prise en compte des différences de tous les élèves dans une perspective de dénormalisation selon une approche qui peut être ajustée selon les besoins de l'individu. Cette pédagogie s'appuie sur trois principes selon Bergeron, Rousseau et Leclerc (2011) :

1) recourir à plus d'une méthode de présentation de l'information et de concepts ;
2) offrir des voies alternatives de participation et des chemins différents pour s'engager dans la tâche ;
3) favoriser une variété de moyens d'expression faisant appel aux habiletés et aux intérêts de l'élève.

Une lecture didactique de ces principes peut soulever un certain scepticisme. À titre d'exemple, considérons le cas du recours au matériel de manipulation visant à soutenir les élèves en difficulté. C'est une mesure largement utilisée, comme nous avons pu le constater, par les orthopédagogues. Le fait de recourir ou de modifier un matériel est nécessairement une modification de la situation d'enseignement dont l'effet sur l'enjeu de savoir est souvent mal évalué. Toute modification du matériel doit être envisagée en considérant la fonction du matériel dans la logique didactique de la situation (est-ce un matériel visant l'exploration ? La communication ? Ou encore la validation ?). Si cette vigilance apparait comme une évidence pour les chercheurs en didactique, elle pénètre peu le milieu scolaire québécois où l'idée de *manipuler pour rendre concrets les savoirs mathématiques et faciliter la compréhension,* sans égard pour la fonction didactique du matériel, est tenace. Le recours au matériel fait pourtant partie des propositions de la pédagogie universelle comme moyen de varier la présentation, en particulier, pour répondre aux besoins spécifiques de certains élèves[8]. Les intentions de la pédagogie universelle sont sans aucun doute louables. Les applications concrètes qu'elle propose doivent cependant faire l'objet d'un examen attentif puisque, comme toutes propositions pédagogiques générales, elles peuvent tendre à oblitérer les considérations didactiques nécessaires au projet de transmission de savoirs, au cœur de la mission scolaire.

[8] https://acelf.ca/francophonie/la-pedagogie-universelle-enseigner-selon-les-besoins-des-eleves/

1.2 Inclusion et éducation mathématique dans l'espace anglo-saxon

Cette section s'attarde sur la relation entre inclusion et éducation mathématique dans l'espace anglo-saxon. La recension publiée en 2019 par Roos est très instructive à ce propos. Cette chercheure s'est concentrée sur les définitions et les rôles de l'inclusion dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Une méthodologie d'analyse du discours a été utilisée pour analyser soixante-seize études publiées entre 2010 et 2016. Elle distingue les études qui portent sur l'inclusion des mathématiques dans la société de celles portant sur l'inclusion des mathématiques dans les classes.

Les résultats montrent que le terme *inclusion* désigne à la fois une idéologie et une pédagogie et que ces deux usages sont le plus souvent traités indépendamment l'un de l'autre. Lorsque la notion d'inclusion est utilisée comme idéologie, le discours le plus répandu concerne l'équité dans l'enseignement des mathématiques ; lorsqu'il est utilisé comme mode d'enseignement, le discours le plus développé porte sur les interventions pédagogiques pour susciter l'engagement mathématique. Selon l'auteure, *être inclus* peut ainsi être vu comme un processus de participation. Si peu d'études sur les interventions ont été répertoriées, elles suggèrent cependant la mise en œuvre de stratégies de bonification d'interactions, que ce soit entre pairs ou directement avec les contenus, notamment par la résolution de problèmes. Il est également proposé que soient mises en place des stratégies pédagogiques qui stimulent la participation des groupes vulnérables. En conclusion, la participation de tous les élèves est considérée comme une occasion de rendre l'enseignement des mathématiques inclusif.

Cette recension ne doit pas faire écran au fait que l'approche catégorielle et déficitaire[9] est particulièrement présente dans la tradition anglo-saxonne. L'article intitulé *Mathematical Learnig difficulties sub-types classification*, paru en 2014, connait un succès certain avec plus de 5500 téléchargements de sa version électronique (Karagiannaki, Baccaglini-Grank et Papadatos, 2014). Il est une illustration puissante de ce courant de recherches en proposant une classification des troubles en mathématiques selon qu'ils se rapportent au nombre, à la mémoire, au raisonnement ou encore au traitement visuo-spatial. Pour chacune de ces sous-catégories, sont précisés les systèmes cognitifs déficitaires et les difficultés mathématiques associées (voir annexe 1). Par exemple, si les difficultés se rapportent au nombre, les systèmes déficitaires seraient la représentation et l'encodage numérique, alors que les manifestations des difficultés s'observeraient notamment dans le passage d'une représentation numérique à une autre, dans l'estimation ou encore dans le repérage d'un nombre sur une droite numérique.

Deux discours contrastés se déploient donc actuellement au regard des difficultés scolaires. D'un côté, les études visant à spécifier les déficits cognitifs à l'origine des difficultés se multiplient et alimentent une perspective déficitaire des difficulté scolaires en formation initiale et continue des enseignants. De l'autre côté, c'est le discours sur l'inclusion et la diversité qui est relayé en formation et en milieu scolaire. Les tenants de ce dernier discours appellent des transformations sociales et scolaires afin de mieux répondre aux besoins de tous les élèves. Ils visent également une transformation des représentations des acteurs scolaires au regard des difficultés (Fortier, Noël, Ramel et Bergeron, 2018).

2 Perspectives critiques sur l'éducation inclusive

Les approches déficitaires s'opposent-elles nécessairement au paradigme de l'éducation inclusive ? On pourrait imaginer un cas de figure où, d'une part, sont identifiés très spécifiquement les déficits à l'origine des difficultés scolaires d'un élève et que, d'autre part, des mesures soient prises pour que cet élève participe avec sa *différence* pleinement à la vie de classe.

---

[9] Cette approche est traitée à la section suivante. Elle repose sur la catégorisation des élèves selon les déficits (intrinsèques) dont ils seraient affectés.

Mais alors, ne faudrait-il pas que soient mises en place des mesures pour répondre aux besoins spécifiques liées à sa *différence* ? Pour lui et pour tous les autres avec leurs différences propres ? Comment penser alors l'enseignement pour tous adapté aux besoins de chacun ? Qu'advient-il de la logique de l'éducation inclusive basée sur la réponse aux besoins d'un ensemble d'élèves et non pas aux cas particuliers ?

La réponse aux besoins des élèves est complexe et les réponses sont développées tantôt partant d'une perspective déficitaire, tantôt d'une perspective inclusive. Les discours critiques développés par un certain nombre de chercheurs en éducation sur la logique de l'éducation inclusive permettent de repérer certains de ses pièges. Un pas de recul pour considérer dans une perspective plus large (macro) les principes et orientations pédagogiques liées à l'inclusion est, pour cela, nécessaire.

2.1 Les marqueurs de la diversité scolaire

À partir d'une perspective critique et intersectionnelle, Bauer et Borri-Anadon (2021) se sont inspirées du carré dialectique de la différence culturelle de Ogay et Edelman (2011) pour créer le carré des marqueurs de la diversité dans la perspective de justice poursuivie par l'éducation inclusive. Le schéma de ces marqueurs est reproduit à la figure 1.

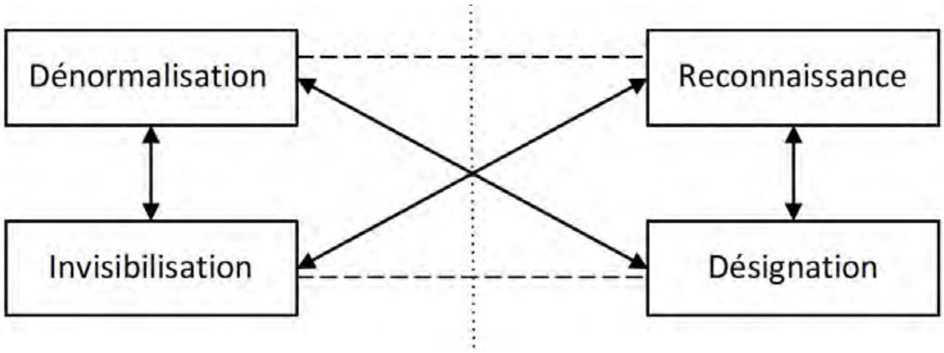


Figure 1. Le carré des marqueurs de la diversité scolaire de Bauer et Borri-Anadon (2021, p. 49)

La lecture verticale du schéma permet de mettre en évidence les enjeux relatifs à la visibilité/invisibilité des marqueurs. Sur la droite, on retrouve la tension relative à leur visibilité entre reconnaissance et désignation. Ce sont des marqueurs que la sociologie a déjà bien identifiés. Quand une différence est nommée, désignée, elle devient un fait social et elle est mobilisée par ceux qui s'y identifient. Cela ouvre donc sur une reconnaissance de la différence. À gauche, le carré identifie les marqueurs invisibles qui y sont associés, entre dénormalisation et invisibilisation. Le pôle dénormalisation marque le fait de vivre pleinement avec une différence. En éducation, l'ensemble conceptuel regroupant – diversité, besoins et pédagogie universelle – en est la manifestation. Le pôle Invisibilisation traduit quant à lui, la création de métacatégories que Frandji et Rochex (2011) désignent comme des catégories « fourre-tout » telles que la catégorie des *besoins particuliers*.

> *(…) les flèches croisées témoignent du fait que la reconnaissance met souvent en lumière une seule facette de l'expérience (par exemple, la situation d'un élève à partir d'un seul marqueur), mais invisibilise du même coup les autres marqueurs la traversant.* (Bauer et Borri Anadon, 2021, p. 51).

Ces flèches témoignent de l'intersectionnalité, autrement dit, de la nécessité d'analyser la situation selon les rapports que les marqueurs entretiennent entre eux (immigration et handicap par exemple). Ce qui me semble digne d'être relevé de cette analyse est que si le paradigme inclusif remet en question l'approche catégorielle, la nouvelle catégorie de public *d'élèves à besoins éducatifs particuliers* incorpore une diversité d'expériences qui se trouveraient invisibilisées. Cette invisibilité peut renforcer en retour une perspective psycho-médicale des *besoins* des élèves si elle ne s'accompagne pas, selon les auteures de l'étude, de modifications profondes dans les représentations des acteurs scolaires et dans l'organisation des services. Si, autrement dit, des transformations socio-scolaires ne sont pas réalisées.

2.2 Les besoins particuliers représentent-ils une catégorie ?

La notion de *besoins particuliers* est une proposition terminologique qui visait au départ à dépasser l'approche médicale (Doré, Wagner et Brunet, 1996). Elle est cependant, pour d'aucuns, un concept de classement social pouvant contribuer à la discrimination (Frandji et Rochex, 2011). Selon Ebersold et Datraux, la notion de *besoins particuliers* a dégagé la condition du handicap de sa dimension corporelle pour inclure « tout élève susceptible de déroger aux normes scolaires ou d'être confronté à l'échec » (op. cit., 2013, p. 107). Elle aurait ainsi donné lieu à la création de ce que Frandji et Rochex (2011) nomment des métacatégories qui, par ricochet, renouent avec une lecture individualisante et essentialiste des difficultés. Ebersold et Datraux (2013) le disent en d'autres termes : le travail éducatif est réduit à une prestation de services et renforce la médicalisation de l'échec scolaire. Cette perspective consommatoire qui confond le besoin éducatif et le besoin de services reflète, selon ces auteurs, la difficulté qu'éprouve une perspective centrée sur le sujet à satisfaire les pédagogies innovantes et à ancrer la scolarisation des élèves à besoin particuliers dans un système coopératif fondé sur une logique d'action commune. C'est ainsi qu'ils proposent une perspective écologique qui entrevoit le besoin éducatif non pas comme intrinsèque à l'élève en difficulté, mais comme mis en partage par chaque acteur (parents, professionnels, élèves). Si la posture de ces chercheurs ne renie pas la reconnaissance de besoins spécifiques à certains élèves, elle se met à distance d'une perspective essentialiste qui attribue la difficulté scolaire strictement aux caractéristiques de l'élève.

2.3 Perspective déficitaire des compétences du corps professionnel enseignant

À la perspective déficitaire des difficultés scolaires s'est substituée une perspective déficitaire des compétences professionnelles (connaissances mathématiques et didactiques, évaluation des élèves, sélection et animation des situations d'enseignement). En didactique des mathématiques, les interactions didactiques ont fait l'objet d'études fines et ont permis de comprendre les dynamiques par lesquelles s'estompe le savoir en situation, particulièrement en contexte d'éducation spécialisée : effets Topaze et Jourdain, morcellement de savoirs, algorithmisation, étirement du temps didactique, cécité didactique, etc. (Roiné, 2009). Cette analyse de la difficulté scolaire en termes de phénomènes contractuels est une manière pour les didacticiens de se détacher des caractéristiques personnelles des élèves pour s'attacher aux conditions d'enseignement. Études à l'appui, les responsabilités et les risques que l'enseignant doit assumer dans sa mission d'enseignement des savoirs, par le biais notamment des processus de dévolution et d'institutionnalisation, sont mieux cernés et intégrés aux dispositifs de formation des enseignants. Une éducation *juste* ne peut, en effet, advenir dans un contexte où les effets de contrat se multiplient parce qu'ils restreignent l'espace de travail mathématique des élèves, la mise à l'essai de leurs connaissances et leur désir de rechercher des solutions[10].

Cependant, même si l'analyse contractuelle est riche en enseignement, elle n'épuise pas la compréhension de la difficulté scolaire en mathématiques. De plus, le traitement et la diffusion des analyses contractuelles participent*, a contrario* de l'effet recherché par les chercheurs, au développement d'une perspective déficitaire des compétences des enseignants. Une telle perspective rend l'enseignant professionnellement et individuellement responsable des résultats de ses élèves. Alderton et Gifford, dans une étude sur l'enseignement des mathématiques aux élèves faibles sont éloquents sur cette question :

> *Nous ne souhaitons pas ajouter à un ensemble déjà important de publications gouvernementales, d'articles de presse et de résultats de recherche qui, comme Hardy (2009, p. 191) a souligné, considèrent les enseignants du primaire comme fautifs, n'ayant pas les connaissances mathématiques nécessaires pour développer des stratégies pédagogiques efficaces. Au lieu de cela, nous espérons souligner comment la politique fonctionne pour encadrer les pratiques discursives en termes de compétence professionnelle*

[10] Ce qui ne veut pas dire que toutes les situations d'enseignement impliquent la résolution de problèmes.

des enseignants, rendant l'enseignant individuellement responsable des résultats des élèves et détournant l'attention de la remise en question du système actuel. (Alderton et Gifford, 2018, p. 58 ; traduction libre).

Pour soutenir l'action enseignante, il importe de rendre visibles et intelligibles les formes d'inégalités scolaires, et surtout de les situer au regard de différentes focales (macro, méso, et micro), afin de mieux saisir les rapports que ces focales entretiennent entre elles. C'est là tout un défi, difficile, mais nécessaire à poursuivre pour aller au-delà des perspectives déficitaires du côté soit de l'élève, soit de l'enseignant (Giroux, 2013a)[11]. Borri-Anadon, Prud'homme, Ouellet et Boisvert (2018) contribuent à éclairer ces rapports en identifiant un déséquilibre entre les finalités d'équité et de transformation sociale associées à l'éducation inclusive dans la formation. Les pratiques de formation à l'enseignement au Québec privilégieraient la finalité d'équité en matière d'éducation inclusive en mettant l'accent par exemple sur des valeurs ou des attitudes qui sont reconnues importantes et centrales dans l'établissement d'une relation pédagogique et interpersonnelle harmonieuse comme la tolérance, l'empathie et la décentration. Ces pratiques privilégient également une individualisation de l'enseignement. La finalité d'équité se trouverait ainsi en tension avec celle de la transformation sociale puisqu'elle conduirait à une approche individualisante peu compatible avec une lecture critique des processus d'identification des publics scolaires jugés vulnérables pourtant nécessaire pour engager le changement social et scolaire.

Cette analyse nous rappelle ce que Frelat-Kahn (2009) nomme le malaise des enseignants. Ce malaise est décrit comme un dilemme découlant d'injonctions paradoxales, en particulier, pour le travail auprès d'élèves désignés en difficulté scolaire. Il faudrait tout à la fois transmettre les valeurs de l'organisation de vie commune, enseigner les savoirs prescrits à l'identique pour tous pour répondre à des principes d'unité, d'égalité et de mérite. Mais, en revanche, il faudrait aussi différencier la pédagogie, prendre en compte les processus cognitifs et les difficultés de chacun, aider l'élève à construire son projet personnel, construire avec les familles et autres instances, un partenariat. Il y aurait donc dilemme entre un projet global d'éducation du citoyen et des considérations plus spécifiques liées à la construction de l'individu. Y a-t-il nécessairement une contradiction entre ces deux injonctions ? On trouve chez Cornu (2004) quelques éléments de réponse à cette question. Selon notre compréhension, la transmission de savoirs permettrait de transcender le dilemme car il ne s'agirait pas de fabriquer un sujet, mais de le faire sujet de la connaissance en éveillant sa curiosité et son esprit et ainsi « l'instituer comme sujet du connaitre » (Cornu, 2004, p. 47). Nous sommes alors au cœur même de la finalité des didactiques.

3 Conclusion de la première partie

Une multiplicité d'enjeux liés à l'éducation inclusive appelle des transformations socio-scolaires qui dépassent largement les compétences des enseignants et des didacticiens et qui, par ailleurs, nécessite des débats locaux et sociaux. Les enseignants n'ont pas à porter le lourd fardeau des transformations scolaires alors que les conditions de leur métier ne leur fournissent pas les moyens de le faire. Mais au terme de cette première partie, nous dégageons tout de même trois questions sensibles sur le rapport entre éducation inclusive et enseignement des mathématiques.

1) Est-ce que les principes de la pédagogie universelle, voire d'une conception universelle de l'apprentissage entrent en contradiction avec ceux destinés à l'enseignement/apprentissage d'un contenu spécifique ?

On ne peut qu'adhérer aux principes d'équité, de démocratisation de l'enseignement dans un contexte où chaque individu se sent accueilli et respecté. Ces principes sont cependant des guides, et les moyens d'action doivent relever des expertises de chacun des secteurs de l'éducation.

[11] Une telle orientation n'empêche par ailleurs en rien l'amélioration des dispositifs de sélection, de formation et d'évaluation des candidats à la profession enseignante.

Ainsi la levée d'obstacles à l'apprentissage comme proposition de la pédagogie universelle est en accord avec les objectifs des didactiques disciplinaires. Mais ce sont à ces dernières que revient la responsabilité d'étudier et de formuler les propositions les plus adéquates. Il me semble nécessaire de réitérer la nécessité d'adopter une posture de vigilance au regard des propositions universelles qui ne prennent pas en compte la spécificité des objets de savoir. À ce propos, Leder et Lubienski précisent qu'« une analyse détaillée des lacunes peut aider les spécialistes de l'enseignement des mathématiques à cibler plus efficacement leurs efforts pour promouvoir l'équité » (op. cit., 2015, p. 37). Autrement dit, le travail didactique doit se poursuivre pour favoriser l'engagement mathématique des élèves et c'est bien ce à quoi, il me semble, se consacrent toutes les formes de diffusion des travaux de la didactique des mathématiques.

2) Est-ce qu'une didactique orientée sur l'aide aux élèves en difficulté scolaire en mathématiques alimente les inégalités et la ségrégation scolaires ?

C'est une question qui n'a pas attendu l'éducation inclusive pour être soulevée. Je l'entends depuis le début de ma formation en enseignement sous une forme ou une autre. C'est une question délicate et importante qui m'a interpellée vivement tout au long de mon carrière universitaire. Je répondrais plutôt par la négative, ne serait-ce que parce que les travaux didactiques réalisés auprès de populations vulnérables, marginalisées ou à risque rendent visible ce qui peut rester invisible ou implicite en classe ordinaire (Lavoie et al., 2013). Mais aussi parce que beaucoup de ces élèves en difficulté, ainsi que leurs enseignants et leurs parents, sont en souffrance scolaire. Même si on considère que les difficultés scolaires relèvent d'une construction sociale, elles n'en sont pas moins vécues, traversées par des sujets qui portent, entre autres choses, le poids de dysfonctionnements soit des classes, soit des systèmes scolaires. En tant que collectivité, nous avons une responsabilité éthique à leur égard. Je partage ici avec d'autres l'idée qu'une prise de distance vis-à-vis du diagnostic médical pour se pencher davantage sur l'analyse des difficultés d'apprentissage en contexte est nécessaire (CSÉ, 2017). Les didactiques disciplinaires ont les outils théoriques et méthodologiques pour le faire.

3) Comment l'enseignant spécialisé peut-il contribuer à la lutte contre une approche catégorielle et médicale de la difficulté scolaire ?

Les enseignants résistent à l'approche catégorielle en s'intéressant notamment aux connaissances des élèves et en favorisant leur engagement mathématique. C'est un point délicat car s'intéresser aux connaissances évoque la posture d'une approche individualisante. L'approche que nous avons tenté de développer vise plutôt à se détacher des caractéristiques attachées aux catégories ou aux diagnostics pour s'intéresser *individuellement* aux élèves référés en orthopédagogie du point de vue de leurs connaissances mathématiques en situation et des moyens pour stimuler leur activité mathématique.

III - DEUXIÈME PARTIE : PROPOSITIONS DIDACTIQUES[12]

Dans cette seconde partie, la perspective habituelle sur l'adaptation de l'enseignement aux besoins spécifiques d'élèves est renversée pour considérer les *besoins* de l'enseignement face aux défis que posent les élèves dont les performances ne sont pas celles attendues. Les propositions didactiques sont issues d'un projet de recherche mené en collaboration avec plus d'une cinquantaine d'orthopédagogues et de conseillers pédagogiques, sur une durée totale de cinq ans, et portant sur l'évaluation/intervention des connaissances mathématiques d'élèves identifiés en difficulté[13].

[12] Nos remerciements à Oumama Ghalaine et Sophie René de Cotret pour leurs lectures attentives de cette section.

[13] Le projet ayant bénéficié du soutien du Fonds de recherche du Québec- Société et Culture (FRQSC), on peut accéder au rapport sur le site suivant : https://frq.gouv.qc.ca/histoire-et-rapport/evaluation-orthopedagogique-en-mathematiques-selon-une-approche-didactique-une-recherche-action/. Ce rapport est formaté par le FRQSC pour favoriser la diffusion des résultats dans les milieux scolaires.

Le projet n'a pas été pensé pour développer des pratiques inclusives. Cependant, si adopter une posture inclusive c'est viser la participation des élèves (Roos, 2019) et donc leur engagement cognitif et mathématique, on peut affirmer que l'approche orthopédagogique de ce projet s'inscrit dans une telle perspective. Elle s'y inscrit aussi en adoptant une posture souple au regard du curriculum, mais exigeante sur les savoirs mathématiques visés par l'enseignement auprès d'élèves en difficulté.

C'est sous le poids de contraintes institutionnelles, caractéristiques d'une approche catégorielle et déficitaire, que le milieu scolaire a sollicité ce projet de recherche en partenariat. L'obligation pour les orthopédagogues de planifier une intervention à la suite d'un diagnostic de dyscalculie, déclaré en cabinet privé par un neuropsychologue, est l'une de ces contraintes. Le contenu de ces rapports est plutôt étranger à la culture scolaire et n'offre d'ailleurs pas de réelle piste pour l'enseignement : « le personnel enseignant est en quelque sorte dépossédé de son rôle d'expert de l'enseignement et de l'apprentissage ; parfois même, des solutions lui sont plus ou moins 'prescrites' » (CSÉ, 2017, p. 25). Les enseignants sont d'autant plus dépossédés que, contrairement au domaine de l'écrit, il n'existe pas en mathématiques, un langage, des objets culturels communs à l'orthopédagogie pour nommer les difficultés scolaires, discuter à leur propos et agir de manière concertée. Ce projet vise donc à répondre aussi à ce besoin professionnel.

Il peut paraitre paradoxal de présenter une démarche orthopédagogique, conduite à l'extérieur de la classe, dans le contexte de l'éducation inclusive. Le soutien orthopédagogique, qu'il soit individuel ou en sous-groupes, est une modalité souvent jugée peu efficace, mais aussi en contradiction avec le paradigme de l'éducation inclusive, pour sa logique d'évaluation/remédiation, ses effets de morcellement du savoir, de dépendance à l'adulte et aussi de stigmatisation (Connac, 2021; Houle, 2016). Devant les difficultés ou échecs des élèves, plusieurs études en didactique des mathématiques montrent en effet que les enseignants prévoient généralement de reprendre l'explication initiale, donner des exercices d'entraînement ou encore, de segmenter le savoir en savoirs plus simples et donc plus fermés (Brousseau, 2007 ; Brousseau et Warfield, 2009 ; Mary, 2003 ; Salin, 2007). Ces types d'intervention sont typiques de ceux répertoriés en adaptation scolaire et connus pour générer un certain nombre d'effets de contrat (Favre, 2015 ; Giroux, 2013a ; Marlot et Thoullec-Théry, 2011) freinant la progression du savoir. Des études didactiques réalisées en contexte orthopédagogique (Houle, 2016 ; Houle et Giroux, 2015, 2017) montrent cependant qu'il est possible de mettre en place des conditions didactiques qui favorisent la progression des élèves en mathématiques. Aussi, dans un article récent, Roos (2023) révèle que des élèves faibles disent préférer le travail mathématique en petits groupes à l'extérieur de la classe parce qu'il leur permettrait, entre autres, un meilleur engagement ainsi qu'une plus grande participation (formulation de questions, échanges sur des éléments spécifiques, etc.). C'est ce que peut permettre le contexte orthopédagogique.

Ainsi, dans cette deuxième section, les *besoins* d'enseignement dont il est question concernent d'abord les dispositifs d'évaluation et d'enseignement aux élèves référés en orthopédagogie pour leurs difficultés. Ensuite, ce sont les effets du projet sur les *besoins* relatifs au développement d'une culture didactique en milieu scolaire pour agir auprès des élèves selon une logique commune qui sont présentés.

1 Articulation de l'évaluation et de l'intervention : une approche d'investigation des connaissances

L'approche didactique développée part du principe que le soutien à apporter aux élèves dits en difficulté, qui comptent parmi les moins favorisés de l'institution scolaire, est spécifique du double point de vue des savoirs (qui relèvent de la dimension didactique) et du profil dynamique des connaissances de l'élève (qui relève de la dimension cognitive des apprentissages).

Le projet se tient ainsi à l'écart d'une approche catégorielle, mais également normative (jugement sur l'écart à la norme)[14]. Le contexte d'évaluation de type question/réponse en mode frontal ainsi que le support papier/crayon favorisent peu l'engagement cognitif de l'élève peu performant et donc la manifestation de ses connaissances. De plus, les instruments d'évaluation à fonction normative, comme le K-Maths (Connoly, 1988), n'offrent pas de pistes pour interpréter les stratégies (connaissances qui se manifestent en action) ou les difficultés des élèves ; ils sont ainsi très peu utiles pour articuler l'évaluation et l'enseignement. Une question sensible pour la didactique, et qui participe à la problématisation de l'évaluation en contexte orthopédagogique, est celle du caractère dynamique des connaissances. Cette question concerne le lien étroit entre connaissances et situations. Si les situations sollicitent et font évoluer les connaissances, en retour, la situation se transforme par les actions réalisées et donc, par les connaissances qui sont mises en œuvre (Conne, 1992). Proposer une tâche, qu'elle soit à visée évaluative ou non, peut donner lieu à une adaptation des connaissances et donc à un *apprentissage*, ce qui témoigne du caractère dynamique de la connaissance. Il est alors intéressant de stimuler les interactions, en relançant l'élève par une modification des valeurs de variables ou en lui proposant une tâche proche[15] (Giroux, 2021), pour voir les adaptations possibles et identifier les conditions sous lesquelles elles opèrent. Cherchant à stimuler les interactions avec la tâche, la frontière s'amenuise alors entre l'évaluation et l'intervention. Nous avons choisi de nommer ce travail d'articulation, l'investigation des connaissances.

1.1 La structure des instruments d'investigation et leurs outils

Pour mettre en place une démarche d'investigation, quatre instruments[16] portant sur des contenus mathématiques différents ont été élaborés. Ces contenus sont : 1. Nombre et structures additives ; 2. Numération de position décimale et positionnelle ; 3. Structures multiplicatives ; 4. Rationnels. Chacun des instruments est construit selon une même structure pour articuler trois documents sur lesquels s'appuie le travail interprétatif de l'orthopédagogue. Ces documents sont en somme les outils de travail de l'orthopédagogue dans sa démarche d'investigation (voir figure 2).

Le premier outil présente les fondements théoriques d'une chronologie d'enjeux à la fois pour l'enseignement et l'apprentissage du contenu mathématique visé. Le mot « enjeu » a été retenu pour l'évocation de ce qui est « en jeu » sur le plan des connaissances dans les interactions didactiques. Il évoque aussi, sur la base de nos données de recherche, les passages particulièrement sensibles dans l'appropriation d'un contenu mathématique pour des élèves en difficulté. Ce modèle, élaboré spécifiquement pour chacun des instruments, a été construit sur la base d'une recension d'écrits scientifiques et intègre des données empiriques issues du projet de recherche[17]. Chacun des enjeux de la chronologie témoigne d'une certaine structuration ou coordination de connaissances et caractérise ainsi ce que les connaissances, selon leur niveau de coordination, permettent ou non de réaliser à un ensemble de tâches. L'hypothèse derrière le modèle est que les connaissances se coordonnent progressivement, tirées en quelque sorte par les exigences des tâches et situations mathématiques auxquelles l'élève est confronté. La coordination des connaissances propre à un même enjeu est cependant une vue théorique. En réalité, un même élève devrait mettre en œuvre des connaissances

[14] Nos remerciements à Jeanne Bilodeau pour ses commentaires constructifs sur cette partie.

[15] Cette idée se rapproche du jeu de tâches de l'équipe DDMES qui a présenté un atelier dans ce congrès sous les soins de Jean-Michel Favre et Céline Vendeira.

[16] L'expression *instrument d'investigation* est préférée à *instrument d'évaluation* pour marquer l'articulation recherchée entre l'évaluation et l'intervention. De plus, à la suite de Bruillard (1998), entre autres, *instrument* est ici considéré plus général et moins concret qu'*outil*.

[17] Environ 80 études de cas ont été analysées et des épreuves écrites, recueillies auprès d'environ 1800 élèves de la 1e à la 6e année, ont fait l'objet d'analyses statistiques descriptives et de quelques analyses implicatives.

qui relèvent de plus d'un enjeu, ce qui est en accord avec le caractère dynamique des connaissances. Les chronologies ne s'inscrivent donc pas dans une perspective strictement développementale et, par conséquent, les enjeux ne sont pas à considérer comme des niveaux, des étapes ou des stades de développement[18]. Aussi, nous considérons que l'apprentissage n'est possible qu'en situation et que les situations d'apprentissage sont mises en œuvre dans le cadre d'un système d'enseignement qui les choisit, les pilote et en évalue les effets. Autrement dit, l'investigation ne porte pas uniquement sur les connaissances de l'élève, mais aussi sur le système d'enseignement (classes, programmes, activités, etc.) dont l'élève est le sujet. C'est là une autre distinction de notre proposition au regard des instruments d'évaluation standardisés et des modèles développementaux.

Le deuxième outil est un répertoire de tâches à partir duquel les entretiens sont menés. Il est composé d'une trentaine de tâches pour chacun des quatre instruments d'investigation. Chaque tâche est décrite du point de vue du savoir en jeu, des caractéristiques de la tâche (consignes, matériel, relances possibles, etc.), de conduites mathématiques possibles (stratégies efficaces ou non, mésinterprétation de la tâche, etc.). Le descriptif inclut également l'identification de tâches parentes à la tâche décrite, au sein du répertoire. Ce lien entre les tâches vise notamment à relancer, s'il y a impasse, un échange ou encore à le prolonger s'il y a progression des connaissances.

Le troisième outil vise à articuler les enjeux d'enseignement/apprentissage aux exigences des tâches du répertoire. Il s'agit en quelque sorte d'un canevas pour interpréter les conduites mathématiques des élèves et les situer au regard de la chronologie des enjeux. Les conduites ne sont donc pas interprétées seulement par tâche ; un travail de croisement d'informations à différentes tâches est donc réalisé pour dégager un profil de connaissances. Ce profil identifie où se situent les coordinations et les décalages de connaissances au regard de la chronologie d'enjeux.

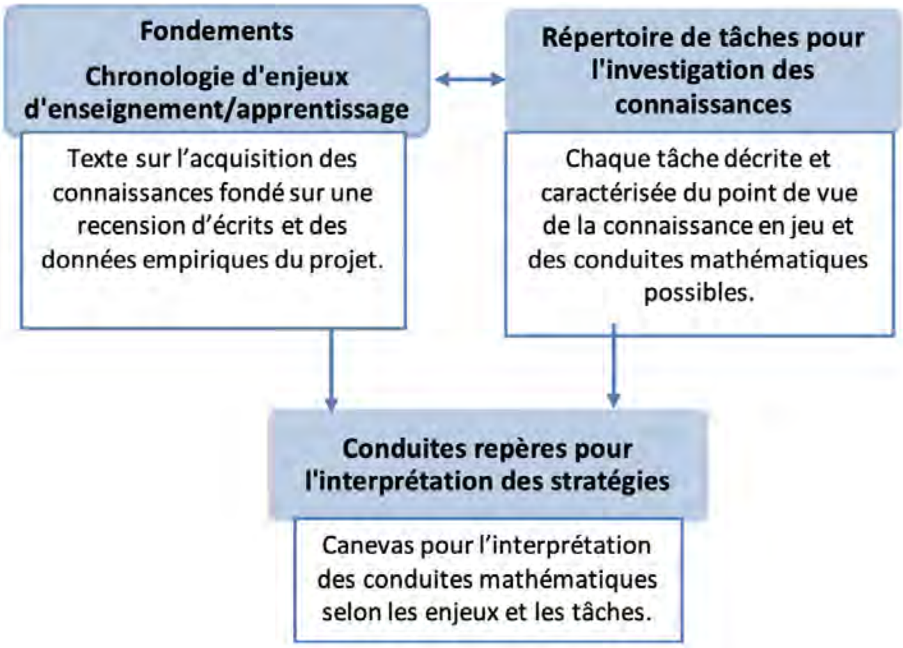


Figure 2. Les trois outils de chacun des instruments d'investigation

L'entretien didactique est le moyen d'investigation des connaissances retenu. Cette investigation vise à renseigner non seulement sur le rapport d'adéquation de la conduite mathématique au savoir en jeu, mais également sur la variation des stratégies en fonction des caractéristiques des tâches. Sans protocole fixé *a priori,* l'orthopédagogue sélectionne des tâches dans un répertoire et les ordonne selon ses observations, son jugement.

---

[18] Justifiant ainsi un vocale différent (enjeu).

Ces instruments se distinguent, selon nous, des instruments normatifs qui ont plutôt tendance à enfermer les orthopédagogues dans un protocole rigide et des jugements préétablis par l'instrument lui-même. Les instruments que nous avons construits ne sont donc pas uniquement conçus pour obtenir un *résultat* d'évaluation, mais pour offrir un cadre interprétatif des conduites engagées par un élève et servir comme guide dans le choix et l'animation des activités à proposer à l'élève.

1.2 Une illustration à partir de l'instrument sur les Rationnels

Pour donner un très bref aperçu du contenu des outils et de leur articulation au sein d'un même instrument d'investigation, nous donnons quelques informations sur l'instrument relatif aux rationnels, en particulier, sur ses outils Fondements et Répertoire de tâches[19].

La chronologie d'enjeux d'enseignement/apprentissage (Fondements)

Les rationnels, et plus particulièrement la notion de fraction, occupent une place importante dans le Programme de formation de l'école québécoise (Ministère de l'éducation, 2006) du fait, entre autres, que les mesures anglaises sont encore en usage dans certains secteurs d'activités (la construction, notamment). C'est un contenu marqué fortement non seulement sur le plan mathématique, mais aussi sur le plan culturel. Emblématique de la transition de l'ordre primaire à l'ordre secondaire, il est un objet particulièrement sensible pour les élèves en difficulté. Un certain nombre de chercheurs ont proposé, au cours des dernières décennies, des modèles visant à rendre compte de la construction de la notion de fraction (Adjiage, 1999 ; Desjardins et Hétu, 1974), le plus connu étant sans aucun doute celui de Kieren (1993). Ces modèles proposent une perspective développementale relative à la coordination des connaissances sur la notion de fraction. S'appuyant sur ces modèles ainsi que sur des travaux récents sur l'enseignement et l'apprentissage de la fraction menés au sein de notre équipe (Ghailane, 2015 ; Giroux, 2013b ; Houle, 2016 ; Houle et Giroux, 2015, 2017, 2018), la chronologie proposée repose sur le principe que chacune des interprétations de la fraction du modèle de Kieren (1993) (partie/tout, mesure, opérateur, quotient et rapport) peut être considérée comme une mesure, ce que rappelle notamment Lamon (2005). La chronologie repose également sur le principe que la coordination des connaissances sur la fraction donne lieu à une compréhension de la fraction en tant que structure multiplicative. Elle se décline en cinq grands enjeux de connaissances particulièrement sensibles dans les processus d'enseignement et d'apprentissage auprès d'élèves en difficultés scolaires de l'ordre du primaire[20].

Enjeu I : La fraction détachée du tout de référence

Les premières rencontres avec la notion de fraction ne donnent accès à aucune articulation entre les termes de la fraction (numérateur et dénominateur). Ces termes sont alors essentiellement liés à des quantités et traitées, sur le plan des objets, en tant que deux collections disjointes. Ainsi, la fraction n'est pas intrinsèquement liée à son unité de référence. Cela se manifeste notamment par des stratégies de partition qui ne s'appuient pas sur une coordination de l'égalisation des parties et de l'épuisement du tout. Autrement dit, les partitions sont soit inégales soit incomplètes. Ces connaissances correspondent au niveau pré-fraction du modèle de Desjardins et Hétu (1974).

[19] L'étude d'un cas est une autre entrée pour voir le fonctionnement des outils et comment il est possible de faire progresser les élèves dans le cadre de cette démarche. Une étude de cas d'un élève de 4e année sur les structures multiplicatives et la numération a été diffusée dans une autre publication (Giroux, 2021).

[20] Le texte *Fondements de rationnels* compte une cinquantaine de pages, on comprendra donc que nous en présentons un très bref résumé.

Enjeu II : La fraction comme quantification d'une relation partie/tout

L'interprétation partie/tout domine les connaissances spécifiques à cet enjeu. Cette interprétation s'appuie sur les schèmes de partition, d'équivalence et d'unité. La fraction quantifie alors la relation entre une partie et le tout de référence (Kieren, 1988). Sur un tout continu, les stratégies donnent lieu, selon le nombre de parties retenues, à des fractions de ce tout. Ces stratégies coordonnent à la fois l'égalité des parties et l'épuisement du tout[21]. Une autre spécificité de cet enjeu est que l'unité est considérée divisible ($1 \div b = \frac{1}{b}$). C'est un passage sensible dans l'apprentissage de la fraction comme le soulignent notamment Kieren (1993) et Lamon (2005). Dans cette perspective, la fraction est une composition additive de parties ($\frac{1}{b}$) issues d'un fractionnement d'un tout. Par exemple, la fraction ¾ est associée à $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. Selon Kieren (1993), les connaissances permettent alors de reconnaitre que la taille des parts ($\frac{1}{b}$) diminue tandis que le nombre de parts (b) augmente. Sur un tout collection, l'identification d'une fraction engage une stratégie de double comptage pour épuiser le tout et assurer l'égalité des parties. Il peut ainsi identifier $\frac{a}{b}$ d'une collection si $b = n$ (n est le nombre d'éléments de la collection) ou si b est facteur de n. L'élève prend a sur b objets autant de fois que nécessaire pour épuiser le tout. Par exemple, pour identifier les $\frac{3}{5}$ de 10 éléments, la stratégie consiste à prendre 3 éléments sur 5 et ce, jusqu'à épuisement des 10 éléments, c'est-à-dire à 2 reprises. Le nombre d'éléments correspondant à $\frac{3}{5}$ de 10 éléments est donc 6.

Enjeu III : la fraction $\frac{1}{b}$ comme unité de mesure

Le titre de cet enjeu s'inspire de l'interprétation « mesure » du modèle de Kieren (1993) puisque la fraction $\frac{1}{b}$ peut agir en tant qu'unité de mesure. La fraction $\frac{1}{b}$ s'inscrit ici en relation multiplicative avec son tout de référence. Cela revient à considérer que $1 \div b = \frac{1}{b}$ si et seulement si $\frac{1}{b} \times b = 1$. C'est un premier pas vers l'appropriation de la fraction en tant que structure multiplicative allant ainsi au-delà de la fraction comme résultat d'un fractionnement d'un tout. Si un tout est divisé en *b* parts égales, la reconstitution du tout est rendue possible en prenant la part correspondante à $\frac{1}{b}$, *b fois*. C'est ainsi que la fraction $\frac{1}{b}$ en tant qu'unité de mesure permet la construction du tout de référence.

L'émergence de la structure multiplicative permet d'appréhender la fraction ordinaire, $\frac{a}{b}$ où $a < b$, à la relation multiplicative $a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$. Ce n'est donc plus l'itération additive de $\frac{1}{b}$ qui prime pour construire une fraction $\frac{a}{b}$, mais sa transformation par un opérateur multiplicatif entier tel que $\frac{1}{b} \times a = \frac{a}{b}$, où $\frac{a}{b} < 1$ (*avec* $b \neq 0$). Ainsi, $\frac{3}{4}$ est associée à la multiplication $3 \times \frac{1}{4}$. À la suite de Lamon (2005), nous considérons que la coordination d'au moins deux types d'unités de comptage différentes se réalise. À titre d'exemple, considérons le cas de $\frac{1}{5}$ de 10 jetons. Pour qu'une fraction unitaire, telle $\frac{1}{5}$, puisse être attribuée à 2 jetons, il faut considérer deux types d'unités soit l'unité simple qu'est l'élément (1 jeton) et l'unité d'ordre supérieur, soit une sous-collection (2 jetons). Cette connaissance permet ainsi de considérer que 2 jetons est $\frac{1}{5}$ d'un tout de 10 jetons et ce, même en l'absence du tout de référence. Il est alors possible, par exemple, d'associer $\frac{1}{5}$ à une collection de 2 jetons pour construire le tout de référence. La stratégie consiste à dégager de la relation $\frac{1}{5} \times 5 = 1$, l'opérateur (x 5) qu'il faut appliquer à 2 pour obtenir 10.

[21] Autrement dit, les parts obtenues permettent une reconstruction fidèle du tout continu.

Enjeu IV : La fraction comme structure multiplicative

La coordination entre les structures multiplicatives et la fraction est établie. L'interprétation *opérateur* de la fraction en tant que composition de deux opérateurs entiers sert cette coordination. L'entrée sur la fraction en tant qu'opérateur composé nous parait liée aux connaissances en-acte de l'inverse multiplicatif. Cette connaissance est en effet sollicitée dans la mise en œuvre de stratégies de reconstruction d'un tout partant d'une fraction de type $\frac{a}{b}$. À titre d'exemple, pour construire un tout partant des $\frac{2}{3}$ de ce tout, la stratégie consiste à partager en deux la quantité associée à $\frac{2}{3}$ pour identifier celle associée à $\frac{1}{3}$ ($\frac{2}{3} \div 2 = \frac{1}{3}$) et, finalement, la multiplier par 3 pour construire le tout ($\frac{1}{3}$ x 3 = 1) ; ces deux opérateurs s'appuient implicitement sur la relation $\frac{a}{b} \div$ a x b = 1.

À cet enjeu, il y a donc possibilité de construire le tout à partir de fractions non unitaires. C'est le cas, par exemple, lors de la construction d'un tout, partant de ses $\frac{2}{3}$ représentés par 14 jetons (14÷2=7 ; 7x3=21).

Les connaissances sur la structure multiplicative de la fraction sont mises à profit dans les situations de rapport, mais également dans les situations de comparaison de fractions par la prise en compte de la relation multiplicative entre le numérateur et le dénominateur de chaque fraction.

Enjeu V : La fraction comme élément de l'ensemble des nombres rationnels

Cet enjeu marque l'achèvement de la construction de la notion de fraction à l'image du dernier modèle de Kieren (1993). La fraction est intégrée comme un élément de l'ensemble des nombres rationnels. La technique du produit croisé a une signification telle que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si et seulement si $a \times d = b \times c$ (avec *b* et *d* non nuls), donnant lieu à une compréhension aboutie de la fraction équivalente. Des connaissances spécifiques à cet enjeu sont nécessaires pour résoudre des situations typiques du programme de secondaire. Considérant le public scolaire auquel s'adresse l'instrument, les caractéristiques de ce dernier enjeu sont peu développées.

Le tableau synoptique

Un tableau synoptique a été construit en réponse aux demandes des praticiens. Ce tableau, bien qu'approximatif, met en relation les enjeux chronologiques des différents instruments. Il est utile dans l'investigation des connaissances d'un élève sur plusieurs contenus, ce qui est fréquent en milieu scolaire. Les études de cas réalisées dans le cadre du projet ont permis de procéder à différents ajustements pour préciser les coordinations de connaissances entre les différents champs conceptuels. Par exemple, le tableau synoptique permet aux praticiens d'établir des liens entre les nombres rationnels, les structures multiplicatives et la numération positionnelle et décimale. La schématisation proposée favorise ainsi un certain décloisonnement des contenus arithmétiques du primaire.

Le répertoire de tâches sur les rationnels

Le *Répertoire de tâches* sur les rationnels comprend quatre collections de tâches :

1. *Traitement de la fraction en tant que partie/tout et mesure* (selon le modèle de Kieren, 1993) ;
2. *Énoncés de problèmes multiplicatifs* qui impliquent différentes interprétations de la fraction ;
3. *Fraction comme nombre* regroupant des tâches de comparaison, de repérage sur la suite, etc. ;
4. *Calculs sur les fractions et énoncés de problèmes additifs.*

Chaque collection est elle-même organisée en groupes de tâches. La tâche présentée à la figure 3 est tirée d'un groupe de sept tâches sur la construction d'un tout. Cette tâche porte sur la construction d'un tout étant donné que $\frac{1}{5}$ de ce tout est représenté par 2 jetons.

TÂCHE A10. CONSTRUCTION D'UN TOUT COLLECTION CONSIDÉRANT $\frac{1}{b}$ DE CE TOUT

COLLECTION DE TÂCHES A : TRAITEMENT DE $\frac{a}{b}$ EN TANT QUE PARTIE/TOUT ET MESURE

Consigne :

Deux jetons sont sortis du sac et présentés à l'élève. *C'est le 1/5 d'une collection de jetons.*

Remettre les jetons dans le sac.

L'élève doit d'abord anticiper la mesure de la collection totale :

Combien il y a de jetons dans la collection totale ?

Cette question vise à faire **anticiper le nombre de jetons total** et ainsi susciter la relation entre *5 x 1/5 = 1* et *5 x 2 jetons = 10 jetons*.

Relance possible :

La relance vise à simplifier le calcul numérique pour favoriser un raisonnement multiplicatif.

4 jetons sont présentés et l'élève doit former la collection totale :

C'est 1/2 de ma collection. Combien il y a de jetons en tout dans ma collection?

Caractéristiques de la tâche :

Repose sur la propriété de l'inverse multiplicatif : *1/b x b = 1*. Investigue la construction d'un tout collection considérant 1/5 de ce tout et faisant appel, implicitement, à son inverse multiplicatif comme opérateur (x5) à appliquer sur la mesure donnée.

Type de tout : collection de jetons réels

Type de fraction : unitaire 1/5

Mesure de la sous-collection représentant 1/5 : 2

(À remarquer que le numérateur de la fraction est «1» et que la mesure associée à la fraction est 2. L'élève doit faire correspondre à **2** jetons, la fraction **1/5**).

Conduites possibles :

1. Interprétation erronée. La quantité (2) n'est pas associée à la fraction 1/5. L'élève peut sortir 2 jetons, par exemple.
2. Interprétation erronée. Former une collection de 5 jetons considérant que le dénominateur correspond nécessairement au nombre de jetons de la collection et/ou que le numérateur (1) correspond à un jeton.
3. Interprétation multiplicative et non anticipatrice. Prendre 5 fois une sous-collection de 2 et former ainsi une collection de 10 jetons.
4. Interprétation multiplicative avec anticipation numérique. Sur la base de la relation multiplicative 5 x 1/5 = 1, calculer qu'il faut 5 x 2 jetons. Prendre 10 jetons.

Liens potentiels avec d'autres tâches :

A11, A12 → Construction d'un **tout collection** à partir d'une fraction donnée.
A5, A6, A8 → Construction d'un tout à partir **d'une fraction unitaire**.
C6 (contexte numérique) → Relation multiplicative $\frac{1}{b}$ *x b = 1*.

Figure 3. Tâche A10 du répertoire sur les rationnels

Nous avons évoqué plus haut la possibilité de se servir des tâches comme relance (Conne, Favre et Giroux, 2006 ; Favre, 2008, 2015) pour stimuler l'apprentissage. Des séquences de tâches[22] ont été expérimentées au cours du projet pour agir comme relance ou intervention.

Sur la notion de fraction, une séquence s'est révélée pertinente pour aller au-delà d'une interprétation de la fraction en tant que partie/tout, une connaissance qui agit comme un frein dans l'apprentissage de la notion de fraction chez plusieurs élèves. La séquence expérimentée vise à s'appuyer sur la structure multiplicative de la fraction dans la résolution de tâches qui portent sur la construction d'un tout de référence à partir d'un ou plusieurs quantièmes de ce tout. La séquence permet, en quelque sorte, de jouer sur différentes variables : type de tout (continu : surface, segment ou discret : collections) ; type de fraction (unitaire ou non) ; relation entre fraction et mesure (2 représente $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{5}$ d'une collection, par exemple) (Giroux, 2015). La séquence se décline ainsi :

1. Construction d'un tout « rectangle », étant donné $\frac{1}{5}$ de ce tout. Le rectangle fourni à l'élève, représentant $\frac{1}{5}$, mesure 2 cm x 8 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b}$ *x b = 1*.
2. Construction d'un tout « segment », étant donné $\frac{1}{3}$ de ce tout. Le trait fourni à l'élève, représentant $\frac{1}{3}$, mesure 4 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b}$ *x b = 1.*
3. Construction d'un tout « segment »n étant donné $\frac{1}{8}$ de ce tout. Le trait fourni à l'élève, représentant $\frac{1}{8}$, mesure 2 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b}$ *x b = 1.*

[22] Des séquences ont été élaborées en séminaire et peuvent être adaptées selon le jugement de l'orthopédagogue en fonction du déroulement de l'entretien.

4. Construction d'un tout « segment », étant donnés les $\frac{2}{3}$ de ce tout. Le trait donné à l'élève, représentant $\frac{2}{3}$, mesure 8 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{a}{b} x \frac{b}{a} = 1$.
5. Construction d'un tout continu « rectangle », étant donnés les $\frac{2}{3}$ de ce tout. Le rectangle fourni à l'élève, représentant $\frac{2}{3}$, mesure 4 cm x 4 cm. La tâche repose sur la relation : $\frac{a}{b} x \frac{b}{a} = 1$.
6. Construction d'un tout « collection », étant donné $\frac{1}{5}$ de ce tout. Deux jetons, représentant $\frac{1}{5}$, sont fournis à l'élève. La tâche repose sur la relation : $\frac{1}{b} x\, b = 1$.
7. Construction d'un tout « collection », considérant les $\frac{3}{4}$ de ce tout. Quinze jetons, représentant $\frac{3}{4}$, sont fournis à l'élève de manière désordonnée. La tâche repose sur la relation : $\frac{a}{b} x \frac{b}{a} = 1$.

Si la construction d'un tout plutôt que l'identification d'une fraction stimule la recherche d'une solution, c'est la construction d'un tout « segment » qui, partant d'une fraction de ce tout, semble fournir les conditions nécessaires pour franchir les limites d'une interprétation partie/tout (Giroux, 2013b, 2015)[23]. Le segment, représentant le *tout,* présente des caractéristiques qui relèvent à la fois du tout continu (comme le rectangle ou toute autre figure) et du tout discret. En effet, d'une part, le trait qui représente la fraction de ce tout est un rapport au tout. D'autre part, il est, pourrions-nous dire, discrétisé par sa mesure de longueur si celle-ci et entière dans une unité donnée, par exemple, le centimètre. Spontanément, les élèves mesurent le trait et s'interrogent ensuite sur la manière d'utiliser ce nombre pour résoudre la tâche. Par exemple, dans le cas où le trait mesure 4 cm et représente $\frac{1}{3}$ du tout à construire, la stratégie consiste à répliquer 3 fois cette mesure. Dans les tâches suivantes (numéros 3 et 4), l'orthopédagogue demande d'anticiper la mesure totale du segment à construire avant de le tracer, ce qui conduit à établir, implicitement, des relations entre $\frac{1}{3}$ x 3 = 1 et 4 cm x 3 = 12 cm. Le passage à des fractions non unitaires permet de composer deux opérations multiplicatives. Ainsi, dans le cas où le trait mesure 8 cm et représente les $\frac{2}{3}$ du tout, il faut rechercher la mesure du tiers du tout, en divisant par 2, et multiplier par 3 cette valeur pour obtenir la mesure totale (8 cm ÷ 2 x 3 = 12 cm) tout comme $\frac{2}{3} \div 2 \times 3 = 1$ ou encore $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$. Ces stratégies sont ensuite mises à profit dans des tâches impliquant des touts discrets dans lesquelles le nombre d'objets ne correspond pas au numérateur (15 jetons représentent les $\frac{3}{4}$ d'une collection).

Selon l'avancement des élèves, des écritures mathématiques correspondantes peuvent être enseignées. Cette séquence a, selon plusieurs orthopédagogues, servi de véritable tremplin pour les élèves dont les connaissances, pour des raisons cognitives, didactiques ou systémiques, étaient bloquées à l'interprétation partie/tout, spécifique à l'enjeu 2 de la chronologie.

L'investigation, à travers cette séquence, a joué son rôle dans la mesure où l'entretien a permis aux élèves d'élargir leurs connaissances pour contrôler de nouvelles situations. Ce type d'ordonnancement de tâches peut donc agir sur la progression des connaissances des élèves. On peut témoigner sans gêne du réel plaisir des élèves à contrôler ces tâches qui sont souvent nouvelles pour eux, et qui les libèrent en quelque sorte de comportements attendus à des situations très emblématiques comme celles portant sur la partition d'un tout continu. Surtout, nous avons remarqué que l'anticipation est un processus très valorisant car certains ont l'impression de *tricher* en calculant avant de *manipuler* ! Ce sentiment de tricherie témoigne en fait du contrôle que leurs connaissances mathématiques leur permettent maintenant d'exercer sur la situation.

---

[23] On trouvera une analyse a priori sur ce type de tâches dans un article récent(Guille-Biel Winder et al., 2023).

2 Un répertoire commun d'objets didactiques et ses effets.

Dans cette dernière partie, nous discutons des effets de la participation des orthopédagogues et conseillers pédagogiques au projet sur leurs pratiques de collaboration en milieu scolaire. C'est un impact du projet qui n'avait pas été prévu, mais les échanges et les commentaires des collaborateurs obligent à s'attarder sur les conditions qui semblent avoir favorisé des changements de pratiques. La première condition est sans doute l'importance du temps investi dans le projet. Chaque participant a été déchargé d'enseignement pour participer à sept journées de séminaire par année sur une durée de cinq ans[24]. Il faut, de plus, prendre en compte le temps personnel consacré par chaque collaborateur à des lectures de textes et d'articles ainsi qu'à la préparation et l'analyse des entretiens menés auprès d'élèves. Le projet s'est échelonné sur deux phases, l'une de deux ans et, l'autre, de trois ans. Si le projet a été suspendu entre les deux phases, le travail d'appropriation des instruments s'est poursuivi au cours de cet arrêt[25]. Ainsi, l'investissement s'est étalé, pour la grande majorité des collaborateurs, sur une période de sept ans. Ce temps d'investissement a favorisé l'appropriation d'un répertoire commun d'objets didactiques par un collectif de praticiens et donné lieu à une intensification de la communication et de la collaboration au bénéfice d'une action mieux concertée auprès des élèves.

2.1 Un répertoire qui bonifie les niveaux d'interaction

Au cours du projet, nous avons analysé, dans les séminaires, des séances filmées d'interactions orthopédagogue/élève(s). Les effets de contrat décrits plus haut y sont nombreux, ce qui rend difficile l'émergence des connaissances mathématiques de l'élève et leur analyse.

De l'analyse de ces séances, on peut dégager deux grandes catégories d'intervention orthopédagogique. La première consiste à faire parler les élèves sur leurs erreurs et leurs échecs. C'est un terrain extrêmement glissant car la verbalisation exige des connaissances que l'action ne connait pas nécessairement (Giroux, 2008). De plus, ce type d'intervention suscite beaucoup d'effets de contrat parce que l'élève cherche à se sortir de l'embarras et l'enseignant à remonter à la source de l'erreur. Les interactions sont alors « aspirées » dans une spirale descendante, bien décrite par Cange et Favre (2003), qui s'éloigne du savoir. Enfin, ce type d'intervention est très chronophage. S'il existe des conditions pour traiter l'erreur de manière à faire progresser l'élève, elles sont rarement réunies. La deuxième catégorie d'interventions est orientée vers la réussite de la tâche par une stratégie très ciblée par l'orthopédagogue qui, souvent, s'appuie sur la manipulation d'un matériel. Après un temps d'identification de ces types d'interventions *classiques* et pour se placer en rupture avec elles, nous avons réfléchi, en séminaire, à des stratégies d'enseignement fondées à la fois sur les caractéristiques des tâches et les connaissances engagées par les élèves. Les outils de chaque instrument sont alors très utiles pour mettre à profit ces stratégies.

La transformation des pratiques d'enseignement est un processus long, parfois frustrant et laborieux (pour nous tous). C'est un processus difficile, car il oblige à une remise en question de pratiques *habituelles* qui cherchent, pour leur part, à éloigner le doute (Peirce, 1986). Mais, il est en même temps très valorisant car il permet aux enseignants d'être plus *fins*, plus *astucieux* dans leurs interactions et leurs analyses. En fait, il permet d'accepter les prises et les pertes de contrôle (Conne, 2002) dans les interactions avec les élèves et favorise des échanges satisfaisants avec les élèves. Ainsi, le projet a permis aux collaborateurs de se centrer davantage sur l'activité mathématique en situation et sur leur participation à cette activité.

---

[24] Prenant en compte un séminaire collectif, cela correspond à 22 journées complètes de séminaire par année.

[25] Dans certains milieux, les praticiens ont travaillé en duo ou en sous-groupes sur des instruments du projet.

À l'issue des séminaires du projet, les équipes ont répertorié quelques repères pour mettre en place des stratégies d'enseignement qui bonifient les interactions de l'élève avec la tâche. Nous en déclinons ici quelques-unes:

1) favoriser l'anticipation du résultat et une validation (matériel concret, calculatrice, etc.);
2) limiter l'investissement direct des erreurs;
3) mettre à profit l'écriture mathématique (peu investie à l'ordre primaire) comme *modélisation d'une situation,* et non seulement comme calcul (Mercier et Quilio, 2018), ainsi que pour fixer des connaissances;
4) miser sur des tâches qui permettent une rétroaction relativement rapide pour relancer et maintenir l'activité de l'élève;
5) aider l'élève à finaliser une stratégie pertinente mais non-aboutie pour qu'il puisse juger de l'efficacité de la connaissance investie;
6) prendre en compte des objets de savoirs investis par les élèves, mais non prévus (Giroux, 2013a).

2.2 Un répertoire qui favorise la communication et la collaboration

S'inspirant de Turmel (2013) pour qui la cognition n'est pas qu'une affaire individuelle, mais plutôt une affaire de processus dynamiques dans une communauté, nous pensons qu'il importe que les professionnels de l'enseignement (enseignants de classes ordinaires, enseignants spécialisés et orthopédagogues, conseillers pédagogiques), partagent un certain nombre d'objets didactiques et un langage pour penser et agir de manière concertée auprès des élèves en difficulté scolaire. Le projet de recherche a favorisé l'émergence d'une telle culture comme en témoigne un certain nombre de manifestations. Par exemple, des communautés de pratique ont été mises en œuvre par des conseillers pédagogiques sur des contenus mathématiques traités dans le projet en s'inspirant de l'approche et de ses outils. Aussi, à la suite du projet, des orthopédagogues ont sollicité des collaborations avec des enseignants de classes, notamment en proposant des co-animations de situations didactiques. Les praticiens ont également mentionné que les communications avec d'autres professionnels, mais également avec les parents et les élèves, ont été bonifiées par les savoirs didactiques développés au sein des séminaires du projet.

Une autre retombée inattendue est la fonction que les orthopédagogues ont dévolue au tableau synoptique. À l'étonnement des chercheures[26], il a été utilisé comme outil de consignation et de communication des profils de connaissances des élèves auprès des enseignants des classes ordinaires ou des parents. Les orthopédagogues nous ont signifié que le tableau était un support utile pour parler des savoirs de l'élève autrement qu'en termes de manques (ou de déficits). Nous donnons un exemple, en annexe 2, d'un tableau synoptique utilisé pour communiquer à propos du profil de connaissances d'un élève de 4e année. En rouge, ce sont des marqueurs du profil de connaissances révélées par une analyse croisée à différentes tâches et, en bleu, les marqueurs des pistes de travail à engager avec l'élève. Dans ce cas, le travail sur les structures multiplicatives est à prioriser en particulier pour stimuler la connaissance du quotient comme rapport à l'unité (articulation entre deux grandeurs). Le travail sur la structure mixte de la numération devrait s'en trouver facilité.

2.3 Une mise à distance d'une logique essentialiste des difficultés

Dans les écrits critiques sur l'éducation inclusive, il est souvent question du caractère essentialiste associée aux difficultés scolaires. Comment cela se vit-il du côté des enseignants ? Comment cela affecte-t-il leurs décisions et leur jugement professionnel ?

[26] Et aussi, avec une note d'inquiétude pour la systématisation, plutôt que la flexibilité, que ces pratiques peuvent générer.

Au cours des premiers séminaires du projet, les collaborateurs référaient spontanément au rapport diagnostique de l'élève pour expliquer les difficultés observées : « c'est un élève dyspraxique ou dyscalculique ou ayant un trouble de l'attention, … ». Ce type de commentaires était formulé par défaut, pourrions-nous dire, d'outils didactiques pour identifier les stratégies, les connaissances mises en œuvre par des élèves en situation mathématique. Si on ne peut nier que certaines caractéristiques associées au diagnostic se manifestent dans les conduites mathématiques des élèves diagnostiqués, le diagnostic en tant que tel n'explique en rien les mathématiques investies par l'élève. Il peut d'ailleurs masquer certaines observations didactiques, par exemple la variation des stratégies en fonction des valeurs des variables de la situation, ou encore des conduites stéréotypées qui n'ont rien à voir avec un diagnostic[27].

Au terme du projet[28], les orthopédagogues ont formulé clairement que c'est l'analyse de la tâche et des interactions qui domine leur lecture des productions mathématiques des élèves. Elles ajoutent qu'elles sont en mesure de repérer, chez un élève, des connaissances qui sont invisibles, pour différentes raisons, à l'enseignant de la classe ordinaire. Ce changement de perspective modifie également, selon certaines, leurs représentations de l'intervention orthopédagogique en français.

Au regard de la problématique des difficultés scolaires, les orthopédagogues ont intégré quelques *principes*. Le premier est que le diagnostic d'un élève n'est pas nécessairement la cause de ses difficultés en mathématiques. Le second concerne l'hétérogénéité d'individus au sein d'une même catégorie; en effet, des élèves étiquetés d'un même diagnostic ne se comportent pas nécessairement de la même manière dans une même situation. Enfin, le troisième principe est que le profil de connaissances d'un élève est le produit d'interactions multiples au sein du système scolaire. Il faut donc considérer avec circonspection le profil de connaissances qui se dégage d'une investigation et l'interroger au regard des systèmes didactiques et du système d'enseignement qui traversent l'élève.

IV - CONCLUSION

Les études sur les effets de contrat mettent en lumière des phénomènes didactiques qui favorisent l'« évanouissement du savoir » dans l'échange didactique, alors que l'intention d'enseignement demeure présente. Nos observations en contexte d'adaptation scolaire nous inclinent à penser que de tels phénomènes entrainent à plus ou moins long terme une forme d'apathie à l'égard des savoirs chez les élèves en difficulté. En effet, l'envie de s'engager, d'oser, de prendre des risques pour résoudre une tâche pour laquelle la solution n'est pas connue *a priori* cède le pas à la peur de ne pas connaitre la réponse ou le moyen de la produire (Blouin et Lemoyne, 2002), et le besoin de répondre aux attentes de l'enseignant (Brousseau et Warfield, 2009). Notre projet a cherché à développer des moyens didactiques qui stimulent et maintiennent l'activité mathématique de l'élève en difficulté et celle de l'enseignant en contexte orthopédagogique. En cela, il correspond aux finalités de l'éducation inclusive qui vise une plus grande participation de tous les élèves. L'approche montre qu'il est possible d'intensifier les interactions entre l'élève et la tâche (ou une suite de tâches) en contexte orthopédagogique. Cela nous semble plus aisé à réaliser si l'orthopédagogue est sollicité, dans l'action, pour interpréter l'interaction élève/tâche et intervenir selon les hypothèses qu'il formule. Il n'est plus ainsi, lui-même, dans une posture d'attente d'une réponse de la part de l'élève, mais en mode interactif pour interpréter les conduites de l'élève et le relancer.

---

[27] Par exemple, le bâillement est très fréquent et manifeste, selon nos nombreuses observations, un stress de ne pas savoir, de ne pas réussir et de décevoir l'orthopédagogue. C'est pourquoi il est important d'offrir à l'élève un milieu dans lequel il se sent encadré et jamais *abandonné* en cours de route. Son ultime filet de sécurité est l'orthopédagogue ou l'enseignant.

[28] Nous avons fait de rencontres collectives de mise en commun, mais aussi un sondage anonyme auprès des orthopédagogues et des conseillers pédagogiques sur les apports du projet à leur formation continue.

Les quatre instruments d'investigation élaborés outillent l'orthopédagogue à exercer son jugement professionnel et à orienter ses interventions. L'approche expérimentée repose sur une posture non déficitaire, axée à la fois sur une vision fine, par un examen éclairé des connaissances engagées par l'élève à chaque tâche et une vision large, par une analyse croisée des conduites obtenues à différentes tâches qui se rapportent à un même contenu ou à différents contenus. L'orthopédagogue tient compte bien sûr dans son analyse des conditions d'enseignement et d'apprentissage de l'élève dans sa classe. L'espace nous manque dans ce texte pour présenter les avantages de cette approche pour le travail en sous-groupes d'élèves. Au cours de la dernière année du projet, les praticiens (en duos formés d'un orthopédagogue et d'un conseiller pédagogique) ont animé des séances orthopédagogiques avec des sous-groupes de deux ou trois élèves. Ces rencontres ont souvent été plus stimulantes que les rencontres individuelles grâce à une dynamique qui favorise assez naturellement la verbalisation des stratégies et leur validation.

La perte d'autonomie des enseignants au profit d'autres experts dans l'évaluation des troubles de l'arithmétique convainc de la nécessité de développer des approches spécifiques à la fonction enseignante. Elles doivent également bonifier la collaboration entre les praticiens (orthopédagogues, enseignants de classes ordinaire, conseillers pédagogiques, autres spécialistes) en fournissant un répertoire commun d'objets didactiques favorable à la prise de parole et de position au sein du système scolaire.

V - BIBLIOGRAPHIE

Adjiage, R. (1999). *L'expression des nombres rationnels et leur enseignement initial*. Thèse de doctorat. Strasbourg : Université Louis Pasteur. [En ligne] https://www.theses.fr/1999STR13150

Alderton, J. et Gifford, S. (2018). Teaching mathematics to lower attainers: Dilemmas and discourses. *Research in Mathematics Education*, *20*(1), 53–69.

Assude, T., Pérez, J.-M., Suau, G. et Tambone, J. (2015). Conditions d'accessibilité aux savoirs. Dans Z. Zaffran (éd.), *Accessibilité et handicap* (209-224). Grenoble : Presses universitaires de Grenoble.

Bauer, S. et Borri-Anadon, C. (2021). De la reconnaissance à l'invisibilisation : une modélisation des enjeux conceptuels de la diversité en éducation inclusive. *Alterstice*, *10*(2), 45–55.

Bergeron, L., Rousseau, N. et Leclerc, M. (2011). La pédagogie universelle : au cœur de la planification de l'inclusion scolaire. *Éducation et francophonie*, *39*(2), 87–104.

Blouin, P. et Lemoyne, G. (2002). L'enseignement des nombres rationnels à des élèves en difficulté d'apprentissage : une approche didactique de la rééducation et ses effets. *Petit x, 50*, 7-23.

Bonvin, P., Ramel, S. Curchod-Ruedi, D., Albanese, O. et Doudin, P.-A. (2013). Inclusion scolaire : de l'injonction socioplolitique à la mise en œuvre de pratiques pédagogique efficaces. *European Journal of Disability Research*, *7*, 127-134.

Borri-Anadon, C., Prud'homme, L., Ouellet, K. et Boisvert, M. (2018). La formation à l'enseignement dans une perspective inclusive : de l'hégémonie du cloisonnement à une approche holistique. Dans C. Borri-Anadon, G. Gonçalves, S. Hirsch et J. Queiroz Odinino (eds.), *La formation des éducateurs en contexte de diversité : une perspective comparative Québec-Brésil* (206-224). Deep Education Press.

Brousseau, G. (2007). *Les utilisations abusives des évaluations. Une étude en théorie des situations*. Texte de conférence inédit, Seattle. Mars 2007.

Brousseau G. et Warfield, V. (2009). *Monographie d'un enfant en difficultés : l'enfant Gaël.* Version française d'origine et commentée de l'article de *Brousseau, G. et Warfield, V. (1999).* The case of Gaël*, Journal of Mathematical Behavior, 18(*1), 1-46.

Bruillard, E. (1998). L'ordinateur à l'école : de l'outil à l'instrument. *Sciences et technologies de l'information et de la communication pour l'éducation et la formation*, *5*(1). 63-80

Cange, C. et Favre, J.-M. (2003). L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs ? *Éducation et francophonie*, *31*(2), 199–217.

Chatenoud, C., Ramel, S., Trépanier, N. S., Gombert, A. et Paré, M. (2018). De l'éducation inclusive à une communauté éducative pour tous. *Revue des sciences de l'éducation*, *44*(1), 3–11.

Cherel, C. et Giroux, J. (2002). Intégration d'élèves en difficulté : une problématique didactique. *Instantanés mathématiques*, *39,* 37-48.

Connac, S. (2021). Pour différencier : individualiser ou personnaliser ? *Éducation et socialisation*. DOI : https://doi.org/10.4000/edso.13683

Conne, F. (1992). Savoir et connaissance. *Recherches en didactique des mathématiques, 12*(2/3), 221-270.

Conne F. (2002) Pertes de contrôle et prises de contrôles dans l'interaction de connaissances. Dans J.-L. Dorier et al. (eds.), *CDrom des actes de la XIème école d'été de didactique des mathématiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Conne, F., Favre, J.-M. et Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. Dans P.-A. Doudin et L. Lafortune (eds.), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ?* (118-151). Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal.

Connoly, A.J. (1988). *Key Math Revised: A diagnostic inventory of essentials mathematics*. Circle Pines, MI: American Guidance Service.

Conseil supérieur de l'éducation (2017). *Pour une école riche de tous ses élèves : s'adapter à la diversité des élèves, de la maternelle à la 5e année du secondaire*. Avis au ministre de l'Éducation, du loisir et du sport. Gouvernement du Québec : Bibliothèque nationale du Québec.

Cornu, L. (2004). Transmission et institution du sujet. *Le Télémaque*, *26*(2), 43-54.

Desjardins, M. et Hétu, J.-C. (1974). *L'activité mathématique dans l'enseignement des fractions*. Montréal : Presses de l'Université de Montréal.

Desmarais, M.-É. et Flanagan, T. (2023). La pédagogie universelle : la recherche au service de la pratique. *Éducation et francophonie*, *51*(1). [En ligne] Repéré à https://acelf.ca/wp-content/uploads/2021/10/La-pedagogie-universelle-web.pdf?id=29

Doré, R., Wagner, S. et Brunet, J.P. (1996). *Réussir l'intégration scolaire. La déficience intellectuelle*. Montréal : Les Éditions Logiques.

Ebersold, S. et Detraux, J.-J. (2013). Scolarisation et besoin éducatif particulier : enjeux conceptuels et méthodologiques d'une approche polycentrée. *European Journal of Disability Research, 7*, 102-115.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N, 82*, 9-30.

Favre, J.-M. (2015). *Investissements de savoirs et interactions de connaissances dans un centre de formation professionnelle et sociale : une contribution à l'étude des mathématiques et de leur fonctionnement dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée*. Thèse de doctorat. Genève : Université de Genève. [En ligne] https://archive-ouverte.unige.ch/unige:76939.

Fortier, M.-P., Noël, I., Ramel, S. et Bergeron, G. (2018). Intégration scolaire, éducation inclusive et représentations des enseignants : de la formation initiale à la communauté éducative. *Revue des sciences de l'éducation*, *44*(1), 12–39.

Frandji, D. et Rochex, J.-Y. (2011). De la lutte contre les inégalités à l'adaptation aux « besoins spécifiques ». *Éducation et formations, 80*, 95-108.

Frelat-Kahn, B. (2009). Entre nature et contingence : de la normalité à la normativité. *Le Télémaque*, *36*(2), 45-56.

Ghailane, O. (2015). *Les connaissances sur les fractions d'élèves de troisième cycle du primaire*. Mémoire de maîtrise. Montréal : Université du Québec à Montréal. [En ligne] https://archipel.uqam.ca/8125/1/M13921.pdf

Giroux, J. (2008). Conduites atypiques d'élèves du primaire. *Recherches en didactique des mathématiques*. *28*(1), 9-62.

Giroux, J. (2013a). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Revue Éducation et didactique. 7*(1), 59-86.

Giroux, J. (2013b). Entretiens didactiques sur la fraction auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage. Dans L. Bacon (ed.), *Actes du colloque du GDM 2013* (52-61). Trois-Rivières : Université du Québec à Trois-Rivières.

Giroux, J. (2015). Variations sur les processus interprétatifs dans l'étude des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Dans D. Butlen (ed.), *Rôles et place de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et dans le système éducatif* (211-235). Grenoble : Éditions La pensée sauvage.

Giroux, J. (2021). Cadres interprétatifs pour l'investigation des connaissances mathématiques d'élèves en difficultés scolaires. Dans P. Marchand, J. Koudogbo, A. Adihou, D. Gauthier (eds), *La recherche en didactique des mathématiques et les élèves en difficulté : quels enjeux et quelles perspectives ?* (123-159*).* Montréal : Éditions JFD.

Gonçalves, G., & Lessard, C. (2014). L'Évolution du champ de l'adaptation scolaire au Québec : politiques, savoir légitimes et enjeux actuels. *Canadian Journal of Education/Revue Canadienne de l'éducation*, *36(*4), 327-373.

Guille-Biel Winder C., Assude T., Theis L., Millon-Fauré K., Koudogbo J., Thibault, M. et Marchand P. (2023). Analyse du continuum d'un dispositif d'aide préventif – le cas de l'enseignement du concept de fraction au primaire. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 23*, 96–119.

Hardy, T. (2009). Qu'est-ce qu'un examen axé sur le discours a à offrir au développement des enseignants ? Dans L. Black, H. Mendick , et Y. Solomon (eds.), *Relations mathématiques en éducation : Identités et participation* (186 -197). Abingdon : Routledge.

Houle, V. (2016). *Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction.* Thèse de doctorat. Montréal : Université du Québec à Montréal. Repéré à http://archipel.uqam.ca/id/eprint/10649

Houle, V. et Giroux, J. (2015). Intervention orthopédagogique en mathématiques fondée sur une approche didactique. Dans A. Adihou, L. Bacon, D. Benoit et C. Lajoie (eds.), *Actes du colloque du Groupe de didactique des mathématiques 2015* (95–108). Sherbrooke: Université de Sherbrooke.

Houle, V., et Giroux, J. (2017). Conception et pilotage de situations à dimension adidactique en contexte orthopédagogique. *Recherche en didactique des mathématiques*, *36*(3), 275–306.

Houle, V., Giroux, J. (2018). Interprétations de la fraction et enseignement/apprentissage des fractions équivalentes au primaire. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, *19*, 321–333. https://doi.org/10.1007/s42330-018-0033-0.

Karagiannaki, G., Baccaglini-Grank, A., et Papadatos, Y. (2014). Mathematical Learning difficulties subtypes classification. *Frontiers in Human Neuroscience*, *Sec. Cognitive Neuroscience*, *8.* https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00057

Kieren, T. E. (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and FormaI Development. Dans J. Hiebert et M. Behr (eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (162-181). Hillsdale: Éditions Lawrence Erlbaum Associates.

Kieren, T.E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. Dans T. P. Carpenter, E. Fennema et T. A. Romberg (eds.), *Rational numbers: An integration of research* (49–84). Hillsdale : Editions Lawrence Erlbaum Associates.

Lamon, S. (2005). Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers (2nd ed.). New York : Lawrence Eribaum Associates.

Lavoie, G., Thomazet, S., Feuilladieu, S., Pelgrims, G. et Ebersold, S. (2013). Construction sociale de la désignation des élèves à « besoins éducatifs particuliers » : incidences sur leur scolarisation et sur la formation des enseignants. *Alter-European Journal of Disability Research*, *7*(2), 93-101.

Leder, G. et Lubieński, S. (2015). Large scale test data : Making the invisible visible. Dans A. Bishop, H. Tan, et T.N. Barkatsas (eds.), *Diversity in Mathematics Education. Towards inclusive practices* (17-40). New-York, USA : Springer. DOI:10.1007/978-3-319-05978-5_2

Marlot, C. et Thoullec-Théry, M. (2011). Caractérisation didactique des gestes de l'aide à l'école élémentaire : une étude comparative de deux cas didactiques limite en mathématiques. *Éducation et didactique*, *5*(2), 7-32.

Mary, C. (2003). Interventions pédagogiques sous l'angle du contrat didactique. *Éducation et francophonie, 31*(2), 103-124.

Mercier, A., Quilio, S. (2018). *Mathématiques élémentaires pour l'école.* Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Ministère de l'Éducation (2006). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire. Éducation primaire.* Gouvernement du Québec : Bibliothèque nationale. Repéré à https://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/education/jeunes/pfeq/PFEQ_presentation-primaire.pdf

Ogay, T. et Edelmann, D. (2011). Penser l'interculturalité dans la formation des professionnels : L'incontournable dialectique de la différence culturelle. Dans A. Lavanchy, A. Gajardo et F. Dervin (eds.), *Anthropologies de l'interculturalité* (47-71). Paris, France : L'Harmattan.

Peirce, C. S. (1986). Comment se fixe la croyance [1878]. Dans *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition*. Bloomington: Indiana University Press.

Potvin, M. (2018). *Guide pour les intervenants scolaires : Pour des milieux éducatifs inclusifs, démocratiques et antidiscriminatoires.* Observatoire sur la Formation à la Diversité et l'Équité, UQAM. [En ligne] https://numerique.banq.qc.ca/patrimoine/details/52327/4011706?docref=MM-ZvrgVowQ_cgamBSPxAQ.

Ramel, S. et Vienneau, R. (2016). Des fondements sociologiques de l'inclusion scolaire aux injonctions internationales. Dans L. Prud'homme, H. Duchesne, P. Bonvin et R. Vienneau (eds.), *L'inclusion scolaire : ses fondements, ses acteurs et ses pratiques* (25-38). Bruxelles, Belgique : De Boeck Supérieur.

Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A.* Thèse de doctorat. Bordeaux : Université Bordeaux II. [En ligne] Repéré à https://www.theses.fr/2009BOR21629

Roos, H. (2019). Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both? *Educational Studies in Mathematics*, *100*(1), 25-41.

Roos, H. (2023). Students'voices of inclusion in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *113*, 229-249.

Salin, M.-H. (2007). À la recherche de milieux adaptés à l'enseignement des mathématiques pour des élèves en « grande difficulté scolaire », dans J. Giroux et D. Gauthier (eds.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques* (195-218), Montréal : Éditions Bande didactique.

Turmel, A. (2013). *Une sociologie historique de l'enfance. Pensée du développement, catégorisation et visualisation graphique*. Laval : Presses Universitaires de Laval.

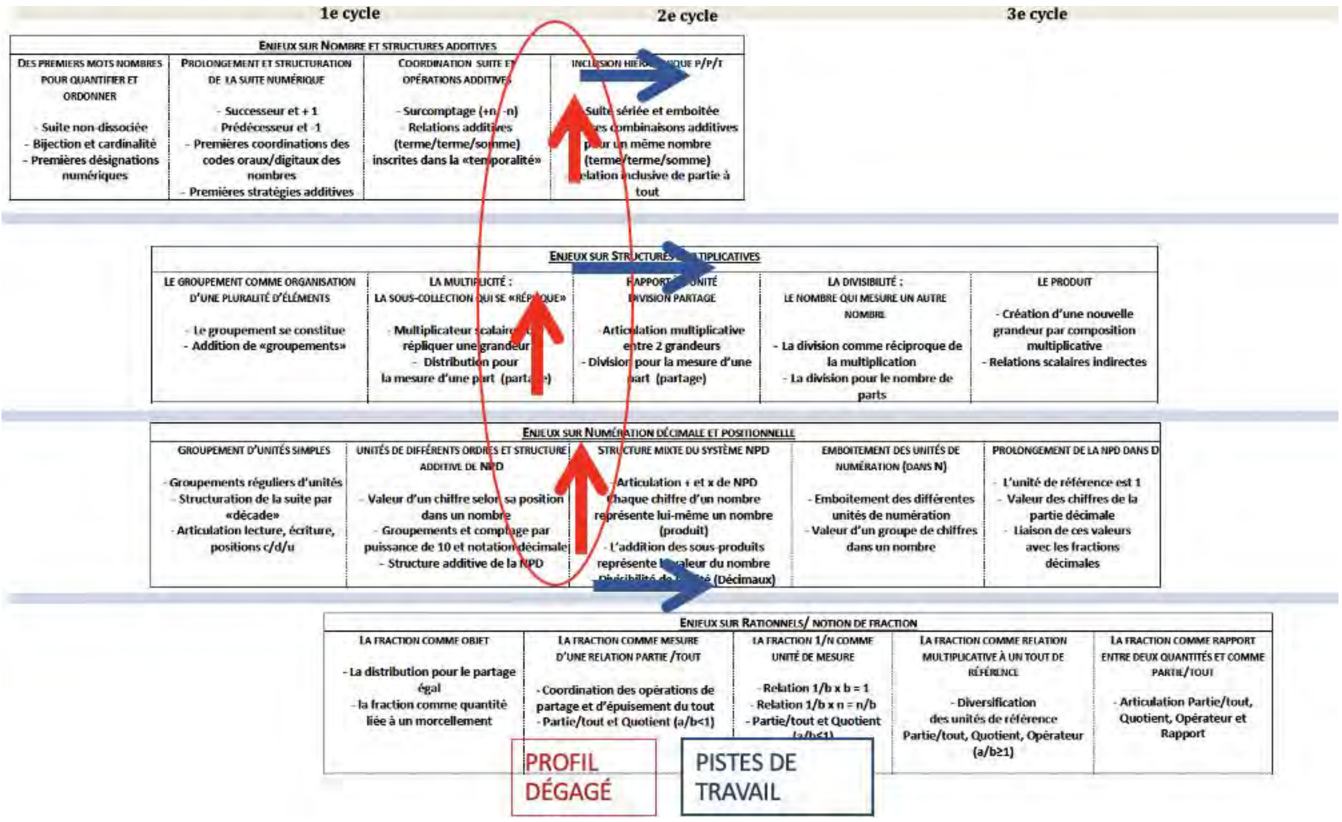
UNESCO (2006). *Principes directeurs pour l'inclusion : assurer l'accès à « l'éducation pour tous ».* UNESCO. Repéré à https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000140224_fre

ANNEXE 1 - TABLEAU DE LA CLASSIFICATION DES TROUBLES D'APPRENTISSAGE EN MATHÉMATIQUE DE KARAGIANNAKI, BACCAGLINI-GRANK, ET PAPADATOS, Y. (2014).

Table 1 | Classification model for MLD, proposing 4 subtypes, possible specific systems involved, and typical mathematical difficulties encountered.

Subtype	Specific systems involved	Mathematical difficulties[1]
1. Core number	Internal representation of quantity: • ANS • OTS • Numerosity-Coding • representation of symbols • Access deficit	Arithmetical domain: 1. Basic sense of numerosity (Butterworth, 2005), and estimating accurately a small number of objects e.g., 4–5 (subitizing) (Butterworth, 2010; Piazza, 2010) 2. Estimating approximately different quantities (Piazza et al., 2010) 3. Placing numbers on number lines, SNARC effect (Zorzi et al., 2002, 2005; Menon et al., 2000; Siegler and Opfer, 2003) 4. Managing Arabic symbols (Ansari et al., 2006; Rousselle and Noël, 2007) 5. Transcoding a number from one representation to another (analog-Arabic-verbal) (Wilson and Dehaene, 2007) 6. Grasping the basic counting principles (Gallistel and Gelman, 1992; Geary et al., 1996; Geary and Hoard, 2005) 7. Capturing the meaning of place value (including in decimal notation) (Russell and Ginsburg, 1984; Geary, 1993); 8. Capturing the meaning of the basic arithmetic operation symbols (+, −, ×, :).
2. Memory (retrieval and processing)	• Working memory[2] (WM) • Inhibition of irrelevant information from entering WM • Semantic memory	All mathematical domains: 1. Retrieving numerical facts (Geary, 1993, 2004; von Aster, 2000; Woodward and Montague, 2002) 2. Decoding—confusing terminology (numerator, denominator, isosceles, equilateral,...) (Geary, 1993; Hecht et al., 2001) 3. Transcoding verbal rules or orally presented tasks (Rourke and Finlayson, 1978; Rourke, 1993; Brysbaert et al., 1998; Andersson, 2007; Swanson et al., 2008) 4. Performing mental calculation accurately (Campbell, 1987a,b, 1991; Ashcraft, 1992; Andersson and Östergren, 2012) 5. Remembering and carrying out procedures as well as rules and formulas (Pellegrino and Goldman, 1987; Gerber et al., 1994) 6. (Arithmetic) problem solving (keeping track of steps) (Jitendra and Xin, 1997; Passolunghi and Siegel, 2001, 2004; Fuchs and Fuchs, 2002, 2005; Andersson, 2007; Swanson et al., 2008).
3. Reasoning	Various executive mechanisms: • Entailment • Inhibition (not connected to WM) • Updating relevant information, shifting from one operation-strategy to another • Updating and strategic planning • Decision-making	All mathematical domains: 1. Grasping mathematical concepts, ideas and relations (Schoenfeld, 1992; Geary, 1993) 2. Understanding multiple steps in complex procedures/algorithms (Russell and Ginsburg, 1984; Bryant et al., 2000; Geary, 2004) 3. Grasping basic logical principles (conditionality—"if... then..." statements—commutativity, inversion,...) (Núñez and Lakoff, 2005) 4. Problem solving (decision making) (Schoenfeld, 1992; Desoete and Roeyers, 2006).
4. Visual-Spatial	• Visuo-spatial (VS) WM[3], • Visuo-spatial reasoning/perception	Domains of written arithmetic, geometry, algebra, analytical geometry, calculus: (Geary, 1993, 2004; Rourke and Conway, 1997; Venneri et al., 2003; Mammarella et al., 2010) 1. Interpret and use spatial organization of representations of mathematical objects (for example, numbers in decimal positional notation, exponents, or geometrical figures) 2. Placing numbers on a number line (Cooper, 1984; Dehaene and Cohen, 1997) 3. Recognizing Arabic numerals and other mathematics symbols (confusion in similar symbols) (Venneri et al., 2003) 4. Written calculation, especially where position is important (e.g., borrowing/carrying) (Heathcote, 1994; Mammarella et al., 2010; Szucs et al., 2013) 5. Controlling irrelevant visuo-spatial information (Mammarella and Cornoldi, 2005; Mammarella et al., 2013) 6. Visualizing and analyzing geometric figures (or subparts of them), in particular visualizing rigid motions such as rotations (Thompson et al., 2013) 7. Interpreting graphs, understanding and interpreting when the math information are organized visual-spatially (tables)[4].

ANNEXE II - ILLUSTRATION D'UN USAGE DU TABLEAU SYNOPTIQUE PAR DES ORTHOPÉDAGOGUES



PAUVRETÉ ET DESTINS SCOLAIRES ? UNE INITIATIVE COLLECTIVE POUR UNE ALLIANCE ÉDUCATIVE ENTRE PARTENAIRES D'UN QUARTIER MARQUÉ PAR LA PAUVRETÉ

Christine FELIX
Maitresse de conférences
Laboratoire ADEF
Marie-christine.felix@univ-amu.fr

Résumé
Les inégalités de réussite scolaire liées à l'origine sociale, qui s'en soucie ? En 2019, en France, 20% des enfants de moins de dix ans sont pauvres. En 2022, plus d'un enfant sur cinq vit toujours sous le seuil de pauvreté en France, c'est-à-dire en situation de privation matérielle et sociale l'empêchant de réunir des conditions de vie nécessaires pour entrer sereinement dans les apprentissages scolaires. L'école n'est évidemment pas responsable de la pauvreté. Mais, pour autant, il est urgent d'agir autrement si l'on veut qu'elle soit plus juste, plus égalitaire et pas seulement adaptée à la réussite massive des enfants les mieux lotis socialement et culturellement. Établir le constat de ces disparités entre enfants est nécessaire mais insuffisant. Il est urgent de montrer, de mettre sous les yeux des acteurs, et des enseignants en particulier, l'expression concrète de cette pauvreté dans le quotidien des élèves et de leur famille afin d'en comprendre l'incidence durable et déterminante sur leur avenir scolaire et professionnel. La production d'un film documentaire en cours de réalisation a modestement l'ambition de participer à cette prise de conscience nécessaire, notamment en tant qu'objet et ressource de formation pour les futurs enseignants.

Avant toute chose, je tiens tout particulièrement à remercier les organisateurs de la COPIRELEM et de l'IRES qui m'ont invitée à clôturer ce colloque par une conférence autour de la question problématique articulant « Mathématique et diversité à l'école : Aider les élèves – Accompagner les enseignants ». Tout un programme si l'on en croit les derniers résultats de plusieurs évaluations (Timss, Pisa, Cedre) qui déclarent que les élèves en France en 2019 obtiennent de moins bons résultats en mathématiques que ceux des autres pays de l'OCDE (Botton, 2021) et ce, pour tous les niveaux de performance de l'enquête (Cnesco, septembre 2021)[1]. Une précision d'importance est à retenir : cet écart est davantage prononcé chez les élèves socialement défavorisés, c'est-à-dire les 25% des élèves des pays de l'OCDE les plus socialement déshérités. Ce qui signifie que les élèves français défavorisés sont sous-représentés parmi ceux qui ont un niveau élevé et sur-représentés au-dessous du premier pallier de Timss. Bien plus que la moyenne des autres pays de l'OCDE, 30% des élèves français, massivement issus des milieux populaires, sont en difficulté, d'après les dernières estimations de la DEPP[2]. On ne peut donc pas nier le poids de l'origine sociale sur les destins scolaires. Mais, me direz-vous, l'origine sociale n'est pas seule en cause. Effectivement, « l'effet école », par exemple, joue un rôle prépondérant et une des nombreuses conclusions du Cnesco est très éclairante à ce propos : « un élève défavorisé réussit mieux dans une école socialement favorisée » [3]. Or, 54 % des élèves socialement défavorisés de CM1 en 2019

[1] https://www.cnesco.fr/comprendre-les-resultats-en-mathematiques-des-eleves-en-france/
[2] http://geoconfluences.ens-lyon.fr/actualites/veille/parutions/geographie-de-l-ecole-2021-13e-edition-et-les-territoires-de-l-education
[3]https://www.cnesco.fr/events/event/comprendre-les-resultats-en-mathematiques-des-eleves-en-france-une-serie-de-4-notes-inedites-du-cnesco/

fréquentaient une école elle-même socialement défavorisée, contre 35 % en moyenne dans l'OCDE. Pour autant, on ne peut pas imputer à l'école – et encore moins à la formation des enseignants – toute la responsabilité de la baisse du niveau des élèves français en général, et en mathématiques en particulier. Mais, en même temps, la prise en compte des difficultés rencontrées par les élèves dès l'école primaire, et particulièrement chez les élèves issus de milieux socialement défavorisés, interroge les manières de concevoir l'enseignement des mathématiques, les contenus de la formation des professeurs des écoles ou encore les pratiques que les enseignants eux-mêmes tentent de mettre en œuvre pour assurer cet enseignement tel que prescrit au grès des réformes successives.

J'aurais pu faire le choix d'éclairer ces affirmations à partir des nombreuses interventions que j'ai conduites dans différents établissements scolaires, du 1er et du 2nd degré, afin d'analyser des difficultés d'enseignement et d'apprentissage selon le milieu social d'origine des élèves. Par exemple, rappeler combien la pratique des devoirs en mathématiques ou, plus largement, celle qui consiste à conduire les élèves vers l'autonomie dans la gestion de leur travail personnel en général ne cesse de poser problèmes à une certaine catégorie d'élèves et à leurs professeurs ainsi qu'à leurs parents et à de nombreux adultes en charge du suivi de ce travail à l'école et hors l'école (Chouinard, Archambault & Rheault, 2006 ; Glasman et Besson, 2005 ; Joshua & Félix, 2002 ; Felix, 2002, 2004 ; Kakpo & Rayou, 2010).

J'aurais pu étayer mon propos en vous proposant d'interroger la pertinence des dispositifs d'accompagnement qui se succèdent depuis des années : en quoi et comment contribuent-ils à une meilleure prise en charge du travail personnel des élèves, à une diminution de l'opacité des codes implicites véhiculés par l'école, à l'autonomisation de tous les élèves ? Quelles modalités d'aide entre les intervenants, les enseignants, les élèves et leurs parents ? Le travail de mathématiques pose-t-il davantage de problèmes à l'ensemble de ces acteurs par comparaison à d'autres disciplines scolaires enseignées au primaire ? On le sait bien, ces questions sont loin d'être tranchées (Berthet, 2015 ; Felix et al, 2012 ; Kakpo & Netter, 2013 ; Rayou 2009). Et elles le sont d'autant moins que la France, plus qu'ailleurs, ne réussit pas toujours à faire de la pluralité et de la diversité de ses élèves une réelle opportunité de réussite pour tous (Delahaye, 2015, 2022).

Dans ces conditions, comment conduire des élèves issus de quartiers marqués par la pauvreté vers une « éducation mathématique » pour reprendre les termes du cadre scientifique de ce colloque et, plus largement, vers une plus grande réussite scolaire pour tous ? Comment faire pour que chaque élève trouve sa place dans les classes et au sein de cet ensemble de dispositifs d'aide et d'accompagnement régulièrement renouvelés et proposés par les politiques éducatives comme solution au problème des inégalités scolaires ?

De longue date, les didacticiens – et en particulier les travaux en didactique de mathématiques – se sont intéressés de très près à ces questions, et plus encore au travail d'accompagnement différencié et adapté aux besoins des élèves afin de permettre de lutter contre la permanence, voire l'aggravation, des inégalités scolaires (Butlen & Masselot 2019 ; Laparra & Margolinas, 2011 ; Perrin-Glorian, 1993 ; Pézard & al, 2007). Pour autant, malgré des avancées majeures, la question de la diversité à l'école demeure encore trop souvent un angle mort de la formation initiale des enseignants. Il n'est donc pas surprenant que les enseignants peu expérimentés, voire ceux et celles qui débutent dans le métier au sein d'établissements scolaires dits « difficiles », se retrouvent en difficulté face à des situations de pauvreté et de grande pauvreté auxquelles sont confrontés tout ou partie de leurs élèves.

Vous l'aurez compris, je ne vais pas parler d'enseignement-apprentissage des mathématiques dans cette conférence et j'espère que les organisateurs de ce colloque ne m'en tiendront pas rigueur. Néanmoins, en lien avec le cadrage scientifique de ce colloque, je vous propose de réfléchir à la formation des professionnels de l'éducation en prise avec l'augmentation des inégalités entre élèves issus des territoires d'éducation prioritaire les plus pauvres. Plus concrètement, il s'agit de réfléchir à la manière de dépasser les modalités de formation de type informationnel et/ou vaguement incitatif qui, si elles ont le mérite d'exister, demeurent insuffisantes pour engager une véritable réflexion à partir d'actions concrètes à conduire sur le terrain avec tout un ensemble de partenaires impliqués dans cette question de la réussite scolaire différenciée.

Pour cela, je souhaiterais vous présenter le projet d'un film documentaire, né de la volonté de réfléchir et mettre en œuvre des modalités de formation des futurs enseignants – mais pas uniquement – et dont la co-conception avec différents partenaires de l'éducation peut jouer un rôle bénéfique dans une meilleure compréhension de l'autre, de ses développements comme de ses empêchements. Mais avant toute chose, quels liens entre pauvreté et réussite scolaire ? En quoi et comment cela intéresse-t-il les professionnels de l'éducation ? Quelles marges de manœuvres ont-ils pour aider leurs élèves à apprendre malgré des conditions de vie dégradées contraignant ces enfants à vivre et grandir dans un environnement peu propice à leur développement et leur bien-être ?

I - ENTRE PAUVRETÉ ET RÉUSSITE SCOLAIRE

Mesurer la pauvreté est une tâche très complexe. Non seulement, elle est multidimensionnelle et recouvre des situations diverses mais encore, il est très difficile d'obtenir des chiffres identiques selon les différentes sources, y compris au niveau des sources officielles (INSEE, Sénat, Observatoire de la pauvreté, etc.). Toutefois, on peut dire sans trop se tromper que la pauvreté ne frappe pas au hasard. Parmi les 5,2 millions de personnes situées sous le seuil de pauvreté fixé à 50 % ou 60% du niveau de vie médian[4], près d'un tiers est composé d'enfants, d'adolescents et de jeunes adultes. Ce qui revient à dire, d'après les calculs de l'observatoire des inégalités selon les sources de l'INSEE, qu'en 2019 par exemple, 20,3 % des enfants de moins de 3 ans sont pauvres, soit 397 000 enfants, et 20% ont moins de dix ans, le taux augmentant pour les adolescents avec ? 22,6 % chez les 15-17 ans, par exemple. Une enquête de l'UNICEF France et du Samu-social évalue, en aout 2022, plus de 42 000 enfants privés d'un logement, vivant dans des hébergements d'urgence, dans des abris de fortune ou dans la rue[5]. La dernière enquête publiée par Unicef France (United Nations International Children's Emergency Fund) et la Fédération des acteurs de la solidarité (FAS) en aout dernier (2023) confirme cette réalité, en révélant que près de 2 000 mineurs, dont 480 âgés de moins de 3 ans, dorment actuellement dans la rue en France. Un chiffre qui a augmenté de plus de 20% en une année et qui est d'autant plus alarmant que bon nombre de ces familles n'ont pas toutes été répertoriées. Comme le précise le journal le Monde[6] « les mineur·e·s non accompagné·e·s, ou encore celleux vivant dans des bidonvilles ou dans des squats, ne sont pas non plus comptabilisé·e·s». En réponse au plan de lutte contre la pauvreté du gouvernement présenté par le Président de la République française, Emmanuel Macron, le 13 septembre 2023, l'Unicef rappelle qu'un enfant sur cinq vit sous le seuil de pauvreté en France, soit près de 3 millions d'enfants pauvres. Autre donnée d'importance, dans un quart des cas, les jeunes issus d'une famille pauvre et dont les parents sont sans diplôme, sortent à leur tour de l'école en situation d'échec.

Ce que je veux dire ici est finalement assez simple à comprendre : lorsqu'un enfant ne dispose pas d'un endroit pour travailler, quand il est mal logé, mal nourri, mal soigné, quand il ne peut pas bien dormir, qu'il ne peut pas évoluer dans un environnement sûr, qu'il ne peut pas se sentir en sécurité, avoir de l'intimité mais aussi quand il a moins l'occasion que d'autres de se cultiver, de partir en vacances, de jouer tout simplement… on ne peut pas dire qu'il y a égalité entre élèves. Les conditions ne sont pas réunies. Car les inégalités se cumulent ; elles sont à la fois la cause et la conséquence d'une profonde fracture sociale, notamment en termes de sante, d'emploi et d'éducation.

[4] En France, un individu est considéré comme pauvre lorsqu'il vit en dessous du seuil de pauvreté établi à 60% du revenu médian. On estime donc qu'une personne est pauvre si ses revenus sont inférieurs à 1 102 € par mois.

[5] https://www.unicef.fr/article/lunicef-france-et-le-samusocial-de-paris-alertent-sur-la-sante-mentale-des-enfants-sans-domicile/

[6] https://www.lemonde.fr/societe/article/2023/08/30/un-nombre-record-d-enfants-a-la-rue-a-la-veille-de-la-rentree-scolaire_6187015_3224.html

En reprenant le constat que fait Bernard Lahire dans son ouvrage sur les inégalités parmi les enfants, il faut prendre conscience qu'il a incontestablement « ce qui est accessible aux uns et inaccessible aux autres, ce qui est possible et presque sans limite pour certains et totalement impossible et même impensable pour d'autres » (Lahire, 2019, p. 12). Un constat simple mais brutal qui oblige à s'interroger sur « ce que la pauvreté fait à l'école » et, corrélativement « ce que fait l'école de la pauvreté », tel que le préconise Jean-Paul Delahaye[7] lors de ses nombreuses conférences.

C'est cette question qu'il me semble impératif de travailler, et tout particulièrement aujourd'hui avec vous dans le cadre de ce colloque qui met un point d'honneur à s'inquiéter d'une École qui ne parvient plus toujours à offrir les mêmes chances de réussite à tous. Vous qui êtes enseignants, formateurs d'enseignants, inspecteurs, conseillers pédagogiques, référents de circonscription ou chercheurs en éducation et qui pouvez agir dans vos milieux de travail respectifs. Car si l'école ne peut pas tout et certainement pas toute seule, il n'en demeure pas moins vrai que la lutte contre la pauvreté et les inégalités doit – aussi – passer par l'école et les professionnels de l'éducation. Pour ce faire, encore faut-il réussir à établir le constat de l'existence de ces inégalités et identifier la manière dont elles impactent le quotidien des enfants et de leur famille. Car nombreux sont les professionnels qui, bien que confrontés à ces inégalités dans leur classe ou plus largement dans leur milieu de travail, ignorent tout ou presque de ce que vivent quotidiennement certains de leurs élèves, des obstacles qu'ils et elles doivent surmonter pour accéder à l'école et disposer de conditions favorables à leurs apprentissages.

II - UN FILM DOCUMENTAIRE POUR PASSER DES INTENTIONS À L'ACTION : UNE UTOPIE ?

Pour toutes ces raisons, il m'a semblé indispensable de concevoir et d'organiser un espace de formation qui ne se limite pas à exiger des étudiants qu'ils présentent une fiche ou qu'ils commentent sous forme de retours d'expérience ou d'exposés, les effets des inégalités sociales sur les trajectoires et réussites scolaires. Bien sûr qu'il faut établir le constat de ces inégalités mais c'est insuffisant si l'on veut défendre une école plus juste. Je suis convaincue qu'il faut « provoquer un choc », « mettre sous les yeux » de tous les acteurs impliqués – et pas uniquement les étudiants en tant que futurs enseignants – l'expression concrète de ces inégalités dans le quotidien des élèves et de leur famille afin « de donner à voir et à ressentir leurs effets multiples […] en termes d'écart dans les conditions concrètes d'existence […] ainsi que sur les champs extrêmement variables du possible qu'elles imposent aux individus appartenant aux différentes classes de la société. » (Lahire, 2019, p. 12).

Le film documentaire est un bon candidat, me semble-t-il, et ce d'autant que j'ai la chance de travailler avec Agnès Maury[8], réalisatrice, vidéaste et photographe ayant une longue expérience dans la réalisation de reportages visant à favoriser et libérer l'expression chez différents publics, notamment des publics en difficulté. Ici, cette sensibilité qu'elle met au service des prises de vue permet de créer l'émotion nécessaire à la prise de conscience des effets de conditions de vie difficile, précaire voire dégradée sur le développement physique et psychologique des jeunes et de leurs parents. Ensemble, nous avons ainsi convenu 1) qu'elle m'accompagnerait dans le projet de faire de ce film une ressource capable de susciter débats et controverses dans les espaces sociaux où il sera présenté[9] et 2) que ce film documentaire aurait pour principal objectif de « *montrer* » ; montrer pour contribuer à faire prendre conscience de ces différences et permettre de se questionner et questionner autrement l'exercice de son métier. Non pas pour désespérer les professionnels et les partenaires de l'éducation mais « bien au contraire pour les inciter à se saisir de ce que les recherches relatives à l'origine sociale des élèves nous

[7] https://www.youtube.com/watch?v=JBaFQJ2-10y
[8] https://www.lesfilmsdupapillon.com
[9] INSPE, établissements scolaires du 1er et 2nd degrés, Sites web et Réseaux sociaux, chaînes vidéo en ligne de type Canal-U, Vimeo, évènements divers et projections collectives suivis de débats avec le public, etc.

autorisent à penser, et à espérer…» comme le suggère Rayou (2019, p. 8). Toutefois, il serait dommageable de réduire cette question à l'Education Nationale. C'est évidemment, l'affaire de tous, tant des acteurs politiques et associatifs que de toute la communauté des citoyens.

1 Une initiative locale menée entre différents partenaires du quartier

La réalisation de ce film documentaire est née dans le cadre d'un travail collaboratif mené de longue date, entre enseignants du 1er et du 2nd degré, personnels de direction, diverses associations de quartier dont une association de parents d'élèves et des enseignants-chercheurs impliqués dans la formation des enseignants à l'INSPE en Education Prioritaire. Pour se faire, nous avons organisé plusieurs séances de travail réunissant chaque fois :

- divers partenaires : le principal du collège Quinet, le directeur d'une école d'application (St Charles 1), des mamans d'élèves (très rarement pour ne pas dire quasiment jamais, des papas), des professionnels des associations les plus en lien avec les établissements scolaires, le coordonnateur REP+, la coordonnatrice Cité-Educative, un ou deux étudiants en Master MEEF, parfois deux ou trois professeurs chaque fois que le principal du collège a pu les libérer pour qu'ils participent à ces rencontres, deux ou trois enseignants chercheurs, et plus récemment, la vidéaste produisant le film documentaire avec nous ;
- dans des lieux différents de travail : écoles, collège, INSPE, associations, quartier, domicile des familles, etc.

Ce jour-là (figure 1), nous sommes accueillis par les mamans d'élèves, dans le local de l'association de parents d'élèves (APE) *Les minots de St Charles*, pour réfléchir ensemble à des modalités capables de faire découvrir le quartier « Quinet » à une trentaine d'étudiants. Nous décidons unanimement que cette immersion sur le terrain sera l'occasion de rencontrer les habitants et les familles du quartier ainsi que les personnes qui y travaillent, en particulier le tissu associatif. Ce sont les mamans, parents d'élèves et habitant le quartier, qui prendront en charge la visite de leur territoire. Ci-dessous, un extrait des échanges de cette matinée de travail, notamment à partir des propos du Principal du collège Quinet qui tente de faire un point sur les objectifs et modalités sur lesquels nous avons progressivement mais toujours collectivement réussi a nous mettre d'accord et validés :

> **Principal du collège** : (*…)* Si nous sommes ici, c'est dans le cadre de *Territoire Apprenant*, une labélisation Éducation Nationale et de la Délégation Académique de la Formation et de l'Innovation Pédagogique, nous accueillons la formation initiale et continue. Nous sommes partenaires privilégiés et nous avons la chance que l'INSPE nous ait choisi pour pouvoir implanter les TD délocalisés (…) C'est la découverte de l'éducation prioritaire (…) Cette découverte concerne un troisième champ [autre que celui de la classe et de l'établissement], c'est le partenariat avec l'environnement, avec le territoire, connaissance du territoire dans toute sa complexité, les associations de parents d'élèves, les associations qui participent à l'aide aux devoirs, (...) les associations qui participent à améliorer la santé des élèves (…) tout ce tissu associatif dont un professeur doit avoir connaissance au bout du compte pour mieux pratiquer son métier au sein de la classe, le bienêtre et la réussite de ses élèves.(...) Ce vous direz aux futurs enseignants (…) ni angélisme ni misérabilisme (…), il faut l'humanité dans tout ce qu'elle a de plus terrible, de la misère jusqu'à la solidarité.

Figure 1. Matinée de travail à l'association Les minots de St Charles

Notre objectif ici est clair. Il s'agit de partager avec les étudiants une conviction : *l'école ne peut pas tout et pas toute seule ! Mais elle a la responsabilité d'une formation plus adaptée aux enjeux de la pauvreté.* Elle a besoin de ses partenaires pour pouvoir appréhender les diverses dimensions de la vie sociale de leurs potentiels-futurs élèves, pour mieux saisir les logiques et les univers familiaux (conditions matérielles de vie, situations professionnelles, pratiques et compétences linguistiques, pratiques culturelles, rapport à la santé, à l'école, à l'alimentation….), ainsi que les effets conjugués de l'ensemble de ces propriétés sociales, positives comme négatives, sur la construction des rapports aux savoirs scolaires et non scolaires.

2 Produire un film documentaire : objet de et pour la formation des enseignants

Pour ce faire, nous avons eu l'opportunité d'investir un dispositif de vingt heures, proposé par l'INSPE à une trentaine d'étudiants volontaires, au sein d'une Unité d'Enseignement (UE) intitulée *Accompagner les élèves de l'éducation prioritaire dans leurs apprentissages*. Il s'agit de quatre séances au cours desquelles les enseignants-chercheurs et les partenaires de terrain impliqués dans cette UE proposent aux étudiants :
Une première séance de 3h réalisée à l'INSPE est l'occasion de faire un tour d'horizon à propos de quelques connaissances de bases en matière de politiques d'éducation prioritaire et des représentations et conceptions des étudiants en matière d'éducation (Audren & Baby-Collin, 2017 ; Frandji, 2017 ; Rochex, 2016 ; Richard-Bossez & al, 2021 ; Puyol-Lopez & Pavie, 2023). Cette séance est rapidement suivie de deux journées d'immersion organisées d'abord dans des établissements scolaires du territoire prioritaire puis au sein du quartier accueillant ces établissements, socialement défavorisé. Ces deux journées d'immersion sont encadrées, à la fois, par des professeurs et par des habitants, toutes et tous impliqués dans ce projet de formation. La première journée au sein des établissements scolaires vise trois objectifs :

- observer le travail en classe du 1er et du 2nd degrés ;
- rencontrer les membres de l'équipe éducative ;
- échanger avec des partenaires éducatifs impliqués dans les projets d'école et d'établissement.

La deuxième journée est consacrée à la visite du quartier durant toute la matinée et au cours de laquelle les étudiants accompagnés par trois mères d'élèves du quartier vont pouvoir aller à la rencontre du territoire, de ses habitants et de ses acteurs, notamment associatifs, qui interviennent dans le projet éducatif du réseau d'éducation prioritaire. L'après-midi est consacrée à des échanges entre étudiants et partenaires à propos de ce qu'ils ont pu observer au cours de leur déambulation dans le quartier, de ce qui les a interpellés, dérangés ou encore confortés dans l'idée qu'ils se faisaient d'un territoire touché par la précarité. Une quatrième et dernière séance d'une demi-journée prévue à l'INSPE, toujours en présence de divers partenaires impliqués dans le dispositif de formation, permet de faire un retour d'expérience et d'envisager de nouvelles marges d'action en tant qu'enseignant en vue de limiter possiblement les effets des inégalités sociales sur les destins scolaires de ces élèves.
Bien évidemment, nous sommes tous très conscients que ce n'est pas avec ce seul dispositif de formation de 20 h que l'on pourra construire cette connaissance et transformer les manière de penser et de faire des professionnels de l'éducation, mais il s'agit là d'un premier niveau de sensibilisation à des

problématiques souvent méconnues des enseignants et ce, dans l'espoir qu'après avoir participé à cet enseignement, les futurs enseignants ne puissent plus dire « on ne savait pas » (Lahire, 2019, p.15). C'est pourquoi, selon nous, explorer l'idée qui revient à demander aux habitants du-dit Territoire – dont la parole est souvent peu ou mal entendue voire confisquée par les pouvoirs publics comme par l'école – de raconter et de se raconter – raconter leur quartier et son histoire, avec ses heurs et ses malheurs, raconter les difficultés mais aussi les ressources qui sont les leurs – participent, entre autres choses, de la socialisation des futurs enseignants. La focale a été mise sur un territoire du centre de Marseille (le REP+ Quinet) fortement engagé dans les questions de formation du fait de sa labélisation *Territoire Apprenant* par le Rectorat d'Aix-Marseille et inscrit dans la *Cité éducative Marseille Centre* co-portée par l'Education nationale, la Préfecture, la ville de Marseille et la Métropole en vue d'impulser des projets, dans et hors l'Ecole, pour les enfants et les jeunes de 0 à 25 ans.

3 Que montrer et que dire de son quartier aux futurs enseignants ?

Avant tout, il faut bien comprendre que Marseille, deuxième ville de France, n'est pas seulement l'une des villes les plus pauvres. Ville de contrastes avec ses inégalités sociales et économiques bien réelles, elle est aussi l'une des plus inégalitaires. Un entretien avec Philippe Langevin, économiste spécialiste des questions de pauvreté[10], permet de saisir que dans cette ville cohabitent

> *les populations parmi les plus riches de France, ainsi que celles parmi les plus pauvres d'Europe : moins de 5 kilomètres à peine séparent le quartier Périer, un des plus riches hors de la capitale, et celui de la Belle de Mai, où la moitié de la population vit sous le seuil de pauvreté.*

Pour le dire autrement, des territoires très pauvres côtoient des territoires très riches. Le REP Quinet au sein duquel se déroule ce travail est situé dans le 3ème arrondissement de Marseille[11]. On est en plein centre-ville, à moins d'un kilomètre du vieux port et de la gare St Charles, dans un arrondissement qui est un des plus pauvres de France : un habitant sur deux vit en dessous du seuil de pauvreté.

3.1 Vivre dans le 3ème arrondissement : quelles particularités ?

Si l'on regarde la carte (figure 2), on constate que ce quartier est enclavé entre l'autoroute A7 d'un côté et la voie ferrée de l'autre. On peut également observer une zone géographique très resserrée sur ses établissements scolaires : le périmètre est restreint mais, pour autant, il comprend plusieurs écoles maternelles, écoles élémentaires, collèges, un lycée et l'université st Charles.

Figure 2. Le plan du quartier St Charles

[10] https://www.challenges.fr/economie/social/marseille-est-la-ville-ou-le-niveau-de-pauvrete-est-le-plus-important_664039

[11] https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/les-pieds-sur-terre/enquete-sur-le-3eme-arrondissement-de-marseille-l-arrondissement-le-plus-pauvre-de-france-8096588

De prime abord, cette caractéristique peut apparaitre comme une véritable chance pour les habitants et leurs enfants. Mais, il faut aussi envisager combien cette caractéristique peut jouer en défaveur des jeunes qui voient leur mobilité réduite, c'est-à-dire la possibilité de sortir de leur quartier, limitée. Un peu comme si ces jeunes, par ces facilités évidentes, étaient assignés à grandir et vivre dans le périmètre resserré de ce 3ème arrondissement de Marseille, limitant, de fait, leur liberté de circuler et de sortir de cet entre-soi qui, s'il a un côté sécurisant, peut agir également comme un empêchement au développement de l'expérience. On a trop souvent tendance à minimiser ce paramètre qui engendre, pourtant, des renoncements à se déplacer pour travailler, accéder aux soins, aux loisirs, etc.… ou pour accéder à un logement plus décent. Ce renoncement à la mobilité participe, voire, aggrave la précarisation des populations concernées.

Mais c'est surtout un quartier qui se caractérise par un cumul d'inégalités et une grande vulnérabilité du territoire et de ses habitants. Le taux de chômage et le revenu fiscal médian par ménage le placent au dernier rang des 16 arrondissements de Marseille et au dernier rang des communes ou arrondissements de France métropolitaine. On a donc des indicateurs de précarité extrêmement alarmants ainsi qu'un cadre de vie parfois très dégradé rendant difficile l'épanouissement d'une part importante de la population, en particulier, les enfants et les jeunes qui y vivent :

- seulement la moitié des ménages y bénéficie d'un logement social ;
- l'insertion professionnelle des résidents de ces quartiers est particulièrement difficile, notamment pour les femmes ;
- les étrangers, les jeunes et les familles monoparentales y sont surreprésentés.

Toutefois, et les habitants y tiennent particulièrement, ce territoire foisonne d'initiatives. L'une d'elle réside dans la prise en charge, par des mamans d'élèves, de cette journée de formation pour laquelle elles se sont engagées à montrer aux étudiants un certain nombre de difficultés dont il a été décidé collectivement qu'elles impactent gravement les possibilités d'apprendre à l'école des enfants du quartier, mais sans pour autant passer sous silence les ressources qui permettent aux habitants « de tenir » : la solidarité, l'engagement, l'entre-aide, le soutien, autant de valeurs que les uns et les autres s'efforcent de porter, chacun à leur manière et à la hauteur de leurs possibilités.

3.2 Ce qu'en disent les habitants

Je ne peux pas rendre compte ici de toute la richesse de cette visite de quartier accompagnée et commentée par des mamans d'élèves, auxquels viennent s'ajouter des témoignages d'autres habitants au fur et à mesure de nos déplacements. Je ne donnerai que quelques exemples permettant de mieux se représenter ce temps de rencontres mutuelles, et donc de formation pour les futurs enseignants, confiées entre autres, à l'association des parents d'élèves, les *Minots de St Charles*, avec pour consigne collectivement construite, de rendre compte, au plus jute, des processus de ségrégation socio-spatiale et d'ethnicisation de ce centre-ville de Marseille : « … sans angélisme ni misérabilisme (…) de l'humanité dans tout ce qu'elle a de plus terrible, de la misère jusqu'à la solidarité ».

Nous débutons la visite par la Cité Racati.

Un fort sentiment d'enclavement

Les habitants et, plus largement, les acteurs sociaux qui accompagnent cette visite disent éprouver un sentiment d'enclavement ; enclavement avec des communautés qui se mélangent peu, une concentration de populations en difficultés et finalement un communautarisme imposé. A la question posée par une étudiante, la coordinatrice de la cité-éducative Marseille-Centre répond :

> **Etudiante** : *qu'est-ce qui fait territoire ?*
> **Sylvie, coordonnatrice cité éducative** *: le territoire, c'est un espace bloqué, bloqué par l'autoroute, la voie ferrée et la mer, sachant que la mer n'est jamais « cité », le regard est totalement tourné vers le centre-ville.*

Mais au-delà de cet aspect géographique bien visible, d'autres facteurs doivent être pris en compte si l'on veut saisir les contraintes auxquelles les habitants doivent faire face (figure 3).

Figure 3. Un immeuble dans le quartier St Charles

« C'est plus comme avant ! ».

Hinda : *En densité population c'est dense (…) . Les familles qui sont là ne sont pas installées depuis longtemps. Y'a beaucoup de primo-arrivants (…) y'a des appartements réquisitionnés je sais pas par qui et (…) le gros soucis du 3ème arrondissement c'est que c'est terre d'accueil (…). Y'a beaucoup de turn over même à l'école (…) on n'avait pas ça avant, les familles étaient stables (…). Aujourd'hui on arrive dans le 3ème et on part (…) on ne fait plus toute sa scolarité dans l'école (…). Nous, on était là de la maternelle jusqu'au collège (...) là c'est les familles, ça bouge beaucoup, et ça c'est nouveau, ça a trois ou quatre ans.*

Nouria : *Les logements ils sont bien, moi j'ai un T4, 90m2 (…). Moi je suis une ancienne (…), j'avais même pas 14 ans (…). Avant je vivais au Panier, c'est pas la même mentalité, c'est pas pareil (…). Ici c'est chacun chez soi. Au Panier, les portes elles étaient ouvertes, on allait chez la voisine si y avait pas nos parents. (….) Aujourd'hui c'est pas pareil (…) Ici (…) notre voisin il est mort, on l'a même pas su/ c'est chacun pour soi.*

« L'espace, il est public mais il est fermé aux familles... ».

Hinda : *Ici les familles résident dans des cités où, à partir des barrières, on est dans le privatif [figure 4], et l'espace public, il est là, c'est le trottoir (…) Après on est chez le bailleur ! Ça a son importance quand on veut organiser une manifestation (…) bein du coup on ne peut pas vu qu'il n'y a pas d'espace (…) Même l'autorisation du bailleur qui n'a pas trop vu que c'est des parking (…) Y'aurait le préau mais qui s'affaisse et qui n'est pas praticable et pas sécurisé pour le moment.*
Chercheur : *il n'est pas prévu de travaux ?*
Hinda : *des travaux envisagés ? (rires) un jour peut-être ! // Donc pour sortir, marcher, pour quand les enfants doivent jouer (…) y'a pas de parc, pas de jardins donc les enfants sont là (…) et les trafics sont là aussi, donc à une époque, on était obligé de marcher sur la route parce qu'on n'avait pas le droit de marcher sur le trottoir (…). Donc les enfants, pour aller à l'école, ils marchaient sur la route.*


Figure 4. Autres aspects du quartier St Charles

Nous poursuivons notre visite en nous dirigeant vers l'école St Charles. En passant devant l'Université (ex Fac St Charles, figure 5), les trois mamans expriment leur incompréhension :

Sabrina : *Avant, quand j'emmenais mes enfants, on avait une autorisation exceptionnelle de passer. Mais il parait qu'il y a un problème de sécurité, on a rencontré le doyen pour parler des problématiques des familles mais (…) on ne peut plus traverser (…) Rt puis ça pourrait être un lieu de convivialité de temps en temps pour organiser des manifestations vu qu'y a rien (…) C'est frustrant pour les familles.*

Figure 5. Entrée de l'université

« Les encombrants, ils réduisent encore l'espace... ». D'autres difficultés sont évoquées au fur et à mesure que l'on se déplace au cœur de la cité :

> **Nouria** (figure 6) : *Les encombrant, des fois on ne peut plus passer sur le trottoir aussi (…) et là par exemple, il se gare parce qu'il n'y pas de place (…) du coup, les éboueurs ils ne prennent plus la poubelle. Parce qu'ils ne peuvent pas sortir les conteneurs soi-disant !*

Figure 6. Les encombrants

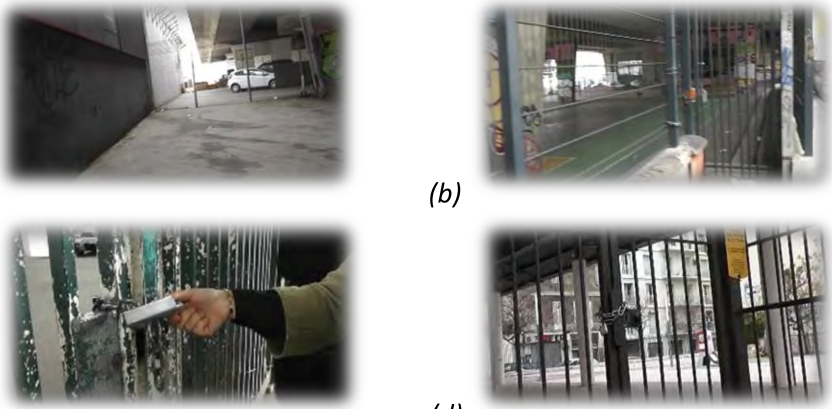
Ici, le ramassage des déchets et des encombrants soulève évidemment d'autres problèmes graves, liés à des problématiques sanitaires, d'hygiène voire de pollution. Plus largement, l'enclavement de ce quartier, aggravé par une augmentation progressive de la rotation des populations précaires et primo-arrivantes et la difficulté à mettre en œuvre une mixité du logement contribuent à générer une qualité urbaine médiocre, ce qui grève d'autant son attractivité.

Séquestration des espaces sportifs

On ne reviendra pas sur le rôle prépondérant que joue le sport en matière de santé, d'éducation ou encore d'expression pour les jeunes, de citoyenneté, de solidarité, etc. Or, ici, dans ce quartier, peu de personnes – et de jeunes – peuvent pratiquer une activité sportive. On sait par exemple que le manque ou la fermeture de piscines municipales dans certains quartiers sensibles de Marseille n'offrent pas à tous les enfants les mêmes possibilités d'apprentissage du « savoir-nager », pourtant une compétence des programmes d'éducation physique et sportive au fil de la scolarité. On compte un enfant sur deux qui ne sait pas nager en entrant en sixième et même au-delà si on s'en tient seulement aux Quartiers Nord ou au centre-ville de Marseille. Sans parler du coût de certains sports en club, qui est un frein important pour la plupart des familles du quartier. Mais nous voudrions évoquer ici tout particulièrement le manque d'infrastructure voire la séquestration d'espaces publics sportifs ce qui génère incompréhension et sentiment d'injustice chez les habitants.

« Des espaces sportifs et des aires de jeux impraticables pour nos enfants ».

> **Sabrina :** *là* [figures 7a et 7b] *on a un terrain de basket sous la passerelle de l'autoroute, qui est devenu un parking (…) Fut un temps on venait là (…), mais c'est ça la réalité, tout est fermé (…). Les enfants, ils font quoi ? Bein rien ! (…) Et là* [figure 7c] *un terrain qui a été entièrement refait et fermé, et ça devient des terrains de squat, des gens qui squattent (…). Donc il y a deux terrains de baskets impraticables, fermés tous les deux.*



(a) *(b)*

(c) *(d)*

Figure 7. (a) et (b) Sous l'autoroute ; (c) Terrain de basket fermé ; (d) Terrain de jeu fermé

Chercheur : *on sait pourquoi ils sont fermés ?*
Hinda : *c'est des questions de guéguerre Métropole / Mairie. Les clés, qui est responsable de la grille ? (…) C'est souvent des futilités (…) la grille c'est la Métropole, le terrain c'est la Ville/ et après nous on se retrouve pris entre des choses qui nous dépassent complétement !*
Sabrina : *Et là encore un ! J'avais jamais vu qu'il y a avait autant de terrains fermés et j'habite là ! (…) Pour nous, c'est devenu quelque chose de normal et que là finalement, bein voilà(…). Et là* [figure 7d] *une aire de jeux pour enfants encore fermée avec un cadenas.*

Les étudiants sont amenés à constater que les espaces publics et lieux de socialisation de proximité (terrains de sports, parcs, jardins publics, aires de jeux pour les enfants, …) sont inexistants, vétustes ou peu ou pas aménagés, voire, tout simplement fermés par les services de la ville aux habitants du quartiers. Progressivement, les étudiants prennent conscience de l'impact d'une telle défaillance sur le quotidien des enfants et adolescents ainsi que de leurs parents, tout en ayant accès à certaines stratégies d'évitement parmi les familles les moins vulnérables. C'est le cas de Sabrina qui s'explique.
« J'ai passé mon permis pour sortir ma fille du quartier, j'étais déterminée ... ». Sabrina, une maman d'élève, explique aux étudiants sa volonté d'offrir à sa fille des espaces de rencontres variés « pour limiter les effets du quartier ». Pour cela, elle s'est organisée financièrement et matériellement pour réussir à conduire sa fille, tous les mercredis, à l'autre bout de la ville et lui permettre d'accéder à une activité sportive non proposée dans le quartier.

Sabrina : *Ma fille elle fait de l'équitation. Elle voulait vraiment faire de l'équitation, donc on fait un paiement en dix fois. A l'équitation, les personnes elles font un paiement cash parce que/ voilà/ ils ont de l'argent et moi, elle m'avait dit en deux ou trois fois j'ai dit «* est-ce que c'est possible tous les mois ? *»… je fais un prélèvement tous les mois et/et voilà, elle est contente, elle est épanouie et c'est le plus important. Avant elle faisait de la danse, et ça l'avait vraiment étonnée de voir des prénoms comme Aurélie, Marie, elle me disait «* maman tu as vu ? *», elle pleurait elle voulait pas y retourner/ c'était l'intruse (…) Alors elle a de la chance parce que moi, j'avais pas mon permis, j'ai passé mon permis parce que c'était plus possible/ à chaque fois «* ah non on peut pas papa y travaille *». J'ai décidé de le passer et en six mois, bein je l'ai eu parce que j'étais déterminée à la faire sortir d'ici. Par contre je suis heureuse d'habiter là, mon appartement je suis bien / l'association, je suis contente. J'aime mon quartier !*

« …pour qu'elle ait un autre style d'amies ! ». Sabrina poursuit ses explications auprès des étudiants, sa stratégie mise en place pour sa fille :

Sabrina : *Ses amies à l'école, c'est ses amies, elle les aime beaucoup mais à l'extérieur elle voit d'autres personnes. ici y'a que des noirs et des arabes et mon mari il voulait absolument qu'il y ait une mixité sociale. C'est trop important et c'est pour ca que je l'ai mise là !*

Les étudiants semblent affectés par les propos de Sabrina, mesurant les efforts consentis et ce d'autant qu'ils prennent peu à peu la mesure de la moindre couverture en transports en commun et de la façon dont cette défaillance contraint les habitants de ce quartier à une plus grande dépendance à l'automobile, alors que l'on a affaire, en même temps, à une population davantage touchée par une plus faible motorisation et une moindre possession du permis de conduire[12]. Bien qu'en centre-ville, la mobilité demeure une question centrale dans le fonctionnement des quartiers prioritaires et de l'accessibilité aux différents services (sportifs, culturels, emploi, santé, commercial, etc.).

« Les services de l'Etat, tu les as vus où ? »

Les personnes que nous rencontrons au fil de nos déambulations sont unanimes : l'éloignement voire l'absence de services publics au cœur du quartier provoque, chez les habitants, le sentiment d'être des « laissés-pour-compte », assignés à résidence.

Tu dois prendre le métro pour trouver un distributeur.

> **Hinda** *: La seule Poste, le seul distributeur !* [figure 8] *Et moi qui habite en bas du boulevard National, tu as un autre distributeur qui est fermé la moitié de l'année. Et à part tout en bas, j'ai plus rien, et le dimanche quand tu veux de l'argent tu dois prendre le métro pour trouver un distributeur. Je m'organise pour ne pas tomber en panne.* (rires)

Figure 8. La Poste

Les commerces pour faire ses courses, sans voiture c'est difficile. Au cœur de Marseille, et pourtant si loin des services publics[13] :

> **Sabrina :** *Y'a rien, on va jusqu'à la piscine St Charles au nouveau Carrefour Market pour faire les courses, ou alors, y a le Grand Littoral ou le Merlan, mais faut prendre la voiture et il faut que je traverse toute la ville.*
> **Hinda :** *Et ceux qui n'ont pas de voiture, ils y vont en transport en commun. Et là vous voyez y a rien, on passe le boulevard de Strasbourg et c'est un autre univers.*

« Et les abords non sécurisés des écoles du quartier, on en parle ? »

Nous poursuivons notre marche et découvrons différentes écoles primaires du quartier avec leurs abords peu sécurisés. Pourtant, les parents d'élèves reconnaissent volontiers que la municipalité a (re)mis cette question de la sécurité aux abords des écoles au cœur de ses chantiers. Il s'agit du projet pour la création des « Rues des enfants » et le déploiement de personnes pour assurer la sécurité au moment des sorties d'école. Or, malgré ces mesures indispensables, les solutions apportées ne répondent pas assez rapidement aux demandes des familles. Lors de la visite, les mamans n'hésitent pas à faire état de leur indignation face à l'insécurité quotidienne des enfants qui sortent de l'école. Certains parents, attendant leurs enfants devant le portail, témoignent de leur colère ou de leur lassitude face à tant de lenteur. Ils n'hésitent pas à expliquer aux étudiants le problème complexe entre la municipalité responsable des bâtis et la Métropole qui détient l'obligation d'aménagement de la voirie :

[12] https://ampmetropole.fr/wp-content/uploads/2022/08/Cahier_1_Diagnostic_the769matique_et_territorial.pdf
[13] https://www.lepoint.fr/societe/a-marseille-un-sentiment-d-abandon-dans-le-quartier-le-plus-pauvre-26-01-2017-2100230_23.php#11

Un papa devant l'école (figure 9a) *: Là on voit des bâtis qui ont été détournés, les parvis sont étroits et les sorties sont dangereuses pour nos enfants.*

Hinda (figures 9b et 9c) : *Ce n'est pas une école à la base, c'est du bâti qui a été détourné / qu'ils ont transformé faute de place. C'est une grande école, ils sont très nombreux et la cour elle est petite comme ça, minuscule (…). Et là une autre école, tu vois le parvis de l'école ? 400 familles qui viennent à quatre heures et demie, c'est la folie !*

Une maman devant l'école (figures 9b et 9c) *: Et là, une toute petite rue, la sortie de classes est très dangereuse, et là, moi, ça me fait rire quand les pouvoirs publics ils viennent et qu'ils te disent qu'ils travaillent les parvis, les trottoirs ! Il y a des voitures qui passent et la largeur de la rue, hein, on en parle ?*

(a) (b) (c)

Figure 9. (a) Un bâti détourné ; (b) et (c) Devant l'école

Si la volonté politique est bien réelle pour sécuriser le trajet des enfants de leur maison à leur établissement et réciproquement, les étudiants sont amenés à prendre toute la mesure de la lourdeur administrative, très souvent évoquée par les parents d'élèves, du fait même des compétences partagées entre Ville et Métropole.

« Un désert médical : pour les parents, c'est le parcours du combattant ! »

Au cours de notre déambulation, nous sommes confrontés à une autre difficulté : la désertification médicale du quartier, malgré la construction à proximité de l'hôpital européen. Les professionnels de santé sont rares ou éloignés du quartier et ceux qui sont présents semblent submergés, augmentant ainsi les temps d'attente pour obtenir un rendez-vous. Les mamans expriment leur inquiétude mais également leur colère car tous les enfants ne peuvent pas toujours recevoir les soins nécessaires au bon moment :

Les mamans : *Il faut bien prendre conscience du parcours du combattant que c'est pour les parents. Par exemple, (…) vous arrivez en CP, on vous demande un bilan orthophonique, vous arrivez en CM2, vous ne l'avez toujours pas le bilan (…). Vous téléphonez pour mettre votre enfant en crèche ou en CMMP, ils vous disent, revenez dans trois ans quatre ans, quand l'enseignant tous les jours au portail vous demande si vous avez fait le bilan ! Ce n'est pas que je ne veux pas, c'est que je n'ai pas la possibilité de le faire (…). .Et aller au-delà du quartier pour le faire, c'est compliqué pour certains parents (…) c'est une revendication du quartier et de toutes les familles de créer une maison médicale, parce que quand on arrive au bout des démarches les enfants ils ne sont plus scolarisés.*

Le principal du collège Quinet, très conscient des difficultés que cela représente pour un grand nombre des familles du quartier, s'efforce de trouver des solutions :

Le principal *: Le collège est le pôle santé des familles, notre infirmière, notre psychologue scolaire, notre assistance sociale. Notre assistance sociale donne son numéro de téléphone portable à toutes les familles du quartier qui répond jour et nuit, qui répond le week-end, qui accompagne.*

La bonne santé des élèves, le repérage et la prise en charge des troubles de toute nature qui peuvent les affecter sont des conditions nécessaires aux apprentissages. Ainsi, dans ces quartiers prioritaires composés de familles fragilisées, l'école joue un rôle essentiel en matière de santé : c'est souvent la seule garantie d'accès à la santé et/ou à un suivi médical. Pour autant, les étudiants remarquent que malgré la bonne volonté des personnels éducatifs et soignants et des textes de loi relatifs à la promotion de la santé à l'école, le nombre de médecins et infirmiers scolaires et assistants sociaux ne cessent de diminuer[14], aggravant d'autant les inégalités en termes de santé et d'accès au soin pour cette partie de la population.

Des logements insalubres : des risques pour la santé des occupants

La ville de Marseille entend rappeler son implication dans la lutte contre l'habitat indigne et le mal-logement. Pourtant, la déambulation des étudiants dans le quartier révèle combien la création de nouveaux logements, la réhabilitation des logements privés dégradés et la création de nouveaux équipements de services publics, de parcs, de jardins et d'espaces sportifs demeurent encore insuffisantes. L'absence d'entretien des immeubles et d'action sur les espaces extérieurs, l'incapacité –ou l'absence de volonté – des propriétaires bailleurs à faire face à leurs obligations, parfois aggravée par la présence des marchands de sommeil, continuent de générer des dégradations importantes du bâti et de ses réseaux (eau, électricité, …), générant des crises sociales inévitables.

« Ce qui fait mal c'est que ça fait des années qu'on en parle ». Nous sommes ici devant la tour bel Horizon et les mamans répondent aux questions des étudiants, notamment à propos des logements insalubres (figure 10) :

> **Hinda :** *Des immeubles condamnés, des magasins fermés, des gens expropriés pour des cacahuètes (…) Là tous les jours on entend des immeubles qui s'effondrent ! Ce qui fait mal c'est que ça fait des années qu'on en parle, des années qu'on connait la situation, et les pouvoirs publics, franchement…. Ça s'améliore pas, ça empire.*
> **Nouria :** *Et là c'est tout fermé, c'est insalubre, c'est des arrêtés de mise en péril, et les gens ils rachètent ça pour pas grand-chose, ils refont des travaux et ils revendent à prix d'or. Franchement ça fait peur ! Mais ça permet de voir le quotidien des familles, la réalité, parce qu'ils voient même plus tout ça.*

(a) (b)

Figure 10. (a) Une entrée d'immeuble ; (b) Des entrées condamnées

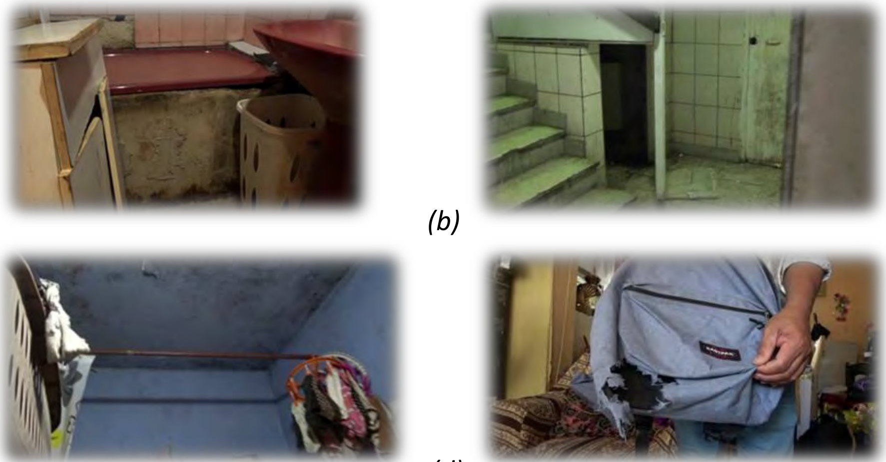
Une habitante de la tour, dont les enfants sont scolarisés au collègue Quinet, accepte de nous expliquer son combat et comment ça l'affecte, elle et ses deux filles, au quotidien :

> **Une habitante de la tour bel horizon** *: J'habite là et c'est beaucoup de souffrance, ça fait pleurer. Plus de courrier, la poubelle elle est pas venue, c'est moi qui ait ramassé, il y a de l'eau partout. Là dans le couloir* (figure 11b) *beaucoup d'eau aussi, des fois on peut pas sortir / et personne est venu. Moi je suis allée à la mairie.*

De son sac, elle sort des photos de son appartement (figure 11) en espérant que les services de la ville obligent le propriétaire à entreprendre les travaux nécessaires pour assainir certaines pièces du logement -dont la salle de bain- et chasser la présence des rats :

> **L'habitante de la tour :** *le plafond…tout est moisi et pas d'eau pour toilette*
> **Nouria :** *c'est quoi ça ?*
> **L'habitante de la tour :** *le sac / le cartable de ma fille. Les rats ils l'ont mangé.*

[14] https://www.lecese.fr/sites/default/files/pdf/Avis/2018/2018_05_eleves_sante.pdf



(a) *(b)*

(c) *(d)*

Figure 11. Dans la tour Bel Horizon (a) La salle de bain ; (b) Le couloir ; (c) Le plafond ; (d) Un cartable mangé par les rats

Une étudiante (en aparté s'adressant à un petit groupe d'étudiants) : *Les cafards, les rats, les punaises de lit, les inondations et, en même temps, les coupures d'eau et d'électricité ...tout ça..ça donne une idée des efforts que doivent fournir certains élèves pour, déjà, être présent à l'école. Je ne parle même pas de faire ses devoirs ou réussir une interro ! Moi j'ai connu ça, j'habitais* La Bursérine*, dans les Quartiers Nords de Marseille.*

Une étudiante s'adressant à l'habitante de la tour *: Et pour le loyer ? le loyer, il est ... ?*
L'habitante de la tour : *600 euros ! 600 euros et une seule chambre pour moi et mes deux filles. On dort dans le même lit.*

Que dire de la non-habitabilité de ces logements, de leur insalubrité, des risques voire des mises en péril des habitants ? Voilà une réalité qui interpelle fortement les étudiants dans les représentations qu'ils ont de la pauvreté et de la manière dont elle prend forme. Parmi eux, certains s'autorisent même à parler de leur propre expérience, révélant avoir habité dans des quartiers semblables et avoir été confrontés aux mêmes difficultés.
Ainsi, les étudiants s'interrogent, prenant conscience, peu à peu, que la mise à disposition – ou la séquestration – d'équipements collectifs divers (sportifs, culturels, …), la présence ou non de services publics (Médecin, Hôpital, Poste, Banques, Transports, …) ajoutés au mal-logement, ont des conséquences majeures en matière d'espérance de vie, de santé, de nutrition, et d'insertion scolaire et professionnelle. Cette prise de conscience est importante mais encore faut-il pouvoir travailler avec les étudiants les moyens de dépasser ces contraintes.

III - LE POINT DE VUE DES ÉTUDIANTS, FUTURS PROFESSEURS

Je l'ai déjà précisé en début de conférence, mais je voudrais rappeler ici que ce dispositif de formation poursuit, entre autres objectifs, celui de contribuer à construire des espaces d'interconnaissance entre les différents acteurs ayant pour objet commun la réussite éducative des jeunes du quartier. Pour ce faire, il comporte quatre phases :

- présentation des grands moments de l'histoire de l'éducation prioritaire en France ;
- observations diverses de l'activité des professionnels dans leur milieu de travail respectif ;
- immersion sur le terrain et échanges avec des habitants du quartier, parents d'élèves pour la plupart ;
- temps de réflexion individuels et collectifs entre pairs, enseignants et toutes personnes impliquées dans le programme.

Dans cette ultime phase de formation, nous nous intéressons à ce que disent ces futurs enseignants de ces rencontres. En quoi et comment participent-elles, selon eux, de la construction de leur professionnalisation et de leur éventuelle insertion dans un milieu d'éducation prioritaire avec pour objectif principal la réduction des écarts de réussite scolaire ?
Je voudrais rapporter ici quelques extraits du film documentaire qui porte justement sur la construction de cette alliance éducative.

« Ça me permet de mieux comprendre les difficultés des élèves en classe

> **Julie** (étudiante) *: Cette visite prise en charge par des mamans qui habitent le quartier et qui ont une activité associative, ça rassure parce qu'on voit qu'on a des parents d'élèves très impliqués. Pas uniquement ces trois mamans, mais aussi grâce aux personnes qu'on a rencontrées tout au long de la matinée devant l'école ou devant chez elles. Il y a un dynamisme qui donne envie par rapport aux* a priori *qu'on peut avoir quand on entend REP ou REP+.*
> *Ça donne pas forcément envie d'y aller. Donc, justement de faire ça ensemble, voir que c'est une école comme une autre et comme on disait, en fait, tout est nuancé, c'est pas tout blanc, c'est pas tout noir, en fait c'est des écoles comme les autres. Il y a des problématiques différentes des autres écoles mais justement, on n'a pas que l'école, on a tout un système qui tourne autour de l'école par les parents d'élèves, par les partenariats, les associations, la vie du quartier, la ville, la cité éducative, et je trouve que c'est là que ça rassure. C'est qu'on n'est pas tout seul, et qu'on aura ce dynamisme qui va nous porter et sur lequel on va pouvoir s'appuyer et qu'on va pouvoir nous aussi faire vivre à notre manière. C'est en ça que c'est rassurant.*

(a)

(b)

Figure 12. Etudiantes (a) Julie ; (b) Karima

« Ça nous pose question ».

> **Etudiantes** *(Karima,…): Oui, cette visite, ce dialogue ouvert avec tous ces intervenants c'est top, ça permet de prendre en compte l'élève en tant qu'enfant dans toutes ses dimensions, sociales, familiales, scolaires… C'est un fait, ok mais, maintenant comment nous, à notre niveau on peut leur apporter quelque chose, comment intégrer toutes ces données dans notre quotidien parce que l'enfant qui ne vit pas dans une maison, l'enfant qui vit dans un camp, sous la voie rapide, comme on a pu l'observer, cet enfant, on sait qu'il vient de là, le matin il arrive, on sait qu'il est fatigué, il a sommeil, on voit qu'il s'est endormi sur son bureau, on fait quoi ? C'est la question qu'on se posait : est-ce qu'on aménage un coin dans la classe, on lui propose un livre, on lui donne les moyens de se reposer ? Mais comment on le justifie par rapport aux autres élèves ce traitement spécifique ? Moi ce qui me manque, voilà aujourd'hui merci pour tout, mais comment je fais, comment j'adapte, comment je fais concrètement dans ma classe ?*

Evidemment, nous n'avons pas la faiblesse de croire qu'il suffit de conduire ces futurs enseignants dans les quartiers où vivent leurs élèves pour comprendre ce qui se joue en dehors de l'école et éradiquer les effets de la pauvreté sur la réussite scolaire. Mais c'est un premier pas.

1 La formation des enseignants

On comprend bien que pour Julie, cette immersion lui permet, d'abord et avant tout, de se rassurer. Les échanges avec les parents, les enseignants et les partenaires sociaux lui donnent à penser qu'il n'y a pas tant de différence entre une école située en éducation prioritaire et une école dans un quartier plus favorisé : «…finalement… il s'agit d'une école comme une autre ». Mais les échanges avec ses pairs et les autres professionnels vont lui permettre de modérer cette affirmation. S'il n'y a aucune raison de craindre le fait d'avoir à enseigner en éducation prioritaire – et c'est là son propos –, elle est à présent tout à fait consciente de tout le travail à fournir pour faire réussir les élèves les plus en difficultés sans « baisser le niveau » des meilleurs. Ce n'est ni niveler par le bas ni ignorer ou renoncer à soutenir les plus fragiles. Mais comme la plupart de ses camarades, elle est loin d'avoir construit des alternatives qui lui permettraient d'affronter cette réalité. C'est par exemple le cas de Karima pour qui l'affaire est loin d'être réglée. Elle est très consciente à présent que cela implique de relever quotidiennement de multiples défis pour :

- dépasser l'image négative de ces territoires et en mesurer une plus juste réalité ;
- garder à l'esprit que le travail scolaire est tout autant déterminé par ce qui se vit à l'extérieur de l'école qu'à l'intérieur de la classe ;
- prendre au sérieux les dissonances entre l'école et les familles populaires, résultant souvent de conflits de légitimité fondée sur une méconnaissance réciproque et mutuelle ;
- ne pas être dupe des contradictions véhiculées par l'école, par exemple, en matière de gestion des devoirs où bon nombre de ces parents les plus en difficulté considèrent nécessaire une stricte division des rôles. Ainsi, selon eux, tout ce qui relève du scolaire doit être pris en charge par l'école, y compris les devoirs afin d'offrir de meilleures chances de réussite à leurs enfants. Un point de vue qui n'est pas toujours partagés par les professionnels...
- Etc.

Pour le moins, elle en prend conscience, cela suppose d'être convaincu que ces parents-là ne démissionnent pas, même lorsqu'ils ne sont pas présents physiquement à l'école. Sans pour autant, laisser croire à une corrélation évidente et immédiate entre l'implication des parents et la réussite scolaire de leurs enfants. Il y a tellement de contre-exemples !
Ainsi, vous l'aurez compris, le film documentaire n'est pas là pour apporter la « bonne réponse » et encore moins pour montrer la « bonne pratique », même s'il y a, évidemment, des pratiques enseignantes qui contribuent, plus que d'autres, à rendre les élèves compétents. À sa manière, ce film dont vous n'avez qu'un très court aperçu à travers les quelques extraits vidéos ou photos que j'ai eu le temps de partager avec vous, a l'ambition de prendre part à l'amélioration nécessaire de la formation des enseignants. Le risque est grand, me direz-vous, de démoraliser ces futurs enseignants devant l'étendue du chantier et le peu de ressources qu'ils ont à leur disposition. Les plus pessimistes penseront que ce projet est pure utopie ! Les plus optimistes m'invitent à poursuivre. Mais ce collectif de travail est intimement convaincu qu'il faut montrer ce que ces inégalités imposent en termes d'écarts au niveau des conditions concrètes d'existence et donc en termes de réussite ou d'échec scolaire, afin de prendre conscience que l'école ne peut pas tout et pas toute seule mais, qu'en même temps, elle est pleine de ressources et de bonnes volontés. La question est alors de savoir comment s'y prendre pour lever les antagonismes et les blocages. Que peut faire l'école face à de tels constats ?

2 Toute-puissance ou dénuement total de l'École face aux inégalités sociales ?

« Que peut faire l'école de la pauvreté ?», nous interpelle Jean Paul Delahaye. Les réponses à cette question sont loin d'être univoques et unanimes. Nous avons même constaté que tous les acteurs que nous avons croisés dans la réalisation de ce travail de mises en mots et de mises en images des inégalités scolaires liées à l'origine sociale, ne partagent pas le même point de vue quant aux marges d'action possibles de l'École.

2.1 L'école ne peut rien !

Pour certains « l'école ne peut rien » tant les déterminismes sont forts. On assiste alors à des prises de positions fatalistes « c'est ainsi, on n'y peut rien » qui peuvent, parfois, s'accompagner d'un sentiment d'impuissance, par exemple, parmi les enseignants « Qu'est-ce que je peux faire à mon petit niveau, rien, y'a rien à faire, je n'y arrive pas, je ne suis pas outillé(e)… j'ai renoncé à tout gérer, mais je fais au mieux… ». De même, chez certains parents, convaincus de la position de vulnérabilité qu'ils occupent dans le dialogue avec l'école, on peut retrouver ce sentiment d'impuissance, assorti d'un sentiment de culpabilité. Certains parents éprouvent une véritable crainte vis-à-vis de l'école qu'ils appréhendent comme principale détentrice du pouvoir d'échec ou de réussite en matière d'ascension sociale de leurs enfants. Mais, paradoxalement, ces mêmes parents nourrissent de grandes attentes quant à la scolarité de leurs enfants. Et pourtant, il n'est pas rare d'assister, chez certains d'entre eux, à des « stratégies non gagnantes », comme le décrit la Présidente de l'Association des *Minots de St Charles*, « des parents qui ne vont jamais à l'école mais qu'on voit souvent arriver chez nous pour qu'on leur explique ce que veut l'école ». Je ne détaillerai pas ici toutes les investigations qui ont été conduites depuis des années, notamment pas Pierre Perier autour de la coopération des familles de milieu populaire et l'école. Mais il faut garder présent à l'esprit que si insister pour renforcer le lien avec les parents est une idée qu'il est difficile de récuser, leur dire que la réussite de leurs enfants dépend d'eux et de leur implication dans l'école, c'est aussi les responsabiliser, c'est-à-dire les tenir pour responsables de la trajectoire scolaire de leurs enfants. Dans ces conditions, il arrive alors que ces parents « se mettent hors de la portée du regard et du pouvoir de l'école », (Périer, 2019, p.174) faisant le choix de l'évitement voire de l'invisibilité. Reprenant les propos de Patrick Rayou (2019), on comprend bien ici les effets d'une « vision du social qui fait porter aux individus la responsabilité de ce qu'ils deviennent, faisant ainsi des perdants des « individus par défaut » et des élèves en échec des décrocheurs incapables d'accéder à une autonomie devenue valeur cardinale de l'éducation » (Rayou, 2019, p.6).

2.2 L'école peut tout !

A contrario, nous avons croisé des acteurs pour qui l'École peut tout, notamment grâce à la multitude de dispositifs qui s'efforcent de garantir l'égalité des chances, elle-même définie à partir des grands principes méritocratiques. Dès lors, il ne s'agit plus de considérer que l'origine sociale des élèves déterminerait leurs réussites scolaires, c'est-à-dire que les enfants issus de milieux populaires, souffrant de handicaps socio-culturels, seraient privés de la culture nécessaire pour réussir à l'école. Il est plutôt question de valoriser la libre expression de talents individuels, non plus fondée sur le seul héritage des familles bien nées mais sur des ressources propres, construites, acquises et mobilisés à bon escient par les acteurs eux-mêmes et l'école qui, grâce à ses nombreux dispositifs d'accompagnement, permet de lutter activement contre la pauvreté. Ce qui est vrai, évidemment, et il faut le dire et même le répéter, non seulement l'École n'est pas responsable de tout mais sans elle, les inégalités seraient bien plus graves ! C'est vrai...mais, pour autant, ce talent n'est-il pas aussi lié à la naissance et aux ressources que peut offrir son milieu de naissance ? Je n'entrerai pas dans ce débat, pas plus que je passerai en revue l'ensemble des dispositifs qui existent tant au niveau de l'école que des politiques de la ville ou de l'ensemble du réseau associatif présentés par chacun des partenaires sociaux comme autant de ressources au service de la réussite des élèves. Le débat se situe ailleurs, notamment dans une plus juste et équitable articulation.

Toutefois, il est important pour notre collectif de bien insister auprès des étudiants sur le fait qu'il n'y a aucune fatalité. Si on veut une école plus juste, il faut construire une véritable alliance éducative entre l'école, les parents d'élèves, les collectivités territoriales et tout le réseau associatif du quartier. C'est du moins le discours et les actes que nos partenaires dans ce dispositif de formation ont tenté de porter à travers la richesse des échanges, fondés sur des divergences de point de vue, permettant ainsi aux étudiants d'approcher pour mieux s'approprier les mots/maux du métier, notamment dans ses nombreux paradoxes et dilemmes.

IV - EN GUISE DE CONCLUSION OU DES ENJEUX DE COOPÉRATION

Comment s'y prendre pour réduire les écarts et mettre en œuvre de véritables politiques démocratiques permettant à tous et toutes de réussir à l'école ? Avant de conclure, je voudrais redire que le film comme le texte qui l'accompagne ne prétendent pas tout dire de la question posée. Nous le savons, les réponses à cette question sont nombreuses et difficiles à construire dans une école qui, comme la nôtre, est l'une des plus des inégalitaires des pays riches de l'OCDE.

Si cette même école est parfaitement capable de faire réussir une grande majorité des élèves, elle échoue pour plus d'un quart, les plus pauvres d'entre eux. Je l'ai dit à plusieurs reprises, il ne s'agit pas de rejeter la faute sur l'école et encore moins sur les enseignants qui, pour la plupart, s'efforcent de faire au mieux malgré les faibles moyens dont ils disposent pour faire face à l'évolution générale de leur métier et des publics scolaires dont ils ont la responsabilité. Cela est vrai pour les enseignants expérimentés, mais ça l'est davantage pour les enseignants novices. Et on le sait d'autant plus que rares sont les enseignants qui choisissent un premier poste en éducation prioritaire ou dans un établissement dit « difficile ». Pourtant, un certain nombre d'entre eux, volontaires ou pas, y font leurs premiers pas professionnels ; le plus souvent, ils se retrouvent en terrain inconnu ou mal connu, sans possibilité d'anticipation des évènements à venir. Ainsi, très vite confrontés aux difficultés multiples que rencontre une bonne partie de leurs élèves, ils sont alors contraints d'entreprendre une révision profonde des attendus, exigences et modalités de travail qu'ils ont appris durant leur formation initiale ou dans d'autres contextes. De ce point de vue, il est donc urgent de réfléchir à d'autres modalités de formation, ne serait-ce que pour trouver les moyens de « lever les obstacles à la réussite de tous, et de passer ainsi de la massification réussie à la démocratisation de la réussite scolaire » comme aime à le rappeler Jean-Paul Delahaye lors de ses nombreuses conférences.

Ce film documentaire est, modestement, une des réponses possibles. En cherchant à dépasser les représentations liées aux familles dites « vulnérables », qu'elles soient « immigrées » et/ou « populaires », nous avons tenté de créer des espaces d'interconnaissance, fondés sur une « parité d'estime » entre les différents acteurs qui interviennent sur ce territoire, chacun à leur manière, en lien avec la question de la réussite éducative des jeunes du quartier. Nous sommes convaincus qu'il faut permettre à chacun de (s')exposer ses préoccupations, ses inquiétudes comme ses espérances, ses marges de manœuvre tout autant que ses empêchements, avérés ou présumés, en vue de permettre de s'expliquer avec ce qu'ils font et ne font pas afin qu'ils puissent faire autrement s'ils pensent devoir et pouvoir le faire (Clot, 2008). En d'autres termes, en offrant un milieu de co-analyse, il s'agit de mettre en regard le travail des uns et des autres permettant d'engager une activité réflexive collective, c'est-à-dire de construire une compréhension du point de vue de l'autre, réduisant d'autant les invisibilités mutuelles et renforçant la coopération entre collège, parents et quartier. En ce sens, on peut dire ici que ce film documentaire est à la fois un objet de formation pour les différents protagonistes y participant (parents, enseignants, étudiants-futurs enseignants, élèves), mais également un objet qui pourra ensuite être utilisé pour nourrir aussi bien la formation initiale que continue des enseignants et personnels éducatifs et associatifs. Mais si la promotion d'une culture professionnelle collective -inter et intra-catégorielle et inter-institutionnelle- est assurément un levier puissant pour gagner en cohérence et en efficacité, elle demeure insuffisante si elle ne s'accompagne pas d'une véritable politique scolaire en faveur de la mixité scolaire, interministérielle et multi-partenariale, associant l'Etat, les collectivités locales, le monde associatif et plus largement, toute la communauté de citoyens.

Aussi, je conclurai la présentation de ce travail en cours de réalisation en rappelant que, au-delà des enjeux forts de recherche et de formation, il s'agit de mener à bien et soutenir un projet dans lequel le développement de la capacité à débattre, penser et agir, constitue un enjeu social, éthique et politique qu'il est urgent de remettre au cœur des politiques sociales.

V - BIBLIOGRAPHIE

Audren, G., & Baby-Collin, V. (2017). Ségrégation socio-spatiale et ethnicisation des territoires scolaires à Marseille. *Belgeo. Revue belge de géographie*, (2-3).

Berthet, J.-M. (2015). Actualités de l'évolution des politiques et des dispositifs en éducation : Quelles ressources pour renforcer les coopérations locales et interinstitutionnelles autour de l'accompagnement à la scolarité ?. Dans S. Kus et S.Martin-Dametto (éds.), *Rapport du Centre Alain-Savary*. Lyon : ENS de Lyon, Institut français de l'Éducation.

Botton, H. (2021). Comprendre les résultats en mathématiques des élèves en France - Timss 2019 : des difficultés qui concernent tous les élèves à l'école primaire, plus prononcées parmi les élèves socialement défavorisés. Document de travail. Paris : Cnesco. https://www.cnesco.fr/comprendre-les-resultats-en-mathematiques-des-eleves-en-france/

Butlen, D., & Masselot, P. (2019). Enjeux et modalités de formation pour les professeurs des écoles en didactique des mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 19, 91-106.*

Chouinard, R., Archambault, J. & Rheault, A. (2006). Les devoirs, corvée inutile ou élément essentiel de la réussite scolaire ? *Revue des sciences de l'éducation*, 32(2), 307–324.

Clot, Y. (2008). *Travail et pouvoir d'agir*. Paris : Presses universitaires de France.

CNESCO (2016). Inégalités sociales et migratoire. Comment l'école amplifie-t-elle les inégalités ? Rapport scientifique.

Delahaye, J. P. (2022). L'école n'est pas faite pour les pauvres. Pour une école républicaine et fraternelle. *Lectures, Les livres*.

Delaye, JP. (*2015). Grande pauvreté et réussite scolaire. Le choix de la solidarité pour la réussite de tous.*

Félix*, C. (200*2). Une étude comparative des gestes de l'étude personnelle : le cas des mathématiques et de l'histoire (Doctoral dissertation, Thèse, Aix-Marseille 1).

Félix C. (2004). Des gestes de l'étude personnelle chez les collégiens : une perspective comparatiste. Spirale Recherches en éducation, 33, 89-101. https://spirale-edu-revue.fr/spip.php?article1028

Félix, C., Saujat, F., & Combes, C. (2012). Des élèves en difficulté aux dispositifs d'aide : une nouvelle organisation du travail enseignant ? *Recherches en éducation*, (HS4).

Glasman, D., & Besson, L. (2005). *Le travail des élèves pour l'école en dehors de l'école* (No. 2, p. 194). Chambery: Université de Savoie.

Johsua S. et Félix C. (2002), Le travail à la maison : une analyse didactique en termes de Milieu pour l'étude, *Revue Française de Pédagogie*, 141, 89-97. https://journals.openedition.org/rfp/persee-281585

Kakpo S. & Netter J. (2013). L'aide aux devoirs. Dispositif de lutte contre l'échec scolaire ou caisse de résonance des difficultés non résolues au sein de la classe ? *Revue française de pédagogie*, n° 182, p. 55-70.

Lahire, B. (2019). Enfances de classe. De l'inégalité parmi les enfants. Paris : Ed. du Seuil, 1232 p.

Frandji D. (2017). La territorialisation des politiques éducatives en France. Revue internationale d'éducation de Sèvres, n°76.

Kakpo, S., & Rayou, P. (2010). Contrats didactiques et contrats sociaux du travail hors la classe. *Éducation et didactique*, *2*, 57-74.

Laparra, M. et C. Margolinas (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans J. Y. Rochex et J. Crinon (éds.), *La construction des inégalités scolaires*. Rennes PUR.

Mayen, P. et Gagneur, CA. (2017). Le potentiel d'apprentissage des situations : une perspective pour la conception de formation en situation de travail. *Recherches en Education*, n°28.

Périer, P. (2019). Des parents invisibles : l'école face à la précarité familiale, Paris, PUF.

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles. *Recherches en didactique des mathématiques* 13 (1.2), 5–118.

Pézard, M., Masselot, P., Sayac, N., & Butlen, D. (année ?) Accompagnement en mathématiques de professeurs des écoles nouvellement nommés dans des écoles de milieux défavorises de l'analyse de pratiques à des scénarios de formation:(ZEP/REP). Rapport de recherche (volume 1).

Puyol-Lopez, E. & Pavie, A. (2023). Mentor· es des dispositifs d'égalité des chances : des prestataires éducatifs critiques de l'École ? *Sciences et actions sociales*, (20).

Rayou P. (2009). Faire ses devoirs : Enjeux cognitifs et sociaux d'une pratique ordinaire. Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Rayou, P. (dir.). (2019). *L'origine sociale des élèves*. *Mythes et Réalités*. Paris : Retz, 139 p. ISBN : 978-2-7256-3777 8.

Richard-Bossez, A., Cornand, R., & Pavie, A. (2021). La promotion de l'excellence en éducation prioritaire à l'épreuve de la gouvernance par dispositif. Étude du déploiement des parcours d'excellence en France. *Cahiers de la recherche sur l'éducation et les savoirs*, (20).

Rochex, J. Y. (2016). Faut-il crier haro sur l'éducation prioritaire ? Analyses et controverses sur une politique incertaine. *Revue française de pédagogie*, 91-108.

ATELIERS

UNE SITUATION DE FORMATION SUR LES FORMES EN MATERNELLE

Claire GUILLE-BIEL WINDER
MCF, INSPE Université d'Aix-Marseille, COPIRELEM, IRES d'Aix-Marseille
ADEF, UR 4671
claire.winder@univ-amu.fr

Isabelle LAURENÇOT SORGIUS
Formatrice, INSPE de Chambéry, Université de Grenoble, COPIRELEM
isabelle.laurencot-sorgius@univ-grenoble-alpes.fr

Christine MANGIANTE-ORSOLA
MCF, INSPE Université de Lille, COPIRELEM, LML
christine.mangiante@univ-lille.fr

Édith PETITFOUR
MCF, INSPE Normandie Rouen - Le Havre, COPIRELEM
Univ Rouen Normandie, Université Paris Cité, Univ Paris Est Créteil, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, LDAR,
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Arnaud SIMARD
MCF, INSPE de Besançon, Université de Franche-Comté, COPIRELEM
LMB, FR-Educ
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Frédérick TEMPIER
MCF, INSPE de Versailles, COPIRELEM
CY Cergy Paris Université, Université Paris Cité, Univ Paris Est Créteil, Univ Rouen Normandie, Univ. Lille, LDAR
frederick.tempier@cyu.fr

Catherine THOMAS
Formatrice, INSPE de Strasbourg, Université de Strasbourg, COPIRELEM
catherine.thomas@inspe.unistra.fr

Résumé

Dans la lignée des brochures de la COPIRELEM *Construire une expertise pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire* (Guille-Biel Winder et al., 2019 ; Celi et al., 2022), nous développons un dispositif de formation portant sur l'apprentissage des formes en maternelle et s'appuyant sur la situation « Mystère dans la boîte » issue de la ressource pour la classe *Mon année de maths* GS (Fénichel, Mazollier et Tritsch, 2012). L'atelier a fait vivre aux participants une partie de la situation de formation, puis a interrogé les potentialités du dispositif, tant didactique (appropriation d'une ressource) que mathématique (les formes en maternelle).

L'atelier ayant de nombreux participants, il a été scindé en deux groupes travaillant dans deux salles différentes, chacun avec une partie des animateurs. Dans le compte-rendu, nous distinguons les groupes A (Claire Guille-Biel Winder, Isabelle Laurençot Sorgius, Christine Mangiante-Orsola et Frédéric Métin) et B (Édith Petitfour, Arnaud Simard, Catherine Thomas et Frédérick Tempier).

I - INTRODUCTION

Cet atelier s'inscrit dans la réflexion menée par la COPIRELEM, depuis sa création, à propos de la conception d'outils pour le formateur. De nombreuses situations de formation ont déjà été produites par la COPIRELEM, mais nous avons constaté que les conditions actuelles de formation initiale et continue conduisent les formateurs à en faire des adaptations, et que les clés pour éviter de les dénaturer ne sont pas toujours suffisamment explicitées dans les documents dans lesquels ces situations ont été initialement décrites. Nous avons donc entrepris, depuis plusieurs années, un travail d'élaboration de nouvelles ressources pour la formation, en reprenant des situations anciennes de la COPIRELEM et en en proposant des nouvelles (Guille-Biel Winder et al., 2019 ; Celi et al., 2022 ; Petitfour, Tempier, Thomas, Guille-Biel Winder et Métin, 2023). Pour cet atelier, nous proposons une situation de formation inédite concernant le domaine de la reconnaissance de formes en maternelle, que nous avons nommée *Mystère dans la boîte* en référence à la séquence de classe éponyme à laquelle elle se rattache. La situation de formation prend appui sur une ressource en maternelle – *Mon année de maths* GS (Mazollier, Fénichel et Tritsch, 2012), qui a la particularité d'avoir été l'une des premières à proposer des activités mettant en jeu l'appréhension haptique des formes. Cette appréhension « résulte de la stimulation de la peau provenant des mouvements actifs d'exploration de la main entrant en contact avec des objets » (Gentaz, 2014, p. 84). Des recherches relativement récentes montrent que l'ajout de cette exploration visuo-tactile des figures permet aux enfants de mieux se représenter les figures planes élémentaires (Pinet et Gentaz, 2007, 2008 ; Celi, Coutat et Vendeira, 2019). Par ailleurs, la présentation de la séquence pour la classe *Mystère dans la boîte* telle qu'élaborée par Fénichel et al. (2012) constitue un document complexe (la situation est riche, les enjeux d'apprentissage sont peu explicites…), dont l'appropriation nécessite un accompagnement en formation.

Plus généralement, des questions se posent à propos de l'utilisation de ressources par les professeurs. Des recherches ont montré la complexité et la variété de leurs usages. Par exemple, Arditi (2011) a constaté des usages contrastés d'un manuel proposant des situations d'apprentissage *a priori* riches, dont le déroulement est détaillé et les choix didactiques expliqués. Par ailleurs, les travaux de Butlen, Masselot et Pézard (2011) auprès d'enseignants débutants en éducation prioritaire ont montré le rôle déterminant des ressources au cours des premières années d'exercice dans la formation des pratiques :

> *Il semble que les manuels utilisés en mathématiques lors des deux premières années d'exercice aient un rôle important dans la construction des pratiques des débutants. Ces documents peuvent induire un certain type de pratique, en partie à l'insu du professeur.* (op. cit., p. 251)

Cela nous amène à considérer l'appropriation des ressources comme un enjeu de formation, ce qui pose de nombreuses questions :

> *Quelle formation (…) donner aux enseignants pour qu'ils apprécient les enjeux des activités et qu'ils mettent en œuvre des situations d'apprentissage dans leurs classes ? (…). Plus particulièrement, quel niveau d'analyse a priori est nécessaire pour une mise en œuvre « conforme » aux intentions des auteurs pour chacune des ressources ? Quelles connaissances mathématiques et didactiques sont nécessaires ?* (Arditi et Daina, 2013, p. 403)

D'autres chercheurs pointent certains manques dans les ressources (Allard et Ginouillac, 2015 ; Allard 2015 ; Allard et Masselot, 2017), même pour des ressources souvent conseillées en formation. Citons notamment des « manques » d'indications relatives à la gestion de la classe ainsi qu'à des aspects mathématiques et didactiques ; souvent peu ou pas de textes de savoirs ou d'indications permettant de gérer le processus d'institutionnalisation. Ces chercheurs interrogent la façon d'amener les enseignants (ou futurs enseignants) en formation à prendre conscience de ces manques en formation et de les aider à les dépasser.

Ces questions nous ont amenés à concevoir une situation de formation visant à travailler sur l'appropriation et l'usage d'une ressource par des enseignants. Les objectifs de la situation de formation sont alors doubles : il s'agit d'une part de former à l'enseignement sur les formes à l'école maternelle, et d'autre part de travailler le geste professionnel consistant à s'approprier une ressource afin de la mettre en œuvre en classe. Pour ce faire, nous avons retenu un type de situation de formation particulier : le Jeu de Rôles, dispositif de formation qui place les formés (étudiants en formation initiale ou enseignants en formation continue), dans un contexte proche de l'exercice de la classe. L'atelier se propose d'engager les participants à vivre le dispositif de formation, puis à discuter de son usage en formation.

Dans la partie suivante de cet article, nous revenons sur la notion de forme et son enseignement en maternelle. Les parties suivantes sont conformes au déroulement de l'atelier. Après avoir explicité la situation de formation *Mystère dans la boîte* sous forme de Jeu de Rôles (partie 3), nous présentons sa mise en œuvre réalisée par les participants. Les échanges et questionnements sur les potentialités de ce dispositif dans le cadre de la formation font l'objet de la partie 4. Ils sont complétés par des exemples de l'utilisation de la situation en formation par certaines des animatrices de l'atelier.

II - LES FORMES EN MATERNELLE

« Explorer des *formes*, des grandeurs, des suites organisées » constitue l'un des items des programmes (MEN, 2021). Leurs auteurs précisent que « très tôt, les élèves discernent intuitivement des *formes* (carré, triangle, etc.) » et que « par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères : *forme*, longueur, masse, contenance essentiellement » ou encore à « classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur *forme* ». Ainsi, les formes seraient plutôt entendues comme des critères, des caractéristiques d'objet permettant de les décrire et de les reconnaître. Or, à l'école maternelle, il est également d'usage de désigner par le mot « forme » des objets plats, avec plus ou moins d'épaisseur, que les élèves peuvent manipuler. Il est donc clair que ce mot est polysémique et qu'il convient, avant d'aller plus loin, d'exposer l'acception de ce terme que nous utiliserons dans le cadre de notre travail. Tout d'abord, précisons que nous reprenons à notre compte la distinction faite par Perrin-Glorian (2014) entre les mots « forme » et « figure ». Cette dernière explique dans ses travaux que le sens du mot « figure » évolue au fil de la scolarité :

> *À l'école maternelle et au tout début du primaire, on parle en général de formes géométriques pour des objets matériels qu'on peut déplacer, retourner et assembler dans des puzzles par exemple. […]. En utilisant ces objets comme gabarits dont on repasse le contour avec un crayon, on peut dessiner ce que nous appellerons des figures simples. La figure est ainsi la trace d'un objet matériel, une surface avec un bord ; ce bord peut présenter des points anguleux qu'on appellera sommets ; entre deux sommets, le bord peut être arrondi ou droit.* (op. cit., p. 28)

Ainsi, le mot « forme », à la maternelle, peut désigner un objet matériel à partir duquel les élèves pourraient tracer des figures simples.

Dans le cadre de cet atelier, il est question d'une situation qui amène les élèves à « retrouver la même forme » et à valider le choix réalisé par superposition. Comment interpréter le mot « forme » dans ce cas-là ? En maternelle, il est fréquent de parler de la « forme » d'un objet pour amener implicitement les élèves à se focaliser sur l'une des caractéristiques de cet objet (il s'agit de ne s'intéresser ni à la couleur, ni à l'épaisseur, ni à la texture… mais à la *forme* de cet objet). Mais, si un enseignant demande à ses élèves de mettre ensemble des objets « de même forme », peut-il s'attendre à ce que ces derniers regroupent tous les triangles ensemble, tous les rectangles… ? Vont-ils reconnaitre comme ayant « la même forme » des triangles très différents, par exemple un petit triangle équilatéral et un grand triangle rectangle ? La reconnaissance de *formes* (carré, triangle, etc.) évoquée dans les programmes nécessite d'avoir perçu des caractéristiques (nombre de côtés, de sommets, présence ou non d'angles droits, longueur des côtés, symétrie, etc.).

Mais que signifie « même forme » ? Des objets peuvent parfois être considérés comme ayant « la même forme », sans être isométriques, ou parfois être considérés « de même forme » sans que leurs dimensions soient liées par une relation de proportionnalité (agrandissement ou réduction). Là encore, essayons de lever toute ambiguïté. Nous distinguons trois cas possibles (figure 1) : deux objets « ayant la même forme » peuvent être isométriques (cas 1), semblables (cas 2) ou avoir des propriétés géométriques communes (par exemple le nombre de côtés, de sommets, la nature des angles) (cas 3)[1].

Cas 1 ***Cas 2*** ***Cas 3***

Figure 1. Différents cas à distinguer

Nous veillerons donc dans la suite de ce texte à distinguer la forme en tant qu'objet matériel et la relation entre deux de ces objets qui peuvent « avoir la même forme » (cas 1 et 2) ou « être de même forme » (cas 3). Dans la situation de la formation étudiée, il sera demandé aux formés de retrouver la même forme, ce qui signifie d'un point de vue mathématique que ces deux objets sont isométriques (cas 1), et par voie de conséquence employer la superposition (directe, après rotation ou retournement) comme moyen de validation.

III - LA SITUATION DE FORMATION

Le dispositif Jeu de Rôles a été développé au milieu des années 1990 à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) par une équipe de didacticiens des mathématiques intervenant en formation initiale des maitres du primaire (Lajoie et Pallascio, 2001 ; Lajoie, 2010 ; GREFEM, 2012). Depuis quelques années il fait l'objet de nouveaux travaux de recherche qui ont permis de mieux en saisir des potentialités (Guille-Biel Winder, Lajoie, Mangiante, Masselot et Tempier, 2020, 2022 ; Lajoie, 2020 ; Lajoie, Mangiante, Masselot, Tempier et Winder Guille-Biel, 2019 ; Guille-Biel Winder et Mili, 2023). Le Jeu de Rôles correspond à une mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages ayant un rôle donné ; des personnes doivent alors se glisser dans la peau de personnages plongés dans une situation donnée et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir. Il possède donc de nombreuses fonctions (thérapeutiques, de formation personnelle ou professionnelle notamment). Dans le cas de la formation initiale, il permet de placer les étudiants dans un contexte proche de l'exercice de la classe. La situation de formation *Mystère dans la boîte* reprend la mise en œuvre telle qu'elle est proposée au Québec (Lajoie et Pallascio, 2001). Les différentes étapes en sont présentées dans ce qui suit, et les aménagements qui ont été réalisés pour conduire l'atelier sont précisés.

1 Étape 1 : Présentation de la mise en situation professionnelle problématique

Cette étape est collective. Le document 1 (annexe 1) est distribué aux formés et la mise en situation professionnelle problématique suivante est présentée au groupe :

> *En groupe, vous devez vous préparer à vivre l'activité* Mystère dans la boîte *(dont la description figure sur le document 1), soit en tant qu'enseignant, soit en tant qu'élève. Vous disposez pour cela du matériel prévu par la ressource.*

[1] Notons que deux objets isométriques (cas 1) sont semblables (cas 2), et que deux objets semblables (cas 2) ont les mêmes propriétés géométriques (cas 3).

Cette mise en situation problématique implique des « élèves » et un « enseignant » et appelle une solution qui convoque des gestes professionnels – il s'agit de préparer sa classe – en lien avec l'appropriation de la ressource. Le déroulement de cette étape lors de l'atelier est identique.

2 Étape 2 : Préparation

Les formés sont placés en équipe et l'étape de préparation du Jeu de Rôles débute. Dans l'atelier, les participants ont été répartis en quatre équipes, installés en îlots autour de la salle. Un cinquième îlot, au centre, reste vide le temps de la préparation, et sera le lieu de la « mise en avant » (moment durant lequel se joue le jeu). Les équipes ne savent pas à l'avance si l'un de ses membres devra jouer un rôle devant tout le groupe, ni lequel (enseignant ou élève).

Dans un Jeu de Rôles, c'est au cours de cette étape, que les équipes peuvent être amenées à examiner les savoirs mathématiques en jeu dans la situation, à faire ressortir les raisonnements possibles, à imaginer des moyens d'intervenir en tant qu'enseignant, à réaliser une analyse préalable (Margolinas, 2004) de la situation, à anticiper les réactions des élèves…

Pour soutenir les formés dans la préparation, ceux-ci reçoivent généralement des consignes supplémentaires, à l'oral ou à l'écrit. En formation, les consignes suivantes sont données (celles proposées lors de l'atelier sont identiques) :

> *Dans un premier temps, vous devez préparer la mise en œuvre de cette activité sous forme d'atelier dirigé pour vos élèves de Grande Section de Maternelle.*
>
> *Dans un second temps, vous devez anticiper les procédures des élèves pour résoudre les problèmes proposés dans l'activité, ainsi que leurs difficultés éventuelles.*
>
> *Vous trouverez des extraits de ressources pour alimenter votre réflexion (document 2).*
>
> Nota Bene : *les groupes d'ateliers dirigés sont constitués, dans votre classe, de 6 élèves.*

Le document 2 (annexe 2) est composé de la façon suivante :

- un extrait du programme de l'école maternelle (MEN, 2021) concernant les apprentissages des formes et des grandeurs ;
- un extrait du document d'accompagnement des programmes de 2002, précisant le rôle du langage dans ces apprentissages ;
- un extrait de l'article de Vendeira et Coutat (2017) exposant deux façons d'appréhender les formes géométriques, globalement ou par leurs caractéristiques ;
- un extrait d'un texte de l'université de Genève développant les modalités d'exploration et de connaissance d'un objet physique par le toucher et le sens haptique.

Une photocopie de l'ensemble des formes proposées dans la ressource se trouve en annexe 3. Par ailleurs un jeu de matériel comportant l'ensemble de ces formes circule d'équipe en équipe. Signalons que dans l'atelier, le jeu de matériel a été construit par l'une des animatrices, en photocopiant le document de l'annexe 3 sur des feuilles de couleur qui sont ensuite plastifiées ; de ce fait, ce jeu n'est pas exactement identique à celui initialement fourni dans la mallette accompagnant la ressource : le *recto* et le *verso* de chaque forme sont ici de couleurs différentes (alors que la couleur est identique sur les deux faces pour le matériel de la mallette), ce qui les différencie, et le plastique est plus rigide. Un jeu de formes de couleur différente est disponible sur l'îlot central. Chaque équipe dispose en outre d'une « boîte à mimines » (boîte opaque possédant deux trous pour introduire les mains et pouvant facilement être ouverte ou fermée). Celles proposées dans l'atelier sont de modèle variable et fabricables à peu de frais (les modèles sont présentés figure 2).

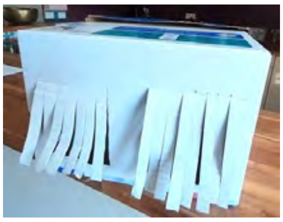
 

Figure 2. Les différentes boîtes à mimines proposées dans l'atelier

L'atelier s'adresse à des participants dont la plupart sont des formateurs. Nous avons alors aménagé le dispositif en donnant la consigne supplémentaire suivante :

> *Vous devez réaliser la préparation du Jeu de Rôles (document 1) en vous plaçant en tant que formé qui jouera le rôle d'un professeur ou d'un élève.*

Ainsi le Jeu de Rôles se joue à deux niveaux : il s'agit de jouer le rôle d'un formé qui lui-même jouerait le rôle d'un enseignant ou d'un élève.

3 Étape 3 – Mise en avant

Pour la mise en avant, le formateur désigne parmi les équipes, celle qui devra choisir une personne pour jouer le rôle de « l'enseignant » et celles qui devront choisir une personne pour jouer celui d'un « élève ». Le formateur précise à « l'enseignant » qu'il peut faire appel à un « souffleur », voire faire un « arrêt sur image » à tout moment de la mise en avant. Les acteurs proviennent d'équipes différentes, de manière à éviter qu'ils s'entendent préalablement sur le déroulement. Dans l'atelier, la mise en avant s'est déroulée avec un « enseignant » et six « élèves » (deux de chaque équipe, autres que celle de « l'enseignant »). Les autres formés jouent le rôle d'observateurs. Ils disposent du document 4 (annexe 4) en se répartissant les pôles d'observation (enseignant, élèves, savoir). Le jeu a lieu sur l'îlot central et les observateurs, tout comme le formateur, ont l'occasion d'observer « l'enseignant » et ses « élèves » en action.

4 Étape 4 - Retour sur la mise en avant

Un retour collectif est organisé par le formateur qui peut (ou non) participer aux échanges. Le retour peut porter sur tout aspect pertinent ayant retenu l'attention des observateurs ou des acteurs (notamment l'identification de moments clés dans l'intervention, une clarification sur les concepts mathématiques impliqués). Le retour peut être l'occasion de discuter de ce qui aurait pu être fait et de ce qui pourrait être fait dans l'avenir, que ce soit dans le contexte d'une nouvelle mise en scène ou dans celui d'une « vraie » classe. Il permet d'attirer l'attention sur les pratiques et connaissances qui ont émergé grâce au Jeu de Rôles de manière à pouvoir les faire éventuellement évoluer, le cas échéant. Lors de l'atelier, ce retour a été structuré par un travail en équipes (les mêmes que précédemment) avec la consigne suivante :

> *En tant que formateur, qu'est-ce qui vous semble intéressant à exploiter dans cette mise en avant ? Comment organiseriez-vous la phase de retour collectif ?*

Les participants ont alors été invités à présenter leurs réflexions sur une affiche, en vue d'une discussion en grand groupe. La partie suivante présente les mises en avant ainsi que les discussions qui ont eu lieu au cours de l'atelier.

IV - MISE EN ŒUVRE DU JEU DE RÔLES DANS L'ATELIER

1 Mise en avant dans l'atelier A

Nous relatons la mise en avant jouée par sept participants de l'atelier A, Nathalie[2] dans le rôle de l'enseignante, les six autres dans le rôle d'un élève (Annie, Bea, Cleo, Dany, Élise, Fatou). Nathalie est assistée d'un « collègue », Maurice.

[2] Tous les prénoms des participants ont été changés.

Phase 1 – Mise en route. L'enseignante dépose le matériel (quatre formes – carré, triangle équilatéral, disque, rectangle) sur la table en utilisant le terme « forme » et en indiquant que les élèves les connaissent déjà. Cléo donne spontanément la couleur de l'objet (« orange ! »), Nathalie demande si cela correspond à une forme et sollicite les élèves pour que l'un rectifie ; Fatou indique que « c'est la couleur ». Nathalie se tourne alors vers les autres élèves pour valider. Fatou pointe une forme en disant que « c'est un rond », ce que valide Nathalie. Cléo dénombre les formes en les pointant du doigt, puis répond « quatre » lorsque Nathalie lui demande combien il y en a. Élise bouge les formes, obligeant Nathalie à demander aux élèves de « laisser les formes sur la table ». Puis Nathalie présente aux élèves un nouveau jeu de formes de couleur différente (jaune) en disant « c'est les mêmes ». Elle ajoute : « elles ne sont pas de la même couleur ». Elle prend alors un rectangle de chaque jeu en les montrant dans la même orientation (figure 3). Cléo indique spontanément qu'il y en a deux. Nathalie confirme et félicite l'élève. Fatou parle de « carrés », puis Dany de « carrés debout » et Béa de « carrés allongés » lorsque Nathalie les change d'orientation, se référant ainsi à des aspects spatiaux. Cléo utilise le mot « triangle », mais Fatou n'est pas d'accord et l'enseignante invalide en précisant que « ce n'est pas grave ». Nathalie indique ensuite qu'elle met « les mêmes formes dans la boîte », celle-ci étant ouverte.

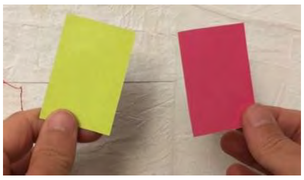


Figure 3. Présentation de deux rectangles superposables

Phase 2 – activité avec boîte ouverte. Nathalie énonce le but de l'activité pour les élèves (retrouver dans la boîte la même forme que celle montrée). Elle précise que les élèves vont jouer à tour de rôle. Fatou est volontaire pour commencer. Nathalie lui demande alors de trouver « la même que celle-ci » en prenant le rectangle dans sa main et en en suivant le contour avec l'index. Fatou prend le rectangle et trouve dans la boîte le deuxième rectangle. L'enseignante demande au groupe si « c'est bien la même forme ». Dany remarque que ce n'est pas la même couleur. Nathalie donne à ce moment-là le critère de validation : « on les superpose, c'est la même forme ». Elle ne s'attarde pas sur la remarque de Fatou (« elles dépassent un peu »). Alice pose alors la question de ce que signifie superposer. L'enseignante reprend les formes et montre de nouveau l'action de superposition en disant : « Là, hop, j'ai pris (…) et j'ai posé dessus ». Élise prend le triangle sur la table et cherche la forme dans la boîte qui se superpose. Nathalie lui demande alors « comment sont les deux formes ». Élise répond « ça pique » en faisant le geste de piquer la pointe de l'objet sur la main. La professeure tente de la faire verbaliser d'autres éléments qui sont « pareils », mais en vain. Le jeu continue avec Dany qui doit retrouver le rond. À la question de Nathalie « pourquoi tu sais que c'est un rond ? », Dany répond « parce que ça roule ». L'enseignante indique ensuite que l'on passe à la deuxième séance, mais que « de toute façon c'était bien réussi », que « c'était facile ».

Phase 3 – activité avec boîte fermée. Le temps contraint de l'atelier conduit les animatrices à demander à l'enseignante de passer à l'étape 3 de la séquence. Nathalie place quatre nouvelles formes géométriques sur la table (un losange non carré, deux disques de taille différente, un triangle isocèle), et Dany remarque que ce ne sont pas les mêmes. Nathalie annonce qu'elle a choisi une forme et qu'elle a mis la même, mais d'une autre couleur, dans la boîte mystère. Cette fois-ci il faudra mettre la main dans la boîte (figure 2) et toucher pour trouver la même forme. La boîte est fermée.

Alice touche puis sort la forme. Nathalie reformule alors la consigne en précisant que la forme doit rester dans la boite et en indiquant qu'il faut toucher la forme. Les élèves doivent deviner quelle est sa « sœur jumelle » qui est sur la table. Béa réalise l'activité correctement avec le disque. Nathalie reprend les formulations des élèves en disant que les formes « roulent toutes les deux », puis demande s'il y a « d'autres formes qui roulent sur la table ». C'est effectivement le cas, deux disques de taille différente étant proposés dans le lot. Une discussion s'engage conduisant Béa à énoncer qu'il y a une forme plus petite que l'autre. Cléo pense qu'il faut choisir les deux car « elles roulent toutes ». Dany pointe le plus petit disque en le qualifiant de « petite sœur », alors que le disque de même taille est « la sœur jumelle ». Nathalie valide et félicite les élèves. C'est enfin au tour de Cléo de jouer avec une autre forme. Celle-ci annonce que le carré « a un problème » car « il n'est pas carré ». Nathalie apporte une explication : « parce que ce n'est pas un carré » (la forme sortie est le losange non carré). Cloé renchérit : « c'est un carré penché ». Nathalie fait alors sortir la forme de la boîte et tous les élèves constatent visuellement qu'il s'agit de « deux carrés penchés ». Nathalie conclut en disant que « ça a un autre nom mais qui est compliqué », raison pour laquelle elle ne le donne pas.

2 Mise en avant dans l'atelier B

Nous relatons la mise en avant jouée par sept participants de l'atelier B, une dans le rôle de l'enseignante, les six autres dans le rôle d'un élève (dont Sophia, qui, suite à l'observation, se révèle être une élève performante, Jeff, un élève en difficulté et Marie une élève moyenne). L'enseignante annonce un travail avec « la boîte des formes », qu'elle présente aux élèves (figure 2). Elle place un lot de six formes d'une couleur sur la table devant les élèves (figure 4) et le lot analogue d'une autre couleur dans la boîte. Elle montre une forme sur la table (le triangle rectangle) en annonçant aux élèves qu'ils vont devoir la retrouver dans la boîte des formes. Une élève, Sophia, dit que c'est un triangle. Un autre élève, Jeff, manifeste son désaccord : « un triangle c'est pareil de chaque côté, ça c'est pas pareil ». Sophia prend dans la boîte le triangle rectangle. Ce choix de même forme n'est pas accepté par des élèves car elles ne sont pas de la même couleur. L'enseignante superpose ces formes et explique que « l'on va dire que c'est la même forme quand elles sont placées comme ça ». Jeff essaie de contrôler que ce sont les mêmes formes, mais ne parvient pas à orienter les triangles pour permettre la superposition. L'enseignante présente le disque à Jeff, ce dernier déclare que c'est un rond. Elle demande aux élèves s'ils connaissent d'autres termes. Diverses propositions sont données : roue, lune, ballon, cercle, disque. L'enseignante fait parcourir le contour de la forme à Jeff en parlant de cercle, puis lui fait toucher le disque. Elle lui demande de trouver un autre disque dans la boîte et de contrôler que c'est bien la même forme que celle montrée. L'enseignante passe ensuite à l'étape 3, en conservant le lot de formes de l'étape 1. Elle choisit le rectangle et le place à l'intérieur de la boite en cachant ses gestes. Plusieurs problèmes surgissent : la forme dans la boîte est visible à travers les lanières ce qui en permet une identification visuelle ; une élève trouve la forme cachée en raisonnant par élimination en regardant les formes du lot restées sur la table. Le rectangle est reconnu par le toucher dans la boîte par Marie comme un « carré long ». L'enseignante fait le lien avec la forme du rectangle rencontré dans l'album la semaine précédente. Sophia précise qu'il a quatre côtés. L'enseignante demande à Jeff de les compter et lui apporte de l'aide pour ce dénombrement qu'il ne parvient pas à réussir seul : pincer un côté et garder cette pince pour dénombrer les côtés. La discussion s'engage alors sur le vocabulaire lié au rectangle : « Vous savez comment on appelle ça ? » (L'enseignante désigne un sommet). Les élèves répondent « un coin, un pic » avant que l'enseignante n'apporte le terme « sommet ». Jeff fait alors remarquer qu'il n'y a que deux sommets car ce sont ceux qui sont « en haut » (en référence au sommet d'une montagne). La mise en avant s'arrête après une dernière prise de parole de l'enseignante sur le rectangle (« la forme s'appelle un rectangle, il y a 4 sommets et 4 côtés »).

Figure 4. Lot de formes

3 Retour sur la mise en avant dans chacun des groupes

En réponse à la consigne : « En tant que formateur, et à l'issue de cette mise en avant, comment organiseriez-vous le retour collectif ? », différentes propositions d'exploitation et d'organisation du retour collectif ont été faites par les participants de l'atelier.

Dans l'atelier A, le premier groupe (affiche A2, annexe 6) propose de clarifier les objectifs du professeur, en particulier les objectifs langagiers. Il suggère de revenir sur le choix du matériel et sur la validation. Il note que l'anticipation par le professeur dans sa préparation des procédures et formulations des élèves va lui permettre d'aiguiser son regard pendant la séance. Le deuxième groupe (affiche A3, annexe 6) propose de revenir sur les objectifs didactiques, sur le lien entre les connaissances travaillées et les formes proposées. Il envisage un retour portant sur le choix des valeurs des variables didactiques, sur la validation, l'institutionnalisation et la place de la séance dans la séquence. Le troisième groupe (affiche A4, annexe 6) propose de clarifier les objectifs du professeur et de faire identifier ce qui va rendre le vocabulaire nécessaire. Il envisage de mener un travail portant sur l'écart entre ce qui était prévu et ce qui a été réalisé ainsi que sur les choix de gestion de l'activité. Il projette de questionner les formés sur les adaptations de la ressource utilisée. Le quatrième groupe (affiche A1, annexe 6) propose un temps de retour par les formés, et prévoit que le formateur se centre sur les points suivants : explicitation de l'objectif aux élèves, lien entre validation et choix des formes géométriques, travail sur la chronologie des séances, retour sur la ressource. Il envisage également une réflexion sur l'institutionnalisation.

Dans l'atelier B, des participants proposent de commencer par un tour de parole des acteurs sur ce qu'ils ont vécu, ressenti, appris en faisant une collecte de mots et d'idées, puis par une confrontation avec les observations des observateurs. Le recueil se ferait à l'aide de post-it, organisés pour mettre en évidence des points de vigilance sur la ressource autour de trois axes : les gestes professionnels, les savoirs en jeu et les difficultés des élèves. Un objectif serait de faire émerger le fait que, même si la ressource est complète, elle ne dit pas (et ne peut pas dire) absolument tout. Par exemple, elle ne précise pas quelles formes choisir pour chaque étape. D'autres participants proposent un questionnement selon différents éléments repérés dans la mise en avant :

- *Choix de valeur des variables didactiques* - L'enseignante a sélectionné un lot de six formes (triangle rectangle, triangle isocèle, carré, rectangle, quadrilatère non particulier, disque) qu'elle utilise pour les deux étapes. Pourquoi ce choix de formes ? Pourquoi garder le même lot de formes pour les deux étapes ?
- *Critère de validation* - La superposition des deux formes est devenue une procédure pour savoir si on avait les mêmes formes. Quelle autre procédure serait envisageable ?
- *Obstacles* - Quels obstacles sont apparus ? Certains obstacles auraient-ils pu être anticipés ?
- *Différenciation pédagogique* - La formatrice ayant joué le rôle de l'enseignante exprime le moment où la différenciation pédagogique s'est avérée nécessaire mais difficile à mener avec un groupe constitué d'un élève qui donne rapidement de bonnes réponses et qui s'ennuie (Sophia), tandis qu'un élève en difficulté (Jeff) accapare l'enseignante et que les autres élèves ne peuvent participer. Comment gérer cette hétérogénéité ? Interroger les élèves un par un, ou les mettre en interaction, quelles conséquences ?
- *Verbalisation* - Comment utiliser la communication entre pairs pour une mise en mots ?
- *Savoir* - Qu'est-ce qui a été à la charge des élèves ? Qu'est-ce qui finalement était pris en charge par l'enseignante ? Quels sont les pré-requis ? Quelle institutionnalisation possible à l'issue de la séance ? Quel(s) a(ont) été l'(les) apprentissage(s) possible(s) *in fine* ?

Un participant précise qu'une analyse *a priori* est difficile à faire pour des étudiants débutants, car ils ne sont pas en mesure d'anticiper les erreurs attendues des élèves (triangle reconnu comme tel seulement s'il est équilatéral, difficulté d'énumération dans le dénombrement de côtés du rectangle, « sommet » interprété dans son sens courant de « en haut », « rectangle » nommé « carré long », « sommet » nommé

« pic » ou « coin »). Une proposition est faite de donner un document complémentaire présentant les erreurs classiques rencontrées par les élèves de maternelle lors du travail de préparation de la mise en avant. Une participante enfin souligne la nécessité d'une réflexion à propos du langage avec les étudiants, besoin qui est notamment apparu dans la mise en avant pour le terme « forme » employé par l'enseignante dans deux sens différents (« forme » comme objet matériel et « forme de l'objet matériel » en lien avec ses propriétés géométriques).

V - EXEMPLES DE MISE EN ŒUVRE

1 Un premier exemple de mise en œuvre de la situation de formation

Le contexte est celui d'une section de Master MEEF deuxième année (M2) de 26 étudiants de l'INSPE de Lille. Le document décrivant la séquence a été mis à leur disposition (*via* la plateforme Moodle), avec pour consigne d'en prendre connaissance. La séance se déroule selon plusieurs étapes. Tout d'abord, les étudiants sont répartis par groupes de quatre personnes. Un rôle a été attribué à chacun des groupes (soit « enseignant », soit « élève », soit « observateur »), et les étudiants doivent répondre à des consignes différentes selon le rôle qui leur a été attribué. Ainsi, deux groupes « enseignants », deux groupes « élèves » et deux groupes « observateurs » travaillent séparément pendant cette première étape. Chaque groupe reçoit deux consignes. La première, commune à tous les groupes, est la suivante : « analyser la séquence (lister les différentes activités et étapes et noter ce qui change d'une activité à l'autre et d'une étape à l'autre) ». La seconde est spécifique à chaque groupe :
Consigne donnée aux groupes « enseignants » : se préparer à mettre en œuvre l'activité 1 en tant qu'enseignant (consigne à donner aux élèves, matériel à prévoir, procédures attendues, validation de la tâche).

Consigne donnée aux groupes « élèves » : se préparer à jouer l'activité 1 en tant qu'élève (lister les procédures pouvant être mises en œuvre, les difficultés possibles…).

Consigne donnée aux groupes « observateurs » : se préparer à observer l'activité 1 (lister des critères d'observation en fonction des différentes étapes et différents moments : passation de la consigne, rôle de l'enseignant pendant l'activité des élèves, gestion des échanges, validation de la tâche…).

Ensuite, une mise en avant d'un moment de la séance (activité 1) est organisée. Un étudiant ayant travaillé dans l'un des deux groupes « enseignants » prend le rôle de l'enseignant pendant que les autres « enseignants » observe(nt). Des étudiants des groupes « élèves » (entre quatre et six) prennent le rôle d'élèves de la classe. Les autres étudiants observent attentivement la séance en vue d'une analyse collective. Ils sont guidés par la grille d'observation conçue pendant le temps de préparation par les groupes « observateurs ». Une discussion vient clore la séance. Des éléments d'analyse portant sur la mise en avant sont partagés en appui sur les remarques des observateurs. Les étudiants se questionnent à propos de la place de l'enseignant pendant le temps de recherche des élèves (combien de temps les laisser chercher ? À quel moment intervenir ?), du langage utilisé par l'enseignant et par les élèves (quel lexique utiliser au moment de la présentation de l'activité ? Comment étayer les formulations des élèves ?) et du lien entre le mode de validation et les objectifs visés (pourquoi faire se superposer les formes ?). La discussion s'élargit ensuite. Sont évoquées la suite de la séquence, l'identification des variables didactiques et enfin la manière dont les auteurs de la séquence jouent sur les valeurs de ces variables didactiques.

2 Un deuxième exemple de mise en œuvre

La situation *Mystère dans la boîte* a été mise en œuvre à l'INSPÉ de Strasbourg dans le cadre de la formation des fonctionnaires stagiaires qui n'ont pas suivi le master MEEF. Il s'agit d'un public particulier, à la fois mature et motivé (souvent, il s'agit de personnes en reconversion), mais manquant de formation. Les formés sont donc à la fois très en demande de solutions pour leur vie de classe, et peu disponibles pour fournir un travail personnel supplémentaire en plus de leurs préparations de classe, qu'ils ont en charge à mi-temps. Ils sont donc particulièrement réceptifs aux formations de type Jeu de Rôles, qu'ils qualifient de « concrète » et « consistante ». Le dispositif se déroule tout au long d'une séance de trois heures. La disposition de la salle est celle présentée en atelier, soit quatre îlots pour les travaux de groupes (de cinq à six stagiaires), et un îlot central qui servira pour la mise en avant. Initialement, chacun des quatre îlots dispose d'une boîte à mimines (ou à défaut d'un sachet opaque), de deux jeux de formes de couleur différente, d'une feuille de consigne pour l'activité 1, et de feuilles blanches pour la restitution. Les stagiaires sont d'abord informés du double objectif de la séance, à savoir s'approprier une ressource et enseigner les premières figures géométriques à la maternelle. La structure de la séance, prévue en cinq phases, leur est également présentée (voir annexe 5). La formatrice a choisi de ne pas désigner les acteurs avant le début de la préparation, afin que tous les participants soient susceptibles de jouer aussi bien le rôle de l'enseignant que celui d'un élève. La distribution des rôles s'effectue par tirage au sort juste avant la mise en avant. Afin d'élargir le champ d'observation, le choix a également été fait de changer les acteurs entre les étapes 2 et 3 de la mise en avant. Les observateurs disposent de la grille d'observation (annexe 4), et sont séparés en trois groupes, chaque groupe étant en charge d'observer plus attentivement l'un des trois pôles du triangle didactique (enseignant / élève / savoir mathématique) et disposent de la grille d'observation (annexe 4). Les différents temps de synthèse qui ponctuent la séance sont alimentés par les observations réalisées lors des mises en avant. Une analyse *a priori* a permis de revenir sur les variables didactiques de la situation, le mot « forme », la reconnaissance des formes chez les enfants de 5 ans, et l'apport du sens haptique dans cette reconnaissance. Les commentaires des observateurs permettent d'évoquer tous les problèmes posés par la ressource, comme ce que l'on entend par « même forme », la gestion du matériel, la liberté de modifier les consignes, la compréhension des intentions des auteures, ... Les apports didactiques, préparés en amont par la formatrice, sont mis à disposition sur la plate-forme Moodle, s'ils n'ont pu être développés entièrement lors de la séance.

Trois remarques concluent ce deuxième exemple. En premier lieu, les formés semblent être mis pour la première fois dans la situation de s'emparer d'une ressource particulièrement détaillée, et leur premier réflexe est de ne pas comprendre ce qui leur est demandé. Il leur semble qu'il n'y a rien à préparer puisque « tout est dit ». Quelques instants plus tard, une fois confrontés à la préparation « minute par minute » de la séance, les non-dits de la ressource apparaissent, comme le choix des formes à faire à chaque étape, la durée de chaque étape, le degré d'initiative à laisser aux élèves, ... Un deuxième commentaire concerne la dévolution. Celle-ci est en effet exceptionnellement réussie : tous les formés, dans tous les groupes, sont investis, l'animation y est forte et constante, tout au long de la séance, aussi bien lors de la préparation que de la mise en avant. La troisième remarque porte sur le déroulé de la mise en avant : la formatrice a constaté que les acteurs se prêtaient au jeu de bonne grâce, et que leurs différentes prestations, tant du côté de l'enseignant que des élèves, étaient très pertinentes, mettant en exergue, comme dans une situation réelle, les difficultés des élèves et du professeur. En particulier, les observateurs notent systématiquement que le professeur a tendance à trop parler.

3 Des situations en master MEEF tout au long de l'année

La mise en œuvre réalisée dans le centre INSPE d'Aix-en-Provence avec des groupes d'environ 28 étudiants en master MEEF première année (M1), diffère de celle qui a été développée dans tout l'article. En effet, la préparation à la mise en avant s'effectue *en dehors* et *en amont* de la séance de formation, par un *groupe réduit* d'étudiants ayant à jouer un *rôle donné* et pour certains *à l'avance*. Elle s'inscrit, en outre, dans un travail au long cours se déroulant tout au long de l'année, qui intègre une partie évaluative. Pour une séance de formation donnée, dont la thématique et la date sont préalablement annoncées, 6 (ou 7) étudiants se répartissent en deux sous-groupes – les « enseignants » (binôme ou trinôme) et les « élèves » (4) – pour préparer, analyser et mettre en œuvre une « mise en situation ». Ces « mises en situation » sont réitérées 8 à 10 fois au cours de l'année (semestres 1 et 2 réunis), sur des thématiques différentes. Tous les étudiants doivent avoir été dans au moins un sous-groupe de chaque catégorie au cours de l'année.

En amont de la séance, le sous-groupe des « enseignants » se prépare à la mise en œuvre d'une séance de classe : à partir d'activités fournies par la formatrice, ils réalisent une fiche de préparation comprenant les objectifs ainsi qu'une prévision du déroulement (organisation temporelle, spatiale, matérielle, consignes …). Le sous-groupe anticipe également le matériel nécessaire à la mise en œuvre en classe. La fiche de préparation est remise à la formatrice au début de la séance de formation. De son côté le sous-groupe des « élèves » se prépare à jouer le rôle d'élèves : à partir des documents fournis par la formatrice, ils doivent anticiper des procédures des élèves du niveau concerné ainsi que les difficultés éventuelles face à la (aux) tâche(s) donnée(s). En cours d'année, ce travail peut également prendre appui sur l'expérience acquise, notamment lors des stages de pratique accompagnée. La préparation des « enseignants » se réalise indépendamment de celle des « élèves ».

Au cours de la séance de formation, la séance préparée est mise en œuvre (durant 20 minutes environ) : un membre du binôme (ou trinôme) prend le rôle de l'enseignant pendant que l'(les) autre(s) « enseignants » observe(nt) (les membres du sous-groupe peuvent également alterner les rôles) ; les membres du groupe « élèves » , rejoints par d'autres étudiants (entre 2 et 6) pour former une « classe » ou un « atelier », prennent le rôle d'élèves de la classe et réalisent les tâches proposées par l'(les) enseignant(s). Les autres étudiants observent attentivement la séance en vue d'une analyse collective. Ils peuvent être guidés par une grille d'observation (comme celle proposée en annexe 4), ou une consigne spécifique (sur un élément à regarder plus particulièrement, comme par exemple « l'entrée dans l'activité », « la mise en évidence des savoirs ou savoir-faire en jeu », « l'organisation spatiale, temporelle, matérielle, de la séance »). Une analyse collective à chaud suit la mise en œuvre de la séance, en appui avec les observations réalisées. Au cours de cette analyse, des apports ou des compléments peuvent être apportés par la formatrice. Lorsque c'est possible, cette analyse est complétée par une analyse d'une vidéo de la séance réalisée dans une classe – c'est le cas par exemple lorsqu'on travaille sur les phases 1 et 2 des *Fourmillions* (ERMEL, 2017) avec la vidéo *Les bûchettes* (Fénichel et Taveau, 2007).

En aval de la séance de formation, le groupe des « enseignants » rédige un dossier de synthèse comportant : une fiche de préparation retravaillée comprenant les objectifs précisément identifiés ainsi qu'une prévision détaillée du déroulement (organisation temporelle, spatiale, matérielle, consignes, exposition de connaissances) ; une analyse préalable de la situation incluant une identification justifiée de variables (dont des variables didactiques), une anticipation des procédures des élèves et/ou de leurs difficultés ainsi que des éléments de différenciation envisagés ; des éléments d'analyse *a posteriori* avec un éclairage de ce qu'il s'est passé au regard de l'analyse préalable ainsi qu'une justification des éventuels aménagements réalisés à partir des points défaillants ; des commentaires éventuels (pistes de prolongement, prise de recul, témoignage de pratique à l'issue d'une mise en œuvre de la séance réalisée dans une classe au cours d'un stage…). Ce document fait partie des éléments pris en compte pour la validation de la formation des étudiants. Il est issu du travail de préparation du sous-groupe des « enseignants », de la réalisation de la mise en situation, ainsi que de son analyse collective. Concernant la situation *Mystère dans la boîte*, le document témoigne de la prise en compte par les étudiants d'enjeux d'apprentissage sur les formes planes en maternelle ainsi que d'une certaine appropriation de la ressource. Après relecture par la formatrice, ce document est déposé sur la plateforme numérique en vue de servir de document de travail pour des mises en œuvre effectives en stage et/ou pour l'épreuve d'admission du CRPE.

VI - CONCLUSION

La question de la prise en main d'une situation d'enseignement à partir d'une ressource est fondamentale en formation des enseignants. La modalité de formation du type Jeu de Rôles se prête parfaitement à cette problématique, et ceci quel qu'en soit le thème. Il suffit de disposer d'une ressource suffisamment riche pour permettre aux étudiants de bâtir une séance consistante et jouer sa mise en œuvre. Le Jeu de Rôles possède le grand avantage d'être transposable à un grand nombre de thématiques, et la mise en avant est toujours un moment très apprécié des formés. Par ailleurs, cette modalité laisse une grande liberté d'action aux formateurs, qui peuvent l'utiliser ponctuellement (comme dans les exemples V.1 et V.2), ou en séances filées (exemple V.3). Nous espérons donc que l'atelier et cet article encourageront les formateurs à s'en emparer.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Allard, C. (2015). Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions. Paris : Université Paris 7.

Allard, C. et Ginouillac, S. (2015). De la ressource à la séance en classe : le cas de la proportionnalité en cycle 3. Dans C. Taveau (éd.), *Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ? Actes du 41e Colloque COPIRELEM* (1-30). Mont-de-Marsan : ESPE d'Aquitaine.

Allard, C. et Masselot, P. (2017). De la ressource à la séance de classe. Institutionnaliser : tâche impossible ? Dans R. Cabassut (éd.), *Enseignement des mathématiques et formation des maîtres aujourd'hui : quelles orientations, quels enjeux ? Actes du 43e Colloque COPIRELEM* (181-203). Paris : ARPEME.

Arditi, S. (2011). *Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens*. Paris : Université de Paris 7.

Arditi, S. et Daina, A. (2013). Manuels scolaires et pratiques des enseignants en France et en Suisse romande. Dans C. Ouvrier-Buffet (éd.), *Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève. Actes du 39e Colloque COPIRELEM* (389-404). Brest : IREM de Bretagne Occidentale.

Butlen, D., Pézard, M. et Masselot, P. (2011). *Enseigner les mathématiques en ZEP, pratiques de professeurs débutants*. *Diversité*, *166*, 117-124.

Celi, V., Coutat, S . et Vendeira-Maréchal, C. (2019). Travailler avec les formes en maternelle : premiers pas vers des connaissances géométriques ? Dans E. Petitfour (éd.), *Manipuler, représenter, communiquer : quelle est la place des artefacts dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ? Actes du 45e Colloque COPIRELEM* (178-196). Paris : ARPEME.

Celi, V., Guille-Biel Winder, C., Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. (2022). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Situations – Ressources – Analyses. Les outils du formateur Tome 2.* Paris : ARPEME.

ERMEL (2017). *Les essentielles CE1. Situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul.* Paris : Hatier.

Fénichel, M., Mazollier, M.-S. et Tritsch, C. (2012). *Mon année de maths* GS. Paris : SED.

Fénichel, M. et Taveau, C. (2007). *Enseigner les mathématiques au cycle 2. Deux situations d'apprentissage en images : combien de bûchettes ? le petit moulin*. Paris : Canopé- CRDP Créteil.

Gentaz, E. (2014). Comment aider les enfants de 5-6 ans à connaître les figures géométriques planes ? Un point de vue des sciences cognitives de l'éducation. Dans S. Coppé, (éd.), *Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspectives. Actes du 40e colloque COPIRELEM* (81-86). Nantes : IREM des Pays de la Loire.

GREFEM (2012). Formation didactique articulée à la pratique enseignante : illustrations et conceptualisation. *Actes du colloque international EMF 2015 Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* (348-361).

Guille-Biel Winder C., Lajoie, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, M., Tempier, F. (2020). Former les formateurs à mettre en œuvre un Jeu de Rôles en formation initiale. Dans *Dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au XXI[e] siècle. Actes du 46[e] Colloque COPIRELEM* (106-120). Paris : ARPEME.

Guille-Biel Winder, C., Lajoie, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Tempier, F. (2022) Priorités et stratégies d'un formateur lors de la mise en œuvre d'un jeu de rôles en mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives, numéro thématique « Les pratiques de formation à l'enseignement des mathématiques. Une approche par la recherche en didactique », 1*, 55-89.

Guille-Biel Winder, C., Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Situations – Ressources – Analyses. Les outils du formateur Tome 1.* Paris : ARPEME.

Guille-Biel Winder, C. et Mili, I., (2023). Un Jeu de Rôles sur la structuration de l'espace en formation d'enseignants : la transposition de savoirs didactiques en question. *Actes du 49[e] colloque COPIRELEM* (178-196). Paris : ARPEME.

Lajoie, C. (2010). Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. Dans J. Proulx et L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles,* (101-113). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Lajoie, C. (2020). Le jeu de rôles pour former à enseigner les mathématiques : potentialités et limites selon divers points de vue. *Actes du 46[e] Colloque COPIRELEM*. Paris : ARPEME.

Lajoie, C., Mangiante, C., Masselot, P., Tempier, F. et Winder Guille-Biel, C. (2019). Former à aider un élève en mathématiques. Une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 19,* 168–188.

Lajoie, C. et Pallascio, R. (2001). Le jeu de rôles : une situation-problème en didactique des mathématiques pour le développement des compétences professionnelles. Dans J. Portugais (dir.), *Actes du colloque GDM 2001*. Montréal : Université de Montréal.

Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Marseille : Université de Provence - Aix-Marseille I.

MEN (2021). École maternelle. Programme d'enseignement : modification Arrêté du 2-6-2021 - JO du 17-6-2021 (NOR : MENE2116550A). *Bulletin officiel n°25 du 24 juin 2021*.

Perrin-Glorian, M.-J., & Godin, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-École*, *222*, 26–36.

Petitfour, E., Tempier, F., Thomas, C., Guille-Biel Winder, C. et Métin, F. (2023). « La vache et le paysan » : une situation de formation sur la résolution de problèmes. Dans F. Wozniak (éd.), *Représenter et modéliser en mathématiques : de l'activité des élèves à la formation en mathématique des professeurs des écoles. Actes du 49[e] colloque COPIRELEM* (217-233). Paris : ARPEME.

Piaget, J. et Inhelder (1947). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris : PUF.

Pinet, L. et Gentaz, E. (2007). La reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans. *Grand N, 80*, 17-28.

Pinet, L. et Gentaz, E. (2008). Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation à la reconnaissance de figures géométriques planes chez les enfants de cinq ans : étude de la contribution du système haptique manuel. *Revue Française de Pédagogie, 162*, 29-44.

Revesz, G. (1950). *Psychology and art of the blind*. Longmans, Green.

Vendeira, C. et Coutat, S. (2017). « C'est une montagne ou une trompette ? ». Entre perception globale et caractéristiques des formes aux cycles 1 et 2. *Grand N, 100*, 79-104.

ANNEXE 1 : DOCUMENT 1 « MYSTERE DANS LA BOÎTE – ACTIVITÉ 1 »

D'après Mazollier, Fénichel et Tritsch (2012). Mon année de maths, GS. Sed

Matériel

Des formes géométriques en deux exemplaires (voir matériel fourni).

Une boîte (de type boîte à chaussures) avec un trou sur une face et un autre sur la face opposée pour que l'élève puisse utiliser ses deux mains.

Objectifs

Mettre en évidence certaines propriétés des figures usuelles en utilisant la perception (vue ou toucher) selon les formes choisies : bords ronds ou bords droits ; nombre de pointes ou de sommets (3 ou 4) qui « est égal au nombre de côtés ».

Acquérir du vocabulaire à plus ou moins long terme : nom des différentes formes, des mots « côtés », « sommets », …

Prérequis

Avoir une première perception des formes

But de la tâche

L'élève doit trouver la forme soit à l'aide de la vue, soit à l'aide du toucher. Il peut uniquement la montrer, la montrer en la nommant, ou seulement la nommer.

Déroulement

Étape 1 Appropriation

Dans cette étape, la boîte contenant une des séries de formes est ouverte, elle n'a pas son couvercle. L'enseignant a placé, sur la table devant les élèves, une autre série de formes toutes de la même couleur, comportant des quadrilatères, des triangles, des ronds. Il présente le matériel et introduit la tâche en donnant la consigne : « J'ai placé des formes géométriques sur la table. Dans la boîte, j'ai mis les mêmes formes mais d'une couleur différente. Je vais vous montrer une des formes parmi celles placées sur la table. Un d'entre vous va devoir la retrouver dans la boîte. »

Les élèves réalisent la tâche à tour de rôle. La validation se fait en superposant les deux formes. Les caractéristiques de la forme sont mises en évidence [bord rond ou non, nombre de côtés].

Étape 2 Recherche

Le déroulement est le même que pour l'étape précédente mais la boîte dans laquelle se trouve la deuxième série de formes est placée dans un lieu éloigné de la table de travail.

Étape 3 Recherche

L'enseignant a placé devant les élèves une série de formes géométriques de la même couleur comportant des quadrilatères, des triangles, des ronds. Il place un autre exemplaire d'une des formes dans la boîte mystère [fermée]. Il présente le matériel et introduit la tâche en donnant la consigne : « J'ai placé des formes géométriques sur la table. J'ai choisi une des formes et j'ai mis la même mais d'une autre couleur dans la boîte mystère. Un d'entre vous va mettre ses mains dans la boîte mystère, va toucher la forme qu'elle contient et ensuite montrera la même sur la table. On ouvrira la boîte pour vérifier. »

Les élèves réalisent la tâche à tour de rôle et doivent expliquer comment ils ont trouvé la forme.

Étape 4 Recherche

L'enseignant a placé une série de formes géométriques de la même couleur comportant des quadrilatères, des triangles, des ronds devant les élèves. Dans la boîte mystère, il a placé quelques exemplaires de ces formes [par exemple, un rond, deux triangles et un quadrilatère]. Il donne la consigne : « J'ai placé des formes géométriques sur la table. Dans la boîte mystère, j'ai mis certaines de ces formes, mais d'une autre couleur. Je vais vous montrer une forme sur la table. Un d'entre vous va mettre ses mains dans la boîte mystère, va toucher les formes qu'elle contient et sortira celle que je vous ai montrée. »

Si la forme ne peut pas sortir par un trou, un camarade peut être chargé de soulever le couvercle tandis que l'élève interrogé garde dans ses mains la forme qu'il a choisie.

Étape 5 *Bilan*

À l'issue de ces situations, l'enseignant réunit le groupe classe, montre les différents lots sur lesquels les élèves ont travaillé, rappelle ou fait rappeler les différentes situations et demande aux élèves de formuler leurs remarques. Il fait la synthèse de toutes les propriétés qui ont été utilisées dans les différentes situations. Il en donne les désignations : « côté » à la place de « bord droit », « sommet » à la place de « pointe » ou de « pique ». Il introduit ou réintroduit aussi le nom de certaines formes : « triangle », « carré », « rectangle », « rond ». À la demande de certains élèves, il peut introduire le nom d'autres formes [par exemple « parallélogramme »] sans attendre d'eux qu'ils les réutilisent de manière systématique.

Variables et différenciation

La couleur des formes : la même ou différente.
La nature des formes.
Le nombre de formes.
L'état de la boîte : ouverte ou fermée.
Le lieu où est placée la boîte lorsqu'elle est ouverte.
La nature de la reconnaissance : visuelle ou tactile.
La manière de présenter les formes : elles peuvent être soit manipulables, soit dessinées et délimitées par le contour.

ANNEXE 2 : DOCUMENT 2

Documentation pour les formés lors de la situation de formation *Mystère dans la boîte*

1 Programmes de l'école maternelle (MEN, 2021)

« Très tôt, les jeunes enfants discernent intuitivement des formes (carré, triangle...) et des grandeurs (longueur, contenance, masse, aire...). À l'école maternelle, ils acquièrent des connaissances et des repères sur quelques formes et grandeurs. L'approche des formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs, se fait par la manipulation et la coordination d'actions sur des objets. Cette approche est soutenue par le langage : il permet de décrire ces objets et ces actions et favorise l'identification de premières caractéristiques descriptives. Ces connaissances constituent une première approche de la géométrie et de la mesure qui seront enseignées aux cycles 2 et 3 […]

Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle :

– Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme.

– Reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).

– Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et ce dans toutes leurs orientations et configurations.

– Classer ou ranger des objets selon un critère de longueur ou de masse ou de contenance.

– Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).

– Reproduire, dessiner des formes planes.

– Identifier une organisation régulière et poursuivre son application. »

2 Document d'accompagnement des programmes de 2002 : « Vers les mathématiques : Quel travail en maternelle ? »

« Très tôt le jeune enfant est capable de reconnaître une forme, bien avant de l'analyser, de la nommer, d'en repérer des propriétés ou d'en donner une première définition. En maternelle, une reconnaissance globale de certaines formes est visée, par la vue et par le toucher (reconnaissance à l'aveugle), dans des activités qui ont du sens pour l'enfant (jeux, rangements…).

[…] Pour l'exploration des formes, comme pour celle des grandeurs, l'utilisation du langage vient en appui de l'action et la complète. Il est nécessaire que l'enseignant incite l'élève à dire ce qu'il fait (que fais-tu avec tes cubes ? pourquoi as-tu mis cette forme avec celle-là ?). Les mots, nécessaires pour construire du sens, permettent une mise à distance par rapport à l'action elle-même et contribuent progressivement à fixer la connaissance.

[…] En Grande Section, des formes simples telles que le carré, le rectangle, les triangles (pas seulement équilatéraux), le rond, l'ovale sont reconnues et nommées. De plus, sans que cela constitue une compétence à acquérir, les enfants peuvent différencier des formes en énonçant, dans leur langage, certaines de leurs propriétés mathématiques (bord droit, bord courbe…). Les sommets ou « coins » des figures sont perçus et touchés du doigt, les côtés ou « bords » sont suivis avec le doigt. »

3 Extrait de l'article de Vendeira et Coutat (2017)

« Au niveau du cycle 1 et début du cycle 2, nous considérons que les élèves sont en mesure de convoquer deux manières différentes de penser les objets géométriques :

1) Penser de manière globale ;

2) Penser par les caractéristiques. Lorsque ces deux manières coexistent dans le mouvement de pensée, nous parlons d'une manière hybride (mobilisant conjointement la manière globale et les caractéristiques). La nécessité de faire coexister ces deux manières de penser est, selon nous, la clé afin de favoriser l'émergence des propriétés géométriques au collège. Pour résumer, la vision première est celle associée à des objets familiers (dont le carré dans sa position prototypique fait partie). La vision des objets géométriques à partir de leurs propriétés (ou de leurs caractéristiques chez les plus jeunes élèves) est quant à elle une construction théorique et scolaire. Quant à la vision hybride, elle représente un va-et-vient nécessaire entre les différentes visions décrites avec lesquelles les élèves doivent pouvoir jouer, selon les situations, afin d'être efficaces. »

4 Caractéristique du toucher et du sens haptique[3]

« Pour compenser l'exiguïté du champ perceptif cutané (limité à la zone de contact avec les objets) et appréhender les objets dans leur intégralité, il faut produire des mouvements d'exploration volontaires, variant en fonction des caractéristiques de ce qu'il faut percevoir. […]

Certaines procédures sont très spécialisées, d'autres plus générales. Ainsi, le Frottement latéral est adapté seulement à la texture, le Soulèvement au poids, la Pression à la dureté du matériau. Le Contact statique informe principalement sur la température et, plus approximativement, sur la forme, la taille, la texture et la dureté. L'Enveloppement donne aussi des informations globales sur ces propriétés, tandis que le Suivi des contours donne une connaissance précise de la forme et de la taille, et une connaissance plus floue de la texture et de la dureté.

[…] Bien que l'exploration haptique chez les jeunes enfants soit encore partielle et peu active et que les procédures d'exploration soient en général peu adaptées à la tâche, c'est vers 5-6 ans, selon les observations de Piaget et Inhelder (1947), que l'exploration haptique des formes géométriques devient

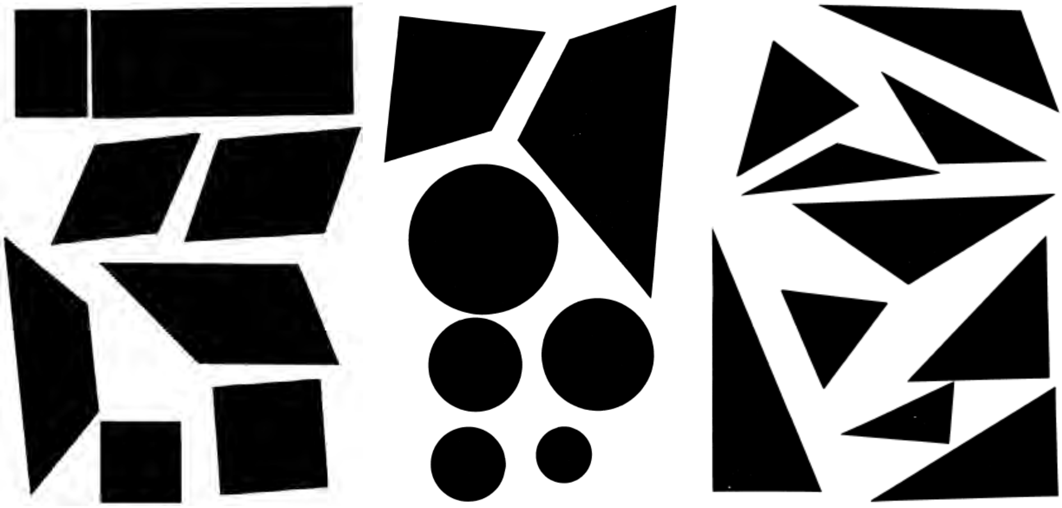
[3] Axes de recherche de l'université de Genève, psychologie du développement sensori-moteur, affectif et social [Disponible en ligne : https://www.unige.ch/fapse/sensori-moteur/axes-de-recherche/apprentissages-scolaires/cartch]

systématique et organisée. La modalité haptique est utilisée aussi bien dans sa fonction motrice (de transport et de transformation des objets) que dans sa fonction perceptive.

[…] Les objets étant multidimensionnels, ils ont une valeur sur plusieurs dimensions : texture, localisation, orientation, taille, forme, etc. Dans le cadre de la vision, toutes les dimensions sont perçues quasi simultanément (à quelques millisecondes près), d'un seul coup d'œil. Ceci n'est pas le cas dans la modalité haptique en raison du mode d'exploration et des incompatibilités motrices rendant la perception très séquentielle. C'est pourquoi cette perception semble moins « globale » et plus « analytique » que la perception visuelle (Revesz, 1950). »

ANNEXE 3 : FORMES PROPOSÉES DANS LA RESSOURCE

Ici les formes ont été réduites.



ANNEXE 4 : DOCUMENT 4 – GRILLE D'OBSERVATION

Nous proposons ci-dessous des exemples de questions pouvant nourrir une grille d'observation. Ces questions sont guidées par les trois pôles du triangle didactique « enseignant / élève / savoir ».

Côté enseignant :

- Mise en route (préparation du matériel / disposition des élèves / …)
- Les objectifs sont-ils donnés ?
- Passation de la consigne (clarté / vocabulaire / reformulation / …)
- Indications superflues ?
- Dévolution (rendre l'élève responsable)
- Gestion de l'activité (découpage en phase / enchainement des phases…)
- Respect de la trame ? Respect du timing ?
- Précision du vocabulaire employé
- Les variables didactiques ont-elles les bonnes valeurs ?
- Les connaissances mathématiques sont-elles maitrisées ?
- Anticipation des procédures élèves
- Attitude vis-à-vis des élèves
- Positionnement par rapport aux élèves (statique / dynamique / …)
- L'enseignant sait-il se taire ?
- Gestion des mises en commun (prise en compte des différentes procédures)
- Validation
- Prise en compte des difficultés / des obstacles / des erreurs

- Prise en compte de la différenciation / de l'hétérogénéité
- Retour sur apprentissage
- Institutionnalisation

Côté élève :

- Attention / engagement dans la tâche
- Différentes procédures
- Vocabulaire utilisé
- Gestes porteurs de sens
- Dévolution (être responsable)
- Validation (l'élève sait-il si sa réponse est juste ou fausse et comment le sait-il ?)
- Communication entre pairs

Côté savoir :

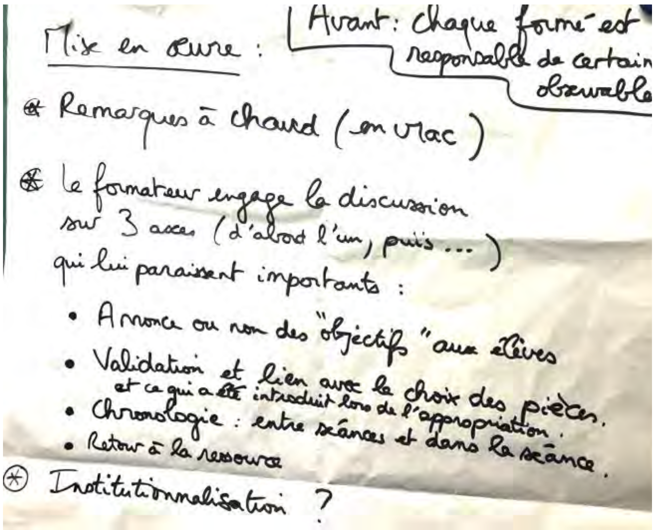
- Les élèves ont-ils une activité mathématique ?
- Quels sont les compétences sollicitées (chercher / raisonner / représenter / modéliser / communiquer / calculer)
- Quels sont les objectifs de la séance ? Sont-ils atteints ? Si non, pourquoi ?
- Les différents registres qui caractérisent les formes géométriques sont-ils mis en évidence ? Sont-ils liés ?
- Utilisation des différentes représentations
- Déconstruction dimensionnelle

ANNEXE 5 : STRUCTURE POSSIBLE DE LA FORMATION DANS UN FORMAT DE 3 HEURES

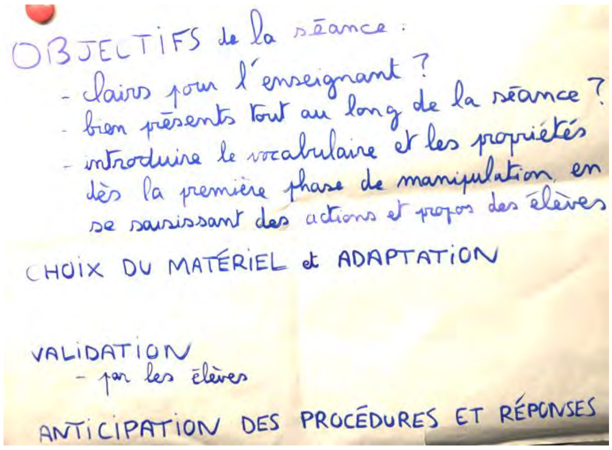
1. **Appropriation de la ressource et préparation des scènes (1 h 15min)**
   Lecture d'un extrait de ressource
   Préparation de la mise en avant
2. **Mises en avant (20 min)**
   Choix des rôles par tirage au sort pour les étapes 1 et 2
   Mise en avant de l'étape 2
   Choix des rôles par tirage au sort pour les étapes 3 et 4
   Mise en avant de l'étape 3
3. **Mise en commun et première synthèse (15 min)**
   Retour des observateurs du côté :
   - Des élèves
   - De l'enseignant
   - Du savoir en jeu

   Récolte des questions/problèmes posés
   Les incontournables d'une fiche de préparation
4. **Construction d'une fiche de préparation sur les activités 2 et 3 (40 min)**
5. **Synthèse et institutionnalisation (15 min)**

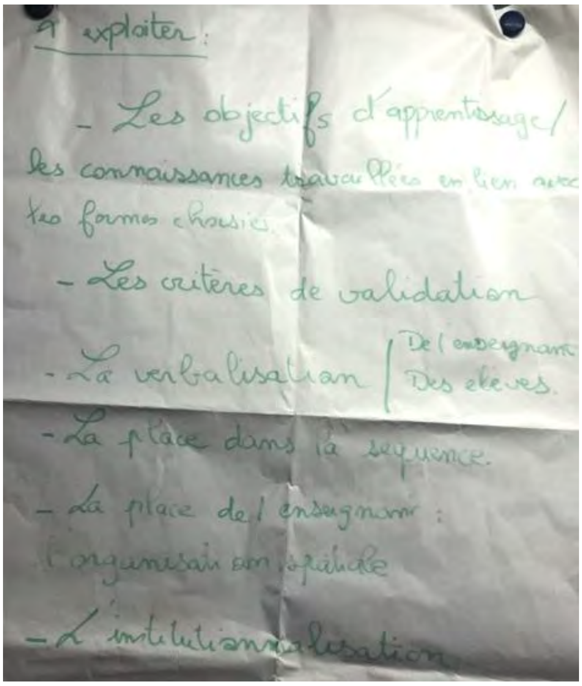
ANNEXE 6 : PROPOSITIONS DE RETOUR COLLECTIF - GROUPE A



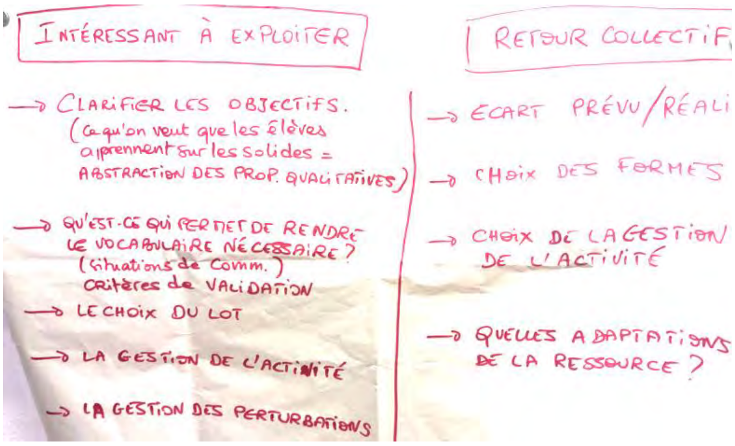
A1



A2

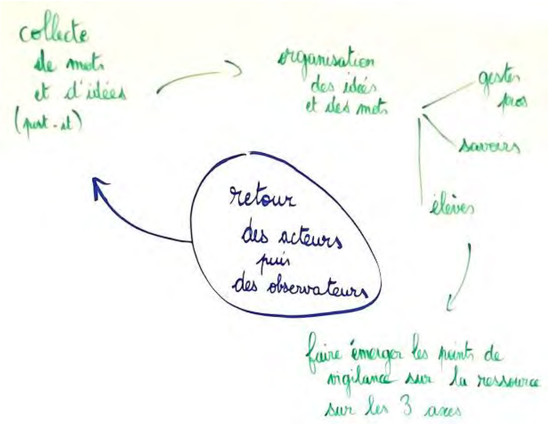


A3

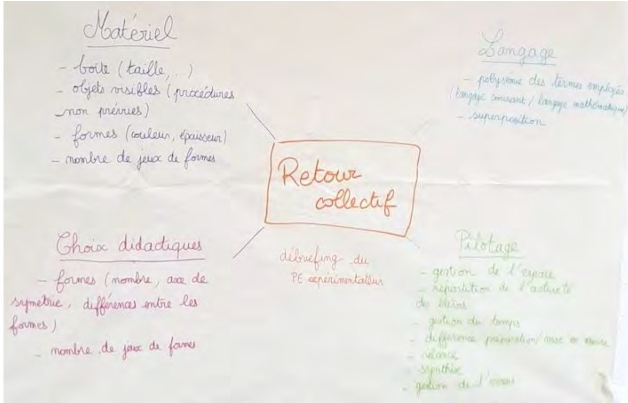


A4

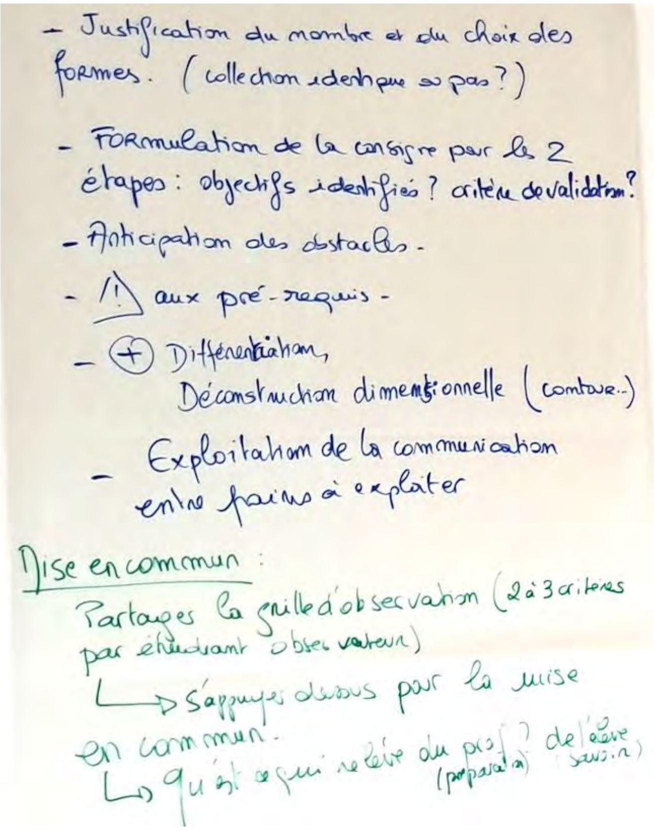
ANNEXE 7 : PROPOSITIONS DE RETOUR COLLECTIF - GROUPE B



B1



B2



B3

B4

AIDER LES ÉLEVES A COMPRENDRE DES ENONCES PAR L'ÉCRITURE

Annie CAMENISCH
MCF Sciences du langage, Université de Strasbourg, INSPE
LiLPa, UR 1339
annie.camenisch@unistra.fr

Serge PETIT
Professeur de Mathématiques honoraire, Université de Strasbourg
serge.labaroche@sfr.fr

Résumé
Faire écrire à partir d'une situation mathématique concrète, vécue par les élèves, engage ces élèves dans une attitude réflexive sur les mathématiques, prenant en charge la singularité de chacun. Ce travail d'écriture vise à mieux (se) représenter la situation mathématique et à mieux comprendre les énoncés de problème de tous types. Les élèves sont ainsi confrontés aux nuances langagières d'une variété d'écrits de nature mathématiques : description, énoncé de problème, phrase réponse. L'obstacle érigé par le langage est levé par un travail explicite sur le lexique et les structures syntaxiques spécifiques utilisées dans les énoncés de problèmes.

Dans quelle mesure un travail d'écriture en situation mathématique permet-il aux élèves de lever certaines difficultés de compréhension d'énoncés de problème textuels ? Cette question centrale à l'atelier a, en guise d'introduction, engagé les participants à réfléchir sur ces difficultés et à les cerner à partir de l'analyse de quelques énoncés. Dans un premier temps, après une rapide présentation de la littératie scolaire dans laquelle s'inscrit la démarche proposée, les participants ont été invités à représenter une situation mathématique en écrivant de courts textes. Cela a permis de questionner la notion de « représentation » et de repérer les variables langagières des productions. Un second temps de l'atelier s'est intéressé à montrer les relations entre langue et mathématiques à travers ces activités d'écriture en mathématiques, et notamment les applications pratiques en classe. Un dernier temps a rapidement évoqué les autres écrits impliqués dans les énoncés de problème.

I - REPRÉSENTER UNE SITUATION MATHEMATIQUE

Certains énoncés de problème utilisés lors de recherches menées dans des classes (Camenisch et Petit, 2018 et 2022) ont été source de difficulté pour des élèves d'école primaire, de la classe de CP au CM2. Quatre énoncés de problème issus de ce corpus (annexe 1) ont été proposés aux participants en guise d'introduction. Une première question visait à comparer deux énoncés de problème représentant la même situation, en fonction de leur difficulté pour des élèves de cycle 2. La seconde portait sur la source principale de difficulté de deux autres énoncés, pour des élèves de CM. Les réponses des participants ont convergé vers le même constat, à savoir que la formulation des énoncés influait sur la représentation que les élèves pouvaient se forger sur la situation mathématique. Un énoncé écrit peut ainsi constituer un obstacle à une représentation d'ordre mathématique.

1 Ecrire pour apprendre

Un axe de travail pour développer la capacité de représentation *mathématique* des élèves consiste à les faire écrire, et donc à utiliser l'écrit comme outil pour penser. Nous nous situons dans le courant de recherche autour de la littératie scolaire, initiée par Jack Goody (2006), pour qui l'écriture modifie les processus cognitifs. Les énoncés de problèmes appartiennent à cette littéracie scolaire, communément définie comme le versant positif de l'illettrisme. Il ne s'agit donc pas, dans cette perspective, de remédier aux difficultés rencontrées par les élèves mais de penser, en amont, des dispositifs qui permettent aux élèves d'entrer dans la lecture des énoncés de problème (Camenisch et Petit, 2021). Une piste de travail pour faciliter la compréhension des énoncés de problème utilise des écrits qui sont considérés comme des pratiques réflexives « qui permettent de penser, d'apprendre et de se construire » (Chabanne et Bucheton, 2000, p. 24). L'écriture constitue donc une activité engageante pour les élèves, qui s'inscrit dans la perspective de mieux comprendre les énoncés de problème, notamment en mettant en évidence les informations implicites, en se forgeant une image mentale de la situation mathématique, tout en développant des compétences langagières.

2 Ecrire à partir d'une situation concrète

Une situation concrète est une situation vécue par de vraies personnes, avec de vrais objets issus du monde réel. Cette situation concrète a été mise en scène par les deux animateurs, appelons-les Serge et Annie, en silence, sans aucun commentaire. Nous pouvons la décrire de la manière suivante : dans un sac rempli de noix, Serge a saisi cinq noix et a montré les cinq noix dans sa main, Annie a pris trois noix. Les deux animateurs ont montré aux participants les noix qu'ils avaient chacun dans leurs mains. La consigne suivante a été affichée : représentez cette situation du point de vue des mathématiques en langue française. Les participants, regroupés en binômes, devaient produire un écrit sur une feuille A 4, à partir de cette injonction. Ce premier travail d'écriture permettait, à travers l'analyse des productions réalisées, d'interroger la notion de représentation ainsi que la situation mathématique sous-jacente, et forcément implicite. Un second travail d'écriture visait à reformuler les écrits afin de se centrer sur les variables langagières autour d'une même situation.

2.1 Représenter la situation

La formulation de l'injonction suscitait trois questionnements : Pourquoi la précision « en langue française » ? Qu'est-ce que « représenter une situation » ? Pourquoi la précision « du point de vue des mathématiques » ?

En français dans le texte

La précision « en langue française » visait à éliminer d'autres types de représentations, dessins, schémas, tableaux, graphiques, etc. Elle contraignait la réalisation d'une production écrite compréhensible. Toutes les productions étaient ainsi des phrases complètes, comprenant les marques habituelles des phrases (ponctuation, majuscules, correction syntaxique).

Représenter ou représenter ?

Chaque production a été analysée pour vérifier si elle représentait bien la situation qui avait été montrée. Mais que signifie le verbe « représenter » utilisé en contexte mathématiques ? Une petite digression lexicale avec une analyse morphologique a permis de mieux comprendre le sens de ce mot. Ainsi le verbe *représenter* est formé du préfixe « re- ». Or, il existe au moins deux préfixes « re- » dont le plus connu signifie « à nouveau », sens généralement convoqué, et qui détermine le sens de « se représenter », à savoir « se présenter à nouveau » (pour des élections par exemple). Cependant ce n'est pas le sens du préfixe « re- » dans l'expression « représenter une situation », ou « se représenter une situation ». La formation du mot est plus complexe et il faut le décomposer davantage en ses différents éléments : si le suffixe « -er » renvoie à la nature verbale du mot, la partie « -présent- » est elle-même formée de l'élément « pré- » qui signifie « devant » et « -sent » qui est une forme du verbe « être ». Être « présent », c'est littéralement « être devant » quelqu'un (par opposition à « absent », où « ab » renvoie à la notion d'éloignement). Le préfixe « re- » a dans ce cas une valeur intensive. « Représenter une situation », c'est donc la rendre « pleinement présente » par l'intermédiaire de la langue française. Ainsi les phrases produites doivent susciter une image mentale de la situation vécue.

Une seule production n'a pas permis de se représenter la situation :

> *Serge et Annie ont des noix. S'ils en avaient 15, Serge en aurait $\frac{1}{3}$ et Annie en aurait $\frac{2}{5}$.*

Outre la formulation hypothétique difficilement compréhensible, et rejetée par la plupart des participants, dans cette configuration, Annie aurait 6 noix.

Vous avez dit mathématiques ?

L'image mentale qui doit être évoquée par les mots n'est pas quelconque, elle ne porte pas, par exemple sur le déplacement des animateurs ou sur leurs gestes, mais elle doit être représentée « du point de vue des mathématiques ». Cela a été perçu de différentes façons par les participants.

Certains ont produit un écrit qui s'apparente davantage à un énoncé de problème, comportant une question :

> Production 1 : *Annie et Serge se promènent. Serge a 5 noix dans ses mains tandis que Annie en a 3. Que s'est-il passé ?*
>
> Production 2 : *Serge a 5 noix. Annie a 3 noix. Ils veulent avoir autant de noix chacun. Comment faire ?*

Ces deux productions ne représentent pas la situation. La première évoque une promenade qui n'est pas pertinente du point de vue des mathématiques, d'autre part, elle s'interroge sur un évènement qui n'a pas eu lieu, puisqu'il ne s'est rien passé, et qu'il s'agit d'un état. La seconde production invente une intention qui n'était pas exprimée par les animateurs. Dans ces deux productions, seule une phrase décrit véritablement la situation, portant sur le nombre de noix et leur répartition.

Le point de vue « mathématique » a été saisi encore différemment par les formateurs ou professeurs de mathématiques qui composaient l'essentiel des participants. Ainsi, les données numériques ont été exprimées de manière variée, le plus souvent sous forme chiffrée :

> Production 3 : *Serge a la moitié de 10 noix dans sa main gauche. Annie a la moitié de 6 noix dans sa main gauche.*
>
> Production 4 : *Annie et Serge ont 8 noix. Si Serge en donne une à Annie, ils en auront le même nombre (chacun).*
>
> Production 5 : *Serge a 3 noix et encore 2. Annie a 2 noix et encore 1.*

L'aspect « mathématique » a porté sur la formulation des données numériques qui nécessitent un calcul, certes sommaire, mais qui porte soit sur la connaissance de la notion de moitié (production 3), soit sur une opération plus complexe, énoncée de manière hypothétique (production 4). La production 5 se centre davantage sur le dénombrement. Mathématiquement juste, cette expression pourrait traduire une signification erronée, montrant les noix de chacun en deux prises distinctes où Serge aurait d'abord pris trois noix, et ajouté deux, par exemple.

Enfin, d'autres productions jouant sur l'expression de fractions, ont nécessité un petit calcul de vérification, notamment pour l'animatrice qui n'était pas professeur de mathématiques :

> Production 6 : *Annie et Serge ont des noix. Annie a 3 noix. Serge a les $\frac{5}{8}$ du total des noix.*
>
> Production 7 : *Annie a 3 noix. Serge a $\frac{5}{3}$ des noix d'Annie.*
>
> Production 8 : *Serge a cinq noix. Annie a trois huitièmes de leurs noix.*

Seule la production 8 proposait une écriture en lettres des nombres évoqués, mais cette variante aurait pu apparaitre dans toutes les productions comportant des données numériques. Cette première situation d'écriture a donc fait émerger une grande variété d'écrits, en particulier du point de vue de l'expression des nombres, que l'on peut faire émerger par une infinité de calculs, qui ne permettent pas tous de se représenter immédiatement la situation.

2.2 Reformuler un écrit épuré

Cependant, certaines productions n'ont retenu que l'essentiel de la situation sous la forme de deux phrases, avec une expression directe des nombres. La situation est ainsi représentée de la manière la plus épurée possible, sans fioritures ni détails superflus.

Production 9 : *Annie a 3 noix. Serge a 5 noix.*

Ces deux phrases représentent parfaitement la situation et favorisent des images mentales focalisées sur le nombre de noix de deux individus. C'est cette situation épurée qui a été à la source d'une nouvelle production, avec la consigne : « Trouvez une autre formulation pour cette situation ».

Les nouvelles productions réalisées ont permis de les comparer à la phrase épurée en se centrant sur les différences langagières, qui ont été mises en évidence.

Production 10 : *Serge a **5** noix. Annie a **3** noix.*

Production 11 : *Serge a **cinq** noix. Annie **en a trois**.*

Ces deux productions ont réalisé une permutation avec la production 9. En effet, l'ordre d'énonciation peut se faire en commençant par l'un ou l'autre des protagonistes. La production 11, outre l'expression en lettres des nombres, utilise le pronom personnel substitut « en », pronom particulièrement complexe, puisqu'il se substitue uniquement au nom « noix » dans le groupe nominal « trois noix ».

Une autre production fait apparaitre une information implicite, qui induit un problème additif de type partie-tout.

Production 12 : *Annie et Serge ont 8 noix ensemble. Annie en a 3.*

Cet implicite rend la situation plus opaque, car elle nécessite un traitement du point de vue de la représentation. C'est aussi le cas d'autres formulations qui utilisent des comparatifs.

Production 13 : *Annie a 3 noix. **Elle** a 2 noix **de moins que** Serge.*

Production 14 : *Serge a 5 noix. **Il en** a 2 **de plus qu'**Annie.*

Production 15 : *Serge a 5 noix. Annie **en** a 2 **de moins**.*

La production 14 constitue une permutation de la production 13 en changeant de sujet grammatical ou de point de vue. Si le sujet reste constant, il peut être pronominalisé dans la phrase suivante, cumulé ou non avec la pronominalisation avec « en ». Le changement de sujet nécessite aussi une reformulation de la phrase comparative, où l'expression « de moins que » doit être renversée en « de plus que ».

Ces productions épurées mettent en évidence les variables langagières qui peuvent être combinées pour exprimer, avec plus ou moins d'informations implicites, une même situation mathématique. Elles montrent aussi que les difficultés des élèves pour se représenter cette situation dépendent justement de ces variables langagières.

2.3 Les variables langagières d'une situation comparative

Les problèmes comparatifs peuvent engendrer des difficultés spécifiques de compréhension aux élèves (Camenisch et Petit, 2018). En effet, plusieurs variables langagières peuvent moduler une situation de problème comparatif, en se combinant ou non, à partir de son expression la plus explicite et simple :

Variable langagière	Exemple de réalisation
Phrases simples : situation explicite	Serge a 5 noix. Annie a 3 noix.
Information implicite : phrase comparative	Serge a 5 noix. Annie a 2 noix de moins que Serge.
Reformulation de la phrase comparative	Serge a 5 noix. Serge a 2 noix de plus qu'Annie.
Permutation : ordre d'énonciation des phrases.	Annie a 2 noix de moins que Serge. Serge a 5 noix.
Pronominalisation : sujet et objet.	Annie a 2 noix de moins que Serge. Elle en a 3 en tout.
Information implicite : partie-tout	Annie a 2 noix de moins que Serge. Ils en ont 8 en tout.

Tableau 1. Principales variables langagières d'une situation comparative

Toutes ces formulations, mettant en œuvre reformulation, permutation, pronominalisation, comprennent des informations implicites, qui ne changent pas la situation, mais qui influent sur la compréhension. En effet, les résultats de tests réalisés avec des élèves de cycle 2 et 3 (Camenisch et Petit, 2018) montrent que les élèves n'obtiennent pas la même réussite en fonction des formulations. Certaines formulations ne permettent pas de se représenter immédiatement la situation et demandent un traitement informatif, comme tout texte comprenant des informations implicites.

Les variables langagières n'ont pas toutes le même impact sur la résolution de problème. Certaines de ces variables sont liées à la langue, d'autres sont inhérentes au type de problème à résoudre. Lever l'implicite lié à la pronominalisation ou à la permutation ne permettra pas de résoudre le problème mais favorisera une meilleure représentation des sujets et des objets de la situation. Cependant, rendre explicite l'information cachée d'une phrase comparative peut, dans certains cas, conduire directement à la résolution d'un problème comparatif.

Une posture d'évitement consisterait à ne présenter aux élèves que des textes épurés, qui faciliteraient un accès plus direct à la représentation de la situation mathématique. Mais cette approche cantonnerait les élèves à une compréhension explicite sans leur donner les moyens d'accéder à une compréhension des informations implicites et donc de développer leur autonomie face à l'écrit en contexte mathématique. De nombreuses évaluations, qu'elles soient nationales, comme CEDRE, ou internationales, comme PIRLS, montrent la faiblesse des élèves français dans la compréhension des informations implicites. Une autre solution consiste donc à saisir toute occasion pour développer ces capacités et à donner aux élèves les moyens de réaliser par eux-mêmes cette opération de simplification des textes afin d'accéder à une claire représentation des situations, en leur apprenant à procéder à des reformulations langagières et donc à passer par l'écriture pour les mettre en œuvre.

II - ECRIRE EN MATHÉMATIQUES : LA LANGUE EN ACTIONS

Le rôle des écrits intermédiaires a été explicité dans différents contextes scolaires par Chabanne et Bucheton (2002). Un écrit intermédiaire peut se définir comme un écrit de réflexion qui ne répond pas directement à la tâche principale attendue, mais permet de développer la réflexion par l'acte même d'écrire.

1 Manipuler la langue pour mieux comprendre une situation

Une pratique scolaire courante consiste à réaliser des apprentissages en langue de manière décontextualisée, posant alors le problème du transfert des compétences. Une autre démarche consiste à réaliser des apprentissages sur la langue, intégrés aux situations où ils sont nécessaires, leur conférant ainsi un sens explicite. Les élèves font ainsi varier des éléments langagiers et manipulent la langue pour mieux comprendre des situations mathématiques dans le cadre de la résolution de problème. Ce travail sur la langue consiste en un préalable à la résolution proprement mathématique, poursuivi explicitement, éventuellement de manière différenciée, jusqu'à ce que les élèves se soient appropriés ces compétences. L'activité langagière constitue alors un travail portant sur la discipline « français » intégrée en contexte mathématique. Cette démarche intégrée favorise le développement de compétences de reformulation, qui semblent produire un certain effet sur la réussite en mathématiques, et de stratégies de lecture utilisant l'écrit.

1.1 Le pouvoir de la reformulation

Une recherche menée en 2017 (Camenisch et Petit, 2018), s'appuyant en particulier sur la notion de congruence définie par Raymond Duval (1995), a révélé une corrélation entre reformulation et résultats en mathématiques dans le cadre de la résolution de problèmes comparatifs en classe de CP. Rappelons-en les principales conclusions. Dans le cadre d'évaluations menées en juin 2017 sur une vingtaine de classes, des élèves de CP devaient résoudre des problèmes comparatifs dont certains présentaient des données non congruentes avec les opérations à réaliser pour trouver la solution.

Problème	Non congruences	Réussite
1. Macha a 2 bonbons de moins que Léa. Macha a 5 bonbons. Combien de bonbons a Léa ?	Entre le mot *moins* dans l'énoncé et l'opération à réaliser (2 + 5).	49 %
2. Billy a 4 cubes de plus que Sami. Billy a 6 cubes. Combien de cubes a Sami ?	Entre le mot *plus* dans l'énoncé et l'opération à réaliser (6 – 4). Entre l'ordre d'énonciation des données (4, 6) et l'ordre des nombres dans la soustraction (6 – 4).	40 %

Tableau 2. Réussite en mathématiques en CP (Problèmes non congruents)

A cette non-congruence entre données et résolution du problème, s'ajoute la difficulté inhérente à l'implicite propre au problème utilisant une phrase comparative et celle liée à une autre variable langagière, à savoir l'ordre dans lequel les phrases sont énoncées. En effet, il est malaisé de se représenter la situation de la première phrase comparative, sans avoir lu la seconde phrase, difficulté pointée par les participants dans l'introduction de l'atelier. Cela pourrait expliquer partiellement l'absence de réussite de la majorité des élèves. Comme il n'est pas possible de vérifier la représentation mentale que les élèves se faisaient de la situation mathématique, un autre moyen a été mis en œuvre pour en recueillir quelques indices. En effet, outre la tâche de résolution, on a demandé aux élèves de produire une phrase intermédiaire qui jouait sur une des variables langagières, à savoir la reformulation de la phrase comparative. Ainsi on a proposé aux élèves d'écrire « autrement » cette phrase en en donnant l'amorce, par exemple :

Ecris autrement : Macha a 2 bonbons de moins que Léa.
Léa a …………………………………………………….

En effet, si la réussite des élèves en mathématiques peut résulter du hasard, ce n'est pas le cas de la reformulation de la phrase comparative, qui donne un indice fort de la compréhension de la situation comparative, quel que soit le sujet de la phrase. Cet écrit intermédiaire permet donc de croiser les résultats en mathématiques des élèves avec ceux portant sur la capacité de reformuler. Les résultats montrent une différence notable dans la réussite en mathématique en fonction de la réussite ou de l'échec dans la reformulation.

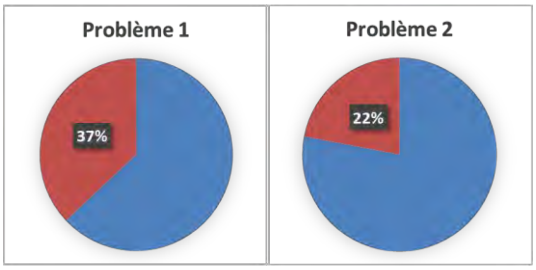


Figure 1. Réussite en mathématiques avec reformulation échouée

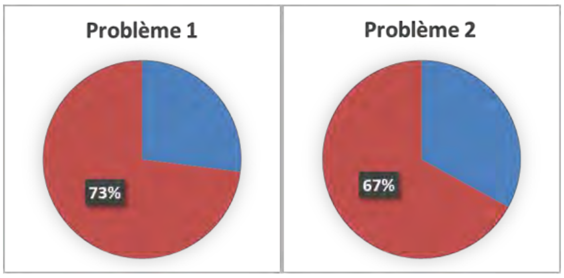


Figure 2. Réussite en mathématiques avec reformulation réussie

Cette étude montre que les élèves qui parviennent à reformuler la phrase comparative réussissent plus massivement que ceux qui n'y parviennent pas. Cette évaluation a été réalisée sur des élèves de CP sans qu'il y ait eu d'apprentissage de la reformulation ni des opérations mentales qui en découlent. Un travail explicite permettant à tous les élèves à développer des stratégies pertinentes pour mieux se représenter la situation ne peuvent être que bénéfiques.

1.2 Reformuler et développer une stratégie de lecture adaptée

Plutôt que de réaliser des séquences décontextualisées pour apprendre à reformuler, la démarche intégrée favorise une réflexion sur la langue menée en contexte, c'est-à-dire au moment où les élèves en ont besoin. Une séquence d'apprentissage visera à expliciter une stratégie pertinente selon le type d'énoncé de problème (Camenisch et Petit, 2021) et à en garder une trace écrite. Les élèves disposent ainsi d'un outil qu'ils peuvent utiliser selon les besoins. Reprenons, en guise d'exemple, un problème d'une structure particulièrement peu explicite.

Etienne a trois billes de moins que Lucie. Il a six billes. Combien en a Lucie ?

Pour tout énoncé de problème, le premier implicite à interroger est celui lié à la pronominalisation, par exemple en réécrivant la phrase pour remplacer le pronom par son substitut. Ce travail de reformulation par l'écriture permet à chaque élève de chercher et de s'interroger sur le sens du pronom, que ce soit pour identifier les référents, notamment pour des pronoms complexes comme le pronom « en », où la reformulation demande une modification de la syntaxe.

Exemple de consignes : Qui est « il » ? Récrire la phrase sans utiliser « en ».

Reformulation : Etienne a six billes. Combien de billes a Lucie ?

Un énoncé de problème textuel est généralement composé de deux types de textes différents : une partie informative qui comporte les données numériques et une partie injonctive qui énonce une question ou une injonction. La partie injonctive questionne les informations implicites contenues dans la partie informative. Pour que le problème soit soluble, toutes les informations doivent être présentes dans le texte.

Partie informative : Etienne a trois billes de moins que Lucie. Il a six billes.

Partie injonctive : Combien de billes a Lucie ?

La stratégie de lecture consiste à lever tous les implicites et à se forger une représentation mentale de la situation. Après une première lecture de l'énoncé, l'élève va le passer au crible d'un questionnement ciblé qui le contraint à reformuler l'énoncé. Pour prendre conscience que la lecture doit lui permettre de comprendre une situation d'ordre mathématique, l'élève doit repérer et reformuler ce qu'il cherche. Cette reformulation lui permet d'exprimer exactement l'objet du travail mathématique.

Exemple de consigne : Souligner la phrase qui indique ce que je cherche. Expliquer ce que je cherche.

Reformulation : Je cherche le nombre de billes de Lucie.

Anticiper la phrase réponse attendue en écrivant une phrase à trou consiste, le plus souvent, d'une part à transformer une phrase interrogative en phrase déclarative, d'autre part à rester centrer sur l'objet de la recherche.

Exemple de consigne : Ecrire une phrase réponse à trou.

Reformulation : Lucie a ___ billes.

Relire le reste de l'énoncé permet de se centrer sur les informations connues et éventuellement les reformuler en jouant sur les variations langagières.

Exemple de consigne : Relire ce que l'on sait. Le formuler autrement.

Reformulation : Etienne a six billes. Lucie a trois billes de plus qu'Etienne.

L'élève se forge ainsi une représentation de la situation en relisant l'énoncé de manière orientée. Cette explicitation méticuleuse de la stratégie ne se fera que le temps que l'élève intègre ces procédures jusqu'à les automatiser, mais elles restent à disposition de manière différenciée ou partiellement pour les énoncés plus difficiles ou les élèves moins à l'aise avec la langue.

2 Des dispositifs et des outils pour se représenter les situations

Si l'écriture peut se considérer comme un moyen de mieux comprendre, elle peut aussi constituer un obstacle pour les élèves qui ont des difficultés liées à la production d'écrit. Or il est possible avec certaines démarches de faire écrire les élèves dès la classe de CP et d'accompagner cette entrée dans l'écriture de manière dynamique, faisant de l'écrit un moyen explicite de représenter une situation. Elle peut s'accompagner d'autres systèmes de représentation que nous avons développés ailleurs (Camenisch et Petit, 2016 ; Camenisch et Petit, 2022).

2.1 D'une situation concrète à des représentations

Pour permettre aux élèves de se forger les premières représentations mentales, la démarche est proche de celle vécue par les participants. En effet, un nouveau type d'énoncé de problème gagnera à se vivre de manière concrète avec des objets concrets avec les élèves. Pour une situation comparative, on pourra ainsi prendre des objets facilement manipulables, comme des noix, des marrons, des billes et faire jouer la scène par des élèves. On peut aussi utiliser des marottes ou des personnages manipulés par des élèves. Les élèves se saisissent d'un petit nombre d'objets et verbalisent la situation. L'enseignant leur propose de comparer leur nombre d'objets en étayant leur production orale pour aboutir à l'expression complète d'une phrase comparative.

Exemple de verbalisations :
Marie : J'ai pris 6 billes. J'ai le plus de billes. J'ai deux billes de plus que Liam.
Liam : J'ai 4 billes. J'ai moins de billes. J'ai deux billes de moins que Marie.

Cette mise en scène avec verbalisation doit se réitérer avec plusieurs élèves pour que les structures syntaxiques soient intégrées à l'oral. Une première représentation de la situation accompagne cette mise en scène, par des aimants au tableau, des papiers ou des cubes, objets qui *représentent* les objets réels quels qu'ils soient. Progressivement, on pourra ainsi se détacher de l'objet réel pour passer à une représentation où l'aimant peut potentiellement représenter n'importe quel objet. Les élèves pourront alors jouer une situation à partir de sa représentation.

Un travail explicite d'écriture s'ajoute progressivement. En effet, après la verbalisation des élèves acteurs, les autres élèves de la classe doivent écrire la situation. Cette transposition nécessitera le choix d'un point de vue et donc la production de deux phrases qui représentent la même situation avec des formulations différentes.

Situation du point de vue de Marie : Marie a deux billes de plus que Liam.
Situation du point de vue de Liam : Liam a deux billes de moins que Marie.

Les élèves peuvent ainsi prendre conscience qu'une même situation, qui ne change pas, peut être traduite par des phrases différentes. Certains ouvrages proposent des activités de reformulation de ce type, comme *J'apprends à résoudre des problèmes* (Petit et Camenisch, 2013) (figure 3).

La multiplication de ce genre de situation vécue va permettre aux élèves de s'approprier les formulations. Des outils spécifiques, sur les mots et les structures, accompagnent ce travail d'écriture afin que les élèves réalisent, en même temps, des apprentissages sur la langue.

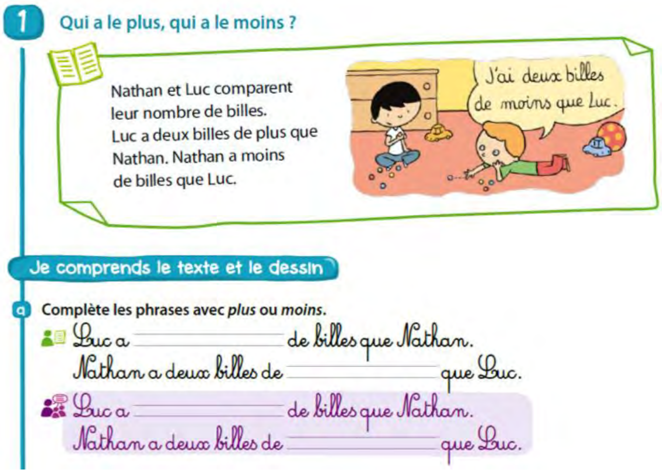


Figure 3. Extrait de J'apprends à résoudre des problèmes. Niveau 1.

2.2 Du côté de la langue : mots et structures syntaxiques

Le travail sur la langue portera sur l'apprentissages de mots et des structures syntaxiques. En effet, avec peu de mots et des structures récurrentes, les élèves peuvent écrire des phrases syntaxiquement et orthographiquement justes s'ils disposent d'outils pour le faire. Ainsi, si l'on reprend les productions réalisées par les participants, on constate que les noms utilisés se limitent à des noms propres et à un nom commun, ici le nom *noix.* Ces noms constituent ce que l'on appelle couramment des *variables muettes*, que l'on peut remplacer par n'importe quel autre nom, en fonction de l'objet manipulé ou représenté. Pour pouvoir écrire dès le CP, les élèves peuvent disposer d'un modèle du nom qu'ils doivent scrupuleusement copier, afin d'en fixer l'orthographe. Pour le mot *noix*, qui ne varie pas en nombre, un modèle suffira, mais la majorité des noms variant en nombre, on proposera deux modèles, l'un avec le nombre 1, par exemple *1 marron* et l'autre avec d'autres nombres, selon les rencontres, par exemple *4 marrons*, *6 marrons*, etc. Ces mots peuvent d'ailleurs être collectés sur des fiches dans des boites à mots pour tout usage ultérieur.

Du point de vue de la syntaxe, les phrases utilisées dans des situations comparatives se réalisent en suivant deux structures. La première structure correspond à ce qu'on appelle la phrase canonique, composée d'un sujet, d'un verbe et d'un complément, formé d'un groupe nominal (soit un déterminant, le plus souvent numéral et d'un nom) : *Serge a 5 noix. Ils ont 8 noix*.

La seconde structure est celle de la phrase comparative qui prend deux formes :

Nom A – verbe – GN – de moins que – Nom B (Annie a deux noix de moins que Serge)

Nom B – verbe – GN – de plus que – Nom A (Serge a deux noix de plus qu'Annie)

Avec ces outils, les élèves disposent ainsi de modèles pour produire leur écrit en respectant la syntaxe et l'orthographe. L'ouvrage *J'apprends à résoudre des problèmes* (Petit et Camenisch, 2013) propose ainsi explicitement les variables muettes et les structures syntaxiques comme modèle à utiliser pour les productions (figure 4).

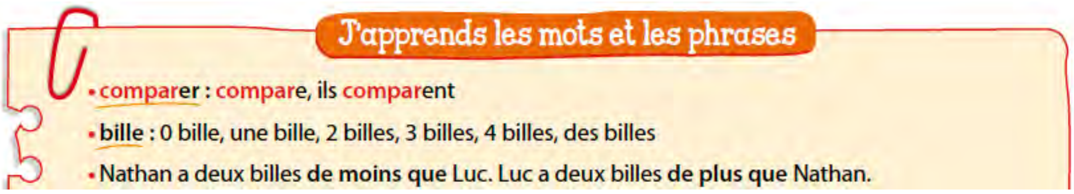


Figure 4. Fiches langue de J'apprends à résoudre les problèmes.

Avec ces outils, les élèves disposent ainsi de modèles pour produire leur écrit en respectant la syntaxe et l'orthographe. Ils apprennent donc à écrire tout en se représentant les situations mathématiques.

2.3 Ecrire à partir d'une situation ordinaire

Après l'exploration de ces outils, l'atelier s'est terminé par l'analyse de pages de manuels portant sur des problèmes comparatifs. Les participants devaient proposer des situations à faire vivre aux élèves avant de proposer les exercices, notamment en relevant les variables muettes et en proposant des reformulations utilisant les mêmes structures syntaxiques. Les activités réalisées peuvent en effet se transposer à tout manuel portant sur les mêmes apprentissages.

III - CONCLUSION

Écrire en mathématique à partir d'une situation concrète consiste à partir d'une situation vécue par les élèves en utilisant des objets manipulables. Les élèves apprennent alors progressivement à verbaliser cette situation et à la représenter par des phrases écrites. Ce travail d'écriture permet de mettre en évidence les variables langagières, qui ne changent pas la situation, mais dont la formulation influe sur la compréhension. Elle entraine les élèves à produire des reformulations en changeant de sujet, à permuter des phrases, à comprendre la pronominalisation en cherchant les référents des pronoms, à rendre explicite les informations implicites. Ils vont pour cela utiliser des modèles portant sur les noms et sur les structures syntaxiques dont ils ont besoin pour écrire. Tout ce travail conduit les élèves à mieux se représenter la structure profonde mathématique et les problèmes à énoncés verbaux, tout en développant des compétences langagières − par la production de phrases − et orthographiques.

Cet atelier a pris pour exemple une situation comparative, mais elle est tout à fait transposable, avec des structures textuelles et syntaxiques différentes à d'autres types d'énoncés de problème, comme les problèmes additifs à transformation, qui ont été l'objet d'autres études (Camenisch et Petit, 2016) ou les problèmes multiplicatifs.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Camenisch, A. et Petit, S. (2016). Écrire en mathématiques : le rôle des écrits intermédiaires. Dans *Recherches en écritures : regards pluriels*, (201-224). Université de Lorraine : Recherches Textuelles 13.

Camenisch, A. et Petit, S. (2018). *Congruence et résolution de problèmes de comparaison*, in Actes du 45e colloque de la COPIRELEM (557-570). Blois.

Camenisch, A. et Petit, S. (2021). *Quelles pratiques enseignantes pour quelle formation des élèves en résolution de problèmes ?* in Actes du 47e colloque de la COPIRELEM (828-843). Grenoble.

Camenisch, A. et Petit, S. (2022). *Représenter, modéliser, quelles conséquences sur les résultats d'élèves en résolution de problèmes additifs ?* in Actes du 48e colloque de la COPIRELEM (492-505). Toulouse.

Chabanne, J.-C. et Bucheton, D. (2002). *Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire. L'écrit et l'oral réflexif.* Paris : PUF.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et Pensée humaine.* Peter Lang.

Goody, J. (2006). La littératie, un chantier toujours ouvert, *Pratiques* (131-132), 69-75.

Petit, S. et Camenisch, A. (2013). *J'apprends à résoudre des problèmes*, Cycle 2, Niveau 1, Manuel et guide pédagogique, Paris : Nathan.

ANNEXE 1 : DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES EN RESOLUTION DE PROBLEMES

A votre avis, lequel de ces deux problèmes est le plus difficile pour des élèves de CE1-CE2. Pourquoi ?

1. Luc a 2 pains de plus que Badi. Luc a 7 pains. Combien de pains a Badi ?
2. Rémi a 3 pommes de plus que Lina. Lina a 5 pommes. Combien de pommes a Rémi ?

A votre avis, quelle difficulté principale des élèves de CM peuvent-ils rencontrer pour résoudre ces problèmes ?

1. Pol a 18 billes de moins que Karim. Pol a 4 billes de plus que Sarah. Compare le nombre de billes de Karim et de Sarah.
2. Après la récréation, Léa a 9 billes. Pendant la récréation, elle a joué une première partie de billes, puis une deuxième. Elle a perdu 4 billes à la deuxième partie. Elle en a gagné 5 à la première. Combien de billes avait-elle au début de la récréation ?

UN OUTIL UTILISÉ EN FORMATION D'ENSEIGNANTS POUR ANALYSER LES ACTIVITÉS DES AXES THÉMATIQUES NOMBRE & OPÉRATIONS DES MOYENS D'ENSEIGNEMENT ROMANDS EN CYCLE 2

Marie-Line GARDES
Professeure ordinaire, HEP VAUD
marie-line.gardes@hepl.ch

Manon DELETRA
Enseignante primaire et formatrice, HEP VAUD
manon.deletra@hepl.ch

Résumé
Dans le cadre d'une formation continue à grande échelle des enseignants vaudois de l'école primaire, nous avons conçu des contenus de formation sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes arithmétiques en cycle 2. Notre objectif était double : réactualiser les connaissances mathématiques sur ces notions et faire analyser, d'un point de vue didactique, des activités des moyens d'enseignement. Nous avons élaboré un outil d'analyse recensant, à partir du plan d'étude romand et des travaux en didactique, les apprentissages du début de l'école primaire concernant la numération, le calcul et la résolution de problèmes arithmétiques. Cet outil présente des potentiels intéressants pour accompagner les enseignants dans la planification de leur enseignement d'une part, et pour penser la différenciation d'autre part.

I - INTRODUCTION

Dans cet article, nous présentons un outil utilisé dans une formation continue des enseignants[1] aux nouveaux moyens d'enseignement romands (unique manuel scolaire officiel) en 3-4H (CP-CE1, élèves de 7 à 8 ans)[2].

Commençons tout d'abord par expliciter quelques éléments de contexte afin de comprendre la particularité de la Suisse en matière d'enseignement. En Suisse, il existe 26 cantons et autant de systèmes scolaires différents. En effet, chaque canton est souverain en matière d'éducation et dispose de ses propres lois sur l'enseignement. Il existe cependant une volonté d'harmonisation de ces législations. Pour la Suisse romande, c'est la Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique (CIIP) qui est l'institution de coordination. La coordination passe par un plan d'étude romand (PER) et des moyens d'enseignement romands (MER) qui sont communs aux cantons romands (CIIP, 2010). Le plan d'étude « recense un ensemble de connaissances et de compétences dont le développement est attendu chez tous les élèves de la scolarité obligatoire »[3], les MER proposent des activités répondant aux objectifs du plan d'étude romand. Pour l'enseignement des mathématiques, les moyens d'enseignement sont conçus sous le mandat de la CIIP. Le processus de conception est très long, car tous les cantons doivent se mettre d'accord et approuver les moyens d'enseignement. De plus, une fois édités, ils entrent en vigueur selon les directives de chaque canton. Depuis 2019, de nouveaux moyens

[1] Afin de faciliter la lecture, nous n'utilisons pas l'écriture inclusive dans ce texte. En aucun cas cette décision révèle un quelconque rapport de genres, tous les termes rédigés par défaut au masculin concernent les deux genres.

[2] Une partie de cet article est repris de (Delétra et al., 2023).

[3] https://www.ciip.ch/Plans-detudes-romands/Plan-detudes-romand-scolarite-obligatoire-PER/Plan-detudes-romand-PER

d'enseignement de mathématiques, sous format numérique (plateforme ESPER), ont été introduits progressivement dans les cantons romands. Pour le Canton de Vaud, ce déploiement a débuté en 2020 avec l'introduction des moyens d'enseignement pour les degrés 1-2H (école maternelle). La HEP Vaud a été mandatée pour accompagner ce déploiement par l'organisation de deux journées de formation continue pour l'ensemble des enseignants du canton.

Durant le déploiement de cette formation en 2021-2022, les formateurs et enseignants engagés ont créé, en parallèle, la formation pour les degrés suivants (3-4H, CP-CE1). Les deux journées de formation se sont construites selon le même modèle que celles de 1-2H avec une équipe formée de didacticiens et d'enseignants (pour plus de détails, voir Céria et al., 2023). L'utilisation de la carte des connaissances sur la construction du nombre, élaborée par Croset & Gardes (2020), a suscité un réel intérêt chez les enseignants de 1-2H lors des formations continues en 2021-2022. Nous avons donc eu envie de proposer une carte du même type pour les enseignants de 3-4H. C'est l'élaboration de cet outil et son utilisation que nous avons proposés lors de l'atelier à la COPIRELEM et dont nous rendons compte dans cet article.

II - CONSTRUCTION DE L'OUTIL

Dans la continuité du travail d'analyse des MER réalisé pour les deux premières années de scolarité (1-2H, enfants de 4-6 ans) lors de la préparation de la formation continue sur ces nouveaux moyens (Gardes et al., 2021), une démarche analogue a été mise en place pour ceux de 3-4H. La volonté, d'une part, de cartographier les savoirs visés sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes et, d'autre part, d'analyser les activités des domaines *Nombres* et *Opérations* pour examiner ce qu'elles permettent de travailler, nous a conduits à créer un outil. Cet outil prend la forme d'un tableau divisé en trois sections (détaillées ci-après) qui présente les principaux savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes (Fig. 1).

La section « Numération » (en orange) se divise en deux parties principales, selon les deux systèmes de numération (Mounier et al., 2020) : la numération orale qui concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique et la numération écrite (i.e. la construction de l'écriture chiffrée) qui est axée sur deux aspects à travailler en parallèle (Tempier, 2010), à savoir l'aspect positionnel (la valeur du chiffre dépend de sa position) et l'aspect décimal (la base de la numération est la base 10, pour passer au groupement supérieur on utilise l'échange 1 contre 10). En numération, le code oral et le code écrit, qui n'ont pas les mêmes régularités, doivent être articulés. En effet, si 10 chiffres sont suffisants pour écrire l'ensemble des nombres (numération écrite), bien plus de mots sont nécessaires pour les dire ou les écrire en toutes lettres (treize, vingt-deux, cent-dix-neuf…). Relevons encore que les exceptions sont nombreuses dans la numération orale (onze, douze, treize...) et que le chiffre zéro ne se dit pas lorsque l'on prononce un nombre (par exemple 2042 se dit deux-mille-quarante-deux et non deux-mille-zéro-quarante-deux).

La section « Calculs » (en vert) se divise aussi en deux parties : le calcul automatisé et le calcul réfléchi. Le premier comprend le répertoire mémorisé (résultats immédiatement disponibles) et les procédures élémentaires mémorisées (traitements rapides de calculs qui s'appuient sur des résultats mémorisés et mettent en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations). Quant au second, il s'agit de calculs pour lesquels l'élève doit mettre en place une procédure spécifique, s'appuyant sur les propriétés des nombres et des opérations (par exemple, l'associativité et la commutativité de l'addition). Une partie des procédures automatisées passe d'abord par le calcul réfléchi : ces deux formes de calculs sont ainsi en constante interaction et permettent un équilibre entre sens et technique (Butlen & Charles-Pézard, 2007). L'ajout de 10, par exemple, est tout d'abord travaillé en calcul réfléchi. Puis, à force d'entrainement, il intègre progressivement le répertoire mémorisé avant d'être totalement automatisé. Chaque élève augmente ainsi peu à peu, à son rythme, ses répertoires mémorisés, tout en élargissant les procédures de calcul réfléchi avec de nouveaux outils.

Enfin, la section « Résolution de problèmes » (en bleu) reprend les types de problèmes additifs et soustractifs, basés sur la typologie de Vergnaud (1990) :

- les problèmes de compositions d'états, qui se déclinent en composition de deux (ou plusieurs) états (noté EEE), avec la recherche du composé EE**E** (*p. ex.* : J'ai 3 pommiers et 6 poiriers. Combien ai-je d'arbres ?) ou d'un des états **E**EE (*p. ex.* : J'ai 9 arbres, 3 pommiers et des poiriers. Combien ai-je de poiriers ?) ;
- les problèmes de transformation d'état, avec la recherche de l'état final ET**E** (*p. ex.* : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 à la récré. Combien ai-je de billes en rentrant en classe ?), de la transformation E**T**E *(p. ex.* : J'ai 22 billes après la récré alors que j'en avais 15 avant. Combien en ai-je gagné ?) ou de l'état initial **E**TE (*p.ex.* : J'ai 22 billes, j'en ai gagné 7 à la récré. Combien en avais-je avant la récré ?) ;
- les problèmes de comparaison d'états, avec recherche de la comparaison E**C**E (*p. ex.* : J'ai 12 ans. Mon frère a 23 ans. Combien d'années a-t-il de plus que moi ?) ou d'un des états **E**CE (*p. ex.* : Mon frère a 23 ans. Il a 11 ans de plus que moi. Quel est mon âge ?). A noter que seule la comparaison E**C**E est recherchée en 3-4P.

À ces types de problèmes s'ajoutent des problèmes visant une première approche de la multiplication (par addition itérée ou liée au produit cartésien) ainsi que des problèmes de recherche. Ces derniers correspondent aux problèmes que Houdement (2017, p.7) qualifie d'atypiques et définit « par leur caractère non routinier, le fait qu'on suppose que les élèves ne disposent pas de stratégies connues pour les résoudre, qu'ils doivent en inventer de toutes pièces, en s'appuyant sur leurs connaissances passées, notamment leur mémoire des problèmes ».

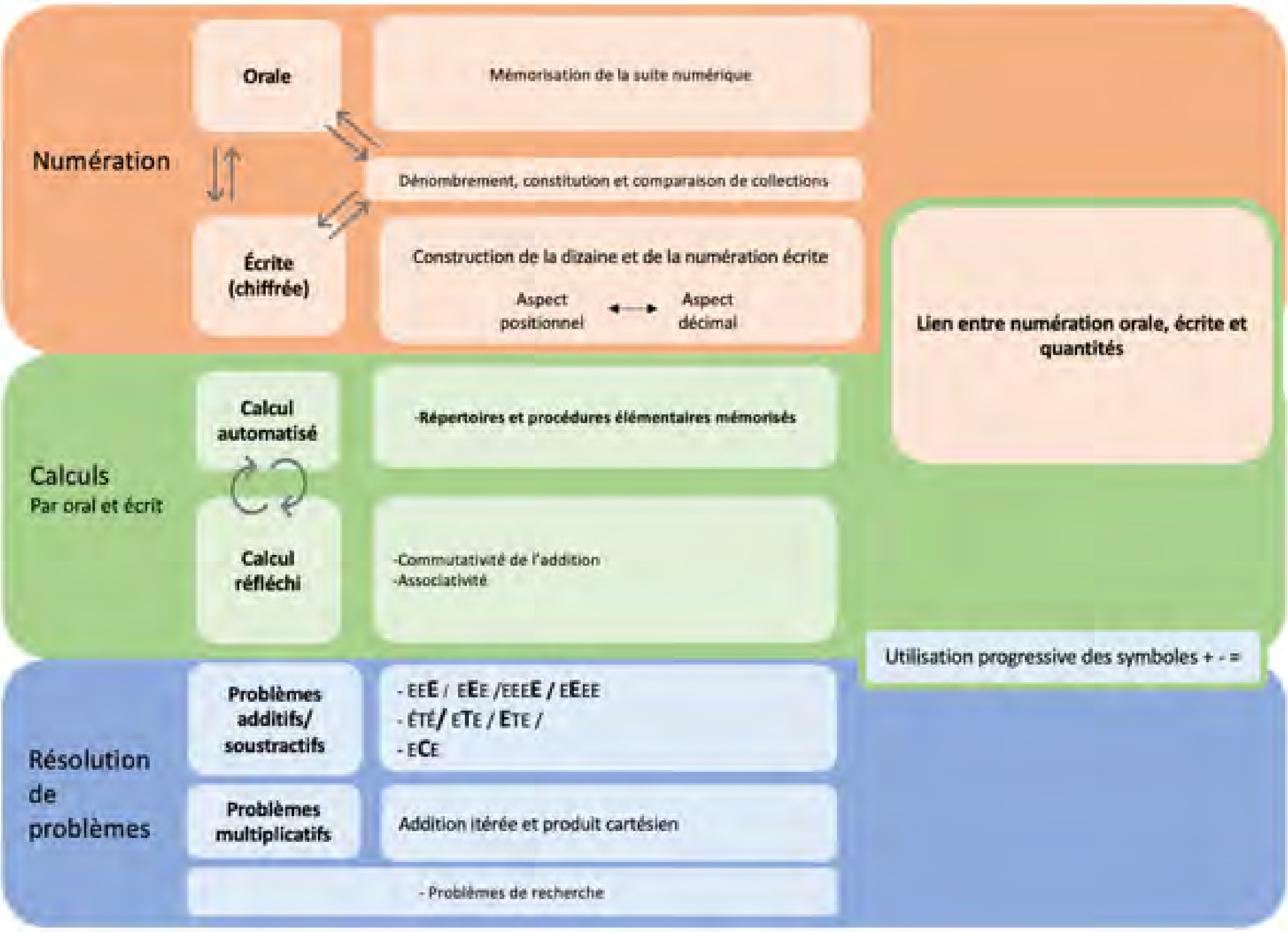


Fig. 1 – Structure globale du tableau des progressions s'appuyant sur la cartographie des savoirs visés en 3-4H sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes

Pour identifier les apprentissages liés à ces savoirs et leurs progressions pour les degrés 3-4H, nous nous sommes basés, d'une part sur la proposition du guide français (MEN, 2021), et d'autre part sur la progression des apprentissages du Plan d'Études Romands (PER) (CIIP, 2010). Dans ce dernier, pour le cycle 1, les deux objectifs d'apprentissage concernés sont *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) pour ce qui concerne la construction de la numération et *Résoudre des problèmes additifs* (MSN 13) pour ce qui concerne le calcul et la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, nous avons repris la progression proposée (sous forme de listes) par le guide et l'avons insérée dans la structure globale du tableau. Cette présentation a permis de mettre en évidence leur évolution au fil du demi-cycle (3-4H) – autrement dit de se représenter visuellement leur progression – et leurs liens. Dans un deuxième temps, nous avons repris et adapté cette progression pour en assurer une cohérence avec les objectifs du PER (CIIP, 2010). Par exemple, pour la section « Numération », le travail sur la petite comptine (de un à dix) et la grande comptine (de un à dix-neuf), spécifique à la numération orale française (de soixante-dix à quatre-vingt-dix-neuf) a été supprimé. Pour la section « Calculs », le calcul posé (algorithme de l'addition en colonnes), déjà travaillé en France en CP, n'est abordé en Suisse romande qu'en cinquième année. Pour la section « Résolution de problèmes », les problèmes additifs de comparaison, à aborder en 4H selon le PER, ont été ajoutés. Par ailleurs, certaines adaptations ont également été nécessaires au niveau du vocabulaire utilisé, ou encore du domaine numérique afin qu'il soit en adéquation avec les attentes curriculaires.

Sur certains aspects, le tableau des progressions élaboré (Fig. 2) présente l'avantage d'être plus détaillé que les progressions des apprentissages du PER. Dans son chapitre « Calculs » (MSN 13) par exemple, ce dernier mentionne uniquement l'« utilisation d'outils de calcul appropriés : calcul réfléchi avec possibilité d'utiliser un support (bande numérique, tableau des nombres,…), répertoire mémorisé, calculatrice ». Le tableau des progressions, quant à lui, spécifie explicitement des procédures à travailler avec les élèves en calcul réfléchi telles que l'ajout et le retrait de 1, 2 et 10, l'ajout et le retrait d'un nombre à 10 ou encore les presque doubles. Quant au MSN 12, seul le « dénombrement d'une collection d'objets, par comptage organisé, par groupements de 10 » fait référence à la construction de la dizaine, alors que le tableau précise que celle-ci se travaille sur deux aspects : positionnel et décimal. À l'inverse, le PER donne des précisions, dans le MSN 13, sur l'utilisation de matériel « en jouant (magasin, jeux de cartes, jeu de dés, …) », élément qui n'apparait pas dans notre tableau.

Le tableau élaboré offre une lecture plus large que celle du PER et met en relation des objectifs d'apprentissage et chapitres différents. En effet, le PER décrit les apprentissages des MSN 12 et 13 de manière disjointe alors que notre tableau les articule, en les présentant parallèlement sur trois sections (Fig. 2). À titre d'illustration, cela permet de voir qu'un travail sur la mémorisation du répertoire additif enrichit la construction de la numération, en élargissant par exemple le domaine numérique. Réciproquement, l'extension du domaine numérique et la construction de la numération permettent d'enrichir le répertoire mémorisé et le calcul réfléchi. Ces compétences peuvent ensuite être réinvesties lors de la résolution de problèmes, de même que la résolution de problèmes étoffe les procédures de calcul réfléchi. Ces multiples liens, si importants, sont plus difficiles à voir dans le PER au vu du cloisonnement des compétences qu'impose sa structure.

Suite à l'ensemble des réflexions menées et adaptations réalisées, le tableau a finalement pris la forme suivante :

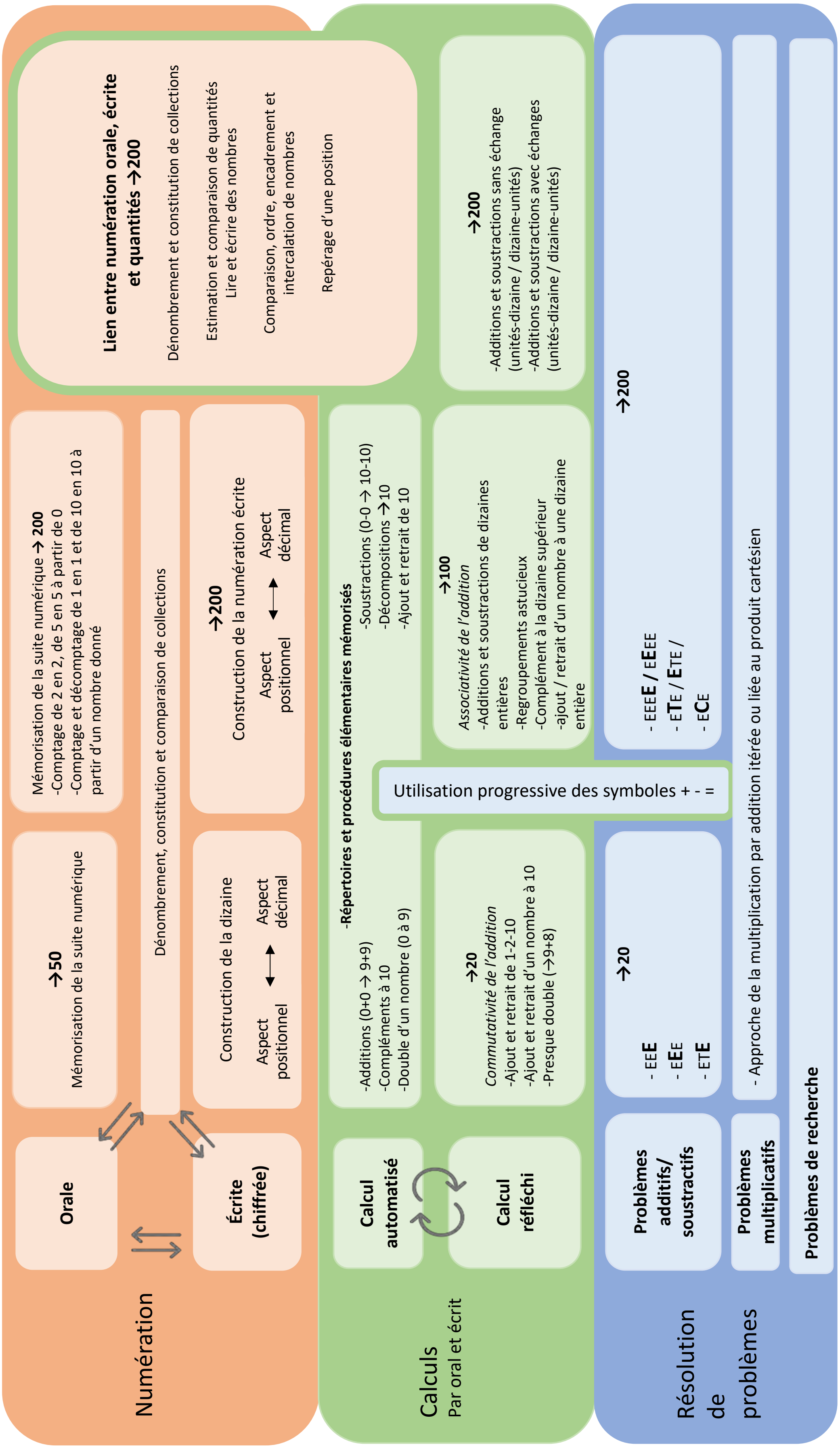


Fig. 2 : Tableau des progressions des apprentissages sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes en 3-4H

Dans ce tableau, la progression de gauche à droite est à considérer de manière évolutive. Les apprentissages et savoirs travaillés en premier – soit ceux de gauche – doivent continuer à l'être au fil de l'année, en étendant progressivement le domaine numérique. Concomitamment, les apprentissages ayant déjà fait l'objet d'un travail sont élargis. Par exemple, en résolution de problèmes, ce sont tout d'abord des problèmes de types EEE (composition d'états) et ETE (transformation d'états) qui sont abordés en classe dans le domaine numérique de 0 à 20. Puis ils continuent à être traités, mais avec des nombres plus grands (jusqu'à 200), et de nouveaux types de problèmes, tels que les ECE (comparaison d'états), s'y ajoutent. Notons encore que deux éléments sont à cheval sur deux sections. En effet, l'« utilisation progressive des symboles » est autant travaillée dans la section « Calculs » que dans la section « Résolution de problèmes » et permet de lier ces deux sections. De même, la partie intitulée « lien entre numération écrite, orale et quantité » permet d'articuler le travail spécifique relevant de chacune des sections « Numération » et « Calculs ».

Ainsi, la présentation sous forme de tableau permet d'identifier rapidement, d'une part, les savoirs à travailler dans chacune des trois sections et la progression des apprentissages au fil de ces deux années de scolarité et, d'autre part, les liens entre ces sections. La lecture du tableau est donc double : horizontalement pour comprendre la progression d'une des sections et verticalement pour identifier les savoirs et progressions des apprentissages à travailler en parallèle. Relevons qu'il est important de ne pas rester uniquement dans l'une ou l'autre de ces lectures, mais de les lier pour comprendre la continuité et l'évolution. À titre d'illustration, les activités « Jouons avec la bande », « Les cibles » et « Les petits billets » (Annexe 2) couvrent les trois sections du tableau (respectivement *Numération orale*, *Calcul réfléchi* et *Résolution de problèmes EEE, ETE*). Travaillées en parallèle, elles permettent de lier la numération, le calcul et les problèmes, tout en les enrichissant mutuellement.

Notons encore que, le tableau se voulant très synthétique, une annexe à ce dernier a été rédigée (Annexe 1), précisant et exemplifiant certains apprentissages présentés lors de la formation. Le but de ce complément est de permettre aux enseignants de revenir sur un ou plusieurs savoirs, en fonction de leurs besoins.

III - PRÉSENTATION DES MER

Les moyens d'enseignement romands pour les degrés 3-4H se structurent selon quatre axes thématiques du PER : *Espace*, *Nombres*, *Opérations* et *Grandeurs et mesures*. S'y ajoute une partie intitulée *Aide à la résolution de problèmes*. Chaque axe est ensuite découpé en un ou plusieurs chapitres, dans lesquels différents apprentissages sont visés. Par exemple, l'axe thématique *Nombres* est relié à l'objectif *Poser et résoudre des problèmes pour construire des représentations des nombres naturels* (MSN 12) du PER et se compose de deux chapitres : *Dénombrement et extension du domaine numérique* et *Comparaison et représentation du nombre*. Le premier propose quatre apprentissages visés (AV) et le second deux (Fig. 3).

Depuis 2020, les MER sont disponibles pour les enseignants sur une plateforme en ligne (plateforme ESPER). Cette plateforme regroupe toutes les activités disponibles, le matériel des élèves (livre et fichier) et le corrigé des activités. Elle offre également la possibilité de s'informer sur des aspects plus théoriques autour d'un sujet général (ex. la gestion de l'hétérogénéité des élèves), en lien avec une thématique liée directement au cycle concerné (ex. Le nombre - premier apprentissages - cycle 1) ou à l'intérieur d'un chapitre en lien avec les apprentissages visés (indications pédagogiques).

Indications pédagogiques

Nombres 3e - Dénombrement - Chapitre 1 - Commentaires

Introduction à l'axe thématique Nombres

En tenant compte du PER, les rédacteurs ont fait le choix de deux chapitres distincts.

- **Chapitre 1 - Dénombrement et extension du domaine numérique**
- **Chapitre 2 - Comparaison et représentation de nombres**

Pour le troisième champ du PER, Ecriture des nombres, il s'est avéré que les éléments de ce champ sont étroitement liés à l'extension du domaine numérique et qu'un regroupement était judicieux.

Le système de numération est un élément commun à ces deux champs. La construction d'un chapitre uniquement pour l'écriture de nombres n'aurait pas permis une rédaction conforme à la structure du moyen : les particularités des activités d'introduction et des problèmes de synthèse étant incompatibles avec les progressions de ce champ.

Les rédacteurs ont fait le choix de définir dans ces chapitres six apprentissages visés qui reprennent les éléments de la progression d'apprentissage du PER.

Fig. 3 : Extrait d'indications pédagogiques pour le chapitre Nombre 3H, dénombrement

Pour chaque activité les enseignants ont des informations sur l'objectif de l'activité, son déroulement, le matériel utilisé. De plus, ils ont des indications sur les procédures possibles des élèves ainsi que les erreurs et blocages fréquents. Pour certaines activités ils ont en plus des précisions sur les variables didactiques, la différenciation possible et les activités en lien avec celle travaillée (Annexe 3). Pour finir, une mise en commun et une institutionnalisation sont parfois proposées.

IV - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

Après une rapide présentation du contexte Suisse, des moyens d'enseignement romands et du tableau (Figure 2), nous avons mis les participants en atelier. Celui-ci s'est déroulé en 3 temps que nous vous présentons ici. Nous avons utilisé la technique du groupe puzzle afin de pouvoir découvrir des activités à l'intérieur d'un groupe pour ensuite les mutualiser au sein d'un nouveau groupe.

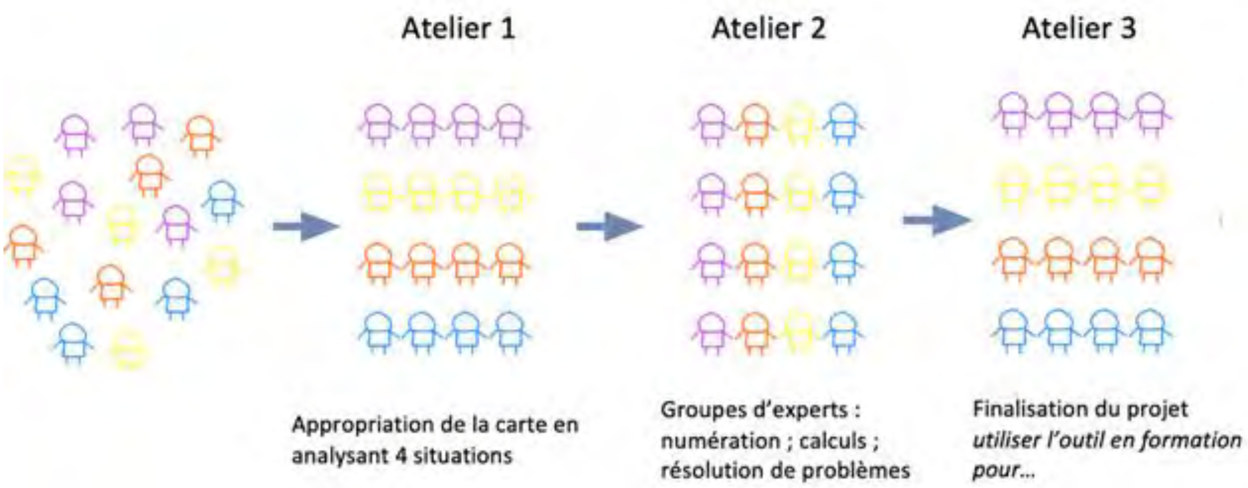


Fig. 4 : Illustration du fonctionnement de l'atelier

1 Atelier 1 : découvertes de quatre tâches communes par groupe d'apprentissage

Les participants étaient répartis en 5 groupes de 6 personnes. Chaque groupe a reçu l'ensemble des documents pour découvrir 4 activités des moyens d'enseignement romands. Tous les groupes ont reçu les mêmes activités. Ils avaient à disposition les documents des élèves, le matériel ainsi que les commentaires de l'activité pour l'enseignant, disponibles sur la plateforme.

Le but de ce moment était de prendre connaissance de l'activité dans son ensemble puis d'identifier les savoirs mathématiques visés et travaillés dans les activités en les positionnant dans une case du tableau. Ainsi les participants pouvaient, durant 25-30 minutes, approfondir les activités et s'approprier l'outil présenté.

Durant ce moment, les échanges ont porté sur plusieurs aspects au sein des groupes. D'une part, sur l'emploi de matériel et sur la compréhension des activités. La clarté ou non des consignes et le manque d'information dans certains cas ont été soulevés. D'autre part, les débats ont porté sur la nature des apprentissages travaillés en lien avec le tableau. Des justifications, des variantes et des clarifications ont été nécessaires entre les participants pour se mettre d'accord pour placer certaines activités dans le tableau. Il a été souligné qu'il est difficile de placer une activité dans une case, car souvent elle permet de faire des liens entre plusieurs cases du tableau. Les échanges ont été très riches et ont soulevé certaines limites dans les activités. Par exemple, dans « En Egypte » (annexe 4) nous avions apporté des cartes en plus du matériel proposé initialement. Cela a permis de mettre en évidence que l'aspect décimal du système de numération n'est pas travaillé avec le matériel de base mais qu'il est possible de rendre l'activité plus en adéquation avec le travail sur l'aspect décimal.

Pour donner suite aux discussions au sein des groupes, nous avons proposé une discussion commune autour du placement des activités dans le tableau. Le but de ce moment était de nous mettre d'accord sur les quatre activités ainsi qu'éclaircir les derniers points flous autour du matériel.

Pour placer l'activité dans le tableau, l'analyse a été effectuée sur la tâche demandée à l'élève telle que présentée sur ESPER. Autrement dit, elle se focalise sur l'apprentissage visé dans l'activité. Pour mentionner que d'autres savoirs sont en jeu, notamment selon les procédures possibles que l'élève pourrait mettre en œuvre ou dans les potentialités de l'activité, nous les avons signifiés avec une étoile rose (Fig. 5).

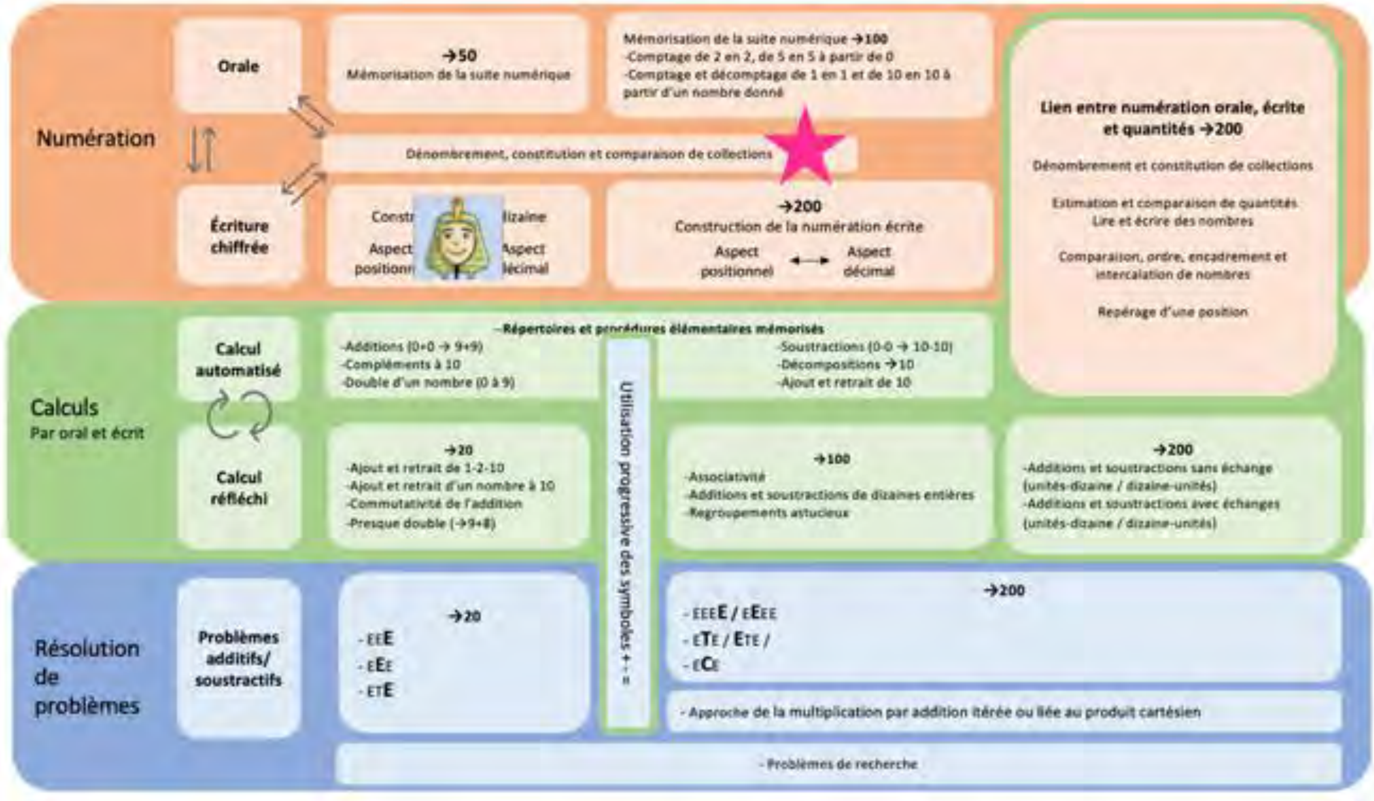


Fig. 5 : Exemple de retour sur l'activité En Egypte (Annexe 4)

Les quatre activités avaient été choisies afin de balayer les trois domaines du tableau (Fig. 6).

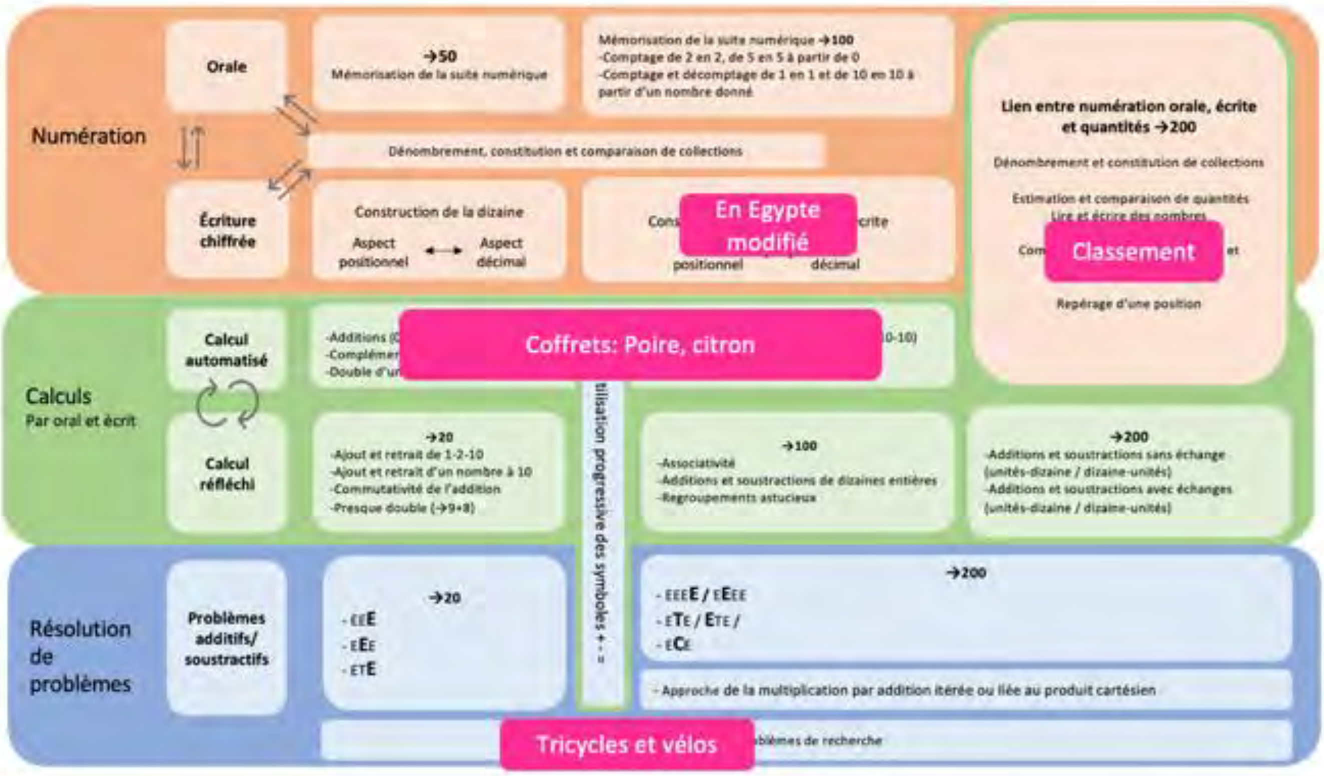


Fig. 6 : Placement des quatre activités dans le tableau

2 Atelier 2 : Groupe d'experts

Dans ce deuxième temps de 20 minutes, nous avons fait 6 nouveaux groupes de 5 personnes pour constituer des groupes d'experts dans un des domaines du tableau. Ces nouveaux groupes se composaient d'une personne de chaque groupe initial afin de mélanger au maximum les participants et d'enrichir les discussions. Chaque groupe a reçu une nouvelle enveloppe avec de nouvelles activités tirées des MER en fonction de son domaine d'expertise (Tableau 1). Deux groupes avaient des activités de numération, deux groupes des activités portant sur le calcul et deux groupes sur la résolution de problèmes. Une activité rituelle déjà fortement présente dans les classes a été ajoutée, il s'agit du rituel « Chaque jour compte » (Divisia et al., 2018). Comme dans l'atelier 1, l'objectif était de découvrir les activités ainsi que de questionner les objectifs de chacune en les plaçant dans le tableau.

Numération (1 groupe)	**Numération (1 groupe)**	**Calculs (2 groupes)**	**Problèmes (2 groupes)**
Furet	Jouons avec la bande	Les Cibles	Les bus
Chutes	Pinceaux	Les trios	Les petits billets
Chaque jour compte	Chaque jour compte	Cal-Cubes	Pavés de bonnes intentions
Devinettes	Les balles	Coffrets de calculs séries : raisin, pastèque, Kiwi, Autruche, Lapin, Girafe, Tigre, Éléphant	Menu à la carte

Tableau 1 : Répartition des activités dans les 6 groupes

Durant cet atelier, la mise en route a été beaucoup plus rapide, car on sentait une familiarité dans la façon d'appréhender le matériel et dans l'objectif à atteindre. Les échanges ont été de différentes natures selon le domaine travaillé.

Par exemple dans les groupes traitant de la numération, un moment de discussion avec nous autour des régularités de la comptine en Suisse a suscité de l'intérêt. En effet, dans la plupart des cantons francophones la suite des dizaines est régulière, cinquante, soixante, septante, huitante et nonante, et met en évidence les groupements de 10 unités. Cette régularité permet également d'éviter le travail spécifique à mener avec les élèves (ou en formation) sur la petite et la grande comptine (Mounier et. al., 2020).

Dans les groupes sur les problèmes, les participants ont soulevé l'utilité du brassage des problèmes selon la typologie de Vergnaud et l'importance de laisser le choix aux élèves des modes de représentation des solutions (par exemple, ne pas imposer un calcul, un dessin ou une écriture formalisée). Les différents modes de représentation (schéma en barre, arbre, etc.) et la manière dont ils sont utilisés en Suisse ont été discutés. Par exemple, le schéma en barre n'est plus utilisé ou préconisé davantage qu'un autre mode de représentation dans la résolution de problèmes dans les MER.

Dans les groupes sur le calcul, les coffrets ont très vite été placés dans le tableau en repérant les procédures spécifiques de chaque série ainsi que la progression au travers de ces dernières. La tâche « cible » (annexe 2) a été beaucoup discutée, car l'objectif peut varier en fonction de la manière dont l'enseignant va présenter le problème et de ce qu'il en fera durant la mise en commun.

Durant ce deuxième temps, le tableau est un peu passé en second plan, car il était très simple pour les participants de rattacher les activités à une case. Par contre, les discussions ont pu aller plus loin dans la mise en œuvre des tâches, sur les possibles mises en commun, sur les procédures de résolution et sur les différents liens que l'on peut faire entre les tâches.

Pour clore ce moment, nous avons affiché la répartition des activités dans le tableau telle que nous l'avions réfléchie à partir de l'apprentissage visé (Fig. 7). Les participants ont parfois ajouté des précisions sur les liens qu'ils avaient faits ou sur des activités qu'ils avaient placées sur deux voire trois cases. Par exemple, l'activité « Chaque jour compte », touche autant la comptine orale au moment du comptage de 1 en 1 que l'écriture chiffrée. Le lien avec la quantité est aussi présent dans cette activité si les jours sont représentés avec du matériel.

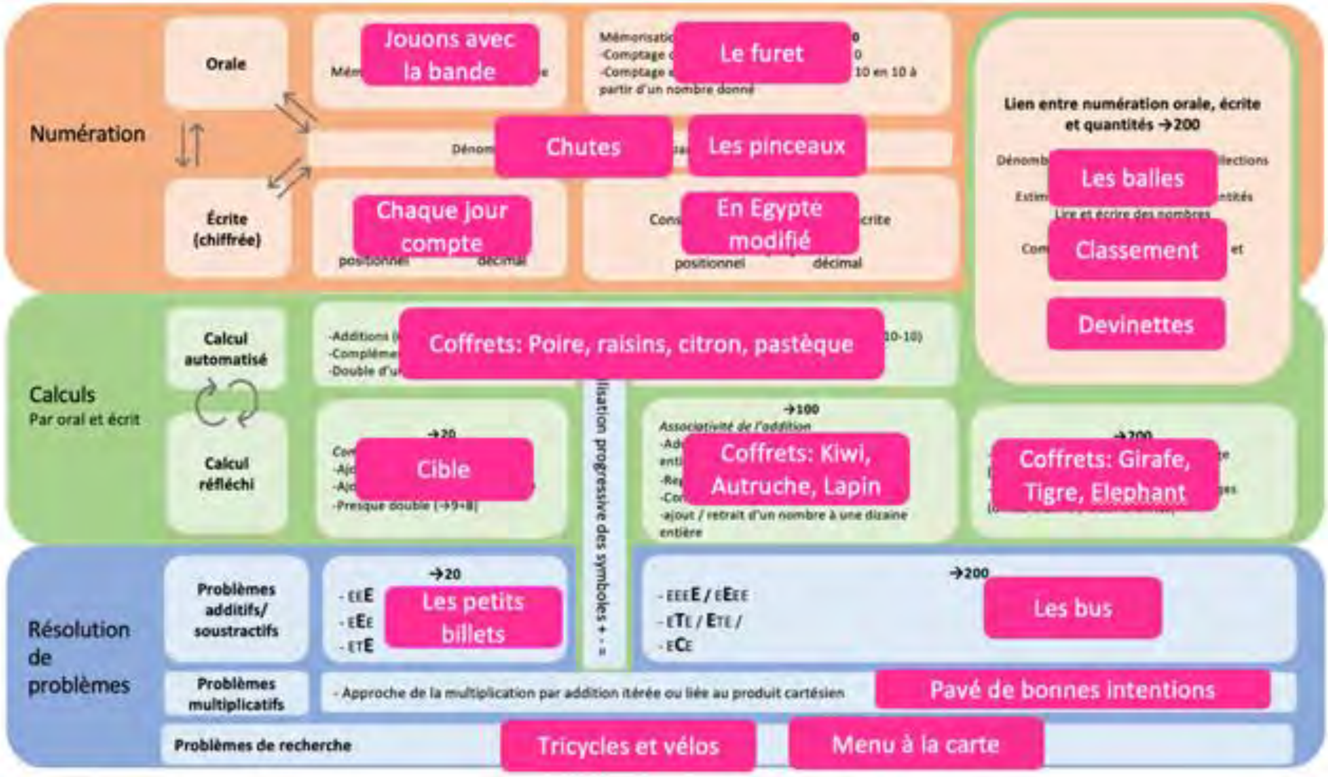


Fig. 7 : Placement de toutes les activités dans le tableau

3 Atelier 3 : Retour en groupe d'apprentissage

Ce dernier temps d'atelier en groupes avait pour but de réfléchir à l'utilisation de cette carte en formation sous différents angles. Les participants sont retournés dans leur groupe de départ afin de pouvoir échanger sur tous les domaines du tableau. Chaque groupe avait un objectif spécifique (Fig. 8). Le but étant de s'appuyer sur les différentes discussions au sein des groupes d'experts pour imaginer différents scénarios de formation. Nous avons laissé à nouveau 20 minutes pour ces échanges.

Fig. 8 : Digipad et objectif des groupes

Les participants ont d'abord pris le temps de parler des tâches qu'ils avaient vues et de les partager avec le reste du groupe. Cela a pris plus de temps qu'imaginé et il a été difficile de les ramener à l'objectif de groupe et de sortir de l'analyse des activités. Un seul groupe a pris le temps de mettre par écrit ses idées sur le padlet, les autres ont surtout discuté oralement sans garder de traces écrites.

4 Discussion commune

Pour terminer, chaque groupe a partagé ses réflexions quant à l'objectif qui leur était fixé.

Le groupe 1 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil d'analyse de situations - a relevé tout d'abord la difficulté à identifier l'objectif principal d'une activité et se questionne sur ce que les enseignants ont à disposition. L'ensemble du groupe a trouvé les activités intéressantes et touchant à plusieurs objectifs selon la manière dont on choisit de l'appréhender. Ils relèvent l'utilité de l'outil pour analyser les prérequis et planifier son enseignement.

Le groupe 2 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil pour élaborer des progressions - s'interroge sur la progression au niveau du domaine numérique proposée par ESPER. Il trouve que le tableau n'est pas suffisant pour planifier son enseignement, mais qu'une fois la planification effectuée, elle permet d'analyser et d'affiner sa planification. Elle pourrait également servir à critiquer des planifications ou des contenus de manuels scolaires.

Le groupe 3 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil d'analyse de pratique - utiliserait le tableau pour que les étudiants analysent des gestes professionnels. Ils pourraient mettre en lien les gestes professionnels avec les savoirs enseignés ou faire le lien avec les savoirs du tableau et ceux développés effectivement durant un cours.

Le groupe 4 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil pour penser la différenciation - trouve cet outil intéressant pour faire parler et réfléchir les enseignants. Pour penser la différenciation, ils proposeraient une réserve d'activités en lien avec chaque apprentissage visé. La différenciation pourrait ensuite être pensée en mettant en lien les activités avec le tableau et ses progressions.

Le groupe 5 – objectif : utiliser le tableau en formation comme outil pour évaluer les élèves - exploiterait le tableau pour analyser les évaluations. Plus précisément pour voir si l'ensemble des évaluations balaie les objectifs de l'année. De plus, il s'intéresserait à l'analyse des difficultés des élèves en lien avec le tableau. Les erreurs sont-elles spécifiques aux difficultés d'une case, d'un domaine ? Dans quelle mesure le type de difficultés en lien avec le tableau aide-t-il à situer l'élève dans ses apprentissages ?

Pour conclure, l'ensemble des groupes a trouvé cet outil intéressant pour amorcer des discussions et mettre en évidence certains éléments de savoir. Il permet également de montrer que certains savoirs s'enseignent avec des tâches qui ne sont pas présentées sous forme de fiche et de reparler de l'importance de la manipulation et du matériel. Cet outil renforce le travail d'analyse *a priori* et lui donne du sens. Plusieurs groupes ont émis l'idée d'adapter ce tableau au contexte et aux objectifs des programmes français afin de poursuivre la réflexion. Ces discussions ont aussi suscité plusieurs questions sur l'utilisation effective que nous avons fait de ce tableau en formation d'enseignants. Comment a-t il été utilisé ? Quel était le suivi une fois la formation terminée ? Avons-nous effectué une analyse des moyens d'enseignement ? Ces différentes questions nous ont permis de faire le lien avec la dernière partie dans laquelle nous exposons l'utilisation effective de cet outil en formation des enseignants.

V - UTILISATION DE L'OUTIL EN FORMATION

1 Atelier avec les enseignants

Durant les deux journées de formation continue pour les enseignants de 3-4H, un éclairage théorique sur la numération, les calculs et la résolution de problèmes arithmétiques leur est présenté. Le tableau des progressions représente une synthèse de ces apports et se veut donc un rappel théorique, mais surtout un outil utile pour la pratique des enseignants, en particulier pour la planification de l'enseignement des contenus mathématiques.

Lors de la formation, ce tableau est utilisé à plusieurs reprises. Les enseignants sont par exemple amenés à y positionner une sélection de 12 activités extraites des nouveaux MER de 3-4H, en fonction des savoirs travaillés à travers chacune d'elles. Ils ont à réaliser une analyse didactique de chaque activité (en prenant appui sur le tableau des progressions) pour en ressortir le ou les objectifs d'apprentissage mathématiques travaillés (comme proposé aux participants dans l'atelier 2). Tant l'objectif principal que les autres savoirs et savoir-faire nécessaires pour réaliser l'activité sont à identifier. L'activité « Les petits billets » (Annexe 2), par exemple, permet de travailler en premier lieu la résolution de problèmes additifs et soustractifs (de type EEE et ETE), mais aussi le calcul réfléchi et automatisé (regroupements astucieux en mobilisant les répertoires mémorisés tant additifs que soustractifs). Précisons que le choix des activités à analyser a été fait de façon à ce que chaque case du tableau soit représentée par une activité et de manière à ce que l'activité illustre explicitement au moins un des apprentissages de la case en question. Une activité rituelle déjà fortement présente dans les classes a été ajoutée pour pallier le manque d'activités permettant de construire la dizaine. Il s'agit du rituel « Chaque jour compte » (Divisia et al., 2018).

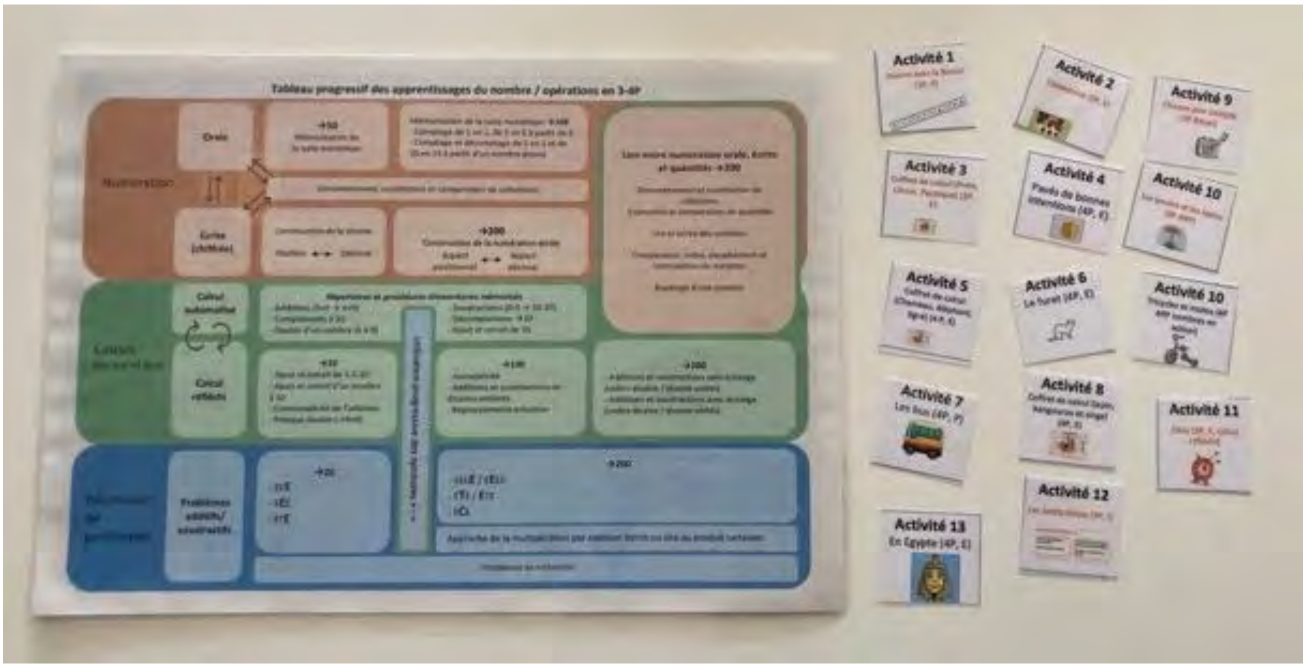


Fig. 9 : Matériel utilisé en formation

Notre objectif, en formation, était que les enseignants s'approprient l'outil, identifient les savoirs mathématiques en jeux et précisent certains savoirs par rapport à ceux mentionnés par ESPER.

Dans un deuxième temps, les enseignants devaient élaborer une progression des apprentissages uniquement sur la base des 12 activités proposées. Le but était de questionner l'articulation et la progression des apprentissages, puis d'engager une discussion plus globale sur l'appropriation et l'élaboration de planifications sur l'année. Les progressions étaient diverses et permettaient une discussion sur les choix effectués (Fig. 10).

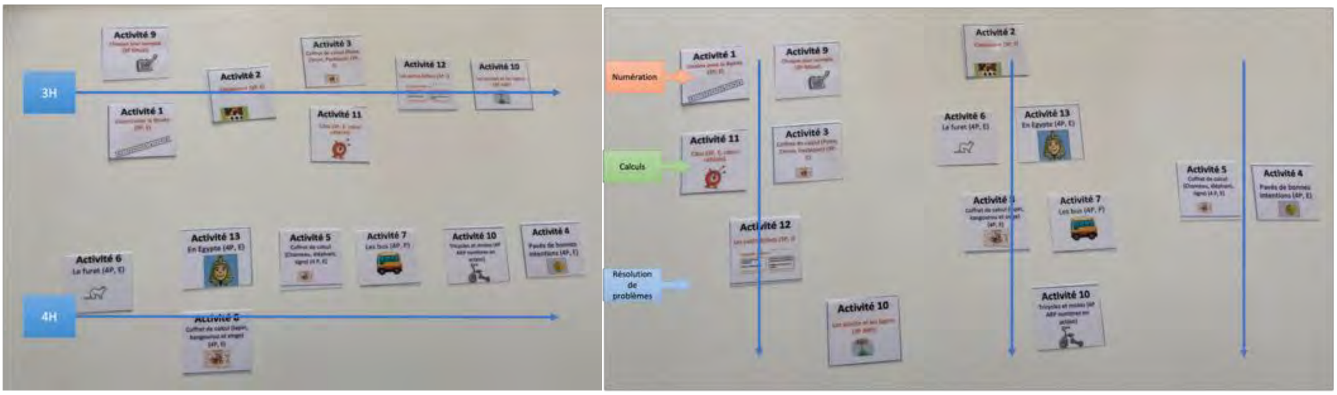


Fig. 10 : Deux exemples de progression proposée par les enseignants

Dans la figure 10 (à gauche), nous retrouvons une progression surtout basée sur le degré d'enseignement avec les activités de 3H en haut et celles de 4H en bas et sans liens entre elles. Dans la figure 10 (à droite), la progression proposée est liée aux domaines du tableau des progressions. La colonne de gauche reprenant les trois domaines de haut en bas avec des liens à faire entre les activités. Puis les enseignants proposaient de passer à la deuxième colonne toujours en faisant des liens de haut en bas. Les deux activités sur la droite avaient été identifiée comme des activités à faire en fin de 4H.

Des discussions sur la différenciation et les variables didactiques se sont engagées de ce moment de formation. En effet, en fonction des choix des enseignants sur la valeur des variables, les activités n'ont pas été placées au même moment dans la progression. Par exemple, l'activité « le furet » a été placée à différents endroits en fonction du domaine numérique choisi. De plus, des précisions sur l'utilisation des activités rituelles à différents moments de l'année en fonction des choix que l'on peut faire ont suscité des discussions intéressantes.

Nous avons également abordé la nécessité de faire des choix pour des raisons didactiques et pédagogiques mais également d'ordre organisationnel et institutionnel.

A ce jour, les retours des enseignants sont positifs. La visualisation, sous forme de tableau et sur une seule page, claire et facile de lecture, des progressions des apprentissages est appréciée. La nécessité de collaborer et se coordonner entre collègues d'une même classe et travaillant chacun de son côté une des sections avec les élèves a aussi été relevée pour pouvoir tisser des liens entre ces domaines. Les précisions données dans l'annexe du tableau (Annexe1) sont aussi pointées comme un apport. Nous ne disposons cependant pas d'informations quant à son utilisation effective sur le terrain, tant pour la planification que l'analyse des activités proposées aux élèves.

2 Analyse des activités proposées pour les axes *Nombres* et *Opérations* dans les MER 3-4H à l'aide du tableau des progressions

Lors de la préparation de la formation continue, nous avons analysé les activités des MER 3-4H avec le tableau des progressions. Pour cela, nous avons étudié chaque activité proposée dans les axes thématiques *Nombres* et *Opérations* des nouveaux MER. Nous avons identifié le ou les savoirs visés dans l'activité, ainsi que la ou les progressions des apprentissages. Cette analyse a été effectuée sur la tâche demandée à l'élève telle que présentée sur ESPER. Autrement dit, nous n'avons pas caractérisé les différentes procédures possibles que l'élève pourrait mettre en œuvre pour résoudre la tâche ainsi que les potentialités de l'activité. Par exemple, pour l'activité « La couleur gagnante », dont la consigne est de « Préparez une collection avec un nombre d'objets plus petit que (plus grand ou égal à) celle que j'ai préparée », nous avons identifié le « lien entre numération orale, écrite et quantités » comme savoir visé et « estimation et comparaison de quantités » comme progression d'apprentissage. En effet, la collection témoin étant éloignée, le recours au nombre est nécessaire. Le dénombrement, en tant que procédure, elle n'a pas été caractérisée comme savoir visé.

Pour donner suite à l'analyse de l'ensemble de ces activités de 3-4H, nous avons comptabilisé, pour chaque degré, le nombre d'activités concernées pour chaque case du tableau (Fig. 11).

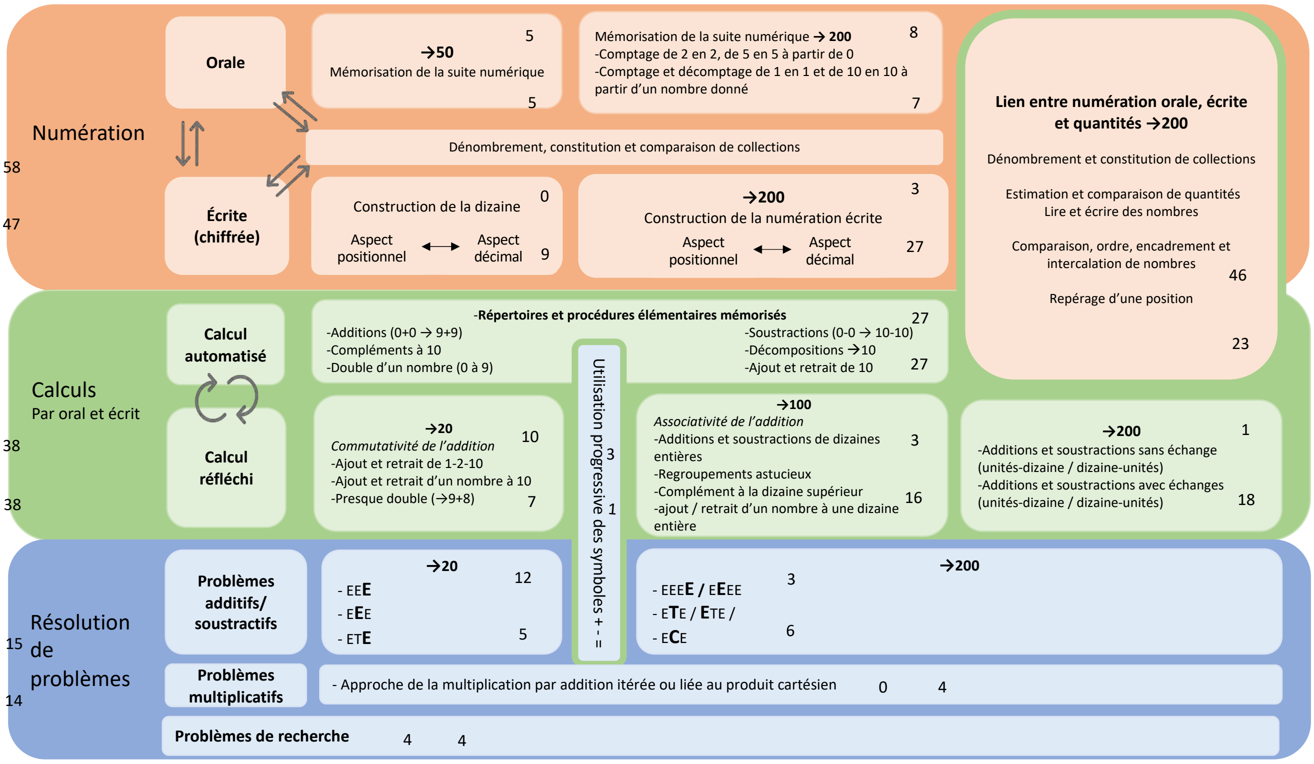


Fig. 11 : Répartition des activités des MER en fonction des savoirs et progressions des apprentissages visés et de l'année (en rose pour la 3H et en violet pour la 4H).

La figure 11 présente le nombre d'activités de 3H (en rose) et de 4H (en violet) en fonction des savoirs et progressions des apprentissages de chacune des cases du tableau. Il convient de souligner qu'une même activité a été comptée plusieurs fois si cette dernière touchait simultanément différentes cases. Par exemple, l'analyse de l'activité « Les petits billets » (Annexe 2), proposée en 3H, relève de la section « Résolution de problèmes », pour les problèmes additifs et soustractifs suivants : EE**E**/E**E**E/ET**E** et EEE**E**. Cette activité se retrouve ainsi comptabilisée dans les deux cases du tableau relatives aux problèmes additifs et soustractifs. Cela explique que la somme des activités en rose et en violet est plus grande que le nombre d'activités analysées. L'analyse met en lumière que l'ensemble des savoirs visés en 3-4H est travaillé à travers les activités proposées sur ESPER, selon la répartition suivante : 105 activités travaillent spécifiquement la numération (58 en 3H et 47 en 4H), 76 activités portent sur le calcul (38 en 3H et 38 en 4H) et 29 sur la résolution de problèmes (15 en 3H et 14 en 4H).

En ce qui concerne la section « Numération », l'analyse permet de constater que le « lien entre numération orale, écrite et quantités » est fortement représenté (69 activités soit 46 en 3H et 23 en 4H). Ce résultat n'est pas étonnant étant donné qu'il s'agit de la continuité du travail effectué en 1-2H où le lien entre quantités et numération orale se construit fortement. En 1-2H, 78 activités sur 194 travaillaient déjà cet aspect (Gardes et al., 2021). L'analyse met également en évidence que la construction de la numération écrite relève essentiellement d'apprentissages de 4H.

Pour la section « Calculs », l'analyse montre que les répertoires et les procédures mémorisés sont travaillés dès la 3H. Une analyse qualitative plus fine nous a permis de constater une évolution dans les types de répertoires et procédures travaillés. En 4H, par exemple les activités proposent un travail davantage sur le répertoire soustractif et ajouter ou retirer 10 à un nombre. Pour le calcul réfléchi, nous remarquons une évolution entre les apprentissages visés en 3H et en 4H en regard du domaine numérique (qui augmente) et des procédures travaillées. Par exemple, l'ajout-retrait d'un nombre à une dizaine entière et le complément à la dizaine supérieure sont uniquement travaillés en 4H. Ceci est cohérent avec le fait que l'introduction de la dizaine et la construction de la numération écrite se font à ce degré-là.

Quant à la section « Résolution de problèmes », l'analyse met en évidence que le travail sur la résolution de problèmes additifs et soustractifs évolue entre la 3H et la 4H en fonction des types de problèmes proposés et du domaine numérique. Par exemple, les problèmes de comparaison E**C**E sont surtout travaillés en 4H, de même que les problèmes de type EE**E**E. L'approche de la multiplication est uniquement proposée dans certaines activités de 4H. Proportionnellement, cette section comporte moins d'activités que les deux premières, mais il convient de souligner que certaines activités, à l'image de "Problème du jour", proposent une cinquantaine de problèmes (avec une progression sur l'année) pouvant être utilisés comme rituel.
De manière générale, les MER semblent couvrir l'essentiel des savoirs relevés comme fondamentaux dans les recherches. Si l'on regarde un peu plus finement les savoirs concernant la numération écrite, l'aspect décimal, à savoir le rôle de « dix » dans la constitution des unités de numération successives (dix unités = une dizaine, dix dizaines = une centaine) (Tempier, 2010), ne figure pas explicitement dans les objectifs visés et pas réellement travaillé à travers les activités proposées, tant en 3H qu'en 4H. Seules deux activités, à savoir « Jeux avec la calculatrice » (4H) et « Les devinettes » (3H), touchent en partie cet apprentissage. Dans ces deux activités, une consigne permet de mobiliser le savoir « une dizaine = dix unités ». A l'aide de la calculatrice, l'élève doit afficher un nombre à deux chiffres puis changer le chiffre des dizaines en utilisant le moins de touches possibles et sans utiliser la touche « Efface » ni le « 0 ». Cela contraint l'élève à comprendre qu'une dizaine = 10 unités puis à décomposer 10. Ces tâches étant peu nombreuses, similaires et assez spécifiques (avec utilisation de la calculatrice), elles ne peuvent suffire, à elles seules, à comprendre et entrainer l'aspect décimal de la numération écrite. Cela rejoint des constats déjà pointés par plusieurs recherches (Bednarz & Janvier, 1984 ; Tempier, 2010 ; Batteau & Clivaz, 2016). Paradoxalement, les textes disponibles sur ESPER soulignent l'importance d'un travail autour de l'aspect décimal du nombre, notamment pour :

- écrire en chiffres le nombre d'objets d'une collection ;
- constituer une collection dont on connaît l'écriture en chiffre du nombre d'objets ;
- comparer deux nombres écrits dans notre système de numération écrite ;
- repérer et placer des nombres sur une droite graduée.

Bien que l'aspect décimal soit peu travaillé dans les activités de 3-4H telles que proposées sur ESPER, il convient toutefois de souligner que plusieurs d'entre elles ont le potentiel, moyennant quelques modifications souvent minimes, de couvrir cet aspect. C'est le cas de l'activité de 4H « En Egypte » (Annexes 4), dont l'enjeu mentionné est « décomposer un nombre en unités et dizaines et inversement jusqu'à 99 ». Telle que proposée initialement, seul l'aspect positionnel est travaillé, ce qui s'observe à travers les « cartes cubes » (Annexe 4). En effet, le nombre d'unités (cubes individuels) et de dizaines (barres de 10 cubes individuels) de ces cartes atteignant au plus 9, l'élève doit uniquement dénombrer les cubes individuels et/ou barres de 10 cubes. Elles ne permettent ainsi pas de mobiliser l'aspect décimal, aucun échange entre unités et dizaines n'étant nécessaire.

Nous avons alors fait évoluer les « cartes cubes » de manière à travailler aussi l'aspect décimal. En proposant plus de 10 cubes individuels (unités), cette adaptation requiert de la part de l'élève le passage par des regroupements d'unités en dizaines et, ainsi, un travail autour de l'aspect décimal. Dans ce même but et selon la même logique, d'autres cartes encore ont été élaborées (Annexe 4). À travers cet exemple, on constate donc que l'adaptation de certaines tâches permet d'intégrer un travail autour de l'aspect décimal. Cependant, ces adaptations sont à la charge de l'enseignant. Lors de la formation, nous avons travaillé sur cet aspect et rendu les enseignants attentifs aux adaptations souvent minimes que l'on peut effectuer au sein des tâches pour travailler de manière spécifique l'aspect décimal.

3 Construction d'un outil de tri pour les enseignants

L'analyse des activités, réalisée à l'aide de cet outil, est mise à disposition des enseignants, dans le but de leur permettre de rechercher rapidement des activités permettant de travailler un apprentissage visé en particulier. Cet outil de tri prend la forme d'une page internet (Fig. 12) permettant de choisir son degré d'enseignement, le domaine et l'objectif. Les enseignants ont accès à la liste des activités dont l'apprentissage visé correspond au choix effectué préalablement. Un lien actif vers la plateforme ESPER est accessible pour chaque activité. Le lien vers cette page Internet est accessible depuis le site dédié aux formations continues pour les nouveaux moyens d'enseignement conçu par la HEP Vaud[4].

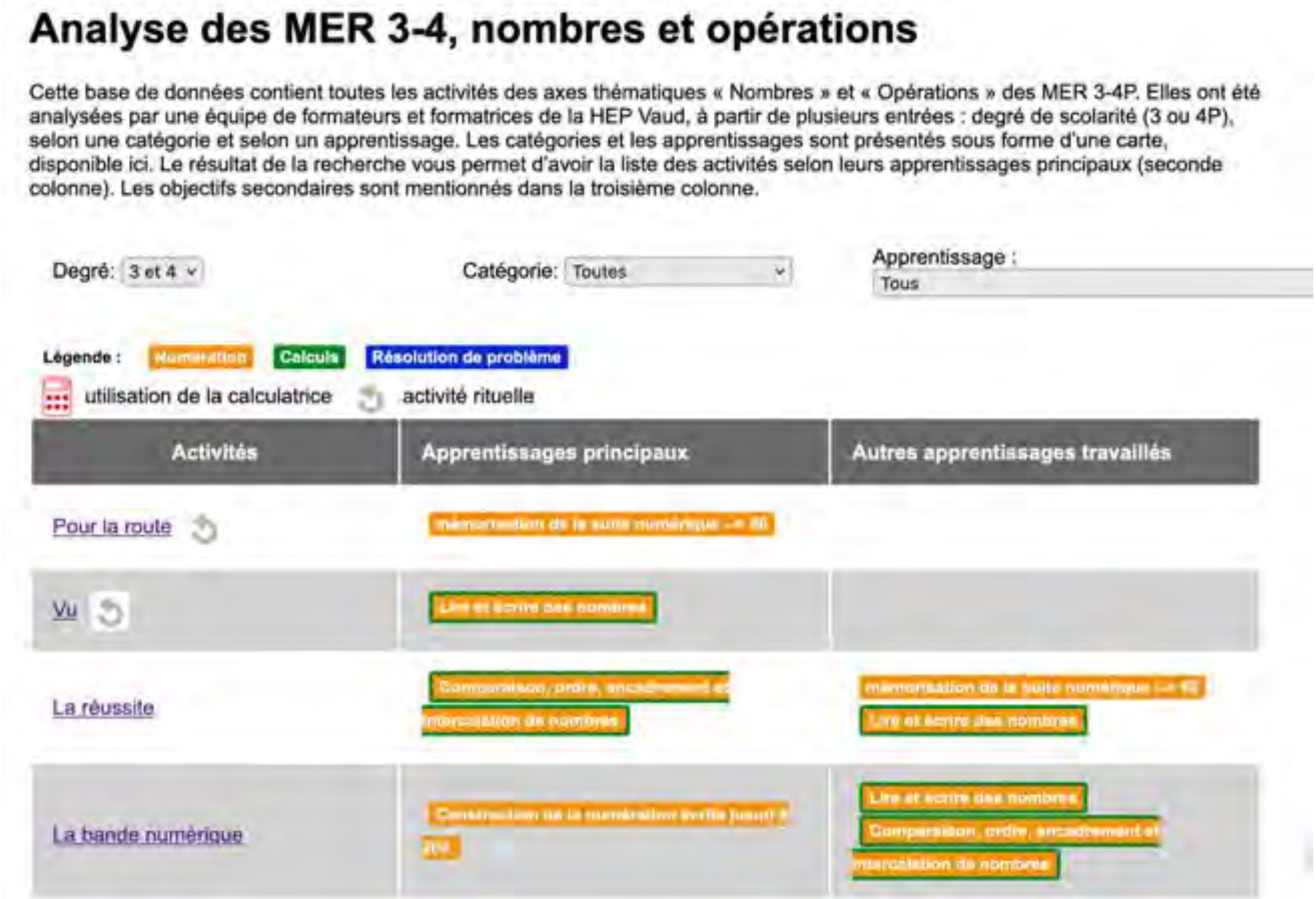


Fig. 12 : Aperçu de la page internet

VI - CONCLUSION

L'outil que nous avons élaboré dans le cadre de la formation aux nouveaux moyens d'enseignements 3-4H (CP-CE1) se présente sous la forme d'un tableau présentant les progressions des apprentissages sur la numération, le calcul et la résolution de problèmes (Figure 2). Dans l'atelier, nous avons montré en quoi cet outil était pertinent pour la formation des enseignants. Premièrement, il permet d'apporter des (re)mises à jour des connaissances mathématiques et didactiques aux enseignants, par exemple la distinction des aspects décimal et positionnel du système de numération et l'identification d'exercices permettant de travailler spécifiquement l'aspect décimal. Deuxièmement, il constitue un support pour

[4] https://sites.google.com/view/fcmermathshepl/home/home-3p-4p/tri-des-t%C3%A2ches?authuser=0

approfondir l'analyse a priori d'une tâche, du point de vue des savoirs mathématiques en jeu et des connaissances mobilisées par les élèves pour résoudre la tâche, selon les procédures utilisées. Troisièmement, il permet d'engager une réflexion sur l'articulation des tâches proposées aux élèves pour élaborer une progression des apprentissages pertinente du point de vue didactique (ce qui n'est pas proposé dans les moyens d'enseignements, ni dans le plan d'étude roman). Cette réflexion est particulièrement riche au sein d'un duo d'enseignants qui se partagent une classe. Quatrièmement, cet outil peut permettre aux enseignants de réaliser une évaluation de leur enseignement (ce qui est enseigné, ce qui reste à enseigner, ce qui n'est pas enseigné) et des apprentissages de leurs élèves (où en sont-ils, où doivent-ils aller, par quel chemin les y emmener). Cela pourrait constituer un point de départ pour penser la différenciation de leur enseignement.

Nous voulons également souligner que l'élaboration de ce tableau a été un moyen puissant de co-formation entre formateurs d'origines variées (enseignant primaire, chercheur, formateur à 100%). La réflexion menée pour sa construction a permis de développer une culture commune des pratiques des enseignants du canton, de renforcer les savoirs mathématiques et didactiques (notamment par la lecture d'articles de recherche), d'acquérir une connaissance approfondie des moyens d'enseignement romands et d'analyser finement leur lien avec le plan d'étude romand. Plus spécifiquement, pour les collègues enseignantes-formatrices, cela leur a permis de développer des compétences dans la rédaction d'un article (Delétra et. al., 2023) et dans l'animation d'un atelier de formation de formateurs. Cette modalité de co-formation entre formateurs étant fructueuse, nous continuons de la mettre en place pour construire les prochaines formations aux nouveaux d'enseignement romands pour les enseignants des degrés suivants, 5-6H en 2023-2024 et 7-8H en 2024-2025.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Batteau, V. & Clivaz, S. (2016). Le dispositif de formation continue Lesson Study: travail autour d'une leçon de numération. *Grand N, 98*, 27-48. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/98n2_1552555015011-pdf

Bednarz, N. & Janvier, B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N, 33*, 5-31. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/33n1_1563266854879-pdf

Butlen, D. & Charles-Pézard, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental, entre sens et technique. *Grand N, 79*, 7-32. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/79n2_1554796874332-pdf

Ceria. J., Daina, A., Hanssen, L., Hugli, C., Javet-Schegel, S. & Gardes, M.-L. (2023). De l'enseignement en classe à la formation d'enseignants : présentation d'un dispositif de formation de formateurs. In *Actes du Colloque COPIRELEM 2022, Toulouse, France, 14-16 juin 2023 (pp.534-545)*. https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/06/ACTES-TOULOUSE-Num-de2s51.pdf

CIIP (2010). Plan d'études romand. Repéré à www.plandetudes.ch

Croset, M.-C. & Gardes, M.-L. (2020). Une carte des connaissances pour la construction du nombre à l'école maternelle. *RMé, 233*, 117-127. https://www.revue-mathematiques.ch/files/4315/9195/2640/RMe-233-Croset.pdf

Deletra, M., Ruf, I., D'Alba, A., Schlegel-Javet, S., Haan, D. & Gardes. M.-L. (2023). Nombres et opérations en 3-4P : analyse des activités des moyens d'enseignement romands. *RMé, 239*, 40-56. https://www.rme.swiss/article/view/3477/3616

Divisa, A., Mastrot, G., Stoffel, H. & Croset. M. (2018). Quelles modalités pour construire un rituel de numération efficace au cycle 2 ? In *Actes du 45e colloque de la Copirelem : Manipuler, représenter,* *communiquer. Juin 2018, Blois.* http://www.circ-ien-strasbourg3.ac-strasbourg.fr/wp/wp-content/uploads/2021/06/ActesCopirelem.pdf.

ESPER CIIP (sd). Espace des moyens d'enseignement romands. Repéré à www.ciip-esper.ch

Gardes, M.-L., Déglon, A., Javet-Schlegel, S., Turcotte, C. & Croset, M.-C. (2021). Analyse des activités proposées dans « Nombres & Opérations » des MER 1-2H. *RMé, 235*, 39-49. https://www.rme.swiss/article/view/1725/1487

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100*, 59-78. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/GN/IGR17017/IGR17017.pdf

MEN (2021). *Un guide fondé sur l'état de la recherche. Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. https://eduscol.education.fr/media/3738/download

Mounier, E, Grapin, N. & Pfaff, N. (2020). Lire, écrire les nombres : Quelle place dans l'apprentissage des numérations au cycle 2 ? *Grand N, 106*, 31-47. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/106n2_1604488418614-pdf

Tempier, F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2. *Grand N, 86*, 59-90. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/86n4_1554197732886-pdf

Vergnaud, G. (1990). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x, 22*, 51-69. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/22x4_1570439024060-pdf

ANNEXE 1- ANNEXE AU TABLEAU DES PROGRESSIONS DES APPRENTISSAGES DU NOMBRE/OPÉRATIONS EN 3-4H

- Le domaine numérique en 3-4P s'étend progressivement de 0 à 200, tant pour la **numération orale** qu'écrite.
- La **numération orale** concerne l'ensemble des apprentissages autour de la suite numérique :
  - le comptage et le décomptage de 1 en 1 et de 10 en 10 à partir d'un nombre donné ;
  - le comptage de 2 en 2 et de 5 en 5 à partir de 0.
- La **numération écrite** (construction de l'écriture chiffrée) est axée sur deux plans en lien constant qui doivent être travaillés en parallèle :
  - **l'aspect positionnel** : la valeur du chiffre dépend de sa position ;
  - **l'aspect décimal** : la base de notre numération est la base 10. Les différentes unités de numération (unité, dizaine, centaine, etc.) sont liées entre elles par des « relations » décimales. 10 unités = 1 dizaine, 10 dizaines = 1 centaine, etc. Sa construction passe par un travail autour des échanges, notamment les règles d'échanges 10 contre 1 / 1 contre 10.
- La mise en lien de la numération orale, écrite et de la quantité permet de travailler divers aspects du nombre dans le domaine numérique jusqu'à 200 : le dénombrement ; la lecture et l'écriture de nombres ; la comparaison, l'estimation, la constitution de collections ; l'encadrement, etc.

Ainsi, la compréhension de la numération orale et écrite facilite également l'acquisition du répertoire mémorisé, les procédures de calcul réfléchi et la résolution de problèmes.

- Le **calcul automatisé** comprend :
  - le **répertoire mémorisé** qui correspond à des résultats (de sommes, de différences ou de produits de deux termes) immédiatement disponibles. Il se construit au travers de situations et de matériel qui donnent du sens aux nombres. Des exercices rituels permettent notamment la mémorisation du répertoire sans passer par le calcul réfléchi. Exemples : répertoire additif, répertoire soustractif, compléments à 10, etc.
  - les **procédures élémentaires mémorisées** qui sont des traitements rapides de calculs s'appuyant sur des résultats mémorisés et mettant en jeu certaines propriétés des nombres et des opérations. Exemples : +1, -1, +10, -10, 20+7, décomposer un nombre (24=20+4 ou 2 dizaines et 4 unités), commuter les termes d'une addition, calculer un presque-double, etc.
- On parle **de calcul réfléchi** à partir du moment où l'élève doit, pour exécuter le calcul demandé, mettre en place une procédure spécifique. Le calcul réfléchi fait appel à la fois aux propriétés des nombres, aux propriétés des opérations et au répertoire mémorisé. Par exemple :
  - Soustraire un nombre à 10 : 10-6 / 10-4
  - Presque double (additionner 2 nombres qui ont 1 d'écart) : 7+6 / 12+13
  - Addition / soustraction de dizaines entières : 40+50 / 60-20 / 30+60
  - Commutativité : 4+3=3+4 / 6+25=25+6
  - Associativité : (3+4)+6 = 3+(4+6)
  - Regroupements astucieux (utilisation combinée de plusieurs techniques) : 6+7+4=6+4+7 (commutativité) =10+7 (compléments à 10) =17 (addition d'un nombre à 10)
- Le calcul réfléchi doit, dans un premier temps, se faire sans échanges unités-dizaine ou dizaine-unités (*p. ex.* : 29-7 / 45+3 / 78-5 / 91+8), puis avec échanges (*p. ex.* : 29+8 / 45-9 / 74+17 / 58-19).
- Le calcul automatisé et le calcul réfléchi se nourrissent mutuellement. Le calcul automatisé se construit en partie avec le calcul réfléchi. Ce dernier utilise le répertoire et les procédures mémorisés pour gagner en efficacité.
- Le domaine numérique s'étend progressivement de 0 à 200 et cela enrichit ainsi **la compréhension du système de numération et la résolution de problèmes.**

- Il existe différents types de **problèmes additifs et soustractifs** :
  - EEE : Composition de deux états (*p. ex.* : J'ai 3 pommiers et 6 poiriers. Combien ai-je d'arbres ?). Ce type de problèmes peut aussi se décliner en EEEE (*p. ex.* : J'ai 3 pommiers, 6 poiriers et 5 abricotiers. Combien ai-je d'arbres ?). Rechercher le composé EEE est plus facile que de rechercher un des états EEE (*p. ex.* : J'ai 9 arbres, 3 pommiers et des poiriers. Combien ai-je de poiriers ?).
  - ETE : Transformation d'état : état initial → transformation → état final (*p. ex.* : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 à la récré. Combien ai-je de billes en rentrant en classe ?). Rechercher l'état final ETE est plus facile que de rechercher l'état initial ETE ou la transformation ETE (*p. ex.* : J'ai 22 billes après la récré alors que j'en avais 15 avant. Combien en ai-je gagné ?). Il est possible d'avoir plusieurs transformations successives (*p. ex.* : J'ai 15 billes, j'en gagne 7 puis j'en perds 9. Combien ai-je de billes ? 15+7=22 (1er ETE) et 22-9=13 (2e ETE)).
  - ECE : Comparaison d'états (*p. ex.* : J'ai 12 ans. Mon frère a 23 ans. Combien d'années a-t-il de plus que moi ?). Seule la comparaison ECE est recherchée en 3-4P.
- **L'approche de la multiplication** est travaillée en 4P avec :
  - L'addition itérée : il s'agit de l'addition répétée d'un même terme, pouvant être remplacée par une multiplication (*p. ex.* : 5+5+5+5+5+5=6x5).
  - Le produit cartésien : le nombre de cases d'une grille avec *a* lignes et *b* colonnes = *a* x *b*.

Numération, calcul et problèmes se travaillent en parallèle et s'enrichissent mutuellement.

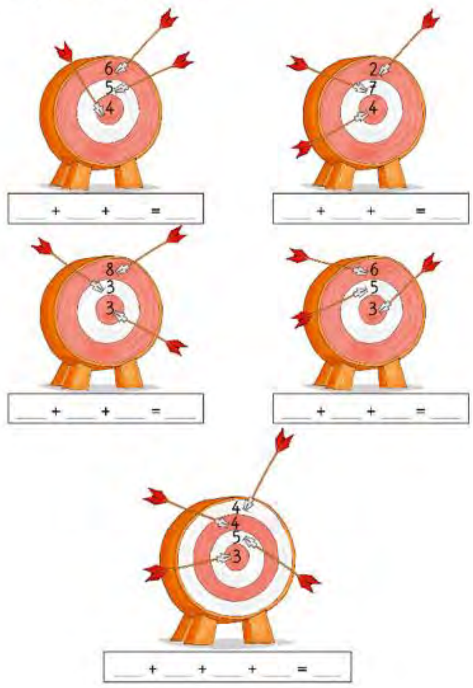
ANNEXE 2 ACTIVITÉS « LES PETITS BILLETS », « LES CIBLES » ET « JOUONS AVEC LA BANDE » (3H)

Les petits billets (1)

Aline a 4 jetons rouges et 8 jetons bleus. Combien a-t-elle de jetons ?	Sur la table, il y a 5 jetons jaunes, 3 jetons rouges et 7 jetons bleus. Combien y a-t-il de jetons sur la table ?
Il y a 9 jetons rouges et 4 jetons bleus par terre. Combien y a-t-il de jetons par terre ?	J'ai 12 jetons, je perds 6 jetons. Combien de jetons me reste-t-il ?
J'ai 11 jetons dans ma main droite et 6 jetons dans ma main gauche. Combien ai-je de jetons ?	Je mets 5 jetons sur la table et je mets encore 9 jetons. Combien y a-t-il de jetons sur la table ?
J'ai 13 jetons, je donne 5 jetons à mon ami. Combien me reste-t-il de jetons ?	J'ai 15 jetons, mon ami me prend 6 jetons. Combien me reste-t-il de jetons ?
Aline a 7 jetons, Ali a 6 jetons et Marie a 4 jetons. Combien les enfants ont-ils de jetons ensemble ?	14 jetons sont sur la table. Il y en a 5 qui tombent par terre. Combien de jetons reste-t-il sur la table ?

Les cibles – Calcul réfléchi

Complète les additions sous les cibles en tenant compte de l'emplacement des flèches.



Jouons avec la bande

Le nombre caché

L'enseignant cache un nombre sur la bande numérique de la classe et les élèves notent sur une feuille ou sur leur ardoise le nombre caché. La validation se fait en découvrant le nombre caché.

Certains enfants peuvent nommer le nombre caché et d'autres peuvent écrire le bon nombre par déduction (en tenant compte de la régularité de la suite écrite des nombres), mais ne savent pas son « nom ». Par exemple, ils peuvent dire que le « quatre - sept » vient après le « quatre - six », mais ils ne savent pas dire « quarante-sept » ou « quarante-six ».

Pour cet exercice, l'enjeu est de s'approprier la règle de régularité de la suite numérique écrite en chiffres et non pas de nommer oralement le nombre caché.

Je m'arrête

Un élève récite la suite numérique et s'arrête. Il interroge un autre élève qui doit nommer le nombre qui continue la suite. Le groupe valide la réponse.

Tu m'arrêtes

Un élève propose un nombre à un camarade, celui-ci récite la suite numérique et doit s'arrêter au nombre indiqué. Le groupe valide l'exercice.

ANNEXE 3 UN EXEMPLE DE DÉROULEMENT ESPER POUR L'ACTIVITE DEVINETTES

C. Devinettes

Nombre d'élèves : 8 à 12 élèves ou une demi-classe

Durée de l'activité / Fréquence : Cette activité peut devenir un rituel durant certaines périodes de l'année (en changeant le domaine numérique).

Matériel : bande numérique de classe de 0 à 50, une bande par élève de 0 à 30, jetons transparents, F24.

Consigne (ou règle) :

1er temps

« Répondez aux devinettes que je vous pose en mettant un jeton sur la case correspondante de votre bande numérique. »

2e temps

Voir F24« Entoure la troisième fleur. Ajoute une feuille sur la septième fleur. Colorie le cœur de la fleur qui est entre la quatrième et la sixième. Entoure le septième fruit en partant de la grappe de raisin. Barre le premier fruit. Fais une croix au-dessus du neuvième fruit en partant de la grappe de raisin. »

Gestion de l'activité

1er temps : L'enseignant pose des devinettes auxquelles les élèves répondent en recouvrant le bon nombre de leur bande avec un jeton.

Exemple

« Pose ton jeton sur le nombre qui vient juste après « 5 », juste avant « 9 », qui est entre « 1 » et « 3 », sur le premier nombre, sur le cinquième, sur l'avant dernier, sur un nombre avant le « 24 »,… »

La correction se fait de manière collective. Un élève donne la réponse et les autres la valident ou non.

L'enseignant peut poser plusieurs devinettes avant la correction.

Il peut y avoir plusieurs devinettes ayant la même réponse : *« Pose ton jeton sur le « 8 », sur le nombre juste avant « le 9 », sur celui juste après « le 7 », sur celui entre « le 7 » et « le 9 »,… »* Les élèves peuvent entasser plusieurs jetons sur le même nombre.

Une mise en commun validera les notions de vocabulaire : avant et après, entre, le premier, le quatrième, le dernier,…

2e temps, F24. Pour beaucoup d'élèves, la lecture pose des problèmes. L'enseignant peut lire à la classe ou à une partie de la classe une consigne après l'autre.

Éléments de différenciation

L'enseignant peut déterminer un groupe de deux à quatre élèves et choisir un domaine numérique qui correspond aux connaissances de ce groupe ou travailler plus spécifiquement certaines notions de vocabulaire.

Erreurs / Blocages

- Les erreurs de compréhension de vocabulaire (je ne sais pas ce que veut dire « entre ») seront travaillées en remédiation pour les élèves concernés.

  Exemple
  Disposer une ligne de jetons de différentes couleurs et reposer des questions sur les termes non assimilés : *« Quel est le jeton entre le rouge et le bleu ? »*

Institutionnalisation

Institutionnaliser les termes « avant » et « après ». →Fiche ***Ce que j'ai appris***

u

Nombres

Prénom

Quelle place ? – Devinettes

Entoure la troisième fler .

Ajoute une feuille sur la septième fler .

Colorie le cœur de la fler qui est entre la quatrième et la sixième.

Entoure le septième fruit en partant de la grappe de raisin.

Barre le premier fruit.

Fais une croix au-dessus du neuvième fruit en partant de la grappe de raisin.

24 vingt-quatre

Ce que j'ai appris

Prénom

Avant – après

Nombres : CRN : La couleur gagnante et Devinettes

4 5 6 7 8 9 10

5 est avant 6 9 est après 8

Plus petit que

5 est plus petit que 6

Plus grand que

9 est plus grand que 8

ANNEXE 4 EN EGYPTE MATÉRIEL DE BASE ET CARTES AJOUTÉES

Règle du jeu « En Égypte »

Matériel pour 4 à 6 élèves

- Un plan de jeu
- Un dé
- Des pions
- Des cartes nombres de 0 à 99
- 90 cartes cubes

Déroulement

Lancez le dé.

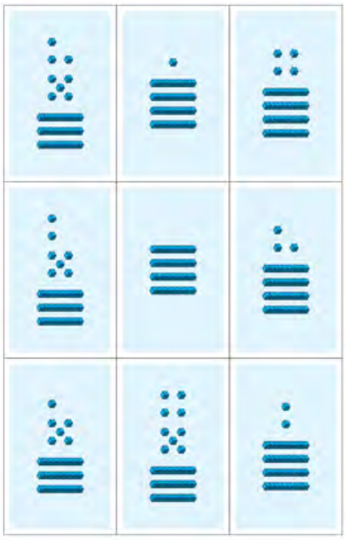
Si vous arrivez sur : Prenez une carte nombre et dites le chiffre des dizaines et le chiffre des unités.
- Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.

Prenez une carte cube et dites le nombre de cubes.
- Si la réponse est incorrecte, passez votre tour.

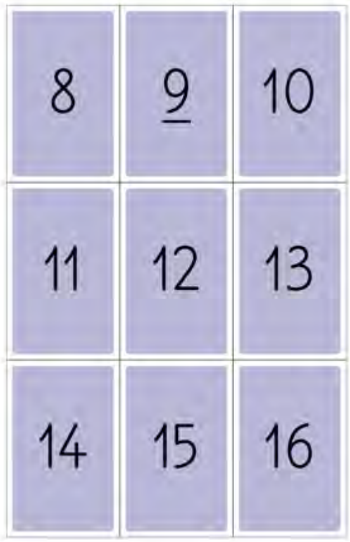
Rejouez.

Retournez sur la case « Départ ».

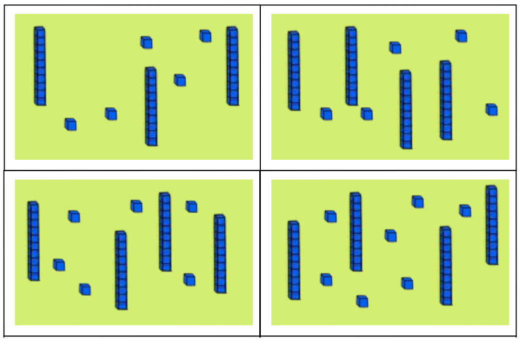
Le premier joueur qui arrive exactement sur la case « Arrivée » a gagné.

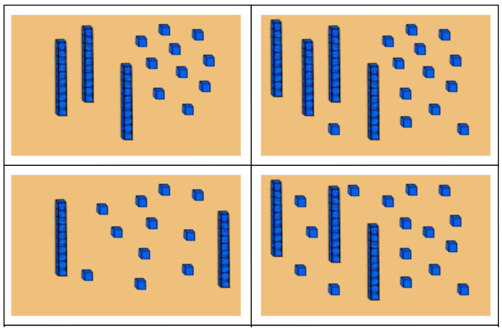


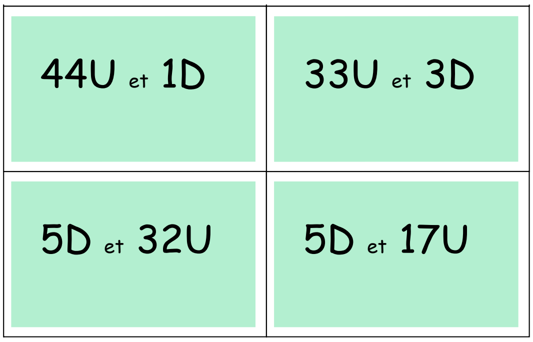
« Cartes Cubes » (90 cartes différentes)

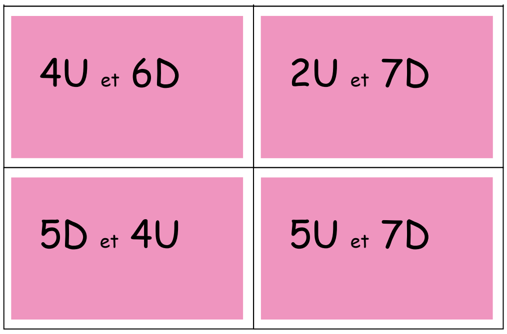


« Cartes Nombres » (1-99)









Cartes créées par les formateurs HEP Vaud

RAPPORTS D'AIRES AVEC APPRENTI GÉOMÈTRE MOBILE

Pauline LAMBRECHT
Maître assistante, HELHa[1]
Chercheur, CREM[2] et CeREF[3]
lambrechtp@helha.be

Marie-France GUISSARD
Directrice de recherche, CREM
mf.guissard@crem.be

Valérie HENRY
Professeur, UNamur
Chargée de cours, ULiège
Directrice de recherche, CREM
valerie.henry@unamur.be

Résumé
Les participants ont été amenés à vivre une séquence d'apprentissage mobilisant le concept d'aire en utilisant la version mobile (gratuite) du logiciel *Apprenti Géomètre* (CREM, 2023). Basée sur de précédentes recherches (CREM, 2003 et 2007), la séquence fait découvrir aux élèves des stratégies de comparaison d'aire sans recours à la mesure. Le travail sur l'aire peut ensuite servir de support à la construction de la notion de fraction qui est abordée via des problèmes de pavage, de reproduction ou de construction de figures. Nous avons présenté des stratégies utilisées par les élèves pour réaliser les tâches et avons mis en avant celles qui pouvaient introduire de nouveaux apprentissages. Un cheminement entre le travail sur le logiciel et le travail papier-crayon a été proposé et discuté, tant sur le plan des acquis que sur celui des compétences développées par chacun, en fonction des stratégies mises en place.

L'atelier présenté ci-dessous est issu d'une recherche menée au CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, https://www.crem.be/) en Belgique, recherche qui a pour objectif de remettre à disposition des enseignants des activités élaborées lors de précédents travaux (CREM, 2003 et 2007), en les adaptant à la version mobile du logiciel de géométrie dynamique *Apprenti Géomètre* https://ag.crem.be/. La mise en place d'une version mobile d'*Apprenti Géomètre* répond à la nécessité de s'adapter au terrain. En effet, si les enseignants n'ont pas facilement accès à des salles informatiques, les écoles sont en revanche de mieux en mieux équipées en tablettes. Cette nouvelle version destinée à une utilisation tactile est particulièrement adaptée aux enfants de l'école primaire et est libre d'accès.

I - DÉCOUVERTE D'APPRENTI GÉOMÈTRE MOBILE

Apprenti Géomètre constitue un micromonde (Papert, 1993) qui permet de laisser l'entière initiative à l'utilisateur, enseignant ou élève. Il permet notamment de travailler les mathématiques élémentaires, non seulement la géométrie euclidienne mais également des concepts tels que grandeurs, fractions,

[1] Haute École Louvain en Hainaut

[2] Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

[3] Centre de Recherche, d'Études et de Formation continue de la HELHa

mesures ou arithmétique. C'est la raison pour laquelle cette version mobile[4] propose plusieurs interfaces (figure 1).

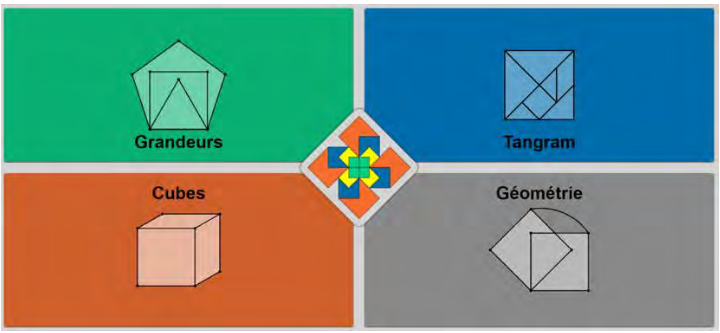


Figure 1. Interfaces du logiciel

Nous nous sommes principalement intéressés lors de cet atelier à l'interface *Grandeurs*. Cette interface a été programmée spécifiquement pour créer un milieu contraint (Brousseau, 1988) dans lequel seuls certains outils de construction sont disponibles. Les choix didactiques effectués visent à amener l'apprenant à développer des stratégies qui mettent en œuvre les concepts de rapports de longueur (indépendamment de la mesure) et d'aires (dans le cas des activités qui nous occupent). Dans l'interface *Grandeurs*, les figures disponibles gardent donc toujours les mêmes rapports de longueur entre elles, un point ne peut être construit sur un côté d'une figure que comme point de subdivision de ce côté, le seul point disponible à l'intérieur d'une figure est son centre, etc. L'interface *Géométrie*, quant à elle, fournit les fonctionnalités habituelles d'un logiciel de géométrie dynamique. Les interfaces *Tangram* et *Cubes,* moins ambitieuses, proposent quant à elles de manipuler respectivement les pièces du Tangram et des représentations de cubes.

1 Le site internet

Afin de faciliter l'accès aux activités proposées, l'équipe de recherche a développé un site entièrement dédié à l'exploitation en classe d'*Apprenti Géomètre mobile* (figure 2).

Figure 2. Site Apprenti Géomètre mobile

Ce dernier est toujours en cours de construction mais est déjà accessible à l'adresse https://agmobile.crem.be/. Sur ce site, on trouve des séquences d'apprentissage proposées par l'équipe du CREM. Ces séquences sont élaborées en assemblant différents modules. Ces derniers ont la particularité de pouvoir être agencés par les enseignants en fonction des besoins de la classe. Plusieurs d'entre eux sont conçus de manière à pouvoir être adaptés pour des élèves de différents niveaux et à

[4] La version *mobile* fonctionne sur tous les supports numériques : ordinateur, tablette et téléphone mais la manipulation des formes géométriques peut être ardue avec un écran trop petit comme celui d'un téléphone. Elle est disponible pour tous les systèmes d'exploitation.

s’intégrer dans diverses séquences d’apprentissage. On retrouve notamment sur le site les séquences d’apprentissage dont il a été question lors de l’atelier : « Suites de carrés »[5] et « Pavages, aires et fractions »[6], ainsi que les diverses fiches utiles à la réalisation des activités.

2 Activité de prise en main du logiciel

Afin de construire les premiers apprentissages instrumentaux (Rabardel, 1995), de la même façon que les élèves le feraient dans les classes, les participants ont été confrontés à une première activité intitulée « Construire des figures d’une même famille ». Toutes les figures représentées dans la fiche de travail (figure 3) font partie de la famille du triangle équilatéral, ce qui signifie qu’elles peuvent toutes être construites à partir de découpes et d’assemblages d’un triangle équilatéral. Il existe trois familles dans l’interface *Grandeurs* : celle du triangle équilatéral, celle du carré et celle du pentagone régulier.

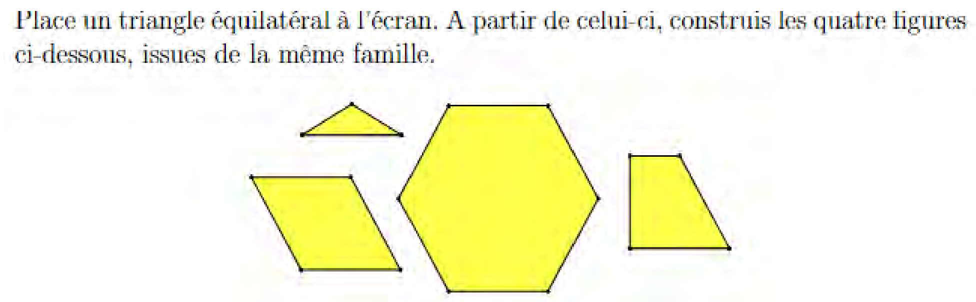


Figure 3. Fiche de travail n°1 (fichier FamilleTriangle.agg*)*

Au vu des contraintes de cette interface, les constructions ne peuvent reposer que sur des découpes et des assemblages, certaines figures doivent subir des déplacements (via les fonctionnalités *Glisser* pour une translation et *Tourner* pour une rotation) ou des retournements (via *Retourner* pour la symétrie axiale). Certaines découpes nécessitent la construction d’un point. Comme précisé plus haut, celui-ci ne peut être obtenu que par division (outil *Diviser*) du côté d’une figure, en ayant choisi le nombre de subdivisions (figure 4) ou en construisant le centre de la figure.

Figure 4. Outil Diviser

Pour construire le losange et l’hexagone, les fonctionnalités *Glisser* et *Tourner* suffisent (éventuellement *Retourner*). Pour obtenir le triangle isocèle, *Construire le centre* du triangle équilatéral est nécessaire comme le montre la figure 5. La découpe s’effectue à partir d’un premier sommet, puis du centre du triangle équilatéral et ensuite d’un second sommet. La disponibilité du recours à l’objet *centre*, connaissance appartenant à la fois au domaine des connaissances mathématiques et à celui des connaissances instrumentales (Rabardel, 1995), influe fortement sur la réussite de l’activité. En effet, les élèves pourraient très bien parvenir à recouvrir entièrement le triangle équilatéral avec trois exemplaires du triangle isocèle sans pour autant en déduire que c’est la construction du centre du triangle équilatéral qui permet de le découper en trois triangles isocèles (isométriques).

[5] https://agmobile.crem.be/2022/12/15/suites-de-carres/

[6] https://agmobile.crem.be/2022/08/18/pavages-aire-et-fractions/

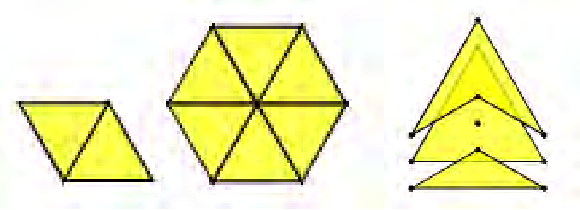


Figure 5. Réalisation du losange, de l'hexagone et du triangle isocèle

Pour construire le trapèze rectangle, il faut se rendre compte qu'il est nécessaire d'accoler à un triangle équilatéral la moitié d'un autre triangle équilatéral (figure 6). Cette moitié de triangle correspond au triangle rectangle de cette même famille. Pour obtenir ce triangle rectangle, il faut, préalablement à la découpe du triangle équilatéral, créer le point de division sur un des côtés de ce triangle.

Figure 6. Étapes de construction du trapèze rectangle

Après les différentes manipulations à l'écran, afin de garder une trace des raisonnements, une fiche invite à rédiger le cheminement le plus élaboré, celui suivi pour obtenir à l'écran le trapèze rectangle.

Une fois le logiciel et certaines de ses fonctionnalités pris en main, nous avons invité les participants à découvrir la séquence d'apprentissage « Suites de carrés ». La première phase de cette séquence (manipulation concrète puis sur AG mobile) a pour objectif de mettre en évidence les propriétés géométriques qui lient entre eux différents carrés. La deuxième phase consiste à construire deux suites de carrés particulières afin de faire apparaître des rapports d'aires, implicitement dans un premier temps. La troisième phase donne l'occasion d'expliciter ces comparaisons d'aires.

II - MANIPULATION CONCRÈTE DE CARRÉS DE PAPIER

L'activité débute ainsi par une première phase de manipulation de carrés en papier. Nous avons placé au tableau quatre illustrations de suites de carrés (figure 7) et distribué huit carrés de papier cartonné blanc, de différentes dimensions. Ces huit carrés sont en réalité deux jeux de quatre carrés, dont les deux plus petits de chaque série sont de dimensions légèrement différentes (annexe 1). Les adultes repèreront directement qu'il n'y a que deux sortes de suites différentes : on parlera ici de la suite de carrés emboîtés et de la suite des carrés en spirale.

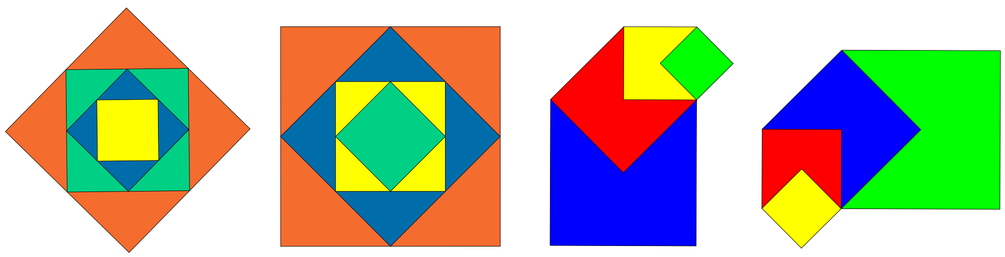


Figure 7. Suites de carrés

La consigne pour les élèves est la suivante :

> *Tu as reçu une enveloppe avec huit carrés.*
> *Utilises-en quatre pour reproduire un dessin semblable à un de ceux présents au tableau.*
> *Essaie ensuite de réaliser cette même figure, avec les quatre autres carrés.*
> *Colle une des figures réalisées dans le cadre ci-dessous.*

À l'image des élèves, les participants ont choisi une suite, ont analysé les positions relatives des carrés et déterminé par essai-erreur quatre carrés permettant de la construire. Ils ont ensuite pu se rendre compte que les dimensions des quatre autres carrés permettaient également de construire cette même suite. Une seconde consigne suit dès que la première consigne a été réalisée :

Avec les quatre carrés non collés, essaie de reproduire l'autre suite de carrés.

Par cette activité, les élèves sont amenés à se rendre compte que, pour pouvoir former une suite, les quatre carrés doivent être judicieusement choisis et que leurs dimensions sont liées entre elles. Le milieu dans lequel l'activité se déroule a été construit de manière à rendre le recours à la mesure non naturel (voire impossible dans la suite de l'activité sur logiciel). En effet, comme Rouche, nous sommes convaincus que « Dans la civilisation d'aujourd'hui, les mesures sont tellement répandues que bien souvent, dès qu'on pense *grandeur*, on pense spontanément *mesure.* [...] Or, il faut d'abord savoir ce que sont les grandeurs avant d'apprendre à les mesurer. » (Rouche, 2006, p. 103).

En ce qui concerne la suite des carrés en spirale, il faut observer que deux sommets opposés d'un carré plus petit peuvent être placés sur deux sommets consécutifs du carré plus grand. Lors de précédentes expérimentations, les élèves avaient voulu utiliser le centre des carrés pour placer l'un des sommets d'un carré plus petit (deux sommets consécutifs d'un carré plus petit peuvent être placés sur un sommet et le centre du carré plus grand). Ce centre avait été repéré en pliant les carrés selon leurs diagonales. Cette procédure n'était pas attendue, mais est également intéressante.

Pour la suite des carrés emboîtés, certains participants ont ressenti la nécessité de repérer le milieu des côtés pour être suffisamment précis. Ils ont alors effectué un pli dans les carrés de papier. Comme nous l'avions prévu, d'autres participants se sont contentés d'une superposition approximative des carrés. Pour ces derniers, le passage à la manipulation sur le logiciel rendra nécessaire la recherche du milieu des côtés du carré. La manipulation des figures en papier vise principalement à découvrir les propriétés géométriques qui lient les carrés d'une suite de carrés, notamment que les sommets d'un carré sont les milieux des côtés du carré plus grand ou que les côtés d'un carré sont les diagonales du carré plus petit. Ces propriétés seront nécessairement mobilisées pour construire les suites avec le logiciel. Les notions de *diagonale*, de *milieu,* de *côté*, de *sommet* et de *centre* sont ici employées dans une perspective « outil » au sens de R. Douady (1986). Il n'est nullement nécessaire de les définir avant de les employer dans l'activité. Ils prennent sens dans l'action et leur dénomination mathématique est précisée lors de la réalisation de la tâche. L'activité permet de réinvestir ces notions déjà connues des élèves.

III - MANIPULATION DES CARRÉS SUR AG MOBILE

Après le travail sur les carrés en papier, les participants ont réalisé la construction sur *Apprenti Géomètre mobile,* en répondant à la consigne suivante.

Utilise quatre carrés parmi les six proposés sur le logiciel (figure 8) pour reproduire avec précision une figure semblable à l'une de celles présentées au tableau (figure 7).

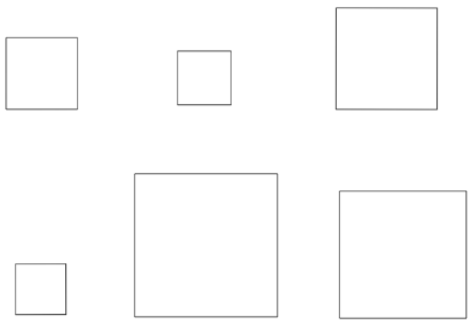


Figure 8. Quatre carrés à choisir parmi six (fichier SixCarres.agg*)*

La proposition de six carrés a été faite pour éviter que les élèves ne gardent l'idée qu'il est possible de construire de telles suites avec n'importe quelle série de quatre carrés. Les caractéristiques du logiciel peuvent amener les utilisateurs à prendre conscience de la nécessité de créer des points spécifiques (milieux des côtés des carrés). Il est effectivement possible d'obtenir une suite proche visuellement de la suite de carrés emboîtés affichée au tableau en plaçant les carrés de manière imprécise.

Les carrés proposés sur le logiciel permettent de voir par transparence lorsque deux figures sont superposées. Ce choix amène de nouvelles stratégies. Cette transparence des figures sur le logiciel a amené certains à utiliser les centres des carrés pour les superposer afin de construire la suite de carrés emboîtés. Cependant, si les milieux des côtés des carrés n'ont pas été identifiés, la suite obtenue est proche de celle affichée au tableau, mais de nouveau imprécise (figure 9). L'enseignant doit alors amener les élèves à prendre conscience de la nécessité d'utiliser le milieu des côtés pour placer précisément les sommets des carrés emboîtés, et le leur faire formuler.

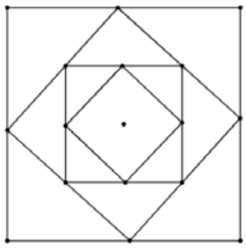
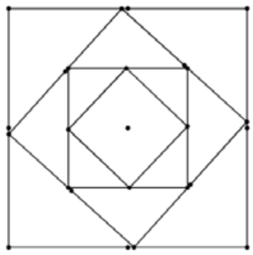
(a)  *(b)* 

Figure 9. (a) Suite de carrés emboîtés imprécise ; (b) Milieux des côtés apparents

Tout comme les élèves, les participants ayant choisi de reproduire la suite de carrés en spirale n'ont pas été confrontés à ce besoin, étant donné que la superposition des sommets suffit à obtenir la suite. Vient alors la deuxième partie de la consigne :

> *Utilise les quatre carrés du fichier pour reproduire avec précision l'autre suite de carrés (*fichier QuatreCarres.agg*).*

Cette consigne amène chacun à réaliser les deux suites pour que tous puissent rencontrer la nécessité de préciser les points de construction évoqués pour la reproduction de la suite des carrés emboîtés.

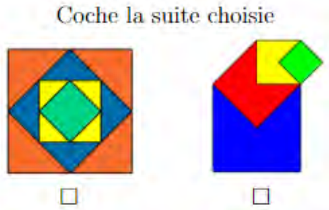
IV - CONSTRUCTION DE SUITES DE CARRÉS

La première partie de la séquence d'apprentissage a attiré l'attention des participants, au même titre que celle des élèves, sur l'importance de certains points de construction de ces suites de carrés. L'étape suivante consiste à leur faire construire eux-mêmes les carrés formant ces suites, de deux manières différentes. Pour commencer, les participants ont été invités à réfléchir à cette construction en utilisant l'interface *Grandeurs* d'*Apprenti Géomètre mobile.* Comme explicité dans la première partie de cet article, les contraintes du logiciel forcent l'utilisateur à procéder par découpages et assemblages, ce qui s'avère peu naturel pour les enseignants. Dans un deuxième temps, les participants se sont appuyés sur les propriétés géométriques de ces suites pour réaliser les constructions sur papier. Les propriétés guident immédiatement la construction des carrés aux instruments. Cette phase n'est pas demandée aux élèves, elle est proposée aux enseignants pour leur faire percevoir les spécificités du logiciel dans sa version *Grandeurs*.

1 Construction sur AG mobile

La suite de la séquence s'intéresse donc à la construction des carrés des suites à partir d'un seul carré, amené à l'écran via l'interface *Grandeurs*.

> *Fais apparaitre un carré à l'écran dans l'interface Grandeurs. À partir de ce carré, construis les trois autres carrés nécessaires à l'assemblage d'une des deux suites de carrés. Indique ensuite de quels éléments géométriques tu as eu besoin pour réaliser ta construction.*



Une deuxième consigne consiste à demander la construction de la deuxième suite de carrés. Ces deux consignes sont importantes pour les élèves car la construction de ces deux suites amène à des stratégies différentes, que nous développons ci-dessous. Cependant, ce travail lié à la deuxième consigne n'a pas été demandé aux participants car la mise en commun qui a suivi la réflexion sur la première consigne a permis d'évoquer les différentes stratégies. Certaines d'entre elles s'appuient sur le carré placé à l'écran pour construire les plus grands, les autres partent de ce même carré pour obtenir les plus petits. Voici ces diverses stratégies.

1.1 Suite des carrés emboîtés

Du petit carré vers le grand. Découpage d'un triangle dans le carré après avoir construit le centre, génération de trois duplicatas de ce triangle. Pose de ces quatre triangles sur les côtés du carré, puis fusion des cinq éléments pour obtenir le carré de dimensions supérieures. Même démarche jusqu'à l'obtention du plus grand carré (figure 10a).

Du grand carré vers le petit. Construction du milieu des côtés du carré, découpes successives de quatre triangles pour obtenir le carré de dimensions inférieures. Même démarche jusqu'à l'obtention du carré le plus petit (figure 10b). Notons que cette démarche est fastidieuse car les milieux des carrés ne sont pas reproduits sur les découpes des figures intermédiaires (qui ne sont pas représentées ci-dessous par souci de clarté de l'illustration, l'annexe 2 en propose un exemple).

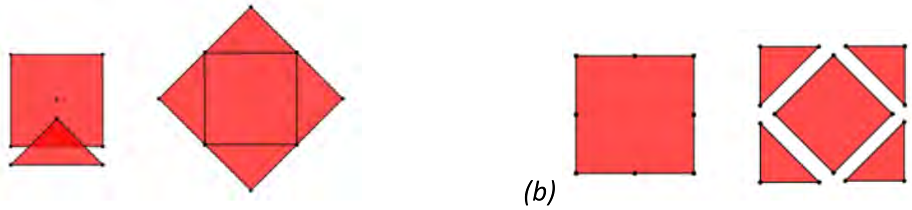

(a) *(b)*

Figure 10. (a) Du petit carré vers le grand carré ; (b) Du grand carré vers le petit carré

1.2 Suite des carrés en spirale

Du grand carré vers le petit. Découpe d'un triangle après construction du centre du carré, duplication de ce triangle pour former par fusion le carré de dimensions inférieures. Même procédure pour la suite jusqu'à l'obtention du plus petit carré.

Du petit carré vers le grand. Découpe du carré en deux triangles, création de duplicata pour obtenir quatre triangles, fusion de ces quatre triangles pour obtenir le carré de dimensions supérieures. Même procédure pour la suite jusqu'à l'obtention du carré le plus grand.

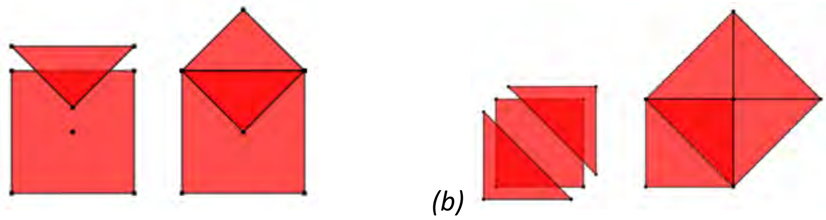

(a) *(b)*

Figure 10. (a) Du petit carré vers le grand carré ; (b) Du grand carré vers le petit carré

Quelle que soit la suite à reproduire, pour ceux qui ont construit les carrés des plus petits aux plus grands, certains se limitent à la construction d'un seul carré plus grand et, une fois obtenu, ils dupliquent quatre fois chacun des deux carrés pour obtenir les deux plus grands (figure 12).

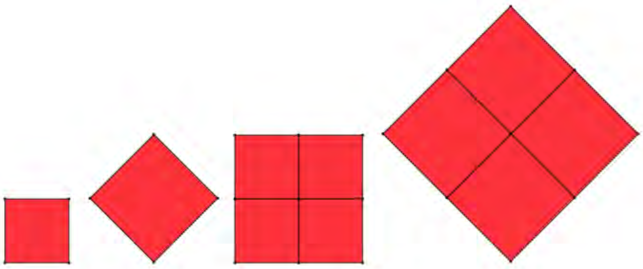


Figure 12. Carrés pour la reproduction des suites de carrés

Au cours de diverses expérimentations réalisées dans des classes de troisième et quatrième primaires (CE2 et CM1), les élèves ont exprimé leurs difficultés à passer d'une grande figure à une plus petite. Les raisons tiennent tant au domaine mathématique qu'au domaine instrumental. Dupliquer des figures et les juxtaposer pour former une figure plus grande leur semble plus aisé ou plus naturel que de diviser, découper ou construire le centre des figures.

2 Construction sur papier

La suite de l'atelier a amené les participants à réaliser ces mêmes constructions (suites de carrés emboîtés et de carrés en spirale), à partir d'outils différents. En travaillant en mode « papier-crayon », les participants sont revenus à leurs modes de construction habituels à l'aide de la règle graduée, de l'équerre et du compas. Il ne leur a pas été demandé de faire ces constructions avec grande précision, mais bien de réfléchir aux éléments géométriques en jeu dans la construction. Il leur a été suggéré de procéder à main levée s'ils le souhaitaient. Voici quelques-unes de leurs réalisations (figure 13).

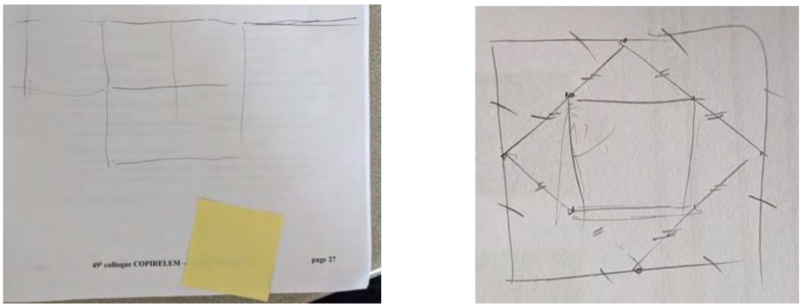


Figure 13. Deux productions de participants

On retrouve dans ces constructions des procédures utilisées sur *Apprenti-Géomètre mobile* (carrés qu'on reproduit quatre fois, utilisation des milieux, ...), mais de nouvelles stratégies, liées à l'accès à des instruments différents, apparaissent (figure 14) : recours à la mesure, utilisation des médianes, des diagonales, utilisation d'une équerre pour produire des angles droits, du compas pour reporter des longueurs, … Ceci conduit les enseignants à prendre conscience des stratégies induites par le milieu : interface *Grandeurs* du logiciel ou environnement papier-crayon.

Ce travail papier-crayon n'est pas nécessairement à la portée des élèves. Cette étape dans la séquence d'apprentissage est proposée uniquement pour les enseignants et formateurs, afin de réfléchir ensemble aux différents regards pouvant être apportés à la situation. Cette réflexion aurait également pu être amenée par la réalisation de ces suites de carrés dans l'interface *Géométrie* de *Apprenti Géomètre mobile*. N'étant fonctionnelle que depuis le mois d'août, les participants n'ont pu l'expérimenter lors de l'atelier du mois de juin. Elle offre la possibilité de construire des carrés en définissant un sommet et la longueur du côté. Au même titre que le travail papier-crayon, le travail dans l'interface *Géométrie* aurait permis de travailler de manière bien distincte, pour faire observer diverses procédures et en arriver à la discussion dont il est question dans le point suivant.

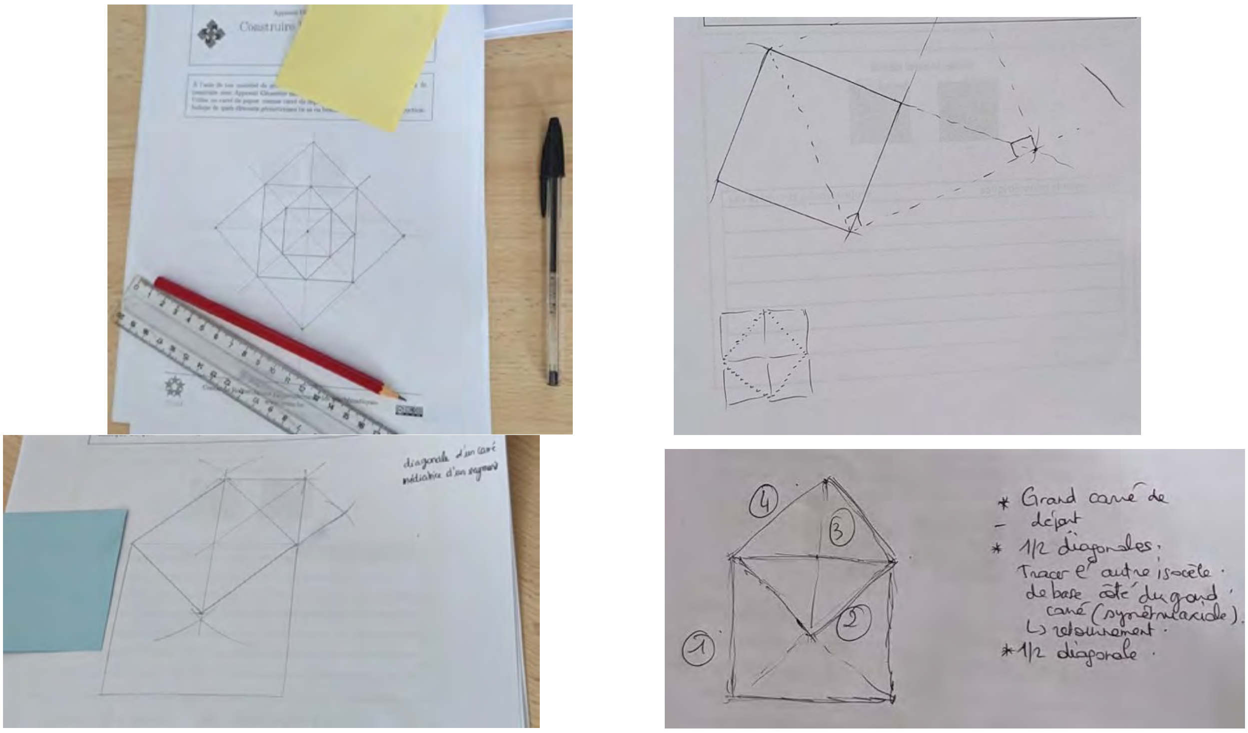


Figure 14. Réalisations diverses des participants

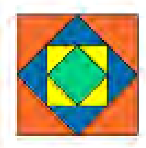
3 Prise de recul suite au travail avec différents outils

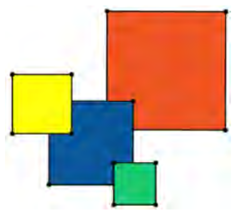
Pour ce qui est de la reproduction des suites dans l'interface *Grandeurs* du logiciel, on peut remarquer que les procédures, en ce qui concerne le choix de démarrer par le plus petit carré ou à partir du plus grand, sont équilibrées. Cependant, lorsqu'il s'agit de travailler sur papier, la plupart des participants semble s'appuyer sur le carré le plus grand pour construire les plus petits, surtout pour la suite des carrés emboîtés. L'idée n'est évidemment pas de remplacer l'enseignement traditionnel de la géométrie par l'utilisation d'un logiciel mais de concevoir *Apprenti Géomètre mobile* comme un complément pour amener à réfléchir à des stratégies différentes. En utilisant les propriétés géométriques, on ne s'interroge pas sur les rapports de grandeurs entre les différents carrés construits. C'est là le principal apport du travail dans l'interface *Grandeurs* du logiciel : la construction des différents carrés permet de visualiser, parfois non consciemment dans un premier temps pour les élèves, les rapports d'aires. Par exemple, on obtient un carré à partir d'un autre en en prenant le quart deux fois, ce qui correspond à un rapport d'aire de 2/4 et qui amène à la fraction équivalente 1/2 ; ou, pour la construction d'un carré plus grand, en en prenant la moitié, quatre fois, ce qui revient à doubler l'aire. La suite de la séquence s'attache à faire prendre conscience aux élèves de ces rapports d'aires.

V - COMPARAISON D'AIRES

Pour rendre explicites ces différents rapports, la séquence se complète par l'activité présentée ci-dessous.

> *Compare les aires de ces quatre carrés (fichier QuatreCarres.agg) qui permettent de construire une suite semblable à celle-ci.*





> *Complète ensuite les fiches.*

Les figures et les flèches sur les fiches (figure 15) sont identiques, il n'y a que la signification des flèches qui change. Sur la fiche de gauche, la flèche signifie « Il faut ... carrés pour construire ce carré », sur la fiche de droite, la flèche signifie « Aire du carré = ... (rapport d'aire) du deuxième carré ». Lors du passage de la première fiche à la suivante, l'enseignant devra être attentif en classe à soutenir les élèves dans le lien à faire entre la question de la première fiche, qui porte sur des comparaisons d'objets, et celle de la deuxième, qui s'attache aux rapports d'aires. Nous rappelons que l'interface *Grandeurs* du logiciel ne permet pas de construire les carrés en se laissant guider par les observations des propriétés géométriques (par des constructions de formes par segments par exemple). Elle engage les élèves à construire les carrés par découpages et assemblages, soit en partant du carré le plus petit, soit en partant du plus grand. Les stratégies induites par le logiciel font percevoir quelles formes géométriques ont été ajoutées pour passer d'un carré à un carré plus grand, ou enlevées pour passer à un plus petit, ce qui facilite les comparaisons d'aires.

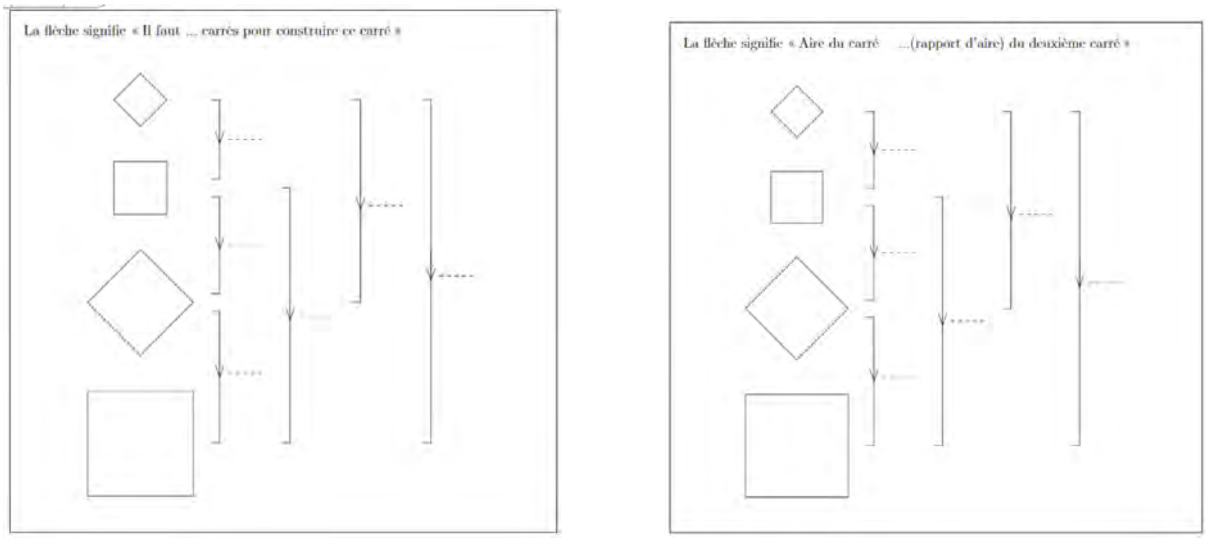


Figure 15. Fiches pour illustrer les différents rapports d'aires.

Tout le travail mené sur le logiciel via l'interface *Grandeurs* devrait permettre aux élèves de compléter ces différents rapports, ce qui les amène à visualiser notamment certaines fractions, en passant parfois par des fractions équivalentes. Il est alors possible de tirer les conclusions suivantes :

- en passant d'un carré à son voisin dans la suite, l'aire est multipliée (ou divisée) par deux ;
- les nombres obtenus dans les deux fiches sont inverses l'un de l'autre ;
- le rapport entre les aires de deux carrés peut s'exprimer par deux nombres inverses l'un de l'autre.

Un tableau récapitulatif est alors produit afin de rassembler ces différentes informations (figure 16).

↗	◇	□	◇	□
◇	1	2	4	8
□	$\frac{1}{2}$	1	2	4
◇	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2
□	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1

Figure 16. Tableaux des rapports d'aires des carrés de la suite

Le fait que les élèves semblent avoir davantage de facilités à construire des figures plus grandes à partir de plus petites dans l'environnement *Grandeurs* du logiciel, plutôt que l'inverse donne matière à réflexion quant à la construction des concepts liés aux fractionnements. Serait-il plus judicieux et plus respectueux des premières intuitions des enfants de commencer par assembler des copies d'une même figure plutôt que de tenter de la diviser pour en construire la moitié ou le quart ? Un prolongement naturel de cette activité, qui a été testé dans différentes classes de niveau CM1, consiste à s'appuyer sur tout le travail mené jusque-là pour amener la comparaison entre les longueurs des côtés de deux carrés successifs de la suite et à faire émerger l'existence d'un nombre, dont l'écriture décimale est illimitée non périodique (CREM, 2010). Dans cette recherche, la comparaison de grandeurs, sans recours à la mesure, est exploitée pour appréhender l'existence d'un nouveau type de nombres.

La séquence d'apprentissage présentée lors de l'atelier est composée de différents modules qui peuvent être exploités pour certains indépendamment des autres. La proposition soumise ensuite aux participants, après avoir vécu la séquence d'apprentissage, a été de réfléchir à l'agencement d'autres activités, afin de créer une séquence d'apprentissage à partir de différents modules présents sur le site https://agmobile.crem.be/ ou bien de s'intéresser à un retour d'expérience d'une autre séquence, qui a eu l'occasion d'être davantage testée dans les classes avec la nouvelle version d'*Apprenti Géomètre*. C'est la deuxième proposition qui a été choisie par les participants.

VI - COMPARAISON D'AIRES - RETOURS D'EXPÉRIMENTATIONS

Cette partie rend compte d'une série d'expérimentations qui ont été menées en 2023 dans une trentaine de classes de la région wallonne en Belgique, dans le cadre d'un vaste projet de la FWB[7] pour lutter contre l'échec scolaire. En participant à ce projet, le CREM poursuivait plusieurs buts. Tout d'abord diffuser le plus largement possible auprès des enseignants du fondamental la version mobile de son logiciel Apprenti Géomètre, spécialement adaptée aux élèves les plus jeunes. Dans cet objectif, une équipe du CREM a proposé aux instituteurs et institutrices un accompagnement pour la prise en main du logiciel, mais a aussi proposé de les aider à implémenter dans leur classe une séquence d'apprentissage sur les comparaisons d'aires, facilement adaptable à des élèves de 3^{e} à 6^{e} primaire (CE2 à 6^{e}). L'équipe a ainsi été confrontée à des élèves de niveaux et d'acquis assez différents.

Plusieurs enseignants particulièrement motivés ont souhaité poursuivre la collaboration sur plusieurs plages horaires, permettant ainsi de tester l'activité dans son entièreté et d'en élaborer une forme plus aboutie en intégrant les résultats des observations.

Cette deuxième séquence d'apprentissage combine différents modules disponibles sur le site https://agmobile.crem.be/. Celle-ci introduit ou réactive la notion d'aire (selon le niveau des classes où elle est utilisée) et s'appuie sur les rapports d'aires pour introduire des écritures fractionnaires. Certains modules auraient pu être utilisés en amont de l'activité présentée ci-dessus, d'autres pourraient être utilisés en complément. En fin de primaire, les premiers modules ont servi à réactiver la notion d'aire tout en s'appropriant le logiciel et son fonctionnement. Les élèves ont découvert des stratégies de comparaison d'aire sans mesure tout au long de la séquence d'apprentissage. Les activités ont amené dans un premier temps les élèves à utiliser les termes de comparaison (plus grand, plus petit, égal). Dans un deuxième temps, les rapports d'aire ont été sollicités afin d'introduire les fractions. Finalement, les élèves ont investi ces stratégies pour installer les notions de fractions équivalentes et les opérations sur les fractions.

La première fiche propose aux élèves de s'intéresser à la comparaison de deux figures. Les fichiers *AGmobile* sont disponibles en ligne en suivant « Réactivation » puis « Comparer deux figures ».

[7] Fédération Wallonie Bruxelles

Y a-t-il une figure plus grande que l'autre ? Explique comment tu as procédé pour le vérifier.

Sans être plus explicite, les élèves partent dans diverses directions. Certains comparent les hauteurs, d'autres les largeurs, d'autres encore les aires, etc. L'important est de faire émerger du vocabulaire et d'en arriver à l'importance de préciser le terme « grand ». Cette activité ayant été présentée aux élèves comme activité de découverte d'*Apprenti Géomètre mobile*, plusieurs ont demandé des règles graduées avant de se rendre compte que le logiciel permettait de comparer autrement que via la mesure. Les élèves sont très créatifs dans leurs justifications. L'un a fait remarquer que « la base du triangle est superposée sur la longueur du rectangle ». Sur base d'un autre agencement des figures, un élève a observé que « et ils ont même hauteur aussi » et que « il reste des parties ». Un élève a pour sa part utilisé un carré pour montrer que le rectangle occupait la moitié et le triangle moins de place que cette moitié (figure 17).

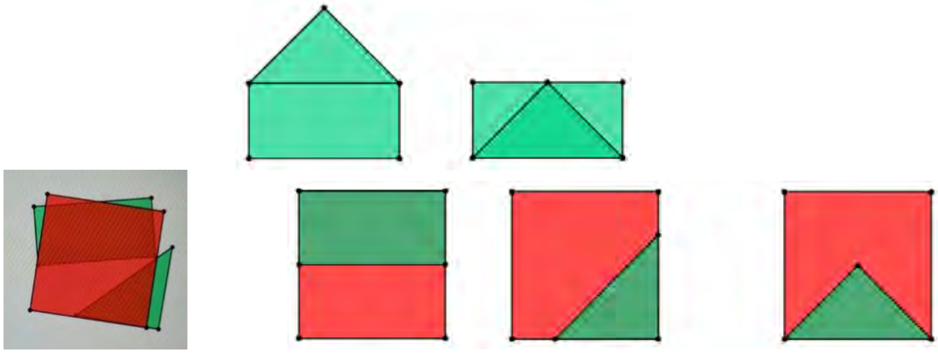
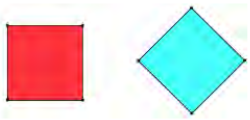


Figure 17. Représentations d'élèves pour répondre à la question

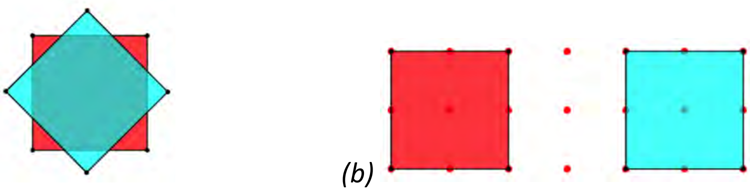
Toutes les propositions permettant de répondre à la question de départ volontairement imprécise, on s'accorde avec les élèves pour préciser la question pour la suite de l'activité et pour s'intéresser dorénavant à la comparaison des *aires* des figures. Avant cette mise au point, cette question assez vague a permis de repérer les élèves qui comparent spontanément les aires et ceux qui comparent des longueurs, largeurs ou hauteurs.

La suite de l'activité s'intéresse à comparer les aires, dans un premier temps, par superpositions ou juxtapositions. Voici les deux figures auxquelles propose de s'intéresser la deuxième fiche.

Y a-t-il un carré qui a une aire plus grande que celle de l'autre ? Explique comment tu as procédé.



Il suffit de faire tourner l'un des deux carrés pour observer qu'ils se superposent parfaitement. Pourtant, plusieurs propositions d'élèves ont émergé, dont l'une incorrecte. Sur base de la figure 18a, l'élève a soutenu que la figure bleue était « plus grande car elle dépasse ». C'était sans remarquer que le carré rouge dépassait également. Certains élèves se sont raccrochés à la mesure en utilisant l'outil « grille » du logiciel (figure 18b). Ils ont ainsi vérifié que les carrés avaient tous deux un côté de deux unités de longueur.

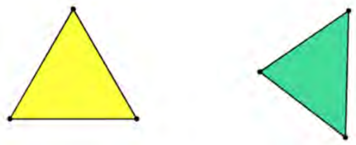


(a) *(b)*

Figure 18. (a)Glissement d'un carré sur l'autre ; (b) Utilisation de la grille

La fiche suivante complexifie la comparaison au vu du placement initial des figures.

Y a-t-il un triangle qui a une aire plus grande que celle de l'autre ? Explique comment tu as procédé.



La figure 19 illustre différents essais des élèves. Seul le dernier agencement des triangles convainc parfaitement tous les élèves.

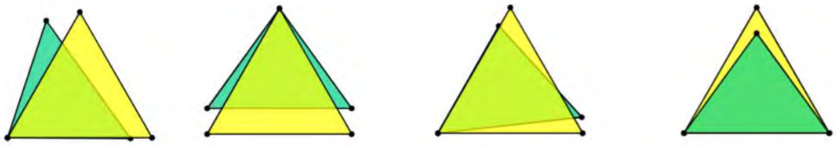


Figure 19. Agencements des deux triangles

Certains élèves aiment revenir à leurs formules si rassurantes en utilisant à nouveau une grille pour vérifier l'égalité des longueurs de base et comparer la hauteur des triangles (figure 20).

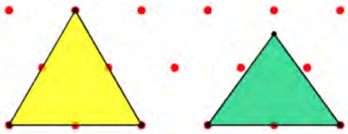


Figure 20 : utilisation de la grille triangulée pour comparer les triangles

Tout ce travail se déroulant uniquement sur l'ordinateur, un espace est réservé sur les fiches élèves pour y garder une trace des manipulations réalisées à l'écran. La figure 21 en donne un exemple. On institutionnalise alors sur le fait que, si une figure est complètement incluse dans une autre, son aire est plus petite.

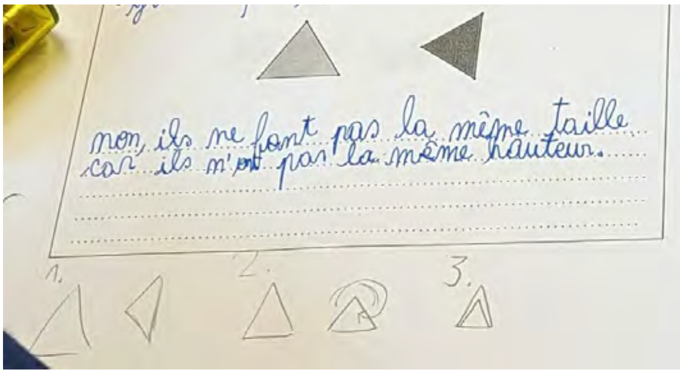
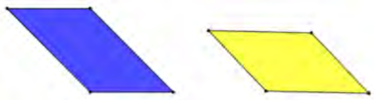


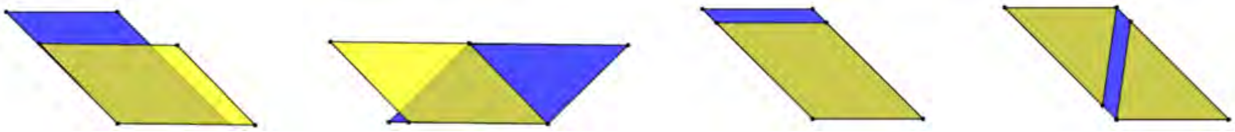
Figure 21. Trace des manipulations d'une élève à l'écran

La fiche proposée par la suite rend les manipulations sur *Apprenti Géomètre mobile* plus complexes, mais a amené à une richesse de stratégies de la part des enfants. Les participants se sont prêtés au jeu et cette comparaison leur a donné du fil à retordre afin d'intégrer entièrement l'un des parallélogrammes dans l'autre.

Y a-t-il un parallélogramme qui a une aire plus grande que celle de l'autre ? Explique comment tu as procédé.



La figure 22 présente plusieurs configurations proposées par les participants et élèves. La figure 22a n'a pas suffi aux élèves pour affirmer qu'un parallélogramme était de plus grande aire. La figure 22b a permis à un élève de 6e de répondre à la question car il a observé que, pour une même hauteur, une des bases était plus petite. En retournant le parallélogramme jaune comme à la figure 22c, on arrive à superposer les deux figures, ce qui permet de répondre à la question sans même faire intervenir la connaissance de formules. La dernière illustration (figure 22d) permet d'atteindre cette même conclusion, après différents essais et découpes du parallélogramme.



(a) (b) (c) (d)

Figure 22. Configurations proposées par les élèves pour comparer les parallélogrammes

Pour certains élèves, on retrouve de nouveau l'utilisation rassurante de la grille pointée (figure 23).

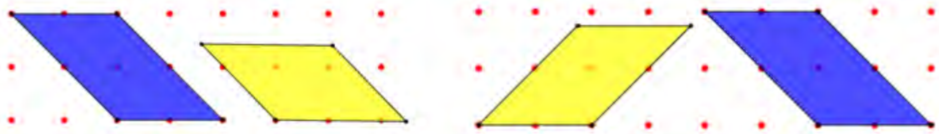


Figure 23. Grille pointée pour comparer les parallélogrammes

Et, lorsque la grille n'est pas utilisée, des élèves de cycle 4 utilisent d'autres outils afin de visualiser clairement la différence de hauteurs des parallélogrammes comme sur la figure 24.

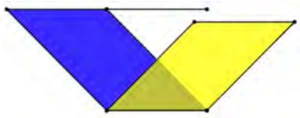
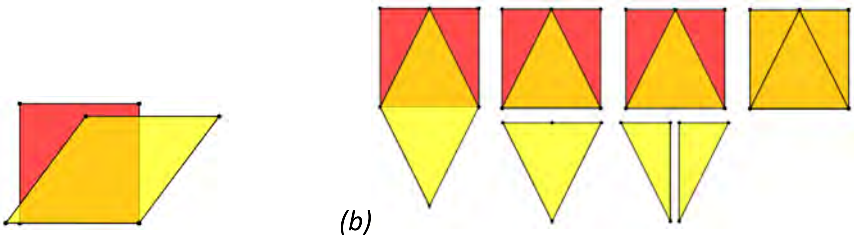


Figure 24. Visualisation de la différence de hauteurs des parallélogrammes

Une dernière fiche propose de comparer deux figures particulières.

Y a-t-il une figure qui a une aire plus grande que celle de l'autre ? Explique comment tu as procédé.

Une simple superposition ne permet pas de voir quelle figure a la plus grande aire (figure 25a). Une superposition judicieuse suivie de plusieurs découpes permet de remarquer l'égalité des aires (figure 25b). On institutionnalise alors le fait que si deux figures sont composées des mêmes « morceaux », elles sont de même aire.



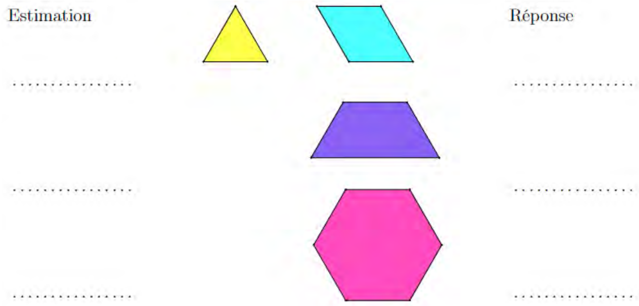
(a) (b)

Figure 25. (a) Superposition des figures ; (b) Découpes jusqu'à la superposition

Tout ce travail de comparaison d'aires est mené notamment afin d'avoir les démarches et outils appropriés pour comparer les aires de figures particulières. La suite de la séquence s'intéresse en effet aux rapports d'aires qui existent entre les figures de la fiche ci-dessous.

De combien de triangles équilatéraux as-tu besoin pour paver les figures de droite ? Écris ci-dessous, pour chaque ligne, ton estimation.

Sur le logiciel, vérifie ton estimation en effectuant le pavage des figures de droite à partir de copies du triangle équilatéral. Note ensuite ta réponse.



Si les élèves rencontrent la notion de pavage pour la première fois, une brève mise au point s'avère nécessaire. Dans un pavage, la figure à paver doit être exactement recouverte par les « pavés » sans que ceux-ci ne se chevauchent. Deux autres fiches similaires sont proposées : l'une dans laquelle le triangle équilatéral est remplacé par le triangle isocèle de la même famille, l'autre où il est remplacé par le triangle rectangle de cette même famille (voir les triangles en question figure 26). Pour chacune d'elles, il est possible de compléter les deux tableaux (figure 26), après la manipulation des figures sur le logiciel (copies de figures, glissements, rotations ou retournements). Dans le tableau de gauche, les élèves synthétisent le nombre d'exemplaires de figures pleines dont ils ont eu besoin pour paver les figures vides. Pour remplir le tableau de droite, ils déduisent un rapport d'aire entre chaque couple de figures.

Il faut ... figures pleines pour paver une figure vide.					L'aire de la figure pleine vaut $\frac{...}{...}$ de l'aire de la figure vide.				
Figures vides / Figures pleines	△	▱	⏢	⬡	Figures vides / Figures pleines	△	▱	⏢	⬡
▲	1	2	3	6	▲	$\frac{1}{1}=1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
▴	3	6	9	18	▴	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
◣	2	4	6	12	◣	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

Figure 26. Tableaux complétés suite aux recherches menées par les élèves pour répondre aux questions des fiches présentées ci-avant

Tout en restant dans le domaine des grandeurs (et non des mesures) on amène les élèves à effectuer des comparaisons sous forme de nombres. Cette réflexion menée pas à pas amène les élèves à tisser des liens entre les différents rapports d'aires.

Certains pavages se révèlent fastidieux et délicats. Par exemple, il faut 18 triangles isocèles pour paver l'hexagone. Une solution pour travailler de manière plus efficace est de repérer des groupements. Par exemple, les élèves pourraient reconstruire le triangle équilatéral avec trois triangles isocèles et les copier ensuite en une fois pour paver les figures en ayant utilisé l'outil *Grouper*. De là, des élèves visualisent d'autres régularités et peuvent effectuer des groupes de groupes pour faciliter le pavage des figures d'aires plus grandes. Par exemple, il faut deux trapèzes pour paver un hexagone (figure 27).

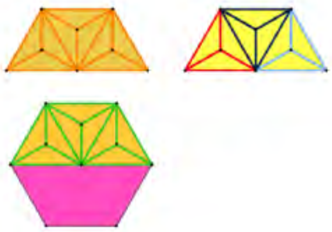


Figure 27. Groupements de triangles pour faciliter le dénombrement

Ces observations font émerger des stratégies pour remplir le tableau plus rapidement. Ces tableaux de nombres qui en résultent et leur structure sont ainsi eux-mêmes porteurs de nouveaux apprentissages. Les rapports inverses sont clairement illustrés, mais des rapports de proportionnalité peuvent également être travaillés à travers cette activité (figure 28).

Il faut ... figures pleines pour paver une figure vide.

Figures vides / Figures pleines				
	1	2	3	6
	3	6	9	18
	2	4	6	12

×3 ×2 ×2 ×3 ×3 ×2 ×6

Figure 26. Rapports de proportionnalité

Ces séquences illustrent les propos que Nicolas Rouche tenait déjà en 1994 :

> *[…] il faut enseigner les grandeurs dans les écoles maternelles et primaires. […] Il faut faire vivre et comprendre aux élèves l'essentiel des phénomènes familiers liés à la comparaison de deux grandeurs de même espèce, à l'addition des grandeurs, à leur multiplication et leur division par un nombre naturel. Ces phénomènes sont plus nombreux qu'on le croirait de prime abord.* (Rouche, 1994, p. 26)

VII - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 9(3), p. 309-336.

CREM (2003). *Apprenti Géomètre, Grandeurs, fractions et mesures*, Nivelles : CREM.

CREM (2007). *Impact du logiciel « Apprenti Géomètre » sur certains apprentissages*, Nivelles : CREM.

CREM (2010). *L'apprentissage et l'enseignement des nombres décimaux*, Nivelles : CREM.

CREM (2023). *Apprenti Géomètre mobile* (ressource en ligne). Url : https://ag.crem.be/

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 7(2), 5-31.

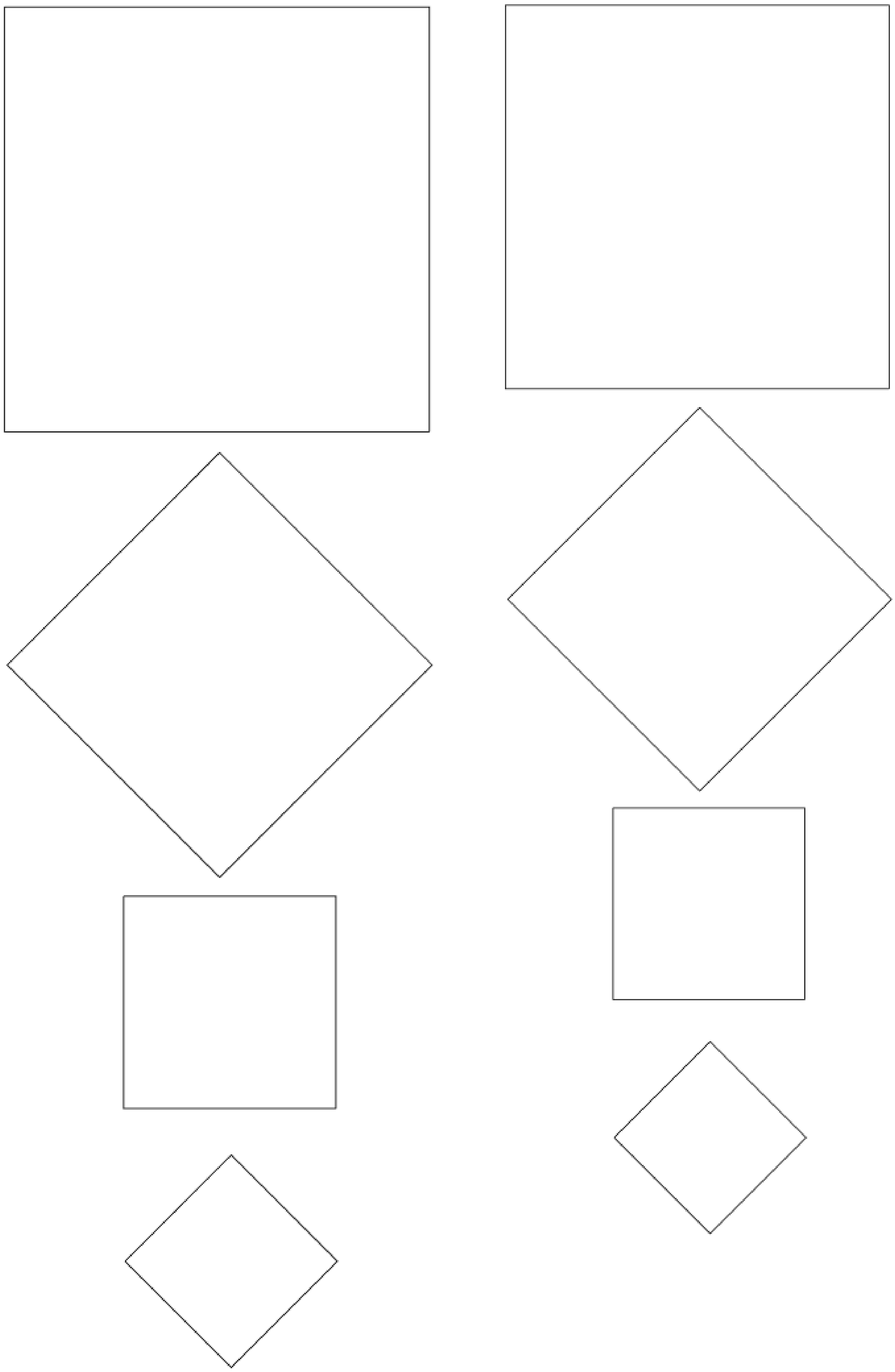
Papert, S. (1993). *Mindstorms : children, computer and powerful ideas.* ISBN 978-0465046744

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Rouche, N (1994). Qu'est-ce qu'une grandeur ? Analyse d'un seuil épistémologique, *Repères-IREM*, n°15, p. 25-36.

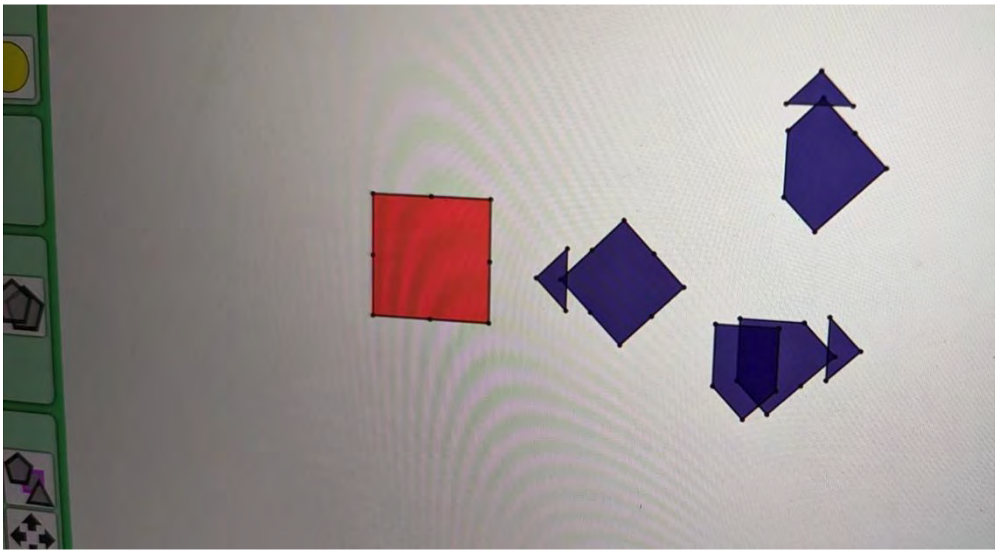
Rouche, N. (2006). *Du quotidien aux mathématiques (1). Nombres, grandeurs, proportions*. Paris : Ellipses.

ANNEXE 1 (CARRÉS DE PAPIER)



ANNEXE 2 - TRAVAUX PARTICIPANTS : CRÉATION CARRÉS

Illustration du travail fastidieux de la construction du carré de dimensions plus petites : il est possible de découper uniquement un morceau à la fois (tel un coup de ciseaux qui passe par deux côtés d'un morceau de papier), et les milieux des côtés sont à reconstruire après chaque découpe.



CONCEVOIR ET UTILISER DES AFFICHES MATHÉMATIQUES EN CLASSE POUR S'ADAPTER À LA DIVERSITÉ DES ÉLÈVES. QUELS ENJEUX DE FORMATION ? PRÉSENTATION D'UN SCÉNARIO MIS EN ŒUVRE EN FORMATION INITIALE.

Stéphane GINOUILLAC
MCF, INSPÉ de l'Académie de Versailles, UVSQ
Laboratoire LMV, UVSQ
stephane.ginouillac@uvsq.fr

Stéphanie LE NORMAND
Professeur des Écoles, PEMF, INSPÉ de l'Académie de Versailles, UVSQ
stephanie.lenormand@ac-versailles.fr

Résumé
Nous présentons un scénario de formation que nous avons mis en œuvre en formation initiale, portant sur la conception d'affiches didactiques en mathématiques à destination des élèves du premier degré. Concevoir une affiche nécessite d'identifier son contenu et sa mise en forme, mais aussi le public auquel elle s'adresse, les besoins qu'elle cherche à prendre en charge et les usages que l'on veut en faire. L'élaboration d'une affiche didactique engage ainsi nécessairement une réflexion sur la diversité des élèves, celle de leurs besoins et celle des aides que l'on peut apporter. Travailler sur ce thème en formation nous semble une entrée intéressante pour articuler des réflexions sur les contenus mathématiques, sur leur mise en forme, sur les enjeux professionnels et sur la diversité des publics. Nous présentons les enjeux que nous voyons à travailler sur les affiches didactiques en formation, puis des pistes de propositions pour le faire, issues notamment d'un précédent atelier de la Copirelem, et enfin le scénario de formation que nous avons élaboré et expérimenté en formation initiale.

I - INTRODUCTION

Il suffit d'entrer dans des salles de classe du premier degré, que ce soit en maternelle ou en élémentaire, pour observer que leurs murs sont fréquemment couverts d'affiches. Celles-ci peuvent répondre à des enjeux divers, d'ordre administratif (règlements, consignes de sécurité), organisationnel (emplois du temps, tableaux de responsabilités), décoratif (présentant des images attrayantes ou culturelles), mais aussi d'ordre didactique (pouvant présenter notamment des travaux ou productions d'élèves, ainsi que des savoirs ou des éléments d'apprentissages à retenir). Ces dernières permettent de formuler, représenter, partager, communiquer, voire parfois interroger ou problématiser des savoirs disciplinaires. Elles présentent de grandes variétés dans leurs contenus, leurs modes de production (produites par les enseignants, par les élèves, issues du commerce, etc.), leurs mises en forme, les usages qui en sont faits ou encore les besoins auxquels elles cherchent à répondre. Nous nous intéressons ici à celles d'entre elles qui présentent des mathématiques et des sciences, que nous appellerons simplement dans la suite « affiches didactiques », en reprenant la proposition de terminologie de Dufour (2016, p. 168)[1].

[1] Cette chercheure introduit successivement plusieurs dénominations pour désigner les affiches, sans spécifier les différences entre ces propositions : « affiches pédagogico-didactiques » (p. 89, 90), « affiches à fonction didactique » (p. 104, 122, 126, 207, 330), « affichage pédagogique et didactique » (p. 106), « affichages didactiques » (p. 366, 337, 384) et enfin « affiches didactiques » (p. 168, 170, 193). Nous retenons ici cette dernière proposition par souci de concision.

Ces affiches sont souvent conçues comme un moyen d'aider les élèves à apprendre. Il nous semble que, ce faisant, elles constituent aussi un moyen d'aider les enseignants à enseigner. Réfléchir à leur conception et leur utilisation dans les classes conduit à engager les enseignants et futurs enseignants à réfléchir aux aides qu'ils peuvent apporter aux élèves. Cette réflexion nécessite d'identifier le public auquel on s'adresse, la nature de ses besoins, l'identification de ceux auxquels on cherche à répondre, voire l'évolution que l'on peut prévoir de ces besoins au cours du temps, les usages et les pratiques pédagogiques que l'on veut mobiliser. Concevoir une affiche didactique engage ainsi de façon incontournable une réflexion sur la diversité des élèves et celle de leurs besoins, qui rejoint de façon centrale le thème du colloque de cette année : « Mathématiques et diversité à l'école : aider les élèves, accompagner les professeurs ». Ces premières observations conduisent immédiatement à un certain nombre de questions. Qu'est-ce que cela change de présenter des savoirs mathématiques sous la forme d'une affiche plutôt que sous celle d'un texte ? Quelles sont les compétences sémiotiques, symboliques, langagières, mathématiques, que ce support nécessite pour les produire, pour les utiliser ou pour les lire, que ce soit du côté des enseignants ou des élèves ? Comment ces compétences se construisent-elles ? Est-il possible de les développer en formation, et si oui comment ? Quels sont les besoins de formation que l'on peut identifier, et les moyens que l'on peut mettre en œuvre pour y répondre ?

Nous présentons un module de formation sur ce thème que nous avons expérimenté en formation initiale (en M1 MEÉF) au cours de deux années successives. Ce module vise à faire travailler les étudiants sur la conception et la production d'affiches didactiques dans deux disciplines, en mathématiques et en sciences. La conception de ce module s'appuie de façon très importante sur les réflexions issues d'un précédent atelier lors d'un colloque de la Copirelem (en 2017), qui avait produit de nombreux apports et propositions, à la fois sur les plans théoriques et pratiques, mais pour lequel la diversité même des directions prises et des pistes envisagées avaient rendu difficile d'en élaborer alors une synthèse. Le module que nous présentons s'appuie sur l'ensemble des réflexions qui avaient été produites dans cet atelier, qui nous ont fourni un important appui théorique, dans un contexte où les ressources disponibles sur le thème des affiches didactiques sont de fait peu nombreuses. Le module que nous avons conçu représente en quelque sorte une concrétisation et une mise en œuvre des idées qui avaient été émises alors, qui étaient à ce moment-là des pistes virtuelles. De fait, c'est l'expérience issue de cette mise en œuvre et de son analyse qui nous permet d'apporter aujourd'hui du recul et de proposer une synthèse de ces apports, en nous appuyant sur la façon dont nous avons pu les concrétiser et les mobiliser en formation. Enfin ce compte-rendu présente une autre particularité. À la suite d'un accident, la personne qui rédige ce compte-rendu n'a pas été en mesure d'animer l'atelier, ce qui limite malheureusement la restitution que nous pouvons faire des apports des participants.

Après avoir présenté des éléments qui nous semblent souligner des enjeux et besoins de formation autour des affiches didactiques (II), nous réalisons une synthèse des apports de l'atelier de 2017, qui ont servi d'inspiration et de support à ce travail (III). Nous présentons ensuite une réflexion qui correspond à la première étape du scénario de formation. Elle vise à dégager des variables didactiques et des éléments qui correspondent à l'analogue d'une fiche de préparation pour les affiches didactiques (IV). Nous présentons enfin l'organisation générale du scénario de formation que nous avons mis en œuvre (V), puis certains éléments plus précis de ce scénario, notamment des éléments de protocoles qui nous semblent importants dans la mise en œuvre des différentes séances (VI).

II - DES RAISONS DE TRAVAILLER LES AFFICHES EN FORMATION

Nous commençons par souligner un certain nombre d'éléments relatifs aux affiches didactiques qui, selon nous, se dégagent des besoins de formation, et sans doute aussi des besoins de recherche. Ces éléments nous semblent faire apparaitre un certain nombre de points de tensions que l'on peut résumer de la façon suivante. Les affiches représentent des supports qui sont très présents dans les classes du premier degré, et pour lesquels on peut observer une diversité d'usages et de pratiques (II. 1). Elles présentent des apports importants pour les enseignants, notamment dans leur contribution au processus d'institutionnalisation (II. 2). Leur utilisation est par ailleurs recommandée, voire parfois prescrite, par certaines ressources, qu'il s'agisse de ressources pédagogiques ou institutionnelles (II. 3). Pour autant, les affiches présentent des spécificités qui nous semblent porter à la fois des potentialités et des difficultés spécifiques (II. 4). Celles-ci sont renforcées par le fait que les enseignants peuvent rarement s'appuyer sur des compétences acquises dans leur scolarité antérieure, dans la mesure où la lecture ou la production d'affiches sont peu travaillées dans les cursus scolaires ou universitaires (II. 5). Les enseignants gagneraient ainsi à disposer d'accompagnements et de ressources pour les aider à s'emparer de ces supports en tenant compte de leurs spécificités. Pourtant, on constate une rareté des ressources disponibles sur ce thème, que ce soit pour la classe, pour la formation, comme de résultats de recherches (II. 6). Les enseignants se retrouvent ainsi face à un support qu'ils utilisent, qui présente un intérêt certain, dont l'usage est préconisé par l'institution, mais qui soulève des difficultés spécifiques et pour lequel on observe une rareté de ressources. L'ensemble de ces éléments nous a incité à travailler sur les affiches didactiques en formation, qu'elle soit initiale ou continuée, et à souligner l'intérêt qu'il y aurait à disposer d'un plus grand nombre de résultats de recherche.

1 Une présence généralisée associée à une diversité d'usages et de pratiques

On peut commencer par un premier constat empirique. Les affiches didactiques sont présentes dans un grand nombre de classes du premier degré, et sont associées à une grande variété de contenus, de formes et d'usages. Il suffit d'entrer dans des classes pour observer cette variété, qui peut aller dans ses limites extrêmes d'une absence totale ou quasi-totale à des murs entièrement couverts d'affiche, la plupart des classes se situant entre les deux. Une diversité aussi importante peut être observée au niveau des contenus, des mises en forme, des enjeux pris en charge ou des usages qui en sont faits. Si les résultats de recherche manquent pour dépasser ces remarques empiriques, notamment du côté des mathématiques, on peut indiquer au moins les travaux de Dufour (2016), qui a observé les pratiques relatives aux affiches d'une dizaine d'enseignants, dans une perspective qui vise une comparaison entre disciplines et entre pratiques pédagogiques, mais sans se centrer de façon spécifique sur les mathématiques.

2 Des apports dans le processus d'institutionnalisation

Parmi les nombreux intérêts que les affiches didactiques présentent pour les enseignants, nous souhaitons mettre en avant ce qu'elles apportent pour le processus d'institutionnalisation.

En suivant la présentation qu'en donne Allard (2015, pp. 17-53), l'institutionnalisation ne se limite pas à des moments ou éléments de présentation de savoirs (qu'elle appelle des « expositions de connaissances »), mais représente un processus, qui s'opère sur du temps long, et qui a pour enjeu de transformer progressivement les connaissances en savoirs en leur conférant des aspects « dépersonnalisés, décontextualisés, détemporalisés, formulés, formalisés, validés et mémorisés » (Allard, 2015, p. 12). Ce processus s'appuie sur plusieurs dimensions qu'elle pointe comme constitutives de ce processus, notamment des dimensions de textualisation, de publicisation, de dépersonnalisation, de détemporalisation et de décontextualisation des savoirs (Allard, 2015, pp. 23-47). Dans cette perspective, les affiches présentent des traces écrites, des expositions de connaissances, à la fois au sens de Allard (2015) et au sens propre, dans la mesure où elles sont effectivement exposées de manière publique dans les classes. Elles permettent d'articuler des dimensions cognitives (le contenu de l'affiche) à des dimensions sociales et collectives (l'affiche est partagée et publique), ce qui leur confère une place de choix dans le processus d'institutionnalisation. Elles prennent enfin en charge l'ensemble des dimensions indiquées par Allard : elles présentent des éléments de textualisation des savoirs (l'affiche repose un support écrit qui présente en général des éléments de texte) ; de publicisation (l'affiche est par nature publique) ; de dépersonnalisation (le contenu de l'affiche est mutualisé et partagé par un groupe) ; de détemporalisation (l'affiche perdure dans le temps et reste installée sur du temps long) ; de décontextualisation des savoirs (une fois installée, l'affiche peut être réactivée par d'autres personnes et dans d'autres contextes que ceux qui ont conduit à sa production). En ce sens, elles représentent des outils privilégiés dans le processus d'institutionnalisation.

3 Des incitations et préconisations institutionnelles

Probablement en lien avec les deux points précédents, un nombre important de ressources n'hésitent pas à présenter des incitations, voire parfois des injonctions, à utiliser des affiches didactiques. Il peut s'agir aussi bien de ressources pour la classe (manuels) que de ressources institutionnelles (par exemple les *Guides fondamentaux pour enseigner* présentés par le ministère sur le site *Éduscol*). Ces documents présentent alors souvent l'utilisation des affiches comme une compétence « allant de soi », qui est le point que nous souhaitons ici interroger.

Du côté des ouvrages pédagogiques, nous ne prendrons qu'un seul exemple, extrait d'une ressource fréquemment recommandée en formation. L'ouvrage ERMEL CM1 (2005, pp. 255-256) propose les six étapes suivantes pour la résolution des problèmes complexes : appropriation de la situation, recherche individuelle, rédaction, exploitation, reprise de la rédaction, réinvestissement ou travail différencié. Les auteurs concluent la troisième étape (rédaction) de la façon suivante :

> *Rédaction : (…) Chacun rédige sa solution du problème sur feuille, sur transparent ou sur une affiche. Celle-ci doit être explicite, bien présentée, lisible et compréhensible par d'autres élèves. On a maintenant affaire à un écrit destiné à être rendu public.* (ERMEL, 2005, pp. 255-256)

On voit que, dans cet extrait, la production d'une affiche est présentée comme un outil de communication disponible parmi d'autres, à la disposition des élèves, et dont les éventuelles difficultés de conception, de lecture ou de compréhension ne sont pas ici questionnées. Les élèves sont incités à y recourir comme à des feuilles, sans que la ressource propose une réflexion sur ses contraintes ou ses particularités, notamment organisationnelles, spatiales ou sémiotiques.

Du côté de l'institution, les ressources d'accompagnement des programmes de 2015 vont plus loin et vont presque jusqu'à des injonctions à employer des affiches en classe. On retrouve des préconisations formulées de façon presque identique dans les trois *Guides fondamentaux pour l'enseignement* relatifs à l'école élémentaire, que ce soit celui pour le CP (MÉN 2021a), le Cours Moyen (MÉN, 2022) ou l'école maternelle (MÉN, 2023). On peut souligner qu'à l'inverse, on ne retrouve aucune occurrence du terme « affiche » dans le guide similaire pour le collège (MÉN, 2021b), comme si pour les auteurs de ces ressources les affiches représentent un support et un objet didactique spécifique de l'école primaire. Le *Guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP* (MÉN, 2021a), par exemple, présente les préconisations suivantes :

> *L'affiche constitue un écrit de référence du vécu commun de la classe : il doit être lisible, clair et succinct. (...) Pour l'élève, l'affiche fournit un point d'appui, un aide-mémoire des procédures de raisonnement et un modèle. Pour le professeur, elle constitue un support pour formaliser, guider le raisonnement des élèves, et favoriser les analogies avec les problèmes antérieurs. Elle constitue une référence dans les phases d'entrainement (« c'est comme le problème de... »). (…) Enfin, l'affichage de classe évolue au cours de l'année : dans les deux premières périodes, les affiches sont présentes pour guider les élèves dans l'acquisition de la démarche de résolution des problèmes. En cours d'année, il conviendra de les compléter ou de les faire évoluer.* (MÉN, 2021, MÉN, 2021a, p. 101).

On voit qu'ici l'affiche didactique est présentée comme un élément quasi indispensable en classe. Le *Guide* indique à la fois les usages que doivent en faire les élèves et les enseignants, présente les affiches comme un écrit de référence quasiment nécessaire pour les élèves, et y ajoute une demande d'évolution sur l'année. En revanche, là non plus, les dimensions sémiotiques ou organisationnelles spécifiques du support ne sont pas questionnées. Le *Guide* précise que l'écrit en question « doit être lisible, clair et succinct », mais il ne dit pas comment y parvenir sur une affiche, et n'interroge pas les difficultés ou les contraintes spécifiques que ce support peut présenter.

De façon semblable, les deux *Guides* similaires pour le cycle 3 (MÉN, 2022) et la maternelle (MÉN, 2023) reprennent essentiellement les mêmes phrases à peu de différences près. On retrouve à chaque fois le fait que l'affiche constitue un écrit de référence du vécu de la classe ; la demande de clarté, de concision et de lisibilité ; le fait que l'affiche représente un point d'appui et un aide-mémoire pour les élèves, ainsi qu'un support permettant de formaliser et de favoriser les analogies pour l'enseignant ; et enfin la demande que les affiches évoluent sur l'année (MÉN, 2022, p. 101, p. 107 ; MÉN, 2023, pp. 109-110).

4 Un support présentant des contraintes, potentialités et difficultés spécifiques

Pour notre part, au contraire, il nous semble que le support « affiche » présente de nombreuses spécificités qui mobilisent des compétences particulières, que ce soit pour les produire, pour les utiliser et pour les lire, et qu'on ne peut pas réduire la production d'une affiche aux compétences qui permettent la production d'un texte. Cette conviction était au point de départ de la conception du module d'enseignement que nous présentons ici, et les échanges vécus dans ce cadre avec les étudiants l'ont également confirmé. On peut ajouter que la nature du support présente à la fois des potentialités et des contraintes spécifiques, qu'il faut apprendre à identifier dans les deux cas pour s'en emparer.

De fait, une affiche se distingue d'un texte par de nombreuses dimensions, et nous nous limiterons ici à pointer les plus saillantes. La première est certainement la nature bidimensionnelle du support, qui se distingue radicalement de la linéarité d'un texte. Les affiches engagent une organisation matérielle de l'espace, qui correspond à des questions spécifiques de mise en forme. Celle-ci peut s'appuyer sur des dispositions en lignes ou en colonnes, des encadrés, des blocs, etc. L'organisation peut contribuer à faire apparaitre des mises en relation, qui peuvent correspondre à des analogies, des comparaisons, ou au contraire des confrontations ou des oppositions. L'organisation spatiale engage aussi en général des éléments de hiérarchisation. Concevoir une affiche nécessite ainsi à la fois des compétences de pensée d'un espace en deux dimensions, de hiérarchisation et de communication. Les affiches s'appuient également de façon fondamentale sur des dimensions visuelles et combinent souvent des éléments qui relèvent de différents registres de présentation. Elles peuvent articuler textes, images, symboles, codages, etc. Elles peuvent mobiliser différentes formes de symbolismes ou de codages, qui peuvent être portées par des éléments typographiques (couleurs, polices et tailles de caractères, etc.), organisationnels ou spatiaux (partition de l'espace, encadrés, tableaux, etc.) ou symboliques (flèches). Concevoir une affiche nécessite ainsi des compétences de pensée visuelle et d'illustration. Enfin, en relation avec ce qui précède, les affiches recourent plus souvent à l'utilisation d'exemples ou de cas emblématiques ; et en tous cas l'utilisation et le rôle des exemples ne répondent pas aux mêmes enjeux et n'occupent pas la même place sur une affiche que dans un texte.

Du côté des contraintes, l'affiche impose un cadre restreint et défini à l'avance, qui conduit également à des questions spécifiques. La taille limitée du support, associée à la demande fréquente de pouvoir être lue de loin, et parfois aussi à celle de pouvoir être appréhendée rapidement, conduisent à devoir opérer des choix, définir des priorités, hiérarchiser. On est ainsi amené à établir une sélection des contenus présentés (on ne peut pas tout dire) ainsi qu'une hiérarchisation des contenus retenus (tout n'a pas la même importance), qui peut passer par des choix d'emplacements, de tailles de caractères, de couleurs, de fléchages, d'encadrés, etc. Il est également nécessaire de rechercher des modes de formulations synthétiques, ce qui engage des questions spécifiques en matière de textualisation et de hiérarchisation. L'élaboration d'une affiche pose ainsi de nombreuses questions complexes : que choisir de dire ? De ne pas dire ? De montrer ? Sous quelle forme ? Quels registres sémiotiques retenir ? Comment articuler les éléments présentés ? Les affiches présentent ainsi à la fois des potentialités et des contraintes spécifiques, qui les distinguent de façon importante des compétences liées à la production et à la lecture de textes.

L'élaboration d'une affiche nécessite de montrer, présenter, illustrer, formuler, mais aussi sélectionner, hiérarchiser, synthétiser, et enfin comparer, articuler, organiser. On peut ajouter que ces questions, que nous adressons ici aux formateurs, se posent de la même façon aux enseignants lorsqu'ils souhaitent (conformément aux recommandations des ressources) engager leurs élèves à produire eux-mêmes des affiches. Il y aurait certainement intérêt à disposer de plus de résultats sur ces questions, notamment issus de recherche, pour analyser plus profondément les compétences mobilisées et les besoins auxquels elles peuvent correspondre en termes de formation.

5 Des compétences généralement peu travaillées dans les études antérieures

Les compétences spécifiques relatives à la lecture et la production d'affiches nous semblent en revanche peu présentes dans les parcours scolaires antérieurs, que ce soit au niveau du second degré (collège, lycée) ou des premiers cycles universitaires (licences), qui privilégient souvent des compétences liées à la lecture, l'analyse et la production de textes (dissertation, résumé, synthèse, rédaction de raisonnements, démonstration, etc.). Des évolutions récentes ont conduit à développer, à côté des compétences de l'écrit, un apprentissage plus approfondi de celles liées à l'oral et au langage oral ; mais il nous semble que les compétences spatiales, sémiotiques et visuelles associées aux affiches relèvent encore d'une autre catégorie, et qu'elles restent *a priori* peu travaillées dans les études scolaires et universitaires. On peut comprendre que ces compétences puissent ne pas constituer des enjeux pour tous les corps de métiers. Mais dans ce cas, comment et quand les enseignants, qui eux en ont besoin pour le leur, peuvent-ils les développer ? Nous avons de fait pu observer, dans le cadre du module que nous avons mis en place, que les étudiants étaient en général « vierges » de tout travail et de toute connaissance antérieurs relatifs à la production d'affiches, que ce soit à des niveaux techniques ou théoriques. Cette situation présente un effet intéressant dans le cadre du module, dans la mesure où elle produit une homogénéisation visible des compétences des étudiants et une atténuation des différences liées à leurs parcours antérieurs. D'une certaine façon, sur le thème des affiches, les étudiants se retrouvent plus nettement à égalité, sans être aussi fortement différenciés par leurs niveaux d'acquisitions de compétences antérieures qu'ils ne le sont par exemple en mathématiques ou dans la maitrise de l'expression écrite ou orale. Ils y trouvent en général un élément confortable et qui se révèle bénéfique à exploiter en formation. Lors des travaux de groupe, ils se trouvent en effet confrontés aux mêmes nouveautés et aux mêmes difficultés, et se sentent plus facilement autorisés à partager leurs avis et leurs propositions.

6 Une rareté de ressources et d'études disponibles

Les affiches représentent donc un outil pédagogique largement présent dans les classes, intéressant pour les enseignants, préconisé par des ressources, mais qui présente des spécificités peu travaillées dans la scolarité antérieure. Cela conduit à penser que les enseignants gagneraient à disposer d'aides et de ressources pour les aider à appréhender leur usage. Pour autant, du moins d'après les recherches documentaires que nous avons effectuées, les ressources sont a priori très rares ou, a minima, si elles existent, elles ne sont certainement pas faciles à trouver. On peut d'ailleurs ajouter que d'autres que nous partagent aussi ce constat. Par exemple, Mourot (2017) parle de « ce support peu étudié, l'affiche didactique » (p. 120), tout en soulignant le contraste entre ce manque de ressource et « son omniprésence (…) dans l'environnement des élèves dès les plus petites classes » (id.).

Nous ne pouvons que témoigner pour notre part de la difficulté que nous avons eue à trouver des ressources sur ce thème, que ce soit dans des ouvrages pour la classe, dans la littérature professionnelle, dans les productions destinées aux formateurs, comme dans les travaux et revues de recherche. Pour concevoir le module que nous avons mis en œuvre, puis pour préparer cet atelier, et de nouveau pour rédiger ce compte-rendu, nous avons effectué des recherches bibliographiques, notamment dans les articles de la revue *Grand N*, dans les actes des précédents colloques de la Copirelem, à partir du moteur de recherche *Publimath,* dans les catalogues en ligne de bibliothèques universitaires, ou encore dans des revues de recherche, mais elles n'ont produit que peu de résultats.

On peut toutefois signaler, du côté de la recherche, deux travaux récents, même s'ils ne concernent pas directement la question des affiches didactiques en mathématiques. Le plus proche de notre perspective est le travail de Dufour (2016). Elle a étudié les usages et pratiques professionnelles relatives aux affiches de onze enseignants de l'académie du Nord-Pas de Calais, pour lesquels elle cherche à corréler les différences qu'elle observe avec les disciplines enseignées et les choix d'orientations pédagogiques des enseignants. Si son travail ne porte pas spécifiquement sur les mathématiques, il présente une première typologie de pratiques, ainsi que des questions que l'on peut se poser relativement aux affiches didactiques. De son côté, Mourot (2016, 2017a, 2017b) étudie la réception et l'appropriation des affiches par des élèves de maternelle, en s'interrogeant sur la façon dont les élèves de cet âge construisent la signification des systèmes sémiotiques portés par les affiches qui leur sont présentées. Elle souligne que les aspects symboliques, cognitifs et langagiers mobilisés par les affiches peuvent conduire les élèves à des interprétations différenciées qui peuvent devenir ensuite sources d'inégalités d'apprentissages, et ce dès la maternelle. Si cette étude du côté de la réception des affiches par les élèves semble *a priori* plus éloignée de nos questions sur leur production et leur utilisation par les enseignants, ces travaux mettent en évidence des difficultés sémiotiques liées aux affiches didactiques, et confirment que leur appropriation ou leur lecture ne sont pas des compétences aussi naturelles qu'on pourrait le supposer.

III - LES APPORTS DE L'ATELIER DE 2017

1 Une réflexion en appui sur un précédent atelier de la Copirelem

En l'absence de ressources sur les enjeux didactiques liés aux affiches, nous nous sommes appuyés de manière très importante, pour concevoir le module que nous présentons ici, sur les apports d'un précédent atelier qui avait eu lieu au colloque Copirelem de 2017 (Épinal). Cet atelier avait conduit à des échanges entre collègues qui avaient produit de nombreux éléments, à la fois théoriques et pratiques. La profusion des directions prises et des perspectives ouvertes avait rendu difficile alors l'élaboration d'une synthèse pour produire un compte-rendu. En revanche, quand nous sommes revenus à cette question en 2021 pour élaborer ce module pour la formation, ce sont les éléments produits lors de cet atelier qui ont servi de fondement à notre réflexion. D'une certaine façon, les deux ateliers de 2017 et de 2023 se répondent et forment un ensemble : l'atelier de 2017 a produit un espace d'exploration, ouvrant de nombreuses pistes possibles. Le module que nous avons conçu à partir de ces bases a permis de concrétiser la plupart d'entre elles, par le biais d'une mise en œuvre en pratique. L'expérience et le recul que nous en avons retirés nous permettent à présent d'y revenir et d'en présenter une synthèse qui n'était alors pas accessible.

Le colloque Copirelem de 2017 avait pour thème : « Manipuler, représenter, communiquer : quelle est la place de la sémiotique dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ? ». Dans ce cadre, l'un de nous (S. Ginouillac) avait proposé un atelier visant à présenter, puis analyser avec des collègues, une première expérimentation menée en formation sur les affiches didactiques, qui était d'une portée considérablement plus réduite que celle que nous présentons ici. Cet atelier avait produit une discussion ouverte entre collègues, qui avait apporté à la fois des réflexions théoriques, un nombre important de questions, et des pistes de propositions pratiques. Ces échanges s'étaient révélés extrêmement riches et certaines de ces perspectives s'éloignaient, voire pouvaient remettre parfois en question certains des éléments qui étaient au point de départ de cet atelier, tout en apportant de nombreuses ouvertures dans beaucoup d'autres directions.

2 Un point de départ : une première expérience mise en œuvre en 2015-17

Le point de départ de l'atelier de 2017 consistait à présenter, puis analyser avec des collègues, une première expérimentation, de portée limitée, qui avait été menée pendant deux ans en formation initiale d'enseignants du premier degré (en 2015-16 et 2016-17). Contrairement au module dont nous rendons compte ici, qui s'inscrit dans le cadre d'une unité d'enseignement spécifique, disposant d'un volume horaire spécifique, cette première expérimentation s'était déroulée dans le cadre du module d'enseignement de mathématiques, donc sans disposer véritablement d'heures pour la réaliser. Elle avait consisté à demander à des étudiants de première année (en M1 du master MEÉF) de remettre pour une évaluation de mathématiques un devoir individuel réalisé à la maison, portant sur un contenu mathématique de leur choix parmi ceux qui avaient été travaillés depuis la rentrée en formation, et qui devait être présenté sous la forme d'une affiche (et non pas sous celle habituelle d'un texte) visant à présenter ce contenu à l'intention d'eux-mêmes ou de leurs collègues. Il ne s'agissait donc pas d'une affiche à réaliser pour des élèves, mais pour des étudiants du master. Une fois évaluées, ces affiches étaient destinées à être affichées sur les murs de leur salle de classe habituelle. Les étudiants pouvaient choisir tout contenu pour lequel ils trouvaient intéressant qu'une affiche soit présente sur les murs de leur salle, ou qui les avait marqués et pour lequel ils trouvaient intéressant de produire une affiche. Au niveau formel, ces affiches devaient être réalisées en format A3 (qui est de fait un petit format pour une affiche), afin de permettre ensuite l'affichage de toutes les productions. Ils pouvaient choisir de la réaliser en format portrait ou paysage, manuscrite ou typographiée. Outre l'affiche elle-même, les étudiants devaient remettre également un texte d'une à deux pages indiquant les raisons pour lesquelles ils avaient choisi ce thème, les éléments qui leur semblaient importants à présenter à son sujet, et les choix qu'ils avaient réalisés pour élaborer leur affiche, à la fois en termes de contenus et de mise en forme. L'évaluation portait sur les éléments présentés dans ce document, la pertinence des choix effectués, la qualité de l'affiche elle-même, la cohérence entre les objectifs indiqués et les choix effectués. La deuxième année, la réalisation de ce travail avait été préparée par une séance de bilan en formation, dans laquelle les étudiants avaient produit collectivement une liste des contenus qu'ils avaient travaillés depuis la rentrée et sur lesquels ils pouvaient choisir de faire porter leur affiche. En revanche, ce travail, qui était à réaliser en-dehors des heures d'enseignement, n'avait été précédé ni accompagné d'aucun travail théorique sur des enjeux ou sur des compétences relatives à la conception d'une affiche. Cette expérimentation avait à la fois confirmé l'intérêt de travailler sur le support « affiches », et fait apparaitre des questions de fond, qui avaient conduit au besoin d'en échanger avec des collègues et à la proposition de cet atelier. En particulier, au-delà des questions de présentation et de formulation d'un contenu mathématique, qui étaient l'enjeu de cette évaluation, les affiches rendues faisaient apparaitre que ce travail mobilisait également d'autres compétences, notamment sémiotiques, qui intervenaient de fait dans l'évaluation, mais qui n'avaient pas été travaillées en formation. Ce constat s'accompagnait de l'hypothèse qu'en l'absence d'un travail spécifique en formation, les enseignants risquaient de ne pouvoir s'appuyer dans leur métier que sur des compétences personnelles, et qu'il pouvait y avoir un intérêt à travailler ce thème en formation. La question qui en découlait était alors de savoir comment.

3 Des échanges qui ont élargi le questionnement de départ de l'atelier

Les échanges qui se sont tenus ont dans une large mesure élargi le périmètre qui était prévu au départ pour l'atelier. Le déroulement initialement prévu était le suivant : après une présentation de l'expérimentation, l'atelier devait se poursuivre par une discussion sur les enjeux que les participants voyaient à travailler sur les affiches en formation, puis par une analyse collective des affiches qui avaient été produites par les étudiants. Conformément au thème du colloque de 2017, qui portait sur les dimensions sémiotiques de l'enseignement des mathématiques, l'objectif était en particulier d'analyser les ressources sémiotiques que les étudiants avaient mobilisées dans la production de leurs affiches. De fait, à côté de cet enjeu sémiotique dont les collègues ont par ailleurs confirmé l'importance, la discussion entamée au cours de la deuxième phase a rapidement pris le dessus et a fait apparaitre d'autres enjeux et d'autres dimensions qui n'avaient pas été prises en compte dans cette première expérimentation, ainsi que de nombreuses propositions qui pourraient permettre de le faire en formation. Au final, ces échanges ont produit plus de questions que de réponses, ont fait émerger de nouvelles perspectives qui élargissaient la façon dont les questions étaient posées, et ont produit de nombreuses pistes de mises en œuvre potentielles pour les travailler. La plupart de ces apports nous ont servi de point d'appui en 2021 et ont été intégrés dans le module que nous présentons.

4 Synthèse des apports de l'atelier de 2017

Le premier point est que les participants ont confirmé l'intérêt qu'ils voyaient à travailler sur les affiches didactiques en formation, qu'elle soit initiale ou continuée, ainsi que la limite, qui était à l'origine de la proposition de l'atelier, du fait d'évaluer des compétences qui n'avaient pas été travaillées auparavant en formation. Les participants ont alors réfléchi aux modalités qui permettraient de développer un travail similaire à celui qui était présenté, mais en visant cette fois un objectif de formation et non plus d'évaluation.

4.1 Envisager les affiches comme vecteurs d'une relation de communication

Le principal apport de cet atelier est probablement le suivant. Les participants ont pointé que, au-delà de l'objet matériel lui-même, dont on peut effectivement analyser le contenu et la mise en forme dans une approche sémiotique, une affiche didactique pour la classe représente aussi, et peut-être même d'abord, un média visant des enjeux de transmission et engagé dans une relation de communication. Ce point de vue conduit à s'interroger, au-delà du contenu présenté par l'affiche, aux personnes à qui elle est destinée, aux besoins auxquels elle cherche à répondre, aux enjeux qui lui sont associés et aux usages qui peuvent en être faits. Des participants ont ajouté qu'ils trouvaient difficile d'évaluer une affiche prévue pour un usage didactique sans disposer de ces informations, en soulignant qu'un même choix de contenu ou de mise en forme peut être adapté pour certains publics, certains besoins ou certains usages, et pas pour d'autres. D'autres ont ajouté que le statut éphémère de l'affiche, ainsi que l'évolution des apprentissages des élèves, renforcent encore cette difficulté : une affiche qui présente un intérêt ou une utilité dans une classe à un moment donné peut ne pas présenter la même pertinence dans une autre classe, ou dans la même classe à un autre moment, alors qu'il s'agit du même support et de la même affiche. Des participants ont proposé de distinguer ce qu'ils appelaient la « dimension sémiotique » de l'affiche (son contenu et sa mise en forme, engageant des questions de formulation et de formalisation) et sa « dimension instrumentale » (sa fonction d'outil, les enjeux qu'elle vise, les personnes qui l'utilisent, les usages qui en sont faits). La réflexion de l'atelier a alors conduit à proposer d'ajouter, à la détermination d'un contenu et d'une mise en forme des affiches, une identification de ses contextes de production et d'utilisation, en précisant notamment le public visé, les besoins pris en charge, les enjeux et les usages possibles. Cela conduit à opérer un déplacement, d'une affiche conçue comme un objet matériel que l'on peut étudier pour lui-même (l'affiche conçue comme un artefact), vers une réflexion la considérant comme un outil de médiation, mobilisé dans une relation de communication qui engage des acteurs, des besoins, des usages et des pratiques (l'affiche conçue comme un instrument, intervenant dans une relation de médiation). Cette réflexion est le principal élément à partir duquel nous avons élaboré le scénario que nous avons mis en œuvre. C'est par cette réflexion sur les besoins des élèves et les moyens possibles d'y répondre que la réflexion sur les affiches didactiques engage une considération de la diversité des élèves et des aides qu'on peut leur apporter.

Dans la suite de ce texte, nous adopterons la terminologie suivante. Nous appellerons « éléments contextuels de l'affiche » les éléments qui relèvent de ses conditions et contextes d'utilisation dans la classe (les élèves pour qui elle est produite, les besoins auxquels elle cherche à répondre, les usages qui peuvent en être faits, l'emplacement où elle est affichée, la temporalité de son affichage, etc.). Ces éléments engagent notamment des dimensions sociales, personnelles, spatiales et temporelles. Nous les distinguerons des « éléments matériels de l'affiche », qui correspondent à l'objet lui-même (son contenu, sa mise en forme). Ces éléments engagent notamment des dimensions cognitives (choix de contenus, de formulations) et médiatives (choix de mise en forme). Les « éléments matériels » de l'affiche déterminent ainsi l'artefact « affiche », tandis que les « éléments contextuels » déterminent sa valeur d'instrument dans le cadre d'une relation pédagogique, pour reprendre la distinction entre artefact et instrument introduite par Rabardel (1995).

4.2 Ouvrir les choix et les confier aux étudiants

Les participants de cet atelier ont interrogé le fait qu'un grand nombre de choix avaient été imposés dans l'expérimentation réduite de 2015-17 (notamment la taille de l'affiche, ses destinataires, la procédure d'affichage des affiches produites, etc.). Dans cette première expérimentation, ces choix avaient été fixés parce qu'il s'agissait d'un contexte d'évaluation, qui nécessitait une certaine dimension d'homogénéité. Dans une perspective de formation au contraire, il est plus intéressant d'ouvrir les éléments de choix disponibles et de demander aux étudiants d'y réfléchir pour déterminer les critères qu'ils identifient pour le faire, qu'il s'agisse de répondre à des objectifs ou de prendre en compte des contraintes. Les participants ont donc proposé d'ouvrir ces choix pour les confier aux étudiants, en leur demandant d'argumenter leurs décisions.

4.3 Engager les étudiants dans l'affichage des affiches

Dans l'expérimentation de 2015-17, les affiches avaient été toutes affichées après coup par le formateur. Les échanges ont souligné qu'il serait intéressant d'engager les étudiants dans l'affichage de leurs affiches, notamment pour les conduire à réfléchir aux choix d'emplacements disponibles et à ceux qui leur sembleraient pertinents, ainsi qu'aux rapprochements ou éloignements d'affiches qu'ils souhaiteraient réaliser (par exemple, lorsque des affiches portent sur des thèmes proches, on peut choisir de les rassembler pour constituer un pôle thématique, ou au contraire de les répartir à différents endroits pour les mettre à disposition de différentes personnes) ; voire éventuellement d'opérer une sélection des affiches qu'ils souhaiteraient ou non retenir.

4.4 Engager les étudiants dans une observation et une analyse des affiches produites

Dans l'expérimentation de 2015-17, qui visait seulement un enjeu d'évaluation, les affiches étaient évaluées uniquement par le formateur, avant d'être affichées sur les murs de la salle dédiée. Les échanges ont fait apparaitre que l'analyse et la comparaison des affiches produites par les étudiants représente en soi une tâche intéressante à proposer en formation, et qu'il serait intéressant d'engager les étudiants à observer, comparer, analyser et commenter les affiches produites par les autres, ce travail pouvant les conduire à identifier des différences, des variables, des paramètres de choix possibles, ainsi qu'à en évaluer les effets. Une alternance de phases d'analyses et de productions d'affiches, avec la possibilité de reprendre un travail après avoir bénéficié de retours et de commentaires des autres étudiants, apparaissait également comme une piste prometteuse. Nous avons repris ces propositions dans notre scénario, en étendant la conception d'une affiche sur une séquence de trois séances (cf. partie VI) : une première séance qui aboutit à la production d'un prototype, destiné à être présenté ensuite aux autres étudiants ; une deuxième séance de mise en commun et d'échanges, visant à présenter les prototypes pour en produire une analyse collective ; une troisième séance de reprise du travail et de finalisation, en tenant compte des remarques formulées par les autres.

4.5 Engager un travail sur des « brouillons d'affiches »

Dans l'atelier, des participants, qui avaient souhaité présenter leurs réflexions sous la forme d'une affiche, ont produit lors des échanges une analyse du cheminement qu'ils avaient suivi et des éléments qu'ils avaient pris en compte pour son élaboration. Ils ont alors introduit une réflexion sur la notion de « brouillon d'une affiche », en s'interrogeant notamment sur les formes que de tels brouillons peuvent prendre en pratique. L'expérimentation de 2015-17 concernait une évaluation qui portait seulement sur des affiches finalisées. La démarche d'élaboration de l'affiche était de fait renvoyée à un travail individuel et privé, et ne permettait pas d'interactions à des étapes de travail intermédiaires. Les échanges ont souligné l'intérêt qu'il y aurait à introduire des phases d'interactions à différents moments de la conception, et notamment à des étapes de brouillons d'affiches et pas seulement à partir des affiches finalisées. La question restait alors ouverte de déterminer les formes que pouvaient prendre un tel travail en formation, ainsi que les formes que peuvent prendre ces brouillons. Nous avons repris ces propositions dans le scénario que nous avons élaboré, en intégrant des moments spécifiques d'élaboration de brouillons et d'échanges sur ces brouillons, à partir d'un protocole qui visait à retarder le passage aux étapes de finalisation (cf. partie VI).

4.6 Expliciter les critères d'évaluation

Les échanges de cet atelier ont également souligné l'importance d'expliciter les critères d'évaluation qui peuvent être mobilisés par rapport à la conception d'une affiche. S'il est difficile d'être exhaustif sur ce point, les échanges menés à ce moment-là, complétés par l'expérimentation que nous avons mise en œuvre, nous permettent de dégager au moins les critères suivants (tableau 1).

Critères liés au contenu de l'affiche	Critères liés à la forme de l'affiche	Critères liés aux éléments contextuels de l'affiche
Exactitude et qualité mathématique de ce qui est présenté	Clarté et la lisibilité générale de l'affiche	Identification du public visé
Précision des formulations	Utilisation des deux dimensions du support	Besoins auxquels on cherche à répondre
Pertinence et cohérence des choix (ce qui est retenu ou écarté)	Pertinence des modes d'organisation mobilisés (tableaux, listes, lignes, colonnes, encadrés, flèches, etc.)	Enjeux et objectifs visés
Hiérarchisation des éléments présents au sein de l'affiche	Choix sémiotiques ou symboliques effectués	Usages envisagés
Cohérence d'ensemble de ce qui est présenté	Pertinence et cohérence (mise en œuvre constante ou seulement partielle) des codages utilisés (notamment ceux des tailles de caractères et des codes de couleurs)	Adéquation des choix de contenus et de mise en forme avec l'ensemble des éléments contextuels (public, besoins, enjeux et objectifs)
Pertinence et généricité des choix d'exemples	Pertinence des choix d'images, illustrations, dessins, schémas, figures	Cohérence entre le projet indiqué et ce qui est réalisé
	Équilibre général de l'affiche et le fait qu'elle ne soit ni trop vide ni trop chargée	
	Qualités plastique ou esthétique éventuelles, sans que pour autant les enjeux esthétiques ne prennent le dessus sur les autres paramètres	

Tableau 1. Critères d'évaluation envisageables

4.7 D'autres pistes restant à explorer

Un certain nombre d'autres propositions émises dans l'atelier de 2017 n'ont pas pu être reprises, notamment parce qu'elles peuvent nécessiter un nombre d'heures supérieur à celui dont nous disposions.

Nous les présentons tout de même ici, en particulier parce qu'elles peuvent inspirer d'autres collègues. Une proposition consistait à prolonger les propositions précédentes, en demandant aux étudiants de reprendre une affiche déjà produite par d'autres pour en proposer une version améliorée. Les pistes évoquées pouvaient être de le faire en petits groupes, en demandant à chaque groupe d'améliorer une affiche de leur choix parmi celles produites par d'autres ; ou de le faire de façon collective, à l'échelle de l'ensemble du grand groupe, en demandant de produire collectivement une affiche portée par l'ensemble du groupe, en synthétisant des éléments jugés positifs dans plusieurs affiches produites. Une autre proposition consistait à ajouter une phase d'analyse d'affiches réellement utilisées dans des classes. Il serait possible de placer cette phase au début, ou au contraire en fin de travail, en demandant aux étudiants d'analyser des affiches produites réellement pour des élèves (et qui peuvent être apportées par le formateur ou par les étudiants eux-mêmes à partir de leurs stages). D'une certaine façon, nous avons intégré une version amoindrie de cette proposition en demandant aux étudiants d'indiquer s'ils voyaient des liens entre le travail effectué en formation et les affiches qu'ils peuvent voir dans leurs classes de stage (cf. partie VI).

IV - UNE PREMIERE TÂCHE EN FORMATION : RÉFLÉCHIR AUX VARIABLES DE CHOIX DISPONIBLES POUR LES AFFICHES

1 Dégager des paramètres et des variables autour des affiches

Toujours à partir des échanges de l'atelier de 2017, nous avons conçu une tâche d'entrée dans le scénario qui consiste à réfléchir, de façon préalable et décontextualisée, aux paramètres et variables de choix disponibles pour la conception d'une affiche didactique. Il s'agit du premier travail que nous demandons aux étudiants dans le module, et c'est également la première tâche que nous avons demandée aux participants de l'atelier de 2023. L'enjeu est de dégager un panorama de choix possibles avant de réaliser une affiche, en faisant émerger à la fois des questions que l'on peut se poser, et de premiers éléments de réponses que l'on peut y apporter. Nous proposons d'effectuer cette réflexion *a priori*, de façon décontextualisée, avant d'entrer dans la production des affiches. D'une certaine façon, il s'agit d'identifier des « variables didactiques » associées à la conception d'une affiche, en produisant une liste de questions et de réponses possibles. Ce travail conduit à considérer d'emblée la variété des affiches possibles, de leurs usages, ainsi que des besoins auxquelles elles peuvent répondre.

2 Structuration de la réflexion à partir de six questions

Pour structurer cette réflexion, nous avons choisi de l'organiser à partir de six questions, dont on dit parfois qu'elles forment les six questions fondamentales du journalisme : qui ? Quoi ? Quand ? Où ? Comment ? Pourquoi ? Dans le cadre qui est le nôtre, ces questions nous servent à orienter la réflexion selon six directions, en considérant les dimensions personnelles (par qui ? Pour qui ?), les enjeux et usages visés (pourquoi ?), les dimensions spatiales (où ?), temporelles (quand ?), la détermination du contenu (quoi ?) et celle de la mise en forme (comment ?) de l'affiche. La tâche consiste à dégager des variables, en cherchant à la fois les questions que l'on peut se poser et les réponses que l'on peut apporter dans ces six directions. Précisons d'emblée que l'organisation à partir de ces six questions est avant tout une façon de provoquer la réflexion et de lui donner un point de départ. En revanche, le travail fait rapidement apparaitre que, loin d'être indépendantes, ces six dimensions sont au contraire totalement en interaction. En particulier, les réponses que l'on peut apporter à chacune d'elles dépendent fréquemment d'éléments déterminés dans les autres dimensions, et formuler ce constat fait partie des enjeux visés. Il s'agit d'ouvrir des possibles et de favoriser des questionnements qui ne seraient probablement pas apparus sinon, et non pas d'enfermer ni de limiter la réflexion. L'expérimentation nous a menés à observer que, sans ce temps de réflexion *a priori*, la première réaction spontanée de beaucoup d'étudiants les conduit à se concentrer sur ce que nous avons appelé les dimensions matérielles de l'affiche (son contenu et sa mise en forme), qui correspondent aux deux questions « quoi ? » et « comment ? », sans forcément considérer les dimensions contextuelles, qui relèvent des dimensions sociales, personnelles, temporelles et spatiales de l'affiche et sont portées par les quatre autres questions. Pour cette raison, nous commençons par ces dernières dans les parties qui suivent.

3 Dimensions personnelles : « qui, par qui, pour qui ? »

Concevoir une affiche nécessite de réfléchir aux personnes qui seront en relation avec elle. Les premières questions que l'on peut identifier sont « par qui ? » et « pour qui ? » l'affiche sera produite. On peut toutefois les compléter par d'autres : qui émet la demande de l'affiche ? Qui en exprime le besoin ? Qui en détermine les usages ? Qui décide de son contenu ? Qui conçoit sa mise en forme ? Qui choisit l'endroit où elle sera placée ? Qui la mentionne et la réactive une fois qu'elle est installée ? Etc. Expliciter ces questions permet de faire émerger le fait qu'elles peuvent recevoir des réponses différenciées : ce n'est pas forcément la même personne qui énonce le besoin d'une affiche, qui choisit son contenu, qui conçoit sa mise en forme, etc.

Les premières réponses naturelles sont qu'*a priori* l'affiche est produite pour les élèves, et qu'elle peut l'être par l'enseignant et (ou) par les élèves. Là encore, il est intéressant de compléter ou d'approfondir ces réponses. Si l'affiche est produite *a priori* pour les élèves, elle peut être utile aussi pour l'enseignant, qui peut s'appuyer sur elle, la mentionner, y faire référence. Par ailleurs, la réponse « les élèves » gagne à être détaillée. Il peut s'agir de tous les élèves, d'un groupe d'élèves, d'élèves ayant des besoins particuliers, voire d'un seul ou de quelques élèves. Le public de l'affiche peut aussi évoluer, ce qui rejoint la dimension temporelle. Une affiche produite à un moment donné pour tous les élèves peut n'être plus utilisée à un autre moment que par certains élèves. S'il s'agit bien de la même affiche, elle a changé de destinataires, et peut-être aussi d'usage. Du côté de la production, celle-ci peut être individuelle ou collective, ce dernier cas pouvant correspondre à de petits groupes ou à la classe entière. Il est possible que des élèves ou petits groupes d'élèves produisent des affiches sur un même thème et que le groupe-classe se mette d'accord ensuite pour retenir une (ou plusieurs) affiche parmi celles qui sont produites, ou pour produire une affiche synthétisant ce qui est jugé pertinent. Dans ce cas, les échanges entre élèves autour de la production de l'affiche peuvent représenter un intérêt en termes d'apprentissage aussi important que celui de son exploitation une fois réalisée.

On peut envisager dans des cas plus rares qu'une affiche soit utilisée ou produite par d'autres personnes que les élèves de la classe, par exemple par des élèves d'une autre école ou d'une autre classe. On peut envisager également qu'une affiche puisse s'adresser aux parents, à qui les élèves peuvent souhaiter montrer ce qu'ils ont fait ou appris en mathématiques. Une affiche peut être extraite de ressources extérieures à la classe, par exemple d'un manuel, ou produite par une autre classe, ou par des élèves d'une année antérieure. Si ces derniers cas n'interrogent pas la question de la conception de l'affiche, ils posent la question de l'utilisation ou de la reprise que l'on peut faire d'une affiche produite par d'autres.

2 Enjeux et usages de l'affiche : « Pourquoi ? »

Concevoir une affiche nécessite d'identifier les besoins auxquels on cherche à répondre ainsi que les usages envisagés. Sans prétendre à l'exhaustivité, nous identifions les usages suivants. Une affiche peut viser à apporter une aide immédiate directe à des élèves (tous ceux de la classe ou certains d'entre eux). L'aide peut être ponctuelle (dans le cas de la réalisation d'une tâche particulière), et rendue disponible ou non selon les moments (par exemple, on peut penser à une aide disponible pour des phases de recherche, mais pas pour un contrôle ; ou au contraire une affiche pensée pour être disponible pour des évaluations ; etc.). Une affiche peut être utilisée comme aide-mémoire, en présentant par exemple des éléments tels qu'une formule ou une règle. Elle peut viser des enjeux de « signalement », pour attirer l'attention, mettre en évidence ou publiciser. Une affiche peut permettre l'introduction d'une nouvelle notion ou une nouvelle situation. Elle peut servir à proposer des représentations (images, graphiques, exemples, etc.), des visualisations de notions ou d'objets mathématiques, des mises en forme ou un formalisme, à présenter un problème ou une question, à interroger ou problématiser. Elle peut viser des usages temporaires (trace écrite intermédiaire) (par exemple la présentation d'un bilan intermédiaire ou comme support à une discussion), ou au contraire des usages à plus ou moins long terme (par exemple comme support de mémoire de la classe, permettant de conserver une trace de quelque chose qui a été vécu ou que l'on a mis en évidence). Elle peut servir à synthétiser, à mettre à distance des éléments qui ont été produits précédemment. Elle peut viser des enjeux collectifs ou sociaux, pour conférer un statut de connaissance partagée à un savoir. Elle peut au contraire s'adresser à une partie des élèves, s'intégrant dans ce cas dans un dispositif de différenciation. Elle peut enfin intégrer des enjeux visuels ou attractifs, liés au fait qu'une affiche est aussi un élément présent sur les murs de la classe, et que l'on peut chercher à en faire un objet attractif ou plaisant à regarder.

On observe que cette variété d'enjeux possibles pour les affiches s'articule à toutes les autres dimensions que nous avons signalées, qu'elles soient personnelles, spatiales, temporelles, ainsi qu'aux choix de contenus et de mises en forme. Par exemple, une affiche destinée à servir d'écrit intermédiaire ou de support pour une discussion a besoin d'être claire, rapide à produire et rapide à lire, mais sa mise en forme n'a pas besoin d'être complètement finalisée. Une affiche visant un usage d'aide-mémoire ou d'aide directe, destinée à un usage pratique, ne peut pas être trop complexe ni trop chargée. À l'inverse, une affiche qui présente un raisonnement ou une explication a besoin d'être structurée pour faire apparaitre la logique qu'elle présente. Si l'affiche sert de support à une présentation orale, sa mise en forme peut être moins finalisée que si elle doit pouvoir être lue de façon autonome. On voit que les différents usages correspondent à des enjeux et des choix différents de mise en forme.

3 Dimensions temporelles : « quand ? »

Concevoir une affiche engage à réfléchir à ses dimensions temporelles. Les premières d'entre elles sont le moment où l'affiche sera produite et celui où elle sera affichée, mais on peut y ajouter celles concernant la durée de vie de l'affiche et son évolution dans le temps (comme cela a par ailleurs été déjà soulevé).

Pour l'enseignant, le choix des moments où la demande d'une affiche est énoncée, où celle-ci est produite puis installée, nécessite une réflexion concernant sa place dans une progression ou dans une séquence. Une affiche peut en effet accompagner différents moments de travail (introduction, travail en cours, phase de finalisation, étape de mise en forme et de prise de distance sur un travail achevé, etc.). Cette réflexion sur la dimension temporelle rejoint alors celle sur le contenu : une affiche en début de travail peut présenter une question ou un problème ; une affiche en cours de séance peut présenter des recherches, des conjectures, des éléments de réponses ; une affiche en fin de travail peut présenter des résultats, des éléments de mise en forme, des conclusions ; enfin une affiche à visée à long terme peut présenter une synthèse de ce que l'on a appris, ou des éléments que l'on veut retenir.

La dimension temporelle engage aussi des questions sur la durée de vie de l'affiche, son maintien sur les murs, les réactivations qui peuvent en être faites quand elle est présente, ainsi que le moment de sa désinstallation ou son « désaffichage ». Une affiche installée longtemps à la même place peut finir par ne plus être perçue et ne plus représenter qu'un élément de décor. À l'inverse, le « désaffichage » d'une affiche peut représenter une étape importante de l'apprentissage. Engager les élèves à reconnaitre qu'une affiche ne leur est plus utile et qu'on peut l'enlever (ou, *a contrario*, qu'elle ne peut pas l'être parce qu'elle sert encore à certains élèves), peut être une façon de formaliser des étapes de l'apprentissage. En ce sens, les questions liées au « désaffichage » sont aussi importantes que celles relatives à l'affichage. Se pose également la question du devenir de l'affiche lorsqu'elle est désinstallée. A-t-elle vocation à être jetée ou archivée ? Au-delà du choix binaire entre maintenir ou enlever, la dimension temporelle engage aussi la question des évolutions possibles d'une affiche. Son contenu peut être modifié, et on peut par exemple ajouter, enlever ou remplacer des éléments. Dans ce cas, si cette dimension est anticipée et que l'affiche est conçue dès le départ pour être évolutive, elle peut être composée d'éléments mobiles ou déplaçables, que l'on peut ajouter ou enlever, et la question de l'évolution rejoint alors celle de la mise en forme. Au-delà de l'évolution de son contenu, son emplacement aussi peut être modifié, par exemple vers un endroit plus ou moins en vue, ou pour la rapprocher d'élèves qui en ont plus besoin. Dans le cas, la dimension temporelle rejoint la dimension spatiale et celle des usages.

4 Dimensions spatiales : « où ? »

Concevoir une affiche nécessite de réfléchir à l'endroit où elle sera placée. Si elle l'est en général sur un mur de la classe, cela ouvre encore différentes possibilités. Il peut s'agir du mur du tableau, d'un mur latéral, ou encore du mur du fond, derrière les élèves. Ce dernier choix peut correspondre à certains usages, par exemple pour une affiche destinée à être disponible et consultable en cas de besoin, mais qui n'a pas besoin (ou qui ne doit pas) pouvoir être consultée en permanence. Choisir l'emplacement d'une affiche nécessite aussi de réfléchir à sa hauteur, notamment en maternelle, mais pas seulement. Cela pose également des questions relatives à l'organisation spatiale de la classe. On peut faire le choix de regrouper toutes les affiches qui portent sur un même thème ou qui relèvent d'une même discipline. On peut choisir au contraire de les répartir en fonction des usages qui en seront faits. On peut également interroger l'idée habituelle qu'une affiche nécessite toujours de pouvoir être lue de loin. Il est possible d'imaginer à l'inverse une affiche mise à disposition, mais qui nécessite qu'on s'en approche pour pouvoir lire tout ou partie de son contenu. Dans des cas plus rares, on peut envisager d'autres emplacements. Si les normes d'éclairage interdisent *a priori* de placer des affiches sur des fenêtres, celles-ci peuvent être positionnées sur des portes (d'un côté ou de l'autre), suspendues à des fils, disposées sur des portants ou des cintres, dans une armoire à affiches, etc. Elles peuvent également être placées en-dehors de la classe, par exemple dans un couloir ou une partie commune, si cela correspond à des usages qui y conduisent. Enfin, en lien avec la dimension temporelle, l'évolution d'une affiche peut conduire à la déplacer et à lui donner plusieurs emplacements successifs. On peut anticiper dans ce cas le parcours qu'elle pourra suivre, ce qui conduit à réfléchir aux différents besoins auxquels elle peut répondre. Enfin, une fois désinstallée, une affiche peut être archivée pour pouvoir être consultée sur demande, voire éventuellement réinstallée en cas de besoin.

5 Choix de contenus : « quoi ? »

Concevoir une affiche nécessite naturellement de réfléchir à son contenu, et cette dimension interagit nécessairement avec toutes les autres. Parmi les contenus possibles, et de nouveau sans que cela ne soit en rien exhaustif, on peut envisager au moins les suivants. Une affiche peut présenter notamment : des questions, des réponses, des conjectures, des recherches, des résultats (partiels ou complets), des méthodes et approches (affiches méthodologiques), des raisonnements, des stratégies, des techniques, des règles, des propriétés, des exemples, des notions, des définitions, du vocabulaire, des listes (par exemple des tables de compléments, de doubles, d'addition, de multiplication, etc.), des outils (tableaux, etc.), des symboles, des éléments de mise en forme, des rédactions, des formulations, des traces écrites, des travaux et productions des élèves, etc. Bien entendu, ces différents contenus ne sont en rien exclusifs et une affiche peut articuler plusieurs d'entre eux.

6 Choix de mise en forme : « comment ? »

Concevoir une affiche nécessite enfin de réfléchir à sa mise en forme. Les premières questions sont certainement celles de la taille et du format de l'affiche, ainsi que celle d'une présentation en format portait (rectangle vertical) ou paysage (rectangle horizontal). Dans le module que nous avons élaboré, nous avons choisi d'uniformiser la taille et le format des affiches, en retenant le choix d'un format « raisin » (50 cm × 65 cm) ; mais, dans un contexte de classe, le choix de ces paramètres fait partie des questions qui se posent. Dans le module, les étudiants gardaient toutefois le choix d'utiliser la feuille fournie en format portrait ou paysage, et on peut noter qu'ils ont souvent expérimenté les deux options avant de finaliser leur décision (cf. annexe II). Enfin, on peut imaginer *a priori* des affiches qui prendraient d'autres formes que des rectangles, que certains étudiants ont parfois expérimentées (en particulier en ajoutant des éléments mobiles ou rabattables qui venaient compléter les feuilles rectangulaires qui leur étaient données). D'autre part, les enjeux de concision et d'efficacité conduisent à chercher à mettre en évidence des éléments essentiels, à classer et à hiérarchiser, ce qui peut passer par des choix de mise en forme. Il est en effet possible de jouer sur la taille des caractères, d'utiliser des codes de couleurs, d'organiser spatialement le contenu (par exemple en distinguant des zones, ou en utilisant des présentations en tableaux, en lignes, en colonnes), d'introduire des flèches ou des codages servant d'éléments pour organiser la lecture. Parmi des choix plus rares, mais qui ont pu être parfois explorés par des étudiants, on peut ajouter la possibilité d'utiliser des supports de couleurs, d'ajouter des éléments déplaçables ou en relief, de proposer des affiches interactives ou évolutives. On peut enfin réfléchir au choix entre des affiches produites à la main ou à l'aide d'outils numériques. L'expérience d'un groupe qui a essayé de comparer ces deux options a montré que le changement d'une affiche manuscrite à numérique les conduisait à modifier également de façon importante leurs choix de contenus, d'enjeux et de hiérarchisation.

7 Un travail analogue à une « fiche de préparation » d'une affiche

L'ensemble des éléments qui précèdent fait apparaitre un grand nombre de variables et de choix disponibles. La réflexion que nous venons de présenter correspond en définitive à une analyse *a priori*, consistant à faire émerger des éléments de choix possibles, avant de se lancer dans la tâche de production d'une affiche. Si les six dimensions que nous avons introduites permettent de structurer et de lancer la réflexion, les réponses apportées montrent qu'elles sont en fait en constante interaction. De fait, les réponses prennent souvent des formes telles que : « on peut envisager tel choix pour tel paramètre lorsqu'on a fait tel autre choix pour tel autre paramètre ». Prendre conscience de ces interactions est d'ailleurs un des apports de ce travail. Dans le cadre du scénario que nous présentons, cette réflexion initiale conduit les étudiants à faire un premier pas de côté et à se poser des questions sur les dimensions contextuelles de l'affiche (qui correspondent aux questions : « qui ? », « pourquoi ? », « quand ? », « où ? »), en s'éloignant d'une réflexion qui serait seulement centrée sur les dimensions matérielles (correspondant aux questions : « quoi ? », « comment ? »). On peut ajouter que cette réflexion s'apparente très fortement à ce qui pourrait être la constitution d'une « fiche de préparation » pour la réalisation d'une affiche. L'enjeu est d'identifier des objectifs que l'on vise et des moyens que l'on se donne, en passant en revue les variables de choix disponibles et les réponses qu'on peut y apporter. On observe que les éléments associés à cette réflexion sont au fond similaires à ceux auxquels on doit réfléchir lorsqu'on travaille à la préparation d'une séance : expliciter les objectifs, identifier les enjeux visés, préciser le contenu, expliciter les formulations et les mises en forme, identifier les choix matériels, préciser les éléments temporels (par exemple les durées), etc.

V - PRÉSENTATION DU MODULE MIS EN OEUVRE EN FORMATION

À partir des éléments qui précèdent, nous avons conçu puis expérimenté au cours de deux années successives (en 2021-22 et 2022-23) un scénario de formation sur les affiches didactiques en mathématiques et en sciences. Celui-ci a été mis en œuvre en formation initiale à l'Université de Versailles Saint-Quentin (UVSQ), dans le cadre du Master Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation (MEÉF) premier degré, en première année de master (M1). Nous nous appuyons ici principalement sur le déroulement suivi en 2022-23, qui a bénéficié de légères adaptations par rapport à l'expérience vécue l'année précédente. L'existence de ce module a été rendue possible par son insertion dans le cadre d'un module transversal de la maquette, distinct des modules d'enseignement de sciences ou de mathématiques.

1 Contexte institutionnel général

Commençons par présenter le cadre institutionnel qui a permis l'élaboration de ce module. Dans l'académie de Versailles, la maquette du master MEÉF est commune à 5 universités (Cergy, Évry, Nanterre, Orsay et Versailles-Saint-Quentin), qui la mettent en œuvre sur 8 sites d'enseignement. Le site de l'UVSQ réunit deux groupes de M1, d'environ 25 étudiants chacun (ainsi que deux groupes de M2). Ce module a été élaboré dans le cadre d'un Élément Constitutif (EC), rattaché à une Unité d'Enseignement (UE) transversale, et intitulé : « D'un langage à l'autre : lire, dire, écrire, mesurer, calculer, raisonner dans toutes les disciplines » (EC 123M1 de la maquette). Cet EC possède un volume horaire global de 30 heures de travaux dirigés (TD, en groupes entiers) et de 6 heures de travaux pratiques (TP, en demi-groupes). Il a été introduit dans la maquette accompagnant la réforme de la formation qui a été mise en œuvre pour le M1 à partir de septembre 2021. Conformément à son intitulé (« dans toutes les disciplines »), cet EC a pour objectif d'aborder des dimensions transversales de l'enseignement dans le premier degré. Il a été conçu également dans le but de proposer des heures d'enseignement à des disciplines qui en manquent, en les rattachant à un volume horaire d'enseignements dits « fondamentaux », en les mettant en relation avec les compétences « lire, dire, écrire » du côté du français et « mesurer, calculer, raisonner » du côté des mathématiques. Les choix faits pour cet EC ont été variables selon les sites et les universités de l'académie. À l'UVSQ, le choix a été fait de le partager entre différentes disciplines : histoire, géographie, sciences, arts, éducation physique et sportive (ÉPS), tout en incluant aussi les mathématiques et le français. Une variété de choix ont ensuite été faits par les collègues de ces disciplines, qui ont pu décider d'aborder des outils sémiotiques de leur discipline (la frise chronologique en histoire, la carte en géographie), ou des contenus qui présentent des dimensions de transversalité (la presse et les affiches de presse en français, la conception d'un cahier d'ÉPS et la course de durée en ÉPS, un travail à partir de fables en arts, etc.).

2 Choix en mathématiques et en sciences

En mathématiques et en sciences, nous avons choisi de proposer un enseignement commun, abordant un sujet commun, suivant un déroulement commun et associé à une évaluation commune. Nous étions une équipe de trois collègues : les deux personnes qui présentent cet atelier en mathématiques et un collègue en sciences (Olivier Colin). Nous avons décidé de travailler sur les dimensions qui étaient transversales pour nos disciplines, autrement dit les dimensions « lire, dire, écrire » plutôt que « mesurer, calculer, raisonner » en optant pour le thème des affiches didactiques, qui prenait appui sur les éléments produits par l'atelier de 2017 (cf. partie III). Nous disposions pour nos deux disciplines d'un volume de 11h de TD et 3h de TP en 2022-23 (un peu moins en 2021-22), que nous avons décidé de partager à égalité, en incluant une (ou deux) séances en co-animation (la dernière séance de bilan du module les deux années ; et la première séance de présentation en 2021-22).

Le module commence par un TD d'introduction commun aux deux disciplines, dans lequel est initiée la réflexion sur les variables relatives aux affiches présentée dans la partie précédente (cf. partie IV). Les étudiants produisent ensuite une affiche didactique en mathématiques sur une suite de trois séances, en commençant par élaborer un prototype (séance N°2) destiné à être analysé collectivement lors d'une séance de mise en commun (séance N°3) avant de finaliser leur affiche (séance N°4). Ils produisent ensuite une affiche en sciences en suivant le même déroulement (séances N° 5, 6, 7). Le module se conclut par une séance de bilan, commune aux deux disciplines, et qui se déroule en présence des trois enseignants. L'enjeu de cette dernière séance est d'amener les étudiants à comparer ce qu'ils ont vécu dans les deux disciplines, à identifier ce qu'ils retiennent du travail mené, et à mettre en relation ce qu'ils ont appris avec leurs stages. Nous revenons dans la partie VI sur le détail des séances, en présentant notamment des protocoles qui ont été mis en place pour certaines des séances, et nous présentons ici les éléments qui concernent l'ensemble du scénario.

3 Détermination du choix du thème de l'affiche

En mathématiques comme en sciences, les étudiants doivent réaliser en petits groupes une affiche de format raisin (50 cm × 65 cm) destinée à un usage en classe. Ils doivent identifier pour chaque affiche les éléments matériels de l'affiche, relatifs à l'artefact (contenu, mise en forme) et les éléments contextuels, relatifs à son utilisation en classe (public visé, personnes qui vont la produire dans la classe, besoins des élèves auxquels l'affiche cherche à répondre, usages prévus, emplacement choisi dans la classe, moment de son affichage, devenir et évolutions de l'affiche, etc.) La principale différence entre les deux disciplines se situe au niveau du mode de détermination du sujet de l'affiche. En mathématiques (première affiche réalisée), les étudiants choisissent par eux-mêmes un sujet, en ayant comme seule contrainte qu'il doit être en lien avec le domaine numérique au sens large (nombres, opérations, calcul, numération, résolution de problèmes numériques, etc.). Ce choix a été fait à partir de la première expérimentation de 2015-17, qui a montré que les affiches en géométrie posent des difficultés spécifiques supplémentaires, en particulier en termes de contenu[2]. *A contrario*, en sciences, les étudiants réalisent lors du premier TD (séance 5) une expérience de sciences, qui porte sur les mélanges de liquides homogènes et inhomogènes. Il leur est ensuite demandé de choisir un sujet d'affiche qui soit mis en lien avec cette expérience. En mathématiques comme en sciences, le choix du sujet donne la possibilité aux étudiants de faire porter leur affiche sur tous les niveaux scolaires de la PS au CM2, autrement dit sur les trois cycles de l'école primaire. Par ailleurs, même si cela n'était pas précisé explicitement, ils peuvent choisir de réaliser une affiche qui présente des contenus proprement disciplinaires ou bien méthodologiques. Ce dernier choix était nettement moins fréquent, mais il a été proposé par des groupes dans chaque discipline. Les thèmes choisis en mathématiques correspondent le plus souvent à des contenus travaillés au cours de l'année dans les enseignements de la matière. Les affiches produites en 2021-22 (13 affiches) portaient sur les thèmes suivants : les décompositions du nombre 5 en maternelle (deux affiches) ; le sens des symboles < et > ; sens et technique de l'addition ; comparaison de deux techniques de soustraction posée (deux affiches) ; la division posée ; distinction entre nombre et chiffre dans le tableau de numération ; un moyen mnémotechnique de retrouver la table de multiplication par 9 ; le sens de la virgule ; et une affiche méthodologique présentant des étapes à suivre pour résoudre un problème. Celles produites en 2022-23 (12 affiches) présentaient les thèmes suivants : les décompositions du nombre 7 en maternelle ; comparaison de deux techniques de soustraction posée ; lien entre multiplication et addition itérée ; multiplication posée (deux affiches) ; division posée (trois affiches) ; modélisation de problèmes de type partie-partie-tout par des modèles en barre ; compréhension de problèmes de comparaison (« tant de moins que », « tant de plus que ») ; multiplication et division d'un nombre décimal par 10, 100, 1000 ; sens et représentation des fractions. Nous présentons trois de ces productions dans l'annexe 2.

4 Choix d'un travail de groupe

En termes de modalités de travail, nous avons choisi que l'ensemble du travail s'effectue en petits groupes (6 à 7) de 3 ou 4 étudiants, qui étaient les mêmes en mathématiques et en sciences. Chaque groupe est responsable collectivement de la production des deux affiches ainsi que du travail à rendre pour l'évaluation. Cette modalité de travail oblige les étudiants à échanger et à se concerter pour se mettre d'accord sur les différents choix opérés, que ceux-ci portent sur le contenu de l'affiche, son public, ses enjeux ou sa mise en forme, ce qui est en cohérence avec l'enjeu de chercher à identifier et à argumenter les choix effectués. Les échanges et négociations menées au sein des groupes représentent ainsi un

[2] La plupart des affiches produites en géométrie en 2015-2017 présentaient seulement une liste de figures associées à une liste de termes de vocabulaire. Pour aller plus loin, il y aurait certainement besoin d'approfondir une réflexion sur les enjeux, les contenus et les usages possibles des affiches didactiques en géométrie, au-delà de la possibilité de présenter une liste de vocabulaire illustré.

élément important du dispositif, dont les étudiants doivent d'ailleurs rendre compte pour l'évaluation. On peut ajouter que cette nécessité d'échanger engage à travailler un certain nombre de compétences transversales (collaborer, argumenter, justifier, expliciter, contredire, s'opposer, négocier, convaincre, décider, arbitrer, etc.), qui rejoignent la dimension transversale de cet EC et contribuent également à travailler les dimensions de « lire, dire, écrire dans toutes les disciplines ».

5 Positionnement du module dans l'année par rapport aux stages

L'enseignement se déroule sur un mois et nous avons choisi de le positionner en fin d'année universitaire (précisément du 24 mars au 25 avril en 2022, et du 20 mars au 18 avril en 2023). Ce choix, qui correspond au positionnement le plus tardif possible compte-tenu des contraintes des jurys de fin d'année, présente un intérêt particulier par rapport aux stages. La maquette du master MEÉF de l'académie de Versailles comprend un stage d'un an, placé à cheval sur les deux années de M1 et M2. Ce stage commence à la mi-mars de l'année de M1, pour une première période de trois mois et demi dans un premier berceau de stage, puis se poursuit du mois de septembre jusqu'à la mi-mars de l'année de M2, pour une deuxième période de six mois et demi dans un autre berceau de stage. Il peut s'effectuer selon une modalité de stage d'observation et de pratique accompagnée (SOPA) ou de stage en responsabilité (SR). Le choix de placer ce module en fin d'année, à partir du 20 mars, permet de le mener en même temps que la prise en main du stage de M1, et de pouvoir ainsi entrer en relation avec des éléments que les étudiants peuvent observer sur les murs de leurs classes de stage (voire parfois déjà pratiquer eux-mêmes, dans de rares cas). On peut ajouter que, les deux années, les étudiants ont rapporté au moment du bilan final que ce travail avait effectivement contribué à modifier le regard qu'ils portaient sur les affiches présentes sur les murs de leurs classes de stage.

6 Critères et cadrage du travail à rendre pour l'évaluation

Conformément aux apports de l'atelier de 2017, nous avons essayé d'expliciter autant que possible les critères d'évaluation que nous souhaitions mettre en œuvre. Parmi ceux-ci, deux éléments nous semblent particulièrement importants. Le premier est le fait de ne pas évaluer seulement l'affiche ou les deux affiches produites, mais la cohérence de l'ensemble des choix effectués par le groupe. Outre l'affiche rendue, chaque groupe doit identifier le public auquel elle est destinée, les besoins auxquels elle cherche à répondre, les utilisations qui peuvent en être faites en classe, l'emplacement et le moment où elle sera affichée, etc. L'évaluation porte sur l'ensemble de ces paramètres, ainsi que sur la cohérence entre les choix réalisés et les intentions indiquées. Un autre enjeu tout aussi important réside dans le fait d'évaluer également la démarche et l'évolution de la réflexion menée par le groupe. Bien entendu, l'intérêt et la qualité de l'affiche finale font partie des critères d'évaluation ; mais il nous semble tout aussi important d'évaluer la façon dont l'affiche a été élaborée, le processus qui a été suivi par le groupe, la pertinence des questions qui se sont posées en cours de route, les échanges qui ont eu lieu au sein du groupe, et les arguments qui ont été produits pour justifier les choix effectués. Pour répondre à ces deux objectifs, le dispositif de l'évaluation est le suivant. Chaque groupe doit produire deux documents : d'une part l'affiche elle-même, qui doit être affichée à la fin sur l'un des murs de la salle de classe des étudiants, à un emplacement choisi et justifié par le groupe ; d'autre part un texte rendant compte de la réflexion, du questionnement et des choix opérés par le groupe. Le groupe doit analyser dans ce document, outre la réflexion menée et l'affiche finale, différents états d'avancement du travail (incluant des premiers brouillons, le prototype présenté lors de la séance d'analyse collective, et l'affiche finale), en indiquant les éléments qui ont permis à la réflexion d'avancer entre ces différentes étapes.

Un document de cadrage est remis pour indiquer les éléments attendus pour l'évaluation (cf. annexe I). De façon succincte, les groupes doivent présenter notamment : un titre de l'affiche ; les enjeux mathématiques et didactiques du sujet (indépendamment des limites ou des contraintes relatives au support « affiche ») ; l'identification du public auquel l'affiche est destinée (ceci ne se limitant pas à indiquer seulement un niveau de classe, mais pouvant préciser par exemple une période de l'année, un type d'élèves particuliers, un moment de l'apprentissage, etc.) ; les personnes qui vont produire l'affiche en classe ; les usages prévus pour l'affiche ; les choix temporels et spatiaux liés à l'affichage ; la durée de vie et le devenir de l'affiche ; et le cas échéant les évolutions prévues pour l'affiche. Le document doit présenter également le processus d'élaboration suivi par le groupe et les choix effectués au cours du travail, en indiquant les dynamiques vécues au sein du groupe (cheminements, échanges, discussions, remises en question, accords, désaccords, blocages, relances, prise en compte des réflexions des autres groupes, etc.). Les groupes sont incités à s'appuyer sur toutes les étapes de leur travail, et notamment pour cela à conserver dès le départ tous leurs brouillons. Enfin, le dossier doit présenter deux photos de l'affiche finale, l'une la montrant en vue de face en format A4, pour pouvoir la lire de façon claire et lisible (dans la mesure où elle n'est pas remise avec le dossier) ; et l'autre la montrant placée dans la salle, pour montrer le choix d'emplacement effectué par le groupe. Outre le document de cadrage (cf. annexe 1), nous présentons également en annexe trois exemples de cheminements vécus par des groupes (annexe 2).

VI - PROTOCOLES ET DÉTAILS DES SÉANCES

Pour prendre en compte les apports de l'atelier de 2017 (cf. partie III), en particulier le fait d'organiser des moments de travail spécifiques sur les brouillons (partie III.4.5) et celui d'engager les étudiants dans une analyse des affiches produites par les autres (partie III.4.4), nous avons défini un certain nombre de protocoles qui contribuent à atteindre les enjeux visés. Nous les présentons dans cette partie, dans laquelle nous donnons plus de détails sur les différentes séances, notamment afin de permettre aux collègues qui le souhaiteraient de reprendre nos propositions ou de s'en inspirer. Nous rappelons que l'organisation générale reposait sur 6 TD et 2 TP, répartis de la façon suivante : un premier TD de présentation générale (séance 1) ; puis trois séances consacrées à la production d'une affiche en mathématiques (un TP, séance 2 ; puis deux TD, séances 3 et 4) ; suivies de 3 séances consacrées à la production d'une affiche en sciences, en suivant une progression identique (un TP, séance 5 ; puis deux TD, séances 6 et 7) ; et enfin un dernier TD de bilan, assuré en co-animation (séance 8). Pour l'ensemble du module, il y a besoin de prévoir un certain nombre de matériel à mettre à disposition des étudiants : des feuilles de papier de format A4, en quantité suffisante ; quatre feuilles de papier de format « affiche » par groupe (dans notre cas, format raisin : 65 cm × 50 cm) ; des feutres de différentes couleurs et de différentes tailles, permettant une variété de types d'écritures ; des aimants pour maintenir les affiches lors des moments de mise en commun. La mise à disposition d'une partie de ce matériel s'effectue en suivant des modalités particulières, que nous indiquons ci-dessous.

1 *Séance 1* (TD, 2h) : Présentation du module

La séance, commune aux deux disciplines, commence par une présentation de l'EC : les objectifs visés, les modalités de travail, ainsi que le travail à rendre pour l'évaluation. Vient ensuite la constitution des petits groupes, puis le TD se poursuit par la réflexion sur les variables didactiques relatives aux affiches que nous avons présentée dans la partie IV, à partir des six questions : « qui ? Quoi ? Quand ? Où ? Pourquoi ? Comment ? ». Cette phase se conclut par une mise en commun des réflexions des groupes, complétées si besoin par des apports et compléments des formateurs.

2 *Séance 2* (TP, 1h30) : Détermination d'un sujet et élaboration d'un prototype d'affiche

Dans cette séance, chaque groupe doit se mettre d'accord sur un thème d'affiche en mathématiques et produire un prototype qui sera présenté aux autres groupes dans la séance suivante (séance 3). Pour favoriser un travail sur les brouillons, l'indication est donnée dès le départ que chaque groupe n'aura le droit de prendre à la fin de la séance qu'une seule feuille de format raisin, et que le groupe doit commencer par se mettre d'accord sur un contenu et sur une mise en forme avant de passer à la réalisation de son prototype. Pour cette séance, nous avons défini un protocole précis de mise à disposition progressive du matériel, qui vise à retarder le passage à des phases de finalisation et de mise en forme, et à prolonger les échanges à des stades de réflexion, de conception et de brouillons. De fait, certains groupes trouvent parfois difficile de respecter le protocole imposé dans cette séance, mais ils indiquent ensuite souvent au moment du bilan final que c'est en fait celui-ci qui leur a permis de réfléchir différemment à leur affiche.

(1) *Premier temps :* échanges seulement oraux, sans écrire (au moins 10 minutes). Dans ce premier temps, les étudiants doivent échanger sur leur projet d'affiche de façon seulement orale, sans avoir le droit de prendre de stylos ni d'écrire. Ils peuvent réfléchir notamment aux sujets qui les intéressent, aux contenus qu'ils veulent présenter, aux publics potentiels, aux usages pédagogiques qu'ils peuvent faire, éventuellement déjà aussi à des propositions de mise en forme ; mais ils doivent le faire sans rien écrire.

(2) *Deuxième temps :* échanges à partir de brouillons monochromes (au moins 20 minutes). Au bout d'une dizaine de minutes, les étudiants ont le droit prendre des feuilles de format A4, ainsi qu'un unique stylo par personne, mais ils n'ont pas encore le droit d'utiliser des couleurs. À ce moment-là, ils n'ont pas forcément déjà abouti à un consensus sur les questions qu'ils se posaient dans la phase précédente, que ce soit sur le sujet, le contenu, le public ou les enjeux de leur affiche. Ils peuvent continuer à discuter de ces questions au sein du groupe, mais gagnent la possibilité de le faire en s'appuyant sur des propositions de brouillons monochromes. Ils peuvent prendre autant de feuilles A4 et produire autant de brouillons qu'ils le veulent, et sont incités à conserver tous leurs brouillons pour la suite du travail. Les brouillons servent de support de discussion au sein du groupe, et permettent de commencer à réfléchir à des questions de mise en forme (notamment en termes d'organisation spatiale, de sélection de contenus, et de hiérarchisation), mais sans entrer dans des réflexions sur les couleurs.

(3) *Troisième temps :* production de brouillons en couleurs (environ 30 minutes, à adapter si besoin). À partir du moment où les groupes commencent à s'être mis d'accord sur un sujet et un principe d'affiche, et ont déjà produit plusieurs brouillons monochromes, ils peuvent passer à une production de brouillons en couleurs, toujours sur des feuilles de format A4. Ils peuvent prendre autant de feuilles A4 et autant de couleurs qu'ils le veulent, et peuvent commencer à réfléchir en particulier à des codes de couleurs. Ils continuent d'échanger sur les enjeux de leur affiche, et cette phase peut les conduire à remettre en question certains choix qu'ils ont réalisés précédemment.

(4) *Quatrième temps :* réalisation d'un prototype de taille réelle (pendant les dernières 30 minutes). La séance se termine par une dernière phase dans laquelle les groupes ont le droit de prendre une feuille de grand format (format raisin) et de réaliser le prototype qui sera présenté aux autres dans la séance suivante. Certains groupes commencent effectivement la réalisation de ce prototype lors de cette séance, alors que d'autres n'en sont pas encore là et se contentent de prendre leur feuille de grand format à la fin pour réaliser ce prototype chez eux avant la séance suivante. Dans tous les cas, ils n'ont le droit de prendre qu'une seule feuille de grand format.

L'expérience montre que certains étudiants ont parfois du mal à accepter ces premières contraintes, et notamment celle ne pas pouvoir utiliser tout de suite des couleurs ; mais elle montre également qu'elles sont importantes, et qu'elles produisent des échanges et des réflexions que les étudiants n'auraient pas eues sinon. Lors du bilan final, des groupes restituent qu'ils ont compris plus tard l'intérêt de ces contraintes qui ont pu leur être difficiles à vivre à ce moment-là, en mesurant après coup ce que ça leur avait apporté. Enfin, tous les groupes signalent qu'ils n'auraient pas pensé d'eux-mêmes à produire des brouillons d'une affiche si cela ne leur avait pas été explicitement demandé dans ce module. Pour certains groupes, la réflexion engagée au moment des deux premières phases produit un questionnement parfois très important, notamment sur des contenus mathématiques, et il arrive parfois qu'ils ne dépassent pas l'étape de production de brouillons monochromes dans cette séance. En particulier, ils peuvent se rendre compte à ce moment-là qu'ils ont des difficultés à formuler ou à identifier les savoirs qu'ils veulent présenter sur leur affiche, qui ne leur semblent plus aussi évidents qu'au début de la séance, et réalisent qu'ils manquent en fait de recul mathématique sur le sujet qu'ils ont choisi. Il n'est pas rare de les voir alors décider de mettre de côté la production de brouillons d'affiches pour se documenter sur le sujet qu'ils ont choisi, par exemple en consultant des ressources ou des vidéos en ligne.

3 *Séance 3* (TD, 1h30) : Observation puis analyse collective des prototypes d'affiches mathématiques

Cette séance se déroule en deux temps. Les groupes commencent par prendre connaissance des affiches produites par les autres groupes, sur lesquelles ils échangent pendant une vingtaine de minutes ; puis est organisée une phase de mise en commun et d'échanges collectifs en grand groupe. L'organisation précise est la suivante. Les petits groupes sont installés dans la salle. Chaque groupe transmet son prototype au groupe placé devant lui, qui l'observe et l'analyse pendant 3 minutes ; puis les affiches avancent d'un groupe toutes les 3 minutes, jusqu'à ce qu'elles reviennent au groupe qui les a produites. Les étudiants disposent ainsi d'un premier temps pour prendre connaissance et échanger au sein de leur petit groupe sur toutes les affiches produites par les autres. Lorsque cette phase est achevée, la deuxième phase propose un temps d'échange collectif d'environ 10 minutes sur chacune des affiches. Pour chaque affiche, le groupe qui l'a réalisée commence par présenter les réflexions qu'il a menées et les choix qu'il a réalisés, pendant environ 3 minutes ; puis les autres groupes partagent les analyses qu'ils ont faites de cette affiche au cours de la première phase ; avant de passer à une autre affiche.

4 *Séance 4* (TD, 1h30) : finalisation de l'affiche finale et élaboration du document à rendre pour l'évaluation

Cette séance est avant tout consacrée à la finalisation de l'affiche, en intégrant les remarques formulées par les autres groupes. Chaque groupe reçoit une deuxième feuille de grand format, puis réalise son affiche finale. La rédaction du document à rendre pour l'évaluation peut également débuter. Si l'affiche finale est achevée, elle peut être installée sur les murs de leur salle. Dans la plupart des cas, la mise en commun conduit à opérer un certain nombre de modifications et d'améliorations du prototype présenté dans la séance précédente. Dans de rares cas, cela peut conduire à une remise en question plus importante : certains groupes décident parfois dans cette séance de refaire entièrement leur affiche sur de nouvelles bases.

5 *Séances 5, 6 et 7* (un TP puis deux TD) : production de l'affiche en sciences.

Ces trois séances suivent essentiellement le même déroulement que les séances en mathématiques, à la différence près que le choix du sujet s'appuie sur une expérience menée au début du premier TP. La suite reste identique : discussions orales, réalisation de brouillons monochromes, puis de brouillons en couleurs, puis d'un prototype (séance 5) ; présentation et analyse collective des prototypes (séance 6) ; enfin finalisation de l'affiche et rédaction du document à rendre pour l'évaluation (séance 7).

6 *Séance 8* (TD, 2h) : bilan

Cette séance est menée en co-animation par les trois enseignants. Elle vise à produire un bilan collectif de ce qui a été travaillé au cours du module et de ce qu'on peut en retenir. Les étudiants commencent à réfléchir en petits groupes à partir des cinq questions suivantes :

(1) Quels points communs voyez-vous entre le travail en mathématiques et en sciences ?

(2) Quelles étaient les différences ?

(3) Que retenez-vous de ce travail ?

(4) Qu'est-ce qui vous semble difficile dans la conception d'une affiche ?

(5) Y a-t-il des liens que vous pouvez faire avec ce que vous avez pu observer ou pratiquer en stage ?

Les étudiants échangent d'abord à partir de ces cinq questions au sein des mêmes petits groupes ; puis une mise en commun est organisée au sein du grand groupe, en abordant ces cinq questions dans l'ordre. Les questions (1) et (2) visent à contextualiser la réflexion, tout en produisant une comparaison des expériences réalisées. Les questions (3) et (4) visent à produire un bilan de ce que les étudiants ont appris dans le module. Enfin la question (5) vise à mettre cet enseignement en relation avec ce que les étudiants rencontrent dans leur stage. En réponse à cette question, les étudiants indiquent fréquemment que le module a modifié le regard qu'ils portent sur les affiches qu'ils voient dans leurs classes de stage, et qu'ils les modifieraient s'ils devaient désormais les refaire à la place de leurs collègues. De rares étudiants rapportent avoir déjà eu l'occasion de produire eux-mêmes des affiches au cours de leur premier mois de stage, et indiquent l'avoir fait en s'appuyant sur certains des éléments qu'ils ont retenus du module.

VII - ÉLÉMENTS DE BILAN ET CONCLUSION

1.1 Des éléments de bilan

L'expérience de cette formation menée pendant deux ans auprès d'une centaine d'étudiants présente un bilan qui nous semble largement positif. On peut signaler d'emblée l'intérêt et le plaisir manifeste des étudiants, qui sont nombreux à nous en avoir fait part spontanément, que ce soit lors de la dernière séance de bilan, ou parfois plus tard au cours de l'année suivante en M2. On peut probablement lier ces retours positifs à différents facteurs. Ce module fournit en effet une occasion de travailler des contenus mathématiques d'une façon inhabituelle, à partir d'une entrée différente de l'apprentissage d'un cours ou d'une résolution d'exercices. Pour autant, ce travail engage les étudiants à se poser des questions mathématiques et à compléter leurs connaissances sur le sujet qu'ils ont choisi. Il s'agit par ailleurs d'une entrée par le biais d'une question professionnelle, qui correspond à une question du métier, et que les étudiants peuvent rapidement expérimenter et mettre en œuvre en stage, ce qui est généralement apprécié. Ils apprécient également le fait de travailler sur un outil du métier sur lequel ils avaient jusque-là peu réfléchi, mais qu'ils utiliseront ensuite régulièrement dans leur carrière, et soulignent que ce travail les conduit à se poser de nombreuses questions qu'ils n'avaient jusque-là jamais considérées. Enfin, ils indiquent fréquemment que ce module a modifié la vision qu'ils avaient des affiches présentes dans leurs classes de stage. Au-delà de ces retours qui correspondent à des ressentis des étudiants, nous pouvons ajouter des éléments de nature plus objective qui nous montrent une réelle appropriation de cette réflexion et des contenus de formation. L'UVSQ rassemblant un petit nombre d'étudiants, nous avons en effet l'occasion de suivre tous les étudiants l'année suivante en M2. Nous avons été frappés par les nombreuses façons dont les étudiants qui ont suivi ce module en M1 reprennent et réinvestissent ces contenus de façon régulière tout au long de l'année suivante. De façon à la fois spontanée et pertinente, ils réinvestissent des réflexions sur les affiches dans à peu près tous les endroits où ils ont la possibilité de le faire : dans les questions qu'ils posent au cours des TD (« Et si on envisageait de faire une affiche ? ») ; dans les séances qu'ils présentent dans leurs oraux blancs pour la préparation de l'oral du concours ; dans leurs mémoires de M2, qu'ils portent ou non sur des mathématiques ; dans leurs classes de stage, comme nous avons pu le constater dans des visites ; dans leurs fiches de préparations, sur lesquelles ils nous interrogent parfois à telle ou telle occasion ; etc. La récurrence de ces réemplois spontanés et pertinents nous semble établir clairement qu'ils se sont approprié pour eux-mêmes une réflexion sur les affiches didactiques, dépassant les contenus spécifiquement travaillés dans ce module.

1.2 Conclusion : des intérêts du côté de la formation

Au-delà de ces éléments de bilan positifs, il nous semble que nous pouvons pointer un certain nombre d'avantages que ce scénario nous semble présenter du côté de la formation. L'entrée par les affiches didactiques permet d'aborder des questions mathématiques à partir d'un objet « petit » et local, mais correspondant à un enjeu professionnel du côté du métier. Le travail mené dans le module consiste à produire seulement une affiche, donc repose sur un contenu réduit. De plus les étudiants peuvent le faire porter sur un thème qu'ils choisissent eux-mêmes, ce qui leur permet de travailler à partir d'un point de départ qu'ils trouvent rassurant. Pour autant, la réflexion engagée pour produire cette affiche les conduit à considérer à la fois des questions professionnelles (des réflexions sur les élèves, leurs besoins, des questions de différenciation) et mathématiques (des questions de formulation, de présentation et de formulation des savoirs). De plus, la nature du support « affiche » fait que les contenus travaillés dans ce module sont faciles à réinvestir pour eux et à expérimenter du côté du stage. On constate donc que l'entrée « affiche », pour limitée qu'elle soit au départ, permet d'engager un travail qui est à la fois rassurant pour les étudiants, en lien avec le métier, facile à expérimenter en stage, tout en engageant des questions de fond en termes professionnels et mathématiques, ainsi qu'en direction d'une réflexion sur la diversité des élèves et des aides qu'on peut leur apporter.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions.* Thèse de doctorat en didactique des mathématiques, Université Paris Diderot, Paris. En ligne : https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01249807/document

Dufour, M. (2016). *Les pratiques d'affichage : points communs et variations selon les disciplines et les pédagogies*. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation. Lille : Université Lille 3. En ligne : https://www.theses.fr/2016LIL30002

ERMEL. (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM1.* Paris : Hatier.

MÉN. (2021a). *Guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP.* Ressources pour accompagner la mise en œuvre du programme, les guides fondamentaux pour enseigner. En ligne : https://eduscol.education.fr/document/3738/download?attachment

MÉN. (2021b). *La résolution de problèmes mathématiques au collège.* Ressources pour accompagner la mise en œuvre du programme, les guides fondamentaux pour enseigner. En ligne : https://eduscol.education.fr/document/13132/download?attachment

MÉN. (2022). *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen.* Ressources pour accompagner la mise en œuvre du programme, les guides fondamentaux pour enseigner. En ligne : https://eduscol.education.fr/document/32206/download?attachment

MÉN. (2023). *La construction du nombre à l'école maternelle.* Ressources pour accompagner la mise en œuvre du programme, les guides fondamentaux pour enseigner. En ligne : https://eduscol.education.fr/document/50924/download?attachment

Mourot, É. (2016). *La symbolisation en maternelle : usages et difficultés des élèves. Une analyse socio-langagière de la construction de la signification des affiches didactiques en grande section.* Thèse de doctorat. Paris : Université Paris 8 Saint-Denis.

Mourot, É. (2017a). Affichage en maternelle. *TRACeS de ChanGements,* 232. En ligne : https://changement-egalite.be/affichage-en-maternelle/

Mourot, É. (2017b). *Construire la signification des objets scolaires.* Dans : Groupe Français d'Éducation Nouvelle (GFÉN), (dir) : *Apprendre à comprendre dès l'école maternelle : réflexions, pratiques, outils.* (Chapitre 9, pp. 117-131). Lyon : Chronique sociale.

Rabardel, P. (1995). Qu'est-ce qu'un instrument ? L'intégration des instruments dans l'institution scolaire, CNDP, Die, 61-65. En ligne : http://tecfalabs.unige.ch/mitic/articles/rabardel_1995_quest-ce_quun_instrument.pdf

ANNEXE 1 : CADRAGE DU TRAVAIL À RENDRE POUR L'ÉVALUATION

Cadrage du document à rendre pour l'évaluation

Chaque groupe doit produire les deux documents suivants :

- Une affiche finalisée au format raisin, qui sera affichée à un emplacement de votre choix dans votre salle de cours habituelle ;
- Un document-texte, à déposer sur l'environnement numérique de travail (ENT).

Ce document-texte présentera les éléments suivants :

- Un titre de votre affiche
- Une présentation du contenu mathématique engagé par l'affiche (environ une demi-page à une page)
- Le public auquel s'adresse l'affiche (remarque : *« identifier le public »* ne se limite pas forcément à indiquer un niveau de classe)
- L'usage que vous prévoyez pour cette affiche (usage d'institutionnalisation ? de mémoire de la classe ? d'aide pour un travail à venir ? de trace écrite ? de décoration ? autre ?)
- Qui produira cette affiche en classe ?
- Les éléments de temporalité (À quel moment est-elle produite ? affichée ? Subit-elle des évolutions ? À quel moment ou selon quels critères est-elle « désaffichée » ? etc.)
- Les choix que vous avez effectués pour cette affiche :

1 - en termes de contenus (ce qu'on retient, ce qu'on ne retient pas, vos choix de formulation)

2 - en termes de mise en forme (ce qu'on retient, ce qu'on ne retient pas, vos choix de présentation)

- Le processus d'élaboration de l'affiche vécu par le groupe (cheminement, questions, échanges au sein du groupe, choix envisagés, retenus ou rejetés, et pourquoi, apports des différents brouillons, apports de la mise en commun, etc.)
- Pour présenter le cheminement que vous avez suivi, vous pouvez vous appuyer sur différentes phases de votre travail (échanges oraux, brouillons monochromes, brouillons en couleurs, prototype présenté aux autres dans la séance de mise en commun, affiche finale)
- Une photo pleine page de l'affiche finale (en format A4)
- Une photo pleine page de l'affiche positionnée dans votre salle et mise en situation (en format A4)

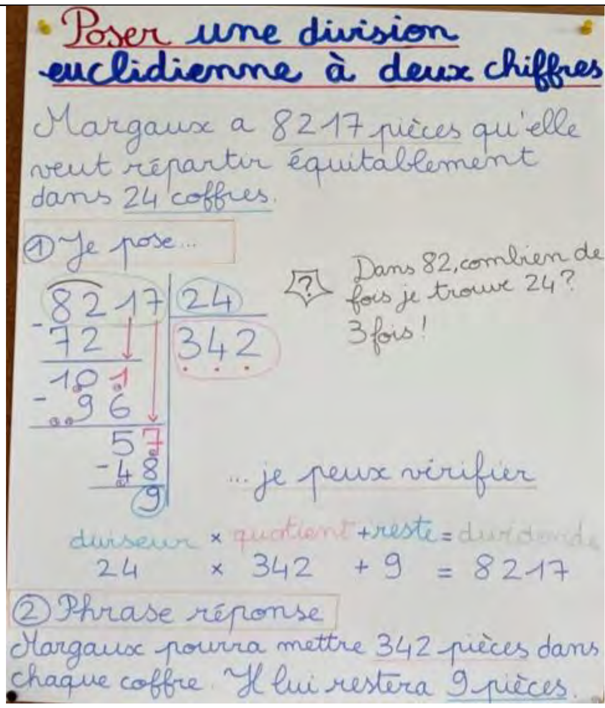
ANNEXE 2 : EXEMPLES D'ÉVOLUTIONS DU TRAVAIL DE TROIS GROUPES

Nous présentons les exemples d'évolution du travail de trois groupes, depuis les premiers brouillons monochromes (début de la séance 2) jusqu'à l'affiche finale (fin de la séance 5).

1 Deux étapes d'une affiche : d'un prototype dense à une affiche finale plus synthétique (sur la division euclidienne par un nombre à deux chiffres en CM1)

Le document rendu par ce groupe présente seulement deux états successifs de leur réflexion, mais qui permettent d'observer l'évolution d'un prototype (presque) monochrome, *a priori* trop dense, à une affiche finale plus condensée et plus synthétique. L'affiche porte sur la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre à deux chiffres et est destinée à des élèves de CM1.

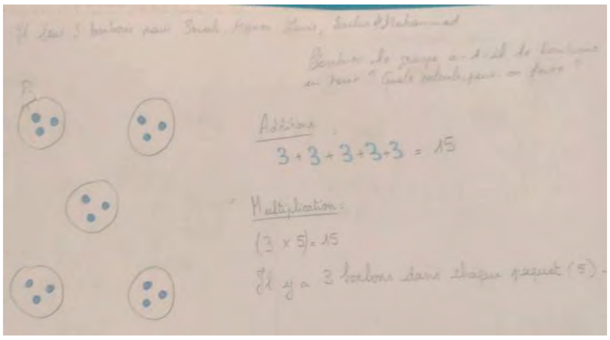
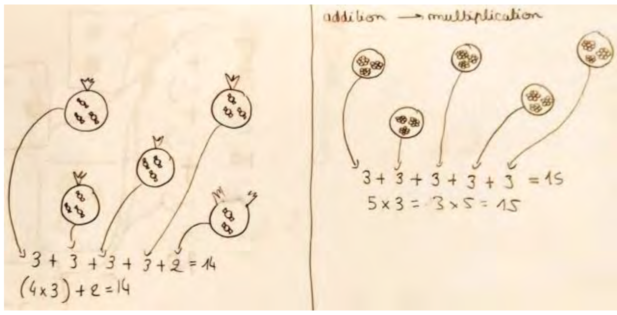
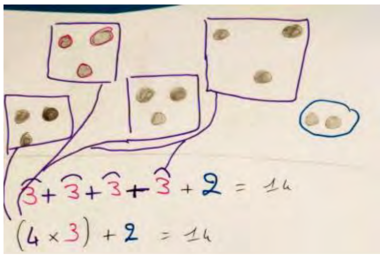
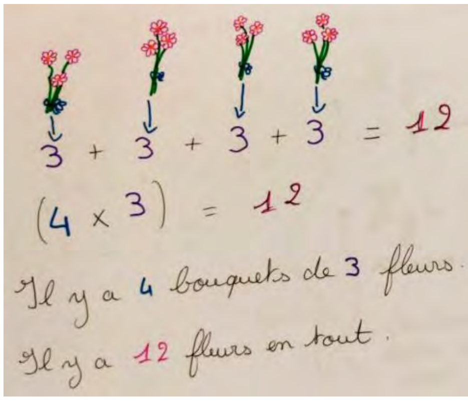
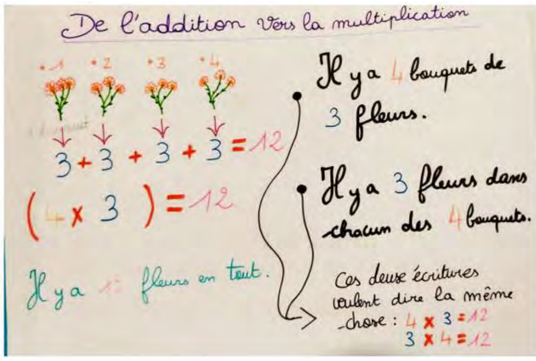
<table>
<tr><td>1. Un premier brouillon dense</td><td>2. Une mise en forme conduisant une affiche finale plus synthétique</td></tr>
<tr><td>


</td><td>


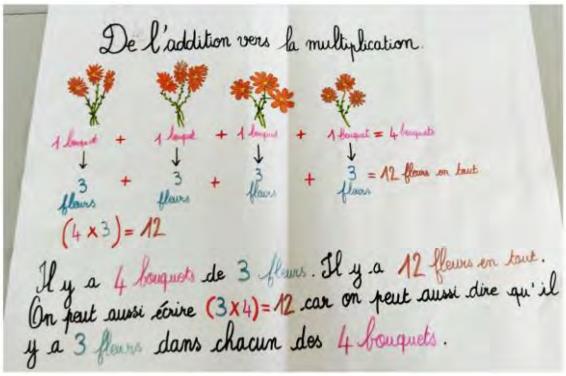
</td></tr>
<tr><td>Le groupe a souhaité commencer par produire un premier brouillon, nécessairement trop dense, consistant à rassembler et présenter tout ce qu'ils avaient à dire sur le sujet. Elle présente une démarche en 5 étapes pour effectuer une division posée. Le format portrait a été choisi en lien avec le mode de présentation vertical de la division posée.</td><td>La réflexion menée à partir du brouillon précédent, ainsi que les apports des autres groupes, ont conduit à une sélection des contenus à conserver, ainsi qu'à des choix de mise en forme et de mise en page qui ont permis d'aboutir au final à une affiche plus synthétique, mais retenant l'essentiel des éléments qui figuraient sur le premier brouillon. Les échanges issus de la mise en commun ont conduit à sélectionner 2 des 5 étapes de l'affiche précédente. L'affiche finale introduit également un code de couleurs, distinguant diviseur, dividende, quotient et reste.</td></tr>
</table>

2 Un exemple d'évolution d'une affiche en sept étapes (sur la relation entre addition itérée et multiplication en CE1)

Le document rendu par ce groupe présente sept étapes successives de leur travail, que nous présentons ci-dessous : deux brouillons monochromes, trois brouillons en couleurs, le prototype présenté lors de la séance de mise en commun et l'affiche finale. L'enjeu visé par l'affiche est de présenter la relation entre addition itérée et multiplication, à l'intention d'élèves de CE1. La réflexion du groupe sur cette affiche a pris en compte le fait que, bien qu'entrés dans la lecture, les élèves de cet âge peuvent avoir encore des difficultés de lecture et de compréhension, d'où une recherche menée par le groupe pour trouver une présentation qui puisse être comprise facilement par les élèves sans imposer de lire beaucoup de texte, tout en présentant un contenu mathématique qui reste suffisamment précis et clair. L'affiche est destinée à être produite dans la classe par l'enseignant, et à rester affichée pendant toute la séquence d'introduction de la multiplication (voire au-delà, si les élèves en ont le besoin).

Ce premier brouillon (quasi)-monochrome explore un contenu et une première mise en page potentiels. Le groupe a commencé par lire un chapitre d'un manuel de CE1 pour repérer des contenus avant d'élaborer ce premier brouillon. L'affiche présente 5 paquets de 3 bonbons et compare les deux écritures additive (3+3+3+3+3=15) et multiplicative (3 × 5=15).	
Ce deuxième brouillon monochrome explore d'autres choix de mise en page et introduit notamment des flèches. Il introduit également à gauche un changement de l'exemple utilisé, en remplaçant une multiplication directe (5 paquets de 3) par une situation avec un reste (4 paquets de 3, plus 2). À droite, l'exemple précédent reste conservé.	
Ce troisième brouillon introduit un code de couleurs (le rose pour les 4 parts égales ; le bleu pour le reste) ainsi qu'une distinction dans la forme des paquets (les paquets complets sont représentés par des carrés et le paquet incomplet par un ovale).	
Le groupe a identifié que l'introduction d'un reste changeait le sens mathématique de l'affiche, en l'éloignant de la multiplication. Ce quatrième brouillon en couleurs revient à l'exemple initial sans reste (4 bouquets de 3 fleurs). Il introduit un changement de modèle (remplacement des sacs de bonbons par des bouquets de fleurs). Le code couleur est modifié : il distingue à présent le multiplicateur (en bleu : 4 bouquets), le multiplicande (en violet : des bouquets de 3 fleurs), le produit (en marron : un total de 12 fleurs) et les mots de texte (en noir).	
Ce cinquième brouillon explore une autre mise en page avant la finalisation du prototype, reposant sur un partage vertical de l'espace en deux colonnes au lieu d'une suite de lignes. Il conserve l'exemple et le code couleur précédents. Il ajoute un titre, ainsi qu'un comptage des bouquets (au-dessus). Il introduit une 5[e] couleur pour les signes mathématiques (en rouge : signes +, ×, = et parenthèses).	

L'affiche prototype présentée aux autres groupes. Elle conserve le titre du brouillon précédent, mais revient à la mise en page antérieure. Elle introduit une mise en correspondance du comptage des bouquets (1 bouquet + 1 bouquet + 1 bouquet + 1 bouquet = 4 bouquets) avec celui des fleurs (3 fleurs + 3 fleurs + 3 fleurs + 3 fleurs = 12 fleurs) qui explicite le sens des flèches.

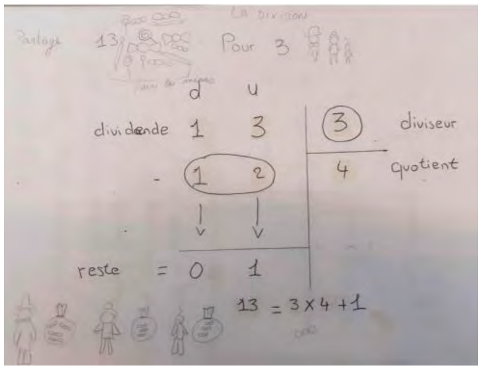


L'affiche finale. Elle reste proche de l'affiche prototype, mais tient compte de certaines remarques formulées lors de la mise en commun, notamment concernant la représentation des fleurs. Elle présente des fleurs plus visibles et à présent toutes identiques, dans le but de mettre en évidence la notion d'unité.

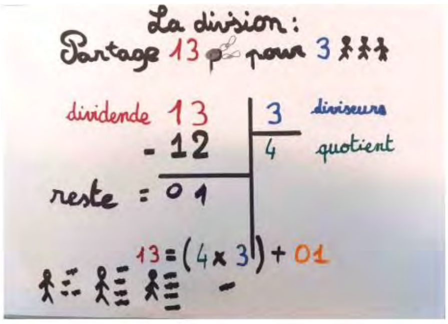
3 Un exemple d'évolution d'une affiche en cinq étapes (sur la division posée en CM1)

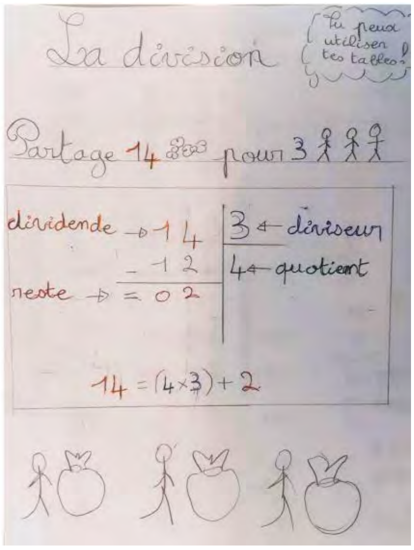
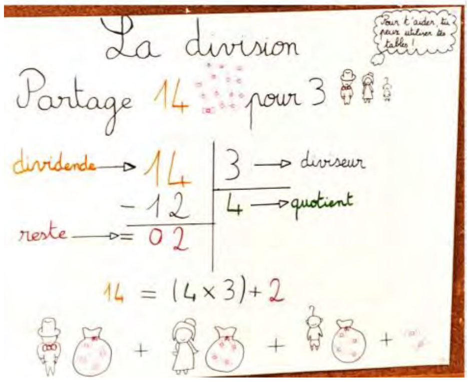
Pour cette affiche, le document rendu par le groupe présente cinq étapes successives de leur travail. L'affiche porte sur la division posée et est destinée à des élèves de CM1.

Ce premier brouillon monochrome a permis au groupe de réfléchir à un principe d'organisation général de l'affiche autour d'un exemple de division posée en potence. Les éléments explicatifs ou illustratifs qui figurent autour de la potence sont pour l'instant seulement esquissés.



Ce deuxième brouillon introduit un code couleurs (dividende en rouge, diviseur en bleu, quotient en vert, reste en orange et texte en noir), en s'appuyant sur l'organisation précédente de l'affiche. Le groupe a supprimé les flèches verticales du brouillon précédent, qui semblaient à la fois apporter une surcharge inutile, et inciter à un processus formel, au détriment du sens de la soustraction.



<table>
<tr>
<td>Ce troisième brouillon correspond à un essai de présentation de la même organisation en format portrait. Pour cet essai, le groupe est revenu à un brouillon utilisant peu de couleurs. Après observation de cet essai jugé moins lisible, le groupe est revenu ensuite au choix d'une présentation en format paysage. Ce brouillon introduit un changement dans l'exemple utilisé (partager 14 et non plus 13 par 3), ce qui modifie la valeur du reste (2 au lieu de 1). Ce brouillon introduit deux autres éléments qui seront repris dans l'affiche finale : un encadré au centre pour isoler la partie formelle (la division posée) des éléments explicatifs qui figurent autour ; et l'ajout d'une bulle en haut pour indiquer de penser aux tables de multiplication, le lien avec celles-ci n'étant pas un enjeu de l'affiche.</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Le prototype présenté lors de la séance de mise en commun. Il revient à l'exemple antérieur (partager 13 en 3, avec un reste de 1). D'autres propositions du brouillon précédent ont également été enlevées (la bulle en haut, l'encadré au centre et les flèches horizontales). En revanche, le prototype développe la dimension d'illustration de l'exemple, avec des représentations des 13 bonbons et des 3 personnes avant le partage (en haut) et après (en bas).</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>L'affiche finale. Elle s'éloigne relativement peu du prototype.
On peut cependant observer quelques modifications qui témoignent d'une poursuite de la réflexion au sein du groupe. Parmi celles-ci, on peut citer la reprise de la bulle indiquant de penser aux tables de multiplication, du cadre autour de la partie centrale et des flèches horizontales, qui avaient été écartés dans le prototype ; un ajout des signes de l'addition dans la ligne en bas ; et peut-être aussi, même si ce point est subjectif, une répartition un peu plus équilibrée des éléments sur la page.
Enfin, la mise en commun a engagé une discussion sur la valeur du reste, jugée trop petite par les autres groupe, qui a conduit le groupe à revenir à l'exemple d'un partage de 14 en 3, associé à un reste égal à 2.</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

LES GRANDEURS : COMMENT ACCOMPAGNER LA DIVERSITÉ DES ENSEIGNANTS POUR AIDER LES ÉLÈVES ?

Richard CABASSUT
IREM de Strasbourg
LISEC UR2310
richard.cabassut@gmail.com

Résumé
L'atelier se propose d'une part de réfléchir à des définitions différenciées des grandeurs suivant le destinataire (élève, professeur, RMC, formateur, mathématicien), et d'autre part de réfléchir à la prise en compte de la diversité des enseignants et des élèves dans des formations sur les grandeurs. On étudie différentes propositions de définitions sur les grandeurs (grandeur, mesure, mesurage, estimation …) et la prise en compte de la diversité des professeurs et des élèves dans ces définitions.

Comment définir les grandeurs à différents auditoires (élèves, étudiants, enseignants, formateurs, mathématiciens) ? En effet plusieurs modalités sont possibles. On peut définir sous un pont le niveau d'eau et repérer les différents niveaux suivant les époques ; ou encore avec des élèves de maternelle, on peut repérer que la quantité d'eau écoulée pendant une durée est plus importante que pendant une autre durée. On aborde ainsi les grandeurs par l'action, avec des manipulations ou des expériences, sur des exemples. À l'opposé, on peut opter pour une définition formelle : pour Chamorro (2006, p.224), un ensemble de grandeurs mesurables est un monoïde commutatif archimédien. Faut-il recourir au point de vue du physicien pour lequel la mesure exacte d'une grandeur n'existe pas (Treiner 2011) ? ou bien aborder le point de vue des mathématiciens pour qui l'ensemble des grandeurs mesurables a pour modèle l'ensemble des nombres réels positifs (Perrin 2005, p.138) ? Nous proposons de réfléchir à la manière de définir les grandeurs à partir de différents exemples.

I - LA DIVERSITÉ DES PUBLICS : LES ÉLÈVES, LES PROFESSEURS, LES FORMATEURS

1 Chez les élèves

Le rapport Durpaire (2006) pointait les difficultés de conversions :

« Pour les mesures, plus d'un tiers des élèves des années 2000 ne savent pas convertir des kilogrammes en grammes ou des millimètres en centimètres. L'appel à l'écriture décimale fait encore chuter les résultats puisque seulement un sur deux convertit des mètres en kilomètres ».

Chambris (2012, p.64) rappelle les difficultés des élèves pour l'estimation de grandeurs :

Complète avec l'unité qui convient : **mètres, centimètres, grammes, kilogrammes, minutes, heures**.

Au stade, Antoine a fait un saut en hauteur de 60 …….

Il a réussi à soulever une caisse qui pesait 8 ………… .

Il a lancé une balle lestée de 200 … à une distance de 6 …. .

Il a fait un tour de piste en 4 ……….. .

	Réponses en %			
saut en hauteur	60 cm	60 m	autre	sans
	36,38	52,45	7,99	3,17
caisse soulevée	8 kg	8 g	autre	sans
	46,34	39,79	10,37	3,51
balle lestée	200 g	200 kg	autre	sans
	42,84	20,67	29,47	7,01
lancée à une distance de	6 m	6 cm	autre	sans
	36,63	25,12	24,76	13,50
un tour de piste en	4 min	4h	autre	sans
	61,10	16,66	11,82	10,42

Vingt ans après, on retrouve les mêmes faiblesses dans les évaluations d'entrée en 6e de 2021 (Andreu S. & al.2021) où les cases grisées indiquent les réponses correctes et où les tableaux précisent le pourcentage de réponses de chaque choix de réponse.

1/ Sur une carte, 1 cm représente 4 km dans la réalité. Trouver la distance dans la réalité d'un segment de 10 cm sur le plan.

Cocher la bonne réponse.

☐ 0,4 km ☐ 400 km ■ 40 km ☐ 4 km

0,4 km	400 km	40 km	4 km	Non réponse
5,9	7,6	77,3	5,6	3,6

2/ Observer la frise chronologique suivante.

La guerre de Cent Ans a duré en réalité ■ 116 ☐ 861 ☐ 324 ☐ 977 années.

116	324	861	977	Non réponse
76	6,6	4,9	7,3	5,2

3/ Pour réaliser une mousse au chocolat pour quatre personnes, il faut 200 g de chocolat noir. Quelle est la quantité de chocolat pour sept personnes ?

Cocher la bonne réponse.

☐ 200 g
☐ 300 g
■ 350 g
☐ 400 g

250 g	300 g	350 g	400 g	Non réponse
7,5	9,5	58,3	21,7	3

5/ À la boulangerie, Kim a acheté 3 croissants à 1,20 € l'un et un pain aux raisins à 2 €. Elle donne 10 €. Combien va-t-on lui rendre ?

Cocher la bonne réponse.

☐ 3,20 € ☐ 6,80 € ☐ 5,60 € ■ 4,40 €

3,20 €	4,40 €	5,60 €	6,80 €	Non réponse
11,4	34,1	21,9	30,3	2,4

4/ Un rectangle a un périmètre de 500 m.
Sa longueur mesure 150 m.
Combien mesure sa largeur ?

La largeur vaut ☐ 100 m.
☐ 125
☐ 200
☐ 350

100	125	200	350	Non réponse
31	11,4	14,6	37,1	5,9

6/ Des élèves de CM2 étudient une situation que l'on admet être une situation de proportionnalité. Ils observent la distance parcourue par un cycliste en fonction du temps écoulé.
Un nombre manque dans le tableau suivant. Lequel ?

Distance parcourue (en km)	Temps écoulé (en h)
60	2
120	4
	8

Cocher la bonne réponse.
☐ 180 km ☐ 194 km ☐ 240 km ☐ 480 km

180	194	240	480	Non réponse
28,6	4,9	54,7	7,6	4,2

7/ Une voiture roule à vitesse constante. Elle parcourt 80 km en une heure.
Quelle distance parcourt-elle en un quart d'heure ?

Cocher la bonne réponse.
☐ 20 km
☐ 40 km
☐ 60 km
☐ 80 km

20 km	40 km	60 km	80 km	Non réponse
54,4	16,2	12,4	12,2	4,8

1/ Le cours de solfège de Mathis a commencé à 18 h 45 min et a duré 1 h 30 min.
Le cours de solfège s'est terminé à ☐ 19 h 15 min
☐ 20 h 05 min
☐ 19 h 75 min
☐ 20 h 15 min

19 h 15 min	19 h 75 min	20 h 05 min	20 h 15 min	Non réponse
23,8	19,2	9,5	45,9	1,7

On retrouve ces difficultés chez les enseignants et les formateurs.

2 Chez les enseignants et les formateurs

Sirieix (2020) dans une enquête de 2017 auprès de 200 enseignants du CE1 au CM2, observe : « Si les enseignants déclarent ne pas sous-estimer l'importance de l'enseignement de l'estimation, nous avons pu déterminer qu'ils sont globalement dans l'incapacité de définir l'estimation et de proposer des pistes pour l'enseigner ».

Lors du plan national de formation 2021-22 sur le thème « grandeurs et mesures », le retour[1] des formateurs d'enseignants de l'école primaire qui participaient à cette formation révélaient les besoins suivants.

Les différents termes : objet, grandeur, mesure, mesurage et estimer n'étaient pas forcément bien définis par tous, et auraient probablement besoin d'être reprécisés lors de la formation.

Les participants ont débattu assez largement sur la notion de mesurage. Les avis des uns et des autres ne sont pas toujours en adéquation et une précision sur le terme serait judicieuse.

Disposer d'un lexique rigoureux mathématique (et non social) pour le domaine Grandeurs et Mesures.

Points de vigilance : il ne faut pas que la rigueur mathématique amoindrisse le sens et le bon sens chez l'élève, l'enseignant ou le formateur. Avoir des définitions éclairantes et ne pas donner les mêmes définitions à un élève, un enseignant, un formateur ou un mathématicien. Il faut affronter les différents registres sémiotiques et la polysémie et ne pas éviter les problèmes liés à ces différences.

Enfin lors de l'atelier, l'animateur exprimait son propre témoignage : « Sur le thème des grandeurs, dans les souvenirs de ma formation, reviennent le thème des équations aux dimensions en physique au lycée et un certificat de théorie de la mesure en troisième année de licence. Je ne me suis intéressé aux grandeurs que lorsque j'ai du former des étudiants au professorat d'école et à l'estimation lorsque j'ai enseigné la théorie de l'estimation en statistique. J'ai alors été très surpris par l'absence du thème des

[1] Retours collectés par l'animateur de l'atelier qui a participé à cette formation du PNF.

grandeurs dans les ouvrages de mathématiques récents (les éléments d'Euclide n'étant pas considérés comme un ouvrage récent). J'ai trouvé des éléments de réponse dans des ouvrages entre mathématiques et didactique (brochures mots de l'APMEP, revue Petit x, ouvrages de Nicolas Rouche, documents d'accompagnement, ouvrages de Perrin (2005) ou Chamorro (2006)). Cette insatisfaction vis à vis des définitions sur les grandeurs était exprimée par le mathématicien Grothendieck (2021, p.20) « Ce qui me satisfaisait le moins, dans nos livres de maths, c'était l'absence de toute définition sérieuse de la notion de longueur (d'une courbe), d'aire (d'une surface), de volume d'un solide ». Réfléchissons donc aux définitions sur les grandeurs.

II - DÉFINITIONS À PROPOS DES GRANDEURS

1 Ce que ne disent pas les textes officiels

On observe la complexité de l'accès aux définitions pour l'élève, l'enseignant et le formateur. Les textes officiels en vigueur (MEN 2020) et les documents ressources (EDUSCOL 2016a, 2016b) discourent sur les notions de grandeurs sans jamais les définir. Ainsi le guide récent de la maternelle (DGESCO 2023 ; p.27) invoque « la grandeur des nombres » ou « les grandeurs des nombres » sans définir ces notions. La notion de grandeur repérable est évoquée dans le programme de cycle 2, mais n'est pas évoquée dans les autres programmes du cycle 1 au cycle 3, ni dans les documents ressources, à l'exception du guide du collège (DGESCO 2022, p.159). Même le document d'accompagnement de 2007 (DGESCO 2007), qui d'après (DEGESCO 2022, p.161) « définit de manière claire et précise la notion de grandeur » ne précise pas comment les notions de grandeur repérable, d'estimation ou d'ordre de grandeur sont définies alors que ces notions sont présentes dans les programmes dès l'école primaire.

2 Ce que dit un texte de métrologie

Dans un cours d'introduction à la mesure, Schoefs & al. (2016) précisent :

« Une grandeur est définie comme attribut d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance chimique, physique ou biologique, qui est susceptible d'être distinguée qualitativement et déterminée quantitativement (tirée de la Norme française NF X 07-001 de décembre 1994 "Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de métrologie").

La grandeur est caractérisée par une valeur numérique et une unité, qui sont indissociables. Ainsi, attribuer une valeur numérique à une grandeur sans en préciser l'unité n'a aucun sens.

On peut classer les grandeurs en deux catégories : les grandeurs mesurables et les grandeurs repérables.

Grandeur mesurable : une grandeur est dite mesurable si on peut lui affecter une valeur numérique à partir d'observations. En outre, la somme et/ou le produit de grandeurs mesurables ont une signification. Parmi les grandeurs mesurables, on peut citer la longueur, la température absolue, la résistance, ...

Grandeur repérable : une grandeur est dite repérable si la somme et le produit de cette grandeur n'ont pas de sens. Parmi les grandeurs repérables, on peut citer la température centésimale (°C), la date, le potentiel électrique, ... »

3 Ce que disent les textes officiels d'enseignement des mathématiques

(DGESCO 2022, p.161) rappelle la définition d'une grandeur : « Les grandeurs physiques ou mathématiques dépendent des objets d'étude qui peuvent porter plusieurs espèces de grandeurs (masse, longueur, durée, prix). Une grandeur met en relation des objets différents au sens des « relations d'équivalence » (tous les objets de même masse portent la même grandeur). Les grandeurs (d'une même espèce, par exemple, la masse) vérifient une relation d'ordre total (on peut comparer des masses), possèdent une addition (on peut additionner des masses) et par itération une multiplication par un entier (une masse trois fois plus lourde qu'une autre), une soustraction (si une masse est plus petite qu'une autre, on peut trouver une masse différente), et généralement la division par un entier non nul (on parle alors de grandeur divisible). Certaines notions discrètes (habitant, voyageur, véhicule) sont traitées comme des grandeurs (discrètes) et en pratique comme des grandeurs (divisibles) dès que les cardinaux sont grands (le tiers d'une population de 3 500 habitants) ».

Ce document est le seul à évoquer explicitement les grandeurs repérables (DGESCO 2022, p.161): « Certaines grandeurs physiques ne sont pas mesurables, car l'échelle numérique associée, pour les caractériser, dépend du choix d'une origine (comme la température thermométrique Celsius, la date calendaire). Dans ce cas, ces grandeurs sont dites repérables, et on devrait dire au quotidien " repérer une température " plutôt que " mesurer une température ". Point de vigilance : passer de 10 °C à 20 °C, ce n'est pas doubler la température, car dans l'échelle Fahrenheit on passe de 50 °F à 68 °F qui n'est pas un doublement ».

Ce document renvoie à (EDUSCOL 2007) pour des définitions claires et précises des grandeurs. Nous proposons à partir de l'étude d'exemples de réfléchir à ces définitions.

III - DES EXEMPLES AUX DÉFINITIONS

Les participants à l'atelier sont invités à se répartir en groupes hétérogènes : chaque groupe essayant de rassembler des RMC, des formateurs en INSPE, des enseignants-chercheurs de mathématiques. Chaque groupe répondra aux questions concernant les exemples proposés et une mise en commun discutera les réponses.

1 Les tests d'intelligence

Soit un ensemble E de 8 personnes Alban, Béatrice, Charles, Denis, Elina, Françoise, Gérard et Hector soumis à des séries T1, T2 et T3 de tests d'intelligence et ayant obtenu les scores ci-contre.

Personnes	Score T1	Score T2	Score T3
A	1	1	2
B	1	1	2
C	1	1	1
D	2	2	1
E	2	2	1
F	2	2	3
G	2	2	3
H	4	5	3

Peut-on définir à partir de ces données une espèce de grandeur intelligence sur E en tenant compte des tests ? Est-elle repérable ? Est-elle mesurable ?

Discussion dans l'atelier :

A-t-on défini des espèces de grandeur ?

On s'accorde sur la définition suivante d'une grandeur inspirée de (EDUSCOL 2007).

Sur un ensemble X d'objets on définit une relation d'équivalence ~ (la relation « avoir même grandeur que »). Sur l'ensemble G des classes d'équivalence, il existe une relation d'ordre total ≤ («est moins grand que ») sur G, ce qui permet de dire pour 2 objets x et y de X, soit qu'ils ont même grandeur, soit que la grandeur de l'un est strictement plus grande que celle de l'autre.

Une classe d'équivalence par cette relation ~ est une grandeur et l'ensemble de ces classes d'équivalence constitue une espèce de grandeur G (par exemple le volume, la longueur, la masse).

On peut définir pour chacun des scores Ti (où i vaut 1, 2 ou 3), une relation d'équivalence sur E : deux personnes ont la même intelligence si elles ont le même score. Et on définit une relation d'ordre total sur ces classes d'équivalence : une intelligence est inférieure à une autre si son score est inférieur au score de l'autre.

Ainsi on peut définir 3 espèces d'intelligence. On peut remarquer que T1 et T2 définissent les mêmes classes d'équivalence et la même relation d'ordre On peut donc considérer que c'est la même espèce de grandeur à ce niveau-là (c'est à dire au niveau de la relation d'équivalence et de la relation d'ordre). Le score T3 définit une autre espèce d'intelligence, distincte de la précédente.

Ces grandeurs sont-elles repérables ?

Pour le moment nous n'avons pas rencontré de définition de la notion de grandeur repérable. Observons les deux exemples classiques de grandeurs repérables non mesurables : la température et la date. Pour la température, on utilise une graduation régulière avec une origine. Pour la date, avec certains calendriers utilisent le jour comme unité et une origine est choisie (par exemple la naissance du Christ). On peut cependant observer que pour repérer un niveau de crue sous un pont il n'est pas nécessaire d'avoir une origine ou une unité.

On peut alors proposer la définition suivante :

Les grandeurs d'une espèce de grandeur donnée sont repérables numériquement s'il existe une application strictement croissante de l'ensemble des grandeurs dans l'ensemble des réels qui à toute grandeur associe un réel.

Cette définition peut être utilisée pour qualifier les exemples précédents (température, date, niveau de crue) d'exemples de grandeurs repérables. La stricte croissance permet la bijection entre l'ensemble des grandeurs et l'ensemble des repères de grandeurs. Cette numérisation des grandeurs permet certains calculs statistiques, comme le repère moyen d'un ensemble de grandeurs : c'est le cas de la température.

Par contre l'addition de repères ne signifie a priori rien. On ne sait pas interpréter une somme de température ou une somme de dates. Cependant pour les grandeurs mesurables, comme la longueur ou la masse, on peut, pour repère d'une grandeur, prendre sa mesure et dans ce cas la somme de ces repères aura une signification, qui provient du caractère mesurable de ces grandeurs.

Donc dans notre exemple des tests d'intelligence, ces grandeurs sont repérables. T1 et T2 pourraient définir en théorie la même espèce de grandeur, mais avec des repères différents qui ne sont pas égaux à un coefficient multiplicatif près.

Ces grandeurs sont-elles mesurables ?

Pour définir une grandeur mesurable, il faut définir une addition entre grandeurs qui va permettre des calculs entre grandeurs. Dans notre exemple sur les scores d'intelligence on peut additionner les scores.

Mais quel sens cela a-t-il ? De plus, pour T1, l'addition des scores 2 et 4 donne 6 qui n'est pas un score. Donc, sur cet exemple, nous ne voyons pas d'addition naturelle des grandeurs. Ces grandeurs ne sont pas a priori mesurables.

Examinons l'exemple suivant.

2 Température de réunions de récipients

On considère un ensemble fini de récipients remplis d'eau le dimanche 23 octobre 2022 à 12h[2] et toutes les parties possibles de cet ensemble (par exemple un récipient R1 avec 10cl d'eau à 10°, un récipient R2 20 cl d'eau à 5° etc). On insiste sur le fait qu'une partie de cet ensemble est constituée d'un ensemble de récipients mais n'est pas un mélange des contenus de ces récipients dans un récipient plus grand.

On définit la caractéristique température suivante :

caractéristique d'un récipient : mesure de la température indiquée par un thermomètre en degré Celsius plongé dans ce récipient le dimanche 23 octobre 2022 à 12h ;

Caractéristique d'un ensemble de récipients distincts deux à deux : somme des mesures des températures de ces récipients.

1) Cette caractéristique précédente d'un récipient ou d'une réunion est-elle une grandeur ? Est-elle repérable ? mesurable ? Pourquoi ?

2) Quelles définitions pour grandeur, grandeur repérable, grandeur mesurable et estimation proposeriez-vous à un élève de cycle 2, un élève de cycle 3, un étudiant préparant le concours de PE, un PE en formation continue, un RMC, un formateur de RMC ?

Discussion

Soit l'ensemble X des récipients et de toutes les réunions possibles de récipients.

La température précédemment définie est-elle une espèce de grandeur sur X ?

Soient x et y appartenant à X. x ~ y si x et y ont même température. La relation ~ est bien une relation d'équivalence sur X. Sur l'ensemble des classes d'équivalence on peut définir la relation d'ordre total suivante : une classe est inférieure à l'autre si la température commune des éléments de sa classe est inférieure à la température commune des éléments de l'autre classe. La température vérifie donc bien la définition d'une grandeur.

La température est-elle une grandeur repérable ?

Avec la définition adoptée dans l'exemple précédent, l'application de X dans l'ensemble des réels qui associe à un élément x de X sa température telle que définie au début de l'exemple est bien une application strictement croissante. Cette grandeur est donc repérable.

La température est-elle une grandeur mesurable ?

Pour cela il faut définir une addition entre températures.

Considérons des températures de parties disjointes. Alors la somme de ces températures est la température de la réunion de ces parties, réunion qui est bien un élément de X. Donc l'addition est interne dans ce cas.

Le problème se pose pour la somme des températures de parties non disjointes x et y. Si on note temp(x) pour la température de x on aura :

[2] La date et l'heure ont été choisis arbitrairement et n'ont aucune importance.

temp(x) + temp(y) = temp(xUy) + temp(x∩y)

La question est de savoir s'il existe une partie de X de température temp(x) + temp(y). On peut donner un contre-exemple. Si X a pour seul élément le récipient x, alors il n'existe pas de partie de X de température temp(x) + temp(x) = 2 temp(x).

(Eduscol 2007, p.5) signale cette difficulté avec un argument étrange : « Cette addition sur les objets n'est pas partout définie : il est en effet impossible d'ajouter un objet à lui-même […] Pour la grandeur " longueur " par exemple, on ne peut pas mettre bout à bout un segment avec lui-même ; il faut disposer pour cela d'un autre segment de même longueur ». Cet argument est étrange car il mélange le monde mathématique et le monde extra-mathématique. Ce qui pose problème dans la somme des objets, ce n'est pas la faisabilité physique, manipulatoire, expérimentale de l'addition, c'est le fait que dans le passage à l'ensemble des classes d'équivalence, l'addition entre classes d'équivalence soit indépendante des représentants choisis pour effectuer la somme entre classes de ces objets.

Nous proposons la définition suivante de grandeur mesurable inspirée de (EDUSCOL 2007) ;

G est un ensemble de grandeurs mesurables si les conditions suivantes sont vérifiées :

1) il existe une application m de X, ensemble non vide d'objets, dans [0;+∞[. On définit sur X la relation d'équivalence ~: (x ~ y) ⇔ (m(x) = m(y)).

2) G est l'ensemble des classes d'équivalence de ~. On note G(x) la classe d'équivalence de x.

3) on définit l'ordre total ≤ sur G par G(x) ≤ G(y) si m(x) ≤ m(y).

4) il existe une addition + sur G vérifiant les propriétés suivantes :

a) + est interne dans G, admet un élément neutre noté 0, est associative et commutative,

b) l'application mes, de G dans [0 ; +∞[, qui à G(x) associe mes(G(x)) = m(x), est compatible avec l'addition, c'est-à-dire que mes(G(x) + G(y)) =mes(G(x)) + mes(G(y)). m(x) et mes(G(x)) sont respectivement appelées mesure de x et mesure de G(x).

Quelques remarques sur cette définition. Elle impose des conditions mais n'indique pas comment trouver l'application m ou la loi +. Il en était de même précédemment pour la relation d'équivalence ~ et la relation d'ordre ≤ : elles doivent exister pour définir une grandeur mais il n'y a pas d'indication comment les construire.

On remarquera que par définition, l'application mes est compatible avec l'ordre.

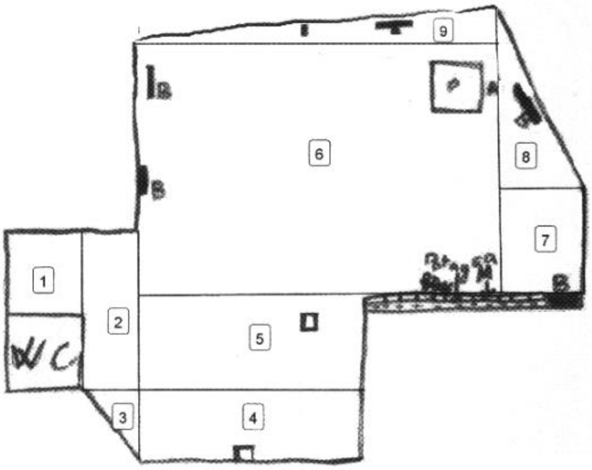
En effet si G(x) ≤ G(y) alors cela signifie que m(x) ≤ m(y) d'après 3), donc que mes(G(x)) ≤ mes(G(y)).

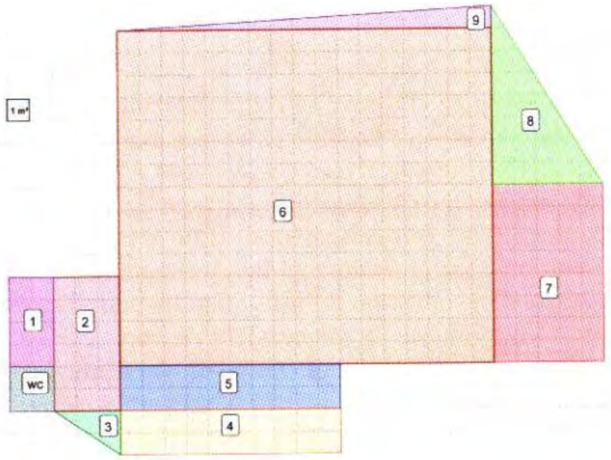
Cette définition apparaît trop abstraite pour des professeurs d'école, en formation initiale ou continue. Pour ces publics l'addition + et les applications m et mes seront présentées en fonction de l'espèce de grandeur étudiée. Par exemple pour la longueur les procédures de déplacement et de juxtaposition de segments introduiront l'addition. Le nombre de reports d'un étalon orienteront vers la mesure. Pour d'autres grandeurs comme la masse ou la durée on aura recours à un appareil de mesure type balance ou chronomètre.

Il a été souligné l'importance de la phase de comparaison des grandeurs sans recours à la mesure pour éviter de numériser trop rapidement le traitement des grandeurs.

3 La cour de l'école

(Moyon & al. 2018, p.185) propose une activité de mesure de l'aire de la cour d'une école.





Formules de calculs des aires :

Aire $_{\text{rectangle}}$ = longueur x largeur

Aire $_{\text{triangle rectangle}}$ = base x hauteur ÷ 2

Relevés effectués:

Découpage cour	longueur	largeur	Calcul de l'aire
Rectangle 1	14,42 m	15,8 m	L x ℓ
Rectangle 2	7,58 m	3,40 m	L x ℓ
Rectangle 3			
Rectangle 4	6,05 m	3 m	L x ℓ
Rectangle 5	10,90 m	7,2	L x ℓ
Rectangle 6			
Rectangle 7	13,54 m	10,80 m	L x ℓ
Rectangle 8			
Rectangle 11			
Rectangle 12			
Rectangle 14	13,54 m	3,31 m	L x ℓ
Triangle rectangle 9			
Triangle rectangle 10			
Triangle rectangle 13	3,57 m	3,85 m	B x h ÷ 2
Triangle rectangle 15			

Et si on mesurait la cour ? Comment définir les notions d'estimation et d'ordre de grandeur : pour un un élève de cycle 2 ? un élève de cycle 3 ? un étudiant préparant le concours de PE ? un PE en formation continue ? un RMC ? un formateur de RMC ?

Discussion en atelier

Mathématiquement : soit x une valeur exacte (souvent inconnue ou inaccessible) (a;b) est un encadrement à la précision p de x si a ≤ x ≤ b et si b – a ≤ p . Par exemple : (3,1 ; 3,2) est un encadrement de π à la précision 0,1 car 3,1 ≤ π ≤ 3,2 et 3,2 – 3,1 ≤ 0,1.

e est une estimation (ou approximation ou valeur approchée) de x à la précision p si e – p ≤ x ≤ e + p.

Par exemple : 3,14 est une estimation de π à la précision 0,05 car 3,14 – 3,14 – 0,05 = 3,09 ≤ π ≤ 3,14 + 0,05 = 3,19

Un ordre de grandeur de x est un nombre simple arrondi proche de x (pas de définition consensuelle sur simple et arrondi).

Par exemple : 300, 100 ou 1000 sont des ordres de grandeur de 314,16. Plus l'unité est petite, et plus la mesure de la grandeur avec cette unité est grande, ce qui constitue un bon moyen de contrôle de mesures.

Au niveau des élèves il n'est pas envisagé de demander la précision d'une estimation. Les programmes de cycle 3 (MEN 2020) recommandent d'utiliser « les grands nombres (entiers) et les nombres décimaux pour exprimer ou estimer des mesures de grandeur (estimation de grandes distances, de populations, de durées, de périodes de l'histoire, etc.) […] le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner un sens concret aux grandeurs étudiées et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueur et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre-poste, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait, etc.) ». Par contre il peut être important, en formation, d'introduire la précision pour comparer différentes estimations et justifier le choix des référents qu'on adoptera avec les élèves.

Le second temps de l'atelier sur différentes modalités de formation sur les grandeurs n'a pas pu être abordé faute de temps.

IV - CONCLUSION

Dans cet atelier, différentes définitions sur les notions de grandeur, de grandeur repérable, de grandeur mesurable, d'estimation et d'ordre de grandeur ont été proposées d'un point de vue mathématique. Ces définitions peuvent être abordées en formation initiale ou continue pour montrer le caractère problématique des définitions générales et pour aborder la complexité de ces notions. Mais une approche procédurale et pragmatique, spécifique à chaque espèce de grandeur, permettra de donner du sens aux comparaisons de grandeurs et à leurs mesures.

V - BIBLIOGRAPHIE

Chamorro, M. del C. (coord.) (2006) *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Educacion. Madrid.

Chambris, C. (2012) *Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ?* Grand N n° 89, 2012, pp. 39 à 69. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01742650/document

DGESCO (2023) *La construction du nombre à l'école maternelle*. Ministère de l'Éducation.

DGESCO (2022) *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*. Ministère de l'éducation nationale.

DGESCO (2021) *La résolution de problèmes mathématiques au collège*. Ministère de l'éducation nationale.

DGESCO (2020) *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. Ministère de l'éducation nationale.

Durpaire, J. L. & al. (2006) *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*. Rapport de l'Inspection Générale de l'Éducation Nationale n° 2006-034. Ministère de l'Éducation Nationale. https://www-vie-publique-fr.ezproxy.u-pec.fr/sites/default/files/rapport/pdf/064000859.pdf

EDUSCOL (2007) *Ressources pour les classes de 6e, 5e, 4e, et 3e du collège - Grandeurs et mesures au collège*. Ministère de l'Éducation Nationale.

EDUSCOL (2016b) *Grandeurs et mesures au cycle 2*. Ministère de l'Éducation Nationale

EDUSCOL (2016a) *Grandeurs et mesures au cycle 3*. Ministère de l'Éducation Nationale

Grothendieck, A. (2021). *Récoltes et semailles*. Gallimard.

MEN (Ministère de l'Éducation Nationale) (2020) *Programmes d'enseignement*. Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020

Moyon Marc & al. (2018) *Passerelles Enseigner les mathématiques par leur histoire au cycle 3*. Editions ARPEME.

Perrin, D. (2005) *Mathématiques d'école. Nombre, mesure et géométrie*. Edition Cassini.

Schoefs,O., Buiron,N., Favergeon,J. (2016). Chapitre 1 : *Grandeurs, dimensions et unités*. https://ics.utc.fr/PS90/chapitre1/co/definition-grandeur.html

Sirieix Pascal (2020) *Rôle de l'estimation de la mesure de longueur dans la compréhension des unités de mesure de longueur et des liens qui les unissent*. Actes du 46e colloque de la COPIRELEM Lausanne. pp. 327-337. https://www.arpeme.fr/

Treiner J. (2011). *Variabilité, incertitude, erreur*. In M. Gandit & B. Grugeon-Allys (Eds.) (2011) Actes des 18ème et 19ème colloques CORFEM (pp. 103-108).Université et IUFM de Franche-Comté. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WF/IWF12020/IWF12020.pdf

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES ADDITIFS, UN ENJEU DE REPRÉSENTATION ET DE RE-REPRÉSENTATIONS : ANALYSE DE PROBLÈMES PIVOTS

Stéphanie DENERVAUD
Chargée d'enseignements, HEP VAUD

UER MS et UER PS

Doctorante, Université de Genève

stephanie.denervaud@hepl.ch

Emmanuel SANDER
Professeur, UNIVERSITÉ DE GENÈVE

FPSE, Laboratoire IDEA

emmanuel.sander@unige.ch

Résumé

Dans le cadre de l'apprentissage par la résolution de problèmes, les relations additives et soustractives sont mises en scène, la plupart du temps, via des énoncés sous forme verbale. Or, leur interprétation détermine la manière dont l'élève les résout. Dans cet atelier, nous montrons, à partir de la typologie de Vergnaud (1982), quelles difficultés peuvent être suscitées sur un plan sémantique, et mettons en évidence les enjeux d'apprentissage liés à une re-représentation des énoncés. Nous invitons les participants à l'atelier à regrouper des problèmes additifs selon le type de représentations qu'ils génèrent, et présentons des énoncés « pivots » susceptibles d'induire une flexibilité de points de vue favorable à la résolution et aux apprentissages. Des tâches dédiées à la recherche de similitudes entre énoncés sont également proposées, en vue de discuter de leur pertinence et des possibles modalités d'introduction en classe.

Pour se représenter la signification d'un énoncé, les individus effectuent des analogies à partir de leurs connaissances et expériences préalables (Sander, 2018b). Les représentations induites sont, de ce fait, diverses et potentiellement influencées par des aspects culturels (Vergnaud, 2008). Lorsqu'elles sont inadéquates pour engendrer des stratégies de résolution, elles ont besoin d'évoluer, d'où l'enjeu de susciter des re-représentations (Rivier, Scheibling-Sève et Sander, 2022 ; Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli et Sander, 2022) et de tester dans cette perspective l'influence de différents registres de représentation sémiotiques (Duval, 2006) sur la construction du sens. En nous fondant sur des études empiriques que nous avons menées et que nous présentons, nous proposons que certains énoncés, qualifiés de « pivots », puissent être associés à plusieurs catégories de cette typologie.

Dans la première partie de ce texte, nous présentons des mécanismes qui influencent la compréhension d'un problème et sa résolution, nous décrivons les enjeux d'une représentation plus flexible de certains énoncés et présentons ce que sont des énoncés pivots. Puis, nous développons les activités proposées aux participants de l'atelier, et les réflexions engendrées par celles-ci, discutées dans une troisième partie. Enfin, nous concluons sur quelques points d'attention et des perspectives à envisager.

I - RESOLUTION DE PROBLÈMES ADDITIFS ET ENONCES PIVOTS

Dans le cadre scolaire, la résolution de problèmes pour apprendre les mathématiques fait intervenir généralement des « descriptions verbales de situations problématiques » (Van Dooren, Verschaffel, Greer, De Bock et Crahay, 2015, p. 204) qui mettent en jeu des nombres. Ce sont les ressources arithmétiques des élèves qui doivent leur permettre de trouver une solution à la question posée. Or, lorsqu'un élève est en mesure d'apporter une solution immédiate, cela indique qu'il dispose de connaissances suffisamment opérationnelles pour répondre à un problème spécifique. Nous admettons dans ce cas que la situation ne fait pas « problème » au sens de Brun (1990). Pour ce dernier, « il n'y a problème que dans un rapport sujet / situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire. » (p. 2). Si l'enjeu de la résolution de problème est précisément le développement de compétences arithmétiques, et plus spécifiquement une compréhension de l'équivalence et de la réciprocité des relations additives et soustractives, le choix des situations mises en scènes et leur formulation deviennent décisifs dans une perspective d'apprentissage. C'est pourquoi nous proposons d'analyser quelques aspects déterminants de ces situations et des choix terminologiques pour les décrire.

1 Les intuitions comme sources de catégorisation

Nous avons proposé aux participants de l'atelier, à l'aide d'un questionnaire en ligne, l'énoncé suivant : « Camille avait des billes bleues et des billes rouges. Elle perd ses 13 billes rouges à la récré. Maintenant il lui reste ses 6 billes bleues. Combien Camille avait-elle de billes ce matin en arrivant à l'école ? », avec la consigne suivante :

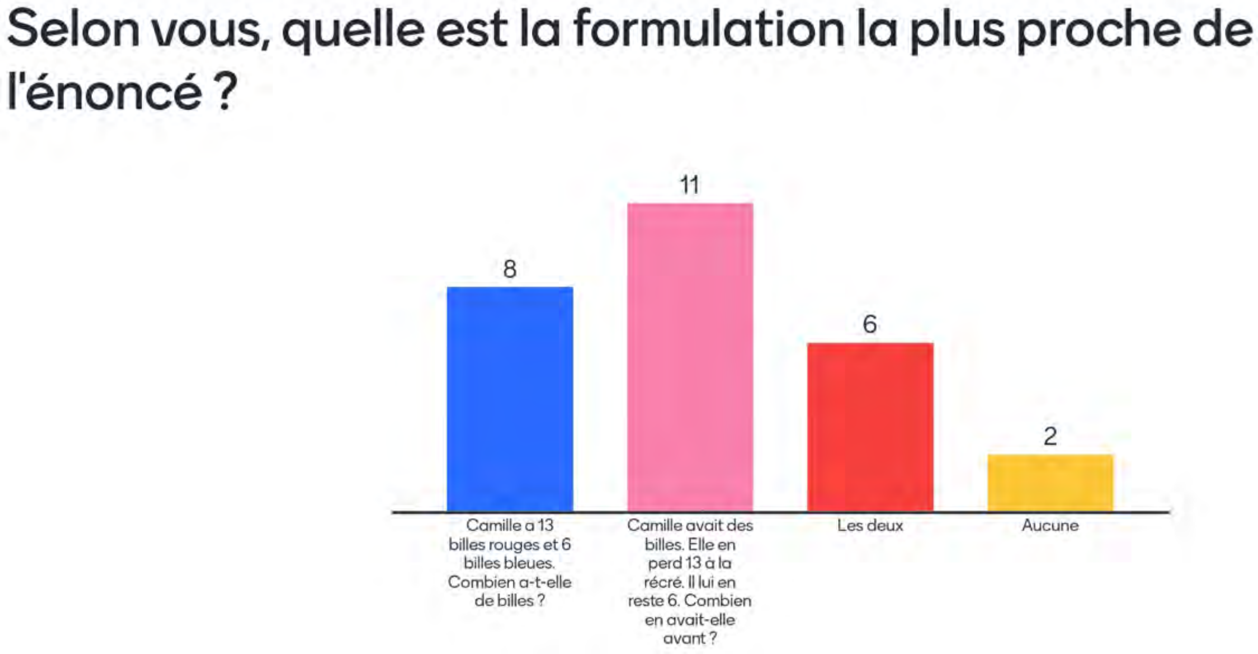


Figure 1. Distribution des réponses des participants de l'atelier pour l'énoncé cible : « Camille avait des billes bleues et des billes rouges. Elle perd ses 13 billes rouges à la récré. Maintenant il lui reste ses 6 billes bleues. Combien Camille avait-elle de billes ce matin en arrivant à l'école ? »

Sur les 27 participants, 11 ont associé cet énoncé avec une situation de perte avec recherche de reste, 8 l'ont relié avec une recherche de tout à partir de deux parties, tandis que 6 l'ont perçu des deux façons et que 2 n'ont pas identifié de rapprochement à partir des options proposées. Cet exemple illustre qu'un même énoncé peut être interprété de diverses manières, puisque tous les participants n'optent pas pour les mêmes proximités. Cette interprétation se fonde sur les informations perçues comme les plus saillantes pour chacun, celles-ci relevant des expériences et connaissances propres associées au contenu de l'énoncé. Certains ont perçu une proximité plus forte de l'énoncé avec l'un des deux choix, d'autres ont perçu différentes proximités possibles. Ainsi, les participants ont pour la plupart catégorisé l'énoncé intuitivement soit comme une situation de perte, soit comme une situation de composition, soit comme relevant de l'un et de l'autre. Or, le sens attribué à un énoncé détermine la manière dont celui-ci sera codé sur le plan des relations mathématiques, et donc la manière dont il sera résolu. Les dimensions sémantiques de celui-ci sont donc déterminantes pour sa résolution.

1.1 Catégorisations facilitatrices ou obstructives pour la résolution

Plusieurs auteurs ont mis en évidence des différences significatives en termes de difficultés de résolution selon la formulation de l'énoncé. Citons Hudson (1983), qui a mis en évidence que pour des élèves de 7 ans d'âge moyen, seuls 64 % ont répondu correctement à des tâches du type « Combien y a-t-il d'oiseaux de plus que de vers ? » après avoir présenté une image de 5 oiseaux et de 3 vers, alors que tous réussissent avec la formulation « Combien d'oiseaux n'auront pas de vers ? ». D'autres auteurs ont montré des résultats avec des différences importantes selon la formulation de l'énoncé. Ainsi, pour une formulation telle que « Camille avait des billes. Puis elle en a donné 5 à Paul. Maintenant Camille a 3 billes. Combien Camille avait-elle de billes au début ? », seuls 28 % d'élèves de niveau CP[1] proposent une réponse correcte, alors que l'intégralité des élèves réussit un problème tel que « Camille a 3 billes. Paul a 5 billes. Combien ont-ils de billes ensemble ? » (Riley, Greeno et Heller, 1983)[2]. Une situation de combinaison avec recherche du tout est donc bien mieux réussie qu'une situation de transformation avec recherche de la quantité initiale. De Corte, Verschaffel et De Win (1985) relèvent, auprès d'élèves âgés de 6 à 8 ans, une augmentation significative des performances dans la résolution de problèmes avec un ajout d'informations rendant explicites certaines relations entre les éléments. La formulation influence donc la difficulté d'un énoncé.

Différentes typologies de problèmes fondées sur la sémantique des énoncés (Vergnaud, 1981 ; Riley, Greeno et Heller, 1983) ont cherché à rendre compte de différents niveaux de difficulté liés à des formulations spécifiques. Cependant, les études citées ainsi que les typologies mobilisées ne permettent pas de rendre pleinement compte des différences interindividuelles dans la résolution de problèmes. Or, comme nous l'avons expérimenté avec les participants de l'atelier à partir du problème des billes de Camille, l'interprétation d'un énoncé est susceptible de varier d'une personne à une autre, et, selon l'interprétation, les raisonnements qui en découlent peuvent être facilitateurs ou obstructifs pour la résolution. En fonction des études mentionnées, nous pouvons nous attendre à ce que des participants qui perçoivent l'énoncé de Camille comme une situation de transformation avec recherche de l'état initial rencontrent plus de difficultés que ceux qui le perçoivent comme la recherche d'un tout connaissant chacune des parties. Dans cet exemple, la première des catégorisations de l'énoncé est obstructive, car il faut en quelque sorte remonter le temps pour se dire qu'en ajoutant aux billes restantes de Camille celles qu'elle a perdues, cela amène à retrouver la quantité à l'origine. L'autre est en revanche facilitatrice pour la résolution, car il s'agit cette fois simplement de réunir deux parties pour former un tout. Un tel énoncé, parce qu'il se prête facilement à plusieurs interprétations, est qualifié de « pivot » ; il est susceptible de faciliter le transfert d'une interprétation à une autre, cette bascule interprétative pouvant faciliter un codage alternatif de la situation.

1.2 Intuitions et codage

Toute situation de résolution de problèmes fait l'objet d'un codage, plus ou moins pertinent sur le plan mathématique. La notion de codage est relative aux « propriétés perçues comme structurantes et pertinentes du point de vue de la personne qui résout et selon lesquelles elle va structurer sa représentation du problème » (Sander, 2018a), et nous percevons comment des concepts issus à la fois de la vie quotidienne et des mathématiques y sont intriqués. Ainsi, lorsque Madame Durant achète pour chacun de ses 5 enfants 3 stylos, et qu'on cherche combien de stylos elle achète en tout, la situation est

[1] Le niveau CP correspond au 1st Grade (6-7 ans).

[2] Ces deux énoncés de « Camille » font référence aux énoncés proposés par Riley et al. (1983). Le premier a été conçu par les auteurs comme problème de transformation (Change problem n°5), le second comme problème de composition (Combine problem n°1). Ils se réfèrent donc directement à la méthodologie utilisée par ces auteurs. Seuls les prénoms ont été modifiés, la traduction de l'anglais au français est littérale. Le premier énoncé pourrait être compris de deux manières différentes et pourrait en cela s'approcher d'un énoncé pivot, ou être recodé sémantiquement comme un problème de composition si on se focalise sur le nombre de billes attribuées à chaque enfant. La situation de perte, en se focalisant sur ce qui se passe pour Camille, semble cependant prégnante auprès des élèves d'après les résultats mentionnés (seulement 28% de réussite).

codée à partir de connaissances issues de la vie quotidienne comme une distribution d'objets à des individus, avec un certain nombre d'objets par individu (connaissances extra mathématiques et mathématiques). Ce codage conduit à une représentation arithmétique de type 3 + 3 + 3 + 3 + 3. Si maintenant, il est indiqué que Madame Durand achète pour chacun de ses 5 enfants 3 stylos, un rouge, un bleu et un vert, la situation peut aussi être codée comme la distribution d'un certain nombre d'enfants par couleur de stylo. Cet exemple illustre qu'une même situation peut faire l'objet de plusieurs codages selon le regard porté sur elle, et que le codage adopté contraint la stratégie de résolution ainsi que les possibilités de transfert d'une situation à une autre. Donner une couleur aux stylos induit un nouveau codage : au lieu d'additionner le nombre de stylos par enfant (3 stylos + 3 stylos + 3 stylos + 3 stylos + 3 stylos), un codage alternatif conduit à concevoir l'addition du nombre d'enfants par sorte de stylo (5 enfants avec un stylo rouge + 5 enfants avec un stylo bleu + 5 enfants avec un stylo vert). Plus le nombre d'enfants est élevé, plus ce dernier calcul est économique.

Introduisons maintenant un problème où Madame Durant achète, pour chacun de ses 5 enfants, 3 stylos rouges, 6 stylos bleus et 4 stylos verts. Pour chercher à savoir combien elle en acquiert en tout, on peut privilégier le codage par couleur en procédant par addition successive des stylos de chaque couleur, ce qui conduit à une stratégie de développement : 5 x 3 + 5 x 6 + 5 x 4. Mais on peut aussi privilégier le codage par objets en procédant d'abord à l'addition des types de stylos, c'est-à-dire en factorisant : 5 x (3 + 6 + 4). Développement et factorisation apparaissent donc comme n'étant pas simplement deux algorithmes concurrents : ils reposent sur deux codages alternatifs qui conduisent à des stratégies bien distinctes.

Les codages sont notamment influencés par les conceptions intuitives et par les scénarios (Sander, 2018b) véhiculés par l'énoncé, ce qui peut faciliter ou au contraire entraver la résolution. Les conceptions intuitives (Sander, 2016) portent sur des notions mathématiques, conçues par analogie avec des connaissances issues du quotidien. Ainsi, une connaissance familière se substitue à la notion disciplinaire, de sorte qu'additionner est conçue comme ajouter ou rechercher un tout, soustraire comme perdre (ou retirer ou enlever) et rechercher ce qui reste, multiplier comme ajouter plusieurs fois la même quantité, diviser comme partager et rechercher la taille de la part, etc. Ces analogies peuvent être qualifiées d'analogies de substitution dans la mesure où elles se substituent à la notion. Elles sont valides dans certaines situations et cessent d'être efficientes dans d'autres : ainsi, l'idée de réplication sommative implique que multiplier rende plus grand, ce qui est vrai pour les nombres entiers, mais pas pour ceux qui sont inférieurs à 1. Si diviser, c'est partager, diviser rend plus petit, ce qui est vrai lorsqu'on recherche la taille des parts, mais pas lorsque l'on divise par un nombre inférieur à 1 et que l'on est dans une situation de quotition où c'est le nombre de fois qu'une valeur est contenue dans une autre qui est l'objet de la recherche. Ces conceptions intuitives coïncident donc avec la notion disciplinaire dans certains contextes et non dans d'autres, ce qui évoque l'obstacle épistémologique tel que décrit par Bachelard (1938). Dans les situations qui nous occupent, l'intuition qu'additionner c'est rechercher un tout sera facilitatrice dans le cas où Camille a 13 billes rouges et 6 billes bleues et qu'on cherche à savoir combien elle a de billes, mais elle sera obstructive dans un scénario de recherche d'une partie tel que « Camille avait des billes qui sont soit rouges, soit bleues. Elle a perdu ses 13 billes rouges. Il lui reste ses 6 billes bleues. Combien Camille avait-elle de billes ? ». En effet, ce dernier cas de figure ne s'inscrit pas spontanément dans la conception intuitive qui voudrait qu'une addition relève de la recherche d'un tout.

D'autre part, Bassok, Chase et Martin (1998) ont montré que les scénarios mêmes qui décrivent les problèmes induisent eux-mêmes une contrainte sur le codage : inventer un problème de multiplication à partir de 12 oranges et de 4 pommes est plus difficile que si l'on introduit 12 oranges et 4 paniers. La relation de collatéralité entre les oranges et les pommes relève plus d'une situation de complémentation ou de comparaison, tandis que la relation fonctionnelle de contenance induite par les oranges et les paniers est plus évocatrice d'une situation multiplicative ou divisive. Se demander combien de fois de plus j'ai d'oranges que de pommes relève d'un saut cognitif non soutenu par le second scénario.

2 Un changement de point de vue parfois nécessaire

Les scénarios et les conceptions intuitives induisent donc, à partir de connaissances familières, un lien avec des relations mathématiques, celles-ci étant plus ou moins pertinentes pour la résolution du problème. Dans le cas où connaissances familières, relevant de la sémantique quotidienne, et relations mathématiques induites par l'énoncé concordent avec la structure mathématique liée à la résolution, nous qualifions ces énoncés de « concordants ». La résolution relève alors d'un codage arithmétique de la situation qui ne fait pas « problème » (Brun, 1990), dans le sens qu'il ne met pas directement en jeu les principes arithmétiques étudiés dans notre objet, même s'il conduit à la solution attendue sur le plan des savoirs disciplinaires.

Dans le cas où les relations mathématiques induites par la sémantique quotidienne portée par un énoncé ne concordent pas avec la structure mathématique nécessaire à la résolution, nous qualifions cet énoncé de « discordant » dans la mesure où sa résolution requiert un recodage de la situation, conduisant à un codage alternatif qui soit plus compatible avec les principes mathématiques en jeu dans le problème. Ce serait le cas par exemple de la situation où on cherche combien Camille avait de billes ce matin, sachant qu'elle en a perdu 13 à la récré et qu'il lui en reste 6, qui est d'abord codée comme une situation de perte avec recherche de reste, analogue à une opération soustractive par substitution, alors que la solution est pourtant additive.

La notion de concordance à laquelle nous faisons référence se rapporte à la sémantique des énoncés : il est question d'une plus ou moins grande distance entre les représentations issues des encodages spontanés (connaissances mathématiques et extra mathématiques) et les représentations conduisant à la résolution. D'après le modèle de congruence sémantique (Gros, Thibaut & Sander, 2020), si la sémantique quotidienne induite par un énoncé est discordante avec la sémantique mathématique requise pour résoudre le problème, la structure interprétée initialement ne sera pas traduite en un algorithme de résolution valide (Gros, Thibaut et Sander, 2020).

En attribuant des couleurs aux billes (les 13 billes perdues de Camille sont rouges, ses 6 billes restantes sont bleues), la situation peut toujours être interprétée comme une recherche d'état initial en connaissant la valeur de la perte et celle de l'état final, mais elle peut aussi plus facilement être codée comme une situation de recherche d'un tout connaissant chacune des parties, cette interprétation étant cette fois concordante avec le principe de solution. Ce processus de passage d'un codage à un autre, qui permet de « se représenter un type d'énoncé de problème en lui attribuant des propriétés attribuées spontanément à un autre type d'énoncé », est nommé « recodage sémantique » (Sander et Richard, 2017, p. 255).

2.1 Influence de la structure sémantique de l'énoncé : enjeux

La structure sémantique d'un énoncé, c'est-à-dire le sens que celui-ci prend en fonction des éléments qui le constituent et des relations entre ces éléments, est codée arithmétiquement de manière plus ou moins pertinente en fonction des connaissances dont l'élève dispose. Selon l'expérience mise en place par Bassok, Chase et Martin (1998), il s'avère que la structure sémantique induite par la relation contenant / contenu des oranges et des paniers se rapporte intuitivement à une structure mathématique multiplicative ou de division. Proposer un problème additif ou soustractif comportant ces éléments est ainsi contre-intuitif. De manière analogue, résoudre un problème de perte par une addition, ou un problème de composition par une soustraction contrevient à la sémantique mathématique intuitivement associée à la structure sémantique – aux relations entre éléments – de l'énoncé. Or, c'est précisément le dépassement de ces obstacles qui est susceptible de susciter des apprentissages plus profonds. En ce qui concerne la recherche présentée ici, il s'agit pour l'élève en particulier de construire l'équivalence des relations additives et soustractives, par exemple l'équivalence entre une soustraction lacunaire et une addition, en changeant de point de vue sur le problème pour pouvoir le résoudre ou pour donner du sens à la solution.

En outre, l'écart sémantique entre représentations induites par l'énoncé et représentations nécessaires à la solution permet de distinguer les problèmes applicatifs, c'est-à-dire ceux qui ne requièrent pas de connaissances mathématiques autres que celles qui sont intuitivement déjà présentes, des problèmes pour apprendre, soit ceux qui nécessitent la construction ou l'accès à des connaissances plus profondes. Ce sont ainsi les énoncés discordants qui nécessitent un dépassement des représentations intuitives. L'analyse et le choix des énoncés en vue d'un apprentissage sont donc déterminants du point de vue de l'enseignement, de même que l'accompagnement des élèves pour les aider à changer de point de vue et à développer leurs connaissances des notions arithmétiques et à, notamment, concevoir addition et soustraction comme conceptuellement équivalents.

Pour la même raison, une évaluation des compétences arithmétiques par la résolution de problèmes n'informe pas pleinement de celles-ci si l'on se contente de proposer des énoncés concordants, c'est-à-dire ceux qui conduisent intuitivement à la solution par simple codage de la situation selon la sémantique quotidienne (Sander, 2007). S'il s'agit par exemple d'évaluer l'acquisition et la compréhension de l'équivalence des relations additives et soustractives telles que décrites précédemment, il est nécessaire de fonder son évaluation à partir d'énoncés pour lesquels les connaissances issues de la vie quotidienne ne sont pas suffisantes à elles seules pour aboutir à la solution et qui nécessitent un dépassement des représentations intuitives par recodage. Une analyse des manuels scolaires français (Rivier, Scheibling-Sève et Sander, 2022) a montré que les élèves rencontrent néanmoins assez peu d'opportunités de rencontrer des situations qui nécessitent un tel recodage, ce qui accroit le risque que les résolutions réussies se trouvent circonscrites aux situations pour lesquelles la sémantique quotidienne conduit à des inférences conformes à celles issues de la référence aux notions mathématiques. Pourtant, un travail sur les situations discordantes est favorable pour le développement des notions mathématiques. Il a en effet été montré qu'il est possible de travailler en classe à faire percevoir la structure mathématique qui fonde l'analogie entre problèmes, par comparaison entre situations concordantes et discordantes. Nous nous appuyons sur des résultats probants concernant l'efficacité du recodage sémantique compris en tant que démarche (Gamo, Sander et Richard, 2010 ; Gamo, Nogry et Sander, 2014) et inclus dans un dispositif plus large d'enseignement et d'apprentissage de l'arithmétique et de la compréhension à l'école dans le cadre du projet ACE/Arithmécole (Vilette, Fischer, Sander, Sensevy, Quilio et Richard, 2017), ainsi que AIR2 (Rivier, Scheibling-Sève et Sander, 2022). Dans la présente contribution, nous intégrons le potentiel lié à la mobilisation d'énoncés « pivots » (Sander et Fort, 2014 ; Sander, 2018b) en nous appuyant sur leur potentiel cognitif en termes de représentations induites.

2.2 Les énoncés pivots

Les recherches montrent qu'il est plus difficile de résoudre un problème de comparaison qu'un problème de type parties-tout. De Corte, Verschaffel et De Win (1985) ont ainsi montré qu'un énoncé tel que « Pete a 8 pommes. Ann a 3 pommes. Combien Pete a-t-il de pommes de plus qu'Ann ? » est réussi par seulement 47% d'élèves de 6-7 ans, alors que sa reformulation en « Il y a 8 cavaliers, mais il y a seulement 3 chevaux. Combien de cavaliers n'auront pas de chevaux ? » est réussi par 70% d'entre eux. La première relève explicitement d'une situation de comparaison, et est plus difficile à résoudre que le second, qui correspond plutôt à une relation de composition d'états (Vergnaud, 1981).

Les participants de l'atelier ont été amenés à catégoriser, selon la typologie de Vergnaud (1981), l'énoncé suivant : « Pour sortir sous la pluie, il y a 9 parapluies de moins que d'élèves. Seuls 17 élèves sortent avec un parapluie, il n'y en a plus pour les autres. Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ? ». 17 participants l'ont associé à une composition d'états, c'est-à-dire en considérant que 9 élèves n'ont pas de parapluie, 17 en ont un et qu'il s'agit de trouver combien de parapluies il y a en tout. 15 participants ont catégorisé cet énoncé en termes de comparaison, 17 élèves possédant un parapluie (la référence), la différence étant de 9 parapluies en moins, et considérant qu'il s'agit de chercher le nombre d'élèves (le référé). 3 participants l'ont quant à eux conçu comme une transformation.

Cet énoncé est qualifié de « pivot », en ce qu'il induit *a priori* au moins deux interprétations distinctes. Résoudre un tel problème à partir d'une comparaison avec recherche du référé est d'autant plus complexe qu'il nécessite d'inverser la relation de comparaison. Cette inversion est facilitée par un changement de point de vue sur la situation : s'il y a 9 parapluies de moins que d'élèves, cela signifie que 9 élèves n'ont pas de parapluie alors que 17 en possèdent un. Cette représentation de l'énoncé est plus directement compatible avec la recherche d'un tout, connaissant les deux parties, ce qui entre dans le champ de validité de la conception intuitive de l'addition. L'interprétation comparative conduit à une représentation arithmétique soustractive telle que ___ - 9 = 17, alors que le codage de ce même énoncé en termes de composition de deux groupes d'élèves ayant ou non un parapluie est traduit arithmétiquement par l'addition 9 + 17 = ___. Ainsi, cette même scène peut être repensée par glissements interprétatifs conduisant alternativement à deux opérations distinctes, ce qui pourrait faciliter l'intégration des principes arithmétiques et de l'équivalence des relations additives et soustractives induites par l'énoncé.

L'effet facilitateur de ce type d'énoncé a été éprouvé dans une étude de Sander et Fort (2014). Des énoncés de composition d'états et de transformation ont été proposés à des élèves de CE1 et de CE2 en prétest et en post-test. Durant la phase d'intervention, des problèmes classiques du même type ont été proposés au groupe contrôle, tandis que le groupe expérimental recevait des problèmes « pivots ».

L'accroissement des performances entre le prétest et le post-test s'est avéré nettement supérieur pour le groupe expérimental par rapport au groupe témoin qui a progressé, mais moins fortement. Notons que durant la phase d'intervention les énoncés ont été simplement donnés à résoudre, de manière a-didactique. Sur la base de ces résultats, nous cherchons à formuler des énoncés pivots dont les représentations contrastent avec des énoncés standards, et nous proposons des tâches susceptibles de favoriser des représentations alternatives d'un même énoncé.

II - ACTIVITÉS PROPOSEES DURANT L'ATELIER

1 Présentation méthodologique

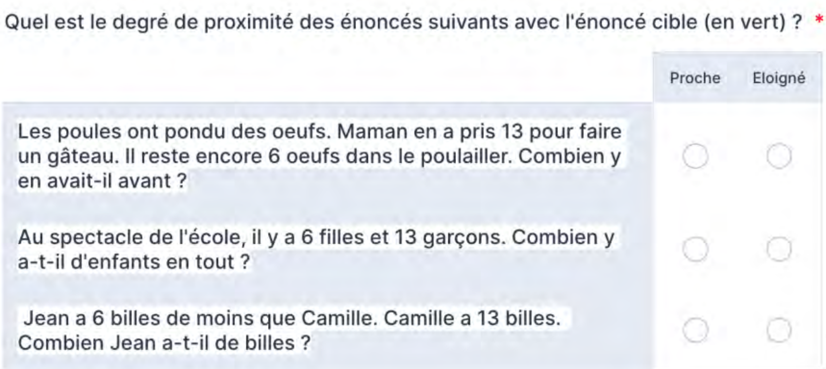
Afin de montrer la méthodologie utilisée pour identifier les représentations induites par différents énoncés, les participants de l'atelier ont réalisé une partie du questionnaire en ligne qui a été proposé à des étudiants en Sciences de l'Éducation à l'Université de Genève. Trois formulations d'énoncés des « billes de Camille » leur ont été ainsi proposées (Tableau 1).

Énoncé pivot	Énoncé discordant	Énoncé concordant
Camille avait des billes bleues et des billes rouges. Elle perd ses 13 billes rouges à la récré. Maintenant il lui reste ses 6 billes bleues. Combien avait-elle de billes ce matin en arrivant à l'école ?	Camille avait des billes. Elle en perd 13 à la récré. Il lui en reste 6. Combien en avait-elle avant ?	Camille a 13 billes rouges et 6 billes bleues. Combien a-t-elle de billes ?

Tableau 1. Format des énoncés

Il s'agissait, après lecture d'un énoncé, de choisir parmi trois modalités proposées sous forme discursive (Figure 2), sous forme d'équation arithmétique et sous forme schématique (inspirée de la typologie de Vergnaud, 1981), celle ou celles qui leurs paraissaient les plus proches de l'énoncé.

La proposition d'options formulées dans trois registres de représentation distincts vise, d'une part, à garantir une cohérence dans les résultats obtenus et, d'autre part, à mettre en évidence d'éventuelles différences de catégorisation en fonction de ceux-ci. En effet, selon Duval (1995), les formes de symbolisation sont susceptibles de véhiculer différents aspects sémantiques induisant des conceptions spécifiques. Ainsi, pour chaque modalité proposée, il était possible d'identifier aucune, une, deux ou trois propositions similaires à l'énoncé.


Quel est le degré de proximité des énoncés suivants avec l'énoncé cible (en vert) ? *

	Proche	Eloigné
Les poules ont pondu des oeufs. Maman en a pris 13 pour faire un gâteau. Il reste encore 6 oeufs dans le poulailler. Combien y en avait-il avant ?	○	○
Au spectacle de l'école, il y a 6 filles et 13 garçons. Combien y a-t-il d'enfants en tout ?	○	○
Jean a 6 billes de moins que Camille. Camille a 13 billes. Combien Jean a-t-il de billes ?	○	○

Figure 2. Propositions d'analogies discursives

Parmi les trois options, l'une est discordante, l'autre concordante et la dernière est intruse, dans le sens qu'elle ne correspond pas à l'énoncé cible, tant en termes de structure induite que de résultat. Les schémas (Figure 3) ainsi que les équations arithmétiques proposées sont fondés sur la même organisation : une soustraction lacunaire ___ - 13 = 6 pour la version discordante, une addition 13 + 6 = ____ pour la version concordante, et une soustraction 13 – 6 ____ pour l'intrus.

Figure 3. Propositions d'analogies schématiques

Conformément aux résultats de notre étude, les participants de l'atelier qualifient plus facilement deux codages comme proches de l'énoncé des « billes de Camille » pour ses formulations « pivot » et « discordante ». Ceci traduit la présence de deux représentations alternatives aisément accessibles pour le premier, et, pour le second, par la nécessité de recoder la situation dans la perspective de trouver la solution. Comme prédit, il est en revanche moins fréquent d'envisager une représentation alternative pour la forme concordante, car celle-ci n'a pas à être remise en cause pour aboutir à la solution.

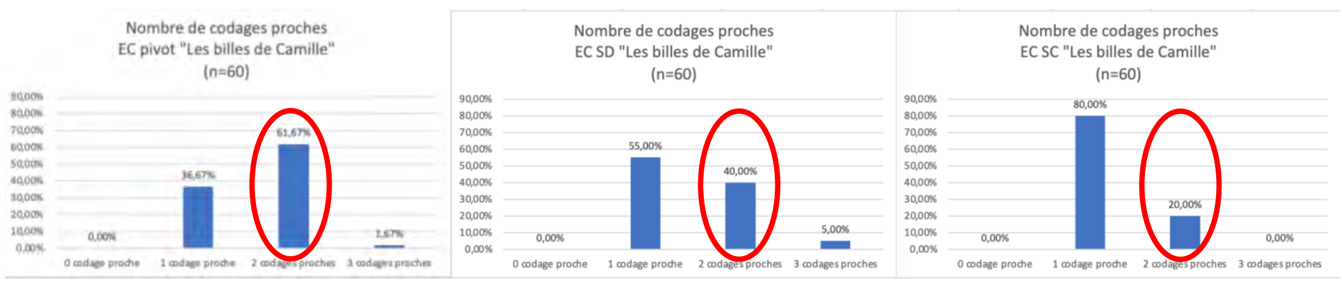


Figure 4. Nombre de codages « proches » des participants selon le type d'énoncé

Ensuite, concernant la nature des codages considérés comme proches par les participants, les analogies de structure discordante sont, conformément à nos prédictions, très faibles pour les énoncés concordants (SC), plus élevés pour les énoncés pivots et majoritaires pour les énoncés discordants (SD). En d'autres termes, l'analogie de structure discordante (D) est reconnue explicitement, tant pour les énoncés pivots que pour les énoncés discordants, la structure concordante (C) étant largement reconnue pour l'énoncé correspondant, et souvent identifiée également pour la version pivot.

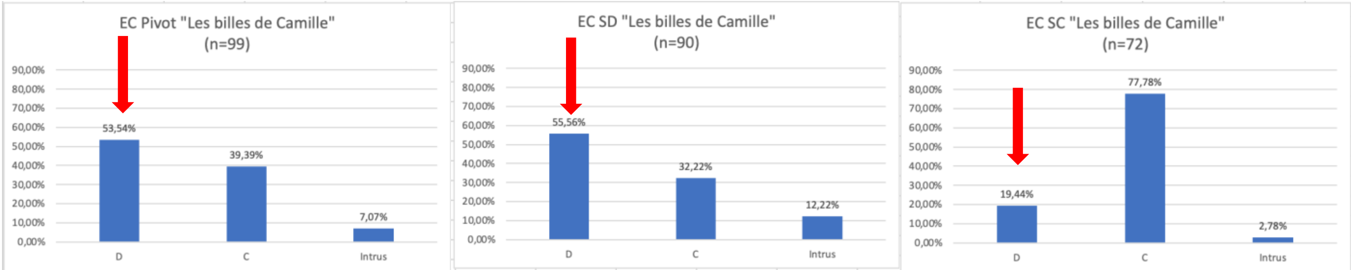


Figure 5. Structure de codage des participants par type d'énoncé

Ainsi, les données recueillies parmi les participants de l'atelier ont reflété les mêmes tendances que notre étude à plus grande échelle. Il s'est avéré en particulier que, selon la formulation choisie, une seule représentation est évoquée par l'énoncé dans les cas de concordance, alors que deux représentations, supposément successives, sont la plupart du temps accessibles dans les cas de discordance et que deux représentations, possiblement juxtaposées, apparaissent pour les énoncés pivots.

2 Reconnaître des énoncés standards ou pivots

Afin d'expérimenter le potentiel de variabilité interprétative des énoncés, nous avons également proposé aux participants de l'atelier une tâche de tri d'énoncés, comprenant des énoncés qui se prêtent favorablement soit à plusieurs interprétations, soit à une seule, l'intention de l'exercice relevant principalement de la mise en discussion au sujet des représentations induites. Les énoncés proposés ont donné lieu à une réflexion sur les implicites dans la formulation, rapportés à une forme de contrat didactique. En effet, si, par exemple, Paul a 12 timbres dont 8 rouges, il n'est pas possible de savoir combien il en a de bleus si aucune précision n'est donnée sur le fait que les timbres de Paul sont soit rouges, soit bleus. La compréhension de l'énoncé repose alors sur une forme de contrat qui voudrait que les informations contenues dans l'énoncé soient nécessaires et suffisantes pour répondre à la question posée. Si des clarifications plus explicites paraissent parfois souhaitables, sont-elles toujours possibles sans que cela ne « tue » le problème ? Dans leur étude montrant l'amélioration des résultats à partir d'une reformulation explicite des relations sémantiques, De Corte, Verschaffel et De Win (1985) proposent de transformer la formulation « Tom et Ann ont 9 noix ensemble. Tom a 3 noix. Combien Ann a-t-elle de noix ? » par « Tom et Ann ont 9 noix ensemble. Trois de ces noix appartiennent à Tom. Le reste appartient à Ann. Combien Ann a-t-elle de noix ? ». La performance passe de 43% à 57% de réussite chez des élèves de 6-7 ans avec la seconde formulation. Cependant, celle-ci évoque explicitement qu'il « reste » quelque chose à Ann. Ne prive-t-on pas ainsi l'élève d'une forme d'analyse sémantique nécessaire à la compréhension qu'Ann possède aussi des noix ? Le terme « reste » n'induit-il pas une représentation plus concordante avec la soustraction facilitant la résolution de ce problème au détriment de la possibilité d'identifier la diversité des situations pour lesquelles une soustraction mène également à la solution ? La question est de savoir jusqu'où expliciter les relations pour que celles-ci correspondent encore à une histoire que l'élève peut intégrer sans surcharge informationnelle, et sans que celles-ci modifient la structure des représentations induites en les rendant concordantes avec la solution. L'enjeu n'est pas de simplifier outrageusement la formulation au risque que la notion arithmétique ne soit mobilisée par l'élève que lors d'une concordance avec ses conceptions intuitives. Il est plutôt d'accompagner l'élève dans la transformation de ses représentations pour qu'il perçoive un codage alternatif à celui qui lui fait obstacle. Le défi est celui d'une flexibilité représentationnelle (Gvozdic et Sander, 2020 ; Scheibling-Sève, Gvozdic, Pasquinelli et Sander, 2022), qui contribue à la conception de l'équivalence des relations additives et soustractives visée.

D'ailleurs, plusieurs participants de l'atelier ont relevé, au travers cette activité de tri, percevoir plus facilement, voir essentiellement, plusieurs représentations d'un même énoncé. Il semblerait donc qu'il soit possible de s'entraîner à adopter différents points de vue sur une même situation.

3 Interpréter des énoncés analogues : surface ou structure ?

3.1 Le jeu du domino

L'enjeu de la résolution de problèmes additifs, rappelons-le, réside non pas dans l'opérationnalisation d'un codage arithmétique de ceux-ci, mais dans la compréhension profonde de l'équivalence des relations additives et soustractives. Comment comprendre qu'une soustraction lacunaire soit équivalente à une addition, ou qu'à l'inverse, une addition lacunaire revienne à une soustraction ? Bien entendu, sur le plan arithmétique, les règles de transformations internes au registre de représentation (Duval, 1995) suffisent à traduire cette équivalence. Mais comment comprendre cette correspondance lorsque ces relations sont contextualisées par un scénario, lorsque celles-ci sont particularisées sous forme d'énigme à résoudre présentée verbalement ?

Comme nous l'avons décrit plus haut, les représentations suscitées par l'énoncé induisent, par analogie de scénario ou de substitution, des codages relationnels qui peuvent se traduire mathématiquement de manière intuitive. Si ces formulations arithmétiques spontanées, additives ou soustractives, suffisent à résoudre le problème, nous ne pouvons que constater leur adéquation. Le codage peut être automatisé sans nécessiter la mobilisation d'une structure additive-soustractive plus profonde. En revanche, lorsque ces codages ne conduisent pas à une réponse immédiate, un changement de point de vue sur la situation peut être favorable à un nouveau codage, efficient pour la résolution. C'est le cas des énoncés discordants, par exemple la recherche d'une collection initiale après une perte, connaissant ce qui reste et ce qui a été perdu. La situation de perte induit, par analogie de substitution, un codage soustractif lacunaire, qui requiert une résolution additive, sauf à pouvoir simuler mentalement la quantité initiale, ou à avoir déjà assimilé ces équivalences conceptuelles. La re-représentation de cette situation consiste à voir ce qui a été perdu et ce qui reste comme deux parties formant un tout, soit la collection initiale. La flexibilité que requiert un changement de point de vue sur une même situation est coûteuse cognitivement. C'est pourquoi nous proposons certains énoncés, qualifiés de pivots, induisant d'emblée plusieurs représentations pouvant être codées chacune de manière équivalente par une addition versus une soustraction, l'une lacunaire et l'autre directe.

Pour permettre l'identification par l'élève des représentations véhiculées par un énoncé, nous lui proposons d'associer ceux qui « se ressemblent », et constituent ainsi un critère d'association entre dominos, laissant dans un premier temps à l'élève la responsabilité des critères de similitude. C'est ce que nous avons proposé aux participants de l'atelier au moyen d'un jeu de dominos, celui-ci comportant des énoncés pivots, discordants, concordants et intrus autour d'un même scénario et de mêmes nombres, ainsi que d'autres comportant des scénarios alternatifs.

Du point de vue de l'enseignant, les représentations que les élèves construisent à partir d'un énoncé sont difficilement accessibles : « Si quelques-unes de ces représentations sont visibles, la plus grande partie constitue une boîte noire à laquelle l'enseignant n'accède pas. Pourtant, ce sont elles qui peuvent lui permettre de comprendre l'activité de l'élève et d'adapter ses réponses » (Reydy, 2022, p. 54). Laisser la responsabilité des critères de similitude aux élèves permet de donner des indications aux enseignants quant aux traits sur lesquels les élèves fondent leurs représentations. En effet, les novices ont tendance à élaborer les analogies à partir d'indices de surface (l'habillage, le scénario) parce que ce sont eux qui sont suffisamment proches de ce qu'ils connaissent, alors que les experts, parce qu'ils ont assimilé les aspects relationnels plus abstraits de la situation comme répertoire de leurs connaissances, relèveront plus facilement des similitudes fondées sur les structures (Raynal, Clément et Sander, 2020 pour une revue).

L'observation de la manière dont se révèlent les analogies lors de la construction des dominos permettrait ainsi de situer le niveau d'abstraction mobilisé par les élèves, autrement dit leur niveau de conceptualisation des relations en jeu. Des analogies fondées uniquement sur des indices de surface impliqueraient la réunion de formulation intruse autour d'un même scénario, et l'exclusion de scénarios alternatifs. Ainsi, les énoncés sur les « cyclistes » ne seraient jamais associés aux « billes de Camille ». Un premier niveau d'abstraction autoriserait des élèves à fonder leurs analogies sur la structure des représentations que les énoncés engendrent à l'intérieur d'un même scénario. Un énoncé pivot aurait alors pour correspondants un énoncé discordant et un énoncé concordant, ou un énoncé concordant pourrait être associé à un énoncé discordant parce que celui-ci nécessite un recodage pour être résolu. Mais dans ce cas, l'intrus issu du même scénario serait évincé, car l'élève repèrerait la structure partagée au sein d'un même scénario. Des élèves qui, quant à eux, fonderaient leurs analogies de manière encore plus abstraite pourraient associer des énoncés de même structure, mais dont les scénarios diffèrent.

Au-delà d'une fonction évaluative permettant à l'enseignant de situer la forme de compréhension des élèves, l'enjeu est de les faire progresser vers des analogies structurelles, et ceci à des fins de résolution, étant donné que les stratégies dérivent des structures perçues. En effet ce sont, comme nous l'avons vu, les relations identifiées entre les éléments de l'énoncé qui fondent le codage arithmétique de la situation. En d'autres termes, ce sont bien les représentations que l'élève se fait du problème qui lui permettent ou non de le résoudre. Dès lors, comment guider vers des analogies plus profondes sans injonction explicite en termes de consigne, c'est-à-dire sans interdire directement les associations fondées sur des indices de surface ?

Pour ce faire, plusieurs variables didactiques peuvent être mobilisées, comme celle du nombre de scénarios à disposition. Une première proposition consisterait à mettre à disposition des élèves un seul scénario, avec des énoncés comportant des nombres identiques, cette option nécessitant que les joueurs éliminent l'intrus du point de vue des représentations induites et de la solution. Une autre proposition autoriserait plusieurs scénarios, mais en conservant toujours la mobilisation des mêmes nombres, ce qui orienterait vers des indices plus structurels que superficiels. À l'inverse, proposer des nombres systématiquement différents entre chacun des problèmes obligerait à faire abstraction des valeurs numériques pour accéder aux différents codages concevables de l'énoncé.

Au-delà du choix des variables et des valeurs numériques dans un jeu comme celui du domino, l'enseignant peut jouer un rôle actif. Autrement dit, cette tâche ne se veut pas a-didactique, tant il paraît important qu'une médiation de l'enseignant suscite une mise en lumière des critères d'association mobilisés par les élèves, selon les indices qui sont saillants pour eux. En effet, les similitudes fondées sur des indices de surface, comme le scénario ou les nombres, limitent le développement du jeu. En identifiant des analogies relationnelles, le jeu peut en revanche être poursuivi. Ces analogies de structure, faisant abstraction des nombres ou du scénario en jeu, évoquent le dispositif de multiprésentation de Julo (1995 ; 2002). Or, l'identification de différents niveaux d'association, de même que l'abstraction nécessaire pour y parvenir, repose sur une médiation de l'enseignant. En effet, il ne peut être garanti qu'une structure identifiée à partir d'un scénario donné sera également identifiée à partir d'un contexte distinct, en particulier si celui-ci est discordant (Rivier, Scheibling-Seve et Sander, 2022). Cette identification relationnelle paraît devoir être accompagnée spécifiquement.

3.2 Réflexions en lien avec les réactions des participants de l'atelier

Une première observation est la fatigue engendrée par la lecture et l'analyse de nombreux énoncés. Si l'on se projette sur une telle activité avec notre public cible, des élèves de CE1 au CE2, qui sont pour partie des lecteurs débutants, la tâche n'est pas adaptée. Elle est proposée à titre de prototype et est bien entendu destinée à être améliorée, notamment sur le plan de l'accessibilité à l'écrit. Une version informatisée qui autoriserait une lecture directement par le logiciel a été évoquée, ainsi que des alternatives de type scanner de lecture disponibles sur certains téléphones portables.

La question de la résolution de problème se pose également : en travaillant directement sur la sémantique des énoncés telle que proposée dans ce jeu de domino, les élèves voient-ils réellement croitre leur habileté à résoudre des problèmes ? Cette interrogation renvoie à l'objectif d'apprentissage. S'agit-il de résoudre des problèmes, ou d'acquérir des notions arithmétiques par la résolution de problèmes, en l'occurrence des équivalences additives et soustractives ? La question est pertinente dans la mesure où aucune résolution n'est demandée à l'élève, alors que l'enjeu avancé est celui de l'apprentissage de notions arithmétiques « par la résolution de problèmes ». Il s'agit en effet de ne pas tomber dans un « glissement métacognitif » (Brousseau, 1986) qui confondrait l'objet d'apprentissage, celui des relations additives et soustractives, avec celui d'une correspondance sémantique pour elle-même. Au même titre, résoudre des problèmes n'est pas un but en soi si ce n'est au service de l'apprentissage mathématique. Selon Julo (1995), « c'est au niveau de la représentation des problèmes qu'il faut chercher l'une des sources principales des situations d'échec en mathématiques » (p. 138). En effet, comme nous l'avons vu, ce sont les représentations que les individus se font à partir d'un énoncé qui déterminent la manière dont ils vont le résoudre. En particulier, c'est la manière dont l'individu catégorise un énoncé, comme analogue à une addition, une soustraction, lacunaire ou non, etc., qui détermine le codage qui en sera issu, qui permet de dériver une stratégie de résolution. Associer des énoncés selon des similitudes relève donc bien d'une activité de catégorisation assumée, même si elle n'est pas nommée ainsi. Relever qu'une situation de perte avec recherche d'état initial peut être rapprochée d'une situation de recherche de tout connaissant les parties rend assimilable l'équivalence relationnelle qui découle de ces associations, celle-ci pouvant être codée arithmétiquement.

Afin de mettre en évidence ces équivalences, nous pourrions imaginer de proposer, en sus d'un travail portant directement sur la sémantique de l'énoncé, des cartes domino comportant des équations arithmétiques. Ceci pourrait favoriser la mise en évidence de proximités entre sémantique quotidienne et sémantique mathématique induite par l'énoncé. Nous pouvons envisager que l'équivalence des relations additives et soustractives régulées par l'arithmétique puisse agir comme levier au recodage d'un énoncé sous forme verbale. Les énoncés pivots sont eux aussi envisagés comme tels puisqu'ils lient deux représentations distinctes sous une unique formulation.

Pour Julo (2002), « l'objectif premier d'une démarche d'aide à la représentation est de permettre une authentique résolution du problème, c'est-à-dire la réussite dans la tâche proposée par invention d'une procédure de résolution » (p. 43). Est-ce le fait de trouver une réponse au problème, autrement dit le fait de fournir une réponse qui permet d'approfondir ses connaissances des relations additives et soustractives ? N'est-ce pas plutôt le fait de fournir un but à l'élève qui lui permet d'entrer dans la tâche de recherche ? Julo situe dans le cadre de la théorie des schémas (Kintsch & Greeno, 1985 ; Richard, 1990) les bénéfices d'une résolution de problème réussie : ce seraient les problèmes résolus de manière satisfaisante qui permettraient un ancrage stable de « schémas performants » (ibid.). Il relève le risque que des problèmes mal résolus contreviennent, même si ceux-ci ont été corrigés, à une formation de schémas efficients, c'est-à-dire pouvant être mobilisés comme modèles pour traiter d'autres problèmes s'y référant. Dans ce cas, nous pourrions proposer de contourner ce risque en indiquant une (ou des) réponse(s) possibles aux élèves, et en leur proposant de déterminer premièrement si celle-ci est valide, et secondement de décrire comment la trouver. L'activité de recherche de solution serait ainsi préservée.

Le statut de la (ou des) solution(s) en tant que telle dans le cadre de la résolution de problèmes pour conceptualiser peut être interrogé, notamment lorsqu'il est question de travailler spécifiquement sur les représentations induites par un énoncé. En effet, les premiers résultats de l'étude menée auprès des étudiants de l'Université de Genève montrent des différences de représentations à propos d'un même énoncé selon les modalités d'expression proposées : la modalité arithmétique (le choix parmi trois calculs) induit une majoration de représentations de structure analogue à celle qui conduit à la réponse, c'est-à-dire des codages de structure concordante. Les modalités discursive et schématique induisent plus de codages discordants, sauf pour les énoncés concordants. Des différences importantes d'interprétation des énoncés sont observées en fonction de chaque modalité. Ce phénomène peut être interprété comme une réattribution des buts en fonction des registres de représentation (Duval, 1995) dans lesquels les options sont proposées. En particulier, les équations arithmétiques orienteraient fortement vers la résolution du problème, tandis que le registre discursif orienterait vers une fonction de « traduction » ou une « réinterprétation » de l'énoncé. Le registre schématique permettrait quant à lui une modélisation de la situation. Si le but de résolution peut être modulé par le registre dans lequel s'exprime la représentation, potentiellement par effet de contrat didactique, peut-on considérer que la résolution d'un problème soit la seule voie à suivre pour agir sur les représentations ?

III - DISCUSSION

1 A quoi sert un scénario ?

L'apprentissage visé par la résolution de problèmes est celui, non seulement des relations additives et soustractives, mais avant tout de la compréhension profonde de leur équivalence. Or, il est possible de rendre compte de ces équivalences, comme nous l'avons précisé, par l'usage des règles internes à l'arithmétique. L'équation __ + 16 = 34, parce que le symbole « = » indique une égalité de ses membres, implique le fait qu'un retrait de 16 à gauche du signe égal pour isoler l'inconnue requiert de les retirer aussi à droite. C'est ainsi que ___ = 34 – 16. Penser cette équation sous forme additive ou sous forme soustractive est donc équivalent à ceci près que, dans la perspective assumée de la mobilisation d'un calcul pour produire une réponse (et non pas pour signifier une équivalence), la version soustractive paraît plus efficiente, d'autant plus si l'on place l'inconnue après le signe égal, endossant ainsi une signification de l'égalité comme productrice du résultat.

Les notions d'égalité, d'addition et de soustraction se construisent, comme tout concept, sur une base incarnée, c'est-à-dire sur la base de connaissances antérieures liées à des expériences directes de l'individu (Fischbein, 1989 ; Lautrey et al. 2008). Lakoff et Nunez (2000), mettent en avant l'origine à la fois métaphorique et incarnée des concepts mathématiques, ceci de manière inconsciente et irrépressible. Par exemple, l'arithmétique est conçue comme un mouvement le long d'un chemin, comme une construction ou une collection d'objets. Dès lors, si l'apprentissage consiste à faire évoluer ses représentations d'un concept, par exemple concevoir l'égalité non seulement comme productrice de résultat, qui se rapproche du mouvement le long d'un chemin, mais comme celle d'une équivalence entre deux parties, la métaphore d'une balance à équilibrer semblerait plus appropriée.

En admettant que les concepts trouvent leur fondement dans les expériences du monde et dans les connaissances construites antérieurement, les notions d'addition et de soustraction ne font pas exception. Aussi, mettre en scène une situation additive ou soustractive permet de relier celles-ci à des expériences qui fondent ces concepts. Par exemple, les premières additions relèvent de situations d'ajout, celles les premières soustractions de situations de retrait, et ce à partir de collections discrètes. Ces situations deviennent prototypiques, en ce qu'elles constituent un « modèle intuitif, primitif, implicite et inconscient » (Fischbein et al., 1985, p.4) des relations additives et soustractives. Elles sont mobilisées automatiquement en situation, et ce y compris lorsque l'expertise des individus est élevée (Gros et al., 2019). Or, ces conceptions intuitives font parfois obstacle à la résolution, par exemple lorsqu'il s'agit de soustraire dans l'ensemble des entiers relatifs. En effet, comment soustraire cinq si l'on ne dispose que de trois « quelque chose » ?

Les situations qui incarnent les relations mathématiques, ici additives et soustractives, sont constituées de scénarios plus ou moins *ad hoc* en fonction des significations visées. Agir sur ces scénarios permettrait d'élargir le point de vue adopté sur le concept et d'augmenter l'empan de ses significations possibles. Proposer un jeu de plateau sur lequel on avance et on recule au-delà ou en deçà de zéro constitue une piste pour par exemple enrichir la notion d'« ajout » par le fait d'avancer, et celle de « retrait » par le fait de reculer. Chacune de ces situations met en scène le concept d'une façon partielle et ne permet d'en intégrer que certaines propriétés. C'est l'intégration de différentes situations en un tout qui permet la conceptualisation. C'est par une « famille de situations » que le concept peut prendre sens (Vergnaud, 1990). Si d'un point de vue didactique, les « mises en scène » paraissent incontournables, ce sont aussi elles qui, par l'expérience et les opérations réelles ou symboliques qu'elles permettent, modifient ou complètent un concept sur le plan cognitif. Nous pouvons donc affirmer que les « mises en scène », que nous qualifierons de « scénario », déterminent les significations qui connotent le concept : les propriétés des objets et les actions possibles sur ces objets à l'intérieur d'un scénario conditionnent celles qui seront attribuées au concept. Parce qu'ils fournissent un contenu d'expérience dont les propriétés sont transférées au concept, ils sont nécessaires à l'apprentissage. Mais parce que ces propriétés sont situées dans le cadre d'un scénario, elles sont insuffisantes pour rendre compte à elles seules du concept.

Un énoncé de problème fournit un scénario dans lequel des actions, réelles ou virtuelles, sont possibles, et ce sont les propriétés de ces actions qui sont transférées aux concepts mathématiques. Selon Julo (2002), la représentation du problème joue un rôle déterminant dans l'apprentissage par la résolution de problème, dans la mesure où la représentation contribue à la formation de schémas qui correspondent, entre autres, à des « catégories bien différenciées en termes de structures de problèmes » (p. 38). Les schémas sont stockés en mémoire et peuvent être instanciés en tant que modèles propres à la résolution.

2 Multiprésentation et recodage sémantique

L'enjeu de représentation de l'énoncé est donc déterminant, et il s'agit, dans une perspective d'aide à la résolution de problèmes, d'agir directement sur la construction des représentations, considérant celle-ci comme un processus dialectique d'interprétation, de sélection, de structuration (Julo, 1995, p. 28). Il relève en particulier que « l'interprétation n'est pas indépendante de la nature physique des éléments évoqués dans l'énoncé » (p. 34), et que celle-ci est influencée par l'ensemble du contexte sémantique. Il mentionne le rôle du contexte sémantique dans le processus interprétatif, et que celui-ci peut générer la prise en compte d'informations non pertinentes au détriment d'informations essentielles. Pour lui, ces « effets de contexte résultent bien de dysfonctionnements propres aux représentations » (p. 113) qu'il considère comme des « défauts de l'activité de représentation » (p. 118) en lien avec la tâche. Ils conduisent à une « sous-utilisation des connaissances opératoires » (Ibid.)

Parce que la résolution de problèmes vise le développement de nouvelles connaissances par la mobilisation et la mise en œuvre de celles que l'élève connaît déjà (Julo, 1995), l'aide à la représentation de problèmes est nécessaire. Cependant, afin de préserver l'activité de recherche au sens de Brun (1990), Julo (2002) propose trois critères pour caractériser ces aides : « l'aide ne contient pas d'indices sur la solution ; l'aide n'oriente pas vers une procédure de résolution ; l'aide ne suggère pas une modélisation du problème » (p. 45).

En outre, s'il convient de l'utilité d'une catégorisation des énoncés en vue de la formation de schémas de problèmes, Julo (2002) questionne les activités de catégorisation explicites, que ce soit au moyen de représentations symboliques visuelles, d'explicitation de la structure des énoncés ou d'une démarche plus inductive d'abstraction de caractéristiques communes, au risque de figer l'activité cognitive autour d'une forme d'élaboration de l'expérience. Afin, d'une part, de satisfaire les trois critères, et, d'autre part, de proposer une modalité de catégorisation par analogie qui reste souple du point de vue du point de vue heuristique, il propose, en s'appuyant sur les travaux menés en psychologie cognitive sur la résolution de problèmes par analogie, la modalité de « multiprésentation ». Celle-ci consiste à présenter des énoncés identiques en termes de structure, de valeurs numériques et de réponses, en laissant à l'élève le choix de l'énoncé qu'il résout, ou en lui demandant de résoudre l'ensemble des trois (2002), ceci précisément en vue de favoriser la construction, au-delà des effets de contexte, d'une représentation fonctionnelle du problème qui permette à l'élève « d'élaborer une procédure de résolution » (Julo, 2001, p. 13).

En accord avec les perspectives cognitives évoquées par Julo, quelques points méritent selon nous une attention particulière. Tout d'abord, la construction de schémas, en référence au modèle de Kintsch et Greeno (1985), propose que la compréhension d'un énoncé consiste à le traduire en une suite de propositions contenant toute l'information nécessaire à sa résolution, puis à sélectionner un schéma stocké en mémoire dont la structure relationnelle correspond à celle qui lie les éléments de l'énoncé. C'est ce schéma qui déclencherait des procédures de résolution *ad hoc*. Des difficultés en résolution de problèmes relèveraient alors de l'utilisation d'un schéma qui ne correspond pas à la structure arithmétique requise pour la résolution. Johnson-Laird (1983) questionne la nature propositionnelle et suffisante des représentations, dans la mesure où celles-ci peuvent contenir des informations qui ne sont pas explicitement présentes dans le texte. En outre, des effets conséquents sur les performances des élèves de transformations pourtant mineures de l'énoncé, comme celles relevées par Hudson (1983), ne peuvent être expliqués par la convocation de schémas abstraits. Johnson-Laird cherche à expliquer le processus de formation des représentations et propose qu'un modèle mental soit construit et stocké en mémoire de travail, celui-ci pouvant être modulé en cours de lecture. Il définit les modèles mentaux comme des représentations internes du monde, un ensemble de connaissances dont la structure est isomorphe au monde extérieur. Ces connaissances peuvent être représentées par des propositions, mais aussi par des images, des symboles (Johnson-Laird, 1993) et sont de nature épisodique. Cependant, l'isomorphisme du modèle au monde extérieur et l'absence de référence aux connaissances antérieures des élèves ne permettent pas de rendre compte des différences interindividuelles dans la résolution d'un même énoncé. Un modèle qui intègre les aspects interprétatifs dans la formation des représentations est nécessaire. Le modèle de congruence sémantique (Gros et al., 2020) prend en considération cette dimension subjective en permet de rendre compte des effets de contexte sur les représentations et sur le traitement d'un énoncé de problème mathématique.

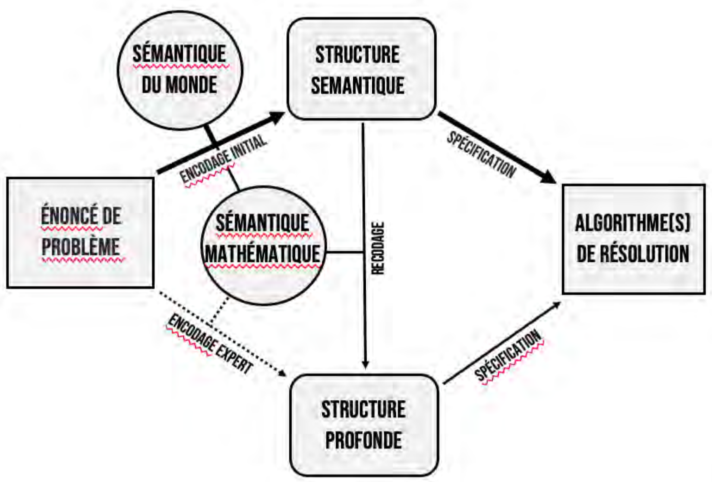


Figure 6. Modèle SECO (Gros, Thibaut et Sander, 2020)

Dans ce modèle, les effets de contexte ne résultent pas de dysfonctionnements de l'activité de représentation en lien avec la tâche ni d'une sous-utilisation des connaissances opératoires (Julo, 1995, p. 118). Ils résultent de la mobilisation, par le mécanisme cognitif de l'analogie, de représentations fondées sur les expériences et connaissances du monde propre à chacun (sémantique du monde), et des connaissances mathématiques (sémantique mathématique) qui y sont associées. Ainsi, associer l'addition à une situation d'ajout relève de ces connaissances expérientielles, celles-ci pouvant être pertinentes et directement codées en un algorithme efficient lorsqu'on recherche un tout. En revanche, cette association n'est plus pertinente dans une situation d'ajout avec recherche de l'état initial, puisque l'algorithme efficient relève de la soustraction. C'est ce que nous nommons des énoncés discordants dans la mesure où, en fonction des connaissances des élèves, ceux-ci requièrent un recodage, une reformulation compatible avec la structure de la solution. C'est ce processus de recodage, fondé sur les analogies, que nous plaçons au cœur de l'activité de conceptualisation d'une structure mathématique plus profonde, celle qui permet d'intégrer l'équivalence entre addition et soustraction. Notons que pour un expert, cette équivalence relationnelle est intégrée, ce qui lui donne directement accès à la structure mathématique *ad hoc* sans nécessiter de recodage sémantique.

Le fait d'adopter un autre point de vue sur une situation induit une modification relationnelle entre les éléments de l'énoncé. Or, ce sont ses relations, en référence aux connaissances individuelles, qui instancient, par analogie avec des connaissances mathématiques, une procédure. Dès lors, l'activité de représentation en lien avec la tâche fonctionne, relativement aux connaissances des élèves. En revanche, la représentation requiert une modulation, un changement de point de vue, qu'il est nécessaire d'accompagner.

Nous considérons qu'un énoncé concordant ne suscite rien d'autre qu'un codage de la situation en fonction de connaissances déjà-là des élèves. En d'autres termes, ces situations ne sont pas suffisamment vectrices d'apprentissage. Au contraire, en proposant des situations discordantes, notamment au moyen de scénarios atypiques, nous invitons à une compréhension plus profonde des relations véhiculées par la situation. Ainsi, loin d'être interchangeables, les choix des scénarios sont déterminants en vue d'un apprentissage. Si l'enjeu est de comprendre la situation au-delà des relations quotidiennes et mathématiques induites par l'énoncé, le choix de l'énoncé à traiter ne peut être laissé à l'élève. En effet, parmi plusieurs énoncés dits isomorphes au sens de Julo (2002), il est probable que des élèves, et particulièrement ceux qui seraient en difficulté, choisissent un énoncé dont le scénario (le contexte) est concordant avec les mathématiques nécessaires à la résolution. Or un tel énoncé n'est, comme nous l'avons vu, vecteur que d'un codage fondé sur ce que l'élève connaît déjà. De ce fait, rien ne garantit qu'une procédure induite par l'habillage d'un tel énoncé puisse être transférée dans une situation discordante, par exemple une situation de perte qui se résout additivement.

La discordance de scénario questionne d'ailleurs la notion même d'isomorphisme : peut-on encore considérer comme isomorphes les deux énoncés multiplicatifs suivants : « Julie a 5 poires et 15 pommes, combien a-t-elle de fois plus de pommes que de poires ? », et « Julie a 5 paniers dans lesquels elle dépose 15 pommes, combien y a-t-il de pommes par panier ? » qui requièrent tous deux une multiplication lacunaire (5 x ___ = 15) ou une division (15 : 5 = ___). La structure du premier énoncé, comme l'ont montré Bassok et al. (1998), comporte une relation de collatéralité entre éléments de la catégorie « fruits » plus compatible avec une évocation additive ou soustractive, alors que la relation fonctionnelle entre pommes et panier est plus propice à l'évocation multiplicative. De ce point de vue, l'isomorphisme structurel est relatif aux représentations que le scénario génère. Les scénarios ne sont donc pas neutres en termes structurels. Cette réflexion nécessite de situer le niveau d'organisation sur lequel on fonde l'isomorphisme et de distinguer structure sémantique et structure mathématique profonde.

Parce que la construction d'une structure mathématique profonde qui inclut les équivalences relationnelles additives et soustractives constitue un enjeu essentiel d'apprentissage, la structure mathématique sur laquelle reposent les isomorphismes dans notre dispositif correspond à un système qui lui est subordonné. Celui-ci tient compte de l'opération mobilisée (Pastré, 2007) ainsi que de la place occupée par l'inconnue (Baffrey-Dumont, 1996). Le choix de ce niveau de définition de la structure mathématique repose en outre sur le fait que ces deux paramètres induisent différents degrés de difficulté lors de la résolution du problème (Vergnaud, 1981 ; Riley et al., 1983). Par exemple, dans le jeu du domino, nous considérons comme isomorphes les énoncés suivants : « Paul invite 13 filles à son anniversaire. Il y a 25 invités en tout. Combien de garçons sont invités ? » et « Marie a 37 images dans sa boîte, 12 rondes et des rectangulaires. Combien d'images rectangulaires a-t-elle ? », mais aussi « J'ai 30 euros pour aller chez le boucher. Je sors 16 euros de mon porte-monnaie pour payer le rôti. Combien d'argent ai-je encore dans le porte-monnaie ? ». En effet, tous peuvent se résoudre par une addition lacunaire telle que par exemple ___ + 13 = 25, la place de l'inconnue relevant d'un des termes de l'addition. Notons que nous qualifions le dernier énoncé de pivot dans la mesure où il peut aussi être conçu comme une situation de recherche de reste, se traduisant alors par 25 – 13 = ___. De fait, cet énoncé pivot, parce qu'il véhicule potentiellement une double acception additive et soustractive relève d'une structure d'emblée plus profonde que les deux autres. Le critère d'isomorphisme ne porte pas spécifiquement sur la valeur des nombres en jeu et de la réponse, ces valeurs étant considérées comme des variables didactiques à part entière dans le dispositif.

IV - IMPLICATIONS ET PERSPECTIVES

Si les dispositifs présentés (tri et domino) méritent des améliorations, notamment quant à l'accessibilité de l'écrit et quant à l'importance de maintenir une véritable activité de résolution de problèmes, ceux-ci portent spécifiquement sur les représentations des énoncés. Ils impliquent une forme de catégorisation non explicite des problèmes par analogie, les critères fondant les similitudes pouvant être laissés à la charge des élèves si l'intention est d'évaluer leur niveau d'acquisition conceptuelle. En revanche, des variables didactiques telles que la mobilisation ou non de mêmes nombres entre les énoncés, de scénarios identiques ou pas, peuvent permettre de favoriser l'accès à une structure plus profonde, notamment en induisant une forme de recodage sémantique par association de correspondants structurels à différents niveaux.

Si le rôle et les interventions de l'enseignant dans cette démarche doivent être mieux situés, la question des leviers au recodage sémantique reste pertinente : les énoncés pivots sont certes proposés comme intermédiaires entre deux structures distinctes, mais des représentations sous forme d'équations arithmétiques pourraient également servir de lien en vue de la résolution. Notons que ces équations pourraient prendre une forme située, par exemple 37 = 12 + ___ pour les images de Marie, mais elles pourraient aussi être formulées sous forme plus abstraite ou algébrique du type ♣ = ♦+ ___.

Au-delà des tâches de tri et d'association proposées, la re-représentation peut revêtir d'autres formes qui pourraient encore être développées. Les suggestions et réflexions des participants contribuent précieusement à l'enrichissement de notre démarche de recherche, tant sur un plan conceptuel que pratique. Nous souhaitons qu'une collaboration fructueuse puisse se poursuivre et concourir à l'approfondissement de nos connaissances respectives au service de la formation et de l'apprentissage.

V - BIBLIOGRAPHIE

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'Esprit Scientifique.* Paris : Vrin.

Baffrey-Dumont, V. (1996). Résolution de problèmes arithmétiques par des enfants de huit ans. *Revue des sciences de l'éducation, 22*(2), 321-343.

Bassok, M., Chase, V. et Martin, S. (1998). Adding apples and oranges: Alignment of semantic and formal knowledge. *Cognitive Psychology,* 35 (2), 99-134.

Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 7*(2), 33–116.

Brun, J. (1990). La résolution de problèmes arithmétiques : bilan et perspectives. *Math école,* (141), 3-14.

De Corte, E., Verschaffel, L. et De Win, L. (1985). Influence of rewording verbal problems on children's problem representations and solutions. *Journal of Educational Psychology, 77* (4), 460.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Berne: Peter Lang.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics, 61*(1-2), 103-131.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for research in mathematics education, 16*(1), 3-17.

Fischbein, E. (1989). Tacit models and mathematical reasoning. *For the learning of mathematics, 9*(2), 9-14.

Gamo, S., Sander, E. et Richard, J.-F. (2010). Transfer of strategy use by semantic recoding in arithmetic problem solving. *Learning and Instruction, 20*(5), 400-410.

Gamo, S., Nogry, S., & Sander, E. (2014). Apprendre à résoudre des problèmes en favorisant la construction d'une représentation alternative chez des élèves scolarisés en éducation prioritaire. *Psychologie française, 59*(3), 215-229.

Gros, H., Sander, E., & Thibaut, J. P. (2019). When masters of abstraction run into a concrete wall: Experts failing arithmetic word problems. Psychono*mic bulletin & review, 26*, 1738-1746.

Gros, H., Thibaut, J.-P. et Sander, E. (2020). Semantic congruence in arithmetic: A new conceptual model for word problem solving. *Educational Psychologist, 55*(2), 69-87.

Gvozdic, K., & Sander, E. (2020). Learning to be an opportunistic word problem solver: Going beyond informal solving strategies. *ZDM, 52*(1), 111-123.

Hudson, T. (1983). Correspondences and numerical differences between disjoint sets. *Child development*, 84-90.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models : towards a cognitive science of language, inference, and consciousness.* Cambridge University Press.

Johnson-Laird, P. N. (1993). La théorie des modèles mentaux. Dans M.-F. Ehrlich et al. (eds.), *Les modèles mentaux : approche cognitive des représentations* (1-22). Paris : Masson.

Julo. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement.* Presses universitaires de Rennes.

Julo, J. (2001). Aider à résoudre des problèmes. Pourquoi ? Comment ? Quand ? Dans F. Michon et al. (eds.) , *Actes du 27e Colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres* (9-28). COPIRELEM Chamonix 2000. IREM de Grenoble.

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes. *Grand n*, *69*(1), 31-52.

Kintsch, W., et Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological review, 92*(1).

Lakoff, G., et Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from* (6). New York: Basic Books.

Lautrey, J., Rémi-Giraud, S., Sander, E., & Tiberghien, A. (2008). *Les connaissances naïves.* Armand Colin.

Pastré, P. (2007). Champs conceptuels et champs professionnels. Dans J. Leplat (Ed.). *Activité humaine et conceptualisation: questions à Gérard Vergnaud* (79-86). Presses universitaires du Midi.

Raynal, L., Clément, E. et Sander, E. (2020). Are superficially dissimilar analogs better retrieved than superficially similar disanalogs ? *Acta Psychologica*, *203*, 102989.

Reydy, C. (2022). Étude de gestes professionnels didactiques d'enseignants de Cours Préparatoire en séance de résolution de problèmes. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Revue internationale de didactique des mathématiques,* (27), 54.

Richard, J.-F. (1990). *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions.* Paris : Armand Colin.

Riley, M. S., Greeno, J. G. et Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. Dans H. Ginsberg (ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (153-196). New York : Academic Press.

Rivier, C., Scheibling-Seve, C. et Sander, E. (2022). Études des types de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés dans 12 manuels scolaires français de cycle 2 : concordance et discordance par rapport à trois formes d'analogies. *Revue française de pédagogie, 216*(3), 101-116.

Sander, E. (2007). Manipuler l'habillage d'un problème pour évaluer les apprentissages. *Bulletin de psychologie*, 119-124.

Sander, E. et Fort, C. (2014). Semantic ambiguity as basis for promoting learning in the case of arithmetic problem solving. Dans *Proceedings of ICAP 2014, 28th international congress of applied psychology* (8–13).

Sander, E. (2016). Enjeux sémantiques pour les apprentissages arithmétiques. *Bulletin de psychologie*, (*6*), 463-469.

Sander, E., et Richard, J. F. (2017). Les apprentissages numériques. *Psychologie du Développement,* 251-258.

Sander E. (2018a). *La résolution de problème, en soutien du transfert d'apprentissage.* Consultée le 21/09/2023, url : http://leadserv.u-bourgogne.fr/files/filemanager/Presentation%20Emmanuel%20SANDER.pdf

Sander, E. (2018b). Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques : le cadre A-S3. Dans J. Pilet et C. Vendeira (eds.), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques 2018* (122-141) Paris, France.

Scheibling-Sève, C., Gvozdic, K., Pasquinelli, E., & Sander, E. (2022). Enhancing cognitive flexibility through a training based on multiple categorization: Developing proportional reasoning in primary school. *Journal of Numerical Cognition*, *8*(3), 443-472.

Van Dooren, W., Verschaffel, L., Greer, B., De Bock, D. et Crahay, M. (2015). La modélisation et la résolution de problèmes d'application. *Psychologie des apprentissages scolaires,* 199-220.

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité : problème de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.* Berne : P. Lang.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches didactiques en mathématiques. RDM*, *10*(2-3), 133-170.

Vergnaud, G. (2008). Culture et conceptualisation ; l'une ne va pas sans l'autre. *Carrefours de l'éducation, 2*(26), 83-98.

Vilette, B., Fischer, J. P., Sander, E., Sensevy, G., Quilio, S., et Richard, J. F. (2017). Peut-on améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique au CP? Le dispositif ACE. *Revue française de pédagogie. Recherches en éducation,* (201), 105-120.

UN JEU DE ROLES EN FORMATION D'ENSEIGNANTS : LA TRANSPOSITION DE L'INSTITUTIONNALISATION EN QUESTION

Stéphane FAVIER
Chargé d'Enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
DIMAGE
Stephane.Favier@unige.ch

Ismaïl MILI
HAUTE ECOLE PEDAGOGIQUE DU VALAIS
Ismail.Mili@hepvs.ch

Sylvia COUTAT
Chargé d'Enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
DIMAGE
Syliva.Coutat@unige.ch

Marina DE SIMONE
Chargé d'Enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
DIMAGE
Marina.DeSimone@unige.ch

Céline VENDEIRA
Chargé d'Enseignement, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
DIMAGE
Celine.Marechal@unige.ch

Résumé
Au milieu des années quatre-vingt-dix, une approche par jeu de rôles a été développée par des didacticiens des mathématiques en formation initiale des maitres du primaire (Lajoie et Palascio, 2001). Depuis, les jeux de rôles ont fait leur preuve dans des formations qui visent à travailler les savoirs-faire ou les agirs professionnels (Lajoie, Mangiante, Masselot, Tempier et Winder Guille-Biel, 2019 ; Lajoie, 2020). Les institutions de formation suisses, ayant pour mandat explicite d'outiller les étudiants à des analyses réflexives, cherchent à transposer des savoirs didactiques à visée professionnelle. Nous questionnons alors les potentialités en formation des jeux de rôle à partir d'une activité issue des Moyens d'Enseignement de Suisse romande. L'atelier a questionné la transposition des savoirs didactiques en formation des enseignants (Mili, 2023) dans le cas particulier de l'institutionnalisation.

I - INTRODUCTION

La formation des enseignants à l'aide de jeu de rôles a été développée et étudiée au milieu des années quatre-vingt-dix à l'Université du Québec à Montréal (UQAM) par une équipe de didacticiens des mathématiques en formation initiale des enseignants du primaire (GREFEM, 2012 ; Lajoie et Palascio, 2001 ; Lajoie, 2010 ; Marchand, Adihou, Lajoie, Maheux et Bisson, 2012). Ce dispositif a tout d'abord été élaboré avec l'intention première de placer les formés (étudiants en formation initiale ou enseignants en formation continue) dans un contexte proche de l'exercice de la classe avec le souhait de travailler et thématiser des problématiques professionnelles telles que des « savoirs faire » ou des « savoirs agir » (Guille-Biel Winder, Lajoie, Mangiante, Masselot et Tempier, 2022).

Depuis quelques années, le jeu de rôles se développe en Europe et fait l'objet de nouveaux travaux de recherche (Guille-Biel Winder, Lajoie, Mangiante, Masselot et Tempier, 2020, 2022 ; Lajoie, 2018, 2020 ; Lajoie, Mangiante, Masselot, Tempier et Winder Guille-Biel, 2019), portant notamment sur l'impact des différentes modulations apportées au dispositif d'origine (Guille-Biel Winder et Mili, 2023 ; Mili, 2023).

Dans la lignée de plusieurs ateliers présentés lors d'éditions antérieures de la COPIRELEM, ce compte-rendu souhaite illustrer comment une situation de formation basée sur le jeu de rôles peut permettre de thématiser des concepts de nature didactique comme le processus d'institutionnalisation.

Ainsi, nous démarrons avec une présentation générale du dispositif « jeu de rôles » et poursuivons avec quelques précisions concernant le processus d'institutionnalisation et sa transposition dans les instituts de formation. Dans une troisième section, l'activité mathématique proposée aux participants est décrite. L'activité des participants au fil de l'atelier (et principalement celle du groupe dans lequel la personne qui a joué le rôle de l'enseignant figure) est ensuite analysée dans une quatrième section. Enfin, nous concluons en ayant préalablement résumé le débat entre les participants (en posture cette fois de formateurs) sur le potentiel d'un tel dispositif.

II - LE JEU DE RÔLES EN FORMATION ET SES ÉTAPES

Dans le cadre de la formation des enseignants, un jeu de rôles correspond à la mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages dans une situation donnée. Des intervenants (les personnes formées) doivent alors se glisser dans la peau desdits personnages, eux-mêmes plongés dans une situation donnée, et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir.

1 Les étapes du jeu de rôles

Ainsi, moyennant une réorganisation et des aménagements propre à chaque dispositif de formation – et leurs objectifs, le jeu de rôles (Guille-Biel Winder, Lajoie, Mangiante, Masselot et Tempier, 2019) comprend les étapes suivantes : une mise en situation, une préparation, une mise en scène, un retour sur la mise en scène et une « exposition des connaissances ». A noter que, comme le suggère la figure 1, une boucle itérative est envisageable entre les étapes 3 et 4.

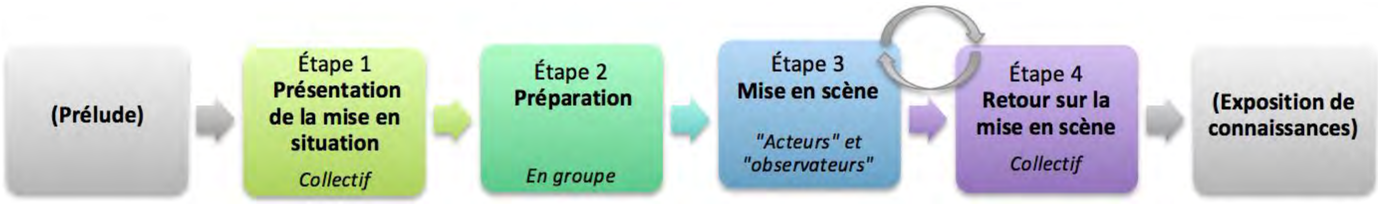


Figure 1. Déroulement général d'un jeu de rôles

Étape 1 – Mise en situation

Cette première étape prend généralement appui sur une situation problématique (intervention auprès d'élèves en difficultés, analyse d'une production originale, etc.) ceci de manière à inviter les participants à convoquer des gestes professionnels. Les participants sont alors informés de l'organisation globale du dispositif auquel ils vont participer et de la nature de l'intervention attendue.

Étape 2 – Préparation

S'en suit une phase durant laquelle les participants sont invités à préparer, selon le rôle qui leur sera octroyé ainsi que les ressources mises à disposition par le formateur, l'intervention qui sera jouée ultérieurement. Notons ici que, durant cette deuxième phase, différentes variantes peuvent être envisagées en fonction des objectifs du dispositif de formation (Winder & Mili, 2023 ou Mili, 2023). A titre d'exemple, si, à l'origine de l'élaboration du jeu de rôles, les productions des « élèves » étaient connues de tous et que chacun pouvait s'y préparer en toute connaissance, certaines modulations du jeu de rôles proposent de ne découvrir les différentes productions qu'au moment de l'intervention. Dans la même veine, il arrive parfois que l'enseignant soit désigné à l'avance et que chacun sache ainsi quel rôle préparer. A l'inverse, il peut être envisagé que chaque groupe de travail doive préparer son intervention selon l'ensemble des rôles possibles (à la fois en tant qu'enseignant et à la fois en tant qu'élève) sans savoir quel sera celui qu'il devra tenir, la désignation de « l'enseignant » et du ou des « élèves » n'étant effectuée qu'au dernier instant.

Étape 3 – Mise en scène

Une fois les rôles de chacun déterminés, cette troisième étape consiste en le déroulement de la situation professionnelle. Un « enseignant » est amené à effectuer une intervention auprès d'un ou plusieurs « élèves » au regard des objectifs déterminés et présentés lors de l'étape 1.

Alors que seuls quelques participants semblent actifs durant cette phase, l'ensemble du groupe est pourtant mobilisé : les participants qui ne sont ni « élèves » ni « enseignant » endossent le rôle d'observateur et sont invités à noter les différentes questions à poser aux intervenants ou les remarques qu'ils aimeraient thématiser lors de la phase suivante.

Étape 4 – Retour sur la mise en scène

A l'issue de l'intervention, un retour collectif est ici organisé par le formateur qui peut (ou non) participer aux échanges. Les observateurs, tout comme les intervenants, sont invités à questionner les différents choix effectués et les conséquences de ceux-ci dans le déroulement de l'intervention.

Étape 5 – Exposition de connaissance

Le but de cette étape est, pour le formateur, de prendre appui sur ce qui a été produit précédemment afin d'identifier, de verbaliser, de circonscrire ou définir ce qui, dans les débats ou la mise en scène, relève du concept attendu. Notons que dans le cadre de cet atelier, l'exposition de connaissances s'est déroulée en considérant les participants non pas comme des formés – comme c'est habituellement le cas – mais comme formateurs.

III - LE SAVOIR HEBERGÉ / ATTENDU DANS LE JEU DE RÔLES

1 Contexte institutionnel suisse romand

L'implémentation des formations par les jeux de rôles en Suisse Romande s'inscrit dans un contexte qu'il convient de préciser ici, notamment afin de présenter ultérieurement quelles seront les modulations effectuées par les formateurs par rapport au cadre général décrit préalablement.

En Suisse, l'éducation et le système scolaire dans son ensemble relève d'une compétence cantonale. Toutefois, les différents départements cantonaux francophones en charge de l'éducation se sont fédérés de manière à concevoir l'élaboration commune de ressources pédagogiques uniques appelées Moyens d'Enseignement Romands (MER). Ainsi, moyennant une certaine souplesse pédagogique propre à chaque enseignant, l'usage de cette ressource devient de facto imposé pour l'ensemble des écoles et tout au long de la scolarité.

Ces MER sont constitués d'activités structurées par thèmes mathématiques et organisées de manière à respecter les principales étapes d'une séquence d'enseignement (introduction, entraînement, problème, etc.). A ces activités s'ajoutent un Aide-Mémoire dans lequel des onglets intitulés « Institutionnalisation » correspondent à des définitions ou des éléments de procédures que les élèves sont amenés à mémoriser (nous illustrerons ceci dans la section IV).

Notons que ce choix de rédaction met ainsi l'emphase sur le savoir en jeu et non sur le processus où le geste qui permettrait d'identifier, de circonscrire ou de formuler ce savoir auprès des élèves, en classe. Les ressources institutionnelles ne proposent que peu de pistes à l'enseignant pour transformer les connaissances mobilisées par l'élève en un savoir institutionnellement reconnu.

2 Le processus d'institutionnalisation

2.1 Du point de vue de littérature

Pourtant, cette transformation nécessite un geste, une intervention, de la part de l'enseignant. Car, comme le souligne Margolinas (2014, p.14-15), « l'élève ne peut identifier seul, dans les réponses qu'il a éprouvées en tant que solution de certains problèmes, les réponses qui sont reconnues par la science » et « Il faut donc que quelqu'un d'extérieur vienne pointer ses activités et identifier celles qui ont un intérêt, un statut culturel. […] Ce travail culturel et historique diffère totalement de ce qui semblait devoir être laissé à la charge de l'élève et il revient à l'enseignant » (Brousseau, 1986, p.71, extrait de Margolinas 2014, p.15).

La nature progressive de ce geste est d'ailleurs soulignée et détaillée par Margolinas qui relève que le savoir, outre le fait d'avoir été reconnu dans une situation et de posséder un caractère transférable, devra être formulé, formalisé, validé et mémorisé par les différents protagonistes afin d'acquérir un statut institutionnel.

> *« Il y a un lien dialectique entre savoir et connaissance. Si un savoir existe dans une institution, c'est qu'il a été rencontré comme une connaissance en situation puis reconnu comme utile, formulé, formalisé, validé, mémorisé et qu'il a acquis un statut institutionnel : c'est le processus d'institutionnalisation, envisagé comme une transformation qui légitime tout savoir dans une institution. La transformation en savoir, qui rompt le lien avec les premières situations dans lesquelles ont été rencontrées les connaissances, permet aussi de s'émanciper de ces premières situations : le savoir pourra à nouveau se transformer en connaissance, dans de nouvelles situations. » Margolinas (2014, p.15)*

2.2 Du point de vue des instituts de formation (vu comme analyse de la pratique professionnelle)

La compétence cantonale relative à l'éducation prévaut également pour la formation des enseignants. Chaque institut de formation (cantonal) est libre de choisir ses contenus de formation. Ainsi, ce sont les formateurs eux-mêmes, au regard des seules contraintes institutionnelles et de leurs conceptions de la profession enseignante qui prennent en charge la transposition externe des savoirs didactiques qui seront enseignés. Parmi ces contraintes, les instituts de formation suisse romands, au regard de leurs plans et des objectifs de formation, doivent permettre aux futurs enseignants de mobiliser des concepts didactiques à des fins d'analyse de situations professionnelles. A titre d'exemple, on retrouve ainsi dans les « Objectifs de la formation et référentiel de compétences relatifs à la formation des enseignantes et enseignants du secondaire I et II » de l'Université de Genève que :

> *« Les compétences fondamentales à construire durant la formation professionnelle initiale [consistent notamment à] Analyser et évaluer sa propre pratique avec des outils conceptuels mis à disposition par la recherche et les différentes théories de l'éducation et de l'enseignement afin de prendre de la distance et de modifier, le cas échéant, sa manière de concevoir sa pratique » (Université de Genève, 2023 A)*

Pour ce qui concerne la formation des enseignants primaires, le document d'accompagnement des stages en responsabilité de l'Université de Genève (Université de Genève, 2023 B) spécifie que chaque futur enseignant devra « réfléchir sur sa pratique, innover, (se) former » et notamment que « la formation (dispensée) visera à former des praticiens capables d'analyser leur action et de l'infléchir au gré de l'expérience » (Compétence 2, p.37).

C'est cette analyse de la pratique et cette prise en considération de l'activité des élèves qui, selon nous, reflètent des composantes du processus d'institutionnalisation tel que défini plus haut.

Comme nous le préciserons dans la section suivante, étant donné que les MER semblent se concentrer sur les composantes de *formulation* et, dans une moindre mesure, de formalisation du processus d'institutionnalisation, nous avons estimé qu'il est à la charge des formateurs d'aiguiser le regard des futurs enseignants, à des fins d'analyse de leur pratique, sur le processus d'institutionnalisation pour ce qui concerne la décontextualisation et la dépersonnalisation. En effet, si, grâce à l'Aide-Mémoire, les enseignants savent sur quelle terminologie conclure avec leurs élèves, rien n'est dit sur la manière d'y arriver.

C'est notamment pour ces raisons que nous souhaitons adapter le dispositif du jeu de rôles afin de faire émerger, avec des formés, les composantes du processus d'institutionnalisation et illustrer comment celles-ci se révèlent dans la pratique professionnelle. La section suivante vise donc à présenter la tâche que nous avons choisie comme support à ce jeu de rôles et quelques éléments possibles d'institutionnalisation.

IV - LE JEU DE RÔLES « CONVEXE-NON CONVEXE »

1 Place de l'activité dans le corpus institutionnel

Le jeu de rôles que les participants de l'atelier ont été amenés à vivre prend appui sur une activité d'introduction qui s'intitule « Convexe-non convexe ». Des éléments de sa présentation ainsi que son énoncé (incluant le titre de l'activité) sont fournis aux participants (voir annexes 1 et 2). Un des objectifs de cette tâche est d'introduire un nouveau critère de classement des figures, afin de pouvoir déterminer par la suite quelles sont les figures qui satisfont ces critères et quelles sont celles qui ne les satisfont pas (émergence du respect – ou non – des propriétés géométriques et de la classification). Ainsi, cette activité s'inscrit dans la section des MER (nommée Apprentissage Visé dans le document d'origine) intitulée « Reconnaître, décrire et nommer des formes géométriques simples » avec comme prolongement « Classer des objets selon deux critères ».

L'activité en elle-même se découpe en plusieurs temps. Nous nous intéresserons ici au premier puisque c'est sur celui-ci que le jeu de rôles a porté. Une collection de formes géométriques (voir Figure 2) est distribuée aux élèves installés en groupes, accompagnée de la consigne suivante : « classez ces formes en 2 familles. Quelles différences voyez-vous entre ces formes ? »

Figure 2. Formes proposées par les MER

Les commentaires de l'activité invitent à proposer un temps de recherche aux élèves puis leur permettre de présenter en commun les différentes propositions afin de mettre en évidence les formes convexes et non convexes. Il est cependant précisé aux enseignants que « les élèves ne vont pas utiliser ces termes ». Qu'ils recourront à des images comme « il y a des pointes » ou « ça rentre ». Il est attendu que les enseignants concluent ce temps par la présentation des mots de vocabulaire : convexe et non convexe. Les autres temps visent l'appropriation de ces termes. Rappelons qu'un aide-mémoire proposé par les MER est mis à disposition des enseignants afin de servir l'institutionnalisation des savoirs en jeu. Les définitions suivantes y sont proposées pour les termes non convexe : « si je trace des chemins tout droits qui relient deux points de la forme et que je peux en trouver au moins un qui sort de la forme : c'est une **forme non convexe**. » et *convexe* : « si je trace des chemins tout droits qui relient deux points de la forme et que je ne sors jamais : c'est une **forme convexe** » (sic). Notons que ces définitions sont complétées par des exemples de formes convexes et non convexes (voir annexe 2).

2 Présentation du jeu de rôles

Nous avons choisi cette tâche car les enjeux en termes de savoirs mathématiques sont clairement explicités par les prescriptions que ce soit dans la fiche pédagogique (commentaires accompagnant l'activité à destination de l'enseignant) ou dans l'aide-mémoire. En revanche, si ces enjeux sont très clairs, le moyen d'y parvenir nous semble beaucoup plus délicat (notamment avec des élèves si jeunes) et constitue une problématique quant au processus d'institutionnalisation intéressante à traiter en formation.

Le jeu de rôles proposé dans l'atelier correspond peu ou prou à celui mis en œuvre en formation initiale. Il suit la structure précédemment présentée moyennant les quelques adaptations que nous présentons ci-dessous. Étant donné les particularités du contexte helvétique, nous avons effectué, au cours de la mise en situation, une brève présentation des documents institutionnels afin de replacer cette tâche dans son contexte. Ceci doit permettre aux participants de mieux appréhender la fonction des différents documents que nous leur avons distribués et qui accompagnent cette tâche.

Pour l'étape de préparation, la consigne transmise consiste en l'élaboration de :

- un rôle élève c'est-à-dire une production susceptible d'être communiquée à l'enseignant au cours du jeu. Nous précisions sur ce point que le jeu consiste en la mise en commun de 20 minutes maximum qui suivra l'activité de recherche des élèves.

- un rôle enseignant qui consiste en l'animation d'une mise en commun qui visera à institutionnaliser la notion de convexe-non convexe sur la base des productions de trois élèves que le joueur ayant ce rôle pourra sélectionner.

La désignation des joueurs qui occuperont les différents rôles est prévue à l'issue de la préparation et de la manière suivante. L'animateur sollicite les participants sur le rôle de l'enseignant. Une fois le rôle de l'enseignant attribué, celui-ci choisit les 3 productions d'élèves sur lesquels il souhaite s'appuyer pour effectuer la mise en commun. L'enseignant peut être aidé par les membres de son groupe dans ce choix. Chacun de ces 3 groupes d'élèves ainsi choisis par l'enseignant désigne à son tour celui qui jouera le rôle de l'élève.

La mise en scène réunit donc 4 joueurs (chacun étant le représentant de son groupe) : 1 enseignant et 3 élèves. Tous les autres participants deviennent donc observateurs de la scène et ont pour mission de prendre des notes sur tel ou tel aspect susceptible de retenir leur attention et qu'ils souhaiteraient porter au débat qui suit la mise en scène.

Lors du débat, tant les joueurs que les observateurs restent dans une posture d'enseignants en formation. L'étape d'exposition de connaissances (voir Figure 1) est ici remplacée par un travail de groupe au cours duquel les participants reprennent leur casquette de formateur. La consigne qui leur a été proposée est la suivante : « En tant que formateur, quelle exploitation feriez-vous du matériau (c'est-à-dire les éléments apparus lors de la mise en scène et du débat) pour transposer le concept d'institutionnalisation auprès des étudiants et pourquoi/dans quelles intentions ? Votre scénario et vos idées sont à communiquer par écrit (affiche ou autre) ». L'atelier se conclut par une discussion collective à partir de ce travail de groupe.

Dans la section suivante, nous tentons de restituer les étapes du jeu de rôles tel qu'il s'est déroulé lors de l'atelier.

V - RESTITUTION DE LA MISE EN OEUVRE DU JEU DE ROLES ET DE SON ANALYSE DURANT L'ATELIER (PARTICIPANTS EN POSTURE DE FORMÉS)

Pour cela, nous décrivons le travail d'un groupe de participants avant, pendant et après le déroulement du jeu de rôles. Le groupe suivi est celui dont l'un des membres va jouer le rôle de l'enseignant. En effet, grâce aux enregistrements audios effectués, il nous a été possible de reconstituer l'ensemble des échanges de ce groupe lors de l'atelier.

1 Synthèse des travaux de préparation (étape 2)

Les échanges du groupe s'organisent en trois temps : une prise de connaissances de la tâche, la préparation du rôle de l'élève puis la préparation du rôle de l'enseignant.

Après quelques brefs commentaires sur les documents disponibles, le groupe travaille autour de la préparation du rôle de l'élève. Pour cela, les participants recherchent différents classements que les élèves pourraient produire. Leur recherche des classements s'appuie sur les critères possibles et non sur un regard global des formes (vision iconique d'après Duval, 2005). Ils discutent autour de trois classements possibles : un classement avec un critère de taille (les petits et les grands), un classement qui utilise les angles droits des formes (une famille comprenant des formes avec des angles droits, une famille avec des formes qui n'ont pas d'angles droits), un classement avec les « formes qui s'emboitent » (Figure 3). Ils rejettent un classement qui utiliserait le nombre de côtés car toutes les formes de la collection en ont 7. Les participants ont une brève discussion autour des critères de nature géométrique et des critères pouvant être qualifiés de non géométriques.

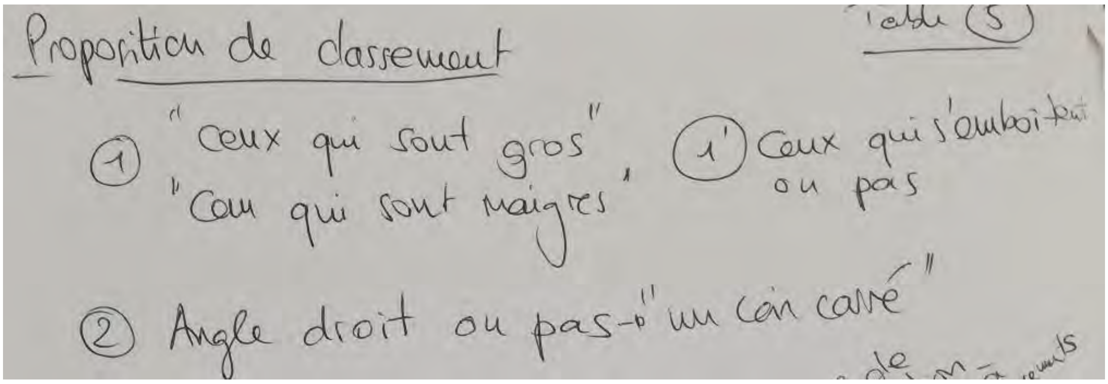


Figure 3 : les trois classements d'élèves anticipés par le groupe

Dans un dernier temps, les participants préparent le rôle de l'enseignant. Deux moments d'échanges apparaissent pertinents concernant les attentes en liens avec l'institutionnalisation : les critères qui peuvent être partagés et leur hiérarchisation d'une part et la place et le rôle des traces écrites d'autre part.

La préparation du rôle de l'enseignant passe par une réflexion autour de l'organisation d'une mise en commun des classements des élèves (un exemple en Figure 4).

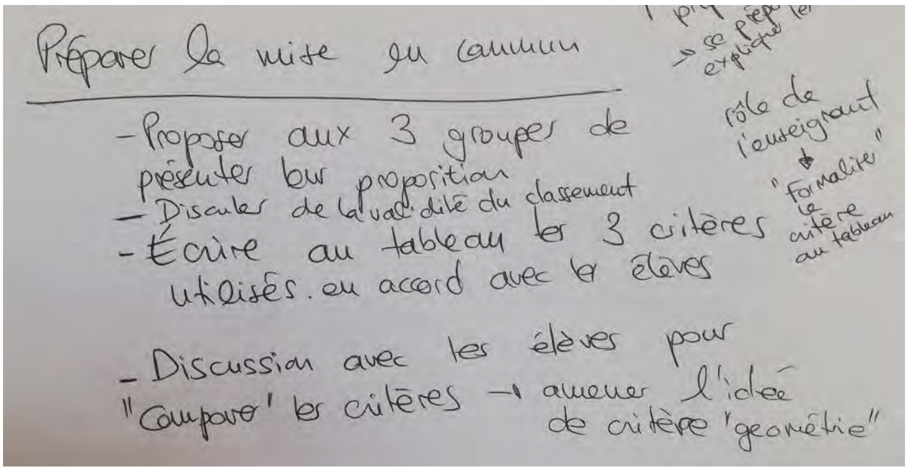


Figure 4 : les étapes de la mise en commun prévues par le groupe

Les participants du groupe reviennent sur le but de l'activité qui est de mettre en évidence les critères convexe et non convexe et de les définir. Selon eux, d'autres classements, utilisant des critères différents peuvent émerger chez les élèves. Il ne serait pas souhaitable de mettre en défaut ces autres critères car ils sont aussi pertinents. Il s'agit alors, dans la mise en commun, de permettre la diffusion de différents classements puis de mettre en valeur le classement qui utilise la convexité comme critère. Cela implique que ce classement soit « choisi » contre les autres classements. Le groupe considère que ce choix devra être assumé par l'enseignant, peut-être artificiellement. Un des participants (qui jouera l'enseignant) propose de faire un premier tri entre les critères géométriques et les critères non géométriques, ce qui éliminerait le critère de taille. Le groupe en préparation se demande si la personne qui jouera le rôle enseignant pourra voir en amont du jeu les différentes productions de classements préparées par les autres groupes. En effet selon eux, il est probable qu'aucun groupe ne propose un classement utilisant le critère de convexité. Il faudrait alors que l'enseignant prévoit une manière d'introduire ce classement lors de la mise en commun, ceci afin de pouvoir être discuté avec le groupe classe.

Au-delà de la gestion des productions d'élèves, se pose la question de la place des traces écrites. Les participants proposent que chaque groupe présente et explique son classement à la classe. Afin que tous les élèves puissent suivre les échanges un participant tient à ce que les critères proposés par chaque groupe soient écrits au tableau par l'enseignant avant d'être discutés par la classe. Cette trace écrite n'est pas une institutionnalisation mais bien une trace des élèves : « ce n'est pas une institutionnalisation, c'est un support de mémorisation ». Un autre participant soulève le risque que cette trace écrite soit erronée ou qu'elle ne convienne pas au classement. Il considère qu'une discussion sur la validité de la proposition doit précéder la trace écrite. Voici quelques propos sur cette question : « il y a un critère comme il y a un angle droit, il n'y a pas d'angle droit, ce sera institutionnalisé, on le gardera comme une trace de l'activité et dans les traces et on espère qu'il y aura convexe, non convexe ou quelque chose qui correspond, toutes les solutions qui sont valides seront retenues, et après on travaillera sur convexe non convexe ou angle droit ou non angle droit ça dépend ce qui va sortir. »

La prudence quant aux éléments à inscrire ou pas au tableau nous laisse penser que la trace écrite devient un élément de l'institutionnalisation. Cela implique que la validité des traces doit être faite en amont. Les participants attribuent ainsi deux statuts distincts à la trace écrite. Pour certains il s'agit d'un support de mémorisation pour les échanges et pour d'autres un élément constitutif de l'institutionnalisation.

Le groupe tranche finalement sur cette question. Les critères doivent être inscrits au tableau. Puis le classement validé par la classe selon le critère, quitte à adapter le classement si besoin. Ainsi la trace écrite doit pouvoir évoluer au cours des interactions des élèves.

Au terme de ce moment de préparation, l'un des participants du groupe fait remarquer qu'une situation problème « bien construite » devrait permettre à elle-seule l'émergence du critère de convexité pour l'élaboration des familles. Or, ce n'est pas le cas ici où cette responsabilité revient à l'enseignant. La situation apparait donc comme peut adéquate par rapport à l'objectif visé.

Au regard des analyses des échanges dans ce groupe, nous constatons que lors de cette phase de préparation du jeu de rôles, l'institutionnalisation a été peu problématisée. Il semble que ce sont davantage des questions relatives à la mise en commun, son organisation, son but et l'adéquation de cette situation qui ont été au sein de ce groupe. L'aide-mémoire n'a pas été discuté, ni la définition proposée par cet aide-mémoire.

2 La mise en scène (étape 3)

L'une des participants du groupe décrit dans la section précédente se propose de jouer le rôle de l'enseignante. Pour la mise en œuvre de la phase de mise en commun, elle sélectionne trois productions d'élèves à discuter avec le groupe classe parmi les huit qui ont été réalisées. La Figure 5 montre les trois propositions retenues.

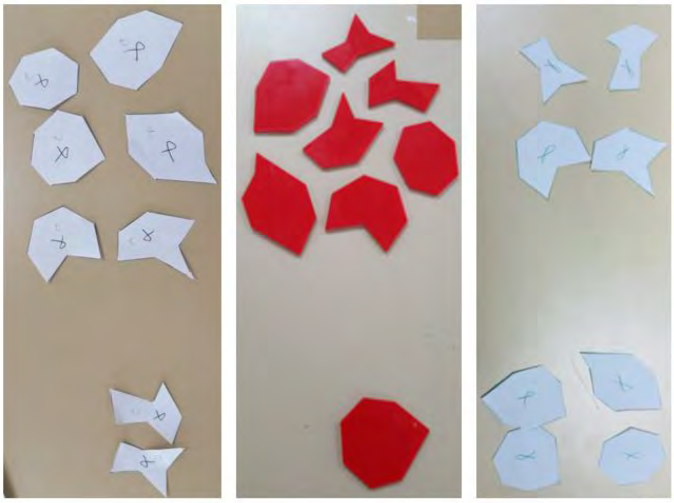


Figure 5 : Trois propositions (respectivement A ; B et C) de productions d'élèves retenues par l'enseignante pour le jeu de rôles

La discussion des trois productions s'articule en trois moments : l'explicitation du critère de classement par l'élève, la dénomination (appellation, définition) du critère avec le groupe classe (le critère est noté au tableau par l'enseignante) et la validation en collectif du classement selon le critère établi.

La mise en commun débute en interrogeant le groupe ayant réalisé le classement A de la Figure 5. L'élève explique que le classement a été effectué selon le critère "les petits et les grands". L'élève au tableau ajoute qu'en effet "les petits on peut les poser sur les grands". L'enseignante écrit au tableau le critère "les petits et les grands" et s'adresse au groupe classe pour la validation du classement selon le critère proposé. Une participante (qui n'avait pas le rôle d'élève au sein du jeu) montre à l'enseignante une pièce de la famille des "petits" qui ne respecte pas forcément la règle "les petits on peut les poser sur les grands". L'enseignante laisse donc en suspens la validation du classement en affirmant qu'"il y a une pièce dans votre classement dont on n'est pas forcément sûr, d'accord". L'enseignante poursuit la mise en commun en se focalisant sur la production B de la Figure 5. Elle sollicite un élève du groupe pour venir expliquer le classement qui cette fois-ci se base sur la présence d'"angles droits et pas angles droits". Le classement selon ce critère est discuté et vérifié pour toutes les formes à l'aide d'une feuille de papier. Il en résulte que des formes seront déplacées d'une famille à l'autre avant que les critères ne soient in fine validés. La dénomination du critère sera modifiée en "coin carré ou coin non carré" et notée au tableau par l'enseignante. Le troisième groupe (production C de la Figure 5) explique qu'en haut figurent "ceux qui ne ressemblaient pas à des ronds et en bas ceux qui se ressemblent à des ronds". La dénomination partagée au sein de la classe est "les presque ronds et les autres", celle-ci est écrite au tableau par l'enseignante. Concernant la phase de validation de ce classement, plusieurs explication et/ou reformulation du critère et du classement ont été proposées par les élèves relativement à ce critère ont été faites telles que "en bas tous les coins pointus sont dehors de la figure alors qu'en haut il y a des coins pointus qui sont dedans". Cela a donné lieu à une reformulation du critère inscrit au tableau sous la forme de "coins qui piquent et pas tous les coins qui piquent". Cela permettra aussi d'envisager dans un deuxième temps un déplacement d'une des formes de la famille du bas dans la famille des "coins qui piquent".

Concernant l'ordre de discussion des différentes productions d'élève, l'enseignante décide de commencer par le critère non géométrique pour ensuite passer sur des critères géométriques dont le dernier est celui qui tend le plus vers la définition géométrique visée (convexe-non convexe). Cette distinction entre critères géométriques et critères non géométriques fait l'objet de la suite de la mise en commun. Ce choix opéré par l'enseignante pourrait nous suggérer que, pour elle, l'activité proposée se prête bien pour définir ce qui relève de la géométrie ou pas plutôt que pour définir un critère de classement précis, à savoir “convexe-non convexe”. En effet, l’enseignante affirme : “ on a trois classements avec trois critères qui sont totalement différents. Ce qu’on va travailler aujourd’hui puisque nous sommes en mathématiques c’est qu’on va regarder mettre nos lunettes géométriques, on va essayer de voir s’il y a des critères qui ne sont pas des critères de géométrie et puis d’autres qui sont des critères de géométrie. Est-ce que vous avez une idée là-dessus ? Aujourd’hui on va apprendre à construire nos lunettes géométriques en fait”.

En se détachant de l’activité pour se situer dans la discipline (la géométrie), elle tend à une décontextualisation. Cependant, les critères de classement tels que formulés par les élèves restent au cœur des échanges. Après discussion collective, la classe “valide avec les lunettes géométriques” le deuxième et le troisième critère comme étant des critères géométriques. Après cela, l’enseignante demande, selon les règles du jeu de tâches définies en début d’atelier, “deux secondes pour réfléchir” et met donc le jeu en pause. A partir des échanges ayant eu lieu durant ce laps de temps, nous faisons l’hypothèse que l'enseignante ressentait le besoin de clarifier « le contrat » avec les responsables de l’atelier. Définir, d’une part, “jusqu’où” la discussion doit aller et, d’autre part, comment ramener les discussions autour de la définition de “convexe-non convexe”, attendue institutionnellement, à partir des “critères géométriques ou pas” ayant émergés.

L’enseignante se replonge finalement dans le jeu et déclare “aujourd’hui on a trouvé deux critères géométriques et les deux sont très intéressants, mais aujourd’hui c’est ce qui est là qu’on va regarder (en indiquant le classement correspondant au critère “presque ronds et les autres”, Figure 5C). C’est celui-ci qu’on va améliorer car on a des points d’interrogation encore à plusieurs endroits. Donc on avait les presque ronds avec pas de creux avec des coins qui piquent, or il y avait celui-là qui posait problème [l’enseignante pointe la figure considérée]. Tout le monde n’était pas d’accord dans la classe, est-ce qu’où on le met ? C'est le moment d’en discuter je pense”. Après déplacement de la forme considérée dans l’autre famille, l’enseignante résume les caractéristiques des formes de deux familles ressorties de la discussion collective. Pour la famille du haut elle parle de “pas presque ronds, avec un creux ou pas tous les points qui piquent” et pour celle du bas de “presque ronds, sans creux, tous les coins qui piquent”. Elle continue en affirmant “en fait, c’est ce critère là qu’on va étudier aujourd’hui c’est le critère du creux, ou le critère des points qui piquent ou il y a des coins qui ne piquent pas. Ce critère-là porte un nom géométrique que je vais vous donner, ceux qui sont comme ça avec pas de creux (en indiquant la famille du bas de la Figure 5C) ce sont ce qu’on appelle les convexes (elle écrit au tableau “les convexes”) et ceux-là c’est ce qui ne sont pas convexes et on va les appeler les non convexes (elle écrit au tableau “les non convexes”)”.

Ainsi, comme cela avait été discuté lors de la préparation, elle en vient à imposer un critère convexe-non convexe contre un autre angle droit. Elle s’appuie sur la formalisation, comme elle l’avait noté sur sa feuille, pour introduire le critère convexe-non convexe. L’introduction de cette formulation institutionnellement reconnue s’appuie principalement sur une reformulation du critère proposé par les élèves. Cependant si on revient à l’aide-mémoire (voir annexe 2), ce ne sont pas les mêmes définitions qui sont proposées. En effet, en s’appuyant sur les propositions des élèves, la définition issue du débat s’appuie sur « les coins qui ne piquent pas » c’est-à-dire un sommet entrant pour les formes convexes et « tous les coins qui piquent » pour les formes convexes.

3 Le retour collectif (étape 4)

Durant cette phase collective, il est demandé de revenir sur ce qui les a intéressés, interpelés, ce qu’ils ont appris de cette observation ou de leur expérience pour les élèves et l‘enseignante. Pour l’enseignante et son groupe, il est demandé en plus de faire le point sur l’écart entre le prévu et le déroulement effectif.

Lors de ce bref retour, les participants du groupe de l’enseignante sont revenus sur leur préparation. Ils considèrent que le déroulement a effectivement suivi leur préparation. Ils se questionnent sur l'introduction du critère par l'enseignante et du fait que, selon eux, cela ne pouvait pas être évité. Il n'est pas possible d'éviter « sournoisement » les autres critères de classement qui ont eux aussi leur pertinence et qui pourraient aussi amener à un travail spécifique. Il faut accueillir les productions des élèves et faire le tri par la suite.

Il est ensuite demandé explicitement aux participants de questionner leur rôle d'étudiants en formation aux prises avec cette situation de formation.

En collectif, les premiers retours concernent les nombreux gestes professionnels visibles lors de cette observation. L'enseignant fait preuve de maitrise professionnelle dans la gestion des productions des élèves et dans le maintien de ses objectifs d'enseignement (critère de convexité). Certains participants évoquent le fait qu'en posture « d'étudiants » il est possible d'être découragés face à la maitrise de la gestion de l'enseignante lors du jeu de rôles. D'un autre côté le déroulement de la situation rassure et peut donner des idées pour mener une telle situation en classe.

D'autres remarques reviennent sur le difficile passage entre la présentation des procédures des élèves et l'explicitation des critères convexe et non convexes. Pour certains « étudiants », il est difficile de prévoir quelles seront les formulations des élèves et cela questionne sur les moyens disponibles pour introduire le lexique visé. L'enseignant doit « improviser » cette transition qui s'appuie sur les productions des élèves. D'autre part, comme un classement et un critère sont visés, comment gérer les autres classements proposés et quel est finalement l'intérêt du travail des élèves qui ont fait ces autres classements. Vu la complexité de cette situation, certains participants se demandent pourquoi ne pas donner directement le critère de convexité aux élèves et leur demander de classer en utilisant ce critère ?

D'autres remarques ont concerné le rôle des observateurs qui se sentaient un peu démunis dans ce qu'ils devaient observer, surtout quand le déroulement de la situation déviait du déroulement qu'ils avaient eux-mêmes prévu.

VI - RETOUR DES PARTICIPANTS (EN POSTURE DE FORMATEUR) À L'ATELIER SUR LE JEU DE RÔLES

Pour ce dernier temps de travail, les participants reprennent leur posture de formateur. Nous présentons ici les échanges relatifs au groupe qui se trouve être celui de la participante qui a joué le rôle de l'enseignante. Une part importante des discussions a été relative au choix de la tâche et à sa pertinence pour, d'une part, aborder le concept de convexité avec les élèves et, d'autre part, transposer le concept d'institutionnalisation avec les étudiants en formation. Cette discussion a conduit les participants de ce groupe à échanger sur leur propre caractérisation de l'institutionnalisation. En particulier, l'institutionnalisation est considérée par certains comme une phase et par d'autres comme un processus.

Des objectifs de formation à long terme ont également émergé tels que faire prendre conscience aux étudiants que les aspects didactiques dispensés au cours de la formation théorique sont utiles pour choisir de bonnes situations-problèmes, c'est-à-dire celles qui vont faciliter l'institutionnalisation. Une autre piste vise à faire réfléchir les étudiants sur la place et les formes de l'institutionnalisation. Par ailleurs, le rôle et l'utilité de l'analyse *a priori* au niveau de l'anticipation des obstacles et des erreurs des élèves est mis en avant et peut être exploité au travers de cette situation. Enfin, à plus court terme, des messages tels que « une institutionnalisation ça se prépare » et l'identification des gestes professionnels utiles pour institutionnaliser peuvent être transmis. Une réflexion sur l'utilisation du tableau et des différents écrits qui vont participer à l'institutionnalisation a également été évoquée. Et enfin, il est ressorti le lien ou plutôt la différence entre mise en commun et institutionnalisation qui serait à préciser, à expliciter auprès des étudiants.

Notons que ces différentes pistes de formation ont été proposées en termes d'objectifs et non en termes de moyens c'est-à-dire sans préciser l'utilisation qui serait faite du matériau produit comme cela était indiqué dans la consigne.

CONCLUSION

La présentation du dispositif jeu de rôles et l'orientation choisie sur le processus d'institutionnalisation dans le cadre d'un atelier à destination d'une communauté de formateurs nous ont permis de dégager des éléments centrés sur le processus d'institutionnalisation en tant que tel d'une part, qui relèvent du choix de la tâche mathématique sélectionnée d'autre part et, enfin, qui concernent le dispositif jeu de rôles de manière plus générale.

En premier lieu, l'intervention simulée de l'enseignante (étape de mise en situation dans le cadre de cet atelier) a permis de mettre en exergue le travail qui consiste, pour l'enseignant, à petit-à-petit transformer la formulation naïve initialement proposée par les élèves (qui parlent ici de « coin qui pique ») en celle attendue par l'institution. Le pilotage de cette transition nécessite de gérer la cohabitation de différentes formulations (tous les élèves n'usent pas des mêmes mots pour décrire la même propriété), ainsi que l'écart entre ces dernières et la ressources institutionnelles (en l'occurrence, l'aide-mémoire). Le tout en étant capable de déterminer lorsque cet écart peut être jugé satisfaisant.

Ces gestes professionnels – qui s'approchent de la composante de formulation du processus d'institutionnalisation – nous apparaissent dès lors assez peu anodins. En témoignent le fait que, dans leurs commentaires, les observateurs relèvent une certaine maîtrise de la part de l'enseignante, sans forcément être en mesure d'en préciser les raisons. L'étude, lors de la formation, du processus d'institutionnalisation et de ses composantes nous apparaît ainsi comme une des pistes permettant de dépasser ce qui ne peut alors rester qu'une impression (afin d'être d'outillé pour pouvoir analyser sa pratique professionnelle à l'aide de concepts didactiques – comme requis par les plans de formation des institutions helvétiques). La mobilisation et l'application parfois connexe entre plusieurs concepts didactiques (tels que l'analyse a priori et le processus d'institutionnalisation) ont d'ailleurs été pointées dans les débats.

Cette intervention simulée nous a également permis de pointer différentes étapes de ce qui apparaît comme un « cycle » possible dans le processus d'institutionnalisation. L'une de ces étapes consiste en une trace écrite dont le statut au sein du processus d'institutionnalisation est jugé ambigu et sera questionné par les participants (doit-elle ou non être toujours valide ?).

Nous inférons que ce débat est à mettre en résonance avec le fait que l'institutionnalisation a été relativement peu thématisée en tant que telle par les formateurs au sein des groupes de travail. En effet, plusieurs conceptions de l'institutionnalisation (ou de son processus) semblent coexister. A titre d'exemple, le caractère « exact » de la trace écrite, questionné par le groupe « enseignant » nous permet d'inférer que l'institutionnalisation peut s'approcher de l'écriture du texte du savoir (au sens de Allard, 2015).

En deuxième lieu, la tâche proposée héberge une pluralité de savoirs qui pourraient potentiellement être institutionnalisés, et ce malgré les commentaires et les indications figurant dans les MER. En témoigne le questionnement de l'équipe de l'enseignant d'une part ainsi que la mise en scène effectuée d'autre part qui tend à institutionnaliser la notion de critère géométrique en lieu et place de la convexité.

Relevons toutefois que cette caractéristique (hébergement de plusieurs savoirs pouvant être institutionnalisés) n'est toutefois pas spécifique à cette tâche : elle est l'apanage d'une part importante des activités proposées dans les premiers cycles de la scolarité. Il serait donc intéressant de tester une situation présentant des caractéristiques similaires (texte du savoir mentionné dans un aide-mémoire et suggestions de savoirs à institutionnaliser issue d'autres cycles de la scolarité.

Enfin, en troisième lieu, parmi toutes ces modulations possibles, nous sommes amenés à questionner le caractère explicite du rôle attribués aux observateurs. Quelles seraient les conséquences de préciser ou non ce qu'ils doivent observer ? Ou le fait de ne pas savoir à l'avance quel est l'objectif du dispositif de formation par le jeu de rôles ôte-t-il un biais ?

En synthèse, le dispositif de formation axé sur le jeu de rôles a généré chez les participants des échanges ayant porté sur le choix et la pertinence de la tâche mathématique retenue, a permis de pointer que différentes conceptions de l'institutionnalisation coexistent au sein de la communauté des formateurs et que le jeu de rôles peut servir d'éléments de liaison entre différents concepts didactiques mobilisés à des fins d'analyse de la pratique professionnelle.

BIBLIOGRAPHIE

Allard, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Thèse de doctorat, Université de Paris VII.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 10*, 5-53.

GREFEM (2012). Formation didactique articulée à la pratique enseignante : illustrations et conceptualisation. *Actes du colloque international EMF 2015 Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*, 348-361

Guille-Biel Winder C., Lajoie C., Mangiante C., Masselot P. et Tempier F. (2020). Former les formateurs à mettre en place un jeu de rôles en formation initiale. *Actes du 46ème colloque COPIRELEM.* 106-120. France : ARPEME.

Guille-Biel Winder, C., Lajoie, C., Mangiante-Orsola C., Masselot P. et Tempier F. (2022). Priorités et stratégies d'un formateur lors de la mise en œuvre d'un jeu de rôles en mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *numéro thématique 1*, 55-89.

Guille-Biel Winder, C. et Mili, I. (2023). Un jeu de rôles sur la structuration de l'espace en formation d'enseignants. *Actes du 48ème colloque COPIRELEM.* 178-195. France : ARPEME

Lajoie, C. et Pallascio, R. (2001). Le jeu de rôles : une situation-problème en didactique des mathématiques pour le développement des compétences professionnelles. Dans J. Portugais (dir.), *Actes du colloque GDM 2001*. Montréal : Université de Montréal.

Lajoie, C. (2010). Les jeux de rôles : une place de choix dans la formation des maîtres du primaire en mathématiques à l'UQAM. Dans J. Proulx & L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (101–113). Sherbrooke, Canada: Éditions du CRP.

Lajoie, C. (2018). Learning to act in-the-moment: Prospective Elementary Teachers' roleplaying on numbers. Dans K. Hino & G. J. Stylianides (dir.), *Research Advances in the Mathematical Education of Pre-service Elementary Teachers: An International Perspective,* 231–244. ICME-13 Monographs. Springer, Cham.

Lajoie, C., Mangiante, C., Masselot, P., Tempier, F. et Winder Gille-Biel, C. (2019). Former à aider un élève en mathématiques : une étude des potentialités d'un scénario de formation basé sur un jeu de rôles. *Revue canadienne d'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies/ Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 19(2)*, 168-188.

Lajoie, C. (2020). Le jeu de rôles pour former à enseigner les mathématiques : potentialités et limites selon différents points de vue. *Revue de mathématiques pour l'école, 233*, 16-27.

Marchand, P., Adihou, A., Lajoie, C., Maheux, J.-F. et Bisson, C. (2012). Les jeux de rôles en formation initiale : Mettre les compétences professionnelles en action dans la formation didactique. *Actes du 27e Congrès de l'Association internationale de pédagogie universitaire,* 198-208.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques ? *Revue française de pédagogie, 188*, 13-22.

Mili, I. (2023). Quel usage de l'analyse a priori par des enseignants en formation dans le cadre d'activités de structuration de l'espace ? Dans C. Guille-Biel Winder et T Assude. (coord.) *Articulations espace sensible, espace graphique, espace géométrique. Ressources, pratiques et formation*. Londres : Iste Science Publishing

Université de Genève. (2023 A). *Objectifs de la formation et référentiel de compétences relatifs à la formation des enseignantes et enseignants du secondaire I et II* (ressource en ligne). Consultée le 25/09/2023, Url : https://www.unige.ch/iufe/files/6914/6055/8941/ANNEXE2REFERENTIELDECOMPETENCES1.pdf

Université de Genève. (2023 B). *Stages en responsabilité. Document d'accompagnement* (ressource en ligne). Consultée le 25/09/2023, Url : https://www.unige.ch/iufe/fep/files/8116/6573/9976/Brochure-CCEP-2022-2023_vdef141022.pdf

ANNEXE 1 - PRÉSENTATION DE LA TÂCHE DISTRIBUÉE AVEC LE MATÉRIEL AUX PARTICIPANTS

Apprentissage visé

Reconnaître, décrire et nommer des formes géométriques simples

Enjeu

Reconnaître une forme géométrique convexe et non convexe

Nombre d'élèves

3 à 4 élèves

Consigne (ou règle)

1er temps

« Classez ces formes en deux familles. Quelles différences voyez-vous entre ces formes ? »

2e temps

« Reproduis une forme sur une feuille et trace des chemins (voir gestion de la classe) pour savoir si ta forme est convexe ou non convexe. »

3e temps

E-F3 Convexe - non convexe

« Copie le nombre de chaque forme dans les ronds du tableau. »

Gestion de l'activité

1er temps

Après un temps de recherche, les propositions sont présentées en commun et les formes convexes et non convexes sont mises en évidence.

Les élèves ne vont pas utiliser ces termes. Ils trouveront des images comme :

- *« Il y a des pointes. »*
- *« Il y a des creux. »*
- *« Ça rentre. »*
- *« Ça sort. »*
- …

L'enseignant présente les nouveaux mots de vocabulaire : ***convexe*** et ***non convexe***. Par la suite, il les utilisera le plus souvent possible pour que les élèves puissent les retenir.

ANNEXE 2 - FICHE EXTRAITE DE L'AIDE-MÉMOIRE

Ce que j'ai appris

Prénom ______________________

Convexe – non convexe

Espace : FTG : Convexe – non convexe

Si je trace des chemins tout droits qui relient deux points de la forme et que je peux en trouver au moins un qui sort de la forme : c'est une **forme non convexe**.

Voici des formes non convexes

Si je trace des chemins tout droits qui relient deux points de la forme et que je ne sors jamais : c'est une **forme convexe**.

Voici des formes convexes

NUMÉRATIONS, CALCULS ET GRANDEURS : UTILISATION DE L'ABAQUE POUR RENDRE VISIBLES LES CONCEPTS COMMUNS

Vincent BECK
Maître de conférences, Université d'Orléans
Institut Denis Poisson, UMR 7013 & IREM centre-val de Loire
vincent.beck@univ-orleans.fr

Sylviane SCHWER
Professeure, Université Sorbonne Paris Nord
Laboratoire d'Informatique de Paris Nord, UMR 7030 & IREM Paris Nord
schwer@math.univ-paris13.fr

Résumé
L'atelier a fait vivre et analyser trois activités destinées à la formation des enseignants du premier degré : deux testées avec les étudiants de MEEF de l'INSPE de Créteil et une menée avec les référents mathématiques de l'académie d'Orléans-Tours.
Ces activités ont été construites dans le cadre du projet CORMÉCOULI sur les comptabilités médiévales du Val de Loire en partenariat avec le CETHIS et l'ADIREM. À partir de ces textes originaux, la première activité fait travailler les représentations et les calculs dans la numération romaine, la seconde consiste en la traduction en problèmes pour les élèves et la troisième propose un travail sur les conversions d'unités de grandeurs. Ces activités fournissent des exemples d'utilisations des abaques.

I - LE PROJET CORMÉCOULI ET LA MALLETTE PÉDAGOGIQUE

Le matériel présenté dans l'atelier a été conçu et réalisé dans le cadre d'un projet financé par la région Centre-Val de Loire. Nommé CORMÉCOULI (Corpus médiéval des Comptabilités Urbaines Ligériennes), ce projet est porté par des laboratoires de recherche en histoire des universités de Tours et Orléans : le Centre Tourangeau d'Histoire et d'Étude des Sources (CeTHiS – Université de Tours) ; le laboratoire Pouvoirs, Lettres, Normes (POLEN – Université d'Orléans) ; l'Institut de Recherche sur les Archéomatériaux (IRAMAT – CNRS – Université d'Orléans) ; la Maison des Sciences de l'Homme (MSH — Université de Tours — CNRS) et le laboratoire Cités, Territoires, Environnement et Sociétés (CITERES — Université de Tours — CNRS). Ce projet a permis la création d'une base de données regroupant l'ensemble des comptabilités des villes d'Amboise, Orléans et Tours à la fin du Moyen Âge.

Pour l'ensemble des projets qu'elle finance, la région Centre-Val de Loire impose un volet de diffusion vers un public large. Le thème de recherche concernant les comptabilités médiévales, les membres du projet CORMÉCOULI ont souhaité s'associer à des enseignants de mathématiques pour construire une ressource scolaire. L'IREM[1] Centre - Val de Loire a été contacté qui a transmis à l'ADIREM[2] (assemblée

[1] Institut de Recherche en Enseignement des Mathématiques.

des directrices et directeurs d'IREM) une demande de collaboration auprès des IREM intéressés par le sujet et son cadre. C'est ainsi que les IREM de Dijon, Limoges, Paris-Nord et Centre - Val de Loire se sont retrouvés à collaborer avec les historiens du projet pour construire des exercices de mathématiques puis un jeu à destination des élèves du cycle 3. Deux ans plus tard, une mallette pédagogique est proposée aux classes. Cette mallette (Figure 1) est composée de :

- Plusieurs exemplaires du « livre Parchemin »[3]. Celui-ci contient des cartes médiévales des villes d'Amboise, Tours et Orléans et sur chaque double-page, le scan d'un parchemin de comptabilité mettant en avant - page de gauche - quelques-uns des passages du parchemin et, page de droite, les passages mis en avant reproduits en grand puis traduits dans un français plus accessible. L'écriture des nombres en chiffres romains a été préservée. Le livre Parchemin est subdivisé en huit chapitres symbolisés par des fonds de couleurs différents, chacun correspondant à un thème historique ; l'organisation d'un banquet, d'un spectacle, d'une procession, protection militaire d'une ville, habillement des soldats, catastrophes (crues, épidémies), gestion administrative de la ville ou encore entretien de la ville. Chacun de ces chapitres débute par une page de mise en contexte historique.
- Plusieurs lots de 25 fiches-exercices[4]. Chaque lot de fiches-exercices est réparti suivant les huit catégories de couleur décrites ci-dessus. Chaque fiche-exercice propose au recto une image médiévale en rapport avec le thème historique de la catégorie de la fiche et au verso une ou plusieurs questions mathématiques. Il ne s'agit pas à proprement parler d'énoncés de problèmes car les données permettant de répondre à la question posée ne se trouve pas sur la fiche-exercice mais à l'intérieur du livre Parchemin. Une icône (un morceau du parchemin) sur la fiche-exercice permet à l'élève de repérer la page du livre Parchemin sur laquelle se trouvent les données permettant de répondre à la question.
- Un tapis d'abaque (facilement photocopiable) et ses jetons (de nombreux sachets) permettant la manipulation en classe.
- Un guide de l'enseignant donnant une description des objectifs pédagogiques de la mallette, une possibilité de mise en œuvre en classe, une vue d'ensemble des exercices (regroupement des exercices suivant les thématiques du programme), une analyse didactique de l'ensemble des fiches-exercices (tâches à réaliser par les élèves et analyse *a priori*) et quelques compléments scientifiques sur l'écriture des nombres en chiffres romains, le fonctionnement d'un abaque et les monnaies médiévales.

La réalisation effective de la mallette a été coordonnée par Centre Sciences, le Centre de Culture Scientifique, Technique et Industriel de la région Centre-Val de Loire. Une version numérique gratuite est disponible au téléchargement depuis le site internet de Centre Sciences[5].

---

[2] Assemblée des directeurs d'IREM.

[3] Les annexes 2 et 5 présentent des extraits de pages du Livre Parchemin.

[4] L'annexe 1 présente le recto d'une fiche-exercice.

[5] https://www.centre-sciences.org/ressources/cormecouli-corpus-medieval-des-comptabilites-urbaines-ligeriennes

Figure 1: La mallette pédagogique

1 Quelques utilisations possibles de la mallette

1.1 En classe

L'utilisation de la mallette en classe peut revêtir de multiples formes mais demande un temps d'appropriation important, notamment parce que cela se prête à de nombreuses interactions disciplinaires. Il y a bien évidement l'histoire, mais également la géographie - toutes les problématiques de la vie dans une ville sont déjà présentes au Moyen Âge : propreté, sécurité, crise sanitaire, … -, l'étude de la langue et encore les arts. Le guide de l'enseignant propose une mise en situation historique vivante par la mise en équipe des élèves afin de reconstituer la façon dont se déroulaient les opérations de compte au Moyen Âge. Notamment par la présence de vérificateurs des comptes de la ville : « *Des personnes étaient désignées par le Roi pour vérifier les comptes, vous êtes désignés et donc à vous de vérifier les comptes*. ». En effet, le calculateur n'est pas seul, une personne lit les nombres, une autre les dispose sur l'abaque pour faire les calculs et une troisième (voire aussi une quatrième) vérifiaient le déroulé des calculs, enfin le scribe reportait les données et résultats sur le livre de compte. En effet, l'exécution en machine des calculs n'en garde pas la trace, imposant une vérification pas à pas pour éviter les erreurs et devoir reprendre tout le calcul.

Les fiches-exercices peuvent être choisies librement, distribuées aux élèves individuellement, par groupe en fonction du niveau ou une seule pour toute la classe : certains exercices sont relativement faciles et d'autres beaucoup plus ouverts, ce qui favorise les différentiations pédagogiques.

Par exemple, le premier texte réécrit du thème 7 « Entretenir la propreté des rues à Tours : les amendes contre l'insalubrité » du livre Parchemin concerne les amendes « *depuis la fête de Toussaint mille CCCCXXIII jusqu'au XX*^{e} *jour de mars suivant* ». La première question associée – fiche vert clair - demande « en quelles années ont été données ces amendes ». Répondre correctement à cette question nécessite de savoir décoder les expressions des nombres écrites partiellement en chiffres romains. Un peu plus exigeante est la troisième question de ce thème qui débute par la recherche dans les transcriptions des quatre montants différents d'amendes. Il ne suffit pas ici de relever toutes les expressions monétaires, mais uniquement celles concernant l'amende.

Pour des problèmes plus ouverts, citons par exemple la deuxième question du thème 2 « Préparer le spectacle du mystère de la fête de Noël […]» - fiche vert foncé. Elle propose la recherche des taux de conversion livre/sous et sou/deniers à partir de montants de dépenses exprimés de deux façons différentes (*cf*. Figure 2). Ou encore la seconde question du thème « Organiser la vie religieuse et civique […]» - fiche marron - qui demande de distinguer ce qui relève de la proportionnalité et ce qui n'en relève pas dans la liste des dépenses pour la procession. Enfin, mentionnons les questions qui permettent de balayer un certain nombre des types de problèmes relevant de la proportionnalité dans des contextes variés (voir l'activité 3).

Les énoncés des exercices proposent de façon quasiment systématique les écritures des nombres en chiffres romains ; il est ainsi possible de faire travailler les élèves soit directement avec les chiffres romains en utilisant le système de numération additif décimal avec demi-base mais sans zéro - adapté aux calculs sur l'abaque -, soit après conversion en chiffres indo-arabes en utilisant le système décimal de position avec son zéro.

La maîtrise des deux approches permet une meilleure appréhension du nombre. La comparaison des procédures de résolution associées à chacune de ces deux représentations des nombres avec la classe permet d'exhiber les points communs (l'écriture conventionnelle ordonne les représentations des puissances de 10 en décroissant suivant le sens de la lecture ; on peut faire la même chose : comparaison des nombres, calculs, les deux systèmes sont en base 10, etc.) et des différences. Par exemple :

1. Comme pour les mots-nombres, chaque puissance de la base dans le système romain nécessite un symbole nouveau, donc le cardinal des nombres représentables est limité, le système est additif, l'utilisation de l'abaque à jetons se fonde sur les mêmes principes, quand une puissance de l'unité n'est pas utilisée, elle n'apparait pas. En revanche, notre système de numération utilise un nombre fixe de symboles quel que soit le nombre à représenter, la valeur de la puissance de 10 utilisée est donnée par le rang du chiffre qui compte cette puissance, ce qui fait que contrairement au système romain, dont l'ordre d'écriture usuel est simplement de commodité, celui de notre système est un impératif pour le décodage.
2. Les techniques opératoires sont différentes d'un système à l'autre, et la méconnaissance de techniques opératoires sur les écritures romaines incite à revenir au sens du nombre pour vérifier les calculs effectués contrairement à l'écriture conventionnelle.

Une autre tâche omniprésente dans les exercices est l'usage de systèmes d'unités non décimaux de grandeurs, en particulier le système monétaire denier/sou/livre, ce que l'on retrouve actuellement, pour des raisons historiques, dans le système chrono-calendaire et pour les angles. La conversion des prix dans le système monétaire livre/sou/denier permet de travailler avec les élèves les multiples et diviseurs de 12 et de 20. Le deuxième exercice du thème 3 « S'armer pour défendre la ville […] » - fiche rouge - pose de façon explicite cette question. Dans d'autres questions, cette tâche constitue une des étapes de résolution. On est alors amené à calculer régulièrement, 3×20, 3×12, 5×12, 4×20, etc. ce qui permet de faire le lien avec l'heure (12 fois 5 minutes dans une heure, ou avec quatre-vingts).

Le travail conjoint de plusieurs systèmes de représentation des nombres et les matériaux variés pour les calculs (papier-crayon et abaque à jetons) mettent en évidence le fait que les algorithmes de calculs efficaces dépendent de la bonne compréhension des systèmes de représentation des nombres utilisés et *in fine* une bien meilleure connaissance des nombres.

1.2 En formation des enseignants

La mallette peut être l'occasion d'aborder de nombreux thèmes de formation. Quelques exemples déjà testés avec des référents mathématiques de circonscription ou des étudiants de master MEEF[6] 1er degré : les conversions de grandeurs (la grandeur prix au Moyen-Âge utilise des taux de conversion ne reposant pas sur les puissances de 10, possibilité de faire émerger la nécessité de connaître les taux de conversion pour pouvoir convertir et donc de travailler sur le sens des grandeurs, ce que le tableau de conversion ne permet pas, etc.), les énoncés de problèmes (le vocabulaire utilisés dans les énoncés des fiches-exercices est riche et peut amener à des discussions sur l'écriture des énoncés), la numération (comparaison des numérations actuelles et romaines), le calcul automatisé ou réfléchi, la typologie des problèmes de proportionnalité, etc.

Cette mallette permet également de travailler à deux niveaux diachroniques différents. Le premier niveau est le regard de l'historien qui cherche à restituer les connaissances et les pratiques de l'époque – ce que nous proposons dans la première activité de l'atelier par la recherche des rapports existants entre les différentes unités monétaires – qui permet de revenir sur la mesure des grandeurs. Le second niveau est de s'immerger dans l'époque étudiée, en reproduisant ses pratiques, ce qui permet de mieux comprendre ensuite ses propres pratiques. C'est l'objet de la seconde activité de l'atelier, qui propose d'effectuer plusieurs calculs à l'aide d'un abaque à jetons. Ici, les règles de l'abaque sont données pour permettre de représenter les nombres et d'exécuter les quatre opérations arithmétiques élémentaires en s'appuyant sur le système monétaire et la représentation chiffrée romaine de l'époque. Cette activité permet d'une part de bien distinguer les objets – ici les nombres - de plusieurs de leurs représentations : écrites, orales pour les communications ou encore par les jetons positionnés de sorte à pouvoir opérer dessus ; d'autre part elle permet de revenir à ses propres pratiques et à en mettre en lumière le lien entre la performance des techniques en fonction des représentations choisies, et donc l'importance du choix d'une représentation d'un objet en fonction de l'usage que l'on veut en faire.

II - L'ATELIER

Les participantes et participants étaient répartis en groupe de quatre, chaque groupe disposant d'un livre Parchemin, de quelques-fiches exercices, d'une photocopie d'un abaque et d'un paquet de jetons. L'atelier s'est décomposé en trois périodes utilisant des extraits différents de la mallette. Le temps de bilan de la troisième partie n'a pu être mené à son terme.

Les documents utilisés pour la mise en activité sont les extraits suivants :

- le texte de la page XV du livre Parchemin repris en Figure 2.

> À Jean Rougemont le Jeune, marchand drapier, pour trois aunes de soie bleue, fournies à celui qui joua le personnage de la Vierge Marie, au château d'Amboise, la nuit de Noël, devant le roi ; au prix de XLII s. VI d. l'aune ; pour ceci : VI l. VII s. VI d.

[6] Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation.

Figure 2: le texte page XV du livre Parchemin

Il s'agit d'une traduction en français contemporain du texte original qui a conservé la représentation en chiffres romains des nombres et les systèmes de mesure de l'époque. On y lit le prix d'une certaine unité longueur d'un tissu ainsi que celui de trois unités de longueur de ce tissu. Le système monétaire utilisé livre/sou/denier qui ne repose pas sur le système décimal n'est plus une connaissance commune.

Si l'on connait les rapports entre les unités de mesure – ici 1 livre vaut 20 deniers et 1 sou vaut 12 deniers, on peut alors vérifier la justesse des données, sinon, la vérification n'est pas possible. Mais sur cet exemple, en supposant la justesse de l'énoncé, et en faisant l'hypothèse – trop souvent implicite – que les unités sont données dans l'ordre décroissant et que les rapports sont entiers, il est possible de déterminer non seulement les rapports entre les unités de ce système monétaire, mais également que ce sont les seuls rapports possibles.

• Un abaque à jetons reproduisant un type d'abaque en tissu utilisé par les comptables de l'époque comme représenté à la Figure 3. À gauche de la ligne verticale figure deux lignes horizontales : en bas celle des deniers, au-dessus celle des sous. À droite, les lignes standard du système de numération décimale pour représenter un nombre de livres (unités, dizaines, centaines, milliers de bas en haut, chaque ligne du côté droit représente des quantités dix fois plus grande que la ligne située juste en-dessous). Chaque jeton déposé sur une ligne représente la quantité indiquée par la ligne. Il n'est donc possible que de représenter une seule donnée numéraire, ce qui rend impossible de garder mémoire des opérations effectuées. On comprend pourquoi trois ou quatre personnes sont présentes pour ces opérations : celle qui lit le livre de compte, celle qui manipule l'abaque et celle(s) qui surveille(nt) les manipulations des jetons.

Théoriquement, chaque ligne horizontale, hormis la plus haute, ne peut porter qu'un nombre de jetons inférieur d'une unité au rapport qu'il existe entre l'unité représenté par la ligne en question et l'unité représentée par la ligne qui lui est supérieure. Pour la ligne la plus haute à gauche, le rapport à considérer est celui avec la ligne la plus basse à droite c'est-à-dire 20 qui est le rapport de conversion en sous et livre. Pour les lignes correspondant aux multiples de la livre, on ne peut placer au maximum que 9 jetons ; pour la ligne des sous, on ne peut placer qu'au plus 19 jetons et sur celle des deniers, au plus 11 jetons. Pour rester dans les limites de la subitisation, et conformément à la sémantique du chiffre romain v qui signifie[7] la moitié de la valeur de X, les bandes interlignes vont être utilisées pour représenter par un jeton la moitié du rapport et ainsi soulager la ligne inférieure qui ne supportera plus au plus que la moitié moins un jeton. Ainsi pour les livres, les interlignes représentent V, L, D soit cinq, cinquante et cinq cents de bas en haut ; entre les lignes deniers et sous, le jeton de l'interligne représente 6 deniers, moitié du sou. Au-dessus de la ligne des sous, un seul interligne représenterait la moitié d'une livre soit dix sous ce qui nécessiterait de mettre jusqu'à neuf jetons sur la ligne des sous, violant la loi de subitisation. La moitié d'une livre est encore trop grande, il est donc nécessaire d'utiliser un second niveau intermédiaire placé au-dessus de la ligne des sous. Le plus haut niveau représente 10 sous, le niveau intermédiaire représente 5 sous et sur la ligne des sous, chaque jeton représente un sou. Ainsi, au plus 6 jetons sont nécessaires pour représenter toutes les valeurs entre 0 et 20 sous. Par exemple, XVIII l. seront représentées par 3 jetons sur la ligne unité, 1 jeton sur la ligne au-dessus et 1

[7] C'est un héritage des Étrusques.

jeton sur la ligne intermédiaire, XVIII s. par 3 jetons sur la ligne sou, 1 jeton sur la première ligne intermédiaire et 1 jeton sur la seconde ligne intermédiaire. Et VIII deniers sont représentés par 1 jeton sur la ligne intermédiaire entre deniers et sous et deux jetons sur la ligne des deniers.

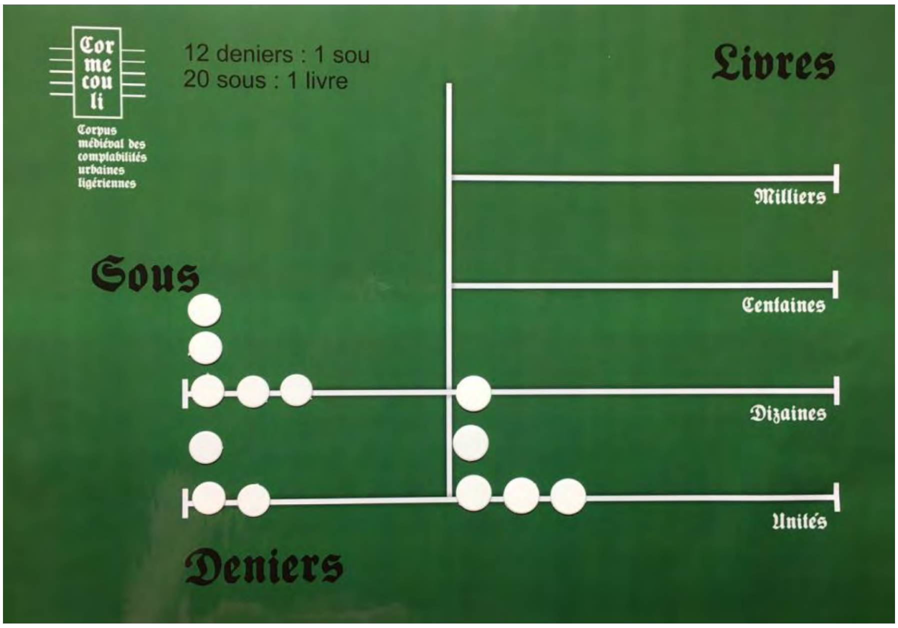


Figure 3: Abaque représentant 8 deniers, 18 sous et 18 livres.
Le jeton le plus haut représente 10 sous, celui juste en-dessous représente 5 sous. Le jeton dans l'interligne entre sous et deniers représente la moitié d'un sou soit 6 deniers

Assurant la cohérence du système, indépendamment du rapport des unités entre elles, cette règle unique (l'interligne représente la moitié de la ligne du dessus) demande un certain temps d'acquisition des automatismes et de pratiques, que les comptables acquéraient certes dans des écoles de calculs, mais qui justifiaient la présence des vérificateurs. Cette règle permet de travailler la décomposition des nombres en unité, ses puissances et leurs moitiés. Le guide de l'enseignant explicite ce fonctionnement. Ainsi, l'utilisation d'un tel abaque développe les compétences en compositions-décompositions des rapports entre unités, en calcul mental ainsi que la compréhension des systèmes de numération et des méthodes de calcul en rapport avec ces représentations. Il permet également de mettre en évidence le principe de réécriture qui préside au travail sur les retenues dans les additions et soustractions, et celui de translation dans les multiplications et divisions par les rapports entre unités (leur moitié voire leur quart dans cette activité).

1 La première activité

1.1 La tâche

Après un temps de présentation de la mallette et la diffusion d'une brève vidéo montrant des élèves de CM1 et CM2[8] expérimentant le matériel, la consigne suivante a été proposée aux participantes et participants : « Vous êtes historien, vous retrouvez le texte page XV du livre Parchemin (voir Figure 2). Déterminer les taux de conversion livre/sous et sou/deniers. »

[8] Cours Moyen Première année et Cours Moyen Deuxième Année.

Après un temps de recherche, quelques procédures sont proposées. On distingue les stratégies consistant à multiplier par 3 le prix d'une aune puis à comparer les deux écritures des prix de trois aunes et les stratégies consistant à diviser par 3 le prix global pour comparer avec le prix d'une aune. L'hypothèse, non nécessaire, que le montant VI l. VII s. VI d. est écrit sous forme réduite est souvent effectuée, de façon implicite. L'autre hypothèse de travail effectuée par les participantes et participants – également de façon implicite - est que les taux de conversion sont des entiers. Les calculs mènent aux taux de conversion : 1 livre vaut 20 sous et 1 sou vaut 12 deniers. Cela donne une solution au problème. Mais est-ce la seule ? Cette question fait partie intégrante de la démarche scientifique que cette activité permet de mettre en œuvre et permet aussi de travailler plusieurs types de preuves. Il est possible de montrer qu'il s'agit en fait de la seule solution avec des taux de conversion entiers soit par un calcul algébrique en notant r le rapport entre livre et sous et s le rapport entre sou et deniers à déterminer, ou simplement une preuve par étude exhaustive des cas (ce qui est faisable dès le cycle 3) en vérifiant qu'un taux de 1 livre pour 21, 22 ou plus de 23 sous ne peut fonctionner de même pour 19, etc. Pour cela, on commence par remarquer que le prix de 3 aunes s'exprime à la fois sous la forme 126 sous et 18 deniers mais aussi sous la forme 6 livres, 7 sous et 6 deniers. On a ainsi 126 sous et 12 deniers qui valent 6 livres et 7 sous. Pour écarter les taux de conversion inférieurs à 19 sous pour une livre, on remarque qu'avec ces taux de conversion, 6 livres et 7 sous vaudraient au plus 121 sous ce qui n'est pas possible. On peut raisonner de même pour les taux de conversion supérieur à 22 sous pour une livre. Pour écarter le taux de conversion de 21 sous pour une livre, il est nécessaire d'aller plus loin et de regarder en même temps le taux de conversion entre sou et deniers. Tous ces calculs sont détaillés dans le livret pédagogique de la mallette (page 20).

Un bilan possible pour cette première activité en termes de travail sur les grandeurs : pour résoudre les exercices de conversion, on a besoin des taux de conversion entre les unités. Avec les unités modernes fondées sur le système décimal, ce point peut être facilement oublié et amener à effectuer des conversions uniquement par un travail sur l'écriture des nombres sans donner du sens aux grandeurs en jeu. Notons également en termes de résolution de problèmes, les hypothèses implicites convoquées, qu'il convient d'expliciter.

1.2 Déclinaison pour les élèves

L'activité proposée lors de l'atelier est une adaptation de l'une des fiches-exercices proposées aux élèves (cf. Annexe 1). Les élèves disposant dans l'énoncé des taux de conversion, on peut leur proposer de vérifier que le calcul est correct ou bien, pour les plus agiles, de supposer que le calcul est juste et de leur demander si l'on avait posé «1 livre vaut 19 sous » puis « 1 livre vaut 21 sous » quels auraient été les résultats ? Et plus généralement comment évoluerait le résultat pour les taux inférieurs, pour les taux supérieurs ?

1.3 Déclinaison auprès d'un groupe d'étudiantes de MEEF premier degré : une activité transdisciplinaire

Nous avons proposé la transcription tapuscrite de quelques textes originaux du manuscrit à un groupe d'étudiantes de M1 MEEF Premier degré de l'INSPE[9] de l'académie de Créteil inscrites dans l'UE

[9] Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation.

Initiation et Formation par la Recherche : « redécouvrir les mathématiques à travers les usages », comme cours d'introduction. Pour celui concernant cette activité, voici donc le texte proposé :

> *Amboise CC112 f° 28 r° : A Jehan Rougemont le jeune marchant drapier VI l. VII s. VI d. pour* ***troys aulnes taffetas bleu*** *par luy baille et livre à Noel l'an de ce compte a celuy qui joua le personnaige de Notre Dame au jeu de la nativite notre seigneur qui fut jouee ou chastel dudit Amboise la nuit de Noel devant le roy notre seigneur et par son commandement qui est au pris* ***de XLII s. VI d. l'aulne*** *comme appert par mandement et quictance cy rendu pour ce VI l. VII s. VI d.*

Pour commencer, nous avons demandé une traduction à destination des élèves de cycle 3, en conservant le vocabulaire et la graphie des unités de mesure et des nombres. Des échanges fructueux ont conduit à remplacer « drapier » par « marchand de tissus » mais à conserver « taffetas » pour sa référence culturelle. Ce terme d'origine persane, et transmis via l'Italie, témoigne de la circulation des marchandises de part et d'autre de la Méditerranée. Le terme « aune », inconnu des étudiantes a été reconnu comme unité de mesure après une étude grammaticale de la phrase, donc conservé. Les étudiantes ont mis du temps à considérer que le texte pouvait s'inscrire dans le domaine des mathématiques avant l'énoncé de la question.

De nombreuses informations quantitatives nécessitant de savoir écrire les nombres apparaissent dans ces documents. Il est intéressant de travailler sur ces documents et d'étudier les informations non numériques transmises par le choix du système de représentation. Dans les textes sources des compatibilités, on constate des écritures variées des nombres. Rappelons d'une part que les chiffres indo-arabes sont connus en France dès le XIIe siècle, mais uniquement dans le milieu monacal – on ne les trouve pas dans ces livres de comptes -, et que d'autre part, à partir du Moyen Âge, existait pour les nombres entiers jusqu'à 399 un double système de représentation[10] : décimal et vigésimal et que la langue parlée traite les puissances de la base presque[11] comme des unités de mesure ; ainsi l'on dit « trois cents » ou « trois vingts » comme « trois aunes ». Certaines écritures dépendent du scribe, mais il existe quelques normes qui témoignent d'un emploi classificateur de l'usage des nombres : par exemple les nombres sont écrits souvent à l'aide des mots-nombres pour les grandeurs ou les quantités, mais jamais pour les prix - objectifs des calculs sur les abaques – qui sont systématiquement écrits en chiffres romains. On trouve également des écritures en chiffres romains comme simple translittération de ce qui est énoncé, utilisant l'exponentiation comme marquant la base utilisée, souvent 20 et 12 lié au système monétaire en vigueur. Par exemple, page 45 du livre Parchemin : on lit « VII^{XX} » qui est une transcription littérale de « sept vingts » ; de même III^{c} IIII^{XX} se lit 3 cents 4 vingts soit 380. On trouve aussi l'écriture IIII plutôt que IV, la première est antérieure à la seconde et reste en vigueur chez les notaires.

La base 20 vient certainement de pratiques commerciales, comme double des unités décimales et la base douze comme facilitant le fractionnement. Au XVII$^{\text{e}}$ siècle, Vaugelas a convaincu l'académie d'imposer le « quatre-vingts » pour se positionner contre la mode italienne. La base 20 est imposée de 60 à 400. On n'a jamais dit « cinq vingts » car le terme « cent » existait. L'éducation nationale décide de

---

[10] De même entre mille et deux mille pour les dates a été utilisé un double système pour l'expression des valeurs entre 1000 et 2000. On peut encore entendre quinze cent quinze pour dire 1515.

[11] La préposition « de » n'est employée que suivant million ou milliard : « trois millions de personnes », mais « trois cents personnes » et « trois millions trois personnes ».

garder ces désignations plutôt que septante et nonante, couramment utilisés par les mathématiciens de l'époque. Notons que le croissant linguistique, entre pays d'Oc et pays d'Oïl, a adopté le système français, alors que plusieurs dialectes sont d'essence occitane, dont le système de numération est toujours resté décimal, comme le système de numération indo-européen.

2 La deuxième activité

Pour cette deuxième activité, il était prévu la résolution de trois exercices issus des fiches-exercices. Une feuille contenant les énoncés a été distribuée (Annexe 2) aux participants pour qu'ils puissent garder la trace des énoncés. Il s'agit de problèmes relevant de la proportionnalité simple et nécessitant d'utiliser les taux de conversions entre livres, sous et deniers vus dans la première activité. Dans la consigne, l'accent est mis sur la recherche de deux modes de calcul, l'un en revenant dans le système de numération actuel, l'autre en effectuant les calculs dans le système de numération romain. Un deuxième temps était prévu pour relancer les calculs en utilisant l'abaque disponible sur les tables. Lors de la mise en œuvre de l'atelier, les participantes et participants ont très rapidement demandé des explications sur le fonctionnement des abaques pour se concentrer sur cette procédure.

2.1 Analyse des trois énoncés

L 'exercice 1 est l'occasion de proposer aux participantes et participants une transcription littérale du manuscrit. Cela permet d'échanger sur les questions liées à l'orthographe des mots qui n'était pas fixée au Moyen Âge. La compréhension du mot « fors » est délicate et nécessiterait un certain nombre de calculs pour arriver à déterminer son sens. Pour éviter ce travail, intéressant en termes de compréhension du texte mais très chronophage, la traduction est donnée en note de bas de page. La résolution nécessite de déterminer le prix des 70 chapons à 2 sous et 6 deniers et celui des trois chapons à 2 sous et 9 deniers puis d'ajouter les montants. La détermination du prix des 70 chapons peut se faire en utilisant la distributivité de la multiplication sur l'addition et l'associativité de la multiplication : on atteint 140 sous et 35 fois 12 deniers soit 140 sous et 35 sous (le choix de passer par 12 deniers permet une conversion facile en sous). On obtient ainsi 8 livres et 15 sous. Il faut ajouter le 6 sous et 27 deniers soit 8 sous et 3 deniers. On retrouve ainsi la somme indiquée sur le parchemin. En utilisant la distributivité de l'addition sur la multiplication, on obtient que le montant est aussi 73 fois 2 sous et 6 deniers auquel s'ajoute 9 deniers.

L'exercice 2 est un problème de quatrième proportionnelle avec l'un des nombres égaux à 1 (voir Annexe 4). Il peut être vu comme un problème multiplicatif : on multiplie le prix à l'unité par le nombre de saucisses pour vérifier que le prix obtenu est bien celui indiqué dans le livre Parchemin ou comme un problème de division : on divise le prix total par le nombre de saucisses pour vérifier qu'on obtient le prix à l'unité indiqué. On pourrait aussi diviser le prix total par le prix à l'unité puis vérifier qu'on obtient bien le nombre de saucisses. Mais cette dernière stratégie est bien moins courante (Koleza-Adam, 1993). Pour la deuxième partie de la question, le choix du nombre de saucisses (240) est dû au fait que $240 = 12 \times 20$. Ainsi la mesure en deniers d'un prix à l'unité est la mesure en livres de 240 unités. Ce résultat se retrouve par deux conversions successives : on convertit 240×5 deniers, soit 1200 deniers, en livres. Or 1200 deniers valent 100 sous qui valent 5 livres. Cet exercice est l'occasion de mettre en avant le fait que lorsqu'on connaît la mesure en deniers du prix d'un objet, il est très facile d'obtenir la mesure en sous du prix d'une douzaine ce qui était très fréquemment nécessaire. On retrouve le même fonctionnement avec le prix d'un objet en sous et le prix d'une vingtaine de ces objets en livres. Cette méthode de calcul oblige à maitriser les diviseurs de 12 et 20 pour aller vite et par conséquent, en revenant au système décimal, mieux comprendre le rôle de 2 et 5 dans la production des pièces et billets de monnaie des francs et des euros.

L'exercice 3 est l'occasion d'introduire la quatrième unité monétaire : l'obole. L'exercice demande une prise d'initiative puisqu'il faut manipuler une quantité inconnue à déterminer. Le principe est le même que celui de l'activité 1 (voir Figure 2) mais en plus simple puisqu'il n'y a qu'un seul taux de conversion à déterminer. Une obole vaut un demi-denier.

Le livret pédagogique propose des analyses *a priori* plus détaillées des exercices 2 et 3.

2.2 Suite de l'activité

Après les explications sur le fonctionnement de l'abaque, quelques procédures de calculs sur le premier problème sont échangées. L'importance des décompositions adaptées aux systèmes de calcul est mise en avant : par exemple, pour calculer 70 fois 2 sous, il est pratique de remarquer que c'est aussi 7 fois 20 sous et donc 7 livres. Une autre décomposition adaptée à l'abaque est décrite $70 = 3 \times 20 + 10$ pour utiliser la conversion entre sous et livres. Le troisième exercice n'a pas eu le temps d'être abordé faute de temps et la valeur de l'obole (1/2 sou) n'a pu être évoquée.

Le bilan de cette deuxième activité insiste sur la confrontation aux calculs dans d'autres systèmes de numération pour construire un sens du nombre par opposition à un calcul sur les chiffres (Boule & Houdement, 2002) et sur la place du calcul pour la compréhension d'une numération de position. Enfin pour clore cette deuxième activité, un temps a été consacré à l'analyse d'une production (Annexe 3) d'une étudiante de M1 MEEF 1er degré pour l'exercice 1. La consigne qui lui avait été donnée était de calculer avec les chiffres romains. Certaines étudiantes du même groupe indiquent (XX) pour expliciter le groupement par 20. Elles explicitent leurs stratégies : « dans la tête, on dit les mots en français, mais en utilisant uniquement les symboles, on voit qu'on peut au final calculer. On fait du calcul mental et on utilise les propriétés des opérations[12]. »

3 La troisième activité

L'objectif de la troisième activité était de proposer un travail sur la typologie des problèmes de proportionnalité pour conclure sur le document de l'Annexe 4 (CNDP[13], 1999), la variété des problèmes tirés des fiches-exercices permettant d'avoir à notre disposition un large panel dans la typologie. Faute de temps, ce travail n'a pu être mené à son terme. Malgré tout, il a été proposé neuf énoncés tirés des fiches-exercices de la mallette (voir Annexe 5). Les participantes et participants ont dû classer ces neufs problèmes selon des critères didactiques. La consigne mentionnait explicitement l'utilisation des critères didactiques pour éviter les regroupements thématiques. Le classement obtenu lors de l'atelier est présenté dans le Tableau 1 ci-dessous.

Problème	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Multiplication et division	X	X	X				X		

[12] Leurs retours ont été unanimes : « au début c'était très difficile, mais ensuite c'était comme un jeu. »

[13] Centre National de Document Pédagogique.

Proportionnalité			X	X					
Proportionnalité multiple					X				
Proportions						X			
Soustraction			X						
Division euclidienne			X						
Comparaison		X							
Dénombrement					X				
Compréhension de l'énoncé	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Problème complexe								X	

Tableau 1: Classement des neuf énoncés

On voit apparaître un certain nombre des catégories de la typologie présentée dans l'Annexe 4. Les problèmes de multiplication (catégorie (2) de l'Annexe 4) et division (catégorie (3) de l'Annexe 4) ont été regroupés dans une seule et même catégorie par les participantes et participants (première ligne du tableau), le terme proportionnalité de la deuxième ligne peut être interprété comme les problèmes de quatrième proportionnelle (catégorie (4) de l'Annexe 4). On voit aussi apparaître dans le tableau (ligne 3 et 7) les catégories (6) et (8) de l'Annexe 4. Ainsi les principaux types ont été reconnus. On peut interroger le statut du problème 3 : aucun des termes n'est égal à 1 et ne relève donc pas a priori de la première ligne. Cependant, considérer le binôme de pierres comme l'unité de calcul permet de se ramener à un problème de multiplication puisque 140 (le nombre total de pierres) est un multiple de 2. Sans doute faute de temps, le problème 9 n'est pas identifié comme un problème de proportionnalité multiple. Le tableau propose des catégories relevant d'un autre champ que la typologie des problèmes de proportionnalité et est basé davantage sur les procédures utilisées : soustraction, division euclidienne, dénombrement. Enfin, la dernière catégorie mentionnée : problème complexe est sans doute à interpréter au sens de Houdement (2017) et pourrait contenir les problèmes 4 et 9. On remarquera aussi que les enjeux de compréhension des énoncés sont mentionnés pour l'ensemble des problèmes et semblent donc être un enjeu fort dans l'appropriation de la ressource.

Le livret pédagogique de la mallette indique dans la présentation de la mallette un regroupement des problèmes suivant cette typologie ainsi qu'une analyse *a priori* détaillée de l'ensemble des ces neufs problèmes.

3.1 Remarques et compléments

Toute ville ayant obtenu l'autorisation du roi peut battre sa monnaie. On a ainsi plusieurs sortes de livres avec des taux de conversion entre ces différentes monnaies. Les documents de la mallette mentionnent la livre parisis (livre de Paris), la livre tournois (livre de Tours) et leurs subdivisions. On trouve ainsi les abréviations d.p. ou d.t. pour denier parisis ou denier tournois. La période couverte par les comptabilités est antérieure à la période de la monarchie absolue lors de laquelle il n'y aura plus qu'une seule livre. Le premier des neufs énoncés fait intervenir la grandeur masse qui rend polysémique le terme « livre », désignant deux unités différentes. On trouve dans le texte l'expression « livres de poids » pour l'unité de masse mais ce n'est pas systématique : on trouve aussi simplement « livre ». Pour l'unité de prix, c'est le plus souvent un « l » qui est utilisé pour la désigner.

III - CONCLUSION

Cette mallette pédagogique offre de très nombreuses possibilités d'exploitation, en classe comme en formation des enseignants. L'atelier n'en a présenté que quelques-unes. Un projet de formation avec la Maison pour La Science en Centre – Val de Loire est en construction. Cette formation, assurée conjointement par les historiens du projet CORMÉCOULI et nous, proposera de développer les éléments historiques pour assurer aux enseignants une meilleur mise en contexte auprès des élèves et favoriser ainsi une réelle utilisation pluridisciplinaire de la mallette. La partie mathématique se concentrera sur l'appropriation par les enseignants de deux ou trois des problèmes de la mallette. Ces problèmes permettront de travailler à la fois les questions de conversions monétaires dans le système livre/sou/denier, l'utilisation de l'écriture romaine des nombres et un point didactique plus précis (grandeur, proportionnalité, résolution de problèmes, …). Une présentation de l'utilisation des abaques avec ce matériel sera effectuée sera effectuée lors du vingt-cinquième colloque de la CII[14] Épistémologie et histoire des mathématiques à Besançon en mai 2024. La mallette sera aussi présentée lors de différentes manifestations de l'APMEP[15]. Par ailleurs, l'enseignante qui a participé à la création de la mallette s'est lancée cette année 2023/2024 dans une exploration en profondeur de celle-ci (utilisation sur l'ensemble de l'année et dans différentes disciplines), en y entrant par une problématique historique lié à l'utilisation de la monnaie.

L'ensemble des documents de la mallette pédagogique sont disponibles en ligne librement, ici : https://www.centre-sciences.org/ressources/cormecouli-corpus-medieval-des-comptabilites-urbaines-ligeriennes. N'hésitez pas à vous en emparer.

IV - REMERCIEMENTS

Nous remercions grandement nos collègues Sylvie Grau (INSPE Nantes) et Hélène Gagneux (INSPE Centre – Val de Loire) pour leur prise de notes pendant l'atelier qui ont largement enrichi ce texte.

V - BIBLIOGRAPHIE

Boule F., Houdement C., (2002). Nombres et calculs à l'école primaire. Dans *Conférence prononcée lors de la Journée Académique "École primaire" organisée par le groupe École Primaire de l'IREM de Lille le 24 avril 2002*. IREM de Lille, Villeneuve d'Ascq, 2002, *Format :* A4, 30 p. *ISBN :* 2-912126-15-0

Documents d'accompagnement SEGPA, Orientations pédagogiques des enseignements généraux et professionnels adaptés dans le second degré, CNDP, (1999).

https://arpeme.fr/documents/84FDAC00F3C19F48DDA.pdf

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100,* 59-78.

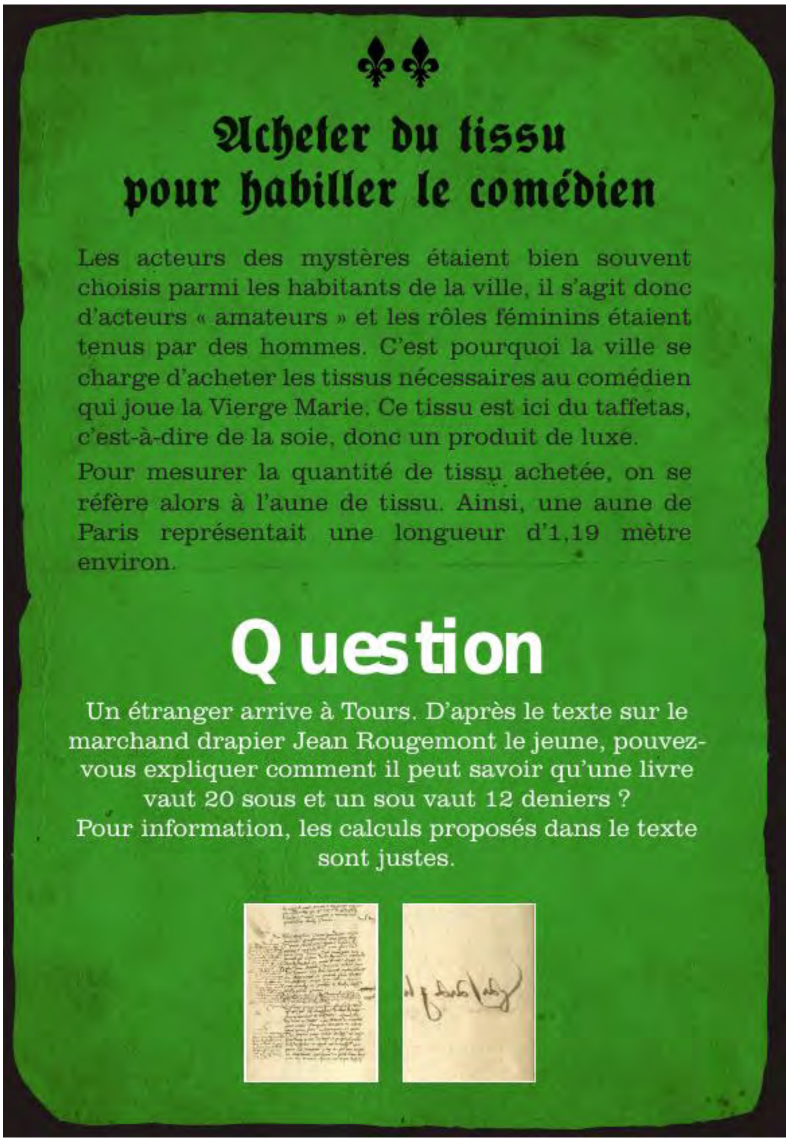
Koleza-Adam, E. (1993). Aspects sémantiques des traitements linéaires. *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 5, 125-148.

[14] Commission Inter-IREM

[15] Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

ANNEXE 1 - FICHE-EXERCICE

On distingue trois parties commune à l'ensemble des fiches-exercices : un texte de mise en contexte, la question et des images du parchemin que les élèves doivent retrouver dans le livre Parchemin pour compléter l'énoncé.



ANNEXE 2 - ACTIVITÉ 2

Résoudre les trois exercices ci-dessous en effectuant les calculs dans notre système de numération et aussi dans le système de numération romain.

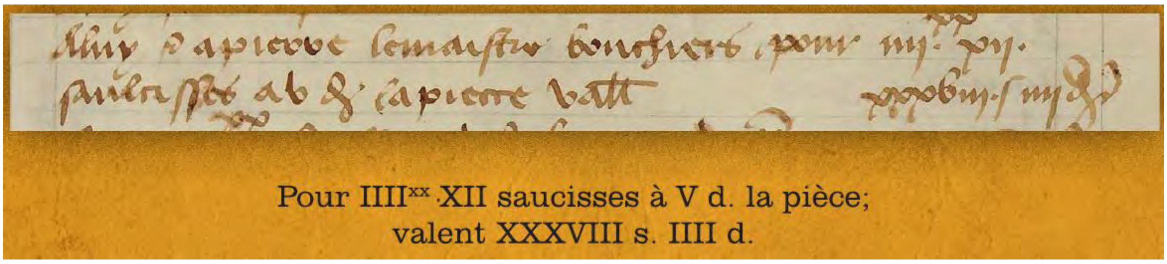
Exercice 1 (Livre Parchemin page VI ligne 1)

Vérifiez que le prix indiqué pour les perdrix de la transcription ci-dessous est correct.

« Perdriz LXXIII a II s. VI d. la pièce fors[16] troys qui cousterent chascun II s. XI d., vallent IX l. III s. IX. d. »

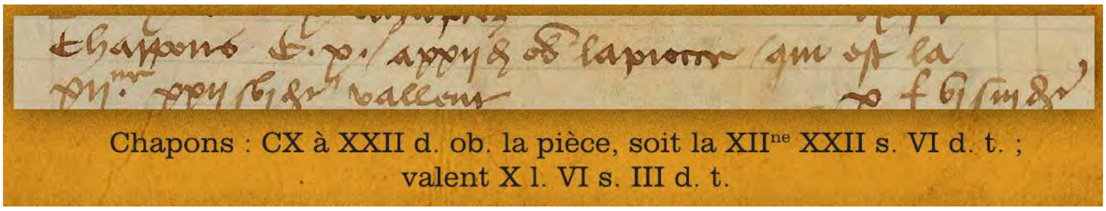
[16]sauf

Exercice 2 (Livre Parchemin page IX)


Pour IIII^{xx} XII saucisses à V d. la pièce;
valent XXXVIII s. IIII d.

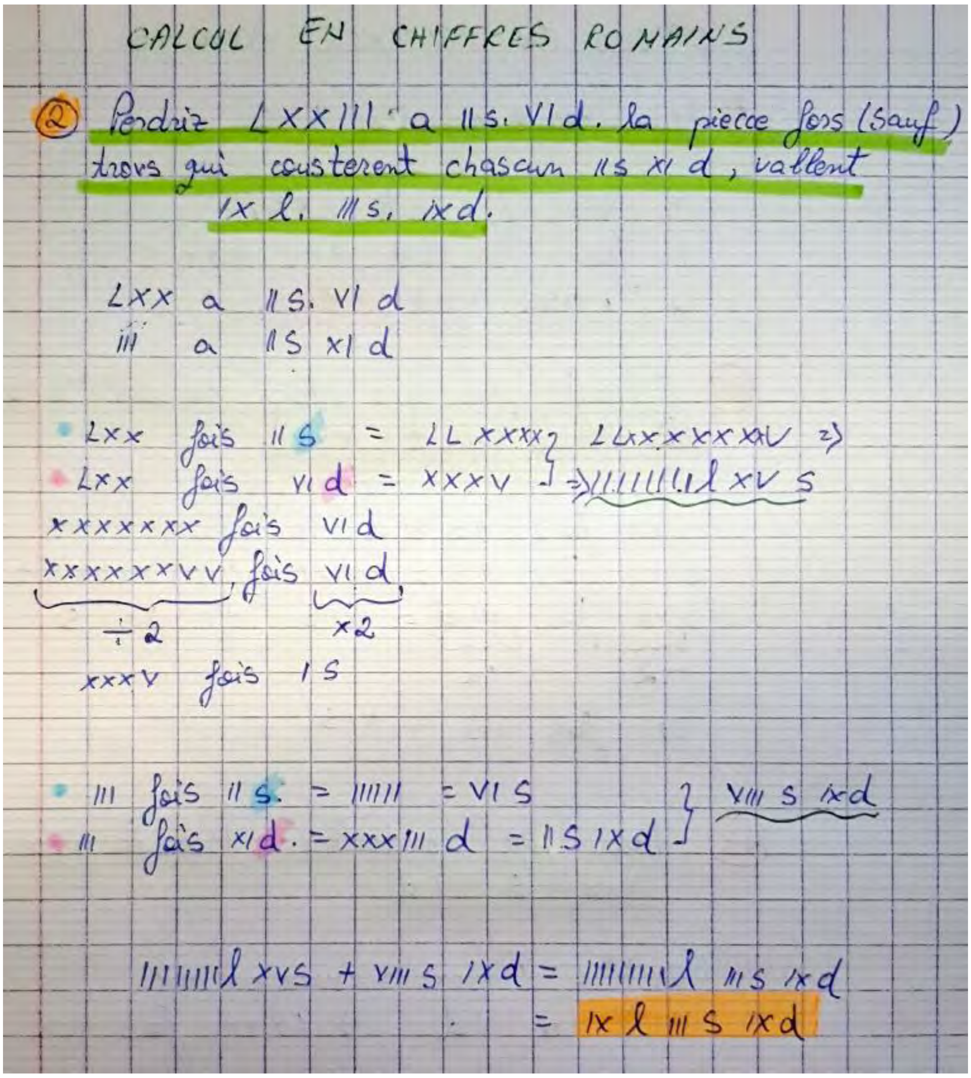
Vérifiez que le nombre de saucisses indiqué sur le manuscrit est correct. Exprimez en livres, sous et deniers, le prix de 240 saucisses.

Exercice 3 (Livre Parchemin page VII)


Chapons : CX à XXII d. ob. la pièce, soit la XII^{ne} XXII s. VI d. t. ;
valent X l. VI s. III d. t.

Déterminez la valeur d'une obole (ob.). Puis vérifiez que le prix total des chapons est correct.

ANNEXE 3 - EXERCICE 1 : PRODUCTION D'UNE ÉTUDIANTE M1-MEEF


CALCUL EN CHIFFRES ROMAINS

② Perdriz LXXIII a IIs. VId. la piecce fors (sauf) trois qui cousterent chascun IIs XId, vallent IXl. IIIs. IXd.

LXX a IIs. VI d
III a IIs XI d

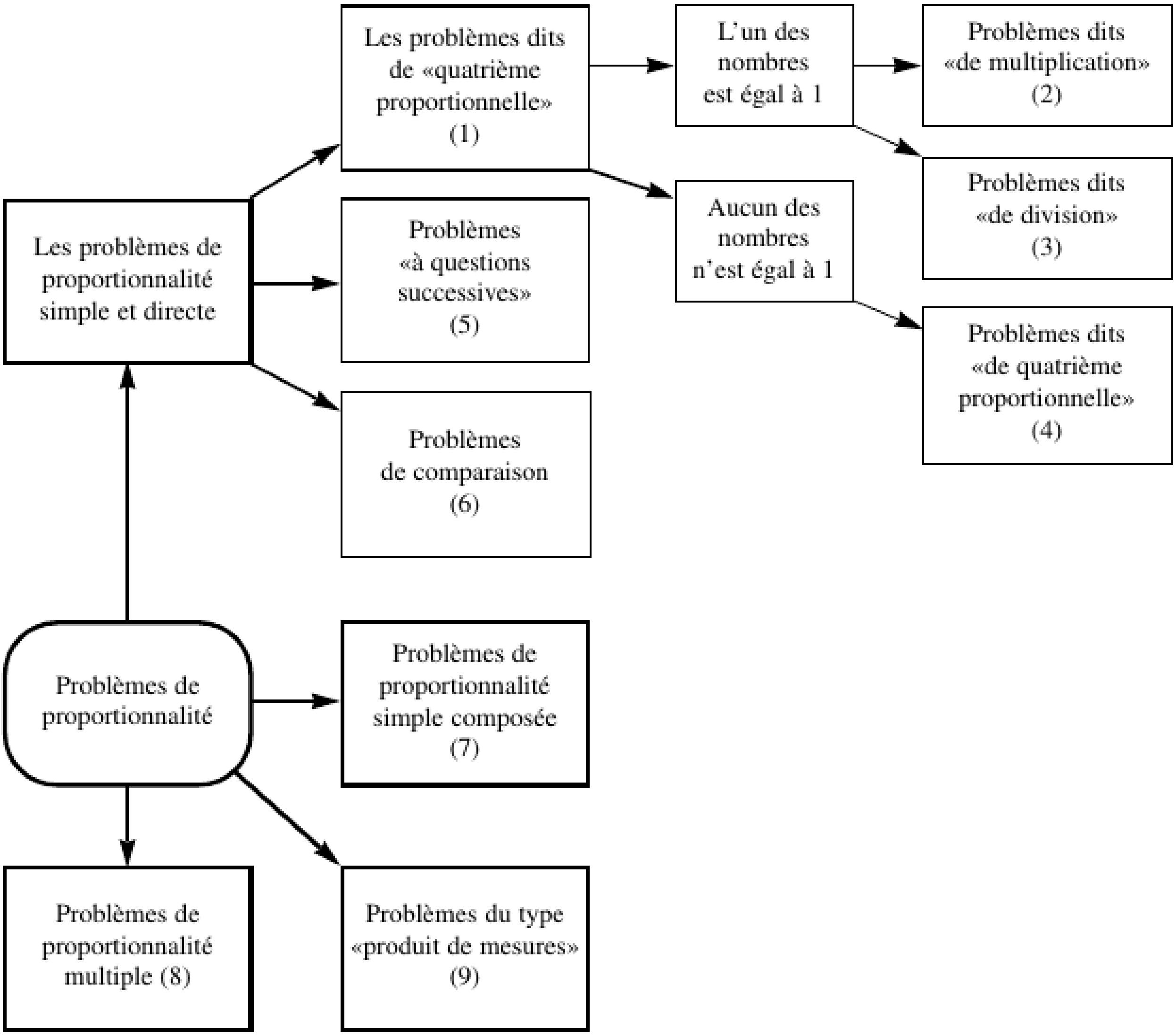
LXX fois II s = LLXXXX LLXXXXXXV => IIIIIIIl XV s
LXX fois VI d = XXXV
XXXXXXX fois VI d
XXXXXXXVV fois VI d
÷2 ×2
XXXV fois I s

III fois II s. = IIIIII = VI s
III fois XI d. = XXXIII d = II s IX d
VIII s IX d

IIIIIIIl XV s + VIII s IX d = IIIIIIIIl III s IX d
= IX l III s IX d

ANNEXE 4 (PROPORTIONNALITÉ)

Une typologie des problèmes de proportionnalité adaptée de celle de Vergnaud - Extrait de « Orientations pédagogiques des enseignements généraux et professionnels adaptés dans le second degré », p. 16, (CNDP, 1999).

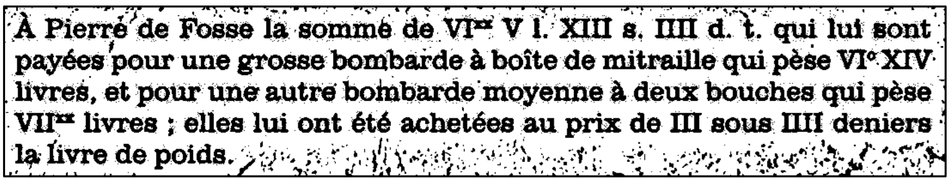


ANNEXE 5 (ACTIVITÉ 3)

Classer selon des critères didactiques les neufs problèmes ci-dessous.

Exercice 1 (Livre Parchemin page XIX)

Quel est le prix de la bombarde moyenne, de la grosse bombarde ?


À Pierre de Fosse la somme de VI^{xx} V l. XIII s. IIII d. t. qui lui sont payées pour une grosse bombarde à boîte de mitraille qui pèse VI^{c} XIV livres, et pour une autre bombarde moyenne à deux bouches qui pèse VII^{xx} livres ; elles lui ont été achetées au prix de III sous IIII deniers la livre de poids.

Exercice 2 (Livre Parchemin page XXIII)

Un tampon coûte-t-il moins cher chez Jean Regnard ou Jean le Marie ?

À Jean Regnart tourneur la somme de XX s. t. qui lui a été payée pour cent tampons de bois pour les bombardes de la ville ; il les a donnés et livrés à la ville.

À Jean le Marie tourneur la somme de IIII l. III s. IX d. t. qui lui a été payée pour III^{c} IIII^{xx} tampons de bombardes pour les bombardes qu'il a vendus et livrés à la ville pour sa défense.

Exercice 3 (Livre Parchemin page XXV)

Richard Pesant fait un geste commercial à la ville. Quel est le montant de ce geste ?

À Richard Pesant maçon [...] la somme de XXIX s. t. qui lui a été payée pour VII^{xx} petites pierres de canon qu'il a faites et livrées à la ville. Il a été payé selon le marché fait, à raison de V deniers pour II pierres ; l'ensemble valant la somme de XXIX s. t.

Exercice 4 (Livre Parchemin page LVII)

Combien les processions coûteraient-elles si on voulait utiliser neuf torches au lieu de six ?

À Jaquet le Prêtre, valet de la ville, pour payer les VI hommes qui portèrent les torches de la ville le IX^{e} jour de juin, le lendemain de Pentecôte, quand on porta les corps saints de saint Euverte, saint Aignan et plusieurs autres corps saints, provenant de l'église Saint-Pierre-Ensentelée d'Orléans ; pour ce paiement : IIII s. p.
À frère Guillaume de Beye, cordelier, qui fit un sermon dans l'église Saint-Aignan ce jour-là ; pour lui : XVI s. p.
À Jaquet le Prêtre pour l'achat de trente deux livres de cire neuve prises chez Jean Compaing pour refaire les torches de la ville, à l'occasion de la Fête-Dieu, à raison de III s. p. la livre, elles valent : IIII l. XVI s. p.
À Jaquet pour six liens à mettre dans les torches, pour cette dépense : VIII s. p.
À Jaquet pour la réalisation du lumignon des torches qui pèsent XLVIII l. de cire, pour cette dépense: XVI s.
À Jaquet pour six hommes qui portèrent les torches à la Fête-Dieu, pour ceux-ci : IIII s. p.
À Jaquet pour les chapeaux de rose de ceux qui portèrent Jésus-Christ le jour de la Fête-Dieu, pour cette dépense : VI s. p.

Exercice 5 (Livre Parchemin page XLV)

Combien de personnes ont participé au travail de l'audition des comptes ?

Aux hommes honorables que sont Jean Godeau, lieutenant à Tours pour monseigneur le bailli de Tours, maître Jean Chevrier, chanoine de l'église de Tours, Jean des Landes, chanoine de l'église saint Martin de Tours, Gilet de Brion, substitut du procureur du roi, Guyon Farmeau, maître Martin d'Argouges et Pierre Briçonnet, bourgeois de la ville de Tours, pour leur peines et salaires d'avoir assisté à l'audition du présent compte et pour avoir apprécié les monnaies de ce compte, à raison de seize jours et de V sous par jour, pour chacun d'eux, la somme de XXVIII livres.

Exercice 6 (Livre Parchemin page LI)

À partir des exemples de Raoulet le Fournier et Cardin le Conte, quelle proportion de l'amende revient à la ville et quelle proportion revient à la personne chargée des taxes ?

De Raoulet le Fournier pour une amende fixée à II s. VI d.t. pour avoir fait porter des fumiers près de l'échelle de la place Foire le Roy (l'escalier d'accès aux remparts), malgré la défense faite par les élus, pour ce et pour les deux parts allant à la dite ville XX d.

De Cardin le Conte pour une autre amende fixée à V s. t. pour avoir mis devant sa porte les déchets de ses cuirs et mis des fumiers devant la porte de la foire le Roy malgré la défense faite comme il est précisé au-dessus, ici pour les deux parts appartenant à ladite ville III s. IIII d.

Exercice 7 (Livre Parchemin page XLV)

Vérifiez le montant payé au receveur. Combien de feuillets a-t-il utilisé ?

Au receveur pour faire copier ce présent compte sur du papier et sur du parchemin. L'un des comptes restera auprès des auditeurs et l'autre sera gardé par le receveur. Chacun des comptes aura LXXVII feuillets, soit au total VII^{xx} XIIII feuillets. Il lui sera versé pour chaque feuillet XX deniers. L'ensemble vaut au total : XII livres XVI sous VIII deniers.

Exercice 8 (Livre Parchemin page XXXI)

Au denier près, combien Jean Bourgeois est-il payé pour fabriquer une huque ? Au denier près, combien cela coûte-t-il de fabriquer une huque (matière première et coût de fabrication) ?

À Jaquet Compaing pour LII aunes de drap bleu achetées pour faire les huques données aux soldats envoyés à La Charité à raison de XIIII s. p. par aune ; l'ensemble valant : XXXVI l. VIII s. p.

À lui pour XVIII aunes d'autres drap bleus de meilleure qualité, achetés pour compléter les huques, au prix de XVI s. p. l'aune ; l'ensemble valant : XIIII l. VIII s. p.

À lui pour cinq quartiers de drap blanc pour faire les croix sur les huques, au prix de XVI s. p. l'aune ; valant : XX s. p.

À lui pour avoir acheté à Jean Bourgeois, couturier, qui a fait cent cinq huques pour les soldats, par marché fait avec lui : VIII l. VIII s. p.

Exercice 9 (Livre Parchemin page XXXV)

Déterminez quel a été le coût pour la ville pour nettoyer le Cher suite à cette crue.

Les XXVIII, XXIX, XXX et dernier jour du mois, deux chalands, VI nautoniers et quatre manœuvres furent envoyés le long de la rivière du Cher pour ramasser le bois des ponts de Saint Avertin, des petits ponts venant de Saint Sauveur et des ponts de Saint Eloi, que la crue des eaux du Cher avait démolis et emportés ; ainsi qu'une grande quantité de pieux et autres bois que la rivière du Cher avait emmenés. À ces tâches, ils ont travaillé pendant toutes ces journées, et ont été payés : chaque nautonier III s. IIII d. par jour, chaque manœuvre II s. VI denier tournois ; et pour chaque journée de chaland III s. IIII d.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES À ÉNONCÉS VERBAUX : LES APPORTS BÉNÉFIQUES DU DISPOSITIF DE FORMATION AIR2

Catherine RIVIER
Chargée d'Enseignement, Université de Genève
Équipe IDEA
Catherine.Rivier@unige.ch

Emmanuel SANDER
Professeur Ordinaire, Université de Genève
Équipe IDEA
Emmanuel.Sander@unige.ch

Résumé
L'objectif de cet article est de présenter les contenus proposés lors de l'atelier A23 du colloque Copirelem 2023. S'inscrivant dans le domaine de l'apprentissage des notions mathématiques par la résolution de problèmes, il a pour objet d'exposer les éléments du cadre théorique A-S3 ainsi qu'un dispositif de formation continue destiné à des professeurs des écoles volontaires pour implémenter en classe une séquence d'apprentissage AIR2 (pour Analogies Intuitives, Recodage et Résolution de problèmes) intégrant une fréquence contrôlée d'énoncés de problèmes discordants sur le plan des analogies intuitives de substitution, scénario et simulation. La séquence comprend 15 séances de 45 minutes à 1 heure, du CP au CM2, conduites à raison d'une séance d'apprentissage hebdomadaire. Elle se compose de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux relevant du champ additif (addition et soustraction) pour tous les niveaux de classe et du champ multiplicatif (multiplication et division) à partir du CE1. Il s'agit exclusivement d'énoncés dont la solution requiert un calcul unique. La progression est organisée afin que soient étudiés les différents types d'énoncés selon l'opération impliquée et un cadre de concordance-discordance avec les analogies intuitives décrites dans le cadre théorique A-S3 (Sander, 2018). Chaque séance comprend des phases de résolution et une phase collective de recodage sémantique guidé par l'enseignant en appui sur des schémas de modélisation (schéma-ligne et boite à nombres, nombre rectangle). Le recodage sémantique vise à permettre l'évolution de la représentation mentale initiale de la situation de l'énoncé donc à favoriser la compréhension de cet énoncé. Les résultats de plusieurs études au CM1 et CM2 montrent que la séquence AIR2 a des effets positifs sur la capacité des élèves à résoudre des problèmes arithmétiques à énoncés verbaux.

I - CONTEXTE THEORIQUE : DU CADRE A-S3 AU DISPOSITIF AIR2

L'objectif principal de la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux est de permettre aux élèves de développer leur capacité à discerner la structure abstraite de ces énoncés, indépendamment des facteurs extra-mathématiques. Lorsqu'ils lisent un problème, les élèves construisent une représentation mentale de la situation, qu'ils utilisent ensuite comme base pour élaborer leur raisonnement. Depuis de nombreuses décennies, il est établi (par Vergnaud en 1982, notamment) que la difficulté d'un problème n'est pas uniquement due à des aspects mathématiques, mais aussi à des facteurs langagiers et représentationnels liés à la façon dont la tâche est formulée. C'est pourquoi des problèmes nécessitant la même opération arithmétique peuvent présenter des degrés de difficulté très différents.

1 Les analogies intuitives comme facteurs d'influence dans les processus de résolution de problèmes : le cadre A-S3

Nos récents travaux (Sander, 2018) ont permis de distinguer trois facteurs caractérisant les énoncés de problèmes ayant un impact sur la résolution de problèmes et sur le processus d'apprentissage. Ces facteurs sont liés à trois types d'analogies avec des connaissances antérieures, qu'elles soient acquises dans un contexte scolaire ou en dehors de l'école et dont il est nécessaire que les enseignants tiennent compte car ces analogies interfèrent avec les nouveaux apprentissages. Lorsqu'un élève lit un énoncé de problème, il élabore une représentation de la situation en établissant des analogies avec ce qu'il sait déjà. Ce processus est notamment courant dans le raisonnement mathématique, car il est peu coûteux du point de vue cognitif et rend disponibles des stratégies de calcul. Dans certains cas, ces analogies facilitent la découverte de la solution, car les connaissances préalables de l'élève conduisent au même résultat que la notion enseignée à l'école. Cela correspond à ce que l'on appelle une situation "concordante". L'ensemble des situations pour lesquelles la conception intuitive est opérante constitue son domaine de validité. En dehors de ces situations, le rapprochement entre la situation de l'énoncé et la conception intuitive est inopérant et conduit à une erreur. L'énoncé est alors qualifié de "discordant". C'est pourquoi deux énoncés partageant une structure abstraite similaire peuvent donner lieu à des écarts de réussite importants. Le cadre A-S3 (Sander, 2018) prend en compte trois formes d'analogies intuitives (substitution, scénario et simulation). Combiné aux typologies de problèmes déjà bien connues des enseignants, telle que celle de Vergnaud (1982), ce cadre permet une analyse approfondie des énoncés, permettant ainsi d'aider les enseignants à anticiper les difficultés que peuvent rencontrer les élèves.

1.1 L'analogie de substitution : « Diviser » n'est pas (seulement) « Partager »

L'analogie de substitution désigne le fait qu'une connaissance préalable de l'élève se substitue à la notion mathématique concernée. À chaque opération arithmétique correspond une analogie de substitution. Ainsi, la recherche du résultat d'un ajout se substitue à la notion d'addition et celle du résultat d'une perte à la notion de soustraction. Dans le champ multiplicatif, l'ajout répété d'une même quantité se substitue à la notion de multiplication et la recherche de la valeur de la part dans une situation de partage se substitue à la notion de division. Le tableau 1 présente des paires d'énoncés concordants et discordants pour chaque opération. À chaque énoncé concordant du tableau est associé un énoncé discordant. Cependant, l'ensemble des situations hors du champ de validité des conceptions intuitives décrit un continuum dans lequel la discordance est plus ou moins marquée. Pour la soustraction par exemple, on retrouve dans cet ensemble les énoncés discordants car présentant une situation de gain (« J'ai des billes. J'en gagne 3. Maintenant j'ai 8 billes. Combien avais-je de billes au début ? ») ou encore les énoncés de comparaison avec recherche d'écart employant les expressions, « combien de moins ? », comme pour l'exemple du tableau 1, ou « combien de plus ? » (« J'ai 186 cubes bleus. J'ai 54 cubes rouges de plus que de cubes bleus. Combien ai-je de cubes bleus ? »).

Opération	Énoncés concordants	Énoncés discordants
Addition	Pour faire un collier, j'ai enfilé 121 perles sur mon fil. J'enfile encore 30 perles. Combien de perles a mon collier maintenant ?	Icham a ramassé 63 pommes. Line a ramassé 25 pommes de plus qu'Icham. Combien Line a-t-elle ramassé de pommes ?
Soustraction	Au départ du train, 147 voyageurs sont installés. Au premier arrêt, 35 voyageurs descendent. Combien reste-t-il de voyageurs dans le train lorsqu'il quitte son arrêt ?	J'ai 186 cubes bleus. J'ai 54 cubes rouges de moins que de cubes bleus. Combien ai-je de cubes rouges ?
Multiplication	Laurie a construit 4 tours de 12 cubes chacune. Combien Laurie a-t-elle utilisé de cubes pour construire ses tours ?	Angel a 15 cubes bleus et des cubes rouges. Il a 3 fois plus de cubes rouges que de cubes bleus. Combien Angel a-t-il de cubes rouges ?

Division	Pablo a 27 cubes. Avec tous ses cubes, il veut construire 3 tours de la même taille. Combien y aura-t-il de cubes dans chaque tour ?	Cali a 20 cubes bleus et des cubes rouges. Elle a 4 fois moins de cubes rouges que de cubes bleus. Combien a-t-elle de cubes rouges ?

Tableau 1. Énoncés concordants ou discordants pour l'analogie de substitution selon l'opération en jeu (niveau CM1)

Une des caractéristiques remarquables des analogies de substitution documentées par la littérature est de rester influentes au-delà de la scolarité (Tirosh & Graeber, 1991). La figure 1 présente les réponses à un sondage en ligne des participant-es, conduit dans le cadre de cet atelier A23 du colloque Copirelem 2023. Il leur était demandé de proposer un synonyme de chacun des verbes « additionner, soustraire, multiplier et diviser ». La taille des items y est proportionnelle à leur fréquence d'apparition.

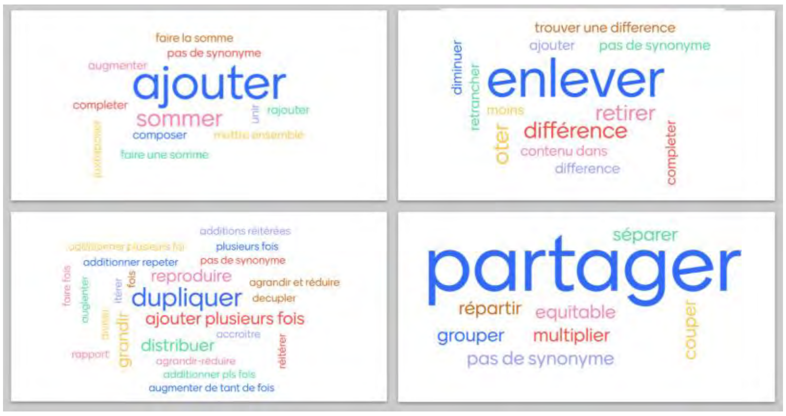


Figure 1. Réponses des participant-es Copirelem (n=32) au sondage en ligne sur les synonymes des verbes additionner, soustraire, multiplier et diviser

Ces mêmes participant-es ont été invités, toujours en ligne, à réaliser une activité de création d'énoncés à partir d'un calcul fourni. Pour le calcul « 5 x3 = 15 », 6 énoncés sur 29 sont discordants (20,7% des réponses) et pour le calcul « 15 : 3 = 5 », 7 énoncés sur 27 sont discordants (25,9% des réponses). Pour ces deux activités, les résultats obtenus, conformes à ceux que nous observons en formation continue et initiale des enseignant-es du primaire, montrent la prévalence et la persistance des conceptions intuitives de ces quatre notions mathématiques, y compris chez les expert-es, formateur-ices d'enseignant-es du primaire.

Afin de considérer la maîtrise de la notion mathématique au-delà des seuls contextes conformes à l'intuition, il semble nécessaire de veiller à ce que l'élève puisse résoudre au long de sa scolarité primaire des problèmes concordants et discordants avec la conception intuitive de chacune des notions mathématiques.

1.2 L'analogies de scénario : les pommes et les poires se divisent aussi

L'analogie de scénario se caractérise par le fait que les connaissances préalables de l'élève, particulièrement en ce qui concerne les relations entre les entités et les variables présentes dans les énoncés, influencent l'identification de la structure mathématique (Sander, 2007). Les éléments contextuels contenus dans un énoncé, tels que les objets présents, leurs interactions, la thématique, etc., évoquent des situations de la vie quotidienne, par exemple la distribution d'objets entre des individus. Ces situations peuvent être en accord plus ou moins étroit avec les opérations mathématiques nécessaires pour les résoudre : par exemple, une situation impliquant des contenants et des contenus, tels que des paniers et des pommes, suggère prioritairement une multiplication ou une division du fait du scénario de répartition qu'il évoque. Chaque énoncé possède ainsi une structure sémantique non mathématique, issue des éléments contextuels de l'énoncé, souvent désignée sous le terme « d'habillage », sous-entendant que ces éléments n'interfèrent pas avec la notion mathématique sous-jacente.

Mettant en évidence l’influence de ce phénomène, des travaux tels que ceux de Bassok, Chase et Martin (1998) ont montré que lorsqu’il est demandé à des participants de créer des énoncés mettant en jeu des entités liées par une relation de collatéralité (par exemple, des pommes et des poires relevant de la catégorie « fruits »), la majorité des problèmes proposés sont de nature additive, avec des questions du type « Combien y a-t-il de fruits en tout ? ». De manière similaire, lorsque les entités sont liées par une relation de fonctionnalité (par exemple, des paniers et des pommes), les énoncés produits s’inscrivent principalement selon une structure multiplicative, avec des questions du type « Quel est le nombre de pommes par panier ? ». Lorsque la structure mathématique du problème correspond à la nature des liens entre les entités, la résolution est simplifiée. En revanche, en cas de discordance, comme dans le cas d'une question du type « Combien y-a-t-il de fois plus de pommes que de poires ? », la difficulté de résolution du problème est accrue. L'analogie de scénario joue donc également un rôle dans les processus de résolution. Lorsque le scénario et la structure mathématique concordent, il est difficile de déterminer si c'est l'un ou l'autre qui a conduit à la réussite. En revanche, en cas de discordance, la réussite indique une véritable compréhension de la notion par l'élève.

L'analogie de scénario se distingue de l'analogie de substitution. Par exemple, l'énoncé « J'ai 3 pommes. J'échange chaque pomme contre 4 poires. Combien de poires ai-je maintenant ? » s’inscrit dans le domaine de validité de l'analogie de substitution (addition répétée de la valeur 4, trois fois), mais ne concorde pas sur le plan de l'analogie de scénario, car les pommes et les poires n’entretiennent pas de relation fonctionnelle comme les paniers et les pommes. De même que pour l'analogie de substitution, un élève qui résout des problèmes discordants sur le plan du scénario montre qu’il est en mesure d’identifier que le problème relève du champ multiplicatif, même si la situation l’oriente vers le champ additif en raison de la relation collatérale entre les pommes et les poires.

Intégrer des activités de classe impliquant des énoncés discordants sur le plan du scénario dans les progressions pédagogiques constitue ainsi une approche pour favoriser une compréhension plus approfondie des notions et permet à l'enseignant de distinguer une maîtrise superficielle d'une expertise plus profonde chez l'élève.

1.3 L’analogie de simulation : résoudre sans l’opération

L'analogie de simulation se réfère à la capacité de résoudre des problèmes en utilisant des stratégies informelles qui s'appuient sur les représentations mentales des situations décrites dans l'énoncé. Elle s'applique aux problèmes qui pourraient également être résolus par des opérations arithmétiques. En d'autres termes, l'analogie de simulation facilite la résolution lorsque l'élève peut utiliser une simulation mentale pour parvenir à la solution, et devient un obstacle lorsque la simulation est trop coûteuse cognitivement pour conduire à la solution. Ainsi, 75 % des adolescents de 15 ans n’ayant pas été scolarisés et pratiquant le commerce de rue solutionnent l'énoncé « Quel est le prix de 3 objets à 50 cruzeiros ? », tandis que leur performance chute à 0 % pour l'énoncé « Quel est le prix de 50 objets à 3 cruzeiros ? » (Schliemann et al., 1998). Ces deux énoncés sont concordants pour l’analogie de substitution (la multiplication comme addition répétée) et l’analogie de scénario (recherchant le prix d'un achat groupé), mais leur difficulté diffère fortement, ce qui peut s’expliquer par l'efficacité de la simulation mentale. Dans le premier cas, la simulation mentale est efficace pour aboutir à la solution (50+50+50=150), tandis que dans le second cas, elle ne l'est pas (3+3+3+...= ?). Des recherches menées par Brissiaud et Sander (2010) ont montré que la performance des élèves varie considérablement en fonction de l'efficacité de la simulation mentale, et cela y compris en classe de CE2. Ces résultats soulignent que la difficulté d'un problème dépend non seulement de la concordance des analogies de substitution et de scénario, mais aussi de l'efficacité de la simulation mentale.

1.4 Le cadre A-S3 : un cadre pour l'enseignement fondé sur la résolution de problèmes

Les trois formes d'analogies du cadre A-S3 jouent un rôle dans le processus de résolution de problèmes arithmétiques formulés sous forme verbale. Elles sont distinctes les unes des autres, et examiner un énoncé à travers le cadre A S3 permet de le classer en fonction de sa concordance ou discordance selon chaque forme d'analogie et ainsi d'identifier la nature des difficultés rencontrées par les élèves. La combinaison des concordances et discordances possibles selon ces trois analogies donne lieu à huit catégories de problèmes (Figure 2), les énoncés "ccc" étant les plus simples et les "ddd" les plus complexes.

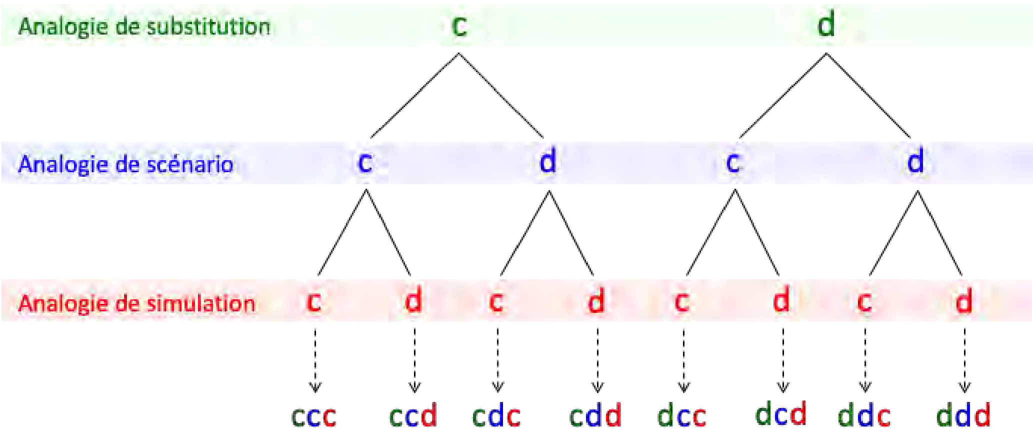


Figure 2. Arborescence des 8 catégories de problèmes selon leur concordance avec les trois types d'analogies.

Lors de l'atelier A23 conduit lors du colloque Copirelem, une activité d'entrainement à l'analyse d'énoncés soustractifs selon leur caractère concordant ou discordant pour les trois analogies a été proposée aux participant-es. Cette analyse a été réalisée en trois temps, au fur et à mesure de la présentation théorique du cadre A-S3 et prévoyait une recherche individuelle puis une mise en commun avec validation des réponses. La figure 3 présente le document de travail avec les réponses attendues.

	Analyse d'énoncés soustractifs : concordants *versus* discordants (c/d)	Analogie de substitution	Analogie de scénario	Analogie de simulation	Type A-S3
1	Lucie avait 18 cartes dans sa main. Elle en a perdu 3. Combien lui en reste-t-il ?	c	c	c	ccc
2	Dans une boîte il y a 21 chocolats. Il y a 10 chocolats noirs et il y a des chocolats blancs. Combien y a-t-il de chocolats blancs ?	d	c	d	dcd
3	Bilal avait 20 cartes. Pendant la récréation, il a gagné d'autres cartes. Maintenant il a 35 cartes. Combien Bilal a-t-il gagné de cartes durant la récréation ?	d	c	d	dcd
4	Je joue au jeu de l'oie. Mon pion est sur la case 25. Je dois reculer de 10 cases. Sur quelle case va arriver mon pion ?	c	c	d	ccd
5	Ce matin, Inès et Sarah ont fait du vélo. Inès a parcouru 15 km. Sarah a parcouru 12 km de plus qu'Inès. Combien de kilomètres Sarah a-t-elle parcourus ?	d	c	d	dcd
6	Dans un bouquet il y a 20 fleurs. Il y a 17 roses et des marguerites. Combien y-a-t-il de marguerites dans le bouquet ?	d	c	c	dcc
7	Sur la table, il y a 30 billes. Il y a aussi 10 boites de moins que de billes. Combien y a-t-il de boites ?	d	d	d	ddd

Figure 3. Document utilisé dans l'atelier A23 : activité d'analyse de 7 énoncés soustractifs selon le cadre A-S3.

Forts de ces constats, nous proposons de considérer les caractères concordants ou discordants d'un énoncé pour chacune de ces trois analogies comme autant de variables didactiques et en conséquence d'envisager de proposer aux élèves des énoncés de chaque type pour les 4 opérations arithmétiques. L'enjeu consiste à favoriser chez l'élève le développement d'une compréhension qui ne se limite pas au domaine de validité de la conception intuitive, mais qui englobe l'ensemble des situations liées à la notion, tout en permettant de saisir leur cohérence, c'est-à-dire que la notion travaillée ne soient pas liée à un ensemble déconnecté de situations travaillées indépendamment les unes des autres mais qu'une unité apparaisse, qui fonde la notion mathématique travaillée.

2 Le recodage sémantique : un processus pour dépasser les difficultés

Dépasser les obstacles c'est-à-dire parvenir à travailler sur sa représentation erronée de la situation de l'énoncé afin qu'elle devienne adéquate par rapport aux objectifs d'enseignement est crucial pour l'élève et ses apprentissages. Ce processus définit ce que nous nommons « recodage sémantique », soit l'adoption d'un point de vue différent de celui qui est adopté en premier lieu. En d'autres termes, il s'agit de réinterpréter la situation d'une manière qui est mise en œuvre aisément dans d'autres contexte mais pas dans ce contexte particulier. L'objectif est que l'élève surmonte les discordances et élabore un nouveau codage qui rend accessible les propriétés mathématiquement pertinentes et permet de développer une stratégie de résolution fructueuse.

Ainsi, un énoncé impliquant par exemple 12 pommes et 4 paniers suggère une situation où des entités sont distribuées de manière équitable entre un certain nombre de contenants (« Combien y-a-t-il de pommes par panier ? »). Dans un tel contexte, en raison de l'analogie de scénario, la relation fonctionnelle évoque une opération de type multiplicatif (multiplication ou division), contrairement à un contexte où les entités appartiennent à des sous-catégories d'une catégorie générale commune, comme des pommes et des poires. Dans ce dernier cas, le recodage va favoriser la perception d'une structure multiplicative dans un contexte sémantique qui, à l'origine, ne s'y prêtait pas. Vont ainsi pouvoir être travaillés des énoncés comme « J'ai 12 pommes et 4 poires. Combien ai-je de fois plus de pommes que de poires ? ». La solution est dans ce cas accessible lorsque l'élève parvient à se représenter la situation comme la recherche du « nombre de pommes par poire ». Il ne s'agit ici pas d'une simple reformulation mais d'un processus d'évolution de la représentation dans la mesure où cela manifeste la réussite à identifier une structure multiplicative qui ne repose pas sur une relation fonctionnelle telle qu'une relation de contenance. L'introduction d'activités axées sur le recodage sémantique en classe, en particulier par comparaison entre différents énoncés, peut s'avérer bénéfique, comme en témoignent les recherches menées par Gvozdic & Sander (2020), Gamo, Sander & Richard (2010) et Gamo, Nogry & Sander (2014).

3 Les effets bénéfiques d'une séquence d'apprentissage en résolution de problèmes à énoncés verbaux « AIR2 » chez les élèves

Nous avons mené une première étude expérimentale (Rivier & Sander, 2022) dont l'objectif était de développer et de mettre en œuvre en classe une progression pédagogique intégrant une quantité contrôlée d'énoncés de problèmes présentant des discordances sur le plan des analogies intuitives de substitution, de scénario et de simulation, et d'évaluer son impact sur les réussites des élèves. Pour cela, nous avons élaboré un prototype initial de séquence d'apprentissage composé de 10 séances destinées à des élèves de CM1 en France. Cette séquence a été mise en œuvre sur 5 semaines par les enseignants après avoir suivi une formation dispensée par les chercheurs. Tous les énoncés proposés présentaient des difficultés contrôlées, en fonction de leur caractère discordant/concordant avec les conceptions intuitives des élèves. Les notions mathématiques abordées étaient l'addition, la soustraction et la multiplication. Chaque séance comprenait des phases de recodage sémantique et de modélisation des situations. Par modélisation, nous entendons ici une représentation schématisée de l'énoncé, rendant visible les relations pertinentes sur le plan mathématique qu'entretiennent entre elles les variables. Les résultats ont montré que le prototype de séquence AIR2, tel qu'il a été mis en œuvre, avait des effets positifs sur la capacité des élèves à résoudre des problèmes arithmétiques. Cependant, cette première étude présentait deux limites principales. La première était l'absence d'un groupe témoin de CM1, ce qui aurait permis une meilleure comparabilité de l'évolution des apprentissages sur 5 semaines de scolarité. La deuxième limite résidait dans le fait que les énoncés de division n'étaient pas abordés, alors que dans le champ additif, les opérations réciproques d'addition et de soustraction avaient fait l'objet d'un apprentissage.

Pour tenir compte de ces limites, une deuxième étude a été menée (Rivier et Sander, en préparation) visant à évaluer les effets d'une séquence d'apprentissage « AIR2 » révisée sur les réussites des élèves de CM1 et CM2. Cette séquence, mise en œuvre par les enseignants, comprend 15 séances pédagogiques et intègre des énoncés liés aux quatre opérations arithmétiques. Pour évaluer les effets de cette séquence, les performances de 135 élèves du groupe AIR2 avant (pré-test) et après (post-test) l'apprentissage ont été mesurées, ainsi que les performances de 169 élèves du groupe témoin lors du post-test. Plusieurs contraintes institutionnelles n’ont pas permis la passation du pré-test avec les classes témoins. Cependant, l’équivalence entre les groupes a été évaluée par la réalisation d’épreuves de lecture et de raisonnement qui n’ont pas fait apparaitre d’écart de niveau entre les classes expérimentales et témoins. Les groupes ont ainsi pu être considérés comme comparables. Les résultats montrent d’une part une progression des élèves du groupe AIR2 entre le pré-test et le post-test pour les deux niveaux scolaires et d’autre part, que les performances sont meilleures que celles des groupes témoins pour la plupart des problèmes. Enfin, les élèves de CM1 du groupe AIR2 atteignent voire dépassent les performances des élèves témoins de CM2.

La recherche AIR2 fait le choix d’une approche fondée sur les preuves (*evidence-based*), cependant, il est désormais reconnu (Gentaz, 2022) que celle-ci ne se limite pas aux résultats issus d’études randomisées en double aveugle, peut intégrer des études de cohortes et prendre en compte les données disponibles. Nous conduisons actuellement de nouvelles études dans les classes avec un design expérimental impliquant pré et post-test pour les groupes expérimentaux et témoins afin de corriger les limites identifiées et de contrôler au mieux les facteurs susceptibles d’influencer les performances mesurées. Néanmoins, nos premiers résultats étant prometteurs pour contribuer à l'enseignement des concepts mathématiques à l'école primaire, ils nous engagent à présenter en détail les caractéristiques du dispositif de formation AIR2 implémenté.

II - LE DISPOSITIF DE FORMATION AIR2

1 Organisation du dispositif

Les enseignant-es, constitué-es en équipes de Constellations Maths, ont bénéficié de quatre demi-journées de formation, soit 12 heures. Deux sessions ont été planifiées avant la mise en œuvre de la séquence d’apprentissage AIR2. La première avait pour objectif le développement de connaissances théoriques et pratiques sur les conceptions intuitives, le cadre A-S3 et le recodage sémantique. La deuxième visait l’appropriation des principes pédagogiques et didactiques des séances AIR2. Les deux sessions suivantes, organisées alors que la séquence d’apprentissage était mise en œuvre dans les classes, ont été consacrées à l’accompagnement et au travail collaboratif avec des activités d’analyse de pratique, des retours sur expérimentation, une mise en commun des obstacles rencontrés assortie d’un travail à leur résolution.

2 La séquence d’apprentissage AIR2

La séquence AIR2 comprend 15 séances de 45 minutes à 1 heure, du CP au CM2, conduites à raison d’une séance d’apprentissage hebdomadaire. La progression pédagogique est élaborée en référence aux compétences visées par les instructions officielles. Elle se compose de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux relevant du champ additif (addition et soustraction) pour tous les niveaux de classe et du champ multiplicatif (multiplication et division) à partir du CE1. Il s’agit exclusivement d’énoncés dont la solution requiert un calcul unique. La progression est organisée afin que soient étudiés les différents types d’énoncés selon l’opération impliquée et un cadre de concordance-discordance. De cette manière, chaque séance permet de travailler spécifiquement un type d'énoncé nouveau et comprend une phase d'entrainement sur les types d'énoncés déjà étudiés dans la séquence. Du CP au CM2, les élèves résolvent 8 à 12 énoncés par séance, soit de 120 à 180 énoncés pour l'ensemble de la progression.

Pour tous les niveaux, la première séance d'apprentissage a pour objectif l'appropriation des outils de modélisation des énoncés de structure additive : le schéma-ligne et la boite à nombres. L'introduction de l'outil de modélisation des énoncés de structure multiplicative (le nombre rectangle) a lieu à la 11ème séance au CE1, à la 7ème séance au CE2 et à la 4ème séance aux CM1 et CM2. Ces trois outils sont des éléments centraux dans l'approche AIR2 car ils donnent accès à des représentations visuelles des relations mathématiques présentes dans les énoncés à une étape et visent à soutenir leur compréhension. Les sections suivantes précisent les caractéristiques de ces outils de modélisation dont l'emploi est systématiquement demandé aux élèves pour chaque énoncé travaillé. Ils indiquent également la manière dont ils ont été abordés lors des sessions de formation des enseignant-es.

3 Trois outils de modélisation

3.1 Le schéma-ligne et la boite à nombres

La maitrise de la notion de nombre implique la maitrise de ses dimensions cardinales et ordinales. Pour les problèmes du champ additif, l'utilisation systématique du schéma-ligne et de la boite à nombres permet d'une part de travailler conjointement ces deux dimensions et d'autre part de faciliter l'accès à la relation arithmétique que les variables de l'énoncé entretiennent. Ainsi, l'enjeu pour les élèves sera d'identifier dans les énoncés de ce champ les entités de l'énoncé qui représentent les « parties » et celle qui représente le « tout » et de déterminer l'élément dont la valeur est à établir.

Le schéma-ligne

Les propriétés ordinales des nombres indiquent la possibilité d'une position numérique dans une séquence ordonnée. Le schéma-ligne (Fischer, Sander, Sensevy, Vilette et Richard, 2018 : Vilette et al., 2017) est un mode de représentation qui rend saillante l'ordinalité, chaque valeur étant symbolisée comme une grandeur par un arc. Afin de faciliter la compréhension des éléments composant le schéma-ligne, cet outil est introduit avec une situation impliquant des wagons, ce qui permet d'élaborer une représentation mentale linéaire et orientée du scénario, proche de la représentation symbolique du schéma. La figure 4 présente les deux diapositives utilisées auprès des enseignant-es pour mettre en évidence la correspondance des wagons avec les repères sur le schéma. Avec les élèves, les enseignant-es sont invités à compléter cette représentation par une manipulation de cubes emboitables de deux couleurs.

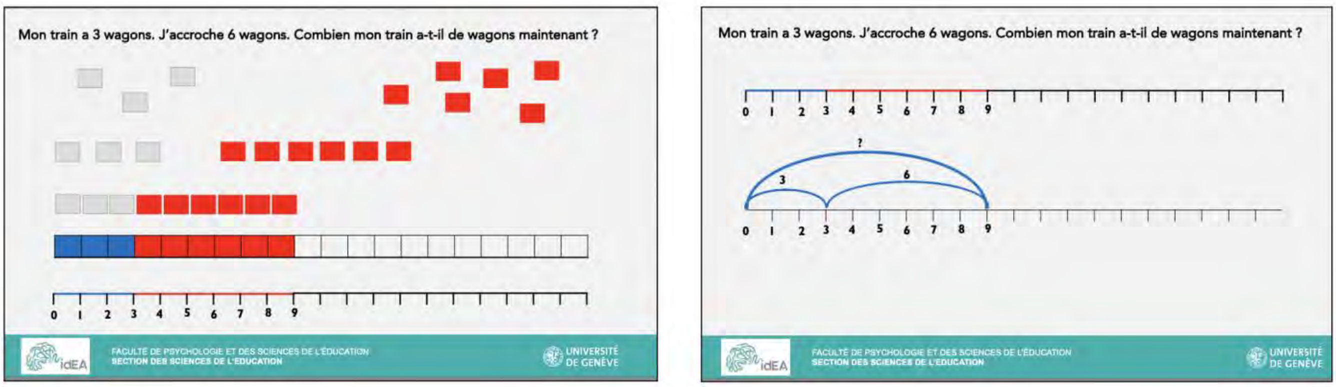


Figure 4. Diapositives utilisées en formation pour introduire l'outil de modélisation schéma-ligne

La boite à nombres

Les propriétés cardinales des nombres se réfèrent au concept de quantité et désignent un nombre total d'entités (Fuson, 1988). La boite à nombres (Fischer et al., 2018 : Vilette et al., 2017) est une manière de les inscrire dans un schéma de type parties-tout. On y lit de manière directe les relations de somme et de différence entre nombre, ce qui favorise le travail de composition-décomposition, la conception du nombre comme un composé de plusieurs autres nombres plus petits (Figure 5) et la compréhension de la propriété de commutativité de l'addition.

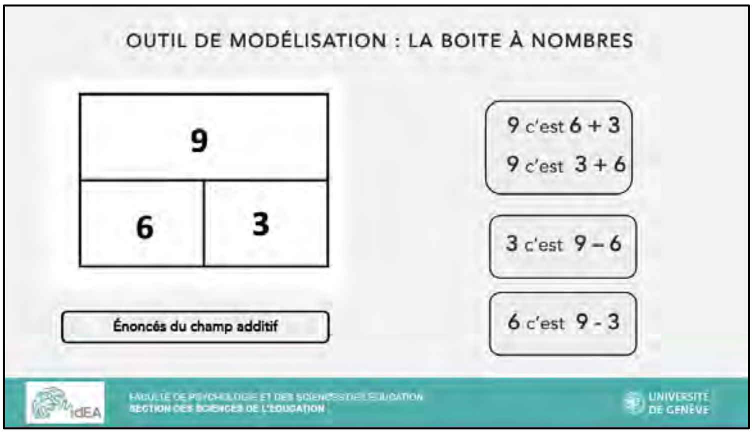


Figure 5. Diapositive utilisée en formation pour décrire l'outil de modélisation boite à nombres

Dans cette représentation, la boite est composée de trois éléments : une grande case qui représente le tout et surmonte deux cases plus petites et de tailles identiques qui représentent les parties. Il est à noter que le tout peut être composé de trois parties dans le cas d'un énoncé impliquant trois entités différentes (p.ex. des cubes bleus, rouges et verts). À la différence du schéma en barres utilisé dans la méthode de Singapour, les parties composant le tout sont de tailles fixes, non proportionnelles à la quantité qu'elles représentent, de manière à mettre l'emphase sur la relation partie-tout incarnée par les appartenances aux différentes boîtes, à favoriser la compréhension de la commutativité et à travailler explicitement avec les élèves les équivalences des écritures 6+3 et 3+6. Dans le dispositif AIR2, la boite à nombres est utilisée uniquement pour représenter les situations du champ additif.

3.2 Le nombre rectangle

Le nombre rectangle, outil de modélisation des situations relevant du champ multiplicatif, vise à soutenir la multiplication conçue non plus seulement comme une addition itérée mais également comme un produit, s'appuyant sur la représentation d'une aire. Une telle représentation rend visibles les propriétés de commutativité, d'associativité et de distributivité. L'enjeu pour les élèves sera d'identifier dans les énoncés de ce champ les entités de l'énoncé qui représentent les « facteurs », c'est-à-dire la largeur et la longueur du rectangle et celle qui représente le « produit », c'est-à-dire l'aire. En formation, une large diversité d'énoncés sont proposés à l'analyse, de manière à montrer que tout problème à une étape du champ multiplicatif, concordant comme discordant avec les conceptions intuitives, peut être représenté sous la forme d'un nombre rectangle. La figure 6 présente une diapositive utilisée en formation avec le nombre rectangle pour le triplet 7-3-21 et la recherche de la valeur d'un des deux facteurs.

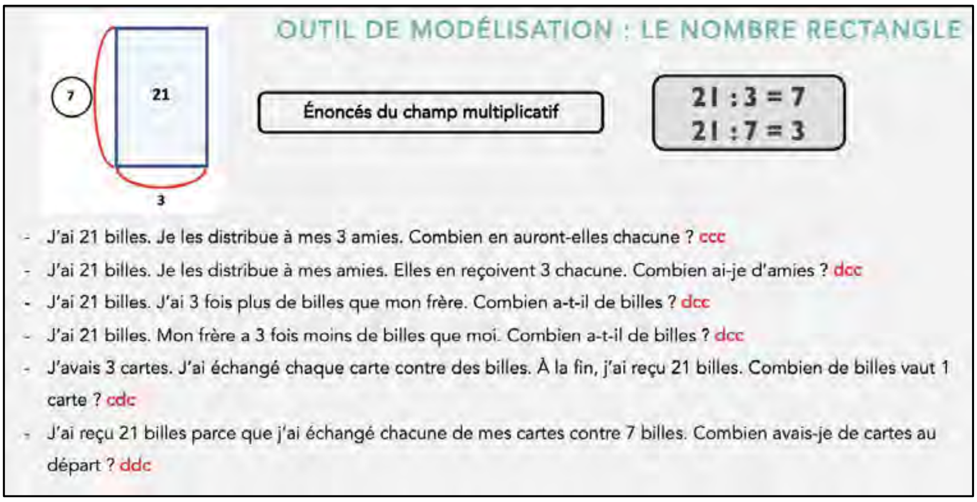


Figure 6. Diapositive utilisée en formation pour décrire l'outil de modélisation nombre rectangle

4 Les séances d'apprentissage AIR2

Parmi les 15 séances d'apprentissage, 13 d'entre elles partagent un déroulement commun structuré en quatre phases. Cette récurrence est travaillée et analysée avec les enseignant-es en amont de la mise en œuvre en classe lors de la deuxième session de formation. Un document de conduite (fiche de préparation pédagogique) de chaque séance est mis à la disposition des enseignant-es. Il présente en premier lieu les objectifs spécifiques d'apprentissage de la séance et les énoncés travaillés dans la séance. À titre d'illustration, la figure 7 présente les énoncés travaillés lors de la quatrième séance au CE1. Deux autres documents l'accompagnent : le document élève (8 à 12 énoncés selon le niveau de classe) et un fichier pour permettre la vidéoprojection.

Ordre	Énoncés CE1 de la séance 4	Opération	Type AS3
1	Mattéo a 20 cubes. Julie a 3 cubes de moins que Mattéo. Combien Julie a-t-elle de cubes ?	Soustr.	dcc
2	Élise a ramassé 25 fraises. Tom a ramassé 4 fraises de moins qu'Élise. Combien Tom a-t-il ramassé de fraises ?	Soustr.	dcc
3	Sur le lac, il y a 4 bateaux blancs et 19 bateaux bleus. Combien y a-t-il de bateaux sur le lac ?	Add.	ccd
4	Cléo a marqué 28 points au basket. Simon a marqué 25 points de moins que Cléo. Combien Simon a-t-il marqué de points ?	Soustr.	dcd
5	Emma a rangé 3 livres. Jules a rangé 18 livres de plus qu'Emma. Combien de livres Jules a-t-il rangés ?	Add.	dcd
6	Rémi avait 29 cerises dans son panier. Il a mangé 8 cerises. Combien de cerises lui reste-t-il ?	Soustr.	ccd
7	Amine a 35 ans. Julie a 4 ans de moins qu'Amine. Quel âge a Julie ?	Soustr.	dcc
8	Pauline habite dans un immeuble de 12 étages. L'immeuble de Julien a 3 étages de plus que l'immeuble de Pauline. Combien d'étages a l'immeuble de Julien ?	Add.	dcc

Figure 7. Extrait de la fiche de préparation pédagogique de la séance 4 au CE1 - Énoncés

4.1 Phase de tissage

La première phase, collective, est une phase de tissage au cours de laquelle l'enseignant-e présente deux stratégies de résolution d'un même énoncé, soit parce qu'elles présentent des différences jugées fructueuses pour l'apprentissage (p.ex. une addition lacunaire et une soustraction) soit parce qu'elles présentent des erreurs intéressantes à soumettre au groupe. Cette première phase a aussi pour objectif de réactiver pour les élèves les étapes attendues dans les résolutions et de préparer les élèves au travail cognitif qui va suivre. La figure 8 présente la proposition faite pour cette phase pour la 4ème séance au CE1.

Phase 1 – Proposition d'entrée de séance et de tissage
Le choix de la formulation est laissé à votre appréciation : *« Nous reprenons maintenant notre travail en résolution de problèmes. Vous allez résoudre d'autres énoncés. Maintenant, vous avez bien compris qu'il y a toutes les étapes à compléter.* ***Mais attention, pour pouvoir tracer les ponts sur le schéma-ligne et compléter les cases de la boite à nombres, il faut avoir compris l'histoire de l'énoncé****.* ***Pour réussir, il faut que vous trouviez si ce que l'on cherche c'est le tout ou si c'est une partie.*** *»* **Deux propositions pour cette phase de tissage :** o Procéder à une résolution collective d'un énoncé d'une des séances précédentes que vous avez identifié comme difficile pour les élèves (par exemple suite à la correction des livrets), o Afficher la résolution erronée d'un élève à un problème de la séance précédente et travailler collectivement à identifier l'erreur, sa nature, son origine. On s'attend à ce que les élèves mobilisent les termes : **schéma-ligne, ponts, boite à nombres, cases, tout, partie, écart, différence.** *« Vous vous rappelez que vous devez compléter toutes les étapes.* *Écrire le résultat ne suffit pas. Vous devez compléter le schéma-ligne, la boite à nombres, la ligne de calcul et chaque fois entourer le résultat. Pour finir, vous complétez la phrase réponse*. » Distribuer le livret élève ou uniquement la page avec l'énoncé 1, selon l'organisation matérielle que vous souhaitez mettre en place.

Figure 8. Extrait de la fiche de préparation pédagogique de la séance 4 au CE1 – Phase de tissage

4.2 Phase de résolution individuelle sur l'énoncé de type nouveau

La deuxième phase est une phase de résolution du premier énoncé du document élève. Il s'agit d'un énoncé présentant une discordance encore non étudiée pour la notion arithmétique considérée. Cette courte phase doit permettre à l'enseignant-e de repérer les stratégies mises en œuvre (modélisations et calculs) et les différents types d'erreurs de manière à anticiper les éléments de régulation à prévoir pour la phase suivante. De ses observations, il-elle sélectionne deux productions d'élèves.

4.3 Phase de confrontation des stratégies et recodage sémantique

Cette phase s'organise en appui sur les deux stratégies choisies qui sont reproduites au tableau et soumises à la discussion du groupe. L'objectif de cette phase est la compréhension de l'énoncé et l'évolution de la représentation mentale de la situation chez les élèves pour lesquelles cette représentation n'est pas conforme à la situation de l'énoncé. Cette évolution, ou recodage sémantique, est rendue possible par un questionnement orienté et des reformulations en appui sur le ou les schémas complétés. Afin de soutenir le travail de l'enseignant-e lors de cette phase, la fiche de préparation pédagogique présente une série de propositions sur lesquelles il-elle peut prendre appui (fig. 9).

Ce qui est attendu ou à faire verbaliser dans les termes de votre choix :
o Ce que l'on ne connaît pas, ce que l'on cherche, c'est combien Julie a de cubes, o *Qui a le moins de cubes ? Combien Julie a-t-elle de moins de cubes que Mattéo ?* ***Julie a 3 cubes de moins que Mattéo,*** o *Qui a le plus de cubes ? Combien Mattéo a-t-il de plus de cubes que Julie ?* ***Mattéo a 3 cubes de plus que Julie,*** o Dire que Julie a 3 cubes de moins que Mattéo, c'est comme dire que Mattéo a 3 cubes de plus que Julie, o Construction du sens « plus de / moins de », o *Mattéo a le même nombre de cubes que Julie et encore 3 cubes de plus,* o 3 cubes, c'est **la différence** entre le nombre de cubes de Mattéo et le nombre de cubes de Julie, o 3 cubes, c'est **l'écart** entre le nombre de cubes de Mattéo et le nombre de cubes de Julie,

- o Si on enlève 3 cubes à Mattéo, il aura le même nombre de cubes que Julie / si on ajoute 3 cubes à Julie, elle aura le même nombre de cubes que Mattéo,
- o *Donc pour savoir combien Julie a de cubes, on fait une soustraction, on fait 20 moins 3,*
- o *Le tout (grand pont, grande case), c'est 20 cubes, ce sont tous les cubes de Mattéo*
- o *Une partie de ce tout (petit pont, petite case), c'est 3 cubes ; ce sont les cubes que Mattéo a en plus par rapport à Julie,*
- o *Ce que l'on cherche, c'est l'autre partie du tout, c'est une partie des cubes de Mattéo mais c'est aussi le nombre de cubes de Julie,*
- o Entourer 17 dans les schémas ou tracer un rond au-dessus du pont dont la valeur est recherchée et dans la case « partie » vide puis compléter par la valeur 17,
- o Écrire le calcul (entourer 17) et rédiger la phrase réponse.

Figure 9. Extrait de la fiche de préparation pédagogique de la séance 4 au CE1 – Phase de mise en commun

4.4 Phase de résolution des énoncés de types étudiés

À la suite du travail de résolution approfondi de l'énoncé présentant une discordance nouvelle pour les élèves, ceux-ci entrent dans une phase de résolution des problèmes figurant ensuite dans leur document. L'énoncé qui débute cette série est créé pour être de même nature que que celui qui a fait l'objet d'un travail approfondi, ce qui favorise la mobilisation des stratégies qui viennent d'être travaillées en collectif. Les énoncés qui suivent celui-ci sont en revanche de types différents, avec une alternance des natures de discordances et des calculs à mobiliser. Les élèves sont ainsi conduit-es à devoir, par un travail de compréhension et de recodage, à apprendre à identifier la structure abstraite de chacun des problèmes traités.

L'organisation pédagogique de cette phase est laissée au choix de l'enseignant-e. C'est une modalité de résolution individuelle qui est proposée par défaut dans la fiche de préparation fournie, sachant qu'une large place est laissée à la mise en œuvre des pratiques d'enseignement habituelles de chacun et chacune. Ainsi, il est notamment possible d'organiser des travaux de groupes favorisant les interactions entre pair-es et/ou d'intégrer des modalités de différenciation.

Concernant les modalités de correction et de feedback, plusieurs propositions ont été faites aux enseignant-es, parmi lesquelles l'organisation de confrontations des résultats entre élèves, la correction collective ou en petits groupes d'une sélection choisie d'énoncés ou étayages individuels, le tutorat, la correction différée. Pour cette phase, l'objectif était à nouveau de réserver une place significative à l'expertise des enseignant-es et à leurs pratiques habituelles de correction.

III - CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Le dispositif AIR2 tel qu'il a été présenté a pour objectif principal l'apprentissage et la maitrise des concepts arithmétiques d'addition, de soustraction, de multiplication et de division chez les élèves d'école primaire, progrès soutenus par la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux et selon une progression d'apprentissage qui propose de considérer les analogies intuitives du cadre A-S3 comme des variables didactiques. Un autre parti pris fondamental d'AIR2 est de réserver une place prépondérante à la formation des enseignant-es du primaire en déployant un dispositif conforme au cadre institutionnel de la formation continue. Les résultats de nos recherches montrent des effets positifs sur les apprentissages pour les élèves de CM1 et CM2. Il sera désormais important de confirmer ces résultats encourageants et de les étendre aux autres niveaux de classe. Il parait également important d'étudier l'impact de la formation sur les pratiques d'enseignement et de documenter l'implémentation de la séquence AIR2.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Bassok, M., Chase, V. et Martin, S. (1998). Adding apples and oranges: Alignment of semantic and formal knowledge. *Cognitive Psychology*, n°35, p. 99-134.

Brissiaud, R. et Sander, E. (2010). Arithmetic word problem solving: A situation strategy first framework. *Developmental Science*, n°13, p. 92-101.

Fischer, J.-P., Sander, E., Sensevy, G., Vilette, B. et Richard, J-F. (2018). Can young students understand the mathematical concept of equality? A whole-year arithmetic teaching experiment in second grade. *European Journal a of Psychology of Education*, n°34, 439-456.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.

Gamo, S., Nogry, S., et Sander, E. (2014). Apprendre à résoudre des problèmes en favorisant la construction d'une représentation alternative chez des élèves scolarisés en éducation prioritaire. *Psychologie française*, n°59, 215-229.

Gentaz, E. (2022). *Les neurosciences à l'école : leur véritable apport.* Paris : Odile Jacob. p.35-42

Gvozdic, K. et Sander, E. (2020). Learning to be an opportunistic word problem solver: going beyond informal solving strategies. *ZDM Mathematics Education*, n°52, p. 111-123.

Rivier, C. et Sander, E. (2022). Effets d'une séquence d'apprentissage innovante en résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux « AIR2 » chez les élèves de CM1 en France. *A.N.A.E*, n°180, p. 629-638.

Sander, E. (2007). Manipuler l'habillage d'un problème pour évaluer les apprentissages, *Bulletin de psychologie*, n°60, p. 119-124.

Sander, E. (2018). Une perspective interprétative sur la résolution de problèmes arithmétiques : le cadre A-S3. *In Pré-Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM (2-3 février 2018).*

Schliemann, A.D, Araujo, C., Cassunde, M.A., Macedo, S. et Niceas, L. (1998). Use of multiplicative commutativity by school children and street sellers. *Journal of Research in Mathematics Education*, n°29, p. 422-435.

Tirosh, D. et Graeber, A. (1991). The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teacher's thinking about division. *School Science of Mathematics*, n°91, p. 157-163.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and substraction problems. In T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (dir.). *Addition and substraction: A cognitive perspective*. Hillsdale : Erlbaum. p. 39-59.

Vilette, B., Fischer, J.-P., Sander, E., Sensevy, G., Quilio, S. et Richard, J.-F. (2017). Peut-on améliorer l'enseignement et l'apprentissage de l'arithmétique au CP ? Le dispositif ACE. *Revue française de pédagogie*, n°201, p. 105-120.

LA CIBLE ET LE ROBOT, UN SCÉNARIO POUR LA FORMATION GRANDEURS ET MESURE DANS UN ENVIRONNEMENT NUMÉRIQUE

Anne BILGOT
COPIRELEM, INSPE de Paris
anne.bilgot@inspe-paris.fr

Christophe BILLY
COPIRELEM, INSPE de Toulouse
christophe.billy@univ-tlse2.fr

Richard CABASSUT
COPIRELEM, IREM de Strasbourg, LISEC EA2310
richard.cabassut@gmail.com

Gwenaëlle VAY
COPIRELEM, INSPE de Nantes
gwenaelle.vay@univ-nantes.fr

Hélène ZUCCHETTA
COPIRELEM, IREM de Lyon
helene.zucchetta@gmail.com

Résumé
Ce texte rend compte d'un atelier animé par des membres de la COPIRELEM lors du colloque de la COPIRELEM à Marseille en 2023. Cet atelier fut l'occasion de présenter un scénario de formation portant sur l'enseignement des grandeurs à l'école, conçu pour donner l'occasion aux formés d'expérimenter et de mettre en mots différentes connaissances et procédures qu'ils doivent enseigner. Ce scénario, fondé sur un problème de communication d'un parcours à un robot, s'inscrit dans un projet plus large de la COPIRELEM visant à questionner l'usage des outils numériques pour l'apprentissage d'une notion mathématique. La situation proposée dans le scénario est similaire à une situation qui peut être proposée à des élèves de l'école élémentaire. L'objectif de l'atelier était, d'une part, de déterminer dans quelle mesure l'utilisation d'un robot peut enrichir une situation d'apprentissage sur les grandeurs et mesures et, d'autre part, de questionner la pertinence de construire un scénario de formation par homologie (Houdement et Kuzniak, 1996) fondé sur cette situation, en nous référant au cadre d'analyse des situations de formation de la COPIRELEM (Guille-Biel Winder et al., 2019).

Ce texte rend compte d'un atelier animé par plusieurs membres de la COPIRELEM. Le travail présenté s'inscrit dans la continuité d'une réflexion conduite par la COPIRELEM sur les apports potentiels de l'utilisation d'outils numériques dans des situations de formation pour l'enseignement de notions mathématiques (Billy, Cabassut, Petitfour, Simard et Tempier, 2018 ; Bilgot, Cabassut, Courcelle et Grietens, 2020). Ce compte-rendu est structuré en cinq parties, qui reprennent les phases successives de l'atelier : une présentation succincte du contexte dans lequel nos travaux s'inscrivent ; un compte-rendu de la mise en situation des participants de l'atelier ; des propositions pour l'exploitation de cette situation en formation (propositions des participants, puis retours de formation des animateurs de l'atelier) ; une présentation de deux expérimentations dans des classes de l'école élémentaire ; en conclusion, une analyse succincte du scénario de formation en référence au cadre d'analyse des situations de la COPIRELEM (Guille-Biel Winder et al., 2019), visant à questionner la pertinence du choix d'un scénario par homologie (Houdement et Kuzniak, 1996).

I - CONTEXTE ET OBJECTIFS DE NOTRE TRAVAIL

1 L'apparition de l'algorithmique dans les programmes de 2015 et dans les sujets du CRPE

Les programmes de 2015 (MENSR, 2015) ont introduit l'algorithmique et la programmation aux cycles 2 et 3 à travers des activités de repérage dans l'espace au cycle 2 et de repérage dans l'espace et géométrie au cycle 3. Les activités de programmation apparaissent comme un support à la construction d'apprentissages dans ces domaines (espace et géométrie). Plus précisément, on peut lire qu'il est attendu des élèves qu'ils apprennent, au cycle 2 puis au cycle 3, à « programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran », en prenant appui sur des « repères spatiaux » et des « relations entre l'espace dans lequel on se déplace et ses représentations ». Pour le cycle 3, il est précisé que les « activités spatiales et géométriques constituent des moments privilégiés pour une première initiation à la programmation notamment à travers la programmation de déplacements ou de constructions de figures ».

Par ailleurs depuis la session 2016, l'épreuve écrite du Concours externe de Recrutement des Professeurs des Écoles comporte quasiment systématiquement un exercice en lien avec l'algorithmique.

2 « La croix » : un scénario de formation en géométrie

Dès 2015, la COPIRELEM a développé un scénario de formation pour l'enseignement de la géométrie, intitulé « La croix » (Billy, Cabassut, Petitfour, Simard et Tempier, 2018 ; Bilgot, Cabassut, Courcelle et Grietens, 2020). Ce scénario repose sur un problème de reproduction d'une figure dans différents environnements (papier-crayon, papier-ciseaux, logiciel de géométrie dynamique et logiciel de programmation des déplacements d'un robot virtuel) et vise en particulier à mettre en évidence que le recours aux outils numériques conduit à des changements de regard sur les figures (de la surface au point en passant par la ligne).

3 « La cible » : une nouvelle situation de formation en lien avec les grandeurs

Dans la continuité de cette réflexion, nous travaillons depuis 2018 sur l'élaboration d'un scénario de formation mobilisant l'utilisation d'un robot pour enrichir une situation d'apprentissage sur les grandeurs. Cette réflexion a été initiée par Bruno Courcelle, formateur à l'INSPE du Puy-en-Velay et alors membre de la COPIRELEM, qui mettait en œuvre un tel scénario en formation continue. Son point de départ est la programmation d'un robot pour qu'il atteigne une zone cible.

Nous avons ainsi cherché à développer un scénario de formation portant sur l'enseignement des grandeurs à l'école intégrant également des objectifs de formation relevant de deux autres domaines : l'algorithmique et la programmation de robots. Pour ces trois domaines, la situation proposée est en premier lieu conçue pour donner aux formés l'occasion d'expérimenter et de mettre en mots différentes connaissances et procédures qu'ils doivent enseigner. Elle doit également permettre aux formateurs d'expliciter des connaissances mathématiques et didactiques afférentes.

Par ailleurs, à travers l'analyse de cette situation, nous cherchons à cerner en quoi l'utilisation d'un robot pourrait enrichir, en classe, une situation d'apprentissage sur les grandeurs ; plus précisément, nous souhaitons étudier dans quelle mesure le robot, par ses actions et la validation de la réalisation de la tâche qu'il permet, peut contribuer à l'acquisition de notions liées aux grandeurs et mesures, en particulier celle d'unité de longueur (cette notion est ordinairement associée à la longueur d'étalons comme des allumettes, des bandes de papiers, … que l'on peut juxtaposer puis reporter, et nous nous demandons si l'incarner par un pas du robot pourrait contribuer à sa conceptualisation).

II - MISE EN SITUATION DES PARTICIPANTS

1 Modalités de travail et consignes pour le travail de groupe

1.1 Présentation aux participants du problème à résoudre

L'atelier a commencé par une mise en situation des participants de l'atelier, similaire à celle que nous mettons en œuvre en formation. La première consigne que nous avons donnée est la suivante :

> *Vous disposez d'un robot. Ce robot est pour le moment dans une zone d'expérimentation. Vous devrez le programmer dans cette zone, pour qu'ensuite il puisse effectuer un parcours extérieur à cette zone, en allant seul de la ligne de départ à la cible, sans nouvelle programmation.*

En complément, nous avons projeté, à titre d'illustration, un exemple de plan de parcours possible (figure 1) en précisant que le parcours effectif serait découvert ultérieurement.

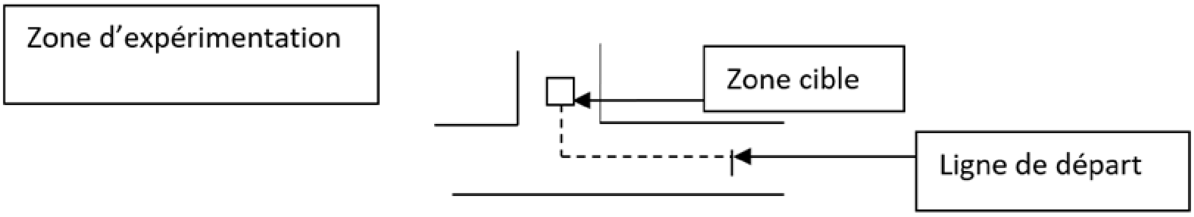


Figure 1. Plan de l'exemple générique de parcours projeté lors de la présentation de la situation

1.2 Le matériel mis à disposition

Nous avons distribué un robot (type Bee-Bot) et du matériel à chacun des groupes, en précisant aux participants qu'ils pourraient ensuite utiliser le matériel de leur choix : une pelote de ficelle, une bande de papier (rouleau d'une caisse enregistreuse), un tasseau de bois, une paire de ciseaux, une feuille A3 et une feuille A4 (figure 2).

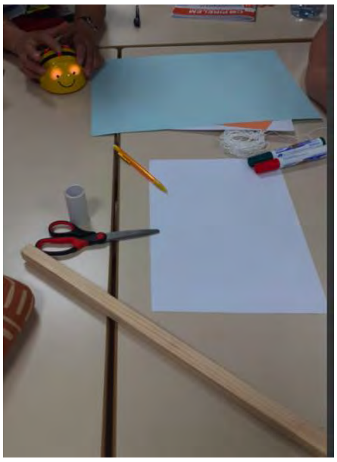


Figure 2. Le matériel mis à la disposition de chacun des groupes

1.3 Consignes pour les différentes étapes de la résolution du problème

Nous avons ensuite précisé le déroulement de la mise en situation, découpé en quatre phases, avec pour chacune des phases les consignes récapitulées ci-dessous.

1. Dans les zones d'expérimentation propres à chaque groupe :
   - découvrir si nécessaire le fonctionnement du robot ;
   - élaborer une stratégie pour résoudre le problème, en identifiant les informations à aller prélever sur la zone du parcours avant la programmation et une manière pour les prélever ;
   - décrire cette stratégie sur la feuille A4 ;
   - s'il reste du temps : envisager d'autres stratégies pour résoudre le problème.

2. Sur le parcours que le robot devra effectuer ensuite (sans emporter le robot) :
   - chaque groupe prélève les informations nécessaires à la programmation du robot ;
   - pendant qu'un groupe fait ses prélèvements, les autres groupes observent ;
   - si un groupe reconnait la procédure qu'il souhaitait mettre en œuvre, il peut récupérer les informations pendant le prélèvement du groupe en action.
3. Retour dans les zones d'expérimentation :
   - écrire sur la feuille blanche le programme à saisir sur le robot ;
   - programmer le robot.
4. Retour sur le parcours (avec le robot) :
   - chaque groupe teste son programme.

2 Production des participants lors de la mise en situation

2.1 Élaboration et rédaction des stratégies envisagées pour résoudre le problème

Dans ce paragraphe, nous présentons succinctement les productions des participants de l'atelier lors de la phase 1 de la mise en situation. Les textes rédigés par les différents groupes pour décrire la stratégie de reproduction envisagée dans la zone d'expérimentation, sans avoir vu le parcours, sont présentés en annexe 1. De manière synthétique nous avons relevé les propositions suivantes :

- Construire à l'aide d'une ficelle d'un gabarit du parcours pour pouvoir le reproduire dans la salle d'expérimentation.
- Construire un étalon du pas du robot sur la bande de papier ou sur la ficelle (figure 3.a.).
- Construire un instrument de longueur égale à un nombre donné de pas de robot sur la bande de papier, le tasseau ou la ficelle (figure 3.b, à gauche).
- Construire une règle graduée en pas de robot sur la bande de papier ou le tasseau (figure 3.b., à droite).

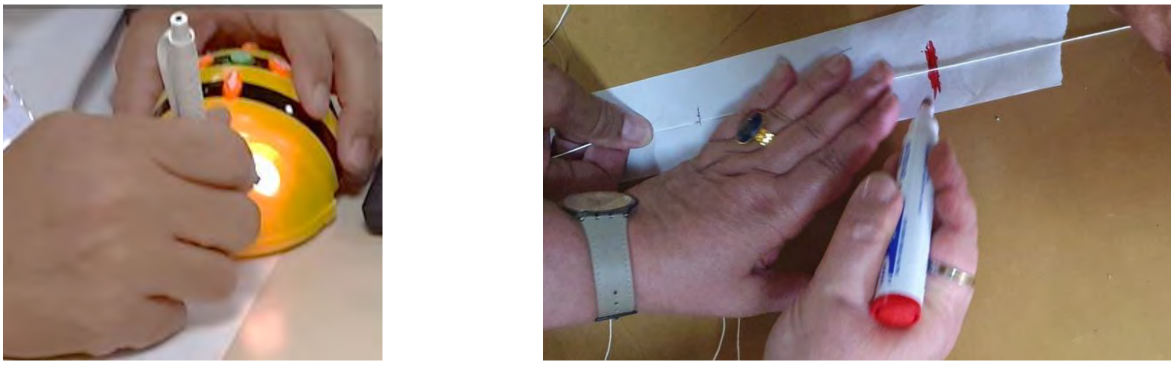


Figure 3.a. Construction d'un étalon du pas du robot

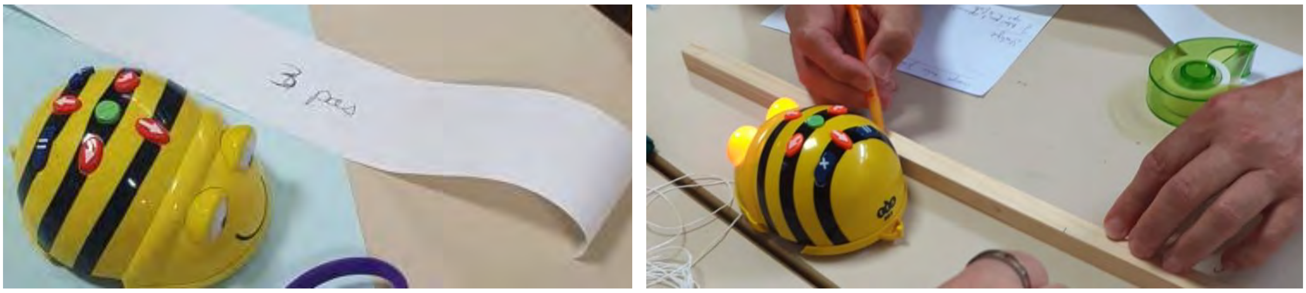


Figure 3.b. Construction d'une bande de papier longue comme 3 pas du robot et construction d'une règle graduée en pas de robot

2.2 Mise en œuvre des stratégies et adaptations éventuelles

Le parcours à réaliser, que les participants ont découvert en sortant de la salle dans laquelle l'atelier se déroulait, consistait à contourner un mur. Il est représenté en figure 4.

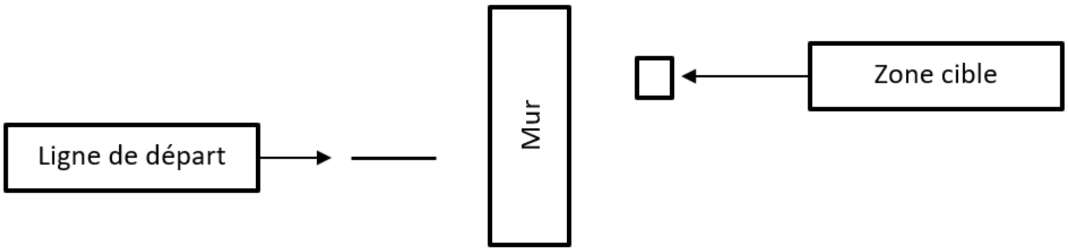


Figure 4. Parcours à faire effectuer par le robot

Le sol était quadrillé de dalles carrées fournissant pour certains groupes les lignes à suivre.

Nous avons fait le choix, lors de l'atelier, de laisser les participants envisager leurs procédures sans avoir vu au préalable le parcours à réaliser. Cela les a souvent conduits à adapter, voire à modifier les stratégies initialement envisagées. En particulier certains groupes ont éprouvé le besoin de matérialiser le parcours à effectuer en utilisant la ficelle tendue ou la bande de papier avant d'en mesurer la longueur (figure 5, à gauche) ; d'autres ont cherché à alléger la charge de reports des étalons en construisant rapidement un instrument comportant des reports multiples de l'étalon rapporté de la zone d'expérimentation (figure 5, à droite).

Figure 5. Adaptations in situ de certaines stratégies : matérialisation du parcours à l'aide d'une ficelle tendue ; construction d'un instrument avec plusieurs reports d'un étalon

Nous avons aussi observé dans un groupe une attention particulière à la localisation sur le parcours des points en lesquels faire pivoter le robot en cherchant à anticiper la position du « centre » du robot (son point de giration), et pas seulement celle de son « nez » (figure 6).

Figure 6. Recherche de localisation des emplacements des points de giration du robot

Finalement, le problème a été résolu par chacun des groupes (le robot a atteint la cible). Un récapitulatif des traces écrites des différents groupes réalisées à l'issue de cette phase est disponible en annexe 2.

2.3 Programmation des robots et écriture des codes

De retour dans la zone d'expérimentation, les participants ont programmé leurs robots à partir des informations collectées dans la zone du parcours. Ces dernières étaient souvent consignées sur un plan (exemples en figure 7).

Figure 7. Exemples de plans produits pour résumer les informations collectées sur le parcours

Les codes produits par les groupes (disponibles dans leur intégralité en annexe 3) sont de natures différentes : certains listent les instructions pas à pas (exemple à gauche en figure 8) ; d'autres regroupent des instructions de même nature en utilisant des structures itératives (au centre en figure 8); enfin un groupe fait « danser le robot » en lui faisant délibérément réaliser sur son chemin des mouvements supplémentaires (à droite en figure 8).

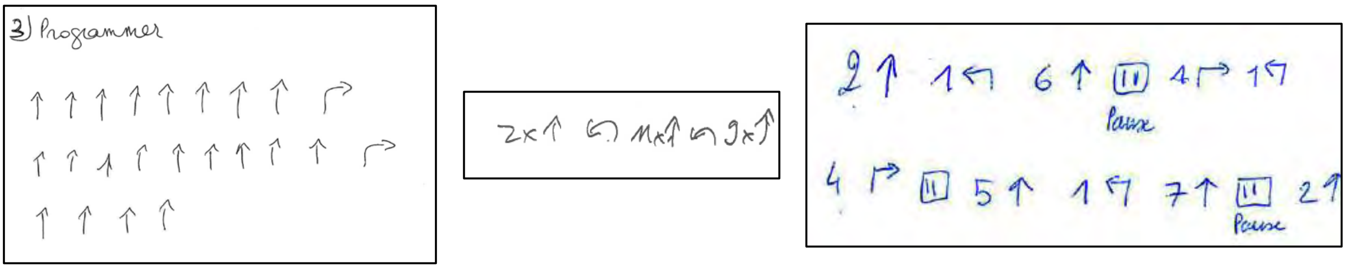


Figure 8. Exemples de codes produits par les participants

III - EXPLOITATION DE LA SITUATION EN FORMATION

1 Les propositions des participants

Après avoir vécu cette situation les participants ont eu à répondre, par groupe, aux questions suivantes :

1. Quelles exploitations vous paraissent possibles en formation ?
2. Proposez des pistes pour structurer une mise en commun (objectifs, exploitation des productions, apports, …)

Pour amorcer la réflexion des participants, nous avons montré à l'aide d'un visualiseur les textes écrits par chacun des groupes au cours de la phase précédente (cf. annexes 1 et 2), sans les commenter. En complément, nous avons fourni les productions de professeurs des écoles stagiaires ayant vécu la même situation (cf. annexe 6).

Le recueil des propositions écrites des différents groupes est consultable en annexe 4. Ces propositions ont été complétées oralement par des échanges entre participants lors de la mise en commun. Nous en proposons une synthèse dans la suite de ce paragraphe.

Les propositions de pistes d'exploitation en formation formulées par les participants portent sur différents domaines.

- Grandeurs et mesures : faire le point sur l'enseignement des grandeurs et des mesures, les différentes étapes (comparaison directe, indirecte, construction d'un étalon, introduction d'une unité de mesure non conventionnelle puis usuelle, construction d'une règle graduée, …) en insistant sur l'importance d'utiliser un étalon non conventionnel et de prendre soin de le reporter jusqu'à construire une règle graduée.

- Connaissance du robot : importance de bien connaître les caractéristiques du robot, de savoir le programmer et de connaître son pas (distance parcourue avec une action « Avancer »). Certains ont également souligné l'importance de la connaissance de la fonction de la touche « X ».
- Matériel mis à disposition (ficelle, tasseau, bande de papier, …) : importance d'anticiper les difficultés éventuelles des élèves à utiliser précisément, à des fins mathématiques, ce matériel.
- Caractère motivant de la situation : des participants ont proposé de souligner l'aspect ludique du robot, permettant de construire une situation-problème motivante et auto-validante.
- Croiser les programmes (contenus et disciplines) : le robot est mis au service des apprentissages comme outil pour introduire un étalon (le pas du robot), mais aussi comme objet technique.
- Structuration de l'espace : la situation permet de travailler sur l'espace représenté et l'espace vécu ainsi que l'utilisation d'un plan et du repérage.

D'autres éléments ont été évoqués au cours des échanges lors de cette mise en commun :

- La mise en mots autour des grandeurs est parfois difficile pour les étudiants et même parfois pour des enseignants en poste, comme le montre l'analyse des productions de stagiaires. Le mot « étalon » est peu connu, le report d'unités peu employé.
- Des erreurs dans la constitution d'une règle graduée peuvent être exploitées (par exemple, dans le cas où l'arrière du robot est positionné au bord de la feuille et pris comme origine, et où l'avant du robot est marqué, ce qui a comme conséquence que le premier écart entre deux graduations n'a pas la même longueur que les écarts suivants, longs comme un pas du robot).
- Le choix des instruments peut conduire à des discussions : dans l'atelier, un seul groupe a fait des marques sur la ficelle sur une grande longueur ; on peut penser que le tasseau et la bande de papier pourraient être privilégiés en classe au détriment de la ficelle, peut-être en raison de la rigidité des deux premiers et de leur ressemblance avec une règle.

Le rôle de l'analyse *a priori* a été rappelé par des participants, en soulignant que la mise en situation peut aider à prévoir les différentes stratégies d'élèves de CP ou de CE1 et les classer suivant leur validité (dans le cas positif, en jugeant de leur efficacité, et sinon, en analysant les types d'erreurs sous-jacents).

Il a aussi été noté qu'en classe, les objectifs ne sont pas les mêmes qu'en formation où tout est condensé dans un temps restreint : il faut transposer les apports théoriques sur les grandeurs en progression de séquence en lien avec les programmes et des objectifs précis par séance, prévoir les activités dans différents espaces (méso-espace pour la situation de la cible, micro-espace pour des activités papier-crayon), formuler des consignes, un déroulement et une mise en commun...

Pour compléter la discussion nous avons posé la question suivante aux participants :

> *Qu'apporte, de votre point de vue, la spécificité du matériel "robot" par rapport aux objectifs que vous avez identifiés ?*

Outre l'aspect ludique du robot permettant d'enrôler et de fixer l'attention de la majorité des élèves, les participants ont souligné le caractère auto-validant de la situation que fournit le robot dans cette situation de type émetteur-récepteur. Il a cependant été relevé que quelques règles de fonctionnement du robot méritent d'être explicitées : fonction de la touche « X » ; vocabulaire à utiliser pour décrire le mouvement de rotation du robot (« pivoter » plutôt que « tourner », pour souligner que le robot n'avance). Enfin, il a été évoqué que le décalage entre le comportement théorique du robot et son déplacement en pratique peut être source de difficultés (déviation dans la trajectoire initiale, prise en compte du point de giration du robot).

Pour conclure cette phase, la mise en commun a été l'occasion pour certains participants à l'atelier d'évoquer des situations qu'ils avaient de leur côté mises en œuvre en formation pour travailler sur l'enseignement des grandeurs et des mesures, comme par exemple :

- Faire mesurer le périmètre d'une « grande figure ».
- Faire mesurer des longueurs avec des unités non conventionnelles.
- Poser le problème de retrouver l'unité de référence après un mesurage, la mesure d'une longueur étant donnée.

2 Nos propositions

Après la mise en commun des propositions d'exploitation en formation faites par les participants, nous avons à notre tour présenté la manière dont nous avions, avant l'atelier, exploité la situation de la cible en formation, en évoquant quelques-uns des scénarios que nous avions mis en œuvre.

2.1 Des objectifs de formation possibles

Les objectifs possibles que nous avons identifiés lors de l'élaboration de la situation de formation sont les suivants.

Grandeurs et mesures

À partir d'un problème de communication d'un parcours à un tiers en vue de sa réalisation :

- Travailler sur les notions d'étalons, d'unités, d'instruments de mesure.
- Travailler sur l'apprentissage des longueurs au cycle 2, en le replaçant dans la progression de l'enseignement des grandeurs mesurables à l'école.

Algorithme et programmation

- Découvrir les fonctionnalités d'un robot et apprendre à en programmer des déplacements.
- Éventuellement, s'initier à un autre langage de programmation pour programmer des déplacements avec un logiciel ; découvrir la structure itérative « répéter ... fois ... ».
- Questionner l'intérêt d'utiliser des robots pour enseigner des mathématiques à l'école.

Espace et géométrie (structuration de l'espace)

- Travailler sur différentes manières de définir et décrire des déplacements (en donnant des instructions à un autre élève, via une représentation sur papier, en programmant un robot), en appui sur les notions de référentiel fixe et de référentiel mobile.

Ces objectifs de formation ont été formulés en cohérence avec des items des programmes actuellement en vigueur au cycle 2 dans les domaines relevant des grandeurs et mesures et de la structuration de l'espace (cf. annexe 5 pour retrouver les extraits de programmes projetés pendant l'atelier). Nous les travaillons dans chacun des scénarios que nous avons élaborés, mais l'importance accordée respectivement à chacun d'entre eux varie selon les scénarios.

2.2 Des mises en œuvre avec des variantes

En restant dans le cadre des objectifs possibles que nous venons de citer, nous avons expérimenté cette situation en en faisant progressivement évoluer le scénario.

Initialement, la situation a été expérimentée en se focalisant sur l'enseignement des grandeurs : les formés devaient résoudre le problème de la cible ainsi qu'un second problème : la situation des amphores, dans laquelle deux groupes de participants doivent comparer des contenances de deux récipients éloignés à partir d'une mallette d'instruments communs, offrant une diversité d'étalons possibles (Henry, Lambrecht et Van Geet, 2012). À l'issue de la résolution de ces deux problèmes, une mise en commun fondée sur des formulations orales des procédures mises en œuvre pour résoudre les deux problèmes était conduite, avant une institutionnalisation portant sur l'enseignement des grandeurs à l'école sous l'angle de la progressivité des procédures de comparaison figurant dans les programmes (cf. annexe 5).

D'autres expérimentations ont ensuite eu lieu, dans lesquelles nous avons, en plus, demander aux formés de mettre par écrit le code programmé sur leur robot. Dans ces cas, la mise en commun et l'institutionnalisation ont davantage porté sur des éléments relatifs à l'algorithmique et à la programmation.

Enfin, lors de nos dernières expérimentations, nous avons ajouté une phase de rédaction de la procédure de résolution envisagée avant sa mise en œuvre, ainsi qu'une phase d'observation des procédures de résolution mises en œuvre par les pairs, avec description de ces procédures. La phase de mise en commun démarre alors par ces textes et les éventuelles difficultés de formulation rencontrées par les formés, avant de conduire à une institutionnalisation portant dans un premier temps sur la progressivité dans l'enseignement des grandeurs, puis dans un second temps sur la représentation de déplacements dans l'espace.

2.3 Retours de formation et éléments possibles pour une institutionnalisation : procédures de résolution du problème

Au fil de nos expérimentations, nous avons constaté des éléments récurrents (que nous avons d'ailleurs observés une nouvelle fois lors de la mise en situation des participants de l'atelier !) : le problème posé ne présente, dans la grande majorité des cas, aucune difficulté de résolution par les formés ; le problème posé permet de faire émerger différentes procédures de résolution ; la diversité des procédures de résolution observées se retrouve d'une expérimentation à une autre.

Nous présentons dans la suite les principales procédures que nous avons régulièrement observées.

Première famille de procédures : reproduction du parcours dans la zone d'expérimentation à l'aide d'un objet intermédiaire sur lequel la longueur de chacune des portions du parcours a été reportée, puis simulation du parcours par le robot dans la zone d'expérimentation (figure 9). Le parcours est alors effectué pas à pas par le robot dans la zone d'expérimentation, et le programme à saisir est déduit de cette expérience.


Figure 9. Parcours intégralement reproduit à l'aide de bandes de mousse ou de morceaux de ficelle

Deuxième famille de procédures : mesurage de la longueur du parcours en choisissant comme unité de longueur le pas du robot. La résolution commence par la création d'un étalon de la longueur d'un pas du robot, à l'aide de l'un des supports mis à disposition (bande de papier, tasseau, ficelle, …). La longueur du parcours est alors mesurée par report de l'étalon (figure 10), et le programme est déduit des mesures de longueurs obtenues sur chacune des portions du parcours.

Figure 10. Mesurage de la longueur du parcours en pas de robot à l'aide d'un étalon du pas du robot

Dans toutes les expérimentations que nous avons conduites, nous avons pu observer pour au moins un groupe de participants la fabrication d'un instrument sur lequel plusieurs étalons sont reportés successivement, voire la fabrication d'une règle graduée ; nous avons alors pu observer, d'une expérimentation à l'autre, des systèmes de numérotation divers : avec ou sans le zéro, avec des nombres écrits entre les graduations ou au niveau des graduations, de gauche à droite ou de droite à gauche (figure 11).

Figure 11. Construction sur une bande en mousse d'un étalon d'un pas du robot, après avoir fait avancer le robot une fois (à gauche) ; règle graduée obtenue par report de cet étalon (à droite, en haut). A droite, en bas, autre exemple de règle obtenue en formation : absence de zéro et numérotation de droite à gauche

<u>Troisième famille de procédures :</u> mesurage du parcours en référence à plusieurs unités de longueur, puis conversion (via des calculs) pour exprimer la longueur obtenue en pas de robot.

Nous avons ainsi pu observer des groupes qui construisent, en complément d'un étalon du pas du robot, un étalon d'une longueur multiple du pas du robot, par exemple une baguette longue comme deux pas de robot (figure 12), ou une bande de papier longue comme quatre pas de robot. Ils mesurent alors la longueur du parcours à l'aide de plusieurs unités (ex : « cette portion du parcours est longue comme deux grandes bandes et une petite ») avant de calculer la mesure de la longueur du parcours en pas de robot en effectuant, par calcul, les conversions nécessaires.

Figure 12. Mesurage de la longueur du parcours à l'aide de plusieurs unités de longueur (ici, chaque baguette a pour longueur deux pas de robot)

<u>Remarque :</u> nous avons indiqué plus haut qu'au fil de nos expérimentations, nous avons observé une récurrence dans la diversité des procédures observées (avec les trois familles évoquées ci-dessus régulièrement observées). Il nous faut préciser que les conditions matérielles ont cependant une influence sur les procédures ; par exemple, la présence d'un sol carrelé ou la mise à disposition d'un instrument gradué en centimètres peut inciter à utiliser la longueur d'un carreau ou le centimètre comme unités de longueur intermédiaires et favoriser l'apparition de procédures fondées sur des conversions et des calculs. De même, cantonner la zone d'expérimentation à une table influence les procédures au sens où cela empêche la reproduction intégrale du parcours (première famille citée ci-dessus). Une autre variable que nous avons identifiée réside dans les dimensions de la zone cible : un carré-cible dont le côté est de l'ordre du pas du robot nécessite davantage de soin dans le relevé des dimensions du parcours et dans la prise en compte des mouvements du robot (point de pivot, légère déviation en cours de parcours …) qu'un carré-cible dont le côté a pour longueur deux pas de robot (ce qui peut être suffisant pour ne pas parasiter la situation de formation par des éléments peu utiles par rapport aux objectifs de formation visés).

Lors de l'institutionnalisation, la première famille de procédures peut être mise en lien avec l'étape de comparaison indirecte de longueurs par report sur un objet intermédiaire évoquée dans les programmes de cycle 2. La deuxième famille de procédures peut être mise en lien avec l'introduction de la mesure des longueurs en référence à une unité (cf. document 1 de l'annexe 7 pour un exemple d'extrait de manuel qui peut être étudié à cette occasion). Enfin, la troisième famille permet d'évoquer l'introduction du système d'unités conventionnelles pour la mesure des longueurs et les conversions. Les descriptions écrites des procédures de résolution envisagées permettent de mettre au jour des confusions entre les verbes « reporter » et « mesurer » une longueur, ou entre les notions d'« étalon » et d'« unité » et de les rectifier (cf. annexe 6 pour retrouver les exemples de descriptions produites par des PE stagiaires distribués pendant l'atelier).

Enfin, un retour sur les règles graduées produites par certains groupes peut fournir un point de départ pour rappeler le sens des nombres qui figurent sur une règle graduée (domaine grandeurs et mesures) et établir des liens avec l'enseignement des représentations des nombres sur une droite graduée (domaine nombres et calcul), par exemple en conduisant un travail sur les items suivants du programme de cycle 2 (MENJS, 2020) :

- *Utiliser diverses représentations des nombres (écritures en chiffres et en lettres, noms à l'oral, **graduations sur une demi-droite,** constellations sur des dés, doigts de la main…).*
- *Associer un nombre entier à une position sur une demi-droite graduée, ainsi qu'à la distance de ce point à l'origine.*
- *Graduer une demi-droite munie d'un point origine à l'aide d'une unité de longueur.*
- *Associer un nombre ou un encadrement à une grandeur en mesurant celle-ci à l'aide d'une unité.*

Une mise en lien avec le travail à conduire au cycle 3 pour donner progressivement aux fractions un statut de nombres à partir de situations où elles codent des mesures de longueurs est également possible, par exemple en prenant appui sur un extrait d'un document ressource institutionnel sur les fractions et décimaux (MENSR, 2016b) évoquant ce passage (cf. document 2 en annexe 7).

2.4 Retours de formation et éléments possibles pour une institutionnalisation : exploitations des codes écrits

Dans les dernières expérimentations que nous avons conduites, nous avons demandé aux formés d'écrire sur une feuille le code qu'ils allaient saisir sur le robot, avant de le saisir. Comme cela peut se voir sur les productions insérées ci-après, dans certains cas nous avons demandé de noter ce code sur une grille quadrillée, alors que dans d'autres nous avons distribué du papier blanc.

Quel que soit le support distribué, nous avons retrouvé dans certaines productions des éléments déjà relevés dans des scénarios de formation intégrant des robots (Berrouiller et Eysseric, 2019), à savoir des schémas qui s'apparentent à un plan du parcours à suivre par le robot (autrement dit, une vue de dessus), avec des flèches qui codent des déplacements par rapport à des repères fixes, extérieurs au robot. Trois exemples de telles productions sont montrés en figure 13.

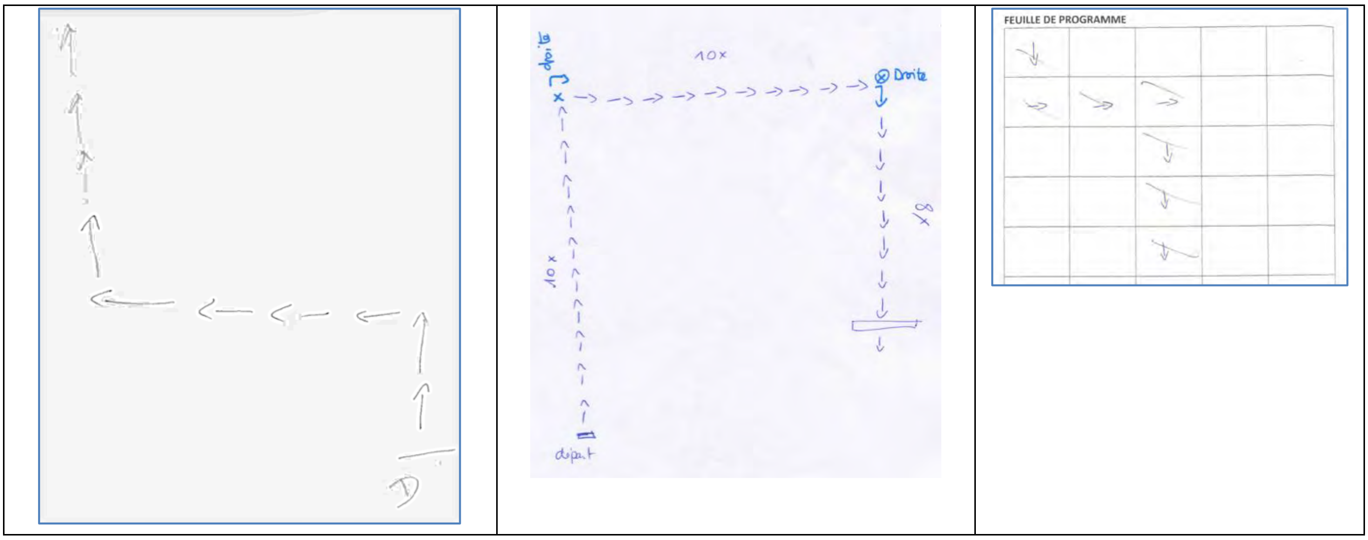


Figure 13. Exemples de productions recueillies en formation initiale, où, en réponse à la demande du code saisi sur le robot, les participants communiquent une vue de dessus du parcours

Les autres productions relevées (qui sont majoritaires) comportent, comme attendu, uniquement des flèches correspondant aux instructions du robot, c'est-à-dire codant des déplacements dans le référentiel du robot (avancer, pivoter à gauche, pivoter à droite). Parmi elles, que le support soit quadrillé ou blanc, on peut distinguer deux familles de productions : celles pour lesquelles les structures itératives ne sont pas spontanément mobilisées, et celles pour lesquelles elles sont déjà disponibles, comme illustré en figure 14.

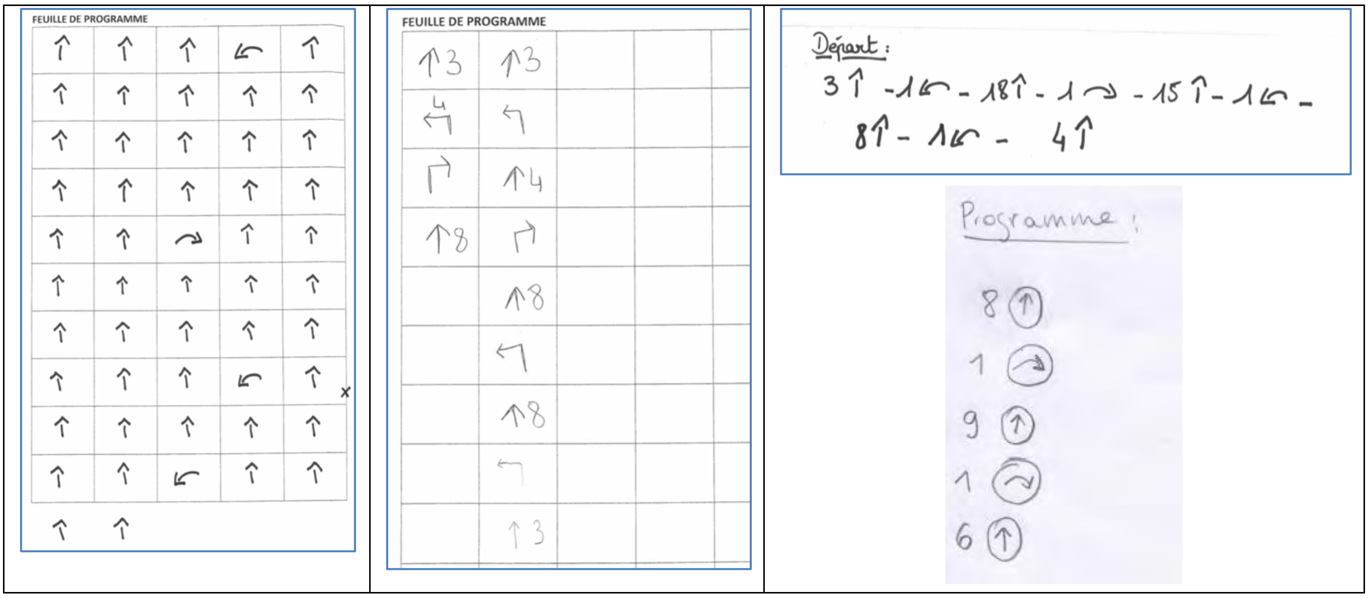


Figure 14. Exemples de productions recueillies en formation initiale, où, en réponse à la demande du code saisi sur le robot, les participants communiquent bien une liste d'instructions dans le langage du robot ; dans certaines, les structures itératives sont déjà disponibles ; dans d'autres elles ne le sont pas encore

Pour l'institutionnalisation, il est possible d'apporter des éléments liés aux déplacements absolus et relatifs présents dans les programmes du cycle 2, et à la cohabitation de flèches avec des significations différentes dans les codages enseignés (cf. document 3 de l'annexe 7 pour des extraits de manuels qui peuvent servir de point d'appui pour ce travail). Il est également possible de travailler des éléments d'algorithmique sur les structures itératives, par exemple en prolongeant cette situation par des problèmes de construction ou reproduction de figures à programmer avec le logiciel Scratch, pour des figures se prêtant à la reconnaissance de répétition de motifs, par exemple en lien avec des exercices de l'épreuve écrite du CRPE[1].

IV - EXPÉRIMENTATIONS EN CLASSE

Comme exposé en introduction, la situation proposée aux participants a été conçue, dans un premier temps, à destination d'un public d'adultes en formation initiale ou continue. Questionnant la place des situations d'homologie en formation (Houdement et Kuzniak, 1996) ainsi que les potentialités éventuelles du robot dans les situations d'apprentissage, nous avons souhaité expérimenter la situation dans des classes de l'école primaire, pour observer les procédures, réussites et difficultés des élèves, en nous posant les questions suivantes :

- Quel(s) intérêt(s) cette situation peut-elle présenter pour les apprentissages des élèves ?
- Quelle(s) plus-value(s) la présence du robot peut-elle apporter notamment auprès d'élèves à besoins particuliers ?

À la date de l'atelier, nous avions expérimenté la situation dans deux classes, une du Cours Préparatoire (CP) et une autre dans une Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire (ULIS). Dans les deux cas, les enseignantes avaient reçu le document fourni en annexe 8 décrivant la mise en œuvre envisagée.

[1] Voir par exemple les exercices du groupement académique 1 en 2022 ou 2023 : https://www.devenirenseignant.gouv.fr/les-sujets-des-epreuves-ecrites-et-rapports-des-jurys-des-concours-de-recrutement-de-professeurs (consulté en novembre 2023)

1 Les classes

1.1 En classe de CP

La classe de CP n'est pas en « zone d'éducation prioritaire » mais est située dans l'un des quatre « quartiers prioritaires » de la ville de Castres.

Avant la mise en œuvre de la séance proprement dite, l'enseignante a proposé une séance ayant pour objectif que les élèves découvrent et se familiarisent avec les robots.

La séance de « la cible et du robot » a été menée en classe entière, en salle de motricité, les 22 élèves étant répartis en 6 groupes. Les parcours à faire effectuer au robot étaient similaires à ceux proposés lors de l'atelier. Les zones d'expérimentation étaient matérialisées au sol par du ruban adhésif, comme on peut en voir une illustration en figure 15.

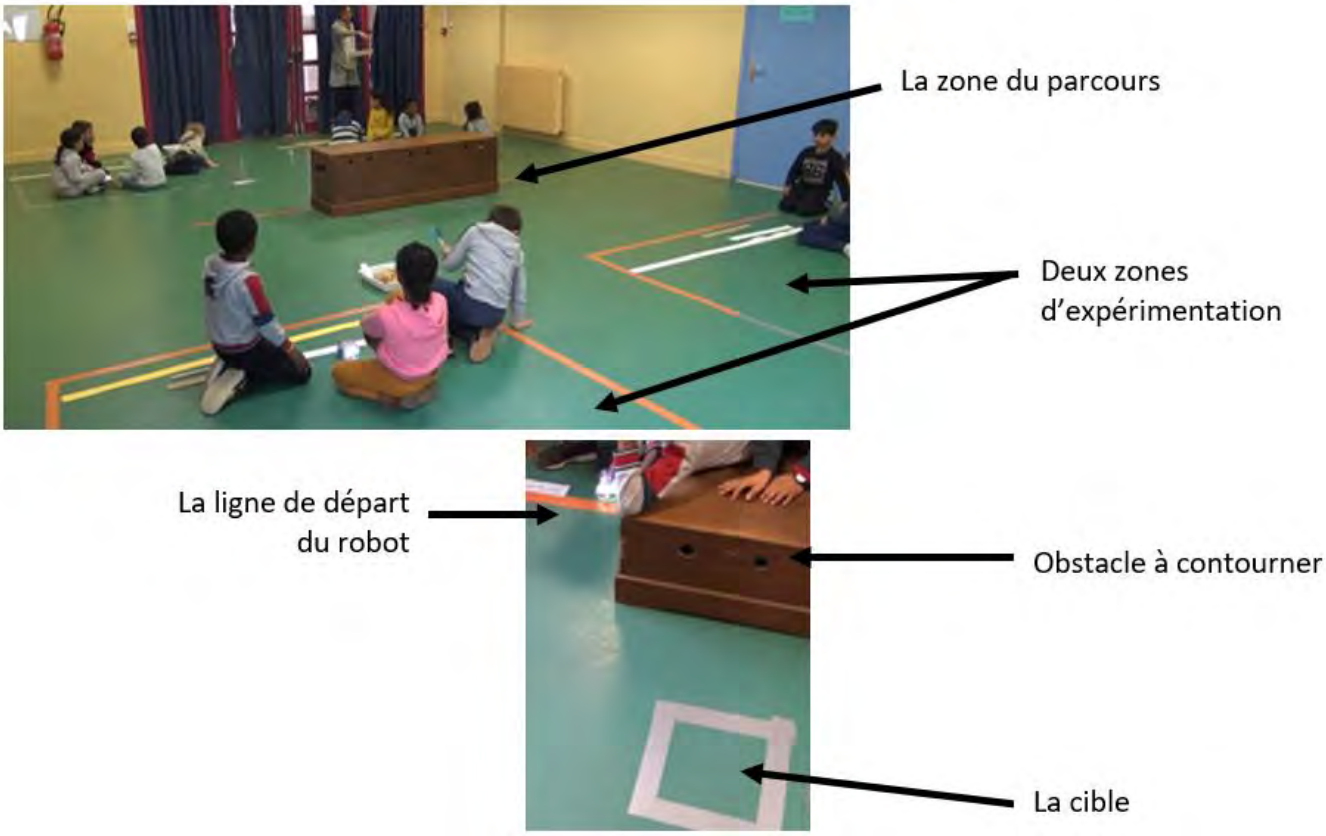


Figure 15. Configuration de la salle pour la mise en œuvre de la situation en CP (vue générale et zoom sur la zone du parcours)

Le matériel à disposition des élèves était le suivant : une ficelle, un stylo, des bandes de papier et cartonnées, des ciseaux (figure 16).

Figure 16. Le matériel mis à disposition des élèves

À propos du matériel, rappelons que le document ressource sur Grandeurs et mesures du cycle 2 (MENSR, 2016a) précise dans les « Stratégies d'enseignement » que :

> *Le travail mené gagne à s'appuyer en priorité sur la manipulation d'objets réels pour « percevoir » les différentes grandeurs étudiées : de simples baguettes, ficelles ou encore bandelettes de papier permettent de donner du sens à la notion de longueur. (MENSR, 2016a, p. 3)*

1.2 En classe d'ULIS

Deux enseignantes ont mené la séance avec deux élèves UEE (Unité d'Enseignement Externalisée) de CM2 souffrant d'autisme et neuf élèves scolarisés en ULIS du CE1 au CM2 (TSA-dys : Trouble du Spectre Autistique, accompagné d'un trouble de l'apprentissage).

En amont de la séance de « la cible et du robot », 5 séances ont été incluses dans la progression pour que les élèves se familiarisent avec le robot et abordent les premiers éléments de programmation.

2 Procédures des élèves

2.1 Des procédures qui ne permettent pas de résoudre le problème

Dans les deux classes, nous avons observé dans certains groupes des procédures qui ne permettent pas de résoudre le problème posé : report d'étalons de natures diverses (empan, pied, …) sans aller jusqu'au mesurage, les élèves n'ayant manifestement pas encore pris conscience que le nombre de reports serait nécessaire pour programmer le robot. Ces reports de longueur sont parfois réalisés effectivement (figure 17) ou approximativement, de manière perceptive, en déplaçant un tasseau ou un doigt (figure 18). Dans tous ces cas, le lien entre l'étalon et le pas du robot n'ayant pas été clairement explicité, l'information recueillie ne permet pas de résoudre le problème.

Figure 17. Report de pieds tout au long du parcours

Figure 18. Reports de longueur de manière approximative : avec un tasseau ou avec le doigt

Nous avons également observé des procédures similaires à celles que nous avons recensées pendant l'atelier ou en formation. Nous les décrivons succinctement dans la suite.

2.2 Reproduction de parcours

Certains élèves cherchent à reproduire matériellement le parcours du robot dans la zone d'expérimentation par juxtaposition de bandes ou par un tracé à la craie (figure 19) ; parmi eux, certains font ensuite avancer le robot le long de ce parcours.

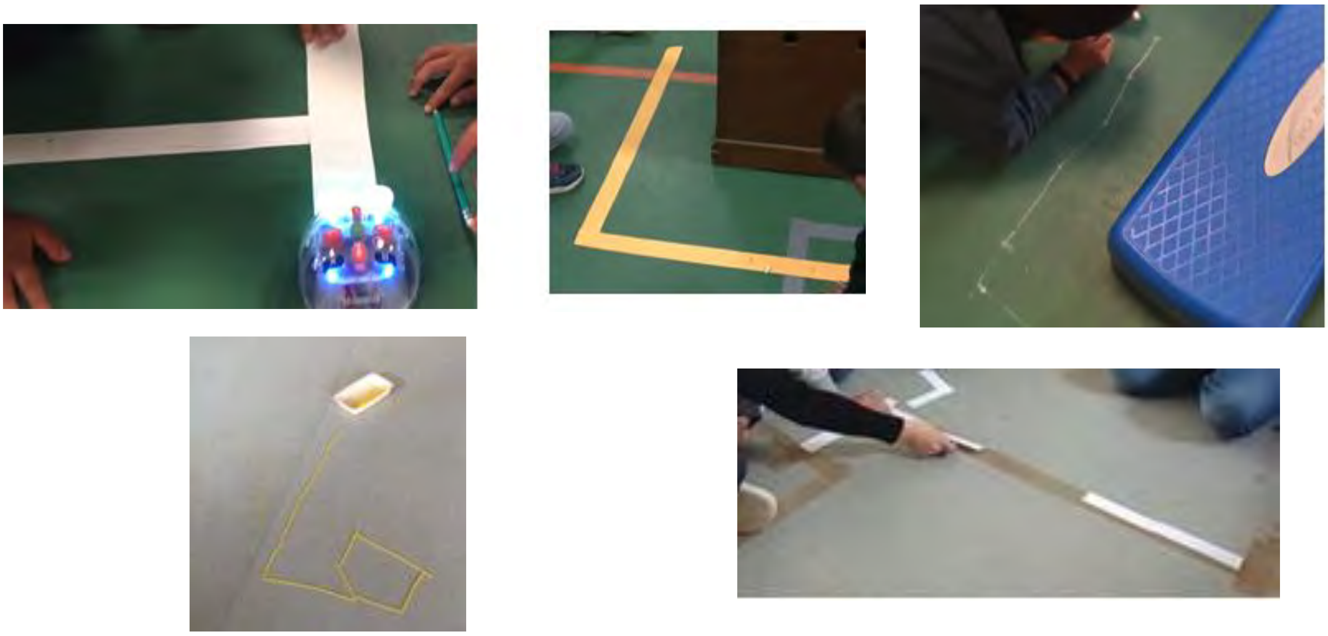


Figure 19. Tentatives de reproduction du parcours dans la zone d'expérimentation

2.3 Construction et report d'un étalon

D'autres élèves perçoivent la nécessité de reporter le pas du robot et en construisent un étalon soit à l'aide d'un morceau de ficelle, soit par report sur la bande cartonnée mise à disposition (figure 20).

Figure 20. Report d'un pas du robot à l'aide d'une ficelle ou d'une réglette intermédiaire.
Découpage de plusieurs étalons pour les accoler sur le parcours

2.4 Vers la construction d'une règle graduée

Dès la première séance en CP, certains groupes perçoivent l'intérêt du report multiple de l'étalon sur un objet pour diminuer le nombre de manipulations ultérieures (figure 21).

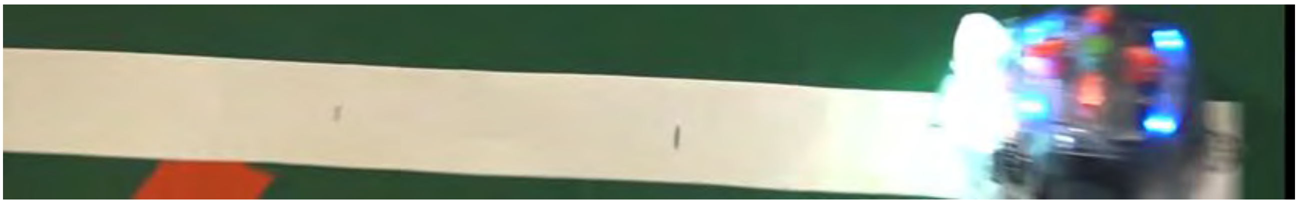


Figure 21. Report d'un pas du robot sur une bande de papier (premier pas vers une règle graduée)

3 Le point de vue des enseignants

À la suite des mises en œuvre dans les classes, nous avons recueilli en entretien les réponses des enseignantes aux questions posées au début de cette partie IV. Nous en livrons ci-après une synthèse.

3.1 Sur l'enseignement des grandeurs

Dans les deux classes, la situation a permis d'aborder la mesure de longueurs par des procédures variées permettant de disqualifier les procédures approximatives (report de pieds, d'empans) au profit de procédures valides reposant sur le choix d'une origine, de l'étalon adéquat (le pas du robot) et sur l'identification du nombre de reports à effectuer, et permettant de faire émerger des outils permettant de garder la mémoire de cette dernière information. Dans la classe de CP notamment, 5 séances ont suivi celle proposée et ont permis en fin de chacune d'elles de faire émerger ces éléments de connaissance.

3.2 Sur l'apport du robot

Au-delà du fait que le robot fournisse un exemple d'étalon non conventionnel (son pas) pour mesurer des longueurs, les enseignantes ont pointé d'autres potentialités liées à son utilisation.

Dans les deux classes, le robot s'est révélé être un facteur de motivation pour entrer dans la tâche. On retrouve en cela le constat exprimé par Bellegarde, Boyaval et Alvarez (2021) :

> *(...) véritable outil de médiation, le jouet programmable, de par ses aspects ludiques et tangibles, favorise la motivation des élèves et leur implication dans des activités porteuses de significations (Komis et Misirli, 2013) tout en leur permettant de s'y identifier par « effet miroir ». (Bellegarde, Boyaval et Alvarez, 2021, p. 18)*

Réussir à faire atteindre la zone cible au robot a bien constitué une situation de recherche pour les élèves qui ont effectivement adopté une posture de chercheur lors des séances. On s'inscrit alors dans le point de vue des auteurs précédents citant Romero (2018) qui invite à dépasser l'enseignement du codage (au sens de coder avec un langage informatique) pour s'inscrire dans une démarche plus large qui engage les apprenants dans un processus critique et créatif de la résolution de problème.

Le robot a ainsi permis d'ancrer une tâche complexe s'inscrivant dans la durée d'une séquence chez certains élèves, notamment en ULIS, pour qui l'évocation du contexte et des apprentissages d'une séance à l'autre est, d'après l'enseignante, parfois problématique.

Le robot rend la situation auto-validante et, en classe ULIS, semble contribuer à modifier la relation élève-enseignant. En cas de non-réussite, la frustration engendrée n'est pas systématiquement dirigée vers l'enseignant déchargé de la validation de la solution proposée.

La relation diadique élève-enseignant se transforme en une relation triadique élève-objet numérique-enseignant qui semble enrichie comme peut le décrire Renault (2015).

Quelques points de vigilance ont cependant été relevés par les enseignantes :

- Le pas du robot est proche de la longueur d'une main ce qui peut conduire certains élèves à substituer cet étalon à celui du pas du robot pour résoudre le problème.
- La nécessité d'effacer les instructions en mémoire avant chaque nouvel essai (touche X) a constitué une charge chez certains élèves en ULIS qui oubliaient de réinitialiser le robot avant d'insérer leurs nouvelles instructions.

V - CONCLUSION

Notre questionnement initial concernant la place du robot dans les apprentissages nous a conduit à l'envisager comme un outil au service des apprentissages. Le retour d'expérience de la mise en œuvre dans les deux classes citées, illustrant certains points établis par la recherche, nous conduit à penser que son introduction dans le milieu contribue effectivement à l'enrichir.

En conclusion de ce compte-rendu, nous proposons une analyse succincte de notre scénario de formation en nous référant au cadre d'analyse des situations de formation (figure 22) développé par des membres de la COPIRELEM (Guille-Biel Winder et al., 2019).

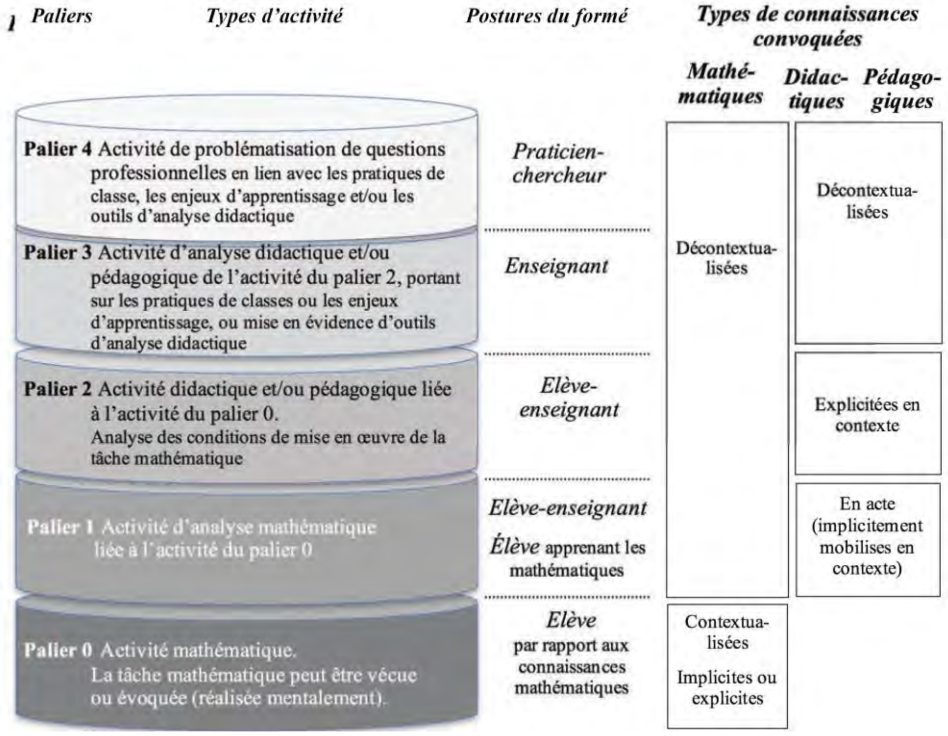


Figure 22. Différents paliers dans un scénario de formation [Guille-Biel Winder et al., 2019]

Le scénario proposé permet aux formés, dans un premier temps, de vivre l'activité mathématique (palier 0). La similitude relevée entre les procédures mises en œuvre par les élèves des deux classes, celles observées en formation ou lors de l'atelier pour résoudre le problème (palier 0) (reconstitution du parcours, construction d'une règle graduée par report, ...) nous semble justifier l'intérêt de cette situation d'homologie en formation.

L'analyse des descriptions des procédures de résolution envisagées rédigées avant d'aller en salle d'expérimentation permet une analyse mathématique de la situation (palier 1). C'est aussi à partir de celle-ci que peut s'engager une réflexion aux paliers 2 et 3, en particulier à propos des objectifs d'apprentissage : le choix pourra porter sur l'enseignement des grandeurs ou celui de la programmation. Enfin, à partir de cette situation vécue, l'analyse des conditions de mise en œuvre de la tâche mathématique (palier 2) sera facilitée.

Ainsi, l'ensemble du travail conduit au cours des premières étapes du scénario (résolution du problème, analyse des procédures et des conditions de mise en œuvre) peut être présenté par le formateur comme des composantes d'une analyse *a priori* de la séance/séquence, et pourra alors être mis en valeur comme un geste professionnel permettant d'anticiper le déroulé en classe des situations.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Bellegarde, K., Boyaval, J. et Alvarez, J. (2021). Initier des élèves de maternelle à la robotique/informatique : quand les supports médiateurs impactent la grammaire de l'agir enseignant. Dans Technologies pour l'apprentissage de l'informatique de la maternelle à l'Université [Numéro Spécial]. *Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Éducation et la Formation*, *28* (3), 13 – 38. Consulté en septembre 2023, url : https://www.persee.fr/doc/stice_1764-7223_2021_num_28_3_1823

Berrouiller, C. et Eysseric, P. (2019). Beebots et Bluebots en classe : analyse de pratiques professionnelles. Dans *Actes du 45ème colloque COPIRELEM, Blois 2018.* Paris : ARPEME. Consulté en septembre 2023, url : https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WO/IWO19006/IWO19006.pdf

Bilgot, A., Cabassut, R., Courcelle, B. et Grietens, G. (2020). Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Dans *Actes du 46e colloque de la COPIRELEM, Lausanne 2019*. Paris : ARPEME. Consulté en septembre 2023, url : https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WO/IWO20018/IWO20018.pdf

Billy, C., Cabassut, R., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2018). Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Perspectives pour la formation. Dans *Actes du 44e colloque COPIRELEM, Epinal 2017*. Paris : ARPEME. Consulté en septembre 2023, url : https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WO/IWO18003/IWO18003.pdf

Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Tome 1. Situations - Ressources - Analyses.* Collection : Les outils du formateur. Paris : ARPEME.

Henry, V., Lambrecht, P. et Van Geet, P. (2012). "Maths & Manips" : introduction de manipulations dans les classes pour favoriser la construction des apprentissages. Dans *Actes du 38e colloque COPIRELEM, Dijon 2011.* Dijon : IREM de Dijon. Consulté en septembre 2023, url : https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WO/IWO12015/IWO12015.pdf

Houdement, C. et Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 16* (3). Grenoble : La pensée sauvage.

Komis, V. et Misirli, A. (2013). Étude des processus de construction d'algorithmes et de programmes par les petits enfants à l'aide de jouets programmables. Dans B. Drot-Delange, G.-L. Baron et E. Bruillard (eds), *Sciences et technologies de l'information et de la communication (STIC) en milieu éducatif*. Clermont-Ferrand : Presses Universitaires Blaise-Pascal. Consulté en septembre 2023, url : https://edutice.archives-ouvertes.fr/edutice-00875628

MENESR (2015). Programmes pour les cycles 2, 3 et 4. BO spécial n°11 du 26 novembre 2015. Consulté en septembre 2023, url : https://www.education.gouv.fr/au-bo-special-du-26-novembre-2015-programmes-d-enseignement-de-l-ecole-elementaire-et-du-college-3737

MENESR. (2016a). Grandeurs et mesures au cycle 2. Eduscol. Consulté en septembre 2023, url : https://eduscol.education.fr/document/15406/download

MENESR. (2016b). Fractions et nombres décimaux au cycle 3. Eduscol. Consulté en septembre 2023, url : https://eduscol.education.fr/document/36665/download

MENJS. (2020). Programmes du cycle 2. BO n°31 du 30 juillet 2020. Consulté en septembre 2023, url : https://eduscol.education.fr/84/j-enseigne-au-cycle-2

Renault, R. (2015). Autisme : prendre en compte la spécificité des TSA lors de l'analyse d'interaction didactique entre : élève autiste – enseignant – logiciel éducatif. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, *72* (4), 279 – 293. Suresnes : éditions INSHEA. Consulté en septembre 2023, url : https://www.cairn.info/revue-la-nouvelle-revue-de-l-adaptation-et-de-la-scolarisation-2015-4-page-279.htm

Romero, M. (2018). Développer la pensée informatique pour démystifier l'intelligence artificielle. *Bulletin de la société informatique de France*, *12,* 67 – 75. Consulté en septembre 2023, url : https://www.societe-informatique-de-france.fr/wp-content/uploads/2018/06/1024-no12-Pensee-Informatique.pdf

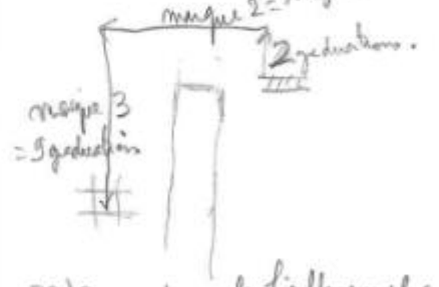
ANNEXE 1 : STRATÉGIES ENVISAGÉES PAR LES PARTICIPANTS

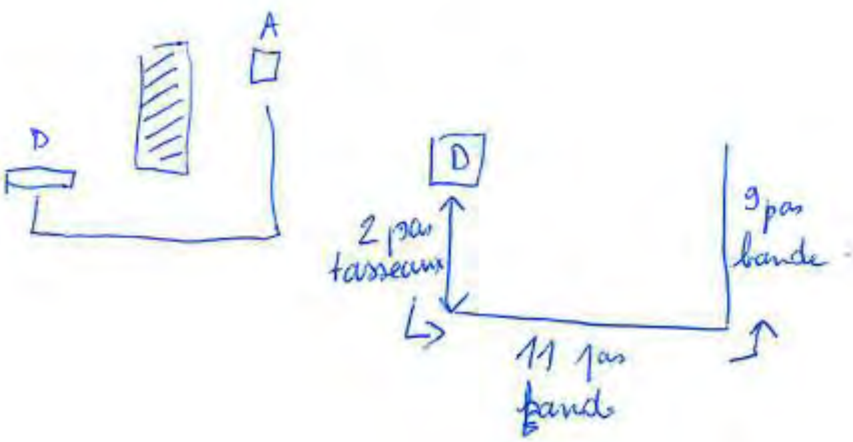
<table>
<tr><td>Groupe 1</td><td colspan="2">Stratégie (s) Jessica G1
1) On reporte sur le tasseau la longueur d'un déplacement (pas 2) de la beebot. ← notre unité de longueur
← pour gagner du temps.
pour cela, on a d'abord pointé le déplacet sur une feuille de papier, puis tasseau, pour + de précision.
2) On va mesurer les segments du parcours ~~et les angles entre chaque segment~~ observe l'orientation ← 90° forcément avec le tasseau ou la ficelle.
↳ poser la ficelle sur le segment.
↳ mesure sa longueur.</td></tr>
<tr><td>Groupe 2</td><td>Stratégies diverses
→ graduer totalement en pas ?
→ suivre les lignes du salon du mur ?
→ dessiner les autres en pas ?</td><td>Stratégie :
J : Ruban pour 1 déplacement report sur le ficelle
F : sur le tasseau = 3 unités.
M : mesurer les distances à la ficelle sur le terrain, sans graduation.
Tous : on prend un plan du parcours avec la ficelle.</td></tr>
<tr><td>Groupe 3</td><td colspan="2">1) Fabriquer étalons 4 pas, 2 pas, 1 pas
2) Mesurer avec nos bandes étalons de 4 pas, 2 ou 1 pas les parties rectilignes.
+ Noter les "pivoter" à programmer</td></tr>
<tr><td>Groupe 4</td><td colspan="2">Départ malette du Robot ← groupe INFOS NECESSAIRES
– Explora O Robot (11) enregistre puis flèche → av ; ← arrière ; ↱ 90 dte ; ↰ 90 g ; (X) annule
– mesurer la longueur des pas du robot
→ Etalonnage du bâton en PAS
et feuille bleue : largeur 2 PAS
Dehors
On mesure les segments avec la ficelle
Codage A, B, C aux changements de direction
marquage couleur qd tour droit VERT
tour gauche NOIR
le segment final en bleu</td></tr>
</table>

Groupe 5	Stratégie : ⑤ Hélène Étalonner nos instruments de mesure en fonction du pas de Be Bot. → Étalonnage intermédiaire sur la table avec le Be Bot (5 pas - 5 graduations) → report sur le tasseau puis report sur la bande de papier. → report de la graduation sur le tasseau et écriture de la graduation de 1 → 3 → report " " la bande papier et écriture de la graduation 1 → 15 → ficelle sera utilisée dans le couloir pour mesurer la longueur du couloir → on fera un plan ds le couloir avec ds repères sur la ficelle. Si petite longueur, utilisation du tasseau gradué en 3 pas
Groupe 6	Stratégie Delphine. ⑥ ① prise de connaissance du fonctionnement du Bebot flèche avant, flèche ¼ de tour, flèche recul ② mesure du pas du robot : tracé de la longueur parcourue avec l'équerrage et validation de la mesure avec plusieurs prises et recul. ③ mesure du quart de tour et de la longueur après le ¼ de tour.

ANNEXE 2 : ADAPTATIONS ÉVENTUELLES DES STRATÉGIES UNE FOIS LE PARCOURS CONNU

Groupe 1	⚠ Sur terrain, on a modifié notre stratégie car on s'adapte, c'est dans notre personnalité ;-) On a utilisé la bande de papier et on l'a gradué rapidement en reportant les traits du tasseau.

	
Groupe 2	2°) Agt stratégie on suit les traits du sol  3°) On gradue la ficelle sur place et ça donne le plan coté.
Groupe 4	Dehors On mesure les segments avec la ficelle Codage A, B, C aux changements de direction. marquage couleur qd tour droit VERT tour gauche NOIR le segment final en ~~Bleu~~ mesures 

Groupe 5	
Groupe 6	Sur le Terrain : En partant de la fin pour bien arriver dans la cible, on a utilisé les repères faits sur la ficelle en dénombrant le nombre de pas en ligne droite et les distances parcourues suite à 1 1/4 de tour.

ANNEXE 3 : LES CODES DES PROGRAMMES

Groupe 1	X ↑ ↺ (↑×11) ↺ (↑×7) ↺ pour se garer
Groupe 2	Programme réalisé X 2×↑ ↺ 11×↑ ↺ 9×↑ et ça a réussi !
Groupe 3	3) Programmer ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↱ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↱ ↑ ↑ ↑ ↑

Groupe 4	PROGRAMME Remise à zéro ⊗ (II) ↑↑↑ ↑↑↑ ↑ ↷ ↑↑↑ ↑↑↑ ↑↑↑ ↷ ↑↑↑ Tourne droite
Groupe 5	2 ↑ 1 ↰ 6 ↑ $\boxed{II}$ 4 ↱ 1 ↰ Pause 4 ↱ $\boxed{II}$ 5 ↑ 1 ↰ 7 ↑ $\boxed{II}$ 2 ↑ Pause
Groupe 6	8 ↑ 1 → ↷ 8+1 ↑ 1 → ↷ 3 ↑

ANNEXE 4 : PROPOSITIONS D'EXPLOITATIONS EN FORMATION

Groupe 1	→ classer les stratégies ↗ valide → efficacité ↘ invalides → type d'erreurs → y a-t-il des changements de stratégies ? pourquoi ? → quels objectifs ? ↗ avec les élèves, dans vos (futures) classes ↘ point grandeurs
Groupe 2	Cenarii : utilisation tél objectif l'investigation espace réel (par rapport à l' anticipe la feuille) Aspect mesure = les instruments, étalons (cf. cycle 2) Lever entre deux espa

	Scenarii : * Objectif d'utilisation du matériel * objectif d'investigation de l'espace réel (par rapport à l'espace anticipé sur la feuille) * Aspect mesure = les instruments, étalons (cf. cycle 2) * Lever de plan (passage entre les deux espaces)
Groupe 4	Choix de l'étalon 1 pas / 3 pas discret ou continu orientation au départ & position + choix origine être minimaliste dans la programmation / précision difficulté de rendre à l'écrit les raisonnements
Groupe 5	Mise en commun Après Prise de connaissance des différentes stratégies : les identifier et les comparer. Nécessité d'étalonner Difficultés à repérer

ANNEXE 5 - ANCRAGE DU SCENARIO PAR RAPPORT AUX PROGRAMMES DE L'ÉCOLE

Grandeurs et mesures

Dans les différents enseignements mais aussi dans leur vie quotidienne, les élèves sont amenés à comparer des objets ou des phénomènes en utilisant des nombres. À travers des activités de comparaison, ils apprennent à distinguer différents types de grandeurs et à utiliser le lexique approprié : longueurs (et repérage sur une droite), masses, contenances (et volume contenu), durées (et repérage dans le temps), prix. La comparaison de grandeurs peut être directe, d'objet à objet (juxtaposer deux baguettes), nécessiter la comparaison à un objet intermédiaire (utiliser un troisième récipient pour déterminer laquelle de deux bouteilles a la plus grande contenance) ou à plusieurs objets de même grandeur (mettre bout à bout plusieurs baguettes identiques pour comparer les longueurs de deux lignes tracées au sol). Elle peut également reposer sur la comparaison de mesures des grandeurs.

Dans le cas des longueurs, des masses, des contenances et des durées, les élèves ont une approche mathématique de la mesure d'une grandeur : ils déterminent combien de fois une grandeur à mesurer « contient » une grandeur de référence (l'unité). Ils s'approprient ensuite les unités usuelles et apprennent à utiliser des instruments de mesure (un sablier, une règle graduée, un verre mesureur, une balance, etc.).

(Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères et des représentations
- Se repérer dans son environnement proche. - Situer des objets ou des personnes les uns par rapport aux autres ou par rapport à d'autres repères : o vocabulaire permettant de définir des positions (gauche, droite, au-dessus, en dessous, sur, sous, devant, derrière, près, loin, premier plan, second plan, nord, sud, est, ouest, etc.) ; o vocabulaire permettant de définir des déplacements (avancer, reculer, tourner à droite/à gauche, monter, descendre, etc.).
- Produire des représentations des espaces familiers (l'école, les espaces proches de l'école, le village, le quartier) et moins familiers (vécus lors de sorties) : o quelques modes de représentation de l'espace (maquettes, plans, photos).
- S'orienter et se déplacer en utilisant des repères. - Réaliser des déplacements dans l'espace et les coder pour qu'un autre élève puisse les reproduire.
- Produire des représentations d'un espace restreint et s'en servir pour communiquer des positions.
- Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran : o repères spatiaux ; o relations entre l'espace dans lequel on se déplace et ses représentations.

ANNEXE 6 : DOCUMENT DISTRIBUÉ PENDANT L'ATELIER - PRODUCTIONS DE PES

Stratégies envisagées avant d'aller prélever des informations dans la zone d'expérimentation.
Des productions de groupes de professeurs des écoles stagiaires en formation (janvier 2023).

Groupe 1

Procédure de mesure :

On mesure avec la ficelle la distance minimum à parcourir pour atteindre la ligne d'arrivée. On fait des noeuds à chaque virage. On utilise la feuille jaune pour faire des angles droit au niveau des nœuds. Ensuite on comptera le nombre de "pas" à programmer sur le robot à l'aide de la mesure déjà effectuée correspondant à une demi-feuille jaune par "pas" de robot.

Groupe 2

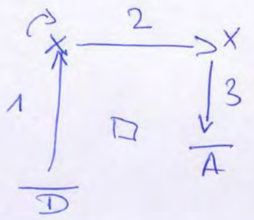
→ Nous avons utilisé la feuille jaune pour mesurer 1 déplacement du robot.
Longueur feuille jaune = 2 déplacements ↑

→ Nous allons utiliser la ficelle pour calculer le parcours de déplacement du robot en 3 temps.

⚠ Lorsque le robot tourne il faut rajouter 1 déplacement.

Groupe 3

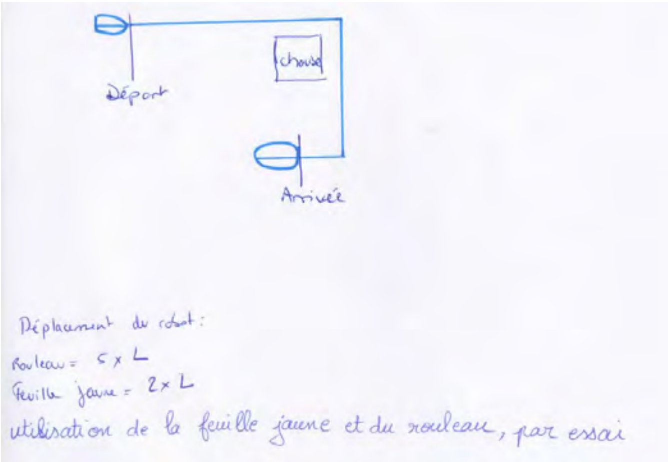
Mesure du parcours
soit → étalon ficelle
soit → rouleau
Noter les changements de direction



Groupe 4

1) Bande de référence de la mesure d'1 déplacement du robot (référence = R)
2 bandes (2R) découper sur le papier jaune
2) Construction d'1 règle sur le papier vert à l'a
de la bande R
3) (La ficelle sert à tracer la trajectoire droite)

Groupe 5



ANNEXE 7 : EXEMPLES DE DOCUMENTS POUVANT ÊTRE UTILISÉS PENDANT L'INSTITUTONNALISATION

Document 1

Pour comparer des longueurs

Soit tu peux les comparer directement

Tu alignes les extrémités des 2 bandes (la verte et la bleue) sur la gauche.
La bande verte est plus longue que la bande bleue.

Soit tu ne peux pas, utilise alors une bande de papier

Tu reportes la longueur de la bande verte sur la bande de papier et tu compares ensuite avec la bande bleue.

Pour mesurer une longueur, il faut choisir une unité

Tu peux reporter l'unité

unité
bande à mesurer
Je reporte 3 fois l'unité.

La longueur de la bande bleue est de 3 unités.

Tu peux utiliser la règle graduée

Sur cette règle graduée, l'unité est le centimètre.

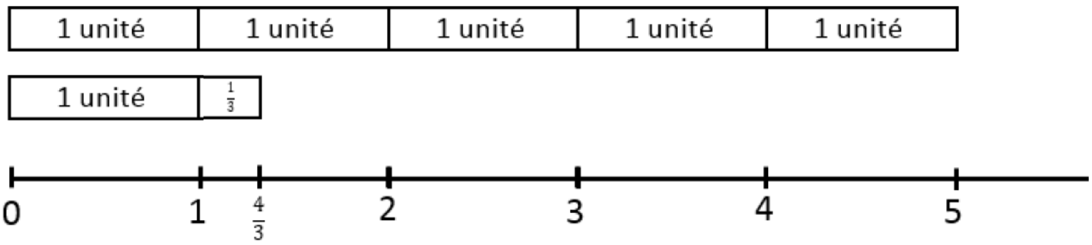
La longueur de la ligne est de 3 centimètres

Source : *Cap Maths CP*, Hatier, 2009.

Document 2

Les nombres exprimés sous forme de fractions simples, permettent aussi de repérer un point sur une demi-droite graduée. Pour cela, on partage l'unité en parts égales correspondant au dénominateur de la fraction que l'on cherche à placer sur la droite graduée, on peut effectuer cela par pliage ou en utilisant un guide-âne. On reporte ensuite la fraction autant de fois que nécessaire. L'écriture d'une fraction comme somme d'un entier et d'une fraction comprise entre 0 et 1 est particulièrement utile pour placer une fraction sur une droite graduée et donne du sens au travail mené pour passer d'une écriture à l'autre.

Le point repéré par 3 est celui qui est situé à trois unités de l'origine ; le point repéré par $\frac{4}{3}$ est celui qui est situé à $\frac{4}{3}$ d'unité de l'origine, que l'on peut repérer en utilisant l'égalité $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$.



Source : *Fractions et nombres décimaux au cycle 3*. Eduscol (2016).
https://eduscol.education.fr/document/36665/download

Document 3

Je retiens

- Pour **suivre un déplacement** sur un quadrillage, j'avance de **case en case** en suivant le **sens des flèches**. Si le point de départ se situe sur un nœud du quadrillage, j'avance de nœud en nœud en suivant le sens des flèches.
- Pour coder un chemin, j'écris les flèches qui correspondent aux déplacements :

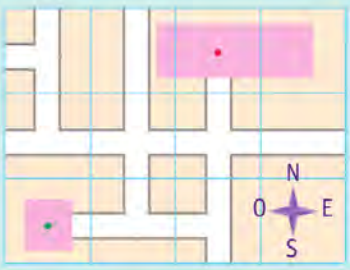
à droite →	à gauche ←	en bas ↓	en haut ↑

Source : *Outils pour les maths, CE1, Magnard* (2019)

Je retiens

- Pour **représenter des déplacements sur un plan**, on peut utiliser divers **codages**. Lorsque ces déplacements se répètent, il est possible de les **programmer** à l'aide des codages.

Ex. :

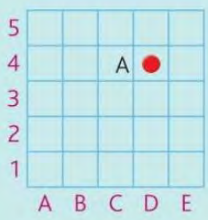


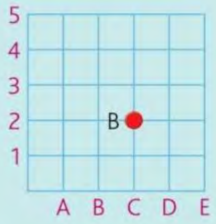
Pour aller de l'immeuble de son copain (point rouge) à chez lui (point vert), Yannis suit le chemin suivant : **(↓ ←) 2 fois** ; ce chemin se code aussi avec les points cardinaux indiqués par la rose des vents du plan : **(S puis O) 2 fois.**

Source : *Outils pour les maths, CE2, Magnard (2019)*

Je retiens

- Les **plans** ou les **cartes** sont des **dessins** simplifiés de lieux : ils permettent de **se repérer** ou de **se déplacer** facilement dans l'espace.
- Pour **se repérer** ou **se déplacer**, on peut utiliser **un quadrillage** : grâce aux **codages de ses axes** horizontaux et verticaux, on détermine précisément les **coordonnées** d'un nœud ou d'une case.
- On commence toujours par citer les **coordonnées** d'un point par le repère de **l'axe horizontal** puis par celui de **l'axe vertical.**
  Ex. : A (D ; 4), B (C ; 2)





- On peut aussi coder un déplacement à l'aide de **flèches** : → signifie « avance d'une case » ;
  ↴ « effectue un quart de tour à droite » et ⬏ « effectue un quart de tour à gauche » sans changer de case.

Source : *Outils pour les maths, CM1, Magnard* (2020)

ANNEXE 8 : DOCUMENT FOURNI AUX ENSEIGNANTES POUR L'EXPÉRIMENTATION EN CLASSE

Une situation d'enseignement en cycle 2

La cible et le robot

Objectifs possibles

Grandeurs

A partir d'un problème de communication d'un parcours à un tiers en vue de sa réalisation :

- travailler sur les notions d'étalons, d'unités, d'instruments de mesure dans le cadre de l'enseignement des longueurs.

Algorithme et programmation

- découvrir les fonctionnalités d'un robot et apprendre à en programmer des déplacements ;
- éventuellement, s'initier à un autre langage de programmation pour programmer des déplacements avec un logiciel ; découvrir la structure itérative « répéter … fois … » ;

Espace et géométrie (structuration de l'espace)

Travailler sur différentes manières de définir et décrire des déplacements (en donnant des instructions à un autre élève, *via* une représentation sur papier, en programmant un robot), en appui sur les notions de référentiel fixe et de référentiel mobile.

Descriptif du scénario

Première phase : phase d'action, réalisation de la tâche

Matériel

Pour les élèves :

- des robots (type Bee-Bot® ou Blue-Bot®) pouvant faire un parcours en L ; un robot par groupe ;
- des instruments possibles : ficelles (entre 1m et 2m) ; une grande bande de papier (entre 1m et 2m) ; deux petites bandes de papier (une vingtaine de centimètres) ; une réglette ou une bande de carton informable (sur lesquelles on peut marquer des informations, par exemple de report) ; des ciseaux ; éventuellement : double décimètre ;
- éventuellement des feuilles de papier destinées à recueillir les programmes.

Pour la mise en place :

- ruban adhésif pour marquer la ligne de départ et délimiter par un rectangle la zone cible (cf. plus loin pour la configuration de la salle).
- Il faudra veiller à disposer d'un espace suffisant dans la salle afin que les groupes puissent travailler de façon isolée.

Déroulement (prévoir environ 45 min)

0) Découverte des fonctionnalités de base du robot

Chaque groupe de trois ou quatre élèves reçoit un robot et découvre librement le robot pendant une dizaine de minutes à l'issue desquelles on dégage les fonctionnalités de base : avancer, reculer, pivoter à gauche/droite, réinitialiser

1) Recherche

   Les groupes travaillent dans une « zone d'expérimentation ». Ils doivent programmer le robot, depuis cette zone, pour que ce dernier puisse ensuite accomplir un parcours pour atteindre une zone cible.

Le robot n'est pas autorisé à sortir de la zone d'expérimentation pendant la phase de programmation ; il en sortira seulement pour la phase de validation. En revanche, pour la programmation, les élèves sont autorisés à se rendre sur le parcours, pour y recueillir toutes les informations qu'ils jugent utiles, à l'aide du matériel mis à leur disposition.

Consignes :
Vous disposez d'un robot. Ce robot est pour le moment dans une zone d'expérimentation. Vous devez le programmer dans cette zone, pour qu'ensuite il puisse aller seul de la ligne de départ à la cible, sans nouvelle programmation. Chaque groupe peut choisir le matériel qu'il souhaite utiliser.
Vous avez une vingtaine de minutes pour définir une stratégie et programmer votre robot. Nous ferons ensuite exécuter vos programmes, en vérifiant si vos robots respectifs arrivent bien dans la zone cible.

Les tâches à réaliser pendant ces deux étapes sont les suivantes :
- découverte du fonctionnement des robots ;
- étude du parcours pour déterminer la trajectoire (Figure 1), puis les instructions à donner au robot ;
- programmation du robot.

2) En collectif (validation)
Les robots sont placés sur la ligne de départ, et les programmes de chaque groupe sont testés (Figure 2 et 3).
3) Mise en commun des stratégies (à recueillir dictaphone, photo, vidéo)
4) En cas de non réussite de certains groupes, on pourra proposer une nouvelle tentative
5) Institutionnalisation suivant les objectifs choisis par le PE parmi ceux évoqués comme objectifs de la situation

Quelques photographies illustrant le déroulement dans une situation vécue en formation de PE

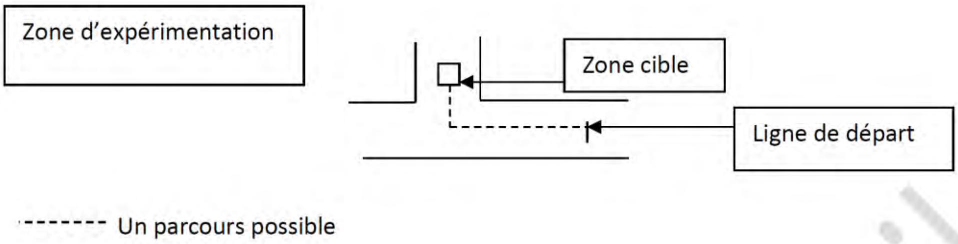

Figure 1 - Travail de groupe : étude du parcours pour déterminer la trajectoire


Figure 2 – Exécution du programme (ici avec des Bee-Bot® parties depuis la ligne de départ)

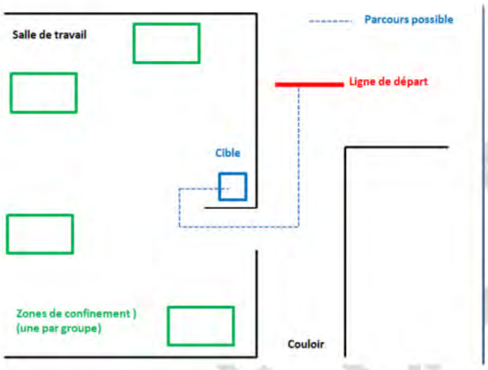

Figure 3 - Arrivée dans la cible et validation (ou non) du programme

Des exemples de parcours :

- Avec un changement de direction :



- Avec trois changements de direction :



INCLURE LA FORMATION DES PE A L'ECOLE INCLUSIVE DANS LA FORMATION AUX DIDACTIQUES DISCIPLINAIRES

Laurent PRATALI
Formateur PE, INSPE AMU
laurent.pratali@univ-amu.fr

Pierre EYSSERIC
Formateur PE, INSPE AMU
IRES de Marseille, COPIRELEM
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Résumé
Depuis quelques années, nous essayons de proposer, dans le cadre du MEEF[1] mais aussi pour les fonctionnaires stagiaires, une formation à l'école inclusive qui ne soit pas "à côté" mais incluse dans la formation aux didactiques disciplinaires. Pour réaliser ce travail, nous nous appuyons essentiellement sur les analyses ascendantes et descendantes proposées par Millon-Faure et Gombert (2021), sur les notions de besoin situé (Gombert, Bernat et Vernay, 2017) et de pédagogie universelle (Bergeron, Rousseau et Leclerc, 2011). L'atelier s'est déroulé en trois temps : "écouter" … la présentation d'un dispositif de formation relatif à l'accessibilité didactique en mathématiques, "vivre" … une partie du dispositif sous forme d'atelier d'appropriation de celui-ci par les participants, "échanger" … afin de dégager des pistes d'amélioration de nos formations des PE (professeurs des écoles) à l'école inclusive.

Le travail effectué dans l'atelier nous a conduits à reconfigurer notre dispositif de formation et cette reconfiguration sera présentée en conclusion de ce compte-rendu.

Le dispositif de formation au centre de cet atelier prend appui sur des articles de Millon-Faure et Gombert qui analysent une situation d'apprentissage en mathématiques et les adaptations envisageables pour une élève dyscalculique. La formation se déroule sur un atelier de 6h avec un effectif de 40 à 60 ; elle est encadrée par au moins deux formateurs et a été proposée à différents publics : étudiants M1 ou M2 du Master MEEF, parcours PE, FSTG PE[2] ancienne et nouvelle maquette INSPE, stagiaires en formation CAPPEI[3]. Chaque fois, notre objectif est de conduire les formés à s'approprier le modèle d'analyse proposé par Gombert et Millon-Fauré afin de concevoir une séance d'apprentissage accessible à tous les élèves.

I - ÉCOUTER : PRÉSENTATION DU DISPOSITIF DE FORMATION

Le scénario de la première partie de cette formation peut être séquencé en huit temps.

Temps 1 : présentation de la situation d'enseignement (support élève et consigne).

Ce premier moment est collectif. Il doit permettre à tous de s'approprier la situation d'enseignement (tâche, consigne, support élève…)

Tâche des élèves et support. Il s'agit d'un exercice de calcul mental en CM1 nécessitant la mise en œuvre d'une série de soustractions. Dix nombres étaient inscrits au tableau [622 – 850 – 899 – 1001 – 1652 – 2301 – 4010 – 5643 – 9000 – 9991]. Les élèves devaient « soustraire 2 à chaque nombre 5 fois de suite ».

[1] Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation

[2] Fonctionnaires stagiaires professeurs des écoles

[3] Certificat d'aptitude professionnelle aux pratiques de l'éducation inclusive

Le travail s'effectuait par écrit sur une « fiche réponse » (voir en annexe 1 la fiche réponse proposée telle qu'elle a été complétée par Romane, élève dyscalculique de cette classe).

Passation de la consigne. L'enseignante distribue à tous les élèves la « fiche réponse » et les invite à travailler individuellement. Elle présente oralement la consigne suivante : « vous devez soustraire 2 à chaque nombre, cinq fois de suite » puis, elle ouvre le tableau sur lequel cette consigne est inscrite ainsi que les dix nombres de départ faisant l'objet des calculs [622 – 850 – 899 – 1001 – 1652 – 2301 – 4010 – 5643 – 9000 – 9991]. Elle relit cette consigne, en précisant que c'est un exercice qu'ils ont déjà effectué et que cela ne devrait pas trop « poser de problème ».

Temps 2 : analyse du profil d'une élève à besoins éducatifs particuliers (Romane)

Ce deuxième moment est proposé en travail individuel. C'est l'analyse ascendante à partir du besoin de l'élève. Il s'agit pour chacun-e d'identifier les difficultés et points d'appui de Romane. On trouvera en annexe 2 le profil de Romane que nous distribuons aux étudiant-e-s.

Temps 3 : synthèse sur le profil de Romane

Il s'agit ici d'un moment collectif au cours duquel les formateurs, en s'appuyant sur les propositions des étudiant-e-s, effectuent une synthèse des difficultés et points d'appui repérés. On trouvera en annexe 3 un exemple des tableaux de synthèse obtenus en formation.

Temps 4 : travail sur les programmes

C'est le moment de l'analyse descendante. Ici il s'agit de regarder quelle est la prescription institutionnelle concernant le calcul mental à l'école. Les étudiant-e-s travaillent individuellement à partir des textes officiels ou à partir d'extraits mis à leur disposition. Malheureusement par manque de temps, ce travail est souvent pris en charge par les formateurs. On trouvera en annexe 4 une petite synthèse que nous leur proposons en formation.

Temps 5 : compléments didactiques

Dans ce moment collectif, le formateur en mathématiques qui coanime l'atelier apporte quelques compléments relatifs à l'enseignement du calcul à l'école. Cet apport didactique s'appuie sur la brochure Calcul mental à l'école primaire (COPIRELEM, 2012) et on y insiste tout particulièrement sur la typologie des modes de calcul s'appuyant sur les modes de fonctionnement cognitif convoqués (réfléchi ou automatisé) et sur les moyens utilisés pour calculer (de tête, avec un écrit, avec un instrument). On trouvera en annexe 5 le tableau de synthèse souvent proposé à ce stade du déroulement. La typologie présentée doit permettre à chacun de mieux cerner l'apprentissage visé dans la séance objet de notre analyse.

Temps 6 : inventaire des techniques pour réaliser la tâche

Nous sommes ici dans l'analyse ascendante à partir de la tâche. En groupes de 4 ou 5, les étudiant-e-s doivent identifier les techniques possibles c'est-à-dire celles que les élèves peuvent utiliser pour effectuer la tâche – ici, soustraire 2 à chaque nombre cinq fois de suite.

Temps 7 : panel des techniques possibles

Après les propositions de chaque groupe (voir quelques exemples en annexe 6), nous procédons à une synthèse sous forme de familles de techniques ; ce sont celles-ci que nous présentons ci-dessous. Nous le complétons ensuite avec le repérage des variables de la situation proposée.

Technique 1 : compte à rebours direct par pas de 2 (figure 1a) ; une variante consiste à compter à rebours par pas de 1 et à sélectionner une valeur sur deux (figure 1b).

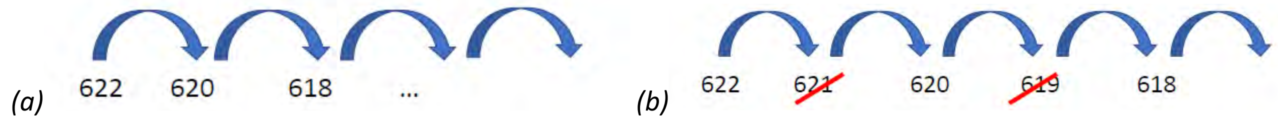


Figure 1. Technique 1 (a) ; variante (b)

Technique 2 : effectuer mentalement les soustractions (figure 2a).

Technique 3 : addition à trous (figure 2b).

Technique 4 : décomposition(s) du nombre de départ (figure 2c).

(a)
622 - 2 = 620
620 – 2 = 618
…

(b)
? + 2 = 622
A quel nombre faut-il ajouter 2 pour trouver 622 ?

(c)
622 = 600 + 10 + 12
622 - 2 = 600 + 10 + 10
622 – 2 = 620

Figure 2. Technique 2 (a) ; technique 3 (b) ; technique 4 (c)

Ce panel n'est pas exhaustif. Les groupes avec lesquels nous avons travaillé jusqu'ici ont identifié de nombreuses variantes de ces techniques liées aux différentes variables de la situation.

Les variables didactiques identifiées sont les suivantes :

- Le nombre de départ : pair ou impair, nombre à deux, trois ou quatre chiffres, nombre nécessitant ou non un passage de la dizaine ou de la centaine lors des soustractions.
- Le nombre à soustraire : 2 ; 1 ; 5 ; 10 …
- Le matériel mis à disposition : droite numérique, matériel de numération, …

Les variables pédagogiques sont : le nombre de soustractions ; le nombre d'items. Ces variables sont sans incidence sur les techniques que les élèves pourront mettre en œuvre mais elles peuvent avoir un effet non négligeable sur l'investissement des élèves dans la tâche. Et il s'agit là aussi de facteurs sur lesquels jouer pour rendre la situation accessible à tous

Temps 8 : rendre la situation accessible à tous

En groupes de 4 ou 5, les étudiant-e-s doivent sans modifier l'objectif d'apprentissage, aménager la tâche afin de la rendre accessible à tous, et en particulier à Romane.

Ainsi ces huit moments visent l'appropriation par nos étudiant-e-s d'un cadre de pensée pour la mise en œuvre d'une pédagogie universelle. Le travail en formation se poursuit par la mise en œuvre sur d'autres situations, éventuellement dans d'autres disciplines, de ce cadre d'analyse. C'est cette « suite » que nous avons fait vivre aux participants lors de l'atelier du colloque.

II - VIVRE : APPROPRIATION DU DISPOSITIF PAR LES PARTICIPANTS

Il s'agit ici, à partir d'une situation rencontrée dans une classe et de profils d'élèves EBEP, de conduire d'une part les analyses ascendantes (les techniques disponibles pour réaliser la tâche, les variables de la situation) et descendantes (quelle est la prescription institutionnelle relative aux apprentissages sous-jacents à la tâche proposée) de la situation et d'autre part une analyse ascendante à partir des profils d'élèves EBEP afin de bien repérer points d'appui et difficultés pour chacun.

Deux situations étaient proposées aux participants, l'une relative aux formes géométriques à l'école maternelle et l'autre en résolution de problème au cycle 3. On peut retrouver les supports de ces situations en annexe 7. Quatre profils d'élèves EBEP[4] (voir annexe 8) étaient disponibles. Chaque groupe a choisi une des deux situations ainsi que le profil d'un élève EBEP et devait conduire les analyses de la

[4] Élèves à besoins éducatifs particuliers

situation et du besoin de l'élève afin de proposer une transformation de la situation pour un apprentissage accessible à tous. Nous présentons ci-après deux exemples des productions recueillis dans l'atelier.

1 Formes géométriques en cycle 1 et profil d'élève C

Analyse de la situation

L'objectif est la reconnaissance et la dénomination des figures et non le classement des figures, même si la fiche fait référence à un classement. Plusieurs difficultés sont repérées dans la situation proposée :

- Les figures géométriques sont en position non prototypiques, ce qui évite d'installer des représentations erronées mais peut rendre leur reconnaissance plus difficile.
- Le travail sur les triangles devrait être sur le même plan que le travail sur les quadrilatères, alors que l'on considère souvent qu'il est sur le même plan que le travail sur les carrés.
- Il y a conflit entre représentations et figures géométriques (difficulté à inhiber le contexte : les papillons…). À quoi peut correspondre «élément» dans la consigne ?
- Toutes les figures n'ont pas la même taille : les petits carrés par exemple ne seront peut-être pas identifiés par certains élèves.
- Les différentes figures élémentaires sont en contact ce qui peut rendre leur identification plus difficile pour certains élèves.
- Une partie de la page ne sert pas à l'élève.
- Beaucoup de temps passé au coloriage. Que reste-t-il pour l'apprentissage mathématique ?

Analyse du besoin de l'élève C : la principale difficulté repérée pour cet élève malvoyant est sa fatigabilité ; son principal point d'appui est son aisance à l'oral.

Proposition de transformation de la situation pour un apprentissage accessible à tous

Restreindre le choix des couleurs, augmenter le contraste ou utiliser le thermogonflage ou du blanco pour faire ressortir les bords des figures.

Puisque l'objectif est la reconnaissance des formes, on peut demander d'aller chercher les figures au lieu de les colorier.

Ces adaptations pourraient être diffusées à tous les élèves.

2 Résolution de problèmes au cycle 3 et profil d'élève E

Analyse de la situation

De nombreuses ambiguïtés ont été relevées dans l'énoncé (prairie, triple rangée, dépense totale) ; elles peuvent être autant d'obstacles à la compréhension du problème et à sa résolution. Le choix des variables numériques fait que le problème peut sembler trop simple (ici la réponse est juste le dernier nombre de l'énoncé).

Analyse du besoin de l'élève E : cet élève est souvent dans l'opposition (parfois violente) et reproche à l'enseignant l'absence de sens des tâches proposées. Son attention est limitée. Cependant cet élève est volontaire et travaille lorsqu'un adulte le guide. Il est bon lecteur et accède facilement aux informations d'un texte, y compris lorsqu'elles sont implicites.

Proposition de transformation de la situation pour un apprentissage accessible à tous

Donner du sens à la situation, changer les variables numériques pour augmenter l'enjeu et l'intérêt.
On peut accompagner l'énoncé d'une représentation afin de lever les ambiguïtés.

On peut supprimer une étape, mais pas donner toutes les sous-étapes car on ne viserait plus le même objectif : au lieu de travailler sur la résolution d'un problème complexe, on travaillerait sur la résolution de plusieurs problèmes basiques.
On peut aussi envisager un travail en binôme puisque E apprécie cette modalité de travail.

III - ÉCHANGER… ET OUVRIR DES PERSPECTIVES

Le temps a manqué pour développer autant que souhaité cette partie de l'atelier. Nous reprenons ici quelques points qui ont semblé faire consensus dans le groupe. Tout d'abord, il faut, lorsqu'on adapte une situation, rester vigilant à ne pas perdre de vue l'apprentissage visé. Le risque est parfois, en voulant la rendre accessible, d'appauvrir la situation et de perdre de vue les enjeux d'apprentissage, voire de les faire disparaître. Pour éviter cet écueil, la double analyse de la tâche (ascendante et descendante) va tenir une place importante car elle doit permettre à l'enseignant de repérer ce qu'il ne faut « lâcher » sous aucun prétexte. On doit donc prendre en compte le besoin de l'élève mais il s'agit bien d'un besoin situé (figure 3) dans une institution où on apprend. L'enseignant doit jongler dans sa classe entre des adaptations spécifiques à un élève et les gestes génériques diffusables à toute la classe.

Figure 3. Un besoin situé

Le retour sur le déroulement de cet atelier nous a conduits à réinterroger le déroulement de notre dispositif de formation. En effet, il nous est apparu tant dans l'atelier que dans nos formations que la présence d'un ou plusieurs profils d'élèves conduit souvent à s'éloigner du travail de transformation de la situation pour la rendre accessible à tous et à focaliser sur l'adaptation de celle-ci à un élève. Afin de limiter cet écueil, nous avons décidé cette année de modifier la temporalité du dispositif et de ne présenter les profils d'élève qu'une fois réalisées les analyses ascendantes et descendantes de la tâche. À partir de ces analyses, on propose alors une réécriture de la situation dans la perspective d'une accessibilité universelle. C'est seulement après cette étape qu'on apporte les profils d'élèves EBEP, qu'on en effectue l'analyse et on interroge alors l'accessibilité de la situation réécrite à chacun des élèves EBEP en faisant l'hypothèse que les aménagements à apporter pour chaque élève seront moins coûteux que des aménagements réalisés pour chaque élève à partir de la situation initiale. Dans la perspective de classes accueillant plusieurs élèves EBEP avec des profils différents (ce qui est aujourd'hui la norme), cette démarche devrait peut-être apporter plus de confort à l'enseignant. Il convient donc de former sérieusement les PE à une démarche de construction de situations d'apprentissage accessibles à tous.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Bergeron, L., Rousseau, N. et Leclerc, M. (2011). La pédagogie universelle : au cœur de la planification de l'inclusion scolaire. *Éducation et francophonie, 39 (2)*, 87–104. (ressource en ligne) Consultée le 06/02/2024, Url : https://doi.org/10.7202/1007729ar

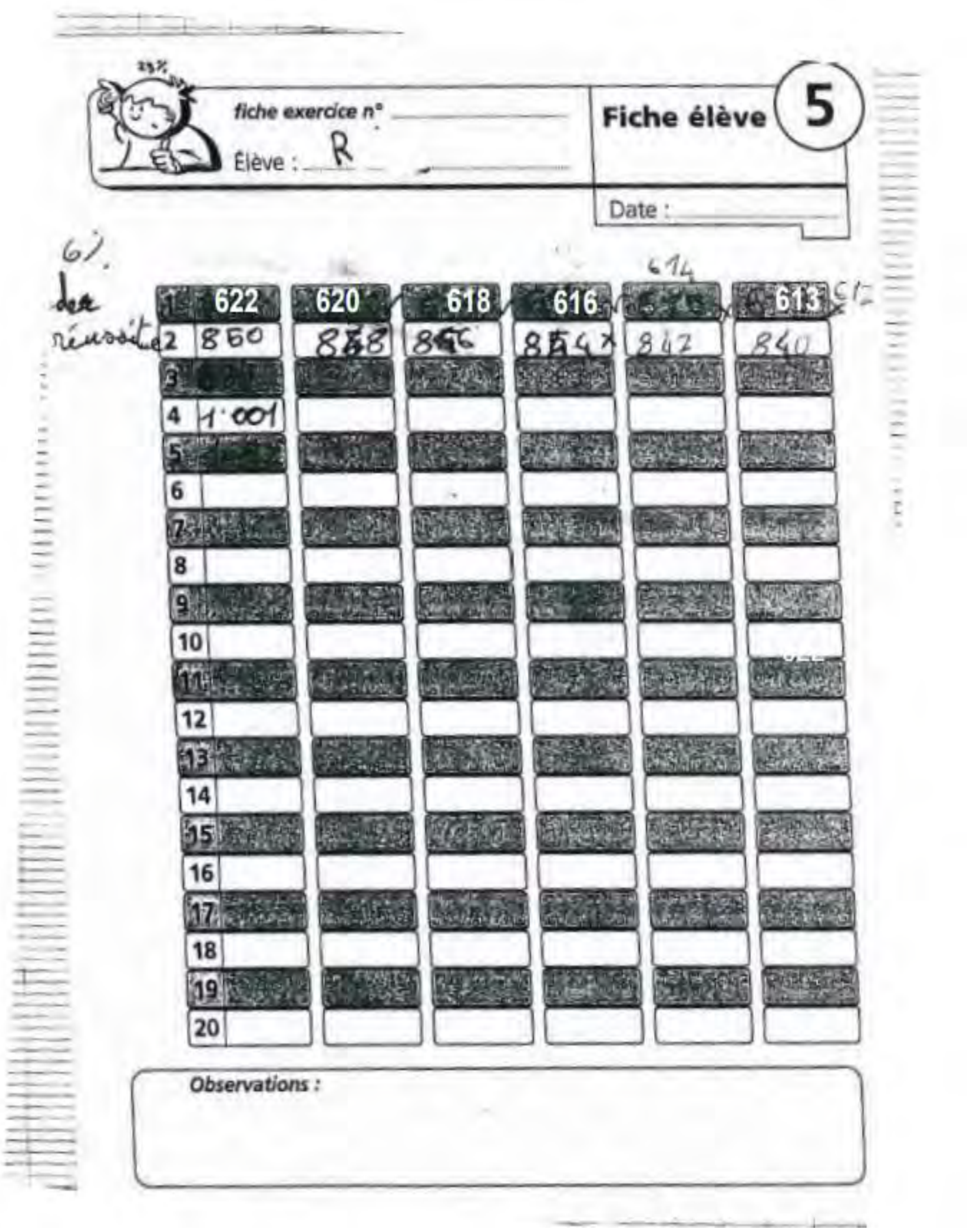
COPIRELEM (2012). *Calcul mental à l'école primaire*. Paris : ARPEME.

Gombert, A., Bernat, V. et Vernay, F. (2017). Processus d'adaptation de l'enseignement en contexte inclusif : étude de cas pour un élève avec autisme. *Carrefours de l'éducation, 43*, 11-25. (ressource en ligne) Consultée le 06/02/2024, Url : https://doi.org/10.3917/cdle.043.0011

Gombert, A. et Millon-Fauré, K. (2020). Inclure ou scolariser ? Adapter une situation d'apprentissage en mathématique : le cas d'une élève présentant une dyscalculie, *Ressources pour la formation l'école et les apprentissages scolaires, 22*, 50-63. (ressource en ligne) Consultée le 06/02/2024, Url : https://amu.hal.science/hal-02462022v1

Millon-Fauré, K. et Gombert, A. (2021). Analyse d'une situation en mathématiques pour une élève dyscalculique. Méthodologie pour la conception d'adaptations pédagogiques et didactiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 41 (2),* 143–176. (ressource en ligne) Consultée le 06/02/2024, Url : https://revue-rdm.com/2021/analyse-dune-situation-en-mathematiques-pour-une-eleve-dyscalculique/

ANNEXE 1- FICHE-RÉPONSE DE ROMANE



Les nombres figurant sur la fiche ci-dessus sont ceux écrits par Romane ; nous avons seulement recopié en blanc certains d'entre eux afin d'améliorer la lisibilité du document.

ANNEXE 2- PROFIL DE ROMANE

Romane aime l'école et apprendre. La relation avec sa maîtresse et ses pairs est excellente. Elle présente une lenteur, une grande fatigabilité. Elle ne peut pas se concentrer longtemps. Elle est sensible au bruit et à tout élément distracteur.

Romane montre une réelle envie de bien faire pour toutes les tâches scolaires qui lui sont proposées, mais les répercussions de son déficit attentionnel et en mémoire de travail, dans le contexte scolaire, sont nombreuses. Son attention est diffuse, elle manifeste une grande fatigabilité, elle oublie vite la consigne, elle rencontre des difficultés à traiter les consignes multiples et à appréhender les tableaux à double entrée. En ce qui concerne la numération, elle a une bonne connaissance des entiers strictement inférieurs à 100. Mais, du fait de sa dyscalculie, des problèmes apparaissent pour les nombres plus grands: la numération décimale de position n'est clairement pas maîtrisée. Elle a une bonne connaissance de l'algorithme opératoire de l'addition, y compris lorsqu'il y a des retenues et, même si parfois quelques erreurs de calculs sont repérées, ses résultats sont généralement justes. Elle sait également se servir d'un abaque pour réaliser les additions avec ou sans retenues. Elle rencontre cependant plus de difficultés pour effectuer les soustractions notamment lorsque les nombres impliqués sont supérieurs à 100 et qu'il y a des retenues. L'algorithme de la soustraction posée n'est pas acquis et les tables de soustraction ne sont pas maîtrisées. Même avec un abaque, les résultats obtenus lorsqu'elle effectue une soustraction sont souvent erronés …]

Ayant des difficultés pour mémoriser les faits numériques et également pour retenir ses résultats intermédiaires, les exercices de calcul mental constituent un réel problème pour elle.

ANNEXE 3- EXEMPLE DE SYNTHÈSE SUR LE PROFIL DE ROMANE

Difficultés

- Déficit attentionnel
- Faible mémoire de travail

(oublie la consigne…)

- Difficulté face aux consignes multiples
- Difficulté à lire les tableaux à 2 entrées
- Difficulté en numération >100
- Algorithme soustraction non acquis

(y compris avec abaque)

- Table de soustraction non maîtrisée
- Distractibilité
- Fatigabilité
- …

Points d'appui

- Aime l'école
- Aime apprendre
- Connaissance des entiers <100
- Maîtrise l'algorithme de l'addition
- Sais utiliser l'abaque
- …

ANNEXE 4- SYNTHÈSE SUR LES ENJEUX DE L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL MENTAL

Le calcul mental…

- à construire en interaction
- vise l'exploration des nombres
- vise l'exploration des propriétés des opérations
- demande à mémoriser des faits numériques (tables par exemple)
- permet à l'élève d'identifier et s'approprier des procédures efficaces.

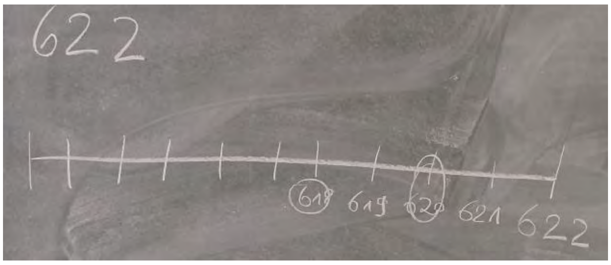
Références : Eduscol

ANNEXE 5- LES DIFFÉRENTS TYPES DE CALCUL

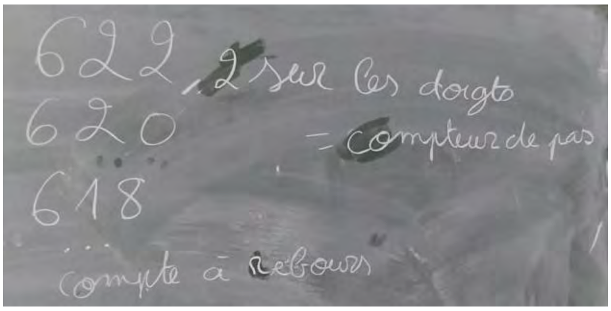
MOYEN	TYPE DE CALCUL Calcul réfléchi	TYPE DE CALCUL Calcul automatisé
Papier / crayon	Détailler par écrit les différentes étapes d'un calcul réfléchi … d'un … Calcul « en ligne » *ou* Calculer le terme manquant de 738+…=2563	Effectuer un calcul en colonne en appliquant une technique opératoire connue Calcul « posé »
« De tête »	Effectuer un calcul de tête ex : 11 fois 15 Calcul « mental »	Réciter le… tables d'addition et de …ultiplication, … la liste de multiples de certains nombres: 10; 100; 25; 15
Calculatrice	Utiliser le calcul comme auxiliaire dans la conduite d'une … e ex : tro… ifs dont … Résolution de problèmes ? Calcul… avec la calculatrice 64 × 28 puis sans effacer ni revenir à 0 calculer 64 × 29	Utiliser la calculette dans sa fonction classique d'outil de calcul. Calcul « instrumenté »

D'après COPIRELEM 2012

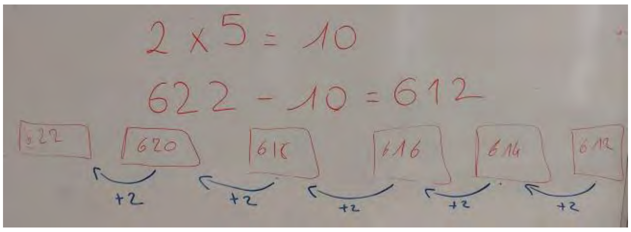
ANNEXE 6- TECHNIQUES PROPOSÉES PAR LES ÉTUDIANTS ET/OU STAGIAIRES LORS DU TEMPS 6 - QUELQUES EXEMPLES

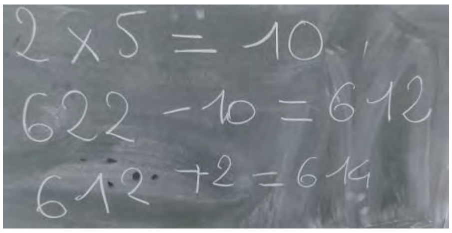


Compte à rebours sur droite graduée

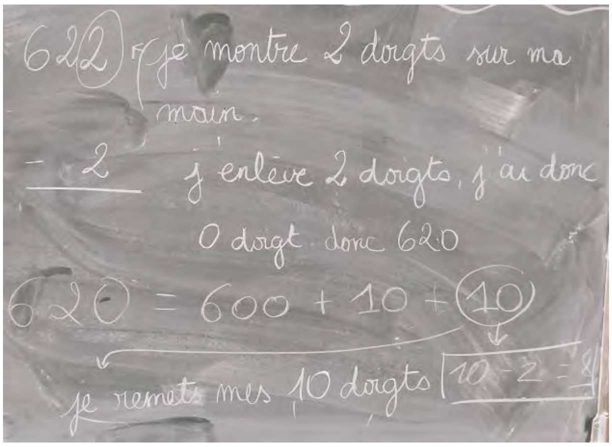


Compte à rebours avec utilisation des doigts comme « compteur de pas » afin de bien décompter de 2 à chaque étape

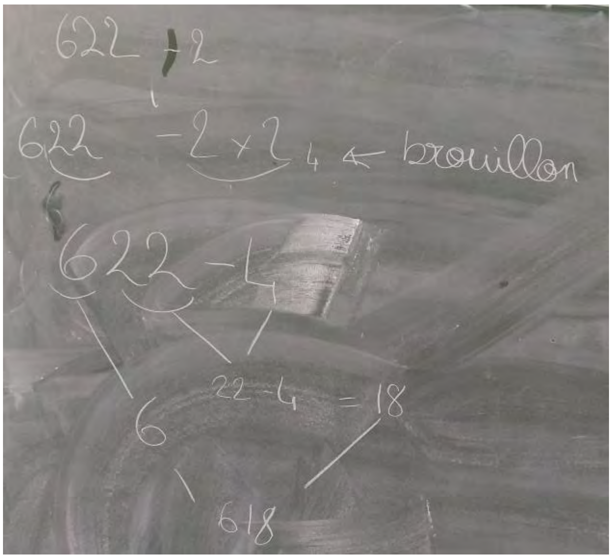




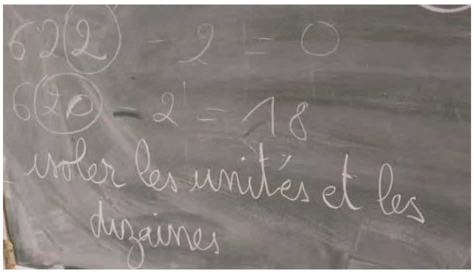
Soustraction de 10 pour trouver le dernier nombre puis ajouts successifs de 2 pour les autres

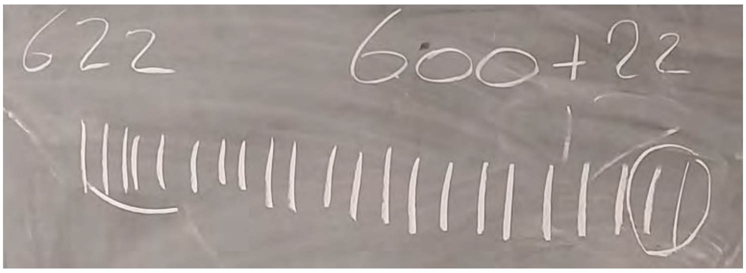


Décomposition du nombre et utilisation des doigts pour décompter de 2 à partir d'un nombre inférieur à 10

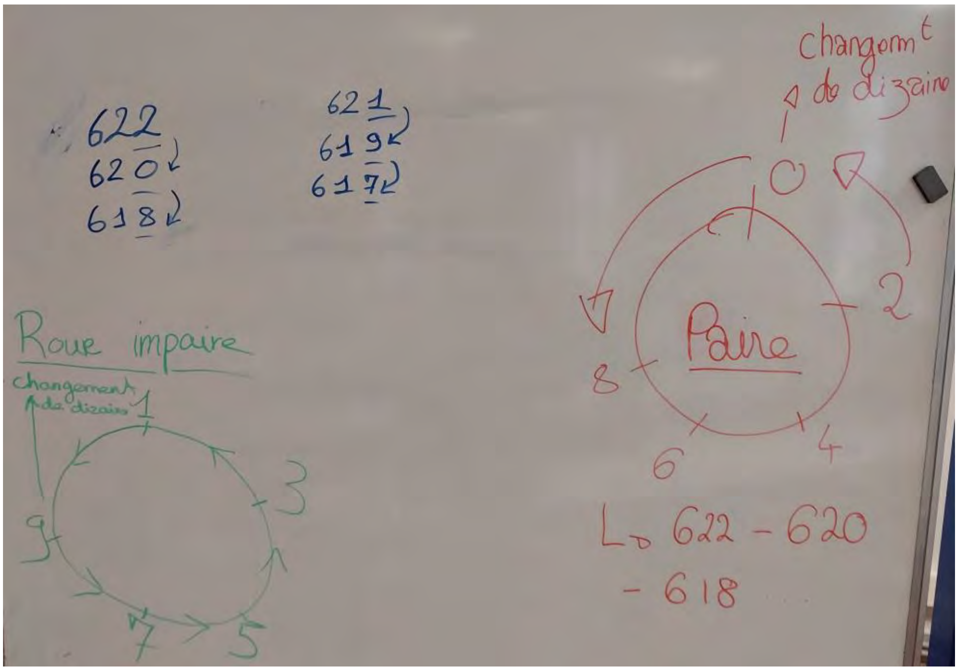


Soustraction au nombre 622 de 2, puis de 2X2, 3X2, … avec décomposition pour travailler sans les centaines





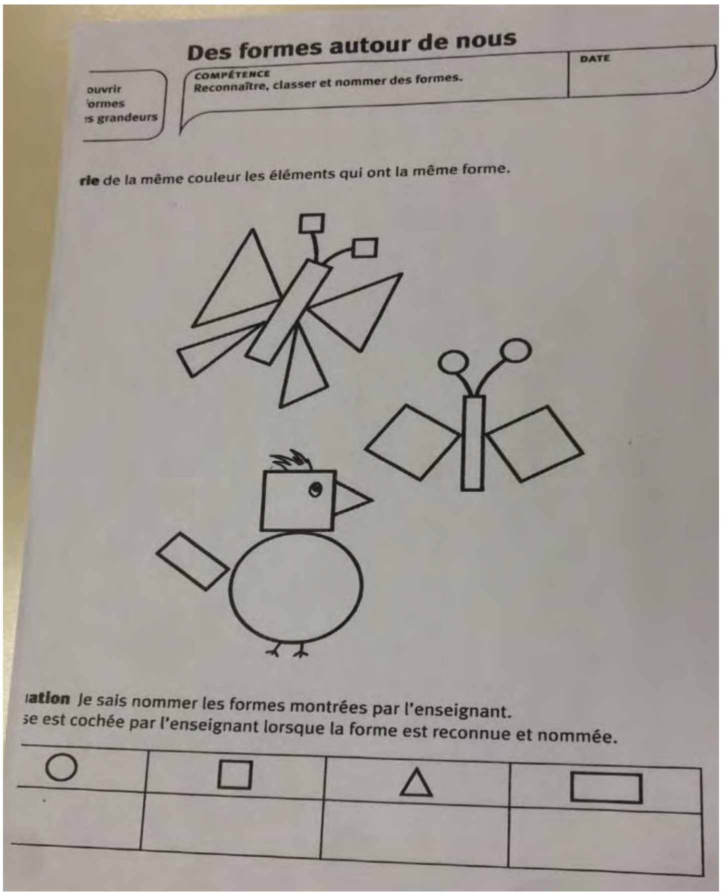
Décomposition pour travailler sans les centaines



Utilisation d'une sorte de compteur pour effectuer le décompte de 2

ANNEXE 7- SITUATIONS EN MATHÉMATIQUES PROPOSÉES DANS L'ATELIER

Cycle 1



Des formes autour de nous

COMPÉTENCE
Reconnaître, classer et nommer des formes.

DATE

ouvrir
ormes
s grandeurs

rie de la même couleur les éléments qui ont la même forme.

ation Je sais nommer les formes montrées par l'enseignant.
se est cochée par l'enseignant lorsque la forme est reconnue et nommée.

Cycle 3

Un jardinier entoure une prairie rectangulaire de 5 m de longueur et 2 m de largeur avec une triple rangée de fil de fer barbelé.

Le fil est vendu en rouleau de 50 m et chaque rouleau coûte 13 €.

Combien de rouleau lui faudra-t-il ?

Quelle sera la dépense totale ?

ANNEXE 8- LES PROFILS D'ÉLÈVES EBEP PROPOSÉS

Élève C :

C. est un élève malvoyant scolarisé à temps partiel et accompagné d'un AESH pendant son temps de présence à l'école. Il perçoit difficilement son environnement du fait d'une perception floue lorsque la distance augmente. Il a du mal à percevoir les contrastes, le relief et à apprécier les distances. Son arrivée à l'école a été précédée d'un temps de découverte des lieux en dehors de la présence des autres élèves afin qu'il prenne différents repères. C. présente un nystagmus qui augmente avec l'inquiétude et l'effort visuel. Bien intégré avec ses camarades il lui arrive néanmoins de se désinvestir de l'activité ou/et de s'isoler. En revanche il fait preuve d'une mémoire auditive remarquable ainsi qu'une aptitude à communiquer oralement avec une précision du langage notable.

Élève E :

Alors que le début d'année s'est déroulé sans difficultés apparentes, la reprise après les vacances d'automne s'avère très compliquée. En effet, E. se montre dans l'opposition en demandant fréquemment « pourquoi fait-on cela ?» et refuse l'activité prétextant savoir-faire ou disant qu'il s'agit d'un travail « trop nul » ou qui « ne sert à rien ». Face au rappel des exigences il pousse des cris, détourne la fonction de ses affaires pour faire du bruit, jouer ou se construire un rempart autour de lui, monte sur sa table, soulève sa chaise, s'oppose à l'enseignante par des non répétés voir des coups, frappe ses camarades.

Lorsque l'enseignante pose des questions, il se porte volontaire pour répondre. Il accepte volontiers le travail en binôme et fait le travail demandé lorsque l'enseignante se place à côté de lui et le guide dans le travail. Néanmoins il ne semble pas pouvoir tenir son attention trop longtemps sur une même tâche.

Il est plutôt bon lecteur : il lit et comprend le sens général d'un texte tout autant qu'il est capable d'y prélever des informations ponctuelles et accède au sens implicite du message.

Élève F :

F. manque d'autonomie dans les gestes quotidiens : il met ses vêtements à l'envers, ne ferme jamais sa veste, refuse d'essayer de faire ses lacets.
En classe le travail manque de soin, les feuilles ne sont pas collées correctement ni au bon endroit, F. n'arrive pas à découper en suivant un trait de coupe.
Dans le domaine des mathématiques, F. montre des difficultés dans le dénombrement d'une collection mais est capable de donner le résultat d'un tirage de dés bien qu'il doute systématiquement de la qualité de sa réponse.
En résolution de problème il trouve l'opération à convoquer mais est en difficulté pour la poser correctement et effectuer le calcul.
F. est conscient de ses difficultés, il accepte les supports adaptés et l'aide de ses pairs.

Élève H :

Cet enfant de 10 ans apparaît introverti mais coopérant avec l'adulte bien qu'il ne regarde que rarement son interlocuteur. Il répond par des phrases précises et formelles, au vocabulaire précieux, métaphorique, sur un ton plutôt monocorde. Il semble gêné pour verbaliser des émotions dans des histoires sociales, bien que la compréhension générale du texte soit bonne. Il n'initie pas spontanément la conversation qui se révèle d'ailleurs superficielle, et pouvant vite se transformer en monologue. Les tests d'intelligence ne montrent aucun retard cognitif et font même apparaître des performances très au-dessus de la moyenne dans certains domaines faisant appel à l'intelligence géométrique et à la mémoire. À l'évocation de son problème à l'école, il reconnaît d'emblée que les autres enfants ne l'intéressent pas car il ne comprend pas toujours leurs intentions et a du mal à initier une conversation, un échange, n'en voyant pas forcément l'utilité. Il a du mal avec les règles sociales, les jeux de groupe, le point de vue des autres. Quand sa mère est reçue seule, elle évoque une première enfance sans alerte particulière, si ce n'est qu'il a appris à lire seul vers 2 ans (mémorisation par cœur d'un vaste lexique) et qu'il dessinait des circuits électriques avec justesse dès 5 ans. Il connaissait par cœur toutes les lignes de métro et manifestait une grande résistance au moindre changement de trajet si on ne respectait pas ceux habituels. C'était un enfant extrêmement solitaire mais passionné par les livres, les encyclopédies et la musique classique. Elle reconnaît qu'aujourd'hui encore son problème majeur est son adaptation sociale. Il n'a aucune demande pour partager des moments avec des copains, ne fait ni sport ni activité de loisir. Il remet souvent en question les comportements socioémotionnels des personnes autour de lui. (tristesse, joie, colère, peur) car il a du mal à les décoder et à savoir comment réagir, ne ment ni ne trompe autrui, ce qui lui confère une certaine naïveté dont il est victime à l'école; tout ceci renforce son isolement.

UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUÉE : LE CAS DE LA CATÉGORISATION DE FORMES GÉOMÉTRIQUES EN MATERNELLE

Valentina CELI
INSPÉ de l'Académie de Bordeaux
Lab-E3D – EA 7441
Université de Bordeaux
valentina.celi@u-bordeaux.fr

Résumé
À l'école maternelle, l'enfant se familiarise progressivement avec une manière d'apprendre spécifique, l'adulte l'aide à en tirer des connaissances (MENJS, 2021). Comment outiller des professeurs des écoles stagiaires pour une prise en compte consciente des connaissances adaptées aux premiers apprentissages géométriques en maternelle ? Parmi diverses stratégies de formation mises en place à ce jour, nous avons proposé un dispositif s'appuyant sur l'analyse comparative de quatre scénarios autour de la catégorisation de formes géométriques. Lors de l'atelier, nous avons permis aux participants de vivre les diverses étapes de ce dispositif de formation afin d'interroger son contenu ; nous avons complété les moments de discussion par une analyse de quelques données recueillies lors de la mise en œuvre du dispositif auprès de professeurs des écoles stagiaires. Les échanges qui ont eu lieu nous encouragent à le proposer aussi en formations initiale et continue.

Notre intérêt pour les premiers apprentissages géométriques en maternelle naît lors d'observations sur le terrain. Les matériels autour des formes géométriques qui circulent dans les classes de maternelle sont souvent exploités pour des activités d'éveil ou de loisir, les connaissances géométriques dont ils pourraient être porteurs demeurent alors implicites ; autrement, la focale est trop rapidement portée sur leurs propriétés géométriques, en n'employant que des figures usuelles (carré, triangle, rectangle, disque).

En admettant que l'école maternelle est le lieu où l'élève peut être accompagné vers les premiers apprentissages géométriques, le matériel que l'on met dans ses mains demeure alors primordial pour introduire progressivement ces apprentissages et leur donner du sens.

Dans le programme d'enseignement de l'école maternelle (MENJS, 2021), dans le domaine consacré à l'exploration des formes, une attention particulière est portée sur les problèmes de catégorisation :

> *Très tôt, les enfants regroupent les objets. À l'école, ils sont incités à « mettre ensemble ce qui va ensemble » pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci. Par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères (MENJS, 2021, p. 17).*

Il nous semble ainsi fondamental de réfléchir à propos des matériels les plus appropriés pour faire émerger des caractéristiques géométriques des formes et à propos de leur adéquation avec les premiers apprentissages géométriques que l'on peut et que l'on se doit d'aborder à l'école maternelle.

Dans le cadre de la formation continuée, nous nous questionnons alors sur la manière d'outiller des professeurs des écoles afin qu'ils prennent conscience des connaissances adaptées aux premiers apprentissages géométriques en maternelle.

I - UN DISPOSITIF DE FORMATION EN TROIS ÉTAPES

Afin de mettre en exergue le *potentiel sémiotique* (Bartolini Bussi et Mariotti, 2008) de matériels qui pourraient être exploités dans des problèmes de catégorisation, nous avons élaboré un dispositif de formation comportant trois étapes :

- une analyse comparative de *quatre scénarios* différents (annexe 1), suivie d'une mise en commun ;
- la lecture de l'*extrait d'un texte scientifique* (annexe 3 ; Celi, 2023) où nous analysons sous quelles conditions les problèmes de catégorisation permettent à l'élève de construire ses premières connaissances géométriques ;
- un *retour sur les quatre scénarios* à la lumière des apports théoriques présents dans le texte scientifique proposé.

Avant d'être proposé aux participants à l'atelier en question, ce dispositif de formation a été mis en œuvre lors d'une séance de formation d'environ 2h30 auprès de quatre groupes de professeurs des écoles stagiaires[1].

1 Les quatre scénarios

Nous décrivons tout d'abord les éléments qui caractérisent chacun des quatre scénarios proposés aux formés (annexe 1). Nous en ferons l'analyse plus loin, lorsque nous nous attarderons sur l'étape 3 du dispositif de formation, après avoir fourni une synthèse du texte scientifique proposé lors de l'étape 2.
Les quatre scénarios visent le traitement de problèmes de catégorisation comme entrée dans une progression sur les formes géométriques, travail qui est mis en œuvre dans un dispositif en « atelier », typique de l'école maternelle. Les scénarios B et D sont issus d'observations de classes faites ces dernières années. Nous avons obtenu les documents et les renseignements constituant les scénarios A et C en demandant à des enseignants de maternelle sous quelle forme ils proposent à leurs élèves des problèmes de catégorisation de formes géométriques.

Le **scénario A** comporte une fiche présentant la trace graphique de seize formes polygonales monochromes : quatre triangles variés (particuliers et non), quatre carrés isométriques, quatre rectangles (dont trois isométriques) et quatre losanges isométriques. Par la nature du support, ces formes ne sont pas manipulables ; à l'exclusion de trois carrés, les autres formes ne sont pas en position prototypique par rapport aux bords de la feuille. Le traitement du problème nécessite la reconnaissance visuelle de formes dans leurs diverses orientations ; l'élève doit aussi « relier » et « colorier » les formes d'une même catégorie.
Le **scénario B** comporte douze formes non usuelles, monochromes et proches en taille : quatre formes à bords arrondis (a, f, h, r), deux formes à bords arrondis avec des points anguleux (d, g), trois formes à bords droits (b, e, s), trois formes à bords mixtes (c, m, n). Puisqu'il s'agit de formes manipulables, elles peuvent être perçues par la vue et par le toucher.
Le **scénario C** comporte une fiche présentant la trace graphique de vingt-et-une formes monochromes, assemblées (un « chat », un « train », une « maison ») : cinq triangles dont deux équilatéraux isométriques et trois isocèles ; neuf disques de tailles variées et sept carrés dont deux seulement sont isométriques. Par la nature du support, les formes ne sont pas manipulables ; à l'exclusion de deux triangles, les autres formes polygonales sont en position prototypique par rapport aux bords de la feuille. La catégorisation nécessite ici la reconnaissance visuelle de formes usuelles dans des assemblages, dans leurs diverses orientations ; l'élève doit aussi « colorier » les formes d'une même catégorie.

[1] Il s'agit de lauréats, titulaires d'un Master mention métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation - premier degré (MEEF) : ils bénéficient d'un parcours de formation adapté et réalisent un stage en responsabilité à mi-temps ou à temps plein (https://www.education.gouv.fr/bo/22/Hebdo29/MENH2218500C.htm).

Le scénario D comporte vingt-cinq formes usuelles isolées, manipulables : cinq disques, cinq triangles équilatéraux, cinq carrés, cinq rectangles et cinq hexagones réguliers. Une couleur est associée à chaque catégorie de forme et, dans chaque catégorie, les formes sont isométriques.
Dans les scénarios A, C et D, la mise en œuvre prévue conduit à distinguer les catégories réalisées par les noms des diverses formes alors que, dans le scénario B, elles se distinguent par les propriétés géométriques des formes portant sur leurs bords.

2 Une première analyse des scénarios (étape 1)

Lors de la première étape, nous distribuons aux formés un document proposant les quatre scénarios, accompagnés de quatre questions en guise d'aide à leur analyse (annexe 1). Des éléments de réponse à ces questions sont fournis en annexe 2, nous tenons compte ici de ce qui a émergé en formation et lors de l'atelier.

Cette étape comporte deux temps : un travail en petits groupes (30 minutes) et une mise en commun (20-30 minutes). Lors du second temps, nous ne nous autorisons pas à apporter d'informations en laissant plutôt les formés échanger entre eux et exprimer leurs avis sur les quatre scénarios. À l'unanimité, les formés reconnaissent la non pertinence des scénarios A et C, notamment par l'absence de manipulation qu'ils considèrent importante dans le cas d'apprentissages sur les formes géométriques et par le fait qu'il s'agirait de la première séance d'une progression sur ce sujet. Ces deux scénarios impliquent d'ailleurs des tâches telles que le coloriage qui risquent de détourner l'élève du but principalement visé. Ces avis sont aussi partagés par les participants à l'atelier. Lors des séances de formation, deux cas de figure se profilent ensuite :

- un bon nombre de formés n'identifient pas le bien-fondé du scénario B en le trouvant difficile à traiter pour des jeunes élèves ; ils optent plutôt pour le scénario D, moyennant quelques modifications : par exemple, éliminer la variété de couleurs ; ne considérer que les formes évoquées dans le programme d'enseignement du cycle 1 ;
- moins nombreux sont les formés qui apprécient le bien-fondé du scénario B sans pourtant savoir le justifier explicitement ; ils reconnaissent, dans ce cas, l'intérêt de l'activité langagière dans laquelle l'élève serait impliqué, en s'intéressant aux caractéristiques des formes en jeu et en argumentant sur le choix des catégories envisagées.

Lors de l'atelier, les participants se focalisent principalement sur le scénario B : l'élève est impliqué dans une « véritable activité réflexive », « on fait émerger un vocabulaire géométrique pour caractériser des formes », c'est là où « il va y avoir le plus d'échanges ».

3 Une synthèse du texte scientifique (étape 2)

À l'issue de la mise en commun sur l'analyse des quatre scénarios, nous proposons aux formés la lecture de l'extrait de Celi (2023), texte dans lequel nous nous interrogeons entre autres sur les conditions qui, lors du traitement de problèmes de catégorisation de formes, permettent à l'élève de construire ses premières connaissances géométriques.

Cette étape comporte trois temps : lecture du texte (30 minutes), une synthèse du texte faite par le formateur (cf. Figure 1 ; moins de 10 minutes) et un temps d'échanges au cas où les formés auraient des questions à poser sur le texte (15 minutes au plus). Nous proposons ci-après une synthèse[2] du texte en renvoyant à l'annexe 3 pour une lecture plus précise.

[2] Ici, pour ne pas alourdir cette synthèse, nous n'indiquons pas de références bibliographiques. Nous prions néanmoins le lecteur d'en prendre connaissance dans l'extrait du texte proposé en annexe 3.

Figure 1. Une synthèse de l'extrait de l'article distribué (Celi, 2023)

Plusieurs auteurs au fil du temps s'accordent sur le fait que, par la seule *perception visuelle*, l'enfant appréhende d'abord les formes de manière globale (*appréhension globale*).

Selon l'approche piagétienne, la représentation de l'espace se construit en passant par trois stades : pendant le premier stade (espace topologique), l'enfant ne distingue pas aisément ce qui est courbe de ce qui est droit. Ce qui nous conduit à parler d'*appréhension topologique*. D'où l'importance de prendre en compte la *perception haptique* qui est une perception qui résulte d'une mise en contact dynamique de la main avec un objet. Dans une activité destinée à préparer les apprentissages géométriques, la perception haptique permet alors à l'enfant de dépasser les appréhensions globale et topologique des formes pour en saisir leurs caractéristiques et ainsi mieux construire ses représentations des figures planes élémentaires.

Par la seule perception visuelle, les caractéristiques d'une forme sont toutes perçues simultanément alors que son association à la perception haptique permettra à l'élève de dépasser les appréhensions globale et topologique pour commencer à appréhender les formes selon une *appréhension séquentielle :* c'est ainsi qu'il est amené à passer à un traitement plus analytique de celle-ci, avec la prise en compte de son contour. La prise en compte de la perception haptique est ainsi nécessaire pour aider l'élève à dissocier une surface de ses bords et pour caractériser les formes par la nature du bord, ce qui constitue l'un des fondements des premiers apprentissages géométriques.

Le traitement d'un problème de catégorisation peut s'opérer de manière *holistique*, en s'appuyant sur les similarités globales ; ou bien de manière *analytique* et, dans ce cas, on porte une attention sélective sur les objets à catégoriser. En articulant les perceptions visuelle et haptique, les élèves appréhendent de manière séquentielle les formes qu'ils manipulent et complètent un traitement holistique avec un traitement analytique de celles-ci. Ils sont ainsi conduits à opérer un premier changement de regard qui les conduit à dépasser leurs appréhensions spontanées. Par la prise de conscience des modalités d'organisation mises en œuvre pour créer des catégories, ils parviennent à conscientiser et à structurer les premiers concepts.

4 Retour sur les scénarios (étape 3)

Cette étape comporte un temps collectif d'échanges (30 minutes), suivi éventuellement d'une synthèse faite par le formateur sur l'évolution constatée en passant d'une étape à l'autre, sur les effets de la lecture sur les avis des formés. Nous revenons particulièrement sur ces aspects dans la partie II de ce texte.

À l'issue de l'étape 2, les scénarios peuvent être analysés plus précisément en parvenant à justifier les faiblesses et les points forts, lorsque l'on souhaiterait les exploiter pour aborder les problèmes de catégorisation de formes géométriques.

En proposant des supports sur fiche, les scénarios A et C excluent l'articulation entre les perceptions visuelle et haptique et favorisent ainsi un traitement holistique du problème de catégorisation, l'appréhension globale primant sur l'appréhension séquentielle.

Dans les scénarios B et D, la possibilité de manipuler les formes proposées favorise l'articulation entre les perceptions visuelle et haptique, le problème peut alors être traité de manière analytique.

D'autres variables didactiques ont aussi un poids important sur le traitement du problème. C'est ainsi que le scénario B – qui propose des formes inusuelles, manipulables, d'une seule couleur et de tailles proches – favorise davantage que les autres une catégorisation s'appuyant sur les propriétés géométriques et celle-ci s'opère nécessairement selon un traitement analytique. Dans ce scénario, l'étude de ces formes conduit donc naturellement à dépasser leur appréhension globale pour les appréhender de manière séquentielle en s'intéressant à la nature des bords ou à la présence ou non de points anguleux.

Le scénario D pourrait être exploité à condition de « resserrer les variables pour aller vers une catégorisation », comme l'indique notamment un groupe de participants à l'atelier en proposant de considérer des formes usuelles toutes de la même couleur et qui seraient cachées dans un sac opaque afin de ne les traiter que par la perception haptique.

Quant aux scénarios A et C, ils pourraient être proposés plus tard dans les apprentissages et pas nécessairement dans le traitement d'un problème de catégorisation de formes.

II - UNE ANALYSE DU DISPOSITIF EN TERMES DE TRANSPOSITION MÉTA-DIDACTIQUE

1 Le modèle de la transposition méta-didactique

Pour analyser le dispositif de formation présenté ici, nous avons choisi de nous appuyer sur le modèle théorique de la *transposition méta-didactique*, au sens de Arzarello et al. (2014). Ce modèle a été conçu comme outil d'étude de l'interaction dialectique entre la pratique de la recherche et celle de l'enseignement. Cette interaction vise le développement par les enseignants d'une nouvelle conscience et de nouvelles compétences qui les conduisent à enrichir leurs pratiques.

Selon le modèle de la transposition méta-didactique, les *praxéologies*[3] du formateur et des formés sont caractérisées par des *composantes*, *internes* ou *externes :* il s'agit notamment de connaissances – disciplinaires, didactiques, pédagogiques et curriculaires – ou de croyances[4].

Ces composantes évoluent dans le temps et l'internalisation de composantes externes modifie les praxéologies des communautés observées. Dans le processus de modification, un rôle déterminant est joué par le *médiateur*, à savoir celui qui établit des liaisons entre les communautés engagées dans la formation, qui en facilite la coordination et qui ouvre de nouvelles possibilités de sens relativement aux praxéologies en jeu ; il favorise ainsi la transition de concepts d'une communauté à l'autre, en s'appuyant sur des *objets limites* (ou *frontières*). C'est à l'issue de ce processus que des nouvelles praxéologies sont ainsi *partagées* entre le formateur et les formés (Figure 2).

Dans notre dispositif, les contenus des divers scénarios (matériels usuels *vs* matériels non usuels) et l'extrait d'un écrit scientifique acquièrent la fonction d'objets frontières.

[3] Une *praxéologie* désigne une organisation composée d'une part d'une *tâche* et de la *technique* permettant de la mener à bien et d'autre part de la *technologie* (justification de la technique) et de la théorie correspondantes (http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf).

[4] Dans ce modèle, les auteurs visent à compléter et dynamiser le modèle MKT (Mathematical Knowledges Teaching) développé par Ball et Bass (2003). Nous préférons considérer les connaissances, au sens de Shulman (1986) et les croyances, au sens de Vause (2011), ces dernières étant aussi importantes que les connaissances en termes de composantes.

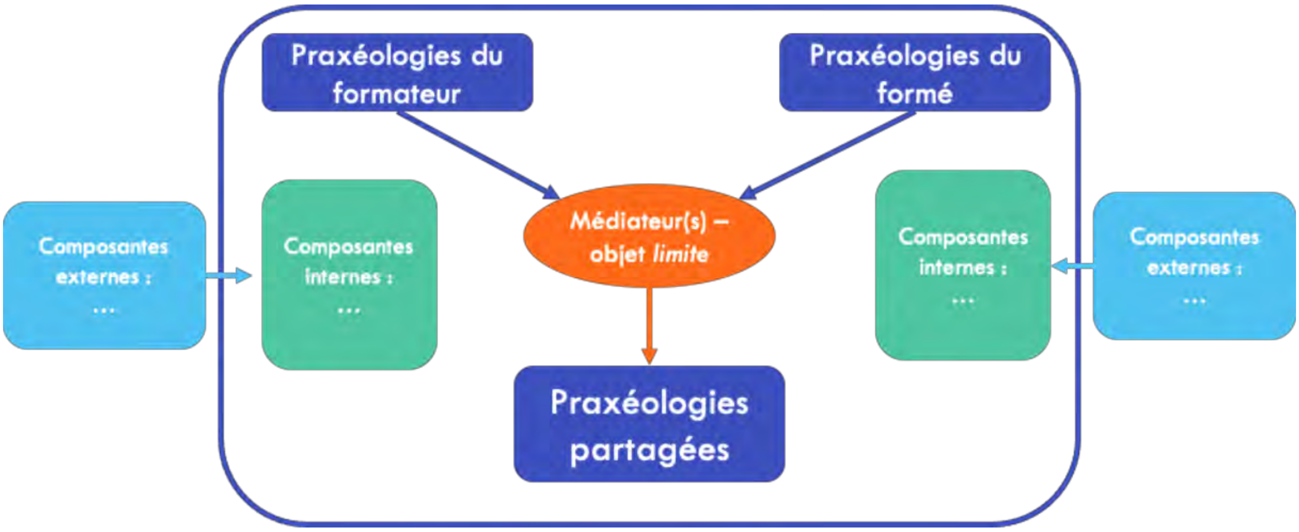


Figure 2. Le modèle de la transposition méta-didactique, au sens de Arzarello et al. (2014)

Les quatre scénarios sont choisis dans le but de mettre en exergue le *potentiel sémiotique* (Bartolini Bussi et Mariotti, 2008) de matériels qui pourraient être exploités dans des problèmes de catégorisation mais pas seulement car :

- l'analyse comparative de quatre scénarios différents et la mise en commun qui suit (étape 1) visent à faire émerger les *praxéologies* des formés ;
- après la lecture de l'extrait d'un texte scientifique (étape 2), un retour sur les quatre scénarios (étape 3) vise à repérer des indices de nouvelles compétences développées par les formés et faire ainsi évoluer les praxéologies des formés vers une *praxéologie partagée* avec le formateur.

2 Zoom sur des échanges entre professeurs des écoles stagiaires

Par les échanges et les interventions des formés, nous pouvons identifier quelques composantes qui caractérisent leurs praxéologies et apprécier ainsi les effets des objets frontières sur l'émergence d'une praxéologie partagée.

2.1 Lors de l'étape 1 : sur le scénario B

Nous rapportons ci-après un moment d'échange de l'un des groupes de professeurs des écoles stagiaires auxquels nous avons proposé le dispositif de formation en question. Il porte précisément sur le moment de la mise en commun lors de l'étape 1. Ce qui se passe ici est représentatif de ce qui s'est passé dans les autres groupes.

Au-delà du fait de proposer des éléments de réponse aux questions accompagnant les scénarios, les formés s'attardent sur chacun des scénarios. Au sujet du scénario B, voici les premières réflexions :

> *PES1 : « je me demandais si c'était bien de commencer par les formes quelconques… elles n'ont pas de couleur et sont toutes différentes les unes des autres, on peut pas vraiment les classer ».*
>
> *PES2 : « elle [l'enseignante] demande de mettre ensemble les formes qui sont pareilles qui vont ensemble… moi je ne sais pas les classer je me dis un enfant de 4-5 ans je ne sais pas comment il classe ça… ».*

Si l'un (PES1) hésite à propos de la pertinence du scénario B, l'autre (PES2) a un avis tranché : les connaissances sur l'assortiment de formes inusuelles font partie de leurs composantes externes, dans un cas de manière *perméable* (« je me demandais si… ») alors que, pour l'autre, de manière *étanche* (« moi je ne sais pas les classer… »).

Un troisième formé (PES3) intervient, le travail de comparaison des divers scénarios semble l'aider à internaliser des connaissances sur les formes inusuelles :

> *PES3 : « c'est l'aspect arrondi pointu on voit déjà quelques propriétés… à partir de là ils pourront ensuite classer quelques formes plus particulières ».*

Cela semble ainsi aider le formé PES2 qui reconnaît une qualité du scénario B mais qui est déstabilisé par la consigne de l'enseignante et la nature des formes en jeu :

> *PES2 : « je trouve ça hyper-compliqué, à la limite ce qui est bien dans ce scénario c'est qu'elle reprend le vocabulaire (pic pointu arrondi rond droit) mais après elle demande de mettre ensemble celles qui sont pareilles mais il n'y en a aucune qui est pareille ».*

Un quatrième formé (PES4) essaie d'aider le formé PES2 à dépasser son scepticisme mais on s'aperçoit que ce dernier est influencé par des critères qu'il utiliserait avec des formes usuelles, à savoir le nombre de *pics* dans une forme ainsi que la nature (« il n'y en a aucune pareille »), et veut à tout prix les transposer dans le cas en question. Ses connaissances sur les formes inusuelles demeurent en tant que composantes externes :

> *PES 4 : « celles qui d'après vous vont ensemble et c'est là que… ».*
>
> *PES 2 : « oui mais sur quel critère je ne comprends pas ».*
>
> *PES 4 : « cette forme me fait penser à celle-ci parce que… ».*
>
> *PES 2 : ah la* a *la* f *la* r *sont un peu arrondies, on le mettrait ensemble… oui mais est-ce que la* b *va avec la* d *? parce que la* d *a deux pics la b en a plus ».*

Les formés PES3 et PE4 reprennent alors la parole en montrant que leurs connaissances sur les formes inusuelles se transforment de plus en plus en composantes internes car ils parviennent aussi à ébaucher quelques arguments :

> *PES3 : « justement je pense que c'est plus facile pour l'élève de commencer par des formes comme celles-là ».*
>
> *PES4 : « ça va les amener à réfléchir car ils ne vont pas être d'accord entre eux il y a débat et ça va faire émerger les propriétés ».*

Un dernier formé (PES6) intervient et, comme le formé PES3, montre qu'il est dans une phase d'internalisation de nouvelles connaissances en parvenant à fournir une ébauche d'une progression relative au choix des formes :

> *PES6 : « si on commence par des formes particulières on va rester sur un stéréotype de formes on commence alors par toutes les formes qui existent jusqu'à se rendre compte qu'il y des formes particulières ».*

Par l'analyse de ces quelques échanges, nous avons pu évaluer l'influence du matériel inusuel en tant qu'objet frontière et les effets de la comparaison avec les matériels, davantage familiers, proposés dans les autres scénarios.

2.2 Lors de l'étape 3 : ce que révèlent les échanges

Il faudra néanmoins l'extrait du texte scientifique, dans son rôle d'objet frontière, pour permettre notamment aux formés PES3, PES4 et PES6 de mieux définir les arguments justifiant le choix du scénario B comme le plus pertinent pour aborder le problème de comparaison de formes. Quant au formé PES2, il parvient enfin à intégrer de nouvelles connaissances, la comparaison avec d'autres scénarios joue encore un rôle important pour parvenir à ébaucher une justification de son nouveau choix :

> *PES2 : « Pour débuter la séquence en effet il vaut mieux prendre le [scénario] B… le scénario A est plus abstrait, on ne manipule plus, je ne sais même pas s'il est à la portée de l'élève »*

Les échanges entre formés, mais aussi entre les participants à l'atelier, nous ont convaincue de l'importance et de l'intérêt de proposer un tel dispositif reposant sur une comparaison de scénarios, le potentiel du matériel inusuel (scénario B) et son rôle d'objet frontière n'aurait pas émergé aussi distinctement s'il n'y avait pas eu la possibilité de l'étudier en le mettant en regard avec d'autres matériels.

III - CONCLUSION ET OUVERTURES

Dans le dispositif analysé lors de cet atelier, nous proposons quatre scénarios : un scénario choisi comme étant un exemple de pratique potentiellement davantage favorable aux apprentissages visés (scénario B),

un scénario classique que nous avons souvent observé (scénario D) et deux scénarios suggérés par des ressources pédagogiques et exploités par quelques enseignants interrogés (scénarios A et C).
À l'unanimité, à l'issue de l'atelier, nous avons convenu que les formés sont ainsi mis en condition d'analyser et d'apprécier un matériel inusuel (scénario B) qui est mieux adapté pour démarrer un travail sur les premières connaissances géométriques.
Nous avons en outre convenu que, au-delà de la perception des limites du travail sur fiche (manipulation, traçage graphique, coloriage, …) et des stratégies non géométriques (couleurs…), la présence des trois autres scénarios aide à faire émerger et conscientiser les qualités du scénario B centré sur des propriétés géométriques.
La structuration du dispositif de formation en trois étapes vise à articuler l'analyse de pratiques professionnelles possibles (étape 1) et des résultats de la recherche (étape 2) dans le but d'identifier des scénarios qui pourraient être séduisants sans être didactiquement pertinents et, par conséquent, d'innover et faire évoluer les pratiques enseignantes en aidant de manière opératoire les formés à faire des choix professionnels éclairés. Le choix d'un scénario parmi des possibles simule d'ailleurs une tâche de l'enseignant et l'extrait d'un texte de référence proposé permet d'objectiver et de professionnaliser ce choix en lui fournissant des arguments explicites professionnellement reconnus ; ceci est particulièrement efficient quand ces savoirs sont en tension avec la doxa des usages courants, comme c'est ici le cas.
Les échanges avec les participants ont permis de souligner que l'évolution des praxéologies observée chez les formés par l'évolution des diverses composantes mises en exergue plus haut est pour la plupart déclarative (logos) et n'est effective (praxis) que pour un petit nombre : d'une part parce que, au moment de la formation, les formés n'ont pas tous en charge des classes de maternelle ; d'autre part parce que la résistance aux changements d'usages, notamment vers plus de complexité, est naturelle.
À l'issue de cette année de formation, nous avons recontacté un certain nombre d'enseignants stagiaires ayant suivi la formation. Le dispositif proposé a été apprécié et quelques formés nous ont manifesté leur volonté de commencer à modifier effectivement leurs pratiques à ce sujet.
C'est notamment le cas d'une professeure stagiaire qui a proposé un nouveau matériel à ses élèves (Figure 3) et qui s'exprime ainsi :

> *« […] On est dans une approche très concrète, différentes situations de classe sont proposées et finalement, ces séances sont très proches de notre quotidien […] Cette analyse a donné lieu à des échanges nourris entre nous, qui nous ont permis de prendre du recul sur notre pratique et sur notre approche des manuels par exemple. Également, cette approche avec les apports scientifiques et didactiques m'a permis de prendre conscience de nombreux éléments, comme l'importance du toucher haptique en maternelle par exemple. Concrètement, sans cet apport, je serais sans doute allée plus rapidement dans la recherche immédiate de connaissances sur les propriétés ou les noms de telles ou telles formes, alors qu'il est primordial de laisser aux élèves le temps de manipuler, toucher, faire le tour... Que c'est tout ce travail en amont, de manipulation, de découverte à tâtons...qui va permettre inconsciemment de faire émerger les premiers concepts. […] Un autre apport, et non des moindres, est l'idée de proposer systématiquement des contre-exemples (surtout en maternelle) pour faire émerger un concept. Rien de tel pour faire émerger le concept de "bord droit" par exemple que de manipuler une forme contenant du curviligne. Cette approche m'a aussi permis de comprendre qu'il est nécessaire de prendre du temps avec de si jeunes élèves, j'ai donc modifié mon approche en ajoutant des séances à ma séquence initiale, ce qui, je pense, s'est avéré par la suite décisif dans l'atteinte des objectifs ».*

La volonté de cette enseignante stagiaire de modifier ses pratiques se retrouve aussi dans la réalisation de nouveau matériel pour ses élèves (Figure 3), en s'inspirant notamment de Celi et Semmarty (2018) dont elle a pris connaissance à l'issue de cette formation.

Figure 3. Le matériel construit par une enseignante stagiaire, à l'issue de cette formation

La manière dont cette formation a été appréciée, les échanges qu'elle a permis et le constat des premières bribes d'évolution dans les pratiques enseignantes nous encouragent à poursuivre dans la mise en œuvre de ce dispositif non seulement en formation continuée mais aussi en formation initiale et continue, tout en envisageant quelques modifications : par exemple, lors de l'étape 3, en incluant la vision de quelques vidéos où l'on voit des élèves opérer avec les formes inusuelles du scénario B. Nous pensons en outre développer ce dispositif en trois étapes autour d'autres thèmes que celui présenté ici.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Arzarello, F., Robutti, O., Sabena, C., Cusi, A., Garuti, R., Malara, N. et Martignone, F. (2014). Meta-didactical transposition: a theoretical model for teacher education programs. Dans A. Clark-Wilson, O. Robutti et N. Sinclair (éd.), *The mathematics teacher in the digital era: an international perspective on technology focused professional development* (347 – 372). Dordrecht : Springer.

Bartolini Bussi M. et Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. Dans L. D. English (éd.), *Handbook of international research in mathematics education* (746 – 783). New York and London : Routledge.

Ball, D. L. et Bass, H. (2003). Vers une théorie pratique des connaissances mathématiques pour l'enseignement. Dans B. Davis et E. Simmt (éd.), *Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (3-14). Edmonton : CMESG/GDEDM.

Celi, V. et Semmarty, M. (2018). *Préapprentissages géométriques à l'école maternelle* (ressource en ligne). Consultée le 12/09/2023, url : https://public.weconext.eu/academie-sciences/2018-12-12/video_id_005/index.html

Celi, V. (2023). Catégoriser des formes géométriques à l'école maternelle, pour le développement global de l'enfant et les apprentissages de l'élève. *Revue internationale de communication et socialisation*, *10*(1), 61-83.

MENJS (2021). *Programme d'enseignement de l'école maternelle* (ressource en ligne). Consultée le 15/09/2023, url : https://www.education.gouv.fr/bo/15/Special2/MENE1504759A.htm

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14. Washington : AERA.

Vause, A. (2011). *Des pratiques aux connaissances pédagogiques des enseignants : les sources et les modes de construction de la connaissance ouvragée*. Thèse de doctorat en éducation. Louvain-la-Neuve : Université catholique de Louvain.

ANNEXE 1 : LES QUATRE SCÉNARIOS PROPOSÉS

Document 1
Atelier « Un dispositif de formation continuée : le cas de la catégorisation des formes en maternelle »
Colloque de la COPIRELEM – 13, 14 et 15 juin 2023 (Marseille)

CATEGORISATION DE FORMES EN MATERNELLE : UNE SITUATION CLASSIQUE ET QUATRE SCENARIOS

Extrait des programmes (BOEN n°25 du 24 juin 2021).

4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées

Très tôt, les jeunes enfants discernent intuitivement des formes (carré, triangle, etc.) et des grandeurs (longueur, contenance, masse, aire, etc.). À l'école maternelle, ils construisent des connaissances et des repères sur quelques formes et grandeurs. L'approche des formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs, se fait par la perception visuelle, la manipulation et la coordination d'actions sur des objets. Cette approche est soutenue par le langage : il permet de décrire ces objets et ces actions et favorise l'identification de premières caractéristiques descriptives. Ces connaissances qui resteront limitées constituent une première approche de la géométrie et de la mesure qui seront enseignées aux cycles 2 et 3.

4.2.1. Objectifs visés et éléments de progressivité

Très tôt, les enfants regroupent les objets, soit en fonction de leur aspect, soit en fonction de leur utilisation familière ou de leurs effets. À l'école, ils sont incités à « mettre ensemble ce qui va ensemble » pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci. Par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères : forme, longueur, masse, contenance essentiellement. Ils apprennent progressivement à reconnaître, distinguer, décrire des solides puis des formes planes. Ils commencent à appréhender la notion d'alignement qu'ils peuvent aussi expérimenter dans les séances d'activités physiques. L'enseignant est attentif au fait que l'appréhension des formes planes est plus abstraite que celle des solides et que certains termes prêtent à confusion (carré/cube). L'enseignant utilise un vocabulaire précis (cube, boule, pyramide, cylindre, carré, rectangle, triangle, cercle ou disque - à préférer à « rond ») que les enfants sont entraînés ainsi à comprendre d'abord puis amenés progressivement à utiliser.

Par ailleurs, dès la petite section, les enfants sont invités à organiser des suites d'objets en fonction de critères de formes et de couleurs ; les premiers algorithmes qui leur sont proposés sont constitués d'alternances simples. Dans les années suivantes, progressivement, ils sont amenés à reconnaître un rythme dans une suite organisée et à continuer cette suite, à inventer des « rythmes » de plus en plus compliqués, à compléter des manques dans une suite organisée.

4.2.2. Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

– Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme.
– Reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).
– Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et ce dans toutes leurs orientations et configurations.
– Classer ou ranger des objets selon un critère de longueur ou de masse ou de contenance.
– Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).
– Reproduire, dessiner des formes planes.
– Identifier une organisation régulière et poursuivre son application.

Pour démarrer la progression sur les formes géométriques, un enseignant propose à ses élèves de MS un **problème de catégorisation de formes géométriques**. Vous trouverez ci-dessous **quatre scénarios différents**, mis en œuvre dans un dispositif type « atelier ».

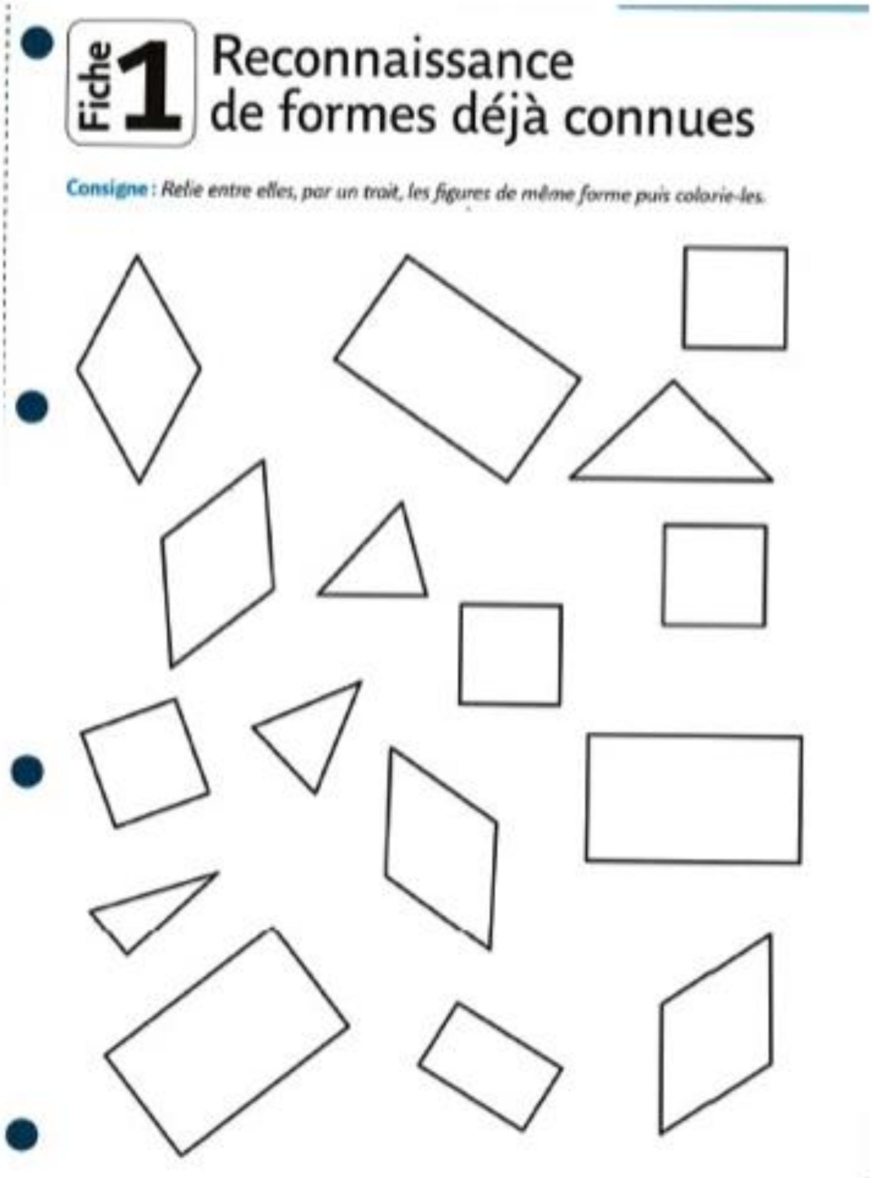
Pour guider l'analyse des quatre scénarios

1. Préciser les différentes tâches des élèves ainsi que les techniques qu'ils peuvent mobiliser dans chacun des scénarios.
2. Identifier les variables didactiques mises en jeu dans l'ensemble des scenarios.
3. Préciser les apprentissages visés dans les différents scénarii de catégorisation de formes.
4. Analyser l'influence des différents matériels choisis sur les apprentissages des élèves.

Document 1
Atelier « Un dispositif de formation continuée : le cas de la catégorisation des formes en maternelle »
Colloque de la COPIRELEM – 13, 14 et 15 juin 2023 (Marseille)

Scenario A

L'enseignant montre la fiche ci-dessous et la décrit ; « *Voici sur cette feuille plusieurs formes ; vous en connaissez certaines et vous savez aussi dire leur nom. Vous devez faire des catégories en reliant par un trait les formes qui sont pareilles, en les coloriant d'une même couleur* » ; l'enseignant distribue ensuite une feuille à chaque élève. À la fin de l'atelier, il affiche le lot de formes au TNI ; il demande de nommer une forme puis appelle un élève pour venir colorier d'une couleur toutes les formes ainsi nommées (qui ont ce nom). Il ramasse ensuite les fiches qu'il corrigera en fin de journée.

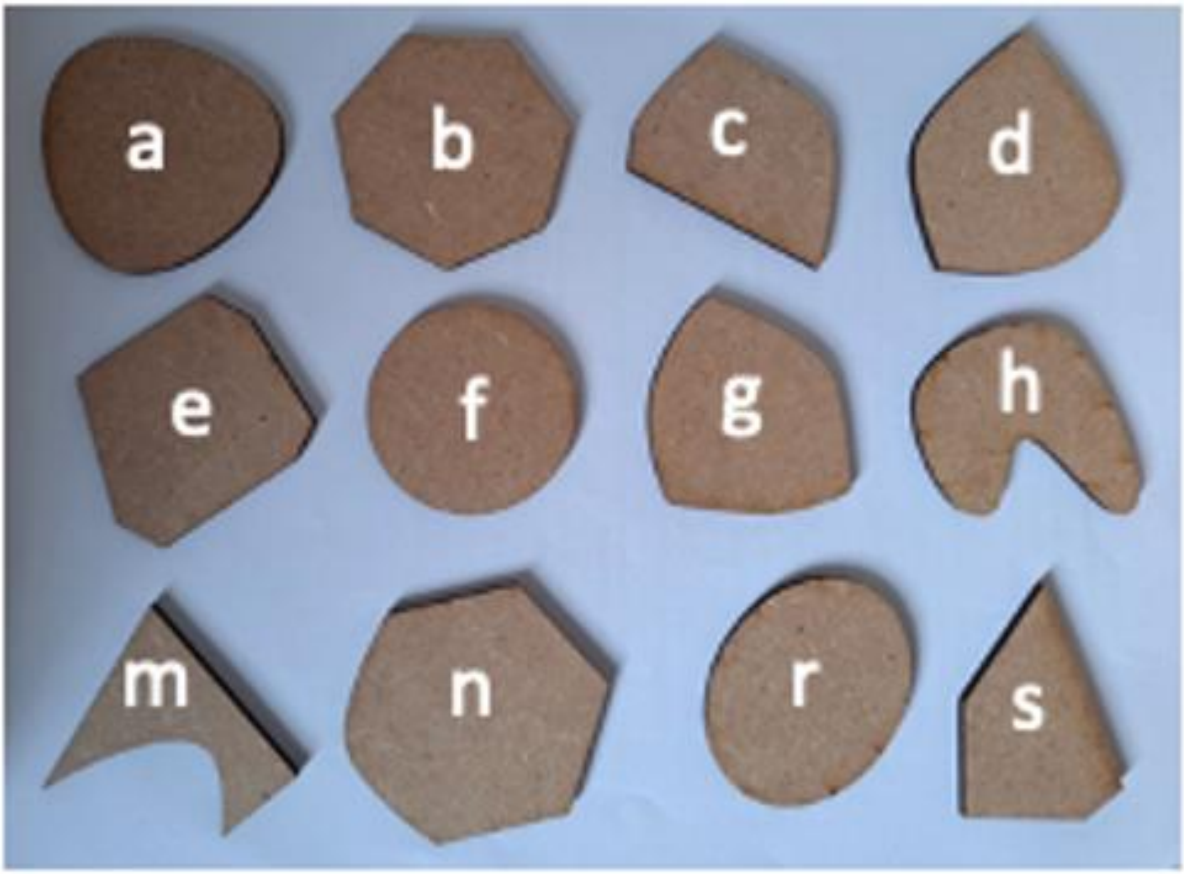


Lot de formes A
(Extrait de Le fichier de la maternelle, L'école aujourd'hui, sept. 2010, p. 21)

Document 1
Atelier « Un dispositif de formation continuée : le cas de la catégorisation des formes en maternelle »
Colloque de la COPIRELEM – 13, 14 et 15 juin 2023 (Marseille)

Scenario B

L'enseignant montre le lot de formes et le présente ; « *Je vous demande de mettre ensemble celles qui sont pareilles, celles qui d'après vous vont ensemble ; pour cela vous avez sur la table plusieurs barquettes : vous devez mettre dans une même barquette toutes celles qui se ressemblent.* ». L'enseignant dépose ensuite le lot de formes sur la table commune au groupe de cet atelier. Au fur et à mesure que les élèves mettent ensemble des formes, l'enseignant leur demande de justifier leur choix et interroge les autres pour savoir s'ils sont d'accord. Il est attentif au vocabulaire utilisé par les élèves et retient (en le répétant) le vocabulaire qui évoque des propriétés géométriques des formes (pic, pointu, rond, arrondi, droit…). La séance se conclut en résumant les caractéristiques de chaque catégorie par le lexique qui convient.



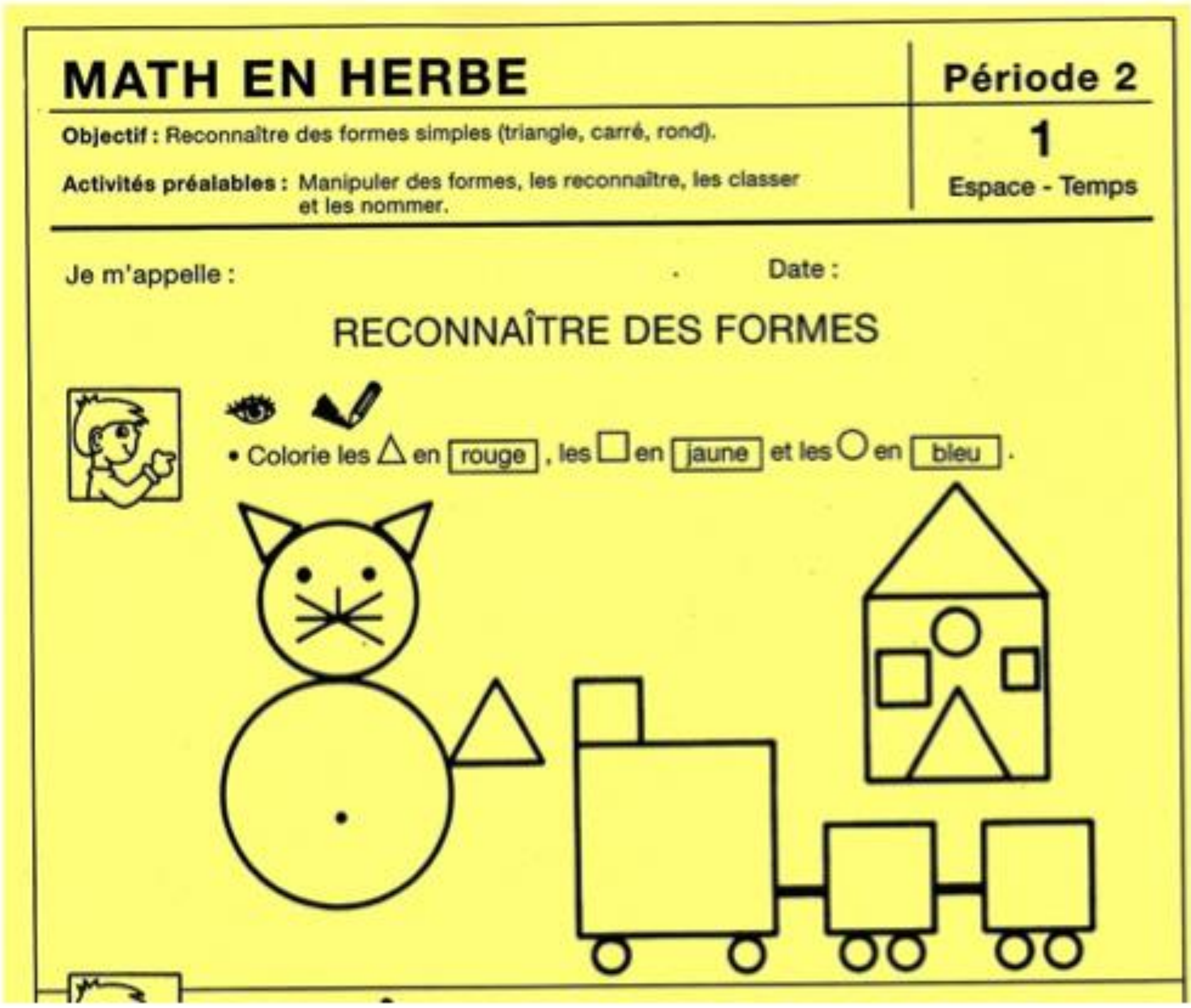
Lot de formes B

(https://www.unige.ch/fapse/dimage/fr/recherche/reconnaissance-de-forme-geometrique/)

Document 1
Atelier « Un dispositif de formation continuée : le cas de la catégorisation des formes en maternelle »
Colloque de la COPIRELEM – 13, 14 et 15 juin 2023 (Marseille)

Scenario C

L'enseignant montre la fiche ci-dessous et la présente ; « *Que voyez-vous* ? » (réponse attendue : un chat, une maison, un train.) « *Pour les dessiner on a utilisé des formes différentes. Vous devez les reconnaitre* ». L'enseignant montre des formes agrandies découpées dans du carton coloré : le triangle en carton rouge, le carré en carton jaune et le disque en carton bleu. Il les montre successivement en disant : « *vous devez colorier celles pareilles à celle-ci en rouge, etc.* » ; l'enseignant distribue ensuite une feuille à chaque élève. A la fin de l'atelier, il affiche le lot de formes au TNI ; il demande de nommer une forme puis appelle un élève pour venir colorier d'une couleur toutes les formes ainsi nommées (qui ont ce nom). Il ramasse ensuite les fiches qu'il corrigera en fin de journée.

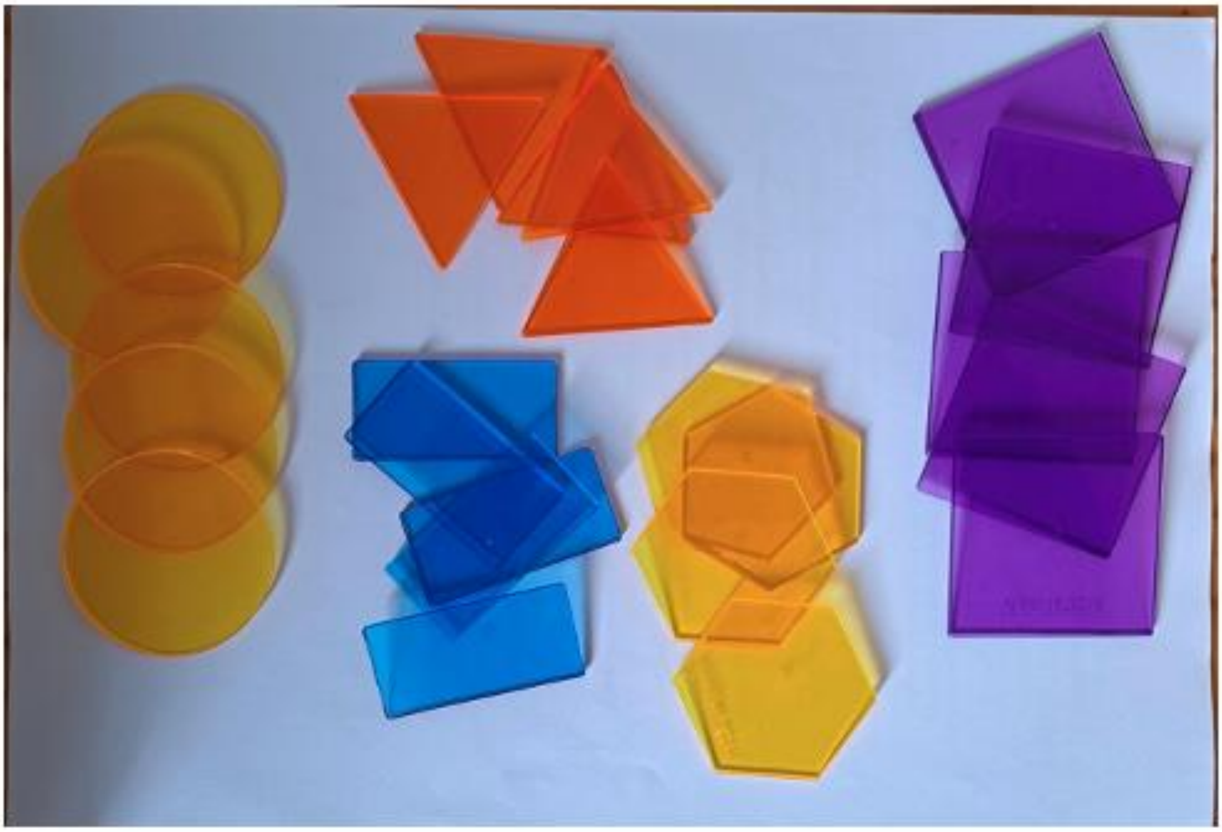


Lot de formes C
(Extrait de Maths en herbe, Diagonale, Nathan)

Document 1
Atelier « Un dispositif de formation continuée : le cas de la catégorisation des formes en maternelle »
Colloque de la COPIRELEM – 13, 14 et 15 juin 2023 (Marseille)

Scenario D

L'enseignant montre le lot de formes et le présente ; « *Je vous demande de mettre ensemble celles qui sont pareilles, celles qui d'après vous vont ensemble ; pour cela vous avez sur la table plusieurs barquettes : vous devez mettre dans une même barquette toutes celles qui se ressemblent.* ». L'enseignant dépose ensuite le lot de formes sur la table commune au groupe de cet atelier et laisse les élèves constituer les diverses catégories. La séance se conclut en montrant chaque catégorie et en rappelant le nom des formes qui la constituent.



Lot de formes D
(Translucent geometric shapes, Learning Ressouces)

ANNEXE 2 : ÉLÉMENTS DE RÉPONSE AUX QUATRE QUESTIONS POSÉES LORS DE L'ÉTAPE 1

Nous reprenons ci-après les quatre questions posées lors de l'étape 1 et fournissons des éléments de réponse qui ont émergés avec les formés lors des séances de formation ainsi qu'avec les participants à l'atelier.

Préciser les différentes tâches des élèves ainsi que les techniques qu'ils peuvent mobiliser dans chacun des scénarios. Il s'agit de catégoriser des formes géométriques planes, cela pouvant se faire : globalement ou analytiquement par la vue, avec renvoi explicite aux caractéristiques géométriques des formes ; analytiquement par la vue et le toucher ou, en fermant les yeux, par le seul toucher (notamment dans les scénarios B et D) ; par les noms des formes (notamment dans les scénarios A, C et D). Dans le scénario A, l'élève doit aussi « relier » les formes de même nature ; dans les scénarios A et C, il doit les « colorier ».

Identifier les variables didactiques mises en jeu dans l'ensemble des scénarios. Lors du traitement d'un problème de catégorisation, plusieurs variables didactiques sont à considérer. Nous revenons ici sur celles qui ont été évoquées en formation et lors de l'atelier. Pour une analyse davantage complète en termes de variables didactiques, nous renvoyons à l'extrait de Celi (2023), en annexe 3.

Nature des formes (polygonales ou non, usuelles ou non…). Dans le scénario A, toutes les formes sont polygonales : carrés isométriques, rectangles isométriques, losanges isométriques, triangles variés. Dans le scénario B, on identifie des formes à bord arrondi (a, f, h, r), à bords arrondis avec des points anguleux (d, g), à bords droits (b, e, s), à bords mixtes (c, m, n). Dans le scénario C, on identifie des disques de différentes tailles, des carrés de différentes tailles, des triangles équilatéraux de différentes tailles, des triangles isocèles acutangles et obtusangles. Dans le scénario D, on identifie des disques isométriques, des carrés isométriques, des triangles équilatéraux isométriques, des rectangles isométriques et des hexagones réguliers isométriques.

Formes manipulables ou non. Dans les scénarios B et D, les formes peuvent être manipulées, ce qui n'est pas le cas dans les scénarios A et C.

Taille relative des formes. Dans les scénarios A et D, selon la nature, il y a des formes isométriques. Dans le scénario B, les formes sont proches en taille. Dans le scénario C, les tailles sont variées.

Orientation des formes. Dans le cas des formes non manipulables, des formes se trouvent en position prototypique par rapport aux bords de la feuille dans le scénario C, elles ne les sont pas dans le scénario A.

Formes isolées ou assemblées. Seul dans le scénario C, les formes sont assemblées ; dans les autres cas, elles sont isolées les unes des autres.

Couleurs des formes. Dans le scénario D, une couleur est associée à chaque type de formes, ce qui produit la même catégorisation que la variable liée à la nature des formes. Dans les autres cas, les formes sont monochromes.

Nombre de formes. Dans le scénario A, on compte 16 formes : 4 losanges, 4 rectangles, 4 carrés et 4 triangles. Dans le scénario B, on compte 12 formes. Dans le scénario C, on compte 21 formes : 5 triangles, 9 disques et 7 carrés. Dans le scénario D, on compte 25 formes : 5 triangles, 5 disques, 5 rectangles, 5 carrés, 5 hexagones.

Préciser les apprentissages visés dans les différents scénarios de catégorisation de formes. Selon les scénarios, les élèves mobilisent diverses compétences. Dans le scénario A, la catégorisation nécessite la reconnaissance visuelle (tracé graphique) d'un carré, d'un rectangle ou d'un losange ainsi que de triangles – « particuliers » ou non – dans différentes orientations. Dans le scénario B, le problème peut être traité par la vue ou le toucher de formes ayant des bords droits, des bords arrondis, des points anguleux. Dans le scénario C, il faut reconnaître visuellement un disque, un carré, un rectangle, un triangle dans une orientation prototypique mais dans des tailles différentes au sein d'un assemblage complexe. Dans le scénario D, le problème peut être traité par la vue et le toucher d'un disque, d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle équilatéral, d'un hexagone régulier.

Analyser l'influence des différents matériels choisis sur les apprentissages des élèves. En général, au cours de cette étape, les formés sont en mesure de prendre en compte certaines variables telles que la nature des formes et la possibilité ou non de les manipuler, sans pourtant savoir clairement analyser l'influence sur les apprentissages. Les participants à l'atelier soulignent majoritairement l'intérêt, comme dans le scénario B, d'un matériel non usuel permettant « de faire émerger un vocabulaire géométrique pour caractériser des formes », ce scénario étant ainsi « le plus riche, où il y aura le plus d'échanges ».

ANNEXE 3 : EXTRAIT D'UN TEXTE SCIENTIFIQUE

[…]

2.1 Catégoriser pour conceptualiser

La pensée s'organise autour d'activités de classification, de regroupement, de recherche d'invariants, de recherche de points communs, de catégorisation (Lécuyer, 2014). La catégorisation est en effet un processus cognitif fondamental dès le plus jeune âge : il consiste à considérer de manière équivalente des objets, des personnes ou des situations qui partagent des propriétés communes ; il demeure fondamental dans la mesure où il permet de réduire la complexité du monde et de mettre de l'ordre dans les connaissances (Cèbe et al., 2004). Bonthoux et al. (2004) considèrent aussi la catégorisation comme un processus cognitif essentiel, aidant entre autres à l'acquisition du langage et au franchissement des spécificités au profit de la généralité :

> Si chaque objet ou événement nouvellement rencontré restait unique, il serait impossible de comprendre le monde, ni d'anticiper ses régularités (Bonthoux, 2004, p. 6).
> La catégorisation est une activité cognitive essentielle pour la compréhension du monde environnant. Elle permet en effet de simplifier le traitement, facilitant ainsi la perception, l'action, le stockage en mémoire et la récupération des objets et des événements. Elle aide à l'acquisition du langage et rend possible le raisonnement inductif (Bonthoux, 2004, p. 177).

Dans la catégorisation, on peut distinguer les processus de traitement *analytique* et *holistique* :

> Deux types de processus nous intéressent ici : ceux où il y a extraction délibérée de propriétés nécessaires et suffisantes, indépendamment de la similitude entre objets, ce sont les *processus analytiques* … et ceux par lesquels les objets sont appréhendés dans leur totalité et groupés selon leur degré de ressemblance, ce sont les *processus holistiques* (Pacteau, 1995, p. 134).

Dans le premier cas, on porte une attention sélective sur les objets à catégoriser alors que, dans le second cas, on s'appuie sur leur similarité globale (Lautrey et al., 1996).
Si une catégorie est un ensemble d'objets considérés comme équivalents d'un certain point de vue, la catégorisation permet de se forger une représentation mentale des catégories réalisées (Bonthoux et al., 2004). C'est alors, par la prise de conscience des modalités d'organisation mises en œuvre pour créer des catégories, que l'individu – en l'occurrence un élève de l'école maternelle – parvient à structurer les premiers concepts.

2.2 Appréhensions spontanées des formes géométriques : comment aider l'élève à les dépasser ?

En s'inspirant des travaux de Itard, de Frõbel et de Séguin, Maria Montessori (1970) réalise pour ses élèves des formes géométriques en bois, le travail sur celles-ci excluant explicitement l'entrée par leurs propriétés (cf. la citation ci-dessus). De même plus tard et encore plus récemment, d'autres auteurs – Van Hiele (1959), Duval (1994), Rouche (1999) – confortent l'idée qu'un enfant reconnaît d'abord les formes en les saisissant intellectuellement de manière globale, nous disons selon une *appréhension globale*. Notamment, Van Hiele affirme que le jeune apprenant reconnaît les formes à leur aspect global et les classe de manière exclusive les unes par rapport aux autres : « Un enfant reconnaît un rectangle à sa forme et un rectangle lui semble différent d'un carré » (Van Hiele, 1959, p. 201).

Extrait de CELI V. (**sous presse**). Catégoriser des formes géométriques à l'école maternelle, pour le développement global de l'enfant et les apprentissages de l'élève. *Revue internationale de Communication et socialisation*. VERSION AUTEURE

[…]

2.1 Catégoriser pour conceptualiser

La pensée s'organise autour d'activités de classification, de regroupement, de recherche d'invariants, de recherche de points communs, de catégorisation (Lécuyer, 2014). La catégorisation est en effet un processus cognitif fondamental dès le plus jeune âge : il consiste à considérer de manière équivalente des objets, des personnes ou des situations qui partagent des propriétés communes ; il demeure fondamental dans la mesure où il permet de réduire la complexité du monde et de mettre de l'ordre dans les connaissances (Cèbe et al., 2004). Bonthoux et al. (2004) considèrent aussi la catégorisation comme un processus cognitif essentiel, aidant entre autres à l'acquisition du langage et au franchissement des spécificités au profit de la généralité :

> Si chaque objet ou événement nouvellement rencontré restait unique, il serait impossible de comprendre le monde, ni d'anticiper ses régularités (Bonthoux, 2004, p. 6).
> La catégorisation est une activité cognitive essentielle pour la compréhension du monde environnant. Elle permet en effet de simplifier le traitement, facilitant ainsi la perception, l'action, le stockage en mémoire et la récupération des objets et des événements. Elle aide à l'acquisition du langage et rend possible le raisonnement inductif (Bonthoux, 2004, p. 177).

Dans la catégorisation, on peut distinguer les processus de traitement *analytique* et *holistique* :

> Deux types de processus nous intéressent ici : ceux où il y a extraction délibérée de propriétés nécessaires et suffisantes, indépendamment de la similitude entre objets, ce sont les *processus analytiques* … et ceux par lesquels les objets sont appréhendés dans leur totalité et groupés selon leur degré de ressemblance, ce sont les *processus holistiques* (Pacteau, 1995, p. 134).

Dans le premier cas, on porte une attention sélective sur les objets à catégoriser alors que, dans le second cas, on s'appuie sur leur similarité globale (Lautrey et al., 1996).
Si une catégorie est un ensemble d'objets considérés comme équivalents d'un certain point de vue, la catégorisation permet de se forger une représentation mentale des catégories réalisées (Bonthoux et al., 2004). C'est alors, par la prise de conscience des modalités d'organisation mises en œuvre pour créer des catégories, que l'individu – en l'occurrence un élève de l'école maternelle – parvient à structurer les premiers concepts.

2.2 Appréhensions spontanées des formes géométriques : comment aider l'élève à les dépasser ?

En s'inspirant des travaux de Itard, de Fröbel et de Séguin, Maria Montessori (1970) réalise pour ses élèves des formes géométriques en bois, le travail sur celles-ci excluant explicitement l'entrée par leurs propriétés (cf. la citation ci-dessus). De même plus tard et encore plus récemment, d'autres auteurs – Van Hiele (1959), Duval (1994), Rouche (1999) – confortent l'idée qu'un enfant reconnaît d'abord les formes en les saisissant intellectuellement de manière globale, nous disons selon une *appréhension globale*. Notamment, Van Hiele affirme que le jeune apprenant reconnaît les formes à leur aspect global et les classe de manière exclusive les unes par rapport aux autres : « Un enfant reconnaît un rectangle à sa forme et un rectangle lui semble différent d'un carré » (Van Hiele, 1959, p. 201).

Selon l'approche piagétienne, la représentation de l'espace se construit en passant par trois stades : pendant le premier stade dit de l'espace topologique, l'enfant ne distingue pas aisément les formes à bords rectilignes des formes à bords curvilignes (Piaget et Inhelder, 1947). Lors du traitement d'un problème de catégorisation de formes géométriques, par exemple, un élève pourrait associer un triangle et un secteur angulaire (Figure 1)[1] ou bien un polygone régulier ayant beaucoup de côtés avec un disque (Figure 2). Nous parlons ainsi d'*appréhension topologique*.

Figure 1

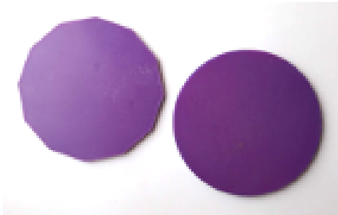


Figure 2

Comment alors aider l'élève à dépasser ces appréhensions spontanées ? Par la seule perception visuelle, toutes les propriétés d'une forme sont perçues simultanément : lors du traitement d'un problème de catégorisation, l'élève pourrait se contenter d'un traitement perceptif. Mais, lorsque les perceptions *haptique*[2] et visuelle sont associées, l'élève peut dépasser ses premières appréhensions pour commencer à appréhender les formes de manière plus analytique. Nous parlons alors d'*appréhension séquentielle* : l'élève qui *regarde* une forme et *touche* son contour conjugue les perceptions visuelle et haptique, il est ainsi amené à dépasser l'appréhension globale de la forme pour aller, par un traitement davantage analytique, vers une appréhension séquentielle de celle-ci.

Le langage peut aider l'élève à intérioriser les diverses natures des bords des formes qu'il manipule : lorsqu'il associe dans la même catégorie un triangle et un secteur angulaire (Figure 1), l'enseignant pourrait l'aider à corriger son erreur en lui suggérant de toucher les bords de ces formes et en l'accompagnant dans ces gestes pour apprendre à distinguer les bords droits des bords courbes. C'est ainsi que, lorsque l'élève est encouragé à mobiliser la perception haptique, il appréhende les formes qu'il manipule de manière séquentielle : il est ainsi aidé à modifier le regard qu'il porte sur celles-ci et à passer progressivement d'une vision *surface*, où l'appréhension globale peut suffire, vers une vision *contour de surface* (Mathé et al., 2020), plus analytique. Il entreprend ainsi un processus, dit de *déconstruction dimensionnelle*, qui le conduira plus tard à considérer les figures comme étant « constituées d'unités figurales de plus petites dimensions, mises en relation par des propriétés géométriques » (Mathé et al., *ib*., p. 36).

2.3 Appréhensions et catégorisations de formes géométriques

Dans le cadre de notre recherche, les objets à catégoriser sont des formes géométriques, usuelles (disques, triangles équilatéraux, carrés, rectangles, hexagones) ou inusuelles (par exemple : formes aux bords arrondis, sans ou avec des points anguleux ; formes aux bords droits et

[1] Les formes en Figures 1 et 2 sont extraites de « La Moisson des formes » (Bernard Bettinelli, http://moissondesformes.fr/).
[2] La perception haptique résulte de la stimulation de la peau provenant des mouvements actifs d'exploration de la main entrant en contact avec des objets. C'est ce qui se produit quand, par exemple, les doigts suivent le contour d'un objet pour en apprécier la forme (Gentaz, 2018, p. 9).

arrondis ; formes polygonales autres que les formes usuelles). Leur *potentiel sémiotique*[3] est assujetti à leurs propriétés géométriques : ces propriétés, sur lesquelles vont se fonder les critères de catégorisation, émergent par la mobilisation de l'appréhension séquentielle, donc par une articulation entre les perceptions visuelle et haptique.

Les formes usuelles ont pour particularité d'avoir un nom associé de manière univoque à leur nature. Ainsi leur catégorisation peut-elle se faire en associant chaque forme à son nom puis en mettant ensemble les formes de même nom ; d'une autre façon, on peut mettre ensemble les formes qui sont de même nature et étiqueter ensuite chaque catégorie par leur nom. La catégorisation de diverses formes usuelles s'organise souvent selon un traitement holistique autour de la nature des formes en jeu : on met ensemble « ce qui va ensemble » – les formes qui sont pareilles, qui se ressemblent –, selon une appréhension globale. Afin d'affiner leur étude par un traitement analytique, on peut amener à créer des catégories en distinguant la nature de leurs bords (droits ou arrondis) ou encore la présence ou pas de points anguleux : dans chacun de ces cas, il y aurait deux catégories, disques et polygones. Un autre critère pourrait s'appuyer sur le nombre de bords droits, il y aurait alors quatre catégories : pas de bords droits, trois, quatre, six.

Dans le cas des formes inusuelles, aucun nom précis ne leur est associé : cela favorise alors la catégorisation s'appuyant sur les propriétés géométriques et celle-ci s'opère nécessairement selon un traitement analytique. L'étude de ces formes conduit donc naturellement à dépasser leur appréhension globale pour les appréhender de manière séquentielle en s'intéressant à la nature des bords ou à la présence ou non de points anguleux. On peut envisager une organisation par un traitement analytique en trois catégories selon la nature des bords (arrondis, droits, mixtes) ; en deux catégories selon la présence ou pas de points anguleux ; en deux catégories ou plus selon le nombre de points anguleux (aucun, un, deux, etc.) ; en deux catégories ou plus selon le nombre de bords (un, deux, etc.). Si l'on considère deux critères à la fois, à savoir la nature des bords et la présence ou pas de points anguleux, on parviendra alors à cinq catégories : formes arrondies sans point anguleux ; formes arrondies avec des points anguleux ; formes à bords droits avec des points anguleux ; formes à bords mixtes sans point anguleux ; formes à bords mixtes avec des points anguleux. Ce choix pourrait conduire progressivement à se focaliser sur la catégorie des formes polygonales.

Lors du traitement d'un problème de catégorisation, si ces réflexions font émerger l'importance de la nature des formes (usuelles ou inusuelles), de la nature et/ou du nombre de bords et de la présence ou pas de points anguleux, d'autres *variables didactiques* (Brousseau, 1982) sont aussi à considérer. Sans viser l'exhaustivité, nous citons notamment :

- la couleur des formes ;
- la taille relative de formes ;
- la présence ou pas d'axes de symétrie ;
- le nombre de formes ;
- la manière dont les formes sont proposées : toutes en une seule fois ; une à la fois ;
- la présence ou non de contenants préfigurant des potentielles catégories (par exemple, des barquettes) et, dans le cas de présence, la manière dont ils sont proposés : une pile de contenants ; le nombre de contenants et, dans ce cas, ils pourraient être vides ou contenir déjà chacun au moins une forme […].

[3] La relation qui existe entre l'utilisation des matériels proposés et les connaissances mathématiques sous-jacentes constitue leur potentiel sémiotique (Bartolini-Bussi & Mariotti, 2008).

Extrait de CELI V. (sous presse). Catégoriser des formes géométriques à l'école maternelle, pour le développement global de l'enfant et les apprentissages de l'élève. *Revue internationale de Communication et socialisation*. VERSION AUTEURE

DECOUVRIR ET APPROFONDIR DES NOTIONS MATHÉMATIQUES À L'AIDE DU PLANÉTAIRE HUMAIN

Vincent HEUSSAFF
Professeur des écoles, École Arthur Rimbaud Chanteloup-les-VIgnes
IREM de Paris
vincent.heussaff@ac-versailles.fr

Assia NECHACHE
Maître de conférences, CY Cergy Paris Université
LDAR , IREM de Paris
Assia.nechache@cyu.fr

Emmanuel ROLLINDE
Professeur des universités, CY CERGY PARIS UNIVERSITÉ
LDAR, IREM de Paris
Emmanuel.rollinde@cyu.fr

Résumé

Le planétaire humain est un outil permettant de faire vivre aux enfants le mouvement des planètes autour du Soleil avec leur corps. En 2021-2022, nous avons mené un projet pluridisciplinaire (Pacte) avec cinq classes de REP+ du CP au CE2. L'objectif était de réaliser un film d'animation sur le mouvement des planètes du système solaire. Pour cela, il a fallu réaliser un modèle réduit du planétaire humain pour les prises de vues. Ce travail a permis d'aborder différentes notions mathématiques notamment la proportionnalité. Ce travail a mis en avant le potentiel du planétaire humain en tant qu'objet singulier permettant l'introduction ou la consolidation de notions mathématiques. Celles-ci sont parfois complexes à aborder avec les élèves de ces niveaux d'enseignement et dans le cadre spécifique de l'éducation prioritaire. La question de la pertinence de l'usage du planétaire humain comme outil pour aider les élèves à mieux appréhender la notion de proportionnalité est discutée.

I - INTRODUCTION

Lors de l'année scolaire 2021-2022, un projet pluridisciplinaire a été mené avec cinq classes de REP+ de l'école Arthur Rimbaud de Chanteloup-les-Vignes dans le cadre d'un financement Pacte[1] (Projet Artistique et Culturel en Territoire Educatif)(pour sa description détaillée voir Annexe I).

Tel qu'il a été conçu, ce projet visait la réalisation par les élèves d'un court film d'animation en stop motion avec deux parties : une première abordant les caractéristiques (taille, couleur, masse, présence ou non d'une atmosphère) des planètes du système solaire, une seconde présentant le mouvement des planètes autour du Soleil. Le travail sur cette seconde partie a été basé sur l'utilisation et la compréhension du planétaire humain. Il a permis la découverte ou la consolidation de notions mathématiques dont notamment la proportionnalité.

Dans les paragraphes suivants, il sera question de discuter la potentialité du planétaire humain pour la découverte ou la consolidation de différentes notions en mathématiques. Pour favoriser les échanges et

1 Circulaire_academique_EAC_21-22_VD_1412466

débattre sur cette question, l'atelier a été organisé suivant trois parties. Dans un premier temps, nous avons présenté en collectif, les enjeux du projet et le planétaire humain en invitant les participants à des déplacements sur le planétaire humain en grandeur réelle (voir paragraphe suivant pour sa description).

Puis, nous avons proposé aux participants un premier temps de travail en groupe pour identifier les notions mathématiques potentiellement mises en jeu dans le cadre de l'utilisation de cet outil. Après une mise en commun, nous avons proposé un deuxième temps de travail en groupe pour discuter de la manière dont le planétaire humain peut être utilisé pour aborder la proportionnalité. Après un temps de mise en commun et d'échanges, nous avons poursuivi en exposant la manière dont la proportionnalité a été abordée dans le cadre du projet Pacte. Nous avons enfin débattu sur l'intérêt de l'usage du planétaire humain dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire et dans le cadre de la formation des professeurs des écoles.

II - LE PLANÉTAIRE HUMAIN

Le planétaire humain est un outil pédagogique permettant aux enfants de vivre le mouvement des planètes autour du Soleil avec leur corps. Cet outil permet de contextualiser des notions de physique et de mathématiques via l'astronomie et une approche incarnée (Rollinde, 2019a ; http://planetaire.overblog.com), ou encore de « faire des mathématiques en plein air en marchant dans le Système Solaire » (Abboud & Rollinde, 2021, p. 37). Il a été diffusé en France et en Europe par l'association F-HOU (Rollinde et al., 2016 ; http://handsonuniverse.org/france).

1 Les objets représentés

Le planétaire humain représente les différentes positions des quatre planètes les plus proches du Soleil dans un référentiel héliocentrique (elles constituent le système solaire interne). Chacune dispose d'un code couleur afin de pouvoir suivre la succession de ses positions lorsqu'elle tourne autour du Soleil (médaillions de couleur selon la couleur de la planète), formant ainsi son orbite discontinue (Cf. Figure 1). Mercure figure en gris, Vénus en jaune, la Terre en bleu et Mars en rouge. Le Soleil est positionné au centre dans l'un des foyers des ellipses que forment les orbites de tous les objets du système solaire. L'orbite d'une comète (Encke) est également représentée sur le planétaire humain (en vert). La position de départ est représentée par l'image de la planète. Elle correspond à la position relative de la planète par rapport au Soleil à la date figurant en légende (21 mars 2019 sur le modèle de la figure 1). L'intervalle de temps entre deux positions est également noté en légende (15 ou 16 jours terrestres selon les modèles de planétaire). Dans la suite de l'article, la durée « jour terrestre » est notée « jour » uniquement. Par contre, la mention d'une « année », durée associée à une révolution d'une planète autour du Soleil, sera toujours associée au nom de la planète considérée.

S'agissant d'une représentation à échelle réduite du système solaire interne (les quatre planètes telluriques – Mercure, Vénus, Terre et Mars, situées avant la première ceinture d'astéroïdes autour du Soleil), il faut souligner plusieurs points d'importance. Premièrement, si les échelles de distance sont respectées, ce n'est pas le cas pour les échelles de taille des planètes comme du Soleil. Deuxièmement, la période de révolution n'est, a priori, pas un multiple exact de l'échelle de temps. Ainsi, les planètes ne reviennent pas exactement à la même position de départ. L'important pour la chorégraphie sur le planétaire est de ne pas avoir un dernier pas trop différent des précédents. Seule la Terre peut revenir à son point de départ si l'échelle de temps est définie à partir d'une fraction d'une année terrestre (1/24 d'une année terrestre est égale à 15,3 jours, cette échelle sera indiquée « 15 jours » dans la suite de l'article). Pour Mercure, une durée de 16 jours entre deux points conduit à 5,5 intervalles sur une révolution (88 jours). Une deuxième série de 5 points grisés est alors ajoutée pour aboutir à deux révolutions (2X88 jours=11X16 jours). Pour Vénus, Mars ou la Terre, le décalage est suffisamment faible par rapport à la durée entre deux points pour ne pas avoir besoin d'un second tour.

La représentation du Système Solaire, espace à trois dimensions, sur un dessin à deux dimensions, peut poser question. Cependant, les orbites des objets du Système Solaire sont essentiellement coplanaires, pour des raisons de symétrie liées à la force de gravité (radiale). Il est donc raisonnable de ne pas tenir compte des différentes inclinaisons des plans orbitaux. Cependant, l'absence de troisième dimension va poser des difficultés pour expliquer certains phénomènes, telles que les saisons (dues à l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre) ou les « transits planétaires » (voir Rollinde, 2019b).

2 Format et choix de représentation

Les choix de représentation effectués conduisent à l'existence de différents formats pour le planétaire humain. Le modèle que l'on qualifiera de classique consiste en une bâche de 3m par 6m logeant assez aisément dans une salle de classe standard. Il est également facilement transportable dans une valise permettant son utilisation dans différents lieux au cours d'une année. Un format plus important (12m par 12m) permet de faire également figurer l'orbite de Jupiter ainsi qu'une comète supplémentaire (Churyumov-Gerasimenko) mais demande plus d'espace et est bien moins facilement transportable. Plusieurs planétaires humains ont également été peints dans des cours d'école ou d'autres lieux. Cela permet de faire figurer également les autres planètes du système solaire mais suppose son utilisation sur le lieu de construction limitant la diffusion de cet outil. Des modèles au format A3 permettent également un réinvestissement de ce qui a été vu lors des séances sur le planétaire humain mais ne permettent pas d'utiliser la dimension kinesthésique de cet outil.

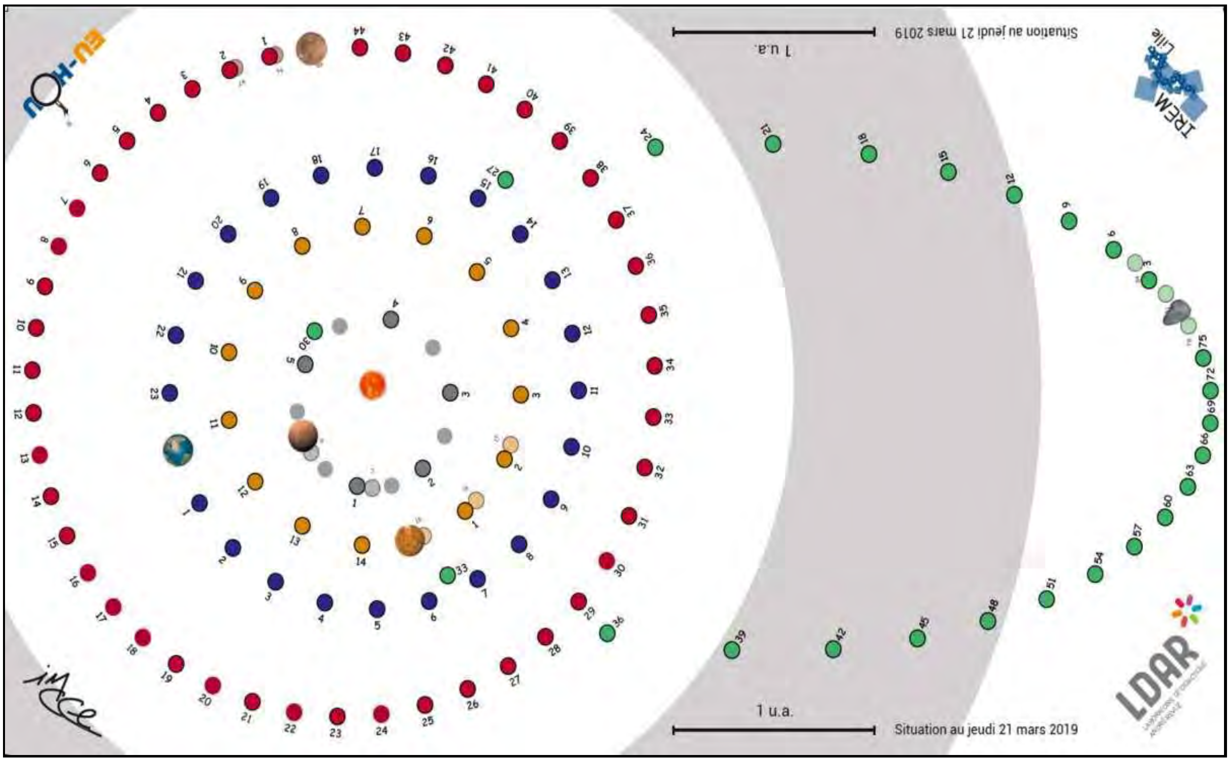


Figure 1. Image du planétaire.

Plusieurs choix d'unités de temps ont été fait. Le plus courant correspond à 16 jours. Il est également possible de diviser avec exactitude l'orbite de la Terre en un nombre donné de positions. Cela présente l'avantage de revenir exactement à la même position pour la Terre au bout d'une révolution, mais produit une unité de temps non entière plus difficile à appréhender pour les élèves. Un second choix correspond alors à une année terrestre divisée en 24 intervalles, qui peut être considérée égale à 15 jours, et peut ainsi avoir une utilité en cycle 2 dans la construction des unités de temps. Nous y reviendrons par la suite.

Concernant l'unité de longueur, le choix le plus courant est de représenter la distance Terre-Soleil (définition d'une unité astronomique) par un mètre, ce qui facilite les conversions d'échelle par la suite.

3 Utilisation

Le travail sur le planétaire humain commence par une première séance de découverte dont le descriptif est présenté en Annexe 2. Lors de celle-ci, les enfants vont d'abord découvrir l'outil en identifiant les différents éléments présents dessus (planètes, médaillons de couleur figurant les différentes positions des planètes au cours du temps, comètes, unités de temps et de longueur).

Une analyse détaillée de cette séance fera l'objet d'une publication en cours de préparation. Il apparaît dès à présent que les élèves de cycle 3 sont capables de retrouver tous les éléments en se déplaçant librement sur le planétaire humain (pour les élèves de cycle 2, certains éléments peuvent être laissés de côté pour être évoqués si besoin plus tard. C'est notamment le cas pour l'unité de longueur).

(i) Les noms des planètes se retrouvent collectivement car il y a toujours quelques élèves qui ont plus de connaissance en astronomie que les autres. L'absence de la Lune pose toujours une difficulté. L'enseignant doit alors faire comprendre qu'elle est trop proche de la Terre, et se trouve « sous » le disque de la Terre. Le mouvement des planètes d'un disque à un autre est assez rapidement proposé par les élèves et ne pose pas de soucis (il se rapproche du jeu de la marelle).

(ii) L'échelle de longueur est déjà travaillée dans des séances de mathématiques. Les élèves essayent de retrouver une longueur équivalente (parfois en écartant les jambes et en se déplaçant avec un écart « constant ») et peuvent mettre un certain temps avant de proposer la distance Terre-Soleil. L'enseignant peut laisser libre cette recherche en notant lorsque les longueurs proposées n'ont pas de sens spécifique (par exemple la longueur entre deux disques quelconques, ou entre deux planètes alors que les planètes vont se déplacer). Le Soleil ne bouge pas, et la distance Terre-Soleil est – en première approximation – constante. Cette distance prend ainsi du sens pour définir une échelle de longueur.

Enfin (iii) l'échelle de temps est assez facilement reliée à la durée pour aller d'un disque à un autre. Sa valeur est indiquée sur le planétaire dans l'option des « 16 jours ». Dans l'option des « 15 jours », l'échelle de temps n'est pas indiquée. L'enseignant pourra demander – après avoir discuté de l'échelle des distances – quelle est la durée associée à un pas entre deux disques. Cela correspond à un exercice de division qui peut être complexe (365,25 / 24) ou simplifié si les élèves font un choix pertinent d'unité de temps (12 mois / 24).

Une fois les différents éléments explicités aux élèves, les élèves sont invités à réaliser la chorégraphie des planètes. Pour cela, ils devront se déplacer sur le planétaire humain en respectant certaines règles. La première correspond au sens de révolution des planètes sur leur orbite qui est indiqué par la numérotation des différentes positions. La seconde concerne le rythme de déplacement. Il est ainsi demandé de se déplacer sur le médaillon de couleur suivant à chaque clap dans les mains ou en utilisant un métronome. Lors des premières chorégraphies, les élèves ont tendance à s'arrêter à chaque disque, et à faire un pas rapide en entendant le « clap ». L'objectif est de les amener à un mouvement continu au cours duquel ils feront un pas entre deux claps et poseront un pied sur un disque à chaque « clap ». Le rythme doit être choisi de manière à ce que Mercure (la planète la plus rapide) ne doive pas courir et que Mars (la planète interne la plus lente) ne soit pas trop lente.

Lors de la séance découverte, les élèves ne peuvent être tous en même temps sur le planétaire humain. Dans l'idéal, il devrait y avoir un élève sur le Soleil et un sur chaque planète soit cinq élèves en tout sur un modèle de taille classique. Il est toutefois possible de mettre plus d'élèves en action avec deux élèves sur Vénus, et jusqu'à quatre pour la Terre et six pour Mars. Toutefois, cela réduit la lisibilité du mouvement et les conclusions sur la variation de la vitesse en fonction de la distance au Soleil que les élèves pourront en tirer. Il est possible également de faire se déplacer un petit groupe d'élèves sur chaque planète successivement en gardant le même rythme pour leur permettre de ressentir plus clairement les différentes vitesses (Rollinde, 2019a[2]). C'est pourquoi, l'optimal est de travailler lors de ces séances avec un groupe de 10 à 15 élèves. La moitié sera alors sur le planétaire humain tandis que l'autre moitié se retrouvera dans le rôle d'observateurs avant d'échanger les rôles.

Il est important de souligner que les deux rôles sont essentiels à la compréhension des différences entre les déplacements des planètes : la variation de leur vitesse (Rollinde, 2019a), la forme de leur orbite (Rollinde & Maisch, 2023), le passage d'une planète devant l'autre (Rollinde, 2019b). Ils doivent à la fois expérimenter avec leur corps mais aussi regarder le mouvement en tant qu'observateurs extérieurs. L'objectif principal de cette première séance découverte est de mettre en exergue que plus une planète est proche du Soleil, plus elle se déplace rapidement. Cette conclusion vient rapidement et naturellement des élèves au cours de la séance.

Cette séance peut se mener avec des élèves allant du cycle 2 au cycle 4 et même des adultes. Il est également envisageable de la réaliser en fin de cycle 1 en prenant le temps de construire la chorégraphie (par exemple sur plusieurs séances plus courtes) et en mettant de côté les notions trop complexes comme les unités de mesure de longueur. Le temps consacré à cette séance sera plus important avec des personnes moins âgées. Typiquement environ 45 minutes en cycle 2 pour seulement une quinzaine ou une vingtaine de minutes avec des adultes.

À ce stade, il est possible de voir l'intérêt de disposer d'un planétaire humain avec les orbites de Jupiter voir des autres planètes. Si cela demande plus d'espace, les conclusions sont encore plus facilement visibles et il est possible de travailler avec un groupe d'élèves plus important notamment si le planétaire humain se trouve en extérieur.

Cette première séance de découverte permet d'enclencher un travail qui conduira à aborder différentes notions mathématiques, objet de la partie suivante dans laquelle seront également détaillées certaines séances qu'il est possible de réaliser avec les élèves (voir les Annexes 2 à 5).

III - TRAVAIL SUR LES NOTIONS MATHÉMATIQUES

Lors de l'atelier les participants ont échangé par groupes autour des notions mathématiques qui peuvent potentiellement être traitées avec le planétaire humain en fonction du niveau de classe et de l'intérêt de cet outil. Les notions (selon les domaines mathématiques) identifiées ont été exposées et discutées lors de la mise en commun. La question des niveaux d'enseignement concernés a également été discutée donnant lieu à une proposition de programmation. Ci-dessous, nous exposons les notions identifiées par les participants auxquelles nous avons ajouté des compléments et des précisions (voir également Abboud & Rollinde, 2021).

1 Nombres

1.1 Les notions abordées et l'intérêt spécifique du planétaire humain

Le planétaire humain représente le mouvement des planètes par rapport au Soleil par une succession de médaillons numérotés (cf. Figure 1). Il est ainsi possible de travailler sur la suite numérique jusqu'à 44 pour les planètes et 75 pour la comète. Cette dernière, permet d'introduire le comptage de 3 en 3 qui s'avère nécessaire pour en réaliser la chorégraphie correspondante.

Par ailleurs, le rapport de proportionnalité entre les années sur chaque planète permet d'envisager l'utilisation de la division euclidienne. Il est ainsi possible de se poser la question : si je suis sur la position 43 de Mars, sur quelle position vais-je être pour les autres planètes ? Le planétaire humain constitue alors

2 Pour une version abrégée et en français du « dictionnaire du planétaire » proposée par Rollinde (2019), voir le site planetaire.overblog.com

un cas concret et ludique d'utilisation de la division euclidienne. Au sein d'une progression inter-degré, il s'agit d'un support intéressant par son originalité apte à motiver les élèves à rentrer dans la tâche.

1.2 Lien avec les programmes du cycle 2 au cycle 4

Le travail sur la suite numérique ne fait intervenir que des nombres inférieurs à 50. Il peut donc être proposé en introduction dès la MS ou GS, puis en consolidation au début du CP. Concernant la division euclidienne, son utilisation ne peut être envisagée qu'en cycle 3.

2 Grandeurs et mesures

Il s'agit certainement du domaine des mathématiques apparaissant comme le plus naturellement lié à l'usage du planétaire humain. L'intérêt de l'usage du planétaire humain dans le cadre de la construction de concepts de grandeurs et de mesures, en particulier pour les élèves en début du cycle 2, a été souligné lors de l'atelier.

2.1 Les notions abordées et l'intérêt spécifique du planétaire humain

Mesure du temps et unités de durée :

Comme indiqué précédemment, le planétaire humain permet de vivre avec son corps le mouvement des planètes autour du Soleil. Ce mouvement est à l'origine de la définition de deux unités de mesure du temps. La première est l'année soit la durée de révolution de la Terre autour du Soleil. La deuxième est le jour soit la durée de rotation de la Terre sur son axe. Les heures correspondent à une division (arbitraire) d'un jour en 24 parties égales. L'unité de la minute (et par suite de la seconde) n'est pas reliée à un phénomène astronomique mais à une nouvelle division arbitraire de l'heure en 60 parties égales. Nous notons que ce choix de 24 et de 60 divisions peut être relié à des spécificités de notre corps : nous avons 3 phalanges sur chaque doigt, qui peuvent être comptées avec le pouce sur les 4 doigts restants, soit 3X4 = 12, 12h de journée et 12h de nuit ; si vous faites cette opération cinq fois en comptant de 1 à 5 avec les doigts de l'autre main, vous arrivez à 5X12 = 60. Enfin, les unités temporelles du siècle et du millénaire sont des constructions arbitraires, mais reliées à notre système décimal, correspondant respectivement à 100 et 1 000 années. Le planétaire étant une représentation de la Terre dans un système centré sur le Soleil, il est surtout utile pour le travail sur les unités de mesure du temps que sont l'année et le jour.

Or, il est difficile de se représenter mentalement le mouvement de la Terre autour du Soleil car il se déroule à une échelle de temps (comme de longueur) qu'il est difficile de percevoir. Le planétaire humain permet donc aux enfants d'expérimenter ce mouvement afin de mieux le comprendre. Il va également leur permettre de comparer les mouvements des différentes planètes pour réaliser que les définitions des unités d'année et de jour sont « geo-centrées » : elles sont associées au mouvement de la Terre. Si nous habitions sur une autre planète, ces mêmes unités seraient reliées de la même manière à la révolution et à la rotation de cette planète. Mais elles n'auraient pas la même durée. Il s'agit alors pour les élèves de se décentrer tout d'abord de leur propre expérience – qui ne permet pas d'envisager les mouvements de la Terre – puis de leur lien fort avec la Terre. Par conséquent, il faudrait toujours préciser la planète sur laquelle est définie l'année ou le jour. Par souci de simplicité, lorsque rien n'est indiqué, il s'agit dans la suite de l'année terrestre et du jour terrien.

L'année :

La séance proposée pour la mesure d'une année sur différentes planètes, est décrite plus en détail en annexe 3. L'image d'un gâteau d'anniversaire est placée sur la position de départ de chaque planète. Un élève se place sur un des gâteaux en jouant le rôle d'un enfant qui vient de naître. Il se déplace alors sur l'orbite et doit s'arrêter (ou ses camarades doivent lui dire de s'arrêter) le « jour » de son anniversaire, qui correspond à la position de départ. La classe comprend ainsi que la durée d'un tour complet, soit sa durée de révolution, correspond à une année sur chaque planète. Cela permet de rendre concret cette notion mathématique en la rejouant (acteur) et en la visualisant (observateur).

En proposant aux élèves de comparer les âges en fonction des planètes, il est possible de faire prendre conscience aux élèves, qu'une même durée se mesure différemment en fonction de la planète sur laquelle on se trouve, donc selon l'unité d'année utilisée. Quatre élèves sont placés sur la position de départ de Mercure, Vénus, Terre et Mars. Ils jouent le rôle d'enfants qui viennent de naître. Ils vont alors se déplacer *pendant la même durée* et leurs camarades vont compter leur âge respectif dans l'année associée à leur planète. Lorsque l'élève sur la Terre a fait un tour, donc pendant une année terrestre, l'élève sur Mercure a fait un peu plus de 4 tours, soit 4 années mercuriennes; l'élève sur Vénus a fait un tour et demi (il n'a fêté qu'un anniversaire – il est né il y a un an vénusien et demi) ; l'élève sur Mars a fait la moitié d'un tour (il n'a pas encore un an martien). Ainsi, 1 année terrestre = 4 années mercuriennes = 1,5 année vénusienne = 0,5 année martienne. Ces valeurs seront plus précises à mesure que la durée observée est grande. Ainsi, 5 années terrestres correspondent à 21, 8 et 2,5 années respectivement pour Mercure, Vénus et Mars. Plus la planète est proche du Soleil, plus la durée de révolution est petite, plus le nombre d'années pour une même durée de déplacement sera important. Nous pouvons noter (pour des classes plus âgées) que la période exacte des planètes n'est pas un multiple de la durée d'un pas. Il peut être intéressant de travailler sur le décalage entre la position véritable des planètes sur leurs orbites et la position sur le planétaire (voir Abboud & Rollinde, 2021).

Un point essentiel à comprendre pour les élèves est que ce n'est pas la durée mesurée qui change mais l'unité (année martienne, terrestre, etc) dans laquelle cette mesure est exprimée. Une année sur Terre n'est pas la même qu'une année sur Mars ou sur Mercure car la valeur d'une année dépend de la planète sur laquelle on se trouve (la durée de révolution augmente à mesure que l'on s'éloigne du Soleil). Or, ce point est particulièrement difficile à appréhender notamment pour des élèves en cycle 2. Ils trouvent ici une explication concrète et visuelle tirée de l'expérimentation avec son corps.

<u>Le jour :</u>

La même situation se retrouve pour la mesure d'un jour, divisée en deux parties journée/nuit. Le planétaire ne permet pas de travailler la variation des durées de la journée et de la nuit, qui nécessite de montrer l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre. Dans la séance détaillée en annexe 4, il est demandé à plusieurs élèves placés sur l'orbite de la Terre, d'imaginer un humain qui serait placé sur leur nez, et de se positionner de telle sorte à ce qu'il « fasse jour » sur Terre pour cet humain. Ils doivent ainsi comprendre que cela suppose que le Soleil se trouve en face d'eux. L'observation des positions de chacun, initialement toutes différentes, permet un travail collectif jusqu'à ce que tous les élèves soient face au Soleil. Ils doivent alors se positionner pour qu'il « fasse nuit » pour cet humain, puis tourner pendant 24h, 12h, etc… Cette chorégraphie permet d'introduire la rotation de la Terre sur elle-même et de rendre concret l'alternance jour/nuit. Il est ainsi plus facile pour eux de comprendre l'origine de cette mesure de durée et son lien avec notre planète. De la même façon que pour une année, il est important de parler des autres planètes en explicitant le fait qu'une journée sur Terre ne correspondra pas à la même durée qu'une journée sur Mars. Nous pouvons prendre l'exemple de Mercure pour laquelle la durée de rotation est égale (approximativement) à celle de sa révolution. C'est le cas également de la Lune par rapport à la Terre. Ainsi, Mercure et la Lune voient toujours le Soleil et la Terre, respectivement, depuis la même face. Encore une fois, c'est ici la valeur de l'unité de mesure qui change selon la planète considérée.

Dans le cadre d'un travail régulier sur le planétaire humain, celui-ci peut notamment servir de support pour un rituel autour de la date du jour. Cela permet tout au long de l'année de se rendre compte de la révolution de la Terre et de percevoir l'échelle de temps qui y est associée. Cela nécessite toutefois un travail préalable sur le planétaire humain afin de s'assurer de la compréhension pour chaque élève de ce que ce dernier représente.

<u>Mesure de longueurs :</u>

Il est possible d'aborder les notions d'échelles et d'unité de longueur notamment à travers l'unité astronomique qui est spécifiquement utilisée dans le cadre du système solaire. L'unité astronomique peut être définie au niveau de l'école primaire et du collège comme la distance moyenne entre la Terre et le Soleil.

L'intérêt d'utiliser le planétaire humain réside alors dans l'appréhension de grandes distances qui sont difficiles à percevoir. Le choix fait sur le planétaire humain est de représenter la distance Terre-Soleil par la longueur de 1 m. A cette échelle, la Lune serait à une distance de 2 millimètres de la Terre. Ainsi, la Lune n'est pas représentée sur le planétaire car elle serait « en-dessous » du médaillon de la Terre. Ceci peut permettre de faire réfléchir à la taille apparente de la Lune qui est aussi grande que celle du Soleil (ce qui explique les éclipses solaires). La Lune a un diamètre 1 000 fois plus petit que le Soleil, et se trouve à une distance 1 000 fois plus proche de la Terre que le Soleil (avec des nombres entiers).

De la même manière, les objets du Système Solaire qui sont pourtant très grands à l'échelle « naturelle » d'un élève, auraient un diamètre (en ordre de grandeur) de 10 mm pour le Soleil, 1 mm pour Jupiter et de 0,1 mm pour la Terre. Elles ne peuvent donc pas être représentées sur le planétaire. Pour éviter toutes confusions, tous les médaillons sont dessinés avec le même rayon. Ainsi, la présence de nombreux médaillons (pour toutes les positions le long de l'orbite) et leur taille bien supérieure à la taille réelle peut induire l'impression de proximité entre les planètes et d'un espace largement rempli alors que la réalité est inverse. De plus, en se croisant lors de la réalisation de la chorégraphie des planètes sur le planétaire humain, les élèves peuvent se toucher les uns les autres renforçant cette fausse conception d'un système solaire largement rempli par les planètes.

Cette impression erronée peut être remise en cause notamment avec les applications de réalité augmentée qui pourraient permettre d'effectuer des « zoom-in » et « zoom-out » afin de percevoir les différentes échelles de taille et de distance entre le diamètre des planètes et leur distance par rapport au Soleil.

<u>Mesure de vitesses et accélération :</u>

Le planétaire humain représente le mouvement des planètes autour du Soleil. De ce fait, il est possible de percevoir la signification de la grandeur vitesse (voire de l'accélération) et ainsi de faire le lien avec les grandeurs qui la composent, à savoir la durée et la longueur. L'objectif de la séance de découverte est de faire découvrir, ressentir, le fait que plus une planète est proche du Soleil, plus cette dernière se déplace rapidement sur son orbite. Cette perception est directement reliée à la différence ressentie ou observée des déplacements des élèves sur les différentes orbites. Les élèves vont également ressentir que la vitesse de la comète Encke varie au cours de son orbite.

Cependant, le lien avec les deux composantes de la vitesse ne doit pas se faire sur une description globale des orbites. Ainsi, Mercure se déplace plus rapidement que les autres planètes, la longueur de son orbite (soit le chemin parcouru) est plus courte et la durée d'une année sur Mercure est plus courte que sur les autres planètes. Par conséquent, les deux composantes (le numérateur et le dénominateur de la fraction « vitesse ») étant plus petites, il n'est pas possible de conclure. Mercure pourrait aller moins vite alors que son trajet est plus court en longueur et en durée.

Pour associer la notion de durée et de longueur à une comparaison de vitesse, il faut s'intéresser aux deux positions successives des planètes, qui sont séparées par *la même durée* et comparer alors deux longueurs parcourues pour une même durée. Ainsi, visuellement ou en mesurant, pour une même durée (15 ou 16 jours terrestres), la distance entre deux médaillons de couleur est plus petite en s'éloignant du Soleil : la distance entre deux positions de Mercure est plus grande qu'entre deux positions de Vénus qui elle-même est plus grande qu'entre deux positions de la Terre et ainsi de suite. Aller plus vite correspond bien au fait de parcourir une plus grande distance sur une durée donnée.

Pour identifier cette fois l'impact de la composante durée, il est possible de réaliser la chorégraphie à l'aide d'un métronome avec différents rythmes. Avec leur corps, les enfants pourront ainsi se rendre compte que l'accélération du rythme (soit un pas de temps plus court) induit une vitesse plus importante et réciproquement. Il faut bien préciser que cela ne change pas la vitesse réelle des planètes mais la vitesse associée à leur représentation sur le planétaire (changement du facteur de réduction de l'échelle de temps). Il est certain que le planétaire humain n'est pas essentiel à la réalisation d'un tel exercice. Toutefois, il présente l'avantage de partir d'une chorégraphie représentant un mouvement concret et surtout préalablement travaillée lors d'une séance précédente.

Nous notons que l'impact de la longueur et celui de la durée sur la vitesse peuvent être introduits tout aussi efficacement – et peut être plus simplement – dans le contexte d'une course sur une ligne droite. L'utilisation du planétaire peut être conçu comme un réinvestissement de cette relation à trois variables (vitesse, longueur, durée) dans un nouveau contexte.

2.2 Lien avec les programmes du cycle 2 au cycle 4

L'utilisation du planétaire humain est particulièrement intéressante lors de la construction des différentes grandeurs, qui se fait au début du cycle 2. Cela est particulièrement vrai pour les notions d'année et de journée dont les définitions arbitraires peuvent ainsi trouver une explication et une origine. Il est important à cet âge de rendre concret ces notions autrement abstraites et difficiles à appréhender. Il est à noter que la séance jour/nuit devrait intervenir après celle sur les années. En effet, si le planétaire humain permet d'expérimenter la différence d'unité de mesure en fonction de la planète sur laquelle on se trouve dans le cadre d'une année, il ne permet pas de le faire pour la journée, le mouvement de rotation n'étant pas figuré sur ce modèle. Il est alors possible de faire le lien avec la séance précédente avec un transfert de connaissance. Si la définition d'une année dépend de la planète sur laquelle on se trouve, il en est de même pour celle d'une journée. En effet, chaque planète a sa propre durée de révolution (année) et de rotation (journée). Il existe par ailleurs des applications de réalité augmentée permettant de se figurer cette différence de rotation en comparant la rotation de chacune des planètes. Ainsi, l'application *Foxar* peut être utilisée, en faisant attention au fait que les distances entre les objets ne sont pas toujours représentées à l'échelle. L'équipe du projet européen ARISTARCHUS[3] travaille actuellement à la réalisation d'une application adaptée dédiée à un usage complémentaire du planétaire humain. Ces applications permettent de compléter utilement le travail réalisé sur le planétaire humain.

Concernant le principe des échelles (de longueur ou de durée), le fait de relier une grandeur réelle à la même grandeur sur une représentation peut être initié dès le cycle 2, mais correspond plus à un travail de cycle 3. De plus, les calculs qui peuvent être proposés pour relier les distances (voire les tailles) en kilomètres vers des distances en unités astronomiques ne peuvent venir qu'une fois acquise la maîtrise des nombres au-delà des milliers, donc à partir du cycle 3 ou cycle 4. De même, la perception du lien entre vitesse, longueur et durée peut être réalisée dès le cycle 2 mais la formalisation de cette relation ne peut être l'objet d'un travail qu'en fin de cycle 3, et sa description sous forme d'une relation de proportionnalité plutôt en cycle 4.

Ainsi, l'utilisation du planétaire humain concernant les grandeurs et mesures peut se planifier sur un parcours allant du cycle 2 jusqu'aux cycles 3 et 4. La définition d'une année et d'une journée s'ancre dans les programmes de début de cycle 2 au moment où se construit le lien entre la grandeur, la mesure et l'unité de mesure. Le travail peut ensuite se poursuivre en se formalisant année après année vers le travail sur les échelles de longueur puis celui sur les vitesses pour aboutir à une explication complète des mouvements de rotation et de révolution des planètes en fin de cycle 3 ou au début du cycle 4.

Nous notons enfin que ces séances permettent un travail plus large sur l'acte de mesurage. La valeur numérique associée à la mesure d'une grandeur (le *mesurande*) nécessite de définir une unité (*un étalon*). La valeur de cette unité impacte la valeur numérique associée au *mesurande* mais ne change évidemment pas la mesure elle-même. Ainsi, les élèves peuvent percevoir qu'une même durée peut être exprimée en

3 http://aristarchusproject.eu

années terrestres, mercuriennes, vénusiennes ou martiennes. L'acte de mesurage, capital dès le début du cycle 2, relie grandeur et numération (qui sera repris plus loin). Il peut être régulièrement réinvesti tout au long du parcours scolaire d'un élève.

3 Géométrie plane

3.1 Les notions abordées et l'intérêt spécifique du planétaire humain

Plusieurs notions en géométrie peuvent être abordées à l'aide du planétaire humain.

Cercle :

La notion la plus évidente est peut-être celle de cercle ainsi que toutes les définitions qui y sont liées (cordes, arc de cercle, diamètre, périmètre). En effet, au premier abord, il s'agit de la forme apparente des orbites. Toutefois, en regardant plus attentivement, des particularités apparaissent notamment pour les orbites de Mercure et de Mars. Si toutes les orbites sont en réalité elliptiques avec le Soleil situé dans l'un des foyers, à cette échelle, cela ne se voit réellement que pour Mercure, Mars et bien sûr la comète. Si le planétaire humain est un contexte trop complexe pour introduire ces notions, il constitue au contraire un bon exemple d'application de notions précédemment découvertes à travers d'autres activités. Un déroulé de séance est proposé en annexe 5 dans laquelle il est question de déterminer si les orbites des planètes forment des cercles centrés sur le Soleil (Rollinde & Maisch, 2023). Cette séance aborde alors les définitions possibles du cercle en tant qu'ensemble de points (définition discrète) ou en tant que figure tracée par le compas (définition continue).

Une fois ce travail réalisé, il est possible d'aborder les questions d'arc de cercle, de diamètre, de lien avec le périmètre, de définition d'une ellipse et donc du cercle par contraste avec le précédent. Toutes ces activités trouvent ainsi une application concrète dans le cadre d'une démarche scientifique à partir de la question suivante : quelle est la forme des orbites des planètes ? Et de l'hypothèse qui en découle : certaines orbites sont des cercles centrés autour du Soleil. Il est important de préciser que, pour Vénus notamment, l'échelle des distances et la précision des instruments de mesure ne permettent pas toujours de contredire un modèle d'orbite circulaire (alors qu'aucune orbite – réelle ou représentée sur le planétaire – n'est exactement un cercle d'excentricité nulle).

Disque et point :

Les positions des planètes sont représentées par des disques (médaillons de couleur). Or, à l'échelle de distance du planétaire humain, la taille des planètes est toujours négligeable devant la distance entre la planète considérée et le Soleil. Ainsi, une planète qui est pourtant un astre « très grand » se décrit, à cette échelle, comme un point. Mais sa taille n'est pas nulle (définition mathématique d'un point) et un point « mathématique » ne peut pas se représenter. Le fait qu'une position soit représentée par un disque questionne encore plus l'acte de mesurage sur le planétaire humain que ce soit au format 3 m par 6m (bâche) ou en A3. Nous reviendrons sur cette question lors du travail sur la proportionnalité.

Ces discussions peuvent permettre de faire le lien entre la définition mathématique d'un point et la notion de position en physique, de traiter la question des ordres de grandeur et de l'approximation, et enfin des choix de représentation effectués pour la réalisation du planétaire humain.

Discret ou continu :

Le planétaire humain questionne également la ligne et sa représentation. En effet, l'ensemble des positions (points) occupées par une planète forme une ligne courbe fermée appelée orbite. Le planétaire humain présente cette orbite avec un ensemble discret de points pour chaque planète ce qui ne fait pas apparaître dans l'immédiateté l'orbite en elle-même. Pourtant, le mouvement réalisé par les élèves avec leur corps suit une ligne (fermée et continue) bien réelle. Cette expérimentation kinesthésique présente l'intérêt de faire le lien entre points et ligne en discutant de l'aspect discret ou continu d'une représentation. Cette notion étant difficile à appréhender notamment en début de cycle 2, le planétaire humain constitue certainement un bon point de départ pour en discuter avec les élèves.

3.2 Lien avec les programmes du cycle 2 au cycle 4

Le travail sur la notion de point peut être abordé dès l'entrée en cycle 2. Dans le même cadre que la question des unités de temps que sont le jour et l'année, le planétaire humain constitue en effet un point d'entrée concret qui permet de découvrir les différents aspects de cette notion par ailleurs abstraite.

Le travail impliquant l'utilisation des cercles et des propriétés ne peut se faire qu'une fois la notion introduite et suffisamment stable pour la questionner. Ce peut donc être en toute fin de cycle 2 ou au début du cycle 3. Par ailleurs, le lien avec l'ellipse et sa définition mathématique permet de prolonger le travail tout au long du cycle 3 et du cycle 4 (Rollinde, Nechache, Abboud, 2022). Un aboutissement de cela peut se trouver dans la redécouverte de la loi des aires de Kepler.

IV - LA PROPORTIONNALITÉ

1 Présentation brève de la séance de proportionnalité (extraite du projet)

L'objectif du projet était de filmer le mouvement animé des planètes. N'ayant pas de caméra capable de filmer les mouvements sur la bâche du planétaire, le travail proposé aux élèves était de construire, à partir d'une page A3 vierge, une version réduite des orbites du planétaire (ce que nous appellerons « le plan de prises de vues »). La première étape consistait donc à identifier les différences entre le planétaire humain et le plan de prises de vues initial (une page A3 vierge). Elles ont émergé assez facilement : la taille et les informations visuelles. L'objectif pour les élèves était donc le suivant : reproduire les figures présentes sur le planétaire sur le plan de prises de vues (vierge) en les rendant plus petites. Il s'agit donc de faire une réduction.

2 Travail des participants

Lors de cette partie, les participants ont commencé par répondre, par groupe de 4, aux questions suivantes : comment le planétaire permet-il d'aborder la notion de proportionnalité ? Quelle plus-value le planétaire apporte-t-il dans la découverte ou la consolidation de cette notion ? Lors de la mise en commun, la question de la proportionnalité est vite apparue comme une évidence chez les participants. Si le passage du format 3m par 6m au format A3 implique immédiatement pour des adultes formés à de telles procédures le recours à la proportionnalité, cela n'est pas le cas pour des enfants pour lesquels cette notion est en cours de construction. Ainsi, tout l'enjeu est d'expliciter ce processus afin de le rendre plus clair pour les élèves. Pour ce faire, des productions d'élèves ont été proposées et discutées de manière collective ce qui a permis d'apprécier les procédures mises en œuvre par les élèves.

3 Procédures mises en œuvre par les élèves

3.1 Plier

En reformulant l'objectif de la manière suivante : *il faut réussir à rendre les figures plus petites*, la solution qui consiste à plier le planétaire humain pour le rendre plus petit émerge naturellement chez les élèves. Il est alors a priori possible de comparer la taille du planétaire humain plié (la bâche de 3m par 6m) avec celle du plan de prises de vues (feuille A3). Cependant, pour des raisons pratiques de manipulation de la bâche, le pliage ne peut se réaliser que sur la longueur (ou la largeur). L'objectif devient de réussir à plier le planétaire humain dans le sens de la longueur afin que sa longueur devienne inférieure à celle de la feuille A3. Il est important de noter que la largeur ne va pas varier au cours de ce processus. Ainsi, ce qui est au départ un problème de réduction de surface est ramené à celui d'une réduction de longueur.

Il peut être intéressant, notamment en cycle 3, de réaliser la même procédure pour la largeur de la bâche. Une fois les réductions de la longueur et de la largeur effectuées, il est alors possible de revenir avec les élèves à la question de la réduction d'une surface et de discuter la valeur du facteur de réduction de la surface par rapport à celles de la longueur et de la largeur.

Le pliage naturellement proposé par les élèves est un pliage en deux parties superposables dans le sens de la longueur ce qui revient à réduire la longueur comme la surface d'un facteur deux. Les élèves se rendent compte alors que plier la longueur une seule fois ne suffit pas, et proposent de recommencer ce pliage. La question est alors de savoir combien de fois il est nécessaire de plier de la sorte le planétaire humain afin que sa longueur soit contenue dans celle de la feuille A3. Les pliages successifs et les vérifications permettent de suivre l'ensemble du processus de réduction de manière concrète. La limite visuelle du moment où la procédure de pliage doit s'arrêter correspond au moment où la longueur du planétaire plié est plus petite que celle de la feuille au format A3. Cela se produit au bout de **quatre pliages successifs** soit un **facteur de réduction de la longueur de 16** (la longueur de 6m est alors réduite à une longueur de 37,5 cm).

Ce pliage présente l'intérêt de visualiser le facteur de réduction de la longueur. En effet, pour les enfants, en pliant la bâche en deux parties superposables, on a bien réduit d'un facteur deux la longueur. Quand nous replions encore en deux, ils trouvent naturellement un facteur 4. Par contre, lors du troisième pliage, la réponse généralement donnée par les élèves est un facteur de réduction de 6 au lieu de 8. Ils utilisent en effet un modèle additif et non multiplicatif pour le facteur de réduction. Il est alors possible de compter les plis pour vérifier et corriger cette hypothèse. On peut ensuite prédire par l'utilisation des doubles le prochain facteur de réduction. En pliant une quatrième fois, on plie ainsi en 16 soit le double de 8 ce qu'il est possible de vérifier en comptant encore une fois les plis formés sur la bâche.

Au cycle 3, il est également possible de formaliser la procédure en mettant en avant le comportement multiplicatif et non additif du facteur de réduction. Ainsi, plier trois fois une longueur c'est obtenir un facteur de réduction de 2X2X2 = 8 et non 2 + 2 + 2 = 6. Il peut aussi être intéressant d'évoquer la réduction de la surface pour comprendre que réduire longueur et largeur d'un facteur 2 c'est réduire la surface d'un facteur 4. Cela permet de retravailler le lien entre longueurs et surface. Une dernière étape pourrait alors être de réfléchir au facteur de réduction de la surface de la bâche au cours du processus mis en œuvre. Avec un facteur de réduction de 16 pour la longueur et pour la largeur, la surface du modèle réduit du planétaire est ainsi réduite d'un facteur 16X16 = 256.

3.2 Mesurer à l'aide d'une corde

Une fois le facteur de réduction identifié, il faut être en mesure de reporter les informations. Le rôle de l'enseignant est alors d'expliciter la manière de récupérer et reporter des informations d'un support à un autre. Un medium simple est la corde. Le Soleil est placé sur la feuille A3. Pour chaque médaillon de couleur figurant sur le planétaire humain, il faut couper des cordes à la longueur correspondant à la distance entre le Soleil et ce médaillon. Pour retrouver la longueur réduite, il faudra alors plier la corde de la même manière que ce qui a été fait pour la longueur de la bâche, soit quatre fois pour obtenir le facteur de réduction de 16. Un premier point est placé à l'aide de cette corde dont une des extrémités est placée sur le Soleil. La direction entre le Soleil et ce premier point est laissée libre. Les points suivants sont placés successivement comme intersection de deux arcs de cercle. Le premier arc de cercle est centré sur le Soleil avec un rayon égale à la longueur de la corde mesurée sur le planétaire (puis réduite) entre le Soleil et le point à tracer. Le second arc de cercle est centré sur le point précédent avec comme rayon la distance entre les deux positions successives de la planète considérée.

En pratique, nous verrons dans le paragraphe suivant qu'il est possible de simplifier la construction pour les orbites planétaires (sauf pour Mercure) en faisant l'approximation d'orbites circulaires. Ainsi, il est possible de tracer avec la corde repliée un cercle centré sur le Soleil avec un rayon correspondant à la distance réduite d'un facteur 16 entre le Soleil et n'importe laquelle des positions de la planète. Une fois ce cercle tracé, il suffit de choisir une position de départ puis de reporter à l'aide d'une seconde corde la longueur réduite de la distance entre deux positions successives d'une planète en faisant l'approximation qu'elles sont égales sur toute l'orbite de la planète. Cette méthode ne fonctionne pas pour Mercure dont l'orbite est nettement elliptique.

Lors des différentes prises de mesure de longueur sur le planétaire humain, il apparaît rapidement une difficulté. En effet, la position de la planète à un moment donné est indiquée par un médaillon de couleur représenté géométriquement par un disque. C'est pourquoi, les élèves s'interrogent sur la manière de placer les extrémités de la corde : sur un bord du disque ? Au centre ? Dans ce cas, où se trouve le centre ? Cela renvoie alors à la définition géométrique d'un point (cf. section III).

C'est à travers ce questionnement que peut se construire la notion de point en lien avec la position, et la notion d'incertitude lorsque ce point est représenté par un disque. La représentation du point comme une croix (intersection de deux droites) apparaît alors comme préférable pour visualiser sa position dans l'espace.

Ce processus de mesure à l'aide de cordes peut apparaître laborieux et chronophage. S'il permet en théorie de reproduire en réduction le planétaire humain, cela demande un travail long et rébarbatif peu adapté aux élèves de cet âge et aux contraintes de la classe. Il s'agit en effet de récupérer les longueurs entre le Soleil et chaque position pour ensuite plier la corde quatre fois avant de la repositionner. Il peut également être imprécis du fait de plusieurs paramètres : corde insuffisamment tendue lors de la prise de mesures et du pliage, coupure au ciseau imprécise, erreur de pliage se répercutant sur les quatre pliages successifs. Toutefois, ce processus assure aux élèves une compréhension de la réduction et de sa mise en œuvre notamment en début de cycle 2 lorsque la maîtrise d'autres outils de mesure n'est pas encore suffisante. Il n'est donc pas pertinent de mener ce travail jusqu'au bout de manière exhaustive avec les élèves. Seule une démonstration du principe sur quelques positions suffit.

Nous notons ici que le fichier numérique du planétaire humain peut être mis à disposition des enseignants qui ne souhaiteraient pas mettre en place cette procédure, mais voudraient uniquement disposer d'un planétaire au format A3. Il est alors possible de l'imprimer directement au bon format.

3.3 Mesurer à l'aide d'un mètre

En fin de cycle 2 et au cycle 3, le passage par la corde peut aider à visualiser le processus de réduction. Des premiers essais peuvent toutefois faire apparaître la limite de l'utilisation des cordes et la nécessité d'utiliser un outil plus adapté. À cet âge, l'utilisation du mètre sera certainement proposée par les élèves et ceci avant la solution des cordes pour reporter les mesures. Ce cheminement permet d'identifier l'intérêt de mesurer avec un instrument de mesure. A partir de la valeur numérique et de l'unité associée à cet instrument, il est alors permis de réaliser toutes les opérations possibles sur les nombres : additionner, soustraire, multiplier et donc diviser.

Le lien avec le processus de pliage de la corde peut aider les élèves à comprendre pourquoi la division est utilisée dans le cadre d'une réduction. Il est possible de prendre la moitié du nombre puis une nouvelle fois la moitié et ainsi de suite jusqu'à obtenir un facteur de réduction de 16. Cela permet aux élèves de percevoir l'intérêt de l'abstraction permise par les mathématiques. On ne plie plus un objet (la bâche) mais on prend la moitié d'un nombre d'unités mesuré directement sur le planétaire humain. Cela est alors plus facile à faire et plus rapide.

De la même manière que pour les cordes, cette méthode de mesure implique une discussion sur la question du point. Elle permet aussi d'aborder la question de l'erreur de mesure. Cela peut se réaliser par des mesures d'une même longueur entre deux positions par différents élèves afin d'obtenir un échantillon de mesures suffisant d'une même longueur. Toutes les mesures sont-elles valables ? La discussion est intéressante au sein de la classe pour comprendre qu'à part les mesures éloignées de la moyenne et donc aberrantes, toutes sont valables. Ainsi, la mesure n'a de sens qu'avec l'erreur associée. Il ne s'agit pas d'un nombre exact et immuable mais du résultat d'un processus réalisé par l'homme dépendant de différents facteurs. Le facteur humain bien évidemment, l'appareil de mesure également mais aussi tout un tas d'autres qu'il est possible de discuter en classe. L'explicitation de cette réflexion n'est probablement possible qu'en fin de cycle 3, voire en cycle 4.

3.4 Convertir

Dans le cadre du projet, seule importait la représentation des orbites des quatre planètes. Ainsi il n'était pas nécessaire que l'orbite de la comète Encke figure sur le plan de prises de vues. Or, cette dernière induit une augmentation significative de la longueur du planétaire humain. Pour une représentation sur une feuille A3 des orbites des quatre planètes seulement, un facteur de réduction de 10 est suffisant. L'intérêt de ce facteur de réduction est de travailler à l'aide d'un tableau de conversion en faisant le lien avec la numération. Une fois les mesures prises, leur conversion et leur changement d'unité constitue une mise en pratique intéressante de l'utilisation d'un tableau de conversion. Il permet de discuter des échelles et de l'unité de longueur la plus adaptée à chacune d'elles.

3.5 Reproduire

La dernière étape consistait à tracer les positions des planètes sur le plan de prises de vues (format A3). Comme expliqué ci-dessus, la procédure de réduction est trop longue. Nous avons alors proposé une procédure basée sur l'approximation d'orbites circulaires, pour les orbites de Vénus, de la Terre et de Mars. Ce travail, réalisé par les élèves de CE2, requérait l'utilisation d'un compas. L'enseignant doit préciser aux élèves que les orbites des planètes ne sont en réalité pas circulaires (il peut préciser ou non le mot « elliptique »). Toutefois, cette approximation est satisfaisante pour la Terre comme pour Vénus à l'échelle du planétaire humain et plus encore de sa réduction sur une feuille A3. Pour s'en convaincre, les élèves peuvent comparer les distances au Soleil de plusieurs points de l'orbite. Ils peuvent également comparer l'espacement des points tout au long de l'orbite, qui est approximativement constant. Cela s'explique par un raisonnement en plusieurs étapes (qui n'a pas besoin d'être explicité aux élèves) : la vitesse de la planète ne dépend que de sa distance au Soleil ; la distance au Soleil est approximativement constante, donc la vitesse est approximativement constante ; la durée entre deux points est constante, donc la distance parcourue est également approximativement constante. Il est également possible de laisser les élèves se rendre compte d'eux mêmes au cours de la prise de mesures que les valeurs obtenues (distances au Soleil et entre deux positions) sont presque égales pour ensuite introduire l'approximation des orbites circulaires.

Les élèves vont donc tracer l'orbite de chaque planète soit un cercle correspondant à la réduction du diamètre mesuré sur le planétaire humain (voir figure 2). Puis, chaque position a été construite de proche en proche en partant d'une position de départ arbitraire et en utilisant l'espacement constant entre deux positions tout au long de l'orbite. Cette longueur a donc été mesurée, réduite, puis reportée (voir figure 3) sur le cercle correspondant à l'orbite (voir figure 4).

Figure 2. Tracé de l'orbite

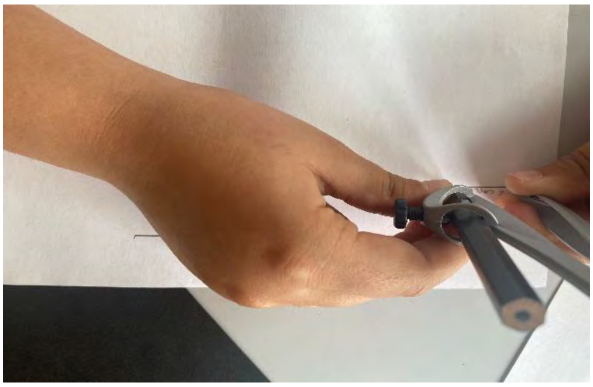


Figure 3. Longueur à reporter

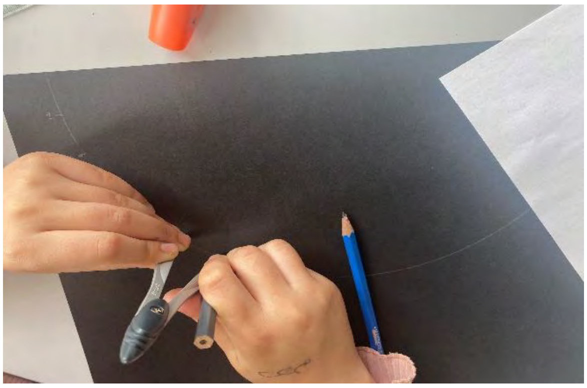


Figure 4. Report de longueur le long de l'orbite

Pour Mars cependant, l'approximation est plus grossière. En effet, par la mesure, les élèves ont pu trouver des différences significatives entre deux positions successives, pour les duos les plus proches et les plus éloignés du Soleil. Afin de rendre le processus de construction plus simple, ils ont utilisé une valeur moyenne (entre la plus grande et la plus petite) des valeurs de rayon et d'espacement entre chaque position. Ceci a permis de retrouver le même nombre de positions (42) sur la réduction que sur le planétaire humain.

Pour Mercure, les écarts étaient bien trop importants du fait de l'excentricité de l'orbite. Cela se voit d'ailleurs à l'œil. La construction a donc été réalisée selon la procédure décrite plus haut, soit par mesure, réduction puis construction de chaque point individuellement. Si le processus de réduction dans ce cas spécifique a été explicité aux élèves, il a toutefois été réalisé directement par les enseignants étant donné sa complexité. Il est toutefois envisageable de le faire réaliser par les élèves en fin de cycle 3 ou cycle 4 une fois la maîtrise acquise de construction d'un point par l'intersection de deux arcs de cercle de rayons différents.

4 Synthèse du groupe sur le travail de la proportionnalité à l'aide du planétaire humain

4.1 L'intérêt de ce travail

Le planétaire humain est en lui-même une représentation du mouvement des planètes autour du Soleil en réduction. Son utilisation implique nécessairement de parler de la question d'échelle et des choix de représentation qui ont été faits pour sa réalisation. Il s'agit ainsi d'une bonne introduction pour un travail sur la proportionnalité afin de comprendre par une nouvelle réduction, ou un agrandissement, le processus qui a été mis en œuvre pour sa construction. Cette étape permet d'enrichir la compréhension du planétaire humain en mettant l'accent sur l'échelle de longueur qui est certainement la plus difficile à appréhender. Cette mise en projet autour d'une utilisation concrète permet également de mettre en évidence le modèle multiplicatif et non additif de la proportionnalité ce qui peut faire l'objet d'une institutionnalisation.

Par ailleurs, les élèves se retrouvent confrontés dans le cadre de ce travail au processus de mesurage : qu'est-ce qu'une mesure ? Qu'est-ce qu'une unité de mesure ? Qu'est-ce qu'une erreur de mesure ou la précision d'une mesure ? Qu'est-ce qu'une approximation satisfaisante ? Comment convertir une mesure ? Les élèves doivent être confrontés à des difficultés dans l'acte de mesurage pour se poser ces questions et éventuellement pour les résoudre pour certains d'entre eux. Effectivement, l'évaluation d'une approximation ou la discussion de l'erreur d'une mesure sont peu questionnées dans la classe.

De plus, l'usage du planétaire humain contribue à mettre en relation la mesure et la définition géométrique d'un point, élément essentiel dans l'apprentissage de la géométrie à l'école élémentaire.

4.2 À quel moment mettre en place ce travail ?

Ce travail sur la proportionnalité ne peut pas être effectué lors de la découverte, ni de l'utilisation du planétaire humain comme outil pédagogique. En effet, il ne s'agit pas de prendre en main cet outil mais de discuter des règles et choix présidant à sa construction. Pour en comprendre l'enjeu il faut donc se mettre dans « la peau du constructeur ». Il s'agit toutefois d'un approfondissement cohérent de l'utilisation du planétaire humain.

Cet enchaînement peut se proposer de deux manières. La première consiste à proposer la construction du planétaire humain dans une cour de récréation par exemple. En partant du modèle au format A3, il est possible d'en construire un agrandissement en fixant comme échelle visée : 1m égale à 1UA soit la distance Terre-Soleil. C'est cette échelle qui est utilisée pour le planétaire humain de 3m par 6m (format bâche). La seconde vise à la construction d'un format A3 à partir du planétaire humain 3m par 6m (format bâche). Il s'agit alors d'une réduction. Le déroulé peut alors correspondre à ce qui a été présenté précédemment.

L'intérêt d'avoir un planétaire au format A3 est qu'il permet un réinvestissement des notions abordées avec le planétaire humain de 3m par 6m en classe sans avoir à utiliser la bâche qui demande tout de même de l'espace et une organisation spécifique.

Dans les deux cas, il s'agit de travailler la proportionnalité dans le cadre géométrique avec la question de la réduction (ou de l'agrandissement) en lien avec la mesure, les unités de mesure, les conversions de mesures, les doubles ou les moitiés. Si cela peut difficilement se placer en début d'apprentissage de la proportionnalité, il s'agit certainement d'une bonne occasion pour réinvestir et consolider cette notion dans un contexte peu utilisé, celui de l'astronomie. Il est ainsi possible pour les élèves de « toucher du doigt » les enjeux et l'intérêt des mathématiques dans la construction de notre environnement.

V - CONCLUSIONS

1 Intérêt de l'utilisation du planétaire humain en classe

1.1 De manière générale

Le principal intérêt du planétaire humain est qu'il s'agit d'un outil ludique qui utilise le mouvement du corps pour faire vivre aux utilisateurs le mouvement des planètes du système solaire. Cela permet de rendre plus concret un mouvement abstrait car se déroulant à une échelle que l'esprit humain a du mal à appréhender. Il s'agit en effet de mouvements à l'échelle astronomique dans un espace essentiellement à deux dimensions qui ne fait pas partie du vécu quotidien d'un être humain. Il est ainsi possible d'expliciter des notions mathématiques qui sont difficiles à aborder. C'est notamment le cas des unités de mesure du temps que sont la journée et l'année en cycle 2 mais aussi la vitesse et son lien avec longueur et durée en cycles 3 et 4. Par ailleurs, le planétaire humain peut être un bon outil pour réinvestir et consolider des notions de géométrie (point, ligne, cercle, ellipse, etc) ou travailler sur la proportionnalité.

Il est intéressant de signaler que lors des séances successives, les élèves sont capables de redonner collectivement l'ensemble des conclusions faites lors des séances précédentes. De plus, les années suivantes, la plupart se rappelle avoir travaillé avec cet outil et est encore capable d'en redonner les principes de fonctionnement. Une conclusion similaire sur l'impact à long terme a été obtenue par (Rollinde et al., 2021) avec des élèves de lycée. Cela témoigne de l'impact de son utilisation sur le vécu des élèves. Des études en ce sens sont actuellement réalisées dans le cadre du projet Aristarchus (http://aristarchusproject.eu) et donneront lieu à des publications prochainement.

1.2 Dans le cadre spécifique de l'éducation prioritaire

Dans le cadre d'une utilisation en éducation prioritaire, il est essentiel de s'adresser à l'ensemble des élèves de la classe. Le planétaire humain présente pour cela plusieurs avantages. Le premier est qu'il ne demande pas de prérequis scolaire. Cela permet à tous, notamment les élèves les plus en difficulté, de se sentir partie prenante de l'activité, de participer et de comprendre. Par ailleurs, l'aspect ludique de cette activité induit une participation volontaire de tous et un réel enthousiasme.

Il est également notable que l'apport d'un outil différent de ce qui est habituellement utilisé par les élèves en classe de même que l'aspect kinesthésique du planétaire humain induit une mémorisation accrue. En effet, après chaque séance, il est possible pour le collectif d'élèves de retrouver sans difficulté les grandes lignes de ce qui a été institutionnalisé lors de la séance précédente. Tout ceci sans réinvestissement des connaissances acquises à la maison. Il s'agit d'un point d'importance car si le manque de suivi à la maison n'est pas spécifique à l'éducation prioritaire, il est assurément plus prégnant dans ce contexte.

1.3 Pour des élèves allophones

Comme dit précédemment, l'un des intérêts du planétaire humain est de permettre de vivre le mouvement des planètes autour du Soleil avec son corps. Cette découverte peut ainsi se faire indépendamment de toute communication verbale que ce soit avec l'enseignant ou avec ses camarades. Ce support peut ainsi être source d'échanges visuels ou gestuels permettant au moins en partie de faire abstraction de la barrière de la langue. Il permet aussi de communiquer dans sa propre langue pour exprimer son ressenti sans pour autant que cela ne soit complètement incompréhensible pour les camarades présents.

1.4 Pour des élèves avec des difficultés de repérage dans l'espace

Dans le cadre de difficultés spécifiques de repérage dans l'espace, il peut être intéressant de passer par le méso-espace pour comprendre et situer des phénomènes (voir l’étude sur les changements de référentiels par (Rollinde et al., 2021)). Un travail de mise en relation entre planétaire humain sur bâche (3m par 6m) et planétaire humain en format A3 semble donc intéressant pour travailler les difficultés spécifiques de ces élèves. De même, la chorégraphie du mouvement des planètes répétée et réutilisée séance après séance peut permettre de construire des repères pour les élèves présentant des difficultés de repérage dans l'espace.

2 Points de vigilance

2.1 Le contexte artistique

Le travail réalisé dans le cadre de ce projet a pu l'être par la combinaison de plusieurs facteurs. Le premier, la motivation de l'équipe enseignante de l'école (merci à Mesdames Achtergall Amandine , Le Guillou-Declercq Carole, Leroy Lucile et Monsieur Oudjeddi Larbi). Le second, l'intervention de partenaires scientifiques de proximité et de qualité (le Parc aux étoiles de Triel-Sur-Seine). Le troisième, le financement de matériel par l'intermédiaire d'un projet Pacte. Ceci est d'importance car l'utilisation du planétaire humain implique un investissement financier non négligeable. L'achat d'un modèle de 3m par 6m demande un investissement d'environ 500-600 euros (de nouvelles possibilités d'impression permettraient de réduire la facture à environ 300 euros).

Il est également possible de construire le planétaire humain, dans une cour de récréation par exemple, pour une somme bien moindre. Quelques craies pour une version éphémère, quelques pots de peinture routière pour une version pérenne. Quoiqu'il en soit, cet investissement peut s'avérer rentable dans le cadre d'une utilisation sur plusieurs années (inter-école, inter-degrés) ou même dans une dynamique de circonscription. En effet, le planétaire humain de 3m par 6m est facilement transportable d'école en école pour une utilisation partagée sur l'ensemble de l'année scolaire.

2.2 Les limites du modèle utilisé

Il est important lors de l'utilisation du planétaire humain de connaître les limites de ce modèle de représentation. Premièrement, il s'agit d'une représentation plane qui ne prend pas en compte les écarts par rapport au plan de l'écliptique notamment concernant la trajectoire de la comète. Deuxièmement, comme nous l'avons déjà mentionné, si les échelles de distance sont respectées, cela n'est pas le cas pour les tailles des planètes. Cela peut induire la conception erronée d'un espace relativement plein avec des planètes qui peuvent se toucher comme c'est le cas pour les élèves lors de leur déplacement sur le planétaire humain. Troisièmement, le choix des pas de temps implique que le retour à la position de départ ne soit en réalité pas exact pour la plupart des planètes. Cette erreur de quelques jours terrestres apparaît comme acceptable dans le cadre d'une compréhension globale des notions. Toutefois, l'utilisation du planétaire humain pour des activités mathématiques plus précises notamment dès qu'il s'agit de mesurer sur ce dernier ne peut faire l'impasse sur une discussion autour de cette question.

3 Diffusion

3.1 Dans les différents cycles : vers un travail inter-degrés

Comme nous avons pu le voir, le planétaire humain est utilisable depuis la fin de la maternelle jusqu'au lycée. Avec le même outil, il est possible de travailler des notions aussi différentes que complémentaires en approfondissant au fur et à mesure la compréhension du mouvement des planètes autour du Soleil. De plus, l'utilisation de cet outil pédagogique demande un certain investissement en temps car il faut d'abord au moins la séance de découverte pour pouvoir travailler sur d'autres notions en mathématiques en physique ou en sciences et vie de la Terre. Si les élèves ont travaillé dessus lors des années précédentes, cela permet de réaliser un gain de temps notable en se focalisant les années suivantes uniquement sur les notions objets de l'apprentissage. Par ailleurs, après avoir montré un vif intérêt lors des premières séances, il est possible à partir de la cinquième ou sixième séance de constater une certaine lassitude des élèves à travailler sur le même support. Cela plaide en faveur d'un apprentissage cyclique étalé sur plusieurs années avec un approfondissement progressif de l'apprentissage.

Cet outil se prête donc particulièrement au travail en inter-degrés sur une programmation en liaison école-collège-lycée qu'il est possible d'ébaucher. Après une première découverte sur la chorégraphie des planètes en fin de maternelle combinée par exemple avec un travail sur la suite numérique et les rondes, le travail en cycle 2 peut être consacré à la question des mesures de temps que sont le jour et l'année. En cycle 3, il est possible d'aborder la notion de cercle en la mettant en rapport avec l'ellipse puis de réaliser un travail autour de la proportionnalité. Outre cette notion, seront alors traitées des questions en géométrie (définition d'un point notamment) et en mesure (intérêt de la mesure, réalisation de la mesure, conversion de mesures). En cycle 4, il est possible de travailler sur la notion de vitesse et d'angle pour arriver au lycée à retrouver la loi des aires de Kepler.

3.2 Dans les écoles

Le planétaire humain est un outil qui apporte une réelle plus-value à l'enseignement de certaines notions notamment à l'école élémentaire. Pourtant, au premier abord, cet outil peut sembler trop complexe pour oser l'utiliser en classe. Cela peut être par manque de connaissance en astronomie et la peur de se retrouver avec des questions des élèves pour lesquelles il est difficile d'avoir une réponse. Cela peut aussi être lié à la multitude des possibilités d'utilisation de cet outil qui augure une prise en main longue et laborieuse.

C'est pourquoi, il est important de focaliser son utilisation sur des activités simples et centrées sur les connaissances où il apporte une réelle plus-value en fonction du niveau de classe de l'enseignant. Ces activités ne demandent alors pas de connaissances pointues en astronomie. Dans ce cadre, son utilisation est simple et l'outil rapide à mettre en place. Après une brève explication par un pair et avec des séances détaillées clés en main, il est tout à fait possible de mener une séquence (trois séances de 45 minutes environ) autour des unités de mesure du temps par exemple. Ceci peut être une première approche de l'enseignant avec cet outil pédagogique qui se suffit à elle-même ou peut déboucher par la suite sur un travail plus approfondi avec les élèves qui peut s'étaler sur plusieurs années dans le cadre d'une démarche d'équipe.

3.3 Dans la formation des professeurs des écoles

Le planétaire humain est un outil intéressant à utiliser dans le cadre des formations initiale et continue des professeurs des écoles. Il offre un environnement de formation permettant une approche interdisciplinaire, articulant des notions relevant des mathématiques mais aussi de la physique. De telles formations sont conçues et mises en œuvre au sein du master MEEF1 (Abboud et al., 2022) et dans le cadre de formations continues (via le groupe Astronomie, IREMS de PARIS[4]).

3.4 Dans les lieux de culture scientifique

Le planétaire humain peut être utilisé suivant deux modalités. Une première version déplaçable (bâche de 3m par 6m) se prête particulièrement à la diffusion du savoir par le biais d'ateliers réalisés dans les écoles ou des manifestations hors sol. Une seconde version peinte sur le sol peut faire apparaître les orbites des planètes au-delà de Mars. Cette version peut alors être utilisée au sein de l'espace de culture scientifique en complément des activités proposées. Au sein d'un planétarium, il est par exemple possible de comprendre les mouvements observés dans le ciel comme la rétrogradation de Mars. Dans un musée dédié aux sciences en générale, il permet de réaliser des activités guidées à destination des scolaires ou bien être inclus dans un parcours de visite. Pour être utilisé en autonomie, il suffit de mettre à disposition des visiteurs des panneaux explicatifs sur les règles de la chorégraphie, un métronome à activer par le visiteur et un panneau permettant de mettre en mot ce que ce dernier aura ressenti lors de son utilisation autonome.

L'association F-HOU

Si vous souhaitez acquérir un planétaire, ou bénéficiez d'une formation ou d'une séance au sein de votre école ou musée, vous pouvez contacter l'association F-HOU, qui est à l'origine du développement du planétaire en France et aujourd'hui en Europe, ou le groupe Astronomie de l'IREMS de Paris.

Quoiqu'il en soit, à une époque où les connaissances scientifiques, notamment en astronomie, sont de plus en plus souvent remises en cause, l'utilisation d'outils kinesthésiques de diffusion scientifique apparaît comme un atout majeur dans la diffusion des sciences auprès d'un public le plus large possible.

VI - CREDITS

Ce projet a bénéficié du soutien de la Commission européenne dans le cadre du projet :

ERASMUS+/ARISTARCHUS(2021-1-FR01-KA220-SCH-000032478)

Cette publication n'engage que son auteur et la Commission ne peut être tenue pour responsable de l'usage qui pourrait être fait des informations contenues dans ce document.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Abboud, M., Hoppenot, P., & Rollinde, E. (2019). Enhancing mathematics and science learning through the use of a Human Orrery. In Jankvist, U. T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (Eds.). (2019). *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11, February 6 – 10, 2019).* Utrecht, the Netherlands: Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

Abboud, M., & Rollinde, E. (2021). Les Mathématiques du Système Solaire en plein air. Le planétaire humain au collège. *Repères IREM*, (124), 37-62.

4 https://irem.u-paris.fr/astro

Abboud, M., Nechache, A. & Rollinde, E. (2022). Former les enseignants du primaire à une démarche interdisciplinaire mathématiques-sciences dans le contexte de l'astronomie. In M. Abboud et C. de Hosson (Eds.*),* *Rendez-vous en didactique : recherches, dialogues et plus si affinités* (pp.205-211). IREM de Paris - Université Paris Cité. ISBN : 978-2-86612-403-8.

Rollinde, E., Ferlet, R., Melchior et al. (2016). Enseigner la physique et les mathématiques autrement : EU-HOU, Hands-On Universe EU-HOU, Hands-On Universe. *Le Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie.* ⟨hal-02303711⟩

Rollinde, E. (2019a). Learning Science through enacted astronomy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17 (2), 237-252.

Rollinde, E. (2019b). Enacting planets to understand occultation phenomena. *JOE - Journal of Occultation and Eclipse*, ed. Dr. Soleiman Hosseinpour (6), p.11-19 ⟨hal-02303664⟩

Rollinde, E., Nechache, A., Abboud, M. (2022). Étude du travail géométrique autour des ellipses avec le planétaire humain. *Septième symposium d'Étude sur le Travail Mathématique - ETM*7 – Strasbourg. ⟨hal-04238285⟩

Rollinde, E., Décamp, N., Derniaux, C. (2021). Should frames of reference be enacted in astronomy instruction? *Physical Review Physics Education Research, 17* (1) ⟨hal-03252842⟩

Rollinde, E., Maisch. M. (2023). LES ORBITES PLANETAIRES SONT-ELLES CIRCULAIRES ? : Une ingénierie didactique associant mathématiques et sciences en cycle 3. *Grand N, 111*, pp.5-39. ⟨hal-04227613⟩

ANNEXE 1 (DÉROULEMENT CHRONOLOGIQUE DU PROJET)

1.1 Le contexte artistique – décembre 2021

Le projet a été introduit par le visionnage au cinéma Pandora d'Achères d'un film d'animation afin de faire découvrir aux élèves le contexte artistique du projet. Nous avons ensuite découvert en classe la technique spécifique du stop-motion qui allait ensuite être utilisée pour la réalisation du film.

1.2 Les caractéristiques des planètes – janvier 2022

La première intervention du parc aux étoiles réalisée par Madame Amandine Rault visait à faire découvrir aux élèves les caractéristiques des planètes du système solaire grâce à un atelier pédagogique proposé par cette structure.

1.3 Le mouvement des planètes – février à mai 2022

Durant cette seconde phase du projet, les élèves ont découvert en classe au cours d'une séance dédiée de quarante-cinq minutes le fonctionnement du planétaire afin de comprendre le mouvement des planètes autour du Soleil. Trois autres séances ont porté sur la réalisation du plan de prises de vues puis la construction des planètes en pâte à modeler.

1.4 La réalisation du film – juin 2022

Une seconde série d'ateliers proposée par le parc aux étoiles a permis la réalisation des prises de vues avec le logiciel audacity. Il s'agissait de positionner les planètes sur les repères figurant sur le plan de prises de vues et de les déplacer au fur et à mesure que les images étaient prises. La succession des images lors du montage permet alors d'obtenir le mouvement des planètes autour du Soleil. Nous avons ensuite rédigé en classe les textes de la bande son avant de l'enregistrer grâce au logiciel audacity.

1.5 La restitution aux parents – fin juin 2022

Lors d'un moment de porte-ouverte au sein de l'école permettant la présentation des différents projets proposés au cours de l'année scolaire menés par les classes de l'école, les parents ont pu visionner le film réalisé par les élèves ainsi que son making-of.

ANNEXE 2 (SÉANCE DE DÉCOUVERTE)

Prérequis : se déplacer en suivant un rythme, connaître la suite numérique jusqu'à 40.

Objectifs :

- Identifier les planètes du système solaire.
- Comprendre leur mouvement autour du Soleil.
- Comprendre que plus un objet est proche du Soleil, plus il se déplace rapidement.

Déroulement :

Phase 1 : découverte du planétaire. Individuel 5 min.

Consignes de sécurité :

- On marche sur le planétaire en chaussettes pour ne pas l'abîmer.
- On se déplace en marchant pour ne pas glisser et se faire mal.

Laisser librement les élèves découvrir le planétaire. *Consigne : déplacer vous sur le planétaire en gardant en tête ce que vous observez.*

Phase 2 : mise en commun. Collectif 10 min.

Retour sur la découverte du planétaire. Qu'avez vous observé ?

- Ils reconnaîtront la Terre et le Soleil peut-être certaines autres planètes. → passer en revue les planètes.
- Ils parleront aussi de caillou ou de météorite. → expliquer que c'est une comète et de quoi il s'agit brièvement et renvoyer à une séance ultérieure de réinvestissement.

Faire le point sur les planètes, donner leur nom et quelques caractéristiques.

Mettre en avant la présence de médaillons de couleur, chacun associé à une planète (position des planètes autour du Soleil). → les planètes tournent autour du Soleil. Il y a également des nombres.

Phase 3 : découvrir la trajectoire d'une planète : son orbite. Collectif 5 min.

Placer au moins deux élèves sur chaque planète sauf pour Mercure.

Consigne : nous allons reproduire le mouvement des planètes autour du Soleil. Pour cela il faut suivre la ligne correspondant à la couleur de sa planète. C'est ce qu'on appelle l'orbite de la planète.

Il est probable que les enfants n'aillent pas tous dans le même sens. Si ce n'est pas le cas, aller sur le planétaire pour suivre volontairement la trajectoire dans le mauvais sens afin de susciter le questionnement souhaité.

→ que se passe t-il ? → les planètes sont rentrées en collision. Est-ce-que ça arrive ? → non. Il y a donc un sens et elles tournent toutes dans le même sens. Comment le trouver ?

Les élèves parleront certainement des numéros. Si ce n'est pas le cas, les aiguiller.

Phase 4 : les règles de déplacement. Collectif 5 min.

Se déplacer sur le point suivant dès que j'entends taper des mains.

Particularité de Mercure : en faisant un tour de l'orbite, Mercure ne revient pas à la même position. Les points en gris clair correspondant aux positions pour le deuxième tour. Le troisième reprend les dispositions du premier. Faire un exemple avec les élèves.

Phase 5 : chorégraphie des planètes. Demi-groupe 2X5 min.

Un élève sur le Soleil. Un élève par planète (jusqu'à deux sur Terre et trois ou quatre sur Mars).

Consigne acteur : réaliser la chorégraphie des planètes en respectant les règles (sens et déplacement à chaque clap).

Consigne observateur : observer leur mouvement.

Question entre les deux groupes : qu'observe t-on ? → plus on est proche du Soleil, plus on se déplace vite.

Vérification de l'observation avec le second groupe.

Phase 6 : retour sur les observations effectuées. Collectif 10 min.

Qu'avons nous appris ? Qu'avons nous mis en évidence ?

Partir des réponses des élèves et étayer en employant le vocabulaire adapté.

Plus une planète est proche du Soleil, plus elle se déplace rapidement le long de son orbite.

Orbite = parcours (chemin) effectué par la planète autour du Soleil.

ANNEXE 3 (SÉANCE SUR LES ANNÉES)

Phase 1 : redécouverte du planétaire et chorégraphie. Collectif puis demi-groupe 15 min.

1) Rappel des différents éléments figurant sur le planétaire.
2) Reproduire la chorégraphie des planètes.
3) Retrouver les conclusions : plus on est proche du Soleil, plus le déplacement est rapide.

Phase 2 : année sur Terre. Collectif puis demi-groupe 15 min.

Faire placer les enfants autour des orbites. Chaque enfant a pour objectif de compter le nombre d'années de son binôme.

1) Poser un gâteau d'anniversaire sur Terre au point de départ de la chorégraphie.
2) Reproduire la chorégraphie des planètes. S'arrêter lorsque c'est son anniversaire. Que s'est-il passé ? Quel âge ai-je ?
3) Refaire un autre tour. Quel est mon âge maintenant ?
4) Expliciter la définition d'une année : durée nécessaire à la Terre pour revenir à la même position par rapport au Soleil.

Phase 3 : comparaison de la durée d'une année. Demi-groupe puis collectif 15 min.

1) Poser un gâteau d'anniversaire sur Mars et réaliser le même travail que sur Terre.
2) Même chose pour Vénus.
3) Faire tourner un ou deux élèves sur Terre, Vénus et Mars en même temps. Dès qu'un a une année de plus, on regarde quel est l'âge sur les deux autres planètes.
4) Tirer une conclusion : l'âge dépend de la définition d'une année et donc de la planète sur laquelle on se trouve. Faire le lien avec l'atelier précédent sur les caractéristiques des planètes.
5) La définition d'une année dépend de la planète sur laquelle on se trouve sa durée correspond à la durée d'une **révolution** de la planète autour du Soleil.

Attention : l'important est de comprendre que ce n'est pas la durée mesurée qui change mais l'unité de mesure dans laquelle elle est exprimée. L'année mercurienne dure moins longtemps que l'année vénusienne qui dure moins longtemps que l'année terrestre qui dure moins longtemps que l'année martienne.

ANNEXE 4 (SÉANCE SUR LE JOUR ET LA NUIT)

Phase 1 : redécouverte du planétaire et chorégraphie. Collectif puis demi-groupe 10 min.

1) Reproduire la chorégraphie des planètes.
2) Indiquer quand on arrive à une année.

Retrouver les conclusions des séances précédentes : plus on est proche du Soleil, plus le déplacement est rapide. Plus on est proche du Soleil, plus la durée d'une année est courte.

Phase 2 : jour et nuit. Collectif puis demi-groupe 10 min.

Nous avons découvert ce qu'est une année. Est-ce que vous connaissez d'autres mesures du temps ?

→ si les élèves ne la mentionnent pas, parler de la journée. Que se passe t-il lors d'une journée ? → il y a des moments où il fait jour, d'autres où il fait nuit = alternance jour/nuit. Aujourd'hui nous allons essayer de comprendre comment cela fonctionne.

De quoi allons nous avoir besoin ? → Terre et Soleil. S'ils mentionnent la lune, parler de l'échelle et expliquer qu'elle serait trop proche de la Terre pour être représentée.

Placer 4 élèves sur l'orbite de la Terre également répartis (0, 6, 12 et 18) et un élève sur le Soleil.

Consigne pour ceux sur la Terre : se mettre en position pour qu'il fasse jour pour un humain placé sur votre nez (jour sur la Terre).

Consigne observateur : regarder la position de tous vos camarades.

Si difficulté, les relancer : que se passe t-il quand il fait jour ? → on voit le Soleil.

Consigne Terre : se mettre en position correspondant à la nuit sur la Terre.

Consigne observateur : regarder la position de tous vos camarades.

Si difficulté, les relancer : que se passe t-il quand il fait nuit ? → on ne voit pas le Soleil.

Question observateur : vos camarades sont-ils tous dans la même position ? Non → la Terre tourne sur elle-même.

Phase 3 : les moments de la journée. Collectif puis demi-groupe 15 min.

Récapitulatif : l'alternance jour/nuit s'explique par la rotation de la Terre sur elle-même.

Indiquer que la rotation se fait dans le sens des aiguilles d'une montre en montrant ce que cela signifie.

Placer 4 autres élèves sur la Terre et un autre sur le Soleil.

Consigne Terre : tourner sur vous-même pour représenter la rotation de la Terre et dites jour quand il fait jour et nuit quand il fait nuit.

Consigne observateur : repérer le moment où cela change.

Question observateur : à quel moment cela change t-il ? → quand on commence à voir le Soleil.

Pour nous aider à repérer ce moment, nous allons tendre les bras et garder la tête bien droite en regardant droit devant.

Consigne Terre : tourner sur vous-même pour représenter la rotation de la Terre en tendant les bras. On s'arrêtera à certains moments importants.

Consigne observateur : identifier la position des différents moments de la journée.

Arrêter quand on commence à voir le Soleil = matin. Arrêter quand on commence à ne plus voir le Soleil = soir.

Avec un autre groupe.

Consigne Terre : se placer au matin. Puis le midi. Puis le soir. Puis en plein milieu de la nuit (minuit).

Consigne observateur : identifier la position des différents moments de la journée.

Vérifier la compréhension de chacun en fonction des positions.

Phase 4 : le mouvement de la Terre. Collectif 10 min.

Quels mouvements fait la Terre ? → **rotation** sur elle même et **révolution** autour du Soleil. Insister sur la différence entre les termes de rotation et de révolution.

Rotation = définit la journée, révolution = définit l'année.

Combien de fois la Terre doit-elle tourner sur une année ? → 365 fois car une année = 365 jours.

Mettre en évidence l'unité de temps : 15 ou 16 jours entre 2 positions (points) sur le planétaire. Donc la Terre doit tourner 15 ou 16 fois sur elle-même en rejoignant le point suivant. Faire la démonstration puis demander à ceux qui le souhaitent d'essayer.

Phase 5 : quand voit-on Vénus ? Réinvestissement. Collectif puis demi-groupe 20 min.

1) Rappel alternance jour/nuit.
2) Placer un élève sur le Soleil, un sur la Terre et un autre sur Vénus. Attention, ils doivent être sur le même numéro.
3) *Consigne Terre : tourner sur soi-même pour représenter la rotation de la Terre.*
4) Quand voit-on Vénus ? Conditions : voir Vénus et ne pas voir le Soleil car sinon la lumière du Soleil masque l'éclat de Vénus. Identifier les moments de la journée où cela est possible (début et fin de nuit).
5) Même chose sur différentes positions Terre et Vénus.

Possibilité d'extension avec Mars par exemple. Quand voit-on Mars ?

ANNEXE 5 (SEQUENCE SUR LES CERCLES)

Voir Rollinde & Maisch (2023).

UNE FORMATION AUTOUR DE « LESSONS STUDIES » ADAPTÉES EN CONSTELLATION DES ENSEIGNANTS DU CYCLE 1

Carine SORT
PRAG Maths, INSPE de l'académie de Bordeaux
LaB-E3D (EA 7441)
carine.sort@u-bordeaux.fr

Anne-Claire FOURCADE
CPD Plan Maths, Landes (40)
anne-claire.fourcade@ac-bordeaux.fr

Virginie ABADIA
CPC RMC Mimizan, Landes (40)
virginie.pedeuboy@ac-bordeaux.fr

Jennifer DAGUERRE
CPC RMC Dax Centre Landes, Landes (40)
jennifer.daguerre@ac-bordeaux.fr

Delphine MAURY
CPD RMC Tyrosse Côte Sud, Landes (40)
delphine.maury@ac-bordeaux.fr

Résumé

La *Lesson Study* (LS) adaptée (Masselin, 2020) est une variante des LS japonaises en contexte français de formation. Depuis deux ans dans le contexte des Landes, nous avons choisi de questionner la construction de scénarios de formation autour de constellations qui reprend cette forme de LS (Sort, 2023). Nous avons repris la forme de ce type de formation LS en l'adaptant pour le cycle 1 (Masselin et Hartmann, 2020). En tenant compte de nos contextes et des diversités des publics rencontrés, nous avons proposé ce dispositif en constellations dans le respect des attentes variées des enseignants et dans des contextes différents. Lors de cet atelier, nous avons souhaité mettre en lumière les adaptations qui nous semblent nécessaires pour une utilisation du dispositif LS, dans le contexte de formation actuelle dans le premier degré. Nous contextualisons notre propos en analysant notre propre mise en œuvre dans trois constellations proposant des regroupements de types : REP, école et regroupement d'écoles.

I - UNE FORMATION AUTOUR D'UNE *LESSON STUDY*

Dans cet atelier, nous proposons une réflexion autour d'un scénario de formation mené dans le cadre d'une formation d'enseignants de cycle 1. Les différents moments proposés lors de l'atelier sont repris dans ce texte : après une présentation théorique qui nous amène à présenter nos adaptations et les différentes modalités de notre formation dans le département, nous proposons une analyse *a priori* de la situation. Il s'en suit une analyse des principaux résultats observés pour mettre en lumière les diversités des approches, des gestions de groupes, des nécessaires adaptations aux formés.

1 Un résumé de l'histoire des LS

Le *jugyo-kenkyuu* – « étude collective d'une leçon » – originaire du Japon et promu aux États-Unis sous le nom de « *Lesson Study* » (LS) est un dispositif de formation d'enseignants. À l'origine, la LS est donc une tradition japonaise de formation à l'école primaire et elle est devenue une composante ordinaire du travail des enseignants. Plusieurs chercheurs en « mathematics education », dont des équipes suisses, se sont emparés de ce dispositif avec des visées de formation et/ou de développement professionnel d'enseignants. De nombreux articles permettent de découvrir des expérimentations de ce dispositif de formation (Miyakawa et Winslow, 2009 ; Clivaz, 2015). Notre expérimentation portait sur ce dispositif de formation émergeant dans le cadre du plan de formation des Référents Mathématiques de Circonscription (Plan Villani Torossian[1]), celui de « *Lesson Study* » (LS). Ce dispositif particulier est mis en avant aussi dans le suivi du plan mathématiques (janvier 2022)[2]. Notre volonté était aussi de questionner ce dispositif dans nos propres formations. Nous nous sommes alors inspirées de la proposition du groupe *Activités* de l'IREM de Rouen qui a adapté ce principe LS *adaptée* dans l'académie de Rouen[3] selon ses propres modalités depuis 2016 (Masselin, 2020). Elles concernent des classes de tous niveaux de l'école au lycée. Nous avons choisi d'expérimenter notre scénario dans le cadre d'une constellation en mathématiques[4] qui est un dispositif de la formation continue des professeurs des écoles, constituée d'un petit groupe d'enseignants d'un même cycle ou de plusieurs cycles ; elle est à la fois orientée sur la didactique et ancrée sur les pratiques de classe, en proposant des observations entre pairs.

2 Contexte de nos expérimentations

2.1 Nos adaptations dans le département des Landes

Nous allons exposer maintenant nos adaptations dans le cadre du plan de formation du département des Landes en Mathématiques. Traditionnellement, la LS part d'une difficulté d'enseignement rencontrée, notre dispositif de formation s'inscrit dans le plan de formation mathématiques des Landes. Comme dans les adaptations françaises, nous nous inscrivons dans les curricula français et le thème choisi pour la LS est imposé par le plan. Dans nos expérimentations, il s'agissait de la résolution de problèmes arithmétiques. Dans le cadre des adaptations de l'IREM de Rouen, plusieurs cycles d'analyse sont réalisés entre formateurs et chercheurs en amont de la formation avec des relevés d'observables. Ceci leur permet de proposer, de travailler un énoncé de la situation et les questions pour la formation (Masselin, 2020). Dans notre adaptation, ce travail se résume à un temps entre les cinq formatrices qui analysent l'apprentissage visé, étudient la notion, les éléments de didactique nécessaires, etc. Ceci se fait en lien avec le travail du Copil Mathématiques des Landes. Cette étude leur permet de choisir la ressource avec laquelle les enseignants vont travailler et d'envisager les différents temps de la LS. Le collectif

[1] https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242

[2] https://www.education.gouv.fr/suivi-du-plan-mathematiques-341082

[3] https://irem.univ-rouen.fr/lesson-study

[4] La formation prévue est de trente heures sur une année scolaire soit les dix-huit heures d'animations pédagogiques et douze heures remplacées sur le temps de classe.

d'enseignants est construit par la constellation et il est réuni autour d'une ressource mathématique (un exercice, un problème, etc.). Les formatrices organisent les visites croisées, encadrent les questionnements autour du thème choisi lors des visites. Il n'y a pas de possibilité de prendre le dispositif global proposé par l'IREM de Rouen. Mais nous avons gardé l'organisation de trois journées basées sur le processus autour d'une boucle (figure 1) d'une LS *adaptée* (Masselin, 2020, p.30).

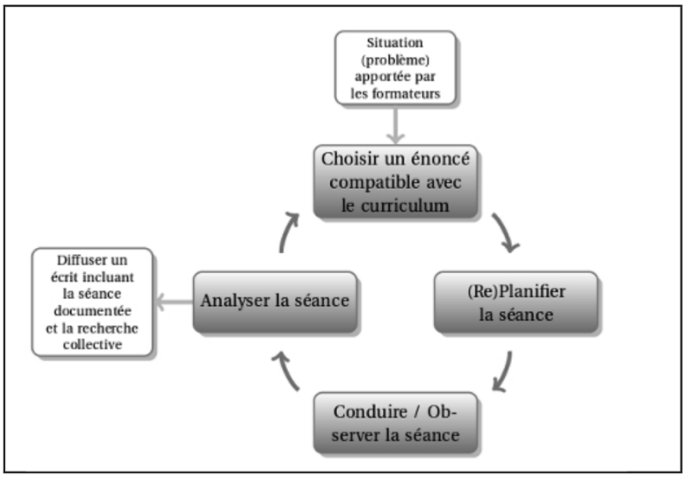


Figure 1. Processus de la boucle B2 d'une LS adaptée IREM de Rouen (Masselin, 2020, p.30)

Nous avons décliné notre LS lors de trois journées (figure 2). Lors de la journée J1, le collectif fait une analyse *a priori* de la séance, puis la prépare en créant une feuille de route dans le but de mettre en œuvre la ressource. Un des enseignants se propose de jouer le rôle de l'enseignant-expérimentateur. Lors de la journée J2, celui-ci met en œuvre le projet collectif dans une classe mise à disposition pour l'occasion, tandis que les autres membres sont présents et observent le déroulement de la séance. Ensuite, le groupe discute des choix effectués et de leur effet sur l'enseignement. Les formatrices apportent des connaissances didactiques, théoriques. Une LS a donc la spécificité d'intégrer une classe d'élèves au cœur de la formation : la ressource étudiée, réécrite collectivement par le groupe de formés, va pouvoir être expérimentée auprès d'élèves par un enseignant qui n'enseigne pas dans cette classe habituellement. Le contexte d'expérimentation est donc neutre et dénué de tout impact relationnel. De plus, elle permet aux enseignants d'observer des élèves sans les avoir en responsabilité. Des observations diverses sont mobilisées pour construire une réflexion autour des effets d'enseignement : observer des élèves, observer des interactions entre élèves, élève/enseignant, s'observer soi-même *via* l'enseignant-expérimentateur. Après les mises en situation, nous commençons avec les groupes de formés une analyse *a posteriori* des déroulements des séances observées (Chesnay & Coulange, 2022). Cette analyse *a posteriori* se poursuit lors de la dernière journée J3 en prenant appui sur des transcriptions de verbatims échangés grâce aux enregistrements audio et des synopsis de moments de vidéos. Elle est complétée grâce aux dernières visites croisées puisque les enseignants ont entre-temps expérimenté dans leurs classes. Des apports théoriques sont également faits lors de cette journée J3.

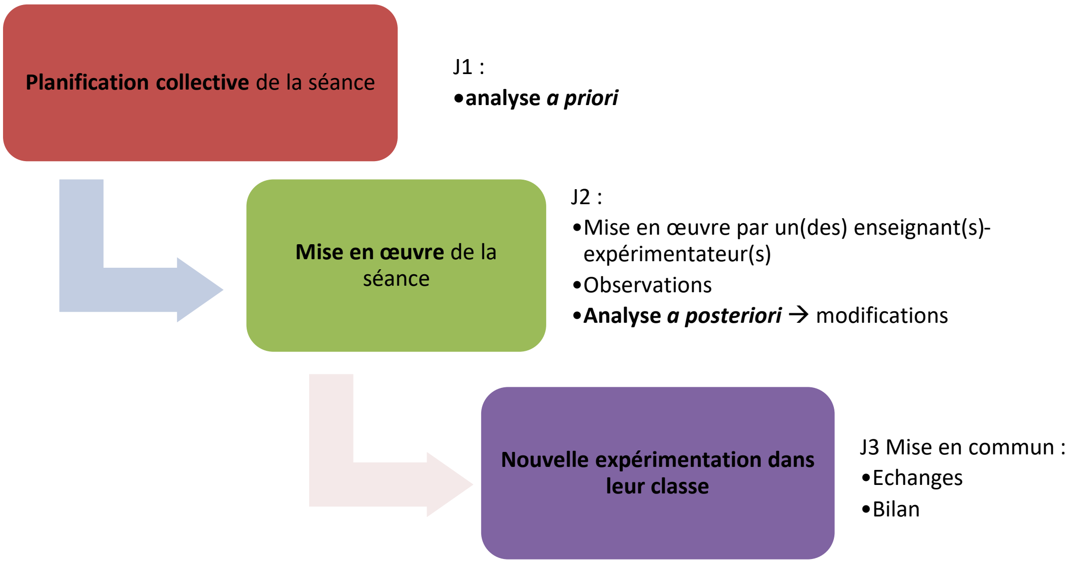


Figure 2. Déroulement de la LS dans Les Landes au sein de la constellation

2.2 Des constellations diverses

Le protocole de la formation a été mené en cohérence et avec l'appui des conseillers pédagogiques sur les effets pour la poursuite de la formation dans le cadre de la constellation (30h de formation maths dont 15h/18h pour l'expérimentation). Pour les enseignants de cycle 1, l'intégration du dispositif a permis de créer du sens entre les différents temps de la constellation dans son ensemble. Une équipe pluri-catégorielle, inspecteurs de l'éducation national (IEN), conseillers pédagogiques de circonscription (CPC), conseillers pédagogiques départementaux (CPD), référents mathématiques de circonscription (RMC) et une formatrice INSPE, a été mobilisée pour permettre que le dispositif soit mis en œuvre sur trois circonscriptions différentes du département.

Lors de l'atelier, nous avons proposé un premier temps pour que les participants puissent s'interroger sur les spécificités des publics sur ces trois secteurs et la diversité rencontrée. Nous leur avons proposé un travail autour deux types de documents pour chacune des trois constellations associant les trois niveaux du cycle 1 : une carte du département replaçant la circonscription, la localisation et une description des écoles (enseignants, nombre, ancienneté, les indices de position sociale (IPS) ainsi qu'une file du temps décrivant l'architecture de la constellation. Les participants devaient s'appuyer sur ces éléments descriptifs pour relever toutes les diversités géographiques, humaines, professionnelles, sociales et temporelles qui pouvaient apparaitre dans les documents donnés. Chaque groupe de participants a alors proposé des éléments de comparaison : différences des IPS au sein d'une même constellation ou entre constellation, nombre d'enseignants concernés (groupe de 4 enseignants à 10 enseignants), leur ancienneté, répartition de la formation à partir des lignes, localisation des écoles. La figure 3 permet de voir quelques-uns des indices relevés pour effectuer ces comparaisons.

Ce moment de travail en groupes a permis de mettre en avant une grande diversité à plusieurs niveaux (annexe 1). Une particularité du département des Landes est la diversité géographique proposant des espaces urbains et des écoles plus rurales et éloignées. La description par des critères choisis des formés montre une diversité du public enseignant de par son ancienneté et son investissement (MAT, maitre d'accueil temporaire). Lors des journées, certains enseignants avaient pu formuler clairement des besoins de formation en lien avec la thématique alors que d'autres étaient plus éloignés des problématiques évoquées. Les autres critères ont montré une diversité de public dans les classes : simple ou multi-niveaux, proposant des IPS très étirés, … L'atelier a permis de mettre en valeurs les adaptations choisies pour prendre en compte les plans de formation déployés chaque année. À ces diversités, nous avons apporté un regard particulier sur la temporalité car la formation ne s'est pas déroulée sur les mêmes périodes de l'année scolaire au regard du calendrier institutionnel.

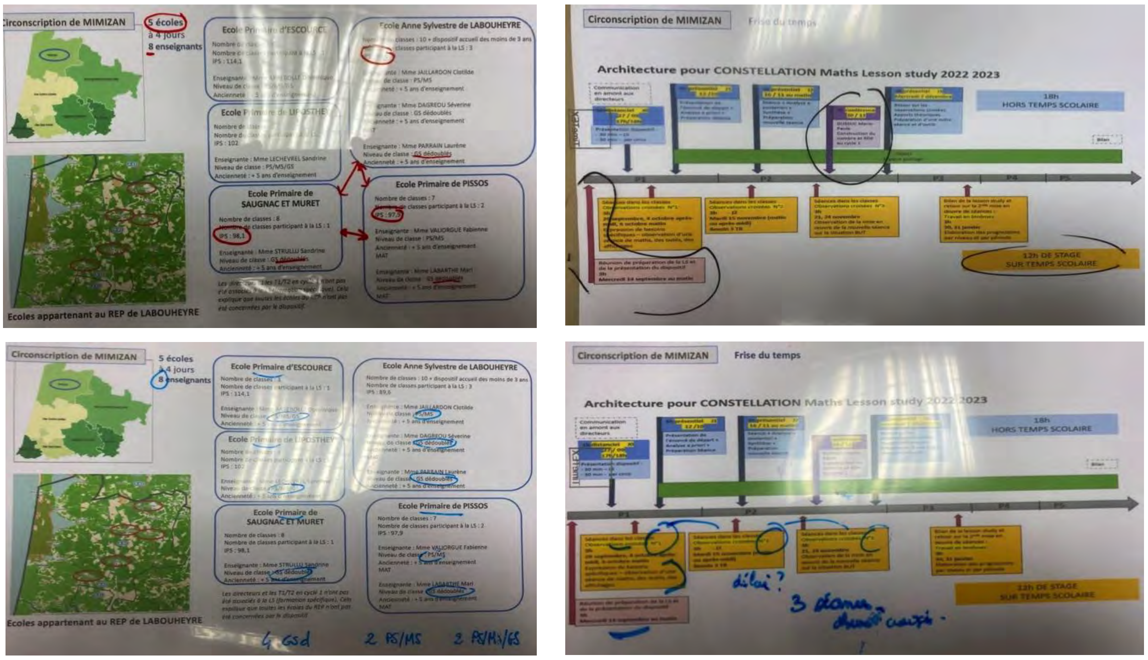


Figure 3. Productions diverses de plusieurs groupes au sein de l'atelier

Malgré toutes ces diversités, nous avons fait le choix de proposer un schéma de formation sensiblement identique alternant entre temps de regroupement et visites en classe (annexe 2). En effet, comme évoqué précédemment, ce dispositif est intégré aux formations en constellations du cycle 1 sur les trois niveaux. Aux trois journées, des visites croisées en classe se sont donc ajoutées. Il a été fait le choix de les placer en amont de la première journée, entre la deuxième et la troisième journée pour expérimenter dans d'autres classes puis après la troisième journée. Cette adaptation permet de compléter notre déroulement de la LS (figure 2). Dans un premier temps, en amont de la LS, les formatrices ont ainsi préparé le questionnement autour du thème choisi, celui-ci se poursuivant par des échanges lors des visites croisées entre les membres de la constellation. Puis pour la journée J3, les visites ont permis d'observer la situation de la LS dans d'autres classes sur d'autres temps.

II - PRÉSENTATION ET ANALYSE DE LA SITUATION PROPOSÉE

1 La ressource

Dans le cadre d'une LS, le choix de la ressource est un élément clé. Il s'agissait de trouver une situation en lien avec le thème choisi, à savoir la résolution de problèmes arithmétiques au cycle 1 et pouvant convenir à des élèves de petite, moyenne et grande sections de maternelle. Cette situation initiale (Figure 4) a été choisie parmi des situations réalisées par le groupe des formatrices et formateurs de la HEP Vaud[5].

[5] *Source site HEP* : https://sites.google.com/view/fcmermath1-2hepvaudoperations/home

Il reprend une partie de la structure et du contenu de la fiche méthodologique de « But ». Le contenu a toutefois été retravaillé lors d'un processus de LS par le groupe des formatrices et formateurs suisses. Il intègre donc les réflexions, les observations et les analyses du groupe, tant pour ce qui concerne le contenu que la forme.

Figure 4. Énoncé original « But »

Cet énoncé donne à chercher la résolution d'un problème arithmétique (Houdement, 2017) au cycle 1, pour tous les niveaux Petite, Moyenne et Grande Section (PS – MS – GS). Avec cette tâche, les élèves résolvent des problèmes additifs sans formalisation, en jouant la situation, en dessinant, ou en utilisant du matériel. Il s'agit donc de résoudre un problème arithmétique mettant en jeu des étapes et relevant des structures additives (BO n° 25 du 24 juin 2021)[6]. La ressource prévoit de répartir le collectif de la classe en binôme. Elle propose a minima pour deux élèves 6 séries de cartes à points (constellations de 1 à 6), une corbeille de jetons ou de petits éléments et deux dés à constellations. Le temps d'activité est quant à lui estimé à 30 minutes.

En trois lancers de dés, la tâche proposée à l'élève est d'obtenir le nombre de jetons qui permet de gagner (le plus de jetons, le moins de jetons, le plus proche de 6, etc.) ; à chaque lancer, le choix d'un dé permet de « régler le tir ». A minima, le matériel proposé pour un binôme est constitué de 2 dés, 6 séries de cartes représentant des constellations différentes, des jetons ou petits éléments. Pour ne pas influencer les stratégies et/ou procédures, l'enseignant fait un début de partie avec un élève en verbalisant les différentes étapes du jeu sans mentionner le but du jeu. Il peut dire : *«* Je lance les 2 dés. J'en choisis un. Je prends la carte qui correspond, par exemple "3" et je la pose devant moi. Je prends "3" jetons et je les pose. On joue chacun à son tour *».* L'élève l'imite. L'un après l'autre, enseignant et élève effectuent les deux derniers lancers. Après les trois lancers, l'enseignant peut annoncer le but à atteindre : *« Pour gagner à ce jeu, il faut …… après les 3 lancers ».* Après le lancement de l'activité, prévoir plusieurs temps de jeu. Chaque temps de jeu comporte au minimum une partie qui permet de mettre en œuvre une procédure.

---

[6] Site Eduscol : https://eduscol.education.fr/83/j-enseigne-au-cycle-1

2 Analyse *a priori*

Nous avons mis en place une méthodologie propre à la didactique des mathématiques en proposant une analyse *a priori* de l'énoncé choisi (Chesnay et Coulange, 2022) dans chacune des journées J1 réalisées lors des dispositifs LS mais également de vivre ce temps avec les participants de l'atelier. Le tableau 1 est un exemple de production obtenue après la mise en commun des enseignants lors d'une journée LS. Dans l'atelier, nous avons proposé aux participants de se mettre en groupe avec du matériel (similaire à celui proposé en formation LS) et l'énoncé de la situation. Chaque groupe pouvait compléter un tableau vierge reprenant les éléments de l'analyse *a priori*. L'objectif était d'initier une réflexion autour de l'analyse *a priori* de la ressource, sa durée proposée en atelier étant plus courte que celle réalisée en formation LS.

Connaissances mathématiques en jeu	Résoudre des problèmes du champ additif Associer différentes représentations doigts, constellations, écriture chiffrée Dénombrer une quantité d'objets déplaçables Reconnaitre globalement des quantités jusqu'à 6 Réaliser une collection équipotente à une collection donnée Comparer deux quantités Comparer des collections avec des procédures numériques ou non numériques Adapter son choix à la consigne
Prérequis	Dénombrement jusqu'à 6 au moins Comparer deux quantités entre 3 et 18 (qui gagne ? comment on gagne ?) Dénombrement jusqu' à 18 Réaliser une collection dont le cardinal est donné Connaitre les différentes représentations du nombre
Place dans la progression	<u>Avant :</u> Faire des petits jeux de memory avec différentes représentations du nombre Travailler la reconnaissance de l'écriture chiffrée Jeux de comparaison jusqu' à 18 (bataille) <u>Après :</u> Reprendre en ajoutant des constellations non traditionnelles Augmenter la taille des nombres
Matériels	Deux dés de constellations classiques jusqu'à 6 Jetons assez petits ou adaptés pour la correspondance terme à terme (voir taille des cartes) Cartes (pour groupe de 6) positionnées en tas (pioche) : 18 cartes (2 x dés, 2 x constellations, 2 x écriture) Cubes → jetons empilables (abaques) 6 cartes par représentations

Procédures possibles	Reconnaissance globale, comparaison, dénombrement Comparaison : instinctif ou avec aide de la bande numérique Faire des paquets, dénombrement, terme à terme, tours, abaques, chenilles… Problème additif : choix du dé en fonction de la consigne (+ petit ou + grand ou autant)
Difficultés et erreurs possibles	Dénombrement, reconnaissance, comparaison – par rapport aux prérequis Réalisation de la collection Reconnaissance de la constellation Choix du dé et des constellations proposées
Variables didactiques	Constellations non traditionnelles Enlever les écritures chiffrées Dés avec écritures chiffrées, avec plus de faces, … Nombre de représentations proposées sur les cartes Le matériel (cube, abaque…) pour la comparaison

Tableau 1. Exemple d'un tableau complété lors de la journée J1 – constellation Mimizan

Pendant l'atelier, nous avons partagé avec les participants une partie des éléments didactiques qui ont pu ressortir lors de la formation auprès des enseignants. Il s'agissait de valoriser pendant ce temps notre journée J1 de la LS ; en effet des éléments de didactique des mathématiques sont travaillés avec les formés. Mais la LS dans son ensemble permet aussi de leur rappeler l'intérêt de l'analyse *a priori* et de mettre en avant un élément ici nous prenons l'exemple de la variable didactique.

La ressource choisie propose de nombreuses variables didactiques ce qui nous a permis de mettre en avant auprès des formés la possibilité de faire varier les procédures des élèves. Nous avons proposé aux différents collectifs d'essayer d'isoler une variable dans les analyses. Citons par exemple l'un des éléments du matériel nécessaire : les dés. Dans la première étape du jeu, l'enfant lance les deux dés ; suivant la consigne donnée (le plus score gagne ou le plus petit ou il faut atteindre un nombre cible ou un intervalle donné), l'enfant choisit un des dés pour anticiper son résultat. Il est possible de modifier le nombre de dés : s'il n'y en a qu'un seul, l'élève n'a plus de sélection à faire et le hasard désignera le vainqueur. Nous pouvons aussi modifier le type de dés, la nature des constellations présentes sur le dé ou les nombres représentés. Par exemple, les faces de 1 à 3 présentent des petites quantités, la somme des valeurs est donc plus aisée à obtenir (moins de 10 à la fin des trois lancers de la partie). Le choix de dé présentant des écritures chiffrées va empêcher l'élève de procéder par comparaison (dés – cartes) comme représentation du nombre, il devra alors reconnaître la constellation ou dénombrer les points sur la carte.

La procédure attendue pour désigner le vainqueur est la réunion des collections. L'intérêt de la situation est de mettre en avant que si la notion est comprise, alors il sera plus aisé pour les élèves de démarrer avec l'apprentissage de l'addition au cycle suivant. En faisant par exemple le geste de réunir des jetons, l'élève montre qu'il a compris cette notion. Dans tous les cas, l'élève réunit les collections (matériellement ou mentalement) et les compare avec celles de son camarade. Différentes procédures pour réunir les collections sont possibles selon le niveau de l'élève et le matériel proposé. Par exemple, avec de très petites quantités, la reconnaissance perceptive globale immédiate est envisageable quelle que soit l'organisation spatiale de la collection totale (subitizing). Mais dès que les quantités augmentent, les procédures de comptage deviennent nécessaires et mettent en jeu les concepts d'itération de l'unité et de décomposition-composition du nombre. Suivant les constellations proposées aux élèves et travaillées avec eux, la décomposition-recomposition peut être mise en œuvre par les élèves et pas seulement une procédure de comptage-dénombrement. De la même façon, pour désigner le gagnant du binôme, nous pouvons envisager plusieurs procédures de comparaison selon le niveau de l'élève et le matériel proposé. Si les jetons ou petits objets peuvent être manipulés, les élèves peuvent comparer en identifiant terme à terme les quantités ; ils peuvent aussi faire des comparaisons entre constellations pour éliminer celles qui sont égales. Mais les élèves peuvent aussi dénombrer les collections par re-comptage ou sur-comptage pour comparer les nombres ensuite.

Lors de nos expérimentations, nous avons pu observer que les analyses *a priori* étaient assez succinctes au début de la formation (tableau 1). Mais, au fur et à mesure de l'expérimentation, nous avons amené les différents groupes à se questionner sur les liens entre deux variables didactiques importantes : le support de jeu et les petits éléments présents pour matérialiser la quantité. Ainsi les groupes ont pu compléter leurs analyses *a priori* en proposant de travailler les variables didactiques dont ils n'avaient pas pris conscience dans un premier temps de travail en J1. Avec nos trois expérimentations, nous avons pu observer une grande variété dans le choix du matériel utilisé lors des ateliers proposés aux élèves de GS (figure 5). Concernant les supports de jeu, nous avons pu noter que dans la gestion de l'emplacement pour l'élève, sa délimitation est matérialisée par l'utilisation de nombreux plateaux, un pour les cartes (exposées ou à trier), parfois un pour les dés, et un pour disposer les jetons ou petits éléments et les cartes choisies après chaque lancer. Nous allons particulièrement regarder ce dernier plateau associé aux jetons et petits éléments : cubes ou petits animaux (figure 6). Les enseignants ont d'ailleurs utilisé le dispositif comme le moyen de « tester », d'expérimenter le matériel et ainsi d'observer les procédures des élèves et leurs modifications.

Figure 5. Diverses mises en place de la surface de jeu

La journée J2 a permis aux formés de tester leur séance et d'en faire une analyse, ce qui nous a permis de revenir avec eux sur l'analyse *a priori* et la compléter pour leur faire prendre conscience de l'intérêt de ce travail autours des variables didactiques. Ce travail spécifique de réécriture a lieu lors de la dernière journée J3.

Figure 6. Matériel utilisé – Constellation Dax Centre Landes : Cubes, jetons et petits animaux.

III - ANALYSE *A POSTERIORI*

Lors de la deuxième journée de formation J2, les séances travaillées ont été testées dans des classes et menées par des enseignants-expérimentateurs. Puis dans un second temps de J2, les formés sont amenés à analyser le déroulement. Lors de l'atelier, nous avons proposé d'analyser quelques mises en relation entre le matériel choisi et les focales mises en évidence lors de cette deuxième journée.

1 Les enseignants prennent conscience des variables didactiques

1.1 Avec deux lancers

Nous présentons ici une situation testée en GS avec deux lancers. Un support papier permet aux élèves de se repérer et de placer la carte choisie avec la quantité de jetons ou de cubes correspondante (figure 7).

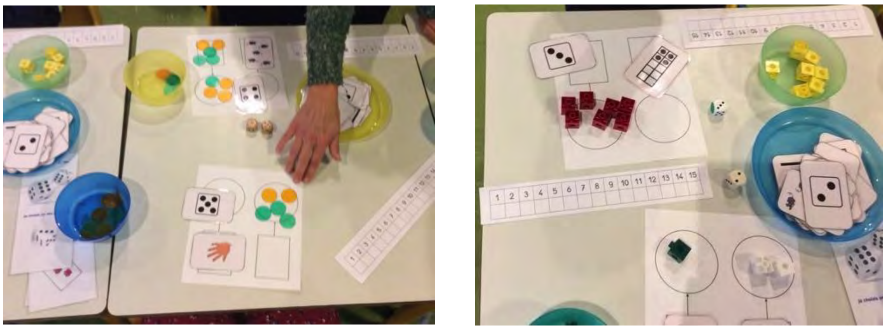


Figure 7. Constellations avec des jetons ou des cubes

Certains élèves positionnent les jetons ou les cubes en reproduisant les constellations classiques du dé (figure 8a) : ils ne dénombrent pas, mais s'appuient sur des images mentales des représentations des nombres ou sur la disposition spatiale présentée sur les cartes. D'autres élèves proposent d'autres dispositions : aléatoires ou empilement avec des cubes (figure 8b).

(a)

(b)

Figure 8. Même disposition que sur les cartes (a) ou pas (b)

Dans une autre situation en MS, les élèves positionnent la carte et les jetons pour chaque lancer dans une des parties des coupelles servant de support de jeu. Ici les élèves utilisent le dénombrement pour poser le bon nombre de jetons. L'enseignante a fourni des jetons de deux couleurs pour chacun des deux lancers. Pour savoir qui a gagné, les enfants sortent les jetons des coupelles et comparent terme à terme les deux files. Ceci est rendu possible par l'emploi de jetons identiques (figure 9).

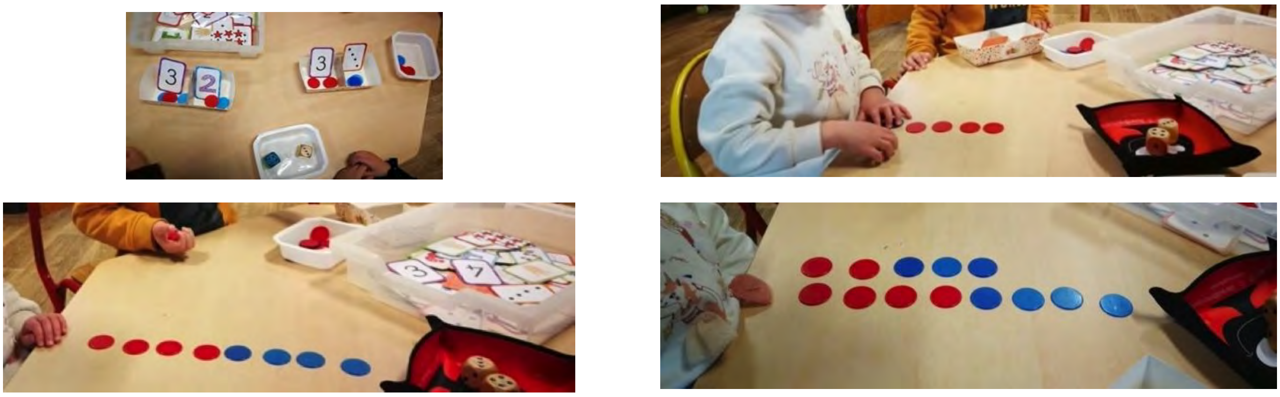


Figure 9. Dénombrement et comparaison terme à terme

Pour modifier la procédure de comparaison, l'enseignante propose de remplacer les jetons par des cubes emboitables que les enfants connaissent, à raison d'une couleur de cube par lancer. Certains élèves reprennent alors une procédure vue en rituel en comparant la hauteur des tours construites (figure 10).

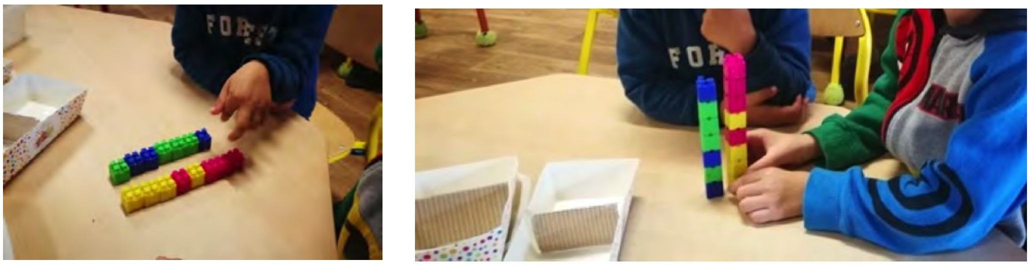


Figure 10. Dénombrement et Hauteur des tours

Les expérimentations avec deux lancers n'ont offert que des résultats compris entre 2 et 12 autorisant une procédure de comptage. Mais parfois l'existence des deux compartiments ont conduit à d'autres procédures de comparaison qui consistaient à supprimer les tirages identiques pour ne s'intéresser qu'aux tirages différents. En utilisant les boites à deux compartiments (type « boites à décomposer » de chez Nathan), les enseignants souhaitaient faire émerger aussi la décomposition-recomposition des nombres comme procédure de comparaison. Ainsi lors d'un tirage où un lancer est identique, par exemple le 4 ou le 6 (figure 11), l'enfant pour le vainqueur pouvait comparer « 4 et 3 » et « 4 et 5 » en comparant 3 et 5.

Figure 11. Comparaison directe tirage par tirage.

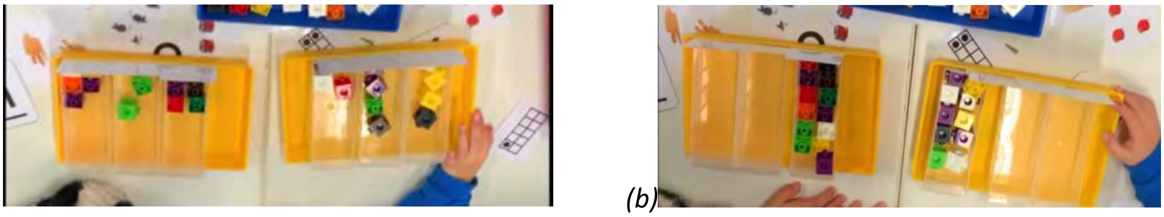
Les élèves ont peu utilisé cette procédure malgré le fait que les boites soient utilisées en classe. Nous avons pu observer que les enseignants demandaient presque systématiquement aux élèves de recomposer le nombre même si elles travaillaient sur les décompositions-recompositions au sein de leurs classes. Ainsi à la question « qu'as-tu obtenu à la fin du jeu ? », si la réponse était « 4 et 3 », les enseignants relançaient : « et cela fait ? ». Les élèves travaillaient donc sur les décompositions-recompositions du nombre mais ne les utilisaient pas comme une représentation possible du nombre lors de la résolution du problème.

1.2 Avec trois lancers

Nous présentons maintenant une situation testée en GS avec trois lancers lors de l'expérimentation en J2. Pour aider les élèves à gérer le matériel, les enseignants ont proposé de positionner les cartes sur la table et différents plateaux : un plateau pour lancer les deux dés de 1 à 6, un plateau avec des cubes ou des petits animaux et un plateau pour les trois lancers. Ce dernier plateau contenait 3 petites boites pour chacun des trois lancers (figure 12).

Figure 12. Plateau pour trois lancers

Les élèves de GS choisissaient leur dé, positionnaient une carte correspondante parmi les constellations présentes puis dénombraient les cubes en les positionnant dans un petit tiroir. Pour déterminer le gagnant, l'enseignante-expérimentatrice a positionné les deux plateaux côte à côte et a amené les élèves à symboliser la réunion en mettant les cubes dans le même tiroir (figure 13). Les élèves en rangeant les cubes, en les alignant dans le petit tiroir, ont alors mis en œuvre une procédure de comparaison par une correspondance terme à terme (figure 14). Le plateau avec les compartiments a freiné la réunion des petits objets et donc la compréhension de la réunion chez les élèves.



(a) (b)

Figure 13. Trois lancers avec les cubes (a) et leur réunion dans le même tiroir (b)

Figure 14. Comparaison par correspondance terme à terme

Les enseignants avaient proposé d'utiliser de petits animaux à la place des cubes dans un autre atelier. Les élèves ont suivi les mêmes étapes que les autres groupes utilisant des cubes. Mais pour déterminer le gagnant, les élèves ont sorti les petits animaux pour les aligner sur deux lignes en parallèle (figure 15). La taille et la grosseur des animaux ont amené les élèves à les sortir des tiroirs pour effectuer la comparaison. Les enseignants ont pu constater le lien entre le matériel et la réelle réunion des objets par les élèves. Elles en ont conclu que les petits animaux leur avaient permis de dépasser l'utilisation du plateau avec les tiroirs.

Figure 15. Avec les petits animaux

2 Les enseignants agissent sur les variables didactiques

Lors de la troisième journée de formation J3, les enseignants ont relaté l'expérimentation dans leur propre classe. Les formatrices présentes lors des visites croisées ont aussi apporté des informations complémentaires. Lors de l'atelier, nous avons montré les adaptations, les modifications amenées par les enseignants autour des variables didactiques.

Pour éviter que le support ne soit un obstacle à la réunion des éléments utilisés lors des lancers, les enseignants ont décidé d'utiliser des jetons empilables, d'autres ont matérialisé les deux lancers dans le plateau par un morceau de ruban adhésif et une dernière a utilisé un support de format A2 pour donner une plus grande surface de jeu et ainsi permettre de travailler avec des nombres allant de 3 à 18 tout en donnant la possibilité de symboliser la réunion. Elles espéraient ainsi laisser le choix de plusieurs procédures aux élèves. Lors des visites croisées, une enseignante a pu observer des procédures qui n'avaient pas été utilisées lors de l'expérimentation en J2 (figure 16).

Comparaison en faisant des trains.

Comparaison en faisant des tours.

Figure 16. Avec les jetons empilables.

Nous reprenons ici un jeu de trois lancers, avec deux dés en constellations classiques de 1 à 6, avec le support papier A2, et des petits animaux (figure 17).

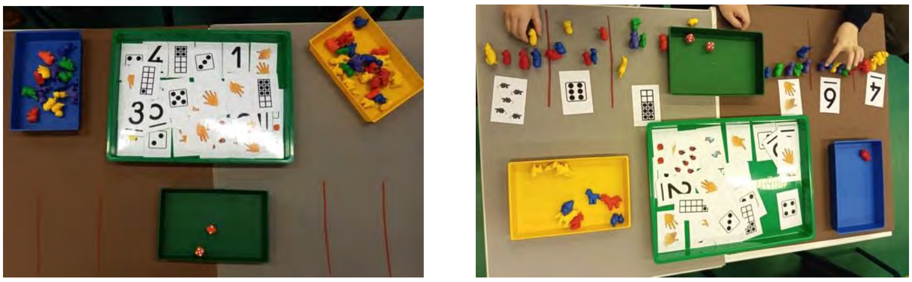


Figure 17. Organisation Prolongement 1

Le support a permis aux enfants d'organiser leurs tirages avec les cartes et les petits animaux (figure 18). Puis ils ont utilisé une comparaison terme à terme en faisant deux files des objets (« petit train des animaux ») (figure 19). Avec les quantités plus grandes, les animaux étant tous différents, la comparaison directe n'est plus efficiente : la taille des animaux entre en ligne de compte (figure 19) et les élèves ont été obligés de mobiliser d'autres procédures, notamment le comptage dénombrement.

Figure 18. Partie complète après trois tirages

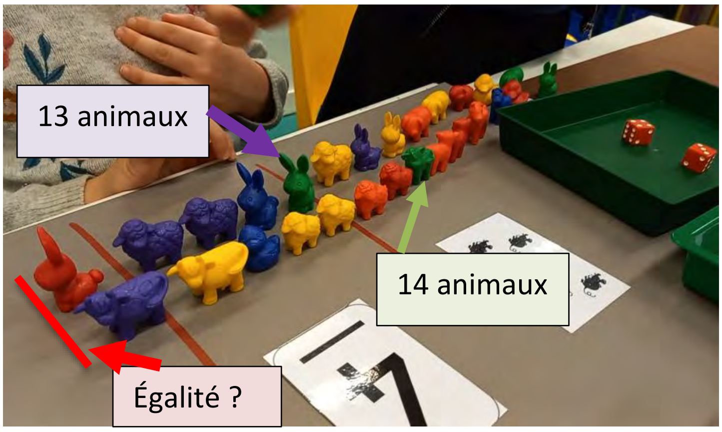


Figure 19. Essai comparaison terme à terme

Ce travail sur les variables « support et objets » a permis aux enseignants de prendre conscience de la variété possible des procédures suivant les situations de jeu et ainsi, de modifier ces variables dans le jeu pour permettre aux enfants de comprendre le sens de la réunion de plusieurs collections, le sens de la propriété de la commutativité, le travail sur l'égalité, des procédures de comparaison terme à terme ou des procédures de comptage.

IV - INTÉRÊTS ET LIMITES DU DISPOSITIF

1 Limites du dispositif

1.1 Points de vigilance lors des journées

Le dispositif permet notamment grâce à l'observation en classe de travailler l'écart entre le besoin exprimé ou identifié par les enseignants et le besoin réel identifié par le formateur. L'analyse que les enseignants font de la situation ne leur permet pas toujours d'investir la totalité des potentialités de celle-ci. Selon les constellations, ce lien entre les procédures et le matériel utilisé s'est fait plus ou moins rapidement, plus ou moins explicitement. Lors des premières journées J1, nous avons pu constater des blocages, des résistances pour comprendre et accepter l'intérêt de certaines variables : la taille des nombres ou le choix du support notamment. Ainsi nous avons pu observer la difficulté à prendre en compte des éléments de l'analyse *a priori*, différentes selon les constellations : les enseignants de la constellation A souhaitaient faire varier la taille des nombres présents, ceux de la constellation B, le support initial proposé pour les élèves ; les enseignants de la constellation C ne voyaient pas la possibilité de travailler différentes procédures avec les élèves (vers la compétence « chercher »). Lors des deuxièmes journées J2, les observations et les échanges entre pairs ont permis aux enseignants de prendre conscience du rôle de certaines variables et de réinterroger ces points, même si toutes les barrières n'ont pas été levées pour tous. Le dispositif et les questionnements des formatrices ont ainsi accompagné l'approfondissement de l'analyse de la situation par les enseignants à partir de leurs besoins réels.

1.2 Difficulté pour formaliser les apports didactiques

Dans un premier temps, comme nous avons pu le voir au-dessus, ce dispositif de formation « échappe » un peu aux formatrices. En effet, la place des apports didactiques ou théoriques n'est pas prévisible en amont et a été très différente selon les groupes. C'est la succession, l'enchevêtrement des temps de préparation, de situations en classe et d'analyse qui a permis de mettre en évidence les éléments théoriques. Les formatrices ont dû être très à l'écoute des questionnements des enseignants pour identifier le moment où l'apport théorique avait le plus de portée. Elles ont également dû identifier la prise en compte de cet apport dans la suite de l'analyse ou la nécessité de le reformuler ou de le remettre en évidence à une autre occasion. Or cet apport, souvent amené au fil de l'eau des besoins de l'enseignant, n'est pas formalisé car mis en évidence lors de la pratique. Les enseignants perçoivent-ils qu'il s'agit d'apports didactiques et non juste de conseils sur leur pratique ? Peuvent-ils alors les transférer ? Notre difficulté est donc de les formaliser sur des temps d'écoute et de construction d'un savoir pour les formés.

Nous avons également été confrontées à une difficulté que nous n'avions pas perçue en amont. La période de l'année scolaire durant laquelle s'est déroulée la *Lesson Study* a fortement influencé les enseignants dans le choix des variables didactiques. Le blocage sur les nombres en début de formation s'est révélé surtout pour le groupe d'enseignants qui a été formé le plus tôt dans l'année scolaire. A l'inverse, cette précocité dans l'année leur a permis de s'investir davantage dans le travail de réflexion autour de l'évolution des variables didactiques et dans une programmation pour le mettre en pratique.

2 Intérêt du dispositif :

2.1 Adaptations aux groupes de formés

Malgré ces difficultés, nous estimons que ce dispositif, assez souple, permet à la formation de s'adapter au public et aux besoins du groupe à qui elle est destinée. Nous avons évoqué précédemment que la formation a été proposée dans trois circonscriptions différentes et nous avons déjà relevé la diversité du public enseignant. Ce dispositif a permis de s'adapter à cette variété de public, variété qui s'est notamment manifesté par une approche, un rapport différent à la formation (figure 20). Lors de J1, dans le groupe B, des réticences se sont exprimées et le format a permis aux formatrices d'installer progressivement un climat de travail et, par suite, à certains enseignants d'entrer dans la formation. Pour le groupe C, il a fallu créer des documents spécifiques pour les amener à engager une réflexion autour des variables didactiques notamment. Nous avons ainsi élaboré un document à compléter sur la progression (par niveau et période) de la situation expérimentée en fonction des variables dés, support, nombre de lancers, cartes et objets utilisés, consigne possible. En associant ainsi les LS aux constellations, nous avons répondu à ces gestions de groupes différents. Certains enseignants ont pu prolonger cette situation de manière riche et la partager. Ce qui permet aussi de dépasser les effets de groupes observés. Les autres enseignants sont placés face à la possibilité de comprendre les richesses de la proposition, les enjeux puisqu'en lien direct avec la séance vécue collectivement et le plus souvent mis en œuvre dans leur propre classe. Bien que la place de la résolution de problèmes arithmétiques n'ait pas été appréhendée par tous les formés de la même manière et que les connaissances sur le nombre n'aient pas évolué uniformément, cet aller-retour entre des apports didactiques et une situation concrète favorise une réflexion sur la pratique et les enjeux, riche pour des enseignants.

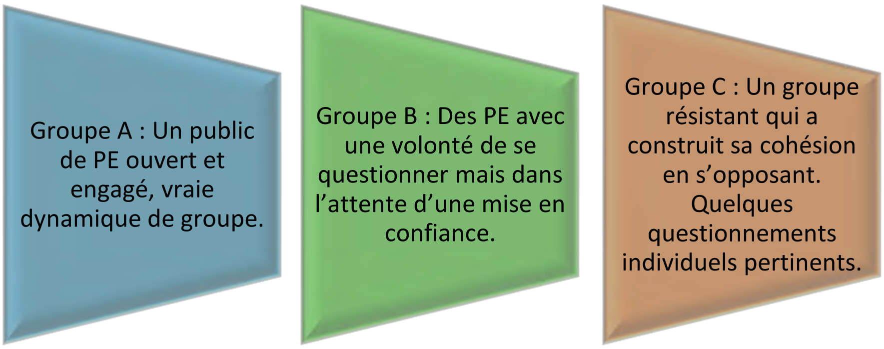


Figure 20. Description des trois types de groupes de formés.

Lors de l'atelier, nous avons donc présenté les différents éléments obtenus lors des formations dont nous venons de parler : variables didactiques, procédures des élèves. Cette présentation après l'analyse *a priori* a permis d'ouvrir encore les possibilités de cette situation et de la questionner sous un nouvel angle. La pertinence de ce dispositif dans d'autres situations comme lors d'une formation ASH (Aide aux élèves en Situation de Handicap) a notamment été évoquée comme moyen de construire le sens du nombre dans une résolution de problème. Dans ce cadre-là, mais pas seulement, la variable didactique « carte » a été interrogée, avec la possibilité de laisser une ardoise aux élèves pour qu'ils puissent se construire leur référent. Ce retour enrichit encore la situation et tend à montrer la souplesse, l'adaptabilité de ce dispositif de formations aux formés, à leurs questionnements, et au contexte …

2.2 Un dispositif qui peut favorise l’analyse réflexive des enseignants

Nous avons souhaité terminer notre atelier en proposant deux points de construction de connaissances par les formés suite à la LS. Dans un premier temps, nous avons proposé un cours extrait d’une vidéo prise lors d’un dernier temps de regroupement dans une constellation où les enjeux didactiques n’avaient pas été compris ou semblaient ne pas l’avoir été lors des deux premières journées. Finalement lors de ce dernier temps, les formés ont reformulé les apports de l’expérimentation au sein du groupe en mettant l’accent sur les apprentissages mathématiques visés, comme nous pouvons le constater dans ces échanges :

E1 : et ça aussi je pense que s’ils ont mieux intégré le nombre, ça sera plus facile d’arriver à décomposer … commencer déjà en début d’année//

E2 : et puis la décomposition ça fait appel à des notions de base

E1 : oui c’est ça

E2 : enfin il y a des choses qui/ enfin qui/ ont besoin c’est des prérequis sur dénombrer, comparer, remettre ensemble le fait de/ quant à/ à la première partie il y a eu 3, la deuxième partie il y a eu 2, et bien je peux les assembler, j’vais avoir le tout// c’est décomposer-recomposer/ quelque part tu fais ça, enfin/ et là en plus ils voient l’utilité puis concrètement il faut le faire c’est un indispensable du jeu donc/

E1 : ça fonctionne/

Dans un second temps, nous avons montré un prolongement imaginé par une enseignante lors d’une visite croisée après les dernières journées de la LS. Celui-ci proposait d’utiliser des cartes avec différentes représentations du nombre, deux dés constellations classiques jusqu’à 6, support-cartes pour les 3 lancers. Pour la deuxième phase, elle s’appuyait sur des photos d’une situation qui se serait arrêtée au deuxième tirage (figure 21a) : les élèves devaient piocher une carte correspondant au troisième tirage en respectant la consigne (compris entre 9 et 11) et en justifiant leur choix. Lors de la troisième phase, toujours en appui sur une photo des deux premiers tirages, les élèves devaient choisir deux cartes : l’une permettant de faire gagner Calinours, l’autre permettant de faire perdre le Loup (figure 21b). Puis une discussion a eu lieu sur les stratégies adoptées.

(a)


(b)


Figure 21. Phases 2 (a) et 3 (b)

Malgré un engagement difficile lors des premières journées de formation, cette enseignante a progressivement investi la formation en prolongeant la mise en œuvre de la ressource et en l’adaptant à sa pratique ritualisée de la résolution de problèmes. Plusieurs connaissances étaient visées avec ce prolongement : anticiper le résultat d’action sur les nombres, mettre en avant la procédure de sur-comptage en travaillant sur les cartes, avoir une meilleure connaissance des représentations des nombres, argumenter sur la stratégie la plus efficiente lors de la résolution d’un problème additif. Cette proposition montre que le dispositif laisse la possibilité de s’adapter aux pratiques des enseignants dans leur classe.

V - CONCLUSION

Lors de cet atelier, nous avons questionné le dispositif LS dans le cadre de plusieurs constellations, dans les conditions décrites précédemment. Nous avons choisi de considérer ce scénario comme un « exercice de développement professionnel » (Clivaz, 2015, p. 103). En particulier, au cœur de ce dispositif, la séance construite avec le groupe n'est que la partie apparente de la formation : en effet il s'agit du medium qui permet de développer des « connaissances professionnelles chez les enseignants, tant au niveau disciplinaire que didactique et pédagogique » (Sort, 2023). Notre expérimentation avait pour objectif de généraliser le dispositif de la LS à plusieurs constellations. Celles-ci offraient une diversité de situations (REP, école, regroupement d'écoles) et une diversité de formés. Il nous a semblé que notre objectif de formation avait été atteint. En effet celui-ci questionnait la résolution de problèmes arithmétiques au cycle 1 au regard du thème du plan de formation du département des Landes. Les enseignants ont montré une analyse de plus en plus fine et surtout progressivement généralisable, tant sur le plan didactique que pédagogique tout au long de la constellation. Ainsi certains formés ont pu mobiliser des outils, des éléments didactiques, et ils ont su réinvestir les connaissances nouvellement acquises au sein de leurs classes pour consolider celles-ci. Le partage lors de l'atelier a permis d'échanger sur la forme du dispositif ainsi que sur les éléments possibles d'analyse de ce type de formation, et parfois de compléter notre proposition. Le dispositif est marqué par l'alternance entre des expérimentations en classe et des analyses didactiques : une analyse *a priori* réalisée en J1, des épisodes retenus pour l'analyse *a posteriori* proposée en J2 et J3, des « leviers » en termes de connaissances didactiques (Sort, 2023). Les échanges entre les collègues présents ont permis de mettre en avant la souplesse de nos adaptations aux constellations et de les faire connaître.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Chesnais, A. et Coulange, L. (2022). L'analyse a priori, un outil pour « penser » les ajustements didactiques en classe de mathématiques ? *Éducation et socialisation, 66,* Appréhender la flexibilité des gestes professionnels en situation d'enseignement : enjeux pour la recherche et la formation — Varia, mis en ligne le 09 décembre 2022, Consulté le 15/02/2023. URL : http://journals.openedition.org/edso/

Clivaz, S. (2015). Les Lesson Study : Des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. *Formation et pratiques d'enseignement en questions : revue des HEP de Suisse romande et du Tessin, 19,* 99-105. Consultée le 13/02/2023, http://hdl.handle.net/20.500.12162/669

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école, *Grand N, 100* (version non paginée) https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01902810/document

Masselin, B. (2020). I*ngénierie de formation en Mathématiques de l'école au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies.* Presses Universitaires de Rouen et du Havre.

Masselin, B. et Hartmann, F. (2020). Un dispositif de formation inspiré des *Lessons Studies* dans l'académie de Rouen, un avenir dans les laboratoires de mathématiques ? *Repères IREM, 120*, 43-61. https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/WR/IWR20013/IWR20013.pdf

Miyakawa, T. et Winsløw, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon. *Éducation et didactique*, consulté le 11 février 2023.

http://journals.openedition.org/educationdidactique/420

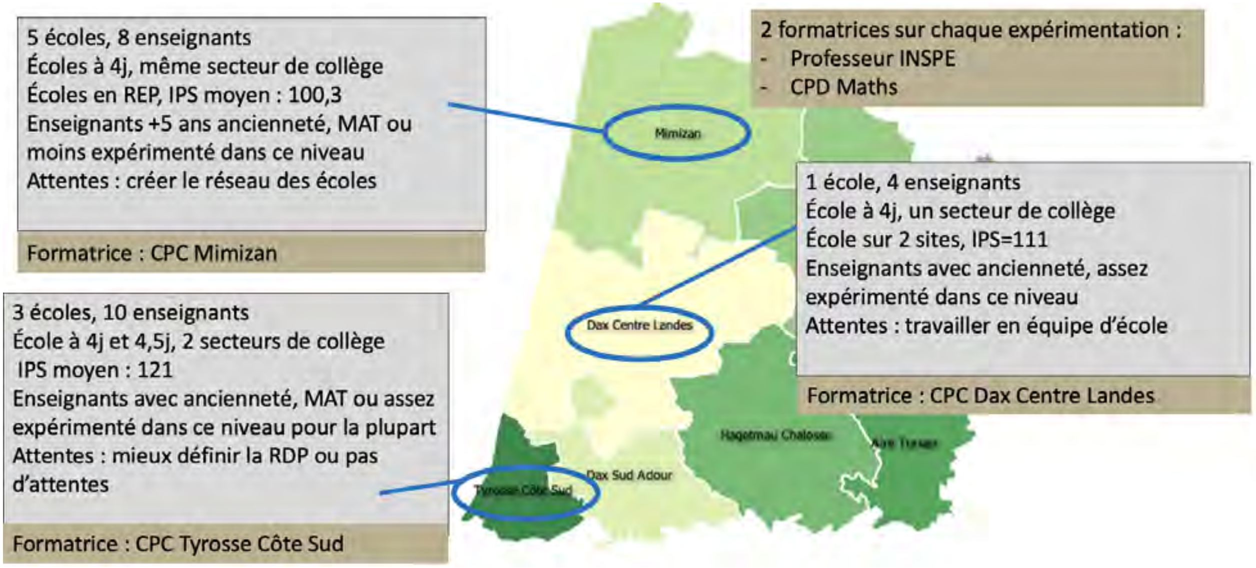
Sort, C. (2023). Lesson Study dans les Landes : une action de formation, *RELIANCE, 2*, 97- 113.

https://www.inspe-bordeaux.fr/recherche-innovations/revue-RELIANCE/reliance-2-varia

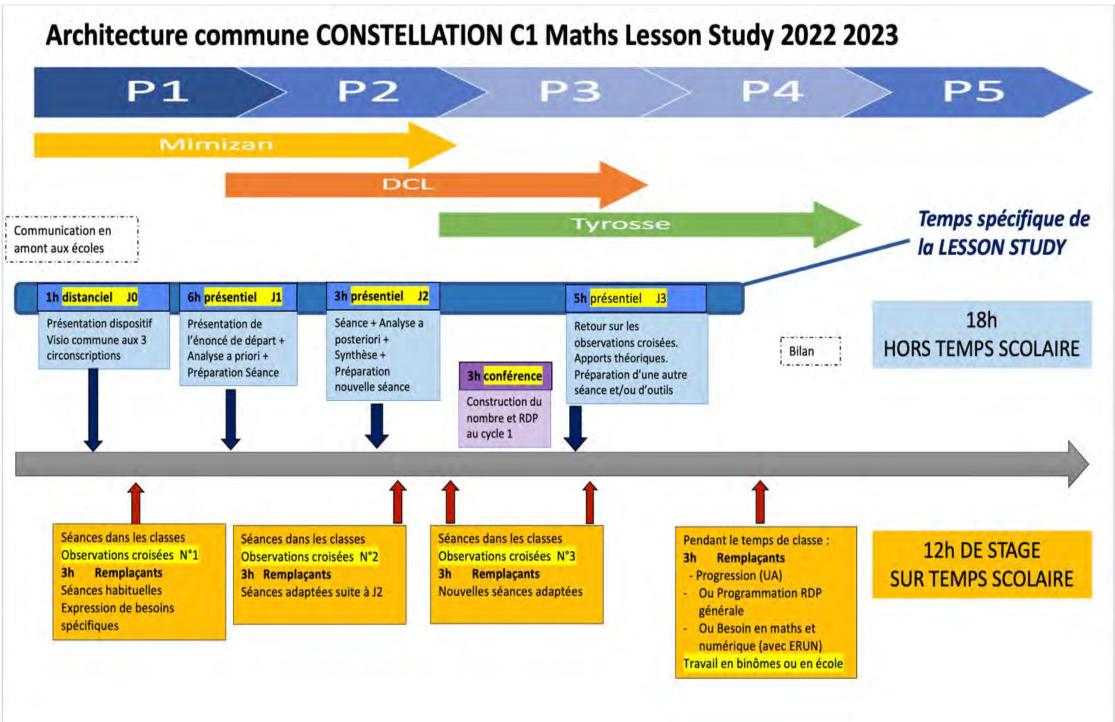
Cahier type « Lesson study », production d'une ressource analysée et expérimentée pouvant servir en formation, mis à disposition des enseignants via le site Mathématiques 40 (le blog des mathématiques dans les Landes du cycle 1 au cycle 3 : https://blogacabdx.ac-bordeaux.fr/maths40) :

https://blogacabdx.ac-bordeaux.fr/maths40/category/lesson-study-au-c3/

ANNEXE 1 : ADAPTATIONS AUX PUBLICS – DIVERSITÉ DES CONTEXTES ET DES ATTENTES



ANNEXE 2 : ARCHITECTURE COMMUNE CONSTELLATION C1 MATHS LESSON STUDY 2022 2023



MANUELS DE CYCLE 2 ET 3 POUR LES ÉLÈVES À BESOINS ÉDUCATIFS PARTICULIERS : QUELLES ADAPTATIONS POUR LA SYMÉTRIE AXIALE ?

Elann LESNES
ATER, INSPÉ de Bretagne
CREAD, Univ Brest, F-35000 Rennes, France
elann.lesnes@inspe-bretagne.fr

Florence PETEERS
MCF, CY Cergy Paris Université
LDAR, F-95000 Cergy-Pontoise, France
florence.peteers@cyu.fr

Résumé
L'inclusion des élèves à « besoins éducatifs particuliers » constitue actuellement un véritable défi pour l'école. Depuis quelques années, nous voyons fleurir sur le marché une série de versions adaptées de manuels scolaires destinés aux élèves à BEP (élèves « dys » ou en difficultés d'apprentissage). Dans cet atelier, nous avons proposé aux participant·es d'analyser des extraits de manuels portant sur la symétrie axiale. Cette notion occupe, en effet, une place importante dans les programmes scolaires et nous parait particulièrement intéressante à étudier étant donné les difficultés qu'elle peut susciter auprès des élèves à BEP, notamment dyspraxiques (Petitfour, 2017). Notre intention était d'amener les participant·es à se demander en quoi les manuels choisis étaient adaptés et si les connaissances mathématiques concernant la symétrie axiale étaient vraiment accessibles pour les publics visés. Pour ce faire, nous avons mis à disposition des participant·es trois grilles d'analyse issues de travaux récents : les niveaux d'adaptation (Millon-Fauré et Gombert, 2021), le cadre d'analyse basé sur celui de l'action instrumentée (Guille-Biel Winder et Petitfour, 2019) et l'*Universal Design for Learning* (CAST, 2018).

I - INTRODUCTION

1 Manuels

Depuis 2018, plusieurs éditeurs français proposent sur le marché une série de manuels[1] de mathématiques qualifiés d'« adaptés ». Il existe, par exemple, une adaptation des fichiers « Vivre les maths » chez Nathan conçue pour les élèves à besoins spécifiques ainsi que les cahiers « Dyscool » adaptés pour les enfants dys ou en difficulté. La collection « Pour Comprendre » d'Hachette comprend également une série de cahiers « spécial DYS ». Enfin, chez Hatier, les collections « mon primaire/collège facile » sont destinées aux élèves présentant un trouble dys ou des difficultés d'apprentissage. Ces manuels, allant du CP à la 4e, sont conçus par des enseignant·es spécialisé·es et/ou des orthophonistes pour une utilisation en classe par les enseignant·es ou à la maison par les parents. Etant donné l'ambition de ces ouvrages d'offrir des ressources accessibles à toutes et tous, nous avons proposé aux participant·es de l'atelier de réfléchir aux questions suivantes : en quoi ces manuels sont-ils adaptés ? Les connaissances mathématiques visées sont-elles vraiment accessibles pour les publics visés ?

[1] Dans un premier temps, nous utiliserons ce terme dans un sens large tel que défini dans le Robert : « ouvrage didactique présentant les notions essentielles d'une science, d'une technique ». Dans la partie IV, nous distinguerons les manuels scolaires des cahiers.

2 Déroulement de l'atelier

Dans cet atelier, nous avons choisi de nous focaliser sur deux collections de manuels à des niveaux scolaires différents : « Vivre les maths » (CE1) et « Pour Comprendre Maths » (CM1-CM2). Chacune des collections propose une version du manuel que nous qualifierons de « classique » (« Vivre les maths CE1 » (Nathan, 2019a), « Pour Comprendre Maths CM1 » (Hachette, 2022a) et « Pour Comprendre Maths CM2 » (Hachette, 2022b)) et une version dite « adaptée » (« Vivre les maths – Pour les élèves DYS CE1 » (Nathan, 2020) et « Pour Comprendre Maths CM1-CM2 – Spécial DYS (dyslexie) et difficultés d'apprentissage » (Hachette, 2018)) [2].

Plus particulièrement, nous nous sommes intéressé·es aux chapitres de ces manuels portant sur la symétrie axiale (cf. annexes 1 et 2).

Après la présentation de quelques notions théoriques relatives à la symétrie axiale (partie II), les trois grilles utilisées pour analyser les manuels ont été exposées aux participant·es (partie III pour la présentation des grilles et annexe 3 pour les grilles distribuées aux participant·es). Pour l'analyse, nous avons procédé en trois temps selon un fonctionnement de type « jigsaw ». Dans un premier temps, des petits groupes ont donc été constitués et assignés à l'un des deux manuels (groupes d'appartenance). Nous avons attribué à chaque participant·e de chaque groupe l'une des trois grilles d'analyse. Les participant·es se sont ensuite regroupé·es, dans un second temps, en groupe d'expert·es (même manuel et même grille d'analyse) pour effectuer leur analyse. Enfin, dans un troisième temps, les groupes d'appartenance se sont reconstitués, ce qui a permis une comparaison des analyses faites sur un même manuel. L'ensemble de ces analyses est présenté dans la partie IV. La figure 1 illustre, sous forme de schéma, cette modalité de travail pour le manuel de CE1, les modalités sont similaires pour les manuels de CM1-CM2.

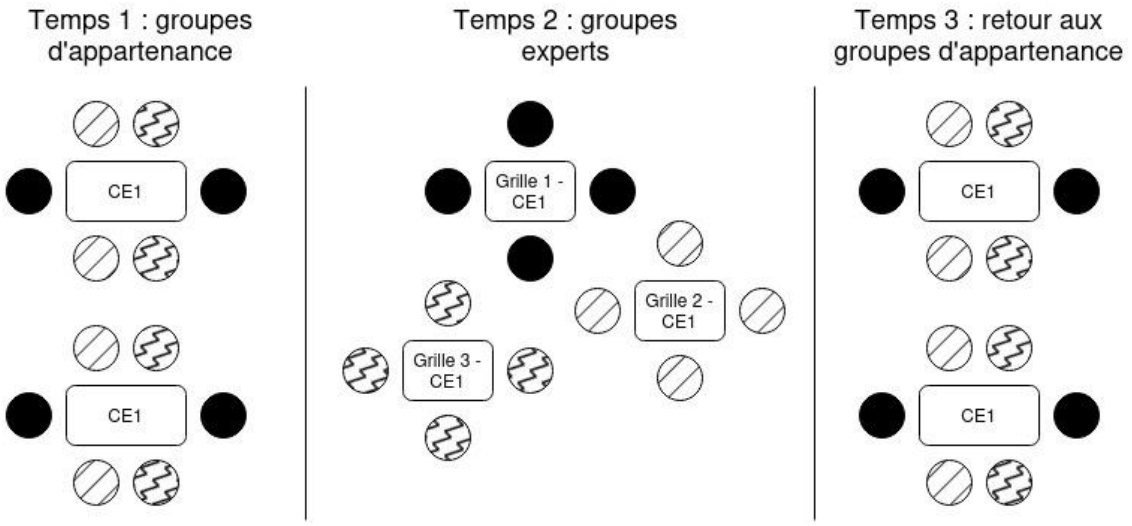


Figure 1. Modalités de travail

Pour conclure l'atelier, nous avons comparé les résultats de nos analyses à une étude réalisée sur des manuels numériques adaptés utilisés en Corée du Sud (Lee et Shin, 2023) que nous présentons dans la partie V.

[2] Pour la collection « Pour Comprendre Maths », le manuel adapté est sur deux niveaux scolaires (CM1-CM2) alors que les manuels classiques ne sont que sur un seul niveau scolaire, c'est pourquoi nous prenons en compte le manuel de CM1 et le manuel de CM2.

II - APPORTS THÉORIQUES PRÉSENTÉS AUX PARTICIPANTS À PROPOS DE LA SYMÉTRIE AXIALE

1 Programmes scolaires

La symétrie axiale est au programme du cycle 2 et du cycle 3. D'après les repères annuels de progression en vigueur en 2023, les élèves apprennent à repérer des « éléments » symétriques dans leur environnement proche au CP mais c'est au CE1 qu'ils et elles travaillent sur les notions de figure(s) symétrique(s) et d'axe de symétrie (MEN, 2019c). En CE1, il est attendu des élèves qu'ils et elles « reconnaissent si une figure présente un axe de symétrie (à trouver), visuellement et/ou en utilisant du papier calque, des découpages, des pliages (MEN, 2019c, p. 9). Les constructions sont évoquées à partir du CE2, lorsque les élèves apprennent également à compléter une figure pour qu'elle soit symétrique par rapport à un axe.

En CM1, les élèves poursuivent ces apprentissages en construisant le symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné par pliage et piquage ou avec du papier calque (MEN, 2019d). En CM2, les élèves doivent observer « que deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée lorsque le segment qui les joint coupe cette droite perpendiculairement en son milieu » (MEN, 2019d, p. 11). Les constructions se font à l'équerre et à la règle graduée.

2 Aspects épistémologiques

La symétrie axiale est à la fois un concept quotidien et un concept scientifique (Chesnais, 2012). Selon Chesnais (2012), la symétrie axiale en tant que concept quotidien recouvre « la perception d'une symétrie bilatérale 'approximative' avec un axe vertical, mais sans l'associer à la notion mathématique sous-jacente. [Le concept quotidien] précède le concept scientifique, à la fois historiquement et dans le développement de l'enfant, même si l'un et l'autre sont liés » (Chesnais, 2012, pp. 234-235). Mathématiquement, la symétrie axiale est définie comme une transformation du plan. Chesnais définit ainsi quatre paliers permettant de passer du concept quotidien au concept mathématique :

> *Palier 1 : la perception de la 'régularité' des deux parties d'une figure, à rapprocher de l'idée de « milieu d'une figure » ; il s'agit d'une propriété entièrement perceptive.*
>
> *Palier 2 : si on plie la figure ou que l'on retourne un calque, il y a superposition (propriété liée à l'utilisation d'un instrument).*
>
> *Palier 3 : l'image de ce qui est d'un côté de l'axe par la symétrie est ce qui est de l'autre côté de l'axe ; intervention de la transformation, éventuellement liée au pliage, mais conçue comme transformation d'un demi-plan dans un autre.*
>
> *Palier 4 : l'image de la figure par la symétrie est la figure elle-même : accès à la notion d'invariance globale.* (Chesnais, 2012, p. 236)

Dans la partie III.2.3, nous mettrons ces paliers en lien différentes propriétés de la symétrie axiale utilisées aux cycles 2 et 3.

III - GRILLES D'ANALYSE À DISPOSITION DES PARTICIPANT·ES

Notre objectif est d'amener les participant·es à déterminer en quoi les manuels choisis sont adaptés et si les connaissances mathématiques concernant la symétrie axiale sont vraiment accessibles pour les publics visés. Pour ce faire, nous avons repéré trois outils issus de recherches récentes qui nous semblent pertinents et que nous avons présentés aux participant·es de l'atelier : les niveaux d'adaptation (Millon-Fauré et Gombert, 2021), le cadre d'analyse basé sur celui de l'action instrumentée (Guille-Biel Winder et Petitfour, 2019) et l'*Universal Design for Learning* (CAST, 2018). Les intérêts de chacun de ces outils sont présentés par la suite.

1 Niveaux d'adaptation de situations d'enseignement-apprentissage

Millon-Fauré et Gombert (2021) ont proposé une méthode de conception d'adaptations d'une situation d'enseignement-apprentissage aux besoins d'un·e élève (avec éventuellement diffusion au reste de la classe). Cette méthode s'appuie notamment sur une hiérarchisation des adaptations (reprise de Gombert, Bernat et Vernay, 2017). Dans l'objectif de comparer les versions classiques des manuels et les versions adaptées, il nous a donc semblé pertinent de nous référer à cette hiérarchisation. Celle-ci décrit quatre niveaux d'adaptations. Les adaptations d'accommodements (niveau 1) permettent le contournement de certains obstacles, sans modification de l'objectif d'apprentissage ni de la difficulté de la tâche par rapport aux autres élèves. Il s'agit, par exemple, de modifier la police d'écriture, de lire la consigne à voix haute… Les ajustements (niveau 2) entraînent un allègement du niveau de difficulté de la tâche mais les contenus de savoirs restent identiques. Réduire le nombre d'exercices, par exemple, entrera dans cette catégorie. Pour les adaptations parallèles (niveau 3), en revanche, les objectifs d'apprentissages et/ou les compétences à mobiliser sont partiellement modifiés. Par exemple, si la tâche est de calculer le résultat d'une soustraction mentalement, l'enseignant·e peut proposer aux élèves en difficulté de la poser. Enfin, les adaptations portant autant sur le contenu que sur le niveau de difficultés de la tâche sont appelées les adaptations coïncidentes (niveau 4). Dans l'exemple de la soustraction mentale, il peut être demandé à l'élève d'effectuer tout autre chose que ses pairs, une addition par exemple.

2 Cadre d'analyse basé sur celui de l'action instrumentée

Guille-Biel Winder et Petitfour (2019) proposent un cadre d'analyse des manuels scolaires basé sur les travaux de Petitfour (2017). Celui-ci a été repris et prolongé plus récemment (Guille-Biel Winder et Petitfour, 2022) mais nous avons utilisé la version présentée à la COPIRELEM 2018 pour préparer cet atelier. Ce cadre n'est pas propre à l'analyse de manuels scolaires dits « adaptés ». Néanmoins, en menant cette analyse sur la version classique et la version adaptée d'une même collection de manuels, il peut permettre de repérer des différences dans les choix didactiques effectués par les auteurs et autrices des manuels.

Le cadre d'analyse de Guille-Biel Winder et Petitfour (2019) présente un niveau d'analyse local (analyse des séances relatives à une notion donnée) et un niveau d'analyse global (analyse de l'organisation des savoirs liés à une notion donnée dans le manuel). Nous ne nous sommes intéressé·es qu'au niveau d'analyse local qui se base sur le cadre d'analyse de l'action instrumentée développé par Petitfour (2017) :

> *Une action instrumentée est une action d'un sujet qui, dans son environnement de travail, utilise un objet technique pour produire ou pour analyser un objet graphique représentant un objet géométrique. Dans l'environnement papier-crayon, il s'agit par exemple d'utiliser une équerre pour tracer une perpendiculaire à une droite donnée (production de la relation de perpendicularité) ou pour vérifier si un angle est droit (analyse de la relation de perpendicularité entre deux droites). La réalisation d'une action instrumentée met en jeu différents types de connaissances » (Guille-Biel et Petitfour, 2019, p. 150).*

Il en découle une analyse que l'on peut décomposer en quatre phases :

1. identification des objets choisis pour étudier les concepts ;
2. identification des types de connaissances mobilisés par le manuel ;
3. explicitation de la signification de la notion en jeu dans le guide pédagogique, les leçons/points explicatifs du manuel et les exercices ;
4. analyse des éléments de langage mobilisés par le manuel.

Nous présentons brièvement ces catégories en nous appuyant sur l'article de Guille-Biel Winder et Petitfour (2019).

2.1 Objets choisis pour étudier les concepts

Les objets choisis par les manuels scolaires pour étudier les concepts peuvent être de trois types : objets quotidiens, objets culturels et objets graphiques. Nous donnons des exemples pour la symétrie axiale.

Les objets quotidiens sont issus de l'environnement quotidien des élèves, ils peuvent être concrets ou dessinés : symboles des cartes à jouer (les élèves de CE1 doivent repérer « le ou les axe(s) de symétrie d'une figure simple (cœur, carreau, trèfle, pique, cerf-volant) » (MEN, 2019a, p. 13)), reflets dans le miroir, bâtiments, etc.

Les objets culturels peuvent également porter des relations spatiales : tableaux de Magritte (*L'art de vivre*, *Décalcomanie*), scènes de films de Wes Anderson, châteaux de la Loire, etc.

Les objets graphiques modélisent des objets de l'environnement ou représentent des objets géométriques : les élèves de CM2 doivent savoir déterminer le nombre d'axes de symétrie d'un carré, d'un rectangle ou d'un cercle (MEN, 2019b, p. 17), ou encore résoudre ce genre de tâches mettant en jeu un objet graphique :

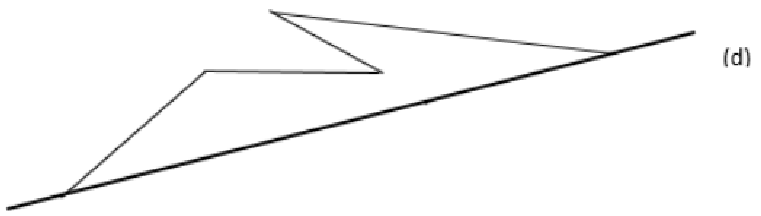


Figure 2. Exercice issu des attendus de fin de CM2 (MEN, 2019b, p. 17)

2.2 Types de connaissances mobilisées

Petitfour (2017) distingue cinq types de connaissances : géométriques, graphiques, spatiales, techniques et pratiques. Nous donnons des exemples pour la symétrie axiale.

Les connaissances géométriques concernent la définition des objets géométriques, des relations entre eux et les propriétés géométriques. Dans le cadre de la symétrie axiale à l'école élémentaire, la définition du symétrique d'un point met en œuvre les propriétés de milieu, d'orthogonalité et d'équidistance de la transformation.

Les connaissances graphiques « sont relatives aux informations graphiques pertinentes à prélever visuellement sur les dessins – représentations par des tracés, codages – et à leur interprétation géométrique » (Guille-Biel Winder et Petitfour, 2019, p. 150). Ces connaissances peuvent concerner la représentation des axes de symétrie (un trait droit en pointillés ou en trait plein…) ou les notations et symboles permettant d'exprimer que deux dessins de figures sont symétriques.

Les connaissances spatiales sont en lien avec l'orientation des objets dans l'espace et leurs positions relatives mais aussi avec l'anticipation mentale des transformations ou des déplacements. Savoir déterminer l'axe de symétrie d'une figure en anticipant que le pliage selon cet axe permettra de superposer exactement les deux côtés fait donc appel à des connaissances spatiales.

Les connaissances techniques concernent l'utilisation des instruments. Par exemple, pour construire le symétrique d'un point A par rapport à un axe à l'équerre et à la règle graduée, il faut d'abord construire la perpendiculaire à l'axe passant par le point A à l'aide de l'équerre. Pour cela, il faut placer un des deux côtés de l'angle droit de l'équerre sur l'axe de manière à ce que l'autre côté de l'angle droit de l'équerre passe par le point A puis tracer une droite en suivant ce côté.

Les connaissances pratiques concernent l'organisation matérielle et spatiale, ainsi que la manipulation concrète des instruments. Pour la technique de construction précédemment présentée, il s'agira de faire en sorte que l'équerre ne bouge pas au moment de tracer la droite par exemple. Ces connaissances peuvent aussi intervenir dans le pliage effectif d'une figure le long d'un axe donné ou dans le décalquage d'une figure sans faire bouger le calque et sans oublier une partie de la figure.

2.3 Signification de la notion en jeu

Comme nous l'avons mis en évidence dans la partie II.1, le concept de symétrie axiale est travaillé aux cycles 2 et 3. Différentes propriétés (qui peuvent servir de définitions) permettent alors de déterminer qu'une figure est symétrique ou que deux figures sont symétriques. Nous en relevons principalement quatre (explicites ou non) aux cycles 2 et 3 :

- Propriété « calque » : une figure décalquée puis retournée qui coïncide avec la figure initiale est symétrique.
- Propriété « pliage » : une figure symétrique pliée sur son axe de symétrie se partage en deux parties qui coïncident exactement.
- Propriété issue des attendus en CM2 (MEN, 2019b, p. 17) : deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée lorsque le segment qui les joint coupe cette droite perpendiculairement en son milieu.
- Propriété « médiatrice » (en 6e) : deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée lorsque cette droite est la médiatrice du segment qui les joint.

Les deux premières propriétés sont issues des attendus de fin de CE1 : l'élève « reconnaît si une figure présente un axe de symétrie en utilisant du papier calque, des découpages et des pliages » (MEN, 2019a, p. 12). Elles renvoient au palier 2 de Chesnais (2012) évoqué dans la partie II. En effet, même si la propriété « pliage » renvoie à l'idée que « l'image de ce qui est d'un côté de l'axe par la symétrie est ce qui est de l'autre côté de l'axe » (palier 3), il n'y a pas d'idée de transformation du plan à l'école élémentaire. Les deux dernières propriétés explicitent les propriétés géométriques de l'axe de symétrie mentionnées dans la propriété « pliage » mais elles nous semblent également relever du palier 2.

2.4 Eléments de langage mobilisés

Il s'agit ici d'analyser le vocabulaire employé dans les manuels scolaires pour définir et manipuler la notion étudiée. En particulier, nous nous intéressons au jeu entre langage géométrique et langage courant. En effet, dès le cycle 2 (et la consigne est reprise au cycle 3), les programmes mentionnent qu'« en géométrie comme ailleurs, il est particulièrement important que les professeurs utilisent un langage précis et adapté et introduisent le vocabulaire approprié au cours des manipulations et situations d'action où il prend sens pour les élèves, et que ceux-ci [et celles-ci] soient progressivement encouragés à l'utiliser » (MEN, 2020, p. 62). Il nous semble que cette consigne peut s'étendre aux manuels scolaires. De plus, nous analysons les formulations des définitions et énoncés afin de nous assurer qu'elles sont mathématiquement rigoureuses.

3 Universal design for learning (UDL)

Dans les années 90, Rose et Meyer ainsi que leurs collègues du CAST (Center for Applied Special Technology), ont mis au point un cadre appelé *universal design for learning* (Rose et Meyer, 2002), également appelé conception universelle de l'apprentissage ou pédagogie universelle. Ce cadre s'appuie sur une anticipation des besoins que pourraient rencontrer les élèves en classe de manière à ce que les tâches proposées par l'enseignant·e soient accessibles au plus grand nombre sans nécessiter d'adaptations particulières. Trois grands principes sont sous-jacents à la pédagogie universelle (Bergeron, Rousseau et Leclerc, 2011). Le premier principe consiste à offrir plusieurs moyens d'engagement autrement dit de susciter et maintenir l'intérêt des élèves. Il s'agit d'agir sur les difficultés émotionnelles qui peuvent faire obstacle aux apprentissages. Le deuxième principe vise à offrir plusieurs moyens de représentation. En effet, chacun·e assimile et traite l'information d'une façon qui lui est propre. En variant les manières d'aborder un concept, on veille ainsi à son accessibilité par le plus grand nombre. Enfin, le troisième principe vise à offrir aux élèves plusieurs moyens d'actions et d'expression pour démontrer leurs apprentissages en repensant les modalités d'évaluation notamment.

Dans le cadre de notre atelier, nous avons proposé aux participant·es d'utiliser ce cadre afin d'analyser l'accessibilité des manuels étudiés. Ce cadre a d'ailleurs été utilisé dans d'autres études sur les manuels adaptés (Lee et Shin, 2023). Pour ce faire, nous avons utilisé la grille développée par CAST (2018) qui propose des lignes directrices pour chacun des principes fondateurs (cf. annexe 3).

En appui sur ces trois grilles, nous pouvons préciser nos questions relatives à l'adaptation des manuels : quels types d'adaptation sont utilisés ? Les objectifs d'apprentissages et/ou les compétences à mobiliser sont-ils identiques dans la version classique et la version adaptée ? Les chapitres relatifs à la symétrie axiales sont-ils accessibles à toutes et tous selon les principes de l'UDL ?

IV - ANALYSES

Dans cette partie, nous présentons les analyses des deux manuels choisis avec les trois grilles présentées préalablement. Ces analyses sont celles des participants de l'atelier complétées et mises en forme par l'auteur et l'autrice de ce texte.

1 Manuel CE1

1.1 Informations sur le manuel « Vivre les maths CE1 - Pour les élèves Dys CE1 »

Conçu pour les élèves à besoins spécifiques et pour les élèves dys, le manuel « Vivre les maths CE1 - Pour les élèves Dys CE1 » se présente comme « le seul fichier de maths adapté aux élèves Dys ! »[3]. Il constitue une adaptation du fichier standard : « les mêmes fiches et la même progression que le fichier standard [...]. Les élèves travaillent les mêmes compétences au même moment mais ceux [et celles] qui en ont besoin disposent d'un travail adapté ». L'adaptation a été réalisée par une professeure des écoles spécialisée également formatrice.

En début de manuel, nous retrouvons une section présentant quelques informations relatives aux troubles dys et aux aménagements à prévoir. Une autre section explicite les adaptations réalisées dans le fichier. Parmi ces adaptations, nous retrouvons l'aménagement du champ visuel (fond beige, police de caractères agrandies…), la présentation en feuilles pliables et détachables, la suppression ou adaptation de certaines consignes (simplification, suppression du titre de chapitre sur la page de l'enfant…) ou encore la réduction du nombre d'exercices (une suppression de 20% des exercices est annoncée mais il est également mentionné que toutes les compétences sont travaillées).

1.2 Organisation du manuel concernant la symétrie axiale

Les manuels « Vivre les maths CE1 » (version classique et version adaptée) comportent un chapitre relatif à la symétrie axiale proposé en période 2, après un travail sur les figures planes, les tracés et alignements, le repérage gauche-droite dans l'espace et les polygones (côtés et sommets). Les deux versions du manuel comptent chacune sept exercices dans ce chapitre. Le manuel est accompagné d'un guide pédagogique, utilisable quelle que soit la version (mêmes chapitres et même progression).

1.3 Niveaux d'adaptation

On peut relever des adaptations d'accommodement sur l'ensemble des exercices du chapitre. En effet, le nombre d'exercices par page est limité dans la version adaptée (un ou deux maximum). Les feuilles

[3] Fiche produit sur le site de l'éditeur : https://enseignants.nathan.fr/catalogue/vivre-les-maths-pour-les-eleves-dys-ce1-fichier-de-l-eleve-9782091244204.html [consulté le 04/09/23].

sont détachables (pour pouvoir travailler sans l'épaisseur du livre) et pliables (pour isoler un exercice). Les pages ont été épurées (le nom du chapitre et les objectifs n'apparaissent pas, ainsi que les exercices de calcul mental en haut de page). La lecture est facilitée par un fond beige et une police d'écriture plus aérée. Les verbes de la consigne sont surlignés et des pictogrammes reprennent l'action à effectuer. Certaines illustrations ont été supprimées ou modifiées (comme c'est le cas dans l'exercice 4 où les cases à cocher ont été agrandies).

Nous avons relevé un ajustement avec un changement de consigne (« colorier » dans la version classique devient « entourer » dans la version adaptée). Deux adaptations parallèles ont pu être relevées. En effet, l'aide proposée dans l'exercice 5 (cf. figure 3) est supprimée dans la version adaptée. Nous pouvons supposer que cette suppression empêche les élèves utilisant la version adaptée de développer la compétence « utiliser du papier calque pour déterminer/vérifier un axe de symétrie » (alors que c'est attendu au moins dans l'exercice 1 et, d'après le guide pédagogique, dans les autres exercices pour vérification).

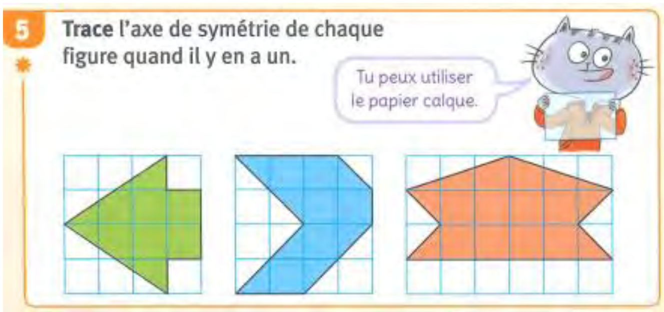


Figure 3. Exercice 5, version classique

La deuxième adaptation parallèle concerne l'exercice 7 pour lequel la consigne « colorie » a été supprimée (cf. figure 4). La suppression de cette consigne entraîne une modification des procédures de résolution (dans la version adaptée, il faut dessiner les contours, dans la version classique on peut colorier case par case). Enfin, nous n'avons identifié aucune adaptation coïncidente.

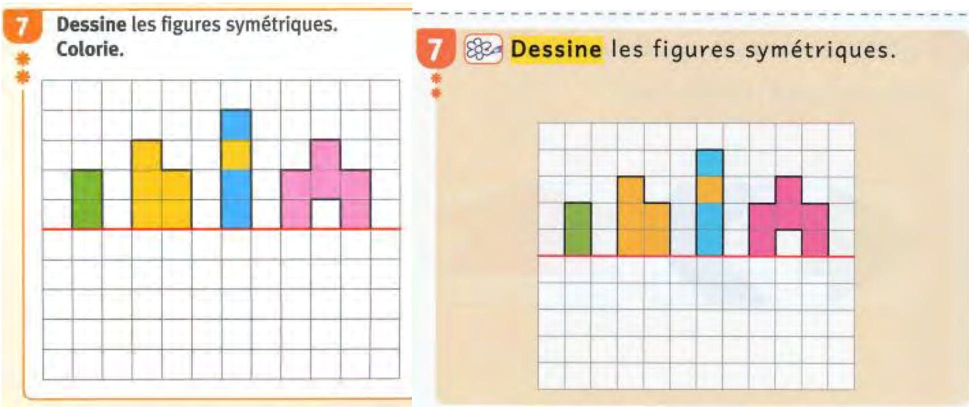


Figure 4. Exercice 7, version classique (à gauche) et version adaptée (à droite)

1.4 Action instrumentée

Les objets choisis dans le chapitre relatif à la symétrie axiale sont essentiellement des objets graphiques ou des objets du quotidien (dessin d'avion, dessins d'animaux ou de plantes).

Au niveau des connaissances géométriques, les propriétés de la symétrie axiale ne sont pas abordées dans le manuel. Seule la notion de pliage intervient. Il s'agit principalement de trouver où tracer l'axe de symétrie (ou les axes) d'une figure, excepté pour le dernier exercice dans lequel il est demandé de compléter différentes figures tel que l'axe donné soit leur axe de symétrie (ce qui constitue un obstacle didactique potentiel car cela nécessite de convoquer des propriétés qui n'ont pas été abordées en amont car elles ont été prises en charge par le pliage, l'équidistance par rapport à l'axe de symétrie par exemple). Une définition erronée est donnée dans le guide pédagogique : « une figure possède un axe de symétrie quand on peut la partager en deux parties et que ces deux parties se superposent exactement » (Nathan, 2019b, p. 146). Le pliage est seulement mentionné par la suite : « on dit aussi que les deux parties sont identiques et superposables, c'est-à-dire que si on les met l'une par dessus l'autre, en pliant sur la ligne rouge, on aura l'impression qu'il n'y aura qu'une figure » (Nathan, 2019b, p. 146).

Pour ce qui est des autres types de connaissances, au niveau des connaissances graphiques, les axes (de symétrie ou non) sont représentés par des traits en pointillés quand il n'y a pas de quadrillage et des traits pleins sur quadrillage. Les axes de symétrie sont en rouge.

Les exercices nécessitent également de mobiliser des connaissances spatiales. En effet, il faut anticiper les pliages pour pouvoir faire une conjecture sur l'existence et l'emplacement des axes de symétrie. Les axes de symétrie ont toutes sortes d'orientations mais sont verticaux ou horizontaux lorsque le fond est quadrillé.

En ce qui concerne les connaissances techniques, nous retrouvons l'utilisation du calque pour décalquer une figure et le plier sur l'axe de symétrie pressenti pour vérifier que les deux parties se superposent. En revanche, aucune technique n'est donnée pour construire la figure symétrique (y compris dans le guide pédagogique qui stipule uniquement « dégager une méthode : partir des carreaux qui sont sur l'axe pour aller vers ceux les plus éloignés de l'axe »).

Pour ce qui est des connaissances pratiques, il est nécessaire de pouvoir décalquer sans faire bouger la feuille ou le calque et plier une feuille selon une droite. Le guide pédagogique propose de fixer le calque à la feuille avec un trombone ou un point de colle.

Parmi les quatre propriétés de la symétrie axiale identifiées dans la partie III.2, seule la propriété « pliage », « une figure symétrique pliée sur son axe de symétrie se partage en deux parties qui coïncident exactement », est présente.

Enfin, en ce qui concerne les éléments de langage mobilisés par le manuel, nous remarquons un mélange de vocabulaire courant et géométrique (en lien avec les programmes sur la symétrie à ce niveau scolaire). Les termes courants « plier », « décalquer », « superposer », « se ressembler », « parties 'gauche' et 'droite' similaires » sont utilisés dans le manuel et/ou le guide pédagogique. Au niveau du vocabulaire géométrique, nous pouvons relever les termes suivants : « axe de symétrie », « figure », « symétrie » et « figure symétrique ».

1.5 UDL

En ce qui concerne les moyens d'engagement (premier principe), nous pouvons noter différents éléments participant à éveiller l'intérêt des élèves, comme une simplification de l'accès à la lecture de la consigne (avec notamment un agrandissement des caractères, une police plus aérée, un interligne augmenté, des verbes en gras ou surlignés, un fond beige et des pictogrammes pour les verbes) ou encore la suppression de certains distracteurs (illustrations inutiles). Peu de choses sont proposées pour soutenir l'effort et la persévérance. Une suggestion de bilan de fin de séquence est proposée dans le guide pédagogique. Le guide pédagogique encourage également l'enseignant à proposer aux élèves du papier calque pour vérifier ses productions. Les objectifs relatifs à la séquence sont explicités en début de chapitre dans la version classique (cf. figure 5). En revanche, ces objectifs ont été supprimés dans la version adaptée. Rien n'est prévu pour offrir des possibilités d'autorégulation aux élèves.

Figure 5. Entête du chapitre (version classique)

Pour ce qui est des moyens de représentation (deuxième principe), nous notons, sur le plan de la perception, une modalité uniquement visuelle (avec possibilité de découper et plier les pages). Au niveau de la langue et des symboles, le vocabulaire des consignes est clarifié par des pictogrammes. Les mots de vocabulaire introduits (axe de symétrie, figures symétriques) ne sont pas expliqués dans le manuel. La notion de « figure symétrique » est expliquée dans le guide pédagogique (avec une définition erronée, voir partie IV.1.2). Nous pouvons également relever plusieurs représentations différentes des axes de symétrie (sans accompagnement par un discours) : pointillés noirs, pointillés rouges et traits pleins rouges. Sur le plan de la compréhension, peu de choses sont proposées, excepté l'enchaînement des tâches prévu pour une découverte progressive de la notion de symétrie ainsi que des liens effectués avec des objets du quotidiens (maison, animaux ou plantes).

Enfin, concernant les moyens d'action et d'expression, quelques possibilités sont offertes sur le plan de l'action physique. En effet, il y a une certaine variation dans les actions à effectuer (cocher, entourer ou tracer). Dans le guide pédagogique, nous retrouvons également des aides matérielles telles que l'utilisation du papier calque ou d'un miroir. Ces aides interviennent aussi sur les plans de l'expression et de la communication. Enfin, la suppression des aides et des objectifs dans la version adaptée offre peu de possibilités sur le plan des fonctions exécutives.

1.6 Conclusion sur le manuel de CE1

Comme annoncé par les éditeurs, les adaptations réalisées concernent majoritairement la forme avec notamment un accès à la lecture de la consigne simplifié. Nous notons toutefois quelques adaptations parallèles. Les élèves utilisant ce fichier ne travaillent donc pas toujours les mêmes compétences que les élèves travaillant sur le fichier classique, contrairement à ce qui est affirmé par l'éditeur. De plus, certaines adaptations censées simplifier les exercices ne permettent pas forcément à l'élève de mettre en œuvre des techniques plus simples, c'est même parfois le contraire.

Concernant le contenu mathématique, seule la propriété « pliage » est présentée. Conformément aux attendus de CE1, les exercices consistent essentiellement à reconnaître et trouver l'axe de symétrie d'une figure. Le guide pédagogique présente cependant une définition erronée d'une figure symétrique : « une figure possède un axe de symétrie quand on peut la partager en deux parties et que ces deux parties se superposent exactement » (Nathan, 2019b, p. 146).

D'un point de vue du soutien à l'apprentissage, il y a une volonté forte de rendre accessible les consignes avec un important travail sur la forme (police, éléments en gras ou surlignés, pictogrammes…). Pour favoriser l'engagement des élèves, tous les distracteurs sont supprimés. Cependant, contrairement à ce qui est souhaité, la suppression de certains éléments, en particulier des bulles d'aide et des objectifs, ne favorise pas l'accessibilité des connaissances en jeu.

2 Manuel CM1-CM2

« Pour Comprendre Maths CM1 » (Hachette, 2022a), « Pour Comprendre Maths CM2 » (Hachette, 2022b) et « Pour Comprendre Maths CM1-CM2 - Spécial DYS (dyslexie) et difficultés d'apprentissage » (Hachette, 2018) ne sont pas des manuels scolaires au sens défini par le rapport de l'inspection générale de l'Éducation Nationale en 1998, à savoir : « tout support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école élémentaire et collège) » (IGEN, 1998, p. 6). En effet, Hachette édite une collection « Pour comprendre les math(ématique)s » à destination des enseignant·es (il s'agit donc de manuels scolaires) et une collection « Pour comprendre » (et notamment « Pour Comprendre Maths ») à destination des parents qui souhaitent « aider [leur] enfant dans son apprentissage tout au long de l'année » (nous parlerons de cahiers en accord avec le site de l'éditeur). Il est à noter que c'est la même équipe d'enseignant·es qui rédige ces deux collections pour les mathématiques. Nous avons choisi d'analyser les cahiers (à destination des parents) car c'est la seule collection qui propose une version « spéciale dys ». À l'heure actuelle, en mathématiques, il existe un cahier « spécial dys » CE1-CE2 et un cahier « spécial dys » CM1-CM2, tous les deux rédigés par les mêmes trois auteurs et autrices dont aucun n'a travaillé sur la collection classique de ces cahiers. Les cahiers (classiques comme adaptés) ne sont pas accompagnés d'un guide pédagogique.

2.1 Informations sur le cahier « spécial dys »

Le cahier adapté se présente comme un cahier pour les élèves dyslexiques ou ayant des difficultés d'apprentissage. Il ne semble donc pas inclure spécifiquement les élèves dyscalculiques mais nous pouvons faire l'hypothèse que la mention « ayant des difficultés d'apprentissage » les prend en compte ainsi que les élèves qui n'auraient pas de diagnostic.

Comme nous l'avons vu, ce cahier a été conçu par trois auteur·trices qui ne sont pas les auteur·trices des cahiers classiques (qui ont été conçus après). Ces auteur·trices sont deux conseiller·ères pédagogiques et une orthophoniste. Le site de l'éditeur explique que ce cahier « propose une pédagogie spécialement adaptée, notamment dans sa mise en pages (police de caractères ajustée et davantage d'espace entre les mots et les lettres) »[4]. Le site de l'éditeur et le cahier lui-même ne présentent explicitement aucune autre forme d'adaptation par rapport à un cahier classique, nous verrons dans l'analyse qui suit qu'il y en a pourtant d'autres.

2.2 Organisation des cahiers concernant la symétrie axiale

Les cahiers ne sont pas organisés par période mais par domaine du programme (« nombres et calculs », « espace et géométrie », « grandeurs et mesures »). En CM1, il y a 15 leçons[5] de géométrie (une page chacune), la symétrie axiale est abordée dans les dixième et onzième leçons : « leçon 44 : identifier un axe de symétrie » et « leçon 45 : compléter ou tracer une figure par symétrie ». En CM2, il y a également 15 leçons de géométrie (une page chacune), la symétrie axiale est abordée dans les quatrième et cinquième leçons : « leçon 40 : tracer le symétrique d'une figure sur un quadrillage » et « leçon 41 : tracer le symétrique d'une figure sur du papier uni ».

Dans le cahier « Pour comprendre Maths CM1-CM2 spécial dys », il y a 8 leçons de géométrie (deux pages chacune), la symétrie axiale est abordée dans les sixième et septième leçons : « leçon 32 : identifier des axes de symétrie » (équivalent de la leçon sur le même thème dans le cahier classique de CM1) et « leçon 33 : tracer une figure par symétrie » (équivalent de la leçon sur quadrillage uniquement dans le cahier classique de CM2).

2.3 Niveaux d'adaptation

Adaptations d'accommodement et ajustements

Comme annoncé sur le site et dans le cahier, des adaptations d'accommodement ont été mises en place dans la version « spéciale dys » du cahier notamment concernant la police d'écriture qui est un peu plus grande et espacée. Les consignes sont également surlignées. De plus, les parties « synthèse des

[4] Fiche produit sur le site de l'éditeur : https://www.enseignants.hachette-education.com/livres/pour-comprendre-maths-cm1-cm2-special-dys-dyslexie-difficultes-dapprentissage-9782017069645 [consulté le 04/09/23.]

[5] Terme utilisé dans le cahier.

notions » et « exercices » sont sur une même page dans la version classique du cahier alors qu'elles sont sur deux pages dans la version dys[6]. Dans la version adaptée du cahier, la complexité de l'exercice est représentée par des étoiles (plus il y a d'étoiles, plus l'exercice est complexe). Lors de l'atelier, nous avons aussi repéré une différence de présentation de la distance entre un sommet de la figure et l'axe de symétrie (cf. figure 6).

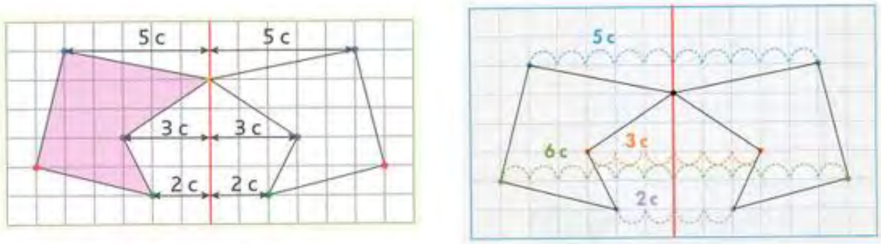


Figure 6. Leçon « tracer le symétrique d'une figure sur un quadrillage » : à gauche, cahier classique ; à droite, cahier adapté

Nous relevons également un ajustement à l'opposé de celui que nous avons relevé dans le manuel de CE1 qui retirait la consigne de coloriage. En effet, la consigne du quatrième exercice de la leçon « tracer le symétrique d'une figure sur un quadrillage » dans la version classique du cahier de CM2 est : « complète la figure ». Pour le même exercice (devenu exercice 3) du cahier adapté, elle devient : « complète la figure par symétrie et colorie-la ».

Adaptations parallèles

Les adaptations parallèles concernent la plupart des exercices de ces cahiers. Deux des trois exercices de niveau CM1 sont ainsi simplifiés en passant de la version classique du cahier à la version adaptée.

Ainsi, l'exercice 2 demande aux élèves de repérer l'axe ou les axes de symétrie (s'ils existent) mais les deux versions sont assez différentes (cf. figure 7). Dans la version classique du cahier, l'élève doit découper la figure et chercher les axes par pliage. Une des figures n'a pas d'axe de symétrie, une figure a un seul axe de symétrie horizontal et deux figures ont plusieurs axes de symétrie (verticaux, horizontaux et obliques). Au niveau de la technique, dans la version adaptée, il n'est pas demandé à l'élève de découper et plier les figures, il ou elle doit *a priori* imaginer l'axe. Les figures n'ont qu'un seul axe de symétrie chacune. La première figure est en fait constituée de deux sous-figures distinctes, l'axe de symétrie (vertical) les sépare. La deuxième figure se présente de la même façon mais l'axe de symétrie ne se situe pas entre les deux sous-figures, c'est un axe horizontal qui coupe les poissons en deux. Enfin, la troisième figure ne représente qu'une seule figure (comme dans le cahier classique) et l'axe de symétrie est de nouveau vertical.

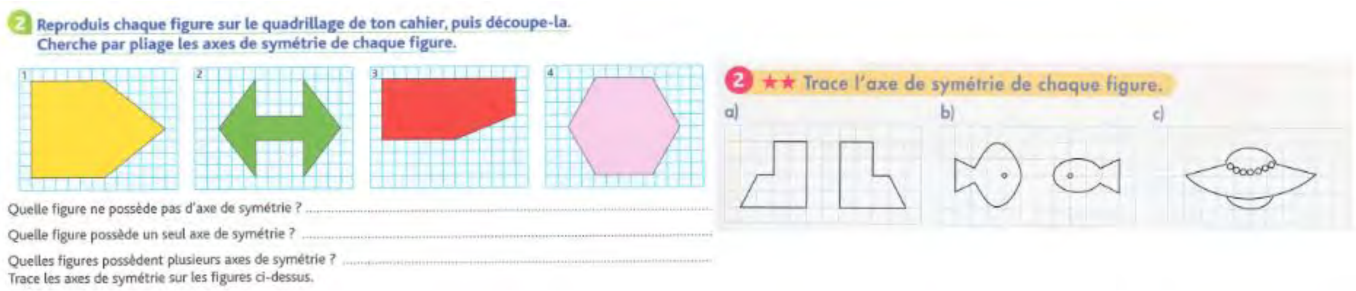


Figure 7. « Leçon identifier un axe de symétrie », exercice 2 : à gauche, cahier classique ; à droite, cahier adapté

L'exercice 3 présente un carré (en position prototypique) dont il faut tracer tous les axes de symétrie. La consigne du cahier classique est de tracer un autre carré, de le découper et de trouver les axes par

[6] La synthèse des notions est par ailleurs étendue avec un exemple détaillé, ce que nous analyserons avec les autres grilles d'analyse car l'analyse via les niveaux d'adaptation concerne plutôt les exercices.

pliage alors que dans le cahier adapté, cette technique est présentée comme une astuce « pour t'aider », d'autres techniques peuvent donc être envisagées (notamment celle qui consiste à se représenter mentalement les axes).

En CM2, les trois premiers exercices de la leçon « tracer le symétrique d'une figure sur un quadrillage » du cahier classique présentent une figure dont il faut tracer le symétrique (deux axes verticaux, un axe horizontal, un sommet de la figure donnée est sur l'axe horizontal). À ces trois exercices, correspond un seul exercice du cahier adapté qui présente des figures plus petites et toutes « collées » à l'axe (deux axes verticaux, deux axes horizontaux). La consigne est devenue « dessine la partie symétrique de chaque figure » (cf. figure 8).

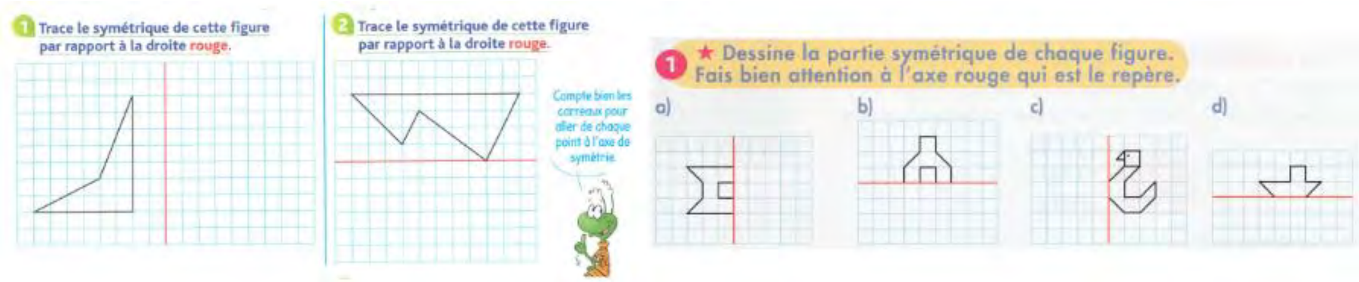


Figure 8. Leçon « tracer le symétrique d'une figure sur un quadrillage » : à gauche, deux des trois exercices du cahier classique ; à droite, cahier adapté

Adaptations coïncidentes

Enfin, nous repérons des adaptations coïncidentes. D'une part, le premier exercice de la leçon « identifier un axe de symétrie » du cahier classique de CM1 est si modifié dans la version adaptée que l'adaptation nous semble relever de ce niveau. En effet, dans le cahier classique, l'objectif est de déterminer si des figures sont symétriques. Pour ce faire, l'élève doit imaginer un ou plusieurs axes de symétrie (cf. figure 9). Cet exercice est plus long dans la version adaptée mais il s'agit simplement de reconnaître perceptivement si une droite donnée est, ou non, un axe de symétrie. À noter que l'axe est uniquement vertical dans la version classique alors qu'il y a un axe horizontal (qui n'est pas axe de symétrie) et un axe oblique dans la version adaptée.

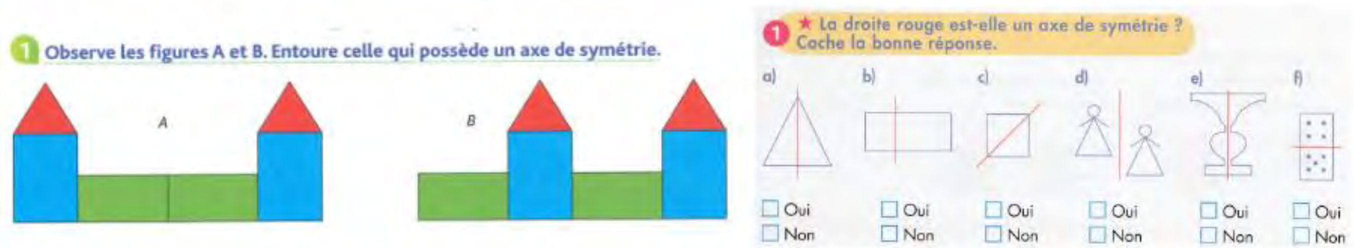


Figure 9. Leçon « identifier un axe de symétrie », exercice 1 : à gauche, cahier classique ; à droite, cahier adapté

De plus, dans la leçon « tracer une figure par symétrie » du cahier adapté, un exercice qui n'apparaît pas dans la version classique (CM2) est proposé (cf. figure 10, à gauche). L'élève doit repérer des figures symétriques par rapport à un ensemble de figures dessinées. Il n'est pas précisé que les figures doivent être symétriques par rapport aux axes rouges, ce qui laisse une ambiguïté quant à la réponse à la question b si nous considérons les quatre figures ensemble.

Enfin, pour chacune des leçons du cahier adapté, un exercice « fais le bilan » apparaît alors qu'il n'existe pas dans les versions classiques de CM1 et CM2. Ces exercices bilans proposent des types de tâches qui ne sont pas travaillés dans les versions classiques. Pour la leçon « identifier des axes de symétrie », l'exercice bilan est le même que l'exercice 1 précédemment évoqué (avec uniquement des figures géométriques). Pour la leçon « tracer une figure par symétrie », il s'agit principalement d'identifier si une figure donnée est bien la figure symétrique d'une autre figure donnée par rapport à un axe donné (cf. figure 10).

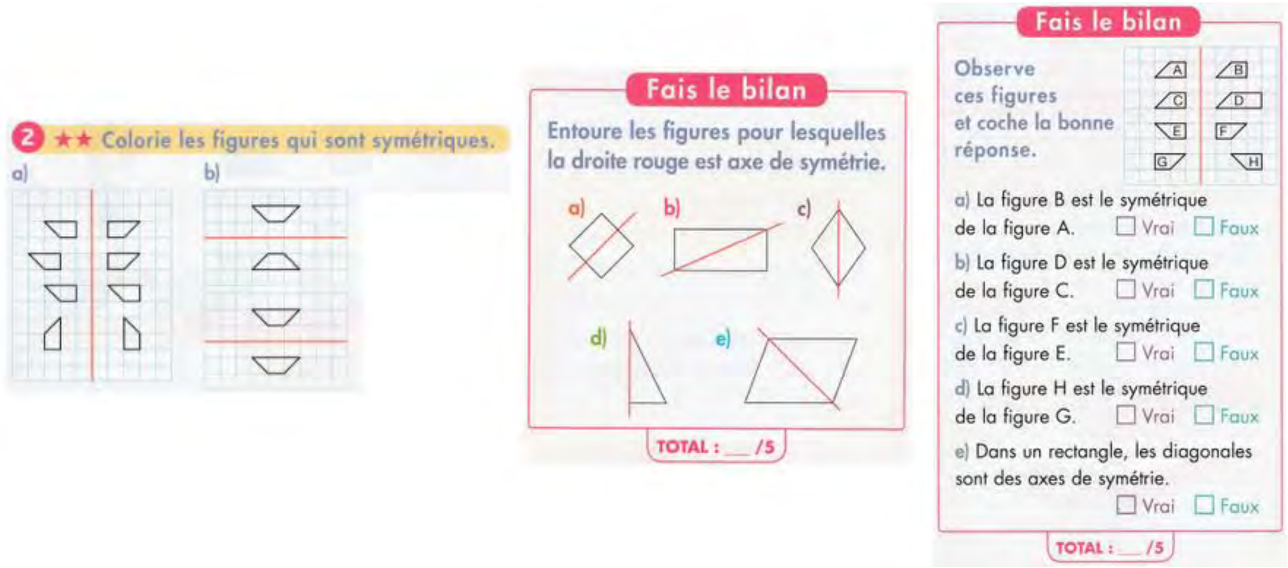


Figure 10. À gauche : exercice 2 de la leçon « tracer une figure par symétrie » du cahier adapté. Au milieu et à droite : exercices bilans du cahier adapté, leçons « identifier des axes de symétrie » et « tracer une figure par symétrie »

2.4 Action instrumentée

Objets d'étude

Comme dans les manuels de CE1, les objets choisis dans les leçons relatives à la symétrie axiale des cahiers de CM1, CM2 classiques et CM1-CM2 adapté sont des objets graphiques (triangle isocèle, rectangle, losange, carré…) et des objets du quotidien (dessin de poisson, de vase, de chapeau…). Nous ne repérons pas d'objets culturels.

Signification de la notion et connaissances géométriques

En ce qui concerne les connaissances géométriques, les cahiers « Pour Comprendre » proposent une synthèse des notions à chaque début de leçon ainsi que des encarts « pour l'adulte » (version adaptée) ou « conseils parents » (version classique) qui indiquent souvent les objectifs d'apprentissage de la leçon. Nous abordons ici à la fois la signification de la notion (au sens de Guille-Biel Winder et Petitfour (2018)) et les connaissances géométriques en jeu en étudiant d'abord les leçons de CM1 puis les leçons de CM2.

Bien qu'il soit possible de faire correspondre les leçons de la version classique et de la version adaptée en termes de thèmes abordés, les contenus de savoir sont présentés de façon très différente. Ainsi, dans la version classique du cahier de CM1, la seule définition donnée est celle d'une figure symétrique à partir de la propriété « pliage » que l'on trouve déjà en CE1 : « si tu plies suivant l'axe de symétrie, les deux parties de la figure se superposent exactement ». Dans la version adaptée du cahier, on commence par définir la notion d'axe de symétrie (désigné comme un type de « trait ») : « si on plie une figure sur un trait et que les deux parties de la figure se superposent parfaitement, on dit que le trait est un axe de symétrie de la figure ». Le cahier propose ensuite deux conditions (non suffisantes) permettant d'affirmer que deux figures sont symétriques (cf. figure 11). La condition d'orthogonalité est manquante, probablement implicitement prise en charge par le quadrillage.

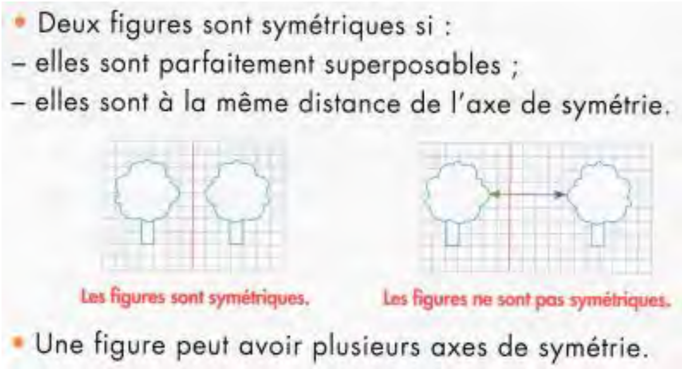


Figure 11. Cahier adapté, leçon « identifier des axes de symétrie » : deux figures sont symétriques si…

Nous pouvons remarquer que la première définition concerne *une* figure symétrique alors que la deuxième définition concerne *deux* figures symétriques sans que ce glissement soit pris en charge. Par la suite, les exercices présentent un mélange de figures « uniques » et de figures composées de deux sous-figures distinctes. Ce n'était pas le cas dans le cahier de CM1 classique qui ne propose que des figures « uniques », que ce soit dans la synthèse des notions ou dans les exercices.

Dans les deux cahiers, l'encart réservé aux parents explique que l'enfant doit savoir identifier un axe de symétrie d'une figure et propose plusieurs techniques : pliage de la figure, représentation mentale du pliage, et calque. Pour cette dernière technique, la propriété « calque » de la symétrie axiale est introduite : « une figure décalquée et retournée qui se superpose à la figure initiale possède au moins un axe de symétrie qui reste à identifier ». Cette propriété n'est pas présentée aux élèves et ne semble pas réinvestie dans les exercices.

Dans les exercices, c'est la propriété « pliage » qu'il faut réinvestir pour déterminer le ou les axes de symétrie de différentes figures, que ce soit dans la version classique du cahier de CM1 ou dans la version adaptée. Nous avons vu également que le cahier adapté propose des conditions pour déterminer si deux figures sont symétriques par rapport à un axe donné qui peuvent constituer une technique (cf. figure 11). Le seul exercice qui pose explicitement cette question est l'exercice bilan de la leçon suivante (« tracer une figure par symétrie ») (cf. figure 10). Il est possible également d'utiliser ces conditions pour répondre à l'exercice 1 (cf. figure 9) mais l'absence de la condition d'orthogonalité doit faire dire aux élèves que la question d) représente deux figures symétriques (alors que le corrigé proposé dans le cahier indique que non).

Le cahier de CM1 classique propose d'apprendre à compléter ou tracer une figure symétrique par pliage et piquage ou en utilisant du papier calque. Ces deux techniques s'appuient sur la propriété « pliage » de la symétrie axiale, ce qui n'est pas explicité (il n'y a, par exemple, pas de vérification que les deux parties du dessin se superposent bien à la fin). Ces techniques sont complètement absentes du cahier adapté.

Concernant le CM2, le cahier classique et la leçon équivalente du cahier « spécial dys » se concentrent sur la construction d'une figure symétrique (sur papier quadrillé et uni dans le cahier classique, uniquement sur quadrillage dans le cahier adapté). La synthèse des notions présente le même exemple (en une image pour la version classique, détaillé pour la version adaptée) mais les propriétés mises en jeu ne sont pas les mêmes. Alors que le cahier classique fait appel aux propriétés d'orthogonalité et (implicitement) d'égale distance à l'axe en parlant de « compter les carreaux », le cahier adapté n'évoque que la distance à l'axe (en comptant les carreaux), la condition d'orthogonalité étant une nouvelle fois omise (cf. figure 12).

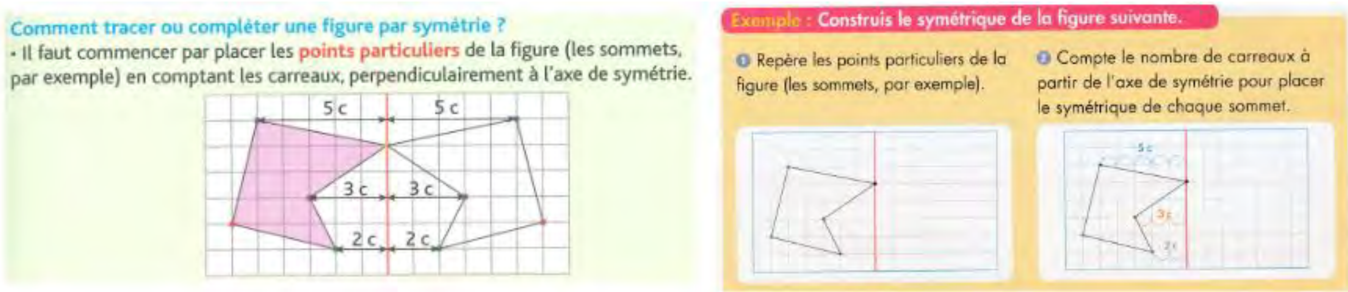


Figure 12. À gauche, leçon « tracer le symétrique d'une figure sur un quadrillage » du cahier classique de CM2 ; à droite, leçon « tracer une figure par symétrie » du cahier adapté (deux premières étapes)

La construction à la règle graduée et à l'équerre n'est présente que dans la version classique du cahier de CM2.

Enfin, alors qu'en CM1, le cahier adapté ne prenait pas en compte le glissement entre « une figure symétrique » et « deux figures symétriques », ces deux possibilités sont explicites dans la leçon « tracer une figure par symétrie » (cf. figure 13). Ce n'est pas le cas dans la version classique du cahier de CM2 qui présente pourtant les deux configurations dans ses exercices.

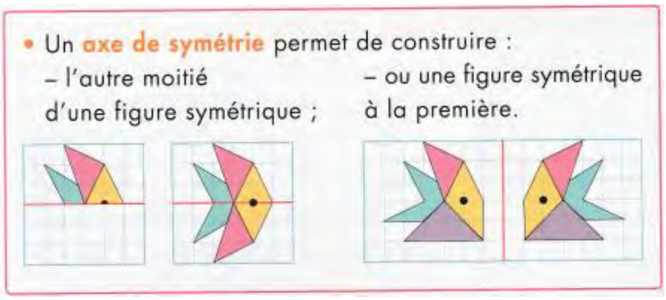


Figure 13. Leçon « tracer une figure par symétrie » du cahier adapté

Autres types de connaissances

Concernant les connaissances techniques pour la leçon « identifier un axe de symétrie » dans le cahier de CM1 ou dans la leçon équivalente du cahier adapté, il s'agit essentiellement de plier (ou d'imaginer le pliage) de la figure pour déterminer si les deux parties se superposent exactement.

Concernant les connaissances graphiques, comme dans les manuels de CE1, les axes de symétrie représentés sont toujours rouges (à l'exception d'un exemple détaillé pour lequel l'axe est vert dans la leçon « tracer le symétrique d'une figure sur du papier uni » présente uniquement dans le cahier classique de CM2). Ces axes sont presque toujours représentés par des traits pleins dans les versions classique et adaptée (ils sont représentés en pointillés une fois dans le cahier de CM1 et une autre fois dans la leçon équivalente du cahier adapté). Il est à noter que les quadrillages représentés sont presque toujours aussi symétriques par rapport à l'axe de symétrie quand bien même l'encart « pour l'adulte » du cahier adapté précise à juste titre : « rappelez à votre enfant qu'il doit toujours partir de l'axe de symétrie pour compter les carreaux. Les enfants sont habitués à prendre comme repère les bords de la feuille, ce qui rend souvent cet exercice difficile ». Une connaissance graphique que pourrait alors acquérir certain·es élèves est : « les bords de la feuille sont symétriques par rapport à l'axe ».

Les connaissances spatiales mobilisées sont les mêmes qu'en CE1 : anticipation des pliages, représentation mentale des pliages pour trouver l'axe de symétrie. Tous les axes de symétrie représentés sont verticaux ou horizontaux dans les cahiers classiques de CM1 et CM2 (mais certains axes à déterminer par l'élève sont obliques dans le cahier classique de CM1). Dans le cahier adapté, nous retrouvons quelques axes obliques dans la leçon « identifier des axes de symétrie » (niveau CM1). Les orientations des axes de symétrie sont ainsi beaucoup moins diversifiées que dans les manuels de CE1 que nous avons étudiés ou par rapport aux attendus de fin de CM2 présentés dans la partie III.2.1.

La seule connaissance pratique que nous avons identifiée se retrouve également au CE1 : plier une feuille selon une droite imaginée. Le recours au découpage et pliage est plus présent dans le cahier de CM1 classique que dans la leçon équivalente du cahier adapté où il n'apparaît qu'une fois explicitement (mais est présenté dans l'encart « pour l'adulte » comme nous l'avons vu). Une autre connaissance pratique apparaît dans le cahier de CM2 classique mais pas dans la version adaptée et concerne l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée pour construire une figure symétrique sur papier uni. L'encart « conseils parents » précise : « tracer le symétrique d'une figure sur du papier uni est très difficile en CM2. L'enfant doit manipuler correctement l'équerre ainsi que la règle graduée ».

Éléments de langage

Comme dans les manuels de CE1, les éléments de langage mobilisés par les cahiers sont un mélange de vocabulaire courant et de vocabulaire géométrique (en lien avec les programmes sur la symétrie à ce niveau scolaire). Le vocabulaire courant est relativement similaire à celui qu'on trouve en CE1 : « plier », « décalquer », « superposer », « dessiner ». De façon plus étonnante, plusieurs mots de vocabulaire courant sont utilisés pour parler de l'axe de symétrie. Ainsi, le cahier adapté parle d'un « trait » dans sa définition de l'axe de symétrie (alors que les élèves connaissent le vocabulaire « droite » à ce moment de leur scolarité). Idem dans la leçon « compléter ou tracer une figure par symétrie » du cahier classique de CM1. Dans le cahier classique de CM2, l'axe de symétrie est désigné comme tel ou comme une droite mais dans le premier exercice de la leçon « tracer une figure par symétrie » du cahier adapté, l'axe de symétrie est désigné par le mot « repère » (cf. figure 8).

Le vocabulaire géométrique est le même qu'au CE1 : « axe de symétrie », « figure », « symétrie », « figure symétrique ». Nous pouvons y ajouter du vocabulaire lié aux propriétés introduites : « distance », « sommet », « segment ». Le mot « perpendiculairement » n'apparaît que dans la version classique du cahier de CM2.

2.5 UDL

En ce qui concerne les moyens d'engagement (premier principe), nous pouvons d'abord noter que contrairement au manuel adapté de CE1, il n'y a pas de réelle volonté de minimiser les distractions si nous comparons les cahiers classiques et le cahier adapté. Ainsi, la police est certes plus aérée et les consignes sont surlignées pour être plus visibles mais les pages sont remplies de la même façon, les petits personnages sont toujours présents et les entêtes des pages sont relativement identiques (numéro de la leçon, titre de la leçon, encart « conseils parents » ou « pour l'adulte »). Concernant le soutien de l'effort et de la persévérance, nous notons que les titres des leçons sont formulés sous la forme d'objectifs qui permettent à l'élève de savoir ce sur quoi il ou elle travaille. La complexité des exercices est signalée par un système d'étoiles mais il n'y a que deux ou trois exercices par leçon, ce qui ne permet pas vraiment de faire un choix. Les types de tâches sont assez variés (déterminer si une droite est un axe de symétrie, tracer un axe de symétrie s'il existe, construire le symétrique de figures données sur quadrillage, déterminer si deux figures sont symétriques). En revanche, il n'y a pas de rétroactions permettant à l'élève de vérifier seul·e son résultat (y compris en lui proposant de décalquer sa figure pour vérifier qu'elle se superpose bien), il ou elle peut simplement consulter les réponses aux exercices qui ne sont pas accompagnées d'explications.

Pour ce qui est des moyens de représentation (deuxième principe), le manuel n'offre pas diverses possibilités sur le plan de la perception, de la langue ou des symboles mais tente d'en offrir sur le plan de la compréhension. En effet, une synthèse des notions est proposée (que ce soit dans la version classique ou la version adaptée) et des exemples détaillés sont présentés en plus dans la version adaptée. Nous notons des liens moins forts avec les objets du quotidien qu'en CE1 même si la version adaptée présente quelques objets quotidiens comme nous l'avons vu dans la partie IV.2.2.

Enfin, concernant les moyens d'action et d'expression (troisième principe), comme en CE1, quelques possibilités sont offertes sur le plan de l'action physique avec une certaine variation dans les actions à effectuer (cocher, entourer ou tracer). Contrairement aux manuels de CE1, les exemples détaillés de la version adaptée que nous avons évoqués permettent également de soutenir la planification et l'élaboration de stratégies de la part des élèves (nous nuancerons cela dans la partie IV.2.6). Il est également proposé à l'élève d'assurer le suivi de ses progrès avec les exercices « fais le bilan » notés sur 5 (cf. figure 10).

2.6 Conclusion sur le manuel de CM1-CM2

Le cahier adapté est à destination des élèves dyslexiques ou ayant des difficultés d'apprentissage. Les adaptations d'accommodement effectuées (partie IV.2.3) montrent que certaines difficultés de lecture sont prises en compte via une police plus grande et aérée et le surlignage des consignes. Cependant, certains des critères de la grille UDL (partie IV.2.5) nous montrent que des distracteurs sont toujours présents et que les pages elles-mêmes sont aussi remplies que celles des cahiers classiques, ce qui peut constituer un obstacle pour ces élèves.

Concernant le contenu mathématique, comme nous l'avons vu avec le cadre basé sur celui de l'action instrumentée (partie IV.2.4), le cahier adapté explicite plus de propriétés que sa version classique mais celles-ci contiennent des erreurs puisqu'il omet systématiquement la condition d'orthogonalité pour que deux figures soient symétriques par rapport à un axe. Cette condition est implicitement prise en charge par le quadrillage dans les exemples mais nous voyons bien que c'est un problème quand un exercice demande à l'élève de déterminer si deux figures sont symétriques sur un fond uni (cf. figure 9). Les deux versions du cahier ne présentent que les propriétés « pliage » (explicitement) et « calque » (dans l'encart réservé aux parents) de la symétrie axiale. Il reste à la charge de l'élève (ou du parent) de retrouver la propriété des attendus en CM2 (deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée lorsque le segment qui les joint coupe cette droite perpendiculairement en son milieu) à partir des exemples de construction. Dans le cahier adapté, celles-ci ne sont d'ailleurs proposées que sur quadrillage. Nous pouvons supposer que les constructions à la règle et à l'équerre qui nécessitent la manipulation de deux instruments ont été volontairement laissées de côté.

D'un point de vue du soutien à l'apprentissage, les exemples détaillés en plusieurs étapes du cahier adapté semblent intéressants pour guider l'élève dans la mise en œuvre de techniques mais, pour la symétrie axiale, ne sont présentées que des praxéologies faibles au sens de Wozniak (2012), sans discours technologique associé. Enfin, les exercices « fais le bilan » semblent aussi pertinents pour aider l'élève à s'évaluer mais ne sont pas forcément en lien avec l'objectif de la leçon (cf. figure 10, leçon « tracer une figure par symétrie »).

V - CONCLUSION

L'atelier mené lors de cette édition du colloque COPIRELEM consistait à analyser des manuels scolaires dits « adaptés ». La discussion avec les participant·es nous a d'ailleurs permis d'approfondir nos réflexions et analyses, et en a fait émerger de nouvelles puisque nous nous sommes notamment interrogé·es sur la définition d'un manuel scolaire. En effet, nous avions présenté les manuels scolaires de CE1 et les cahiers de CM1 et CM2 au même plan. Cette question, ainsi que les raisons qui nous ont poussé·es à faire ce choix ont été éclaircies dans la partie IV.2 de cet article.

Le manuel et le cahier étudiés lors de cet atelier visent un public large allant des élèves « dys » aux élèves à besoins éducatifs particuliers. Ainsi, le manuel « Vivre les Maths pour les élèves dys CE1 » se présente comme « le seul fichier de maths adapté aux élèves DYS » et le cahier « Pour Comprendre Maths CM1-CM2 spécial dys » affirme proposer « une pédagogie spécialement adaptée ». Dans la pratique, les élèves dys et à BEP ont des difficultés et des besoins très variés et ces deux manuels restent concentrés sur des aménagements de forme : police d'écriture, surlignage des éléments importants, pages plus aérées. Le manuel « Vivre les Maths pour les élèves dys CE1 » semble d'ailleurs plus intéressant à ce niveau puisqu'il propose également des feuilles détachables et moins chargées contrairement au cahier « Pour Comprendre Maths CM1-CM2 spécial dys ». Concernant le fond, nous avons vu que quelques consignes d'exercices du manuel de CE1 adapté étaient modifiées par rapport à leur version classique. De façon encore plus importante, le contenu de la version adaptée du cahier de CM1-CM2 est parfois assez différent de celui de la version classique. Dans les deux cas, les participant·es à l'atelier et nous sommes d'accord sur le fait que ces modifications ne semblent pas toujours aller dans le sens d'une adaptation des contenus aux publics visés.

Le travail proposé lors de l'atelier portait avant tout sur l'utilisation des grilles pour analyser les manuels et cahiers (ce qui est présenté dans cet article) mais d'autres discussions ont tourné autour de la pertinence des trois grilles utilisées pour l'analyse des manuels et cahiers puisque celles-ci venaient d'horizons théoriques différents. En particulier, l'UDL n'est pas conçu comme une grille d'analyse mais comme une liste de critères à respecter au maximum pour concevoir des ressources « universellement adaptées ». Il nous a semblé tout de même intéressant de l'utiliser comme telle, notamment parce qu'elle permet d'expliquer certains choix opérés par les auteur·trices des manuels et cahiers qui peuvent apparaître étranges d'un point de vue didactique. Le guide UDL est également utilisé par Lee et Shin (2023) pour analyser une collection de manuels digitaux à destination des élèves « *with disabilities* » du CE2 à la 6e (grades 3 à 6) en Corée du Sud. Ils constatent que ces manuels fournissent effectivement plusieurs moyens d'action et d'expressions aux élèves (les manuels permettent par exemple aux élèves de naviguer facilement, d'intéragir avec les enseignant·es ou les autres élèves en utilisant l'application associée) ainsi que plusieurs moyens de représentation (possibilité de changer la police, de prendre des notes, de surligner sur le manuel, etc.). En revanche, il y a peu de moyens permettant aux élèves d'auto-réguler leurs apprentissages. Ainsi, il semble que les manuels numériques permettent une plus grande richesse d'accessibilité (interface personnalisable, navigation facilitée, possibilité de marquer des pages, de faire des recherches de texte, modalités de réponses plus variées, etc.) mais comme pour les manuels et cahiers que nous avons analysés, les adaptations concernent presque toujours la forme et très peu le fond. Il semble donc nécessaire de s'emparer de cette question en tant que didacticiens et didacticiennes des mathématiques.

Enfin, nous n'avons pas eu le temps d'aborder cette question lors de l'atelier mais il serait intéressant de se demander comment nous pouvons utiliser à la fois la méthode d'analyse et les résultats de cette recherche préliminaire en formation avec des enseignant·es en poste ou en formation initiale.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Bergeron, L., Rousseau, N., et Leclerc, M. (2011). La pédagogie universelle : au cœur de la planification de l'inclusion scolaire. *Éducation et francophonie, 39*(2), 87-104.

Chesnais, A. (2012). L'enseignement de la symétrie orthogonale en sixième : des contraintes, des ressources et des choix. *Recherches en didactique des mathématiques, 32*(2), 229-278.

CAST (2018). Universal Design for Learning Guidelines version 2.2. Retrieved from http://udlguidelines.cast.org

Guille-Biel Winder, C., et Petitfour, É. (2019). Enseignement-apprentissage des notions de perpendicularité et de parallélisme en CM1 : que proposent les manuels. Dans *Actes du 45e colloque COPIRELEM* (pp. 147-197).

Guille-Biel Winder, C., et Petitfour, É. (2022). Outiller l'analyse de l'enseignement d'un thème géométrique dans un manuel scolaire : une grille et son utilisation. *Grand N, 110*, 19-45.

Gombert, A., Bernat, V., et Vernay, F. (2017). Processus d'adaptation de l'enseignement en contexte inclusif: étude de cas pour un élève avec autisme. *Carrefours de l'éducation, 43*(1), 11-25.

Lee, O., et Shin, M. (2023). Universal design for learning in adapted national-level digital mathematics textbooks for elementary school students with disabilities. *Exceptionality, 31*(1), 36-51.

Millon-Fauré, K., et Gombert, A. (2021). Analyse d'une situation en mathématiques pour une élève dyscalculique. Méthodologie pour la conception d'adaptations pédagogiques et didactiques. *Recherches en Didactique des Mathematiques, 41*(2), 143-176.

Petitfour, E. (2017). Enseignement de la géométrie en fin de cycle 3. Proposition d'un dispositif de travail en dyade. *Petit x, 103*, 5-31.

Rose, D.H., et Meyer, A. (2002). *Teaching every student in the digital age: Universal Design for Learning*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Wozniak, F. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école : une étude de cas. *Éducation et didactique, 6*(2), 65–88.

Références institutionnelles et manuels

Hachette. (2018). *Pour comprendre Maths CM1 et CM2 spécial dys*. Écrit par Laure Brémont, Pierre Brémont et Valérie Viron.

Hachette. (2022a). *Pour comprendre Maths CM1 : cahier d'entraînement*. Écrit par Jean-Paul Blanc, Paul Bramand, Claude Maurin, Natacha Bramand, Éric Lafont, Antoine Vargas et Daniel Peynichou.

Hachette (2022b). *Pour comprendre Maths CM2 : cahier d'entraînement*. Écrit par Jean-Paul Blanc, Paul Bramand, Claude Maurin, Natacha Bramand, Éric Lafont, Antoine Vargas et Daniel Peynichou.

Inspection Générale de l'Éducation Nationale. (1998). *Le manuel scolaire*. Paris : La documentation française.

Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2019a). Mathématiques : attendus de fin de CE1. *Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019, annexe 4*.

Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2019b). Mathématiques : attendus de fin de CM2. *Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019, annexe 10*.

Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2019c). Mathématiques : repères annuels de progression pour le cycle 2. *Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019, annexe 20*.

Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse. (2019d). Mathématiques : repères annuels de progression pour le cycle 3. *Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019, annexe 23*.

Ministère de l'Éducation Nationale, de la Jeunesse et des Sports. (2020). Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2). *Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020, annexe 1*.

Nathan. (2019a). *Vivre les maths CE1*. Écrit par L. Corrieu, S. Fayette, J. Jardy, J. Jardy, et L. Rouy.

Nathan. (2019b). Vivre les maths CE1 – guide pédagogique. Écrit par J. Jardy, J. Jardy, S. Fayette et L. Rouy.

Nathan. (2020). *Vivre les maths pour les élèves dys CE1*. Écrit par L. Corrieu, I. Delahaut, S. Fayette, T. Fayette, J. Jardy, J. Jardy, I. Parrain, L. Rouy.

VII - ANNEXE 1 : MANUELS « VIVRE LES MATHS » ET CAHIERS « POUR COMPRENDRE MATHS »

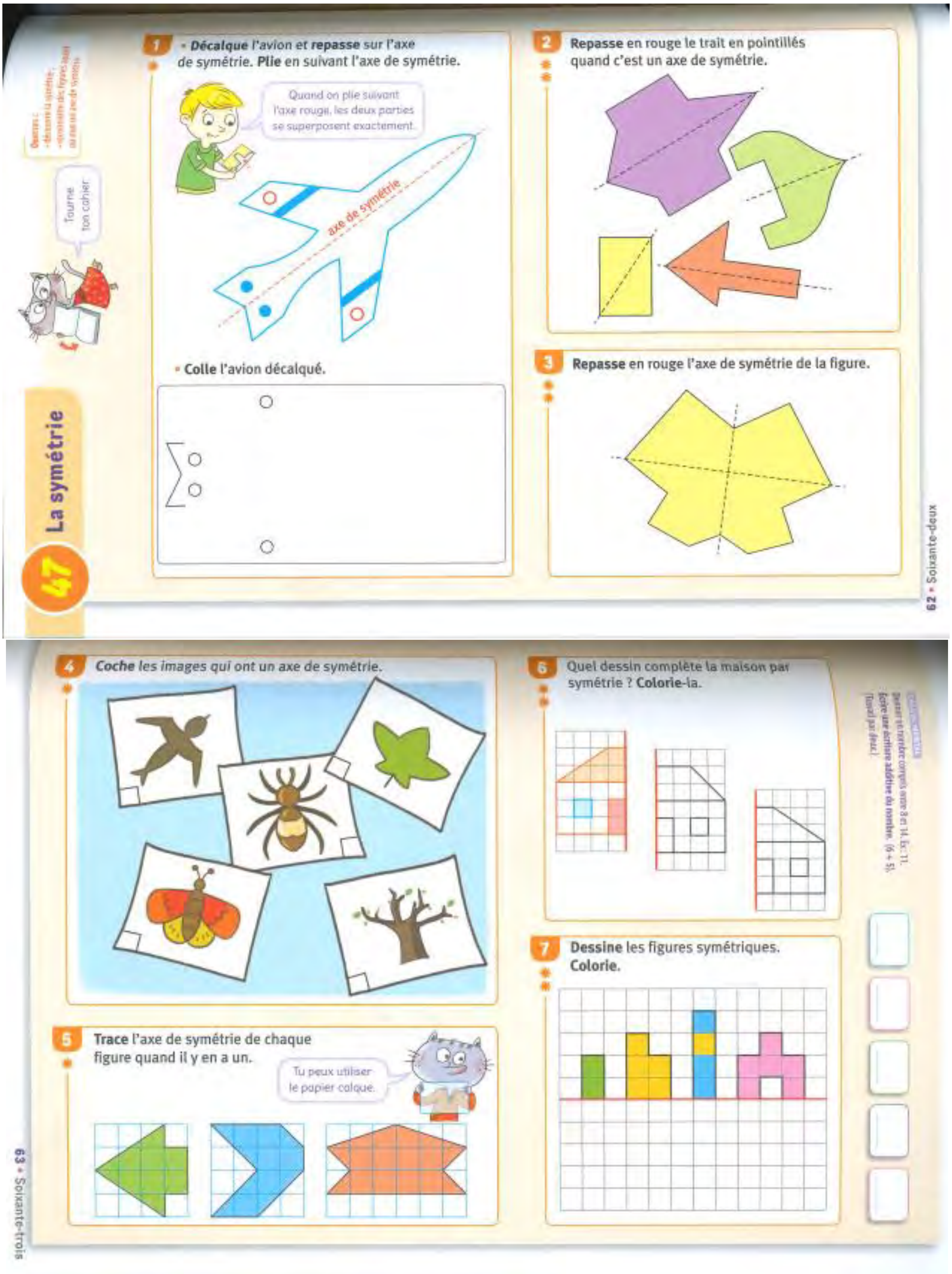


Figure 14. Manuel « Vivre les Maths », version classique pp. 62-63

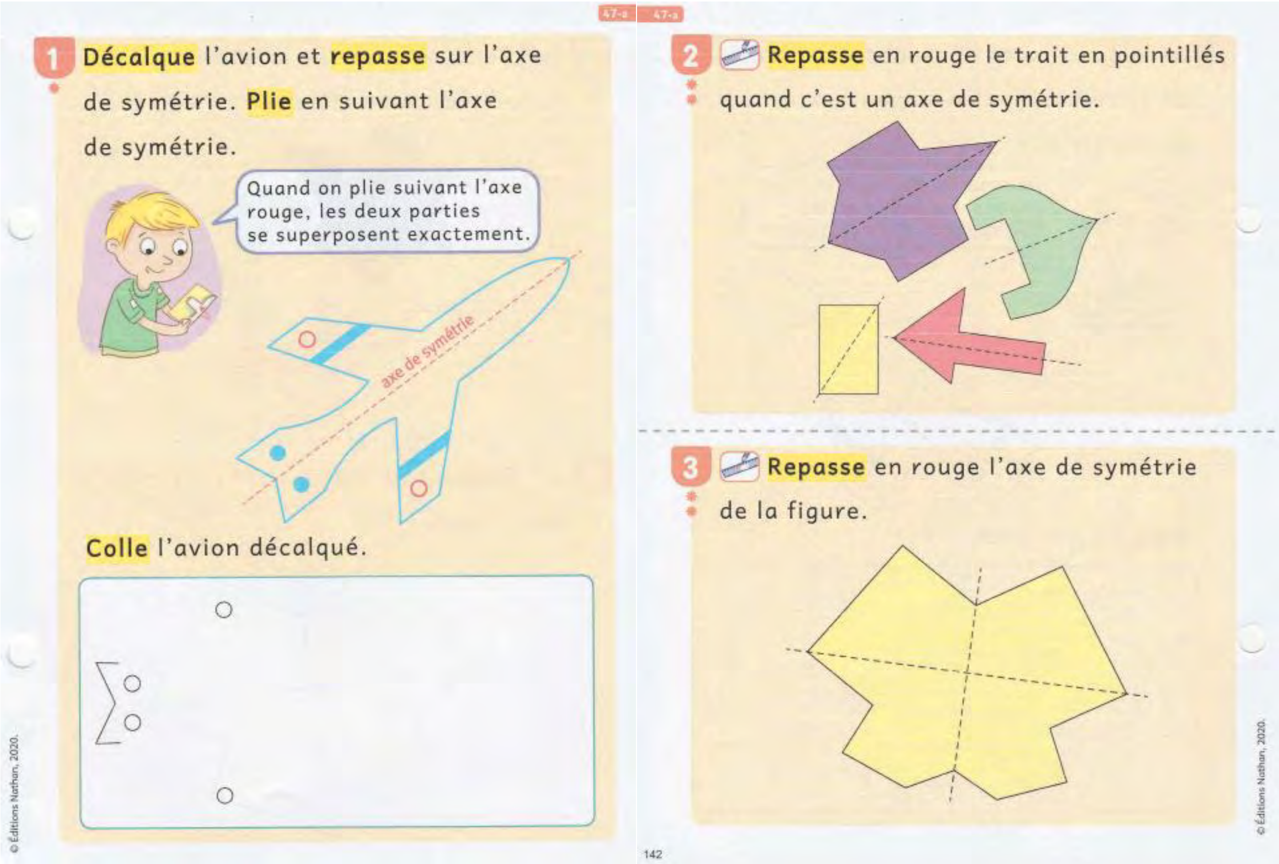


Figure 15. Manuel « Vivre les Maths », version « spéciale dys » pp. 141-142

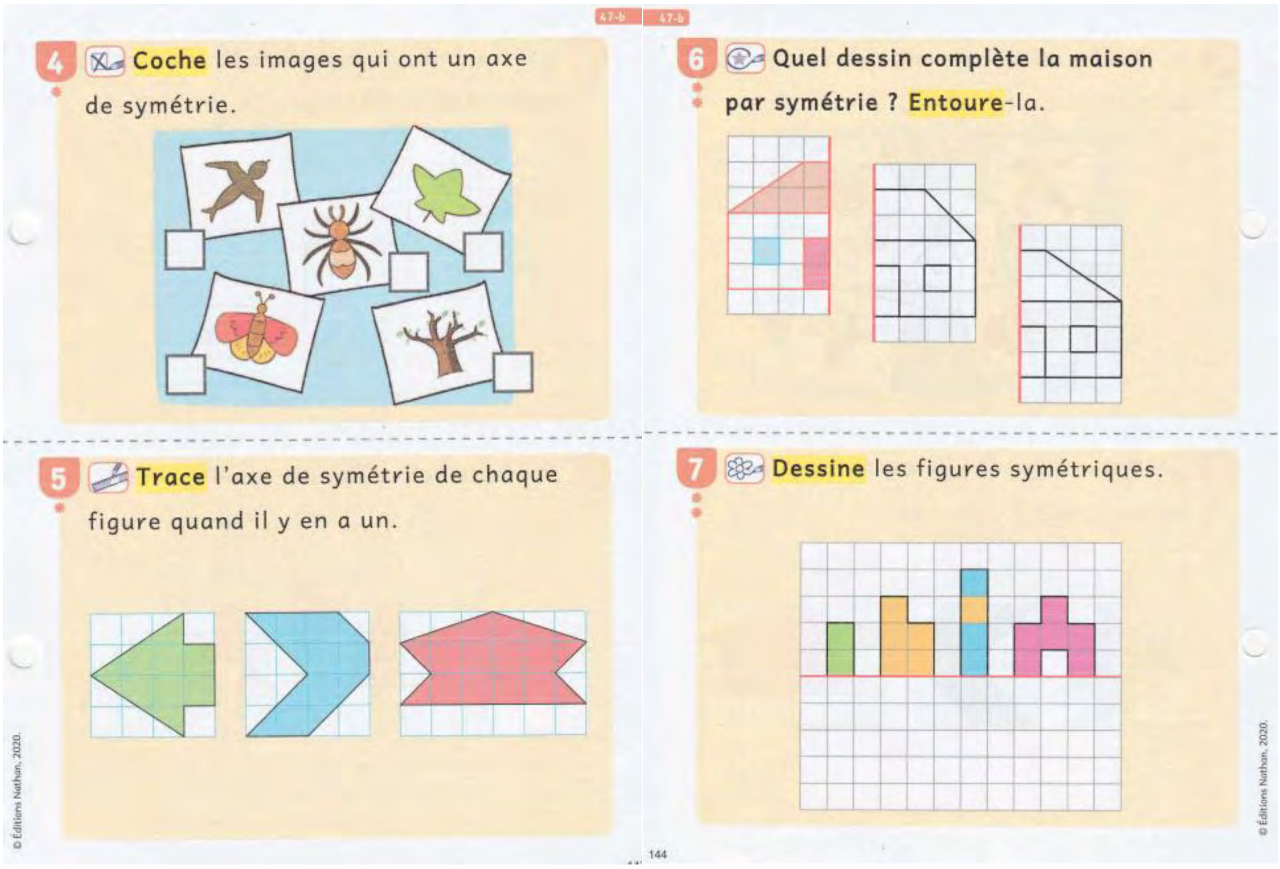


Figure 16. Manuel « Vivre les Maths », version « spéciale dys » pp. 143-144

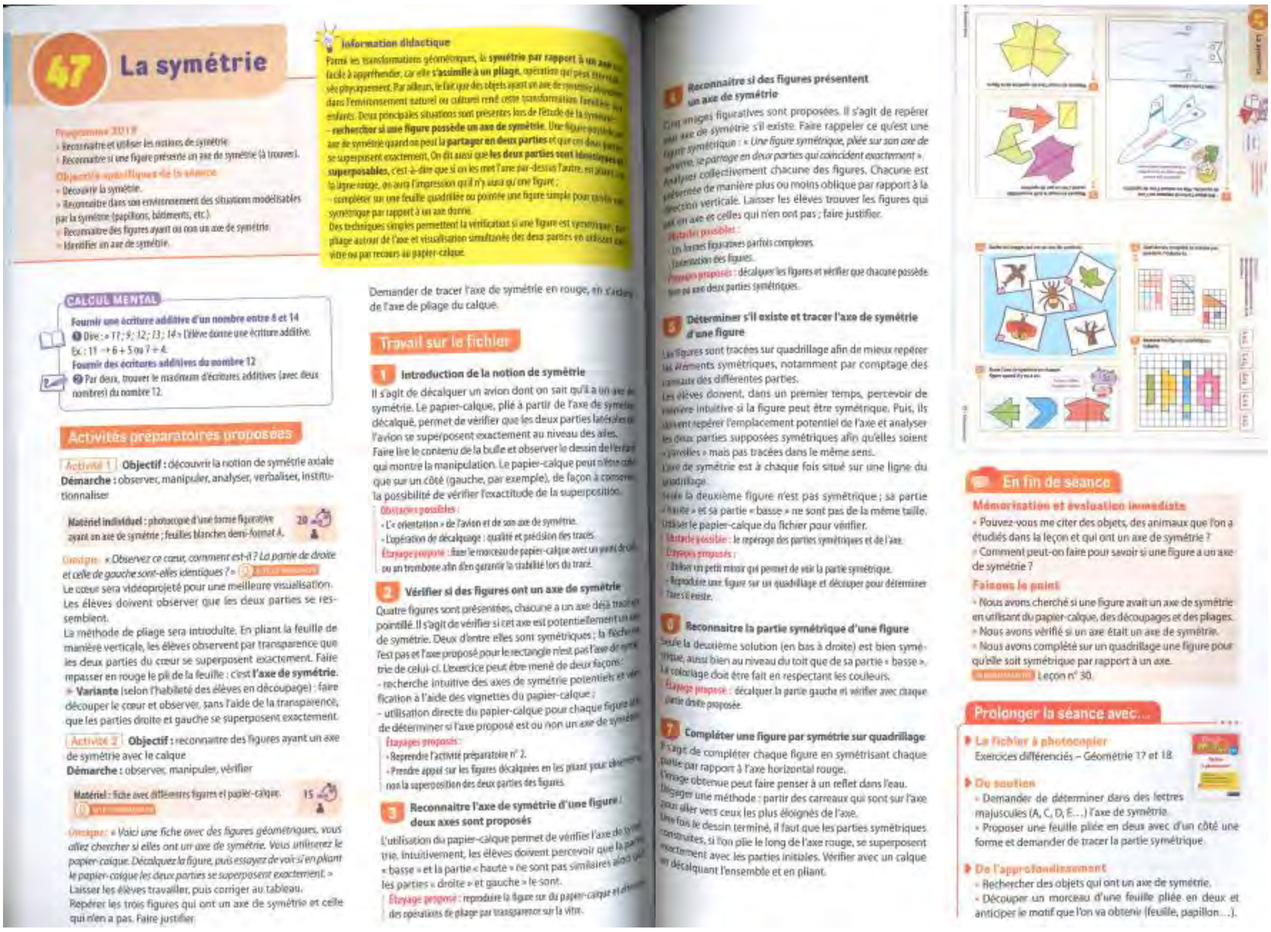


Figure 17. Guide pédagogique lié aux manuels « Vivre les Maths », versions classique et « spéciale dys » pp. 146-147

VIII - ANNEXE 2 : CAHIERS « POUR COMPRENDRE MATHS »

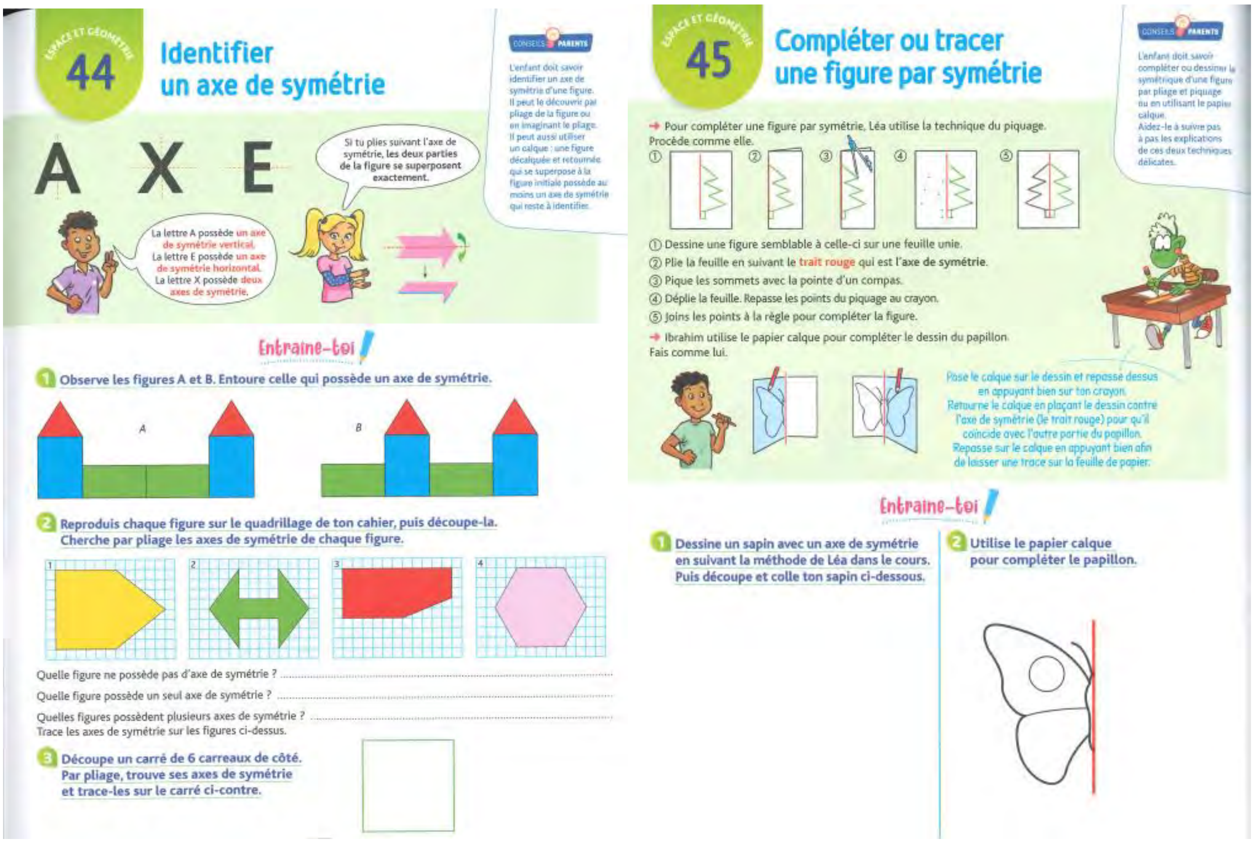


Figure 18. Cahier « Pour Comprendre Maths CM1 », pp. 47-48

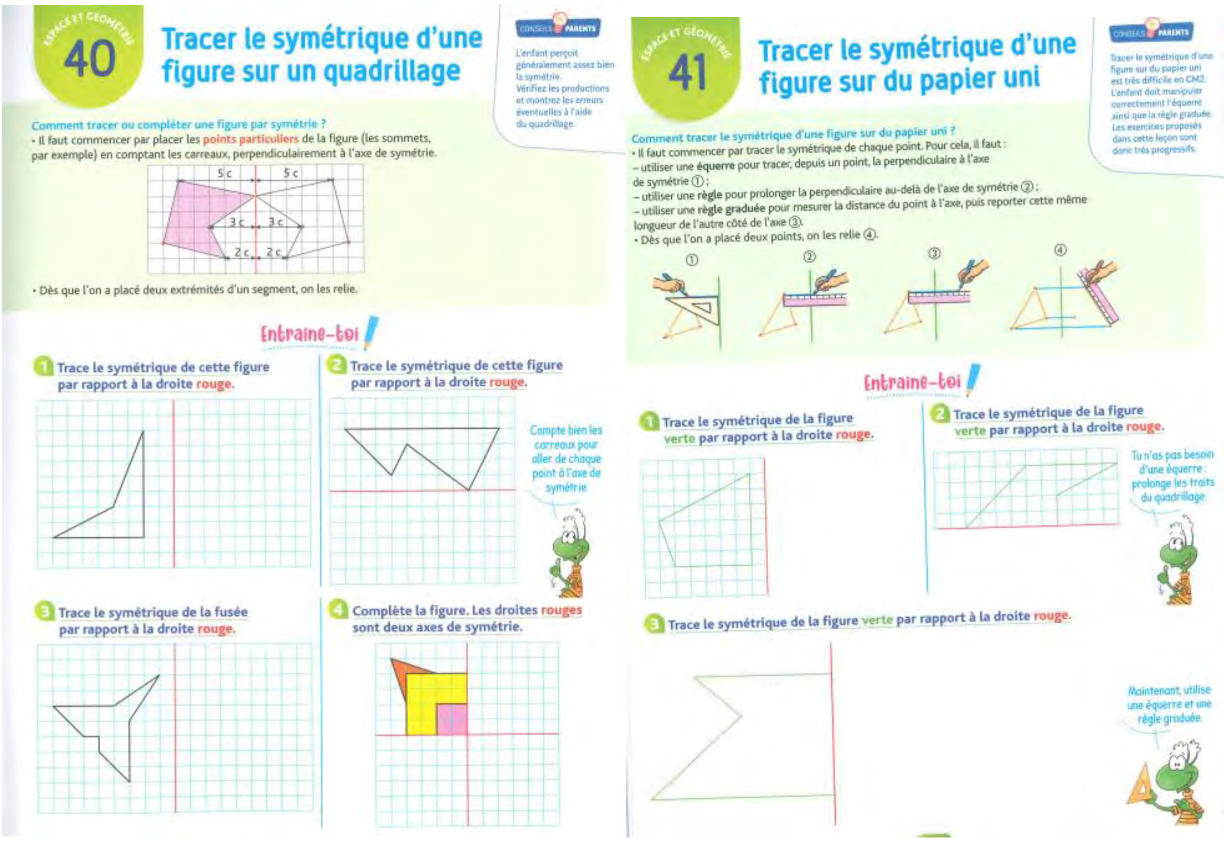


Figure 19. Cahier « Pour Comprendre Maths CM2 », pp. 43-44

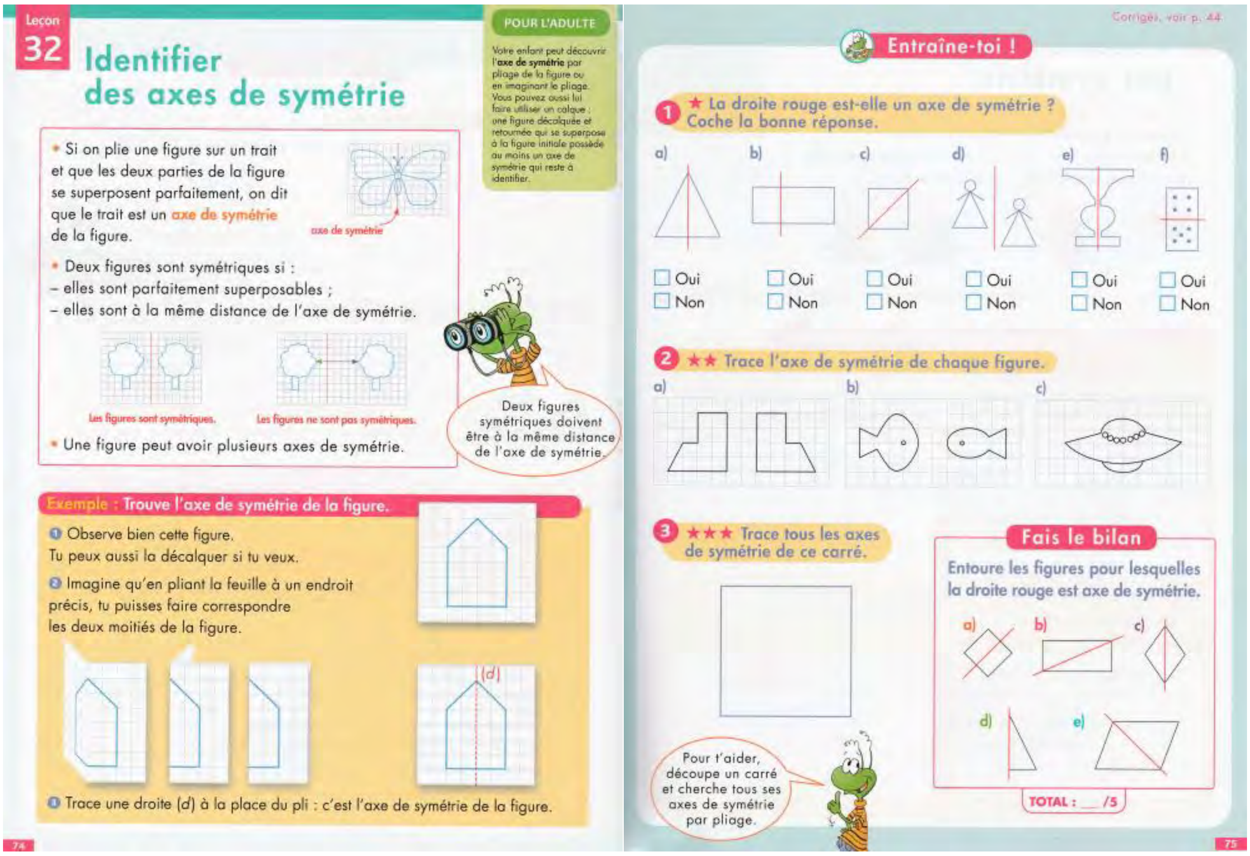


Figure 20. Cahier « Pour Comprendre Maths spécial dys CM1-CM22 », pp. 74-75

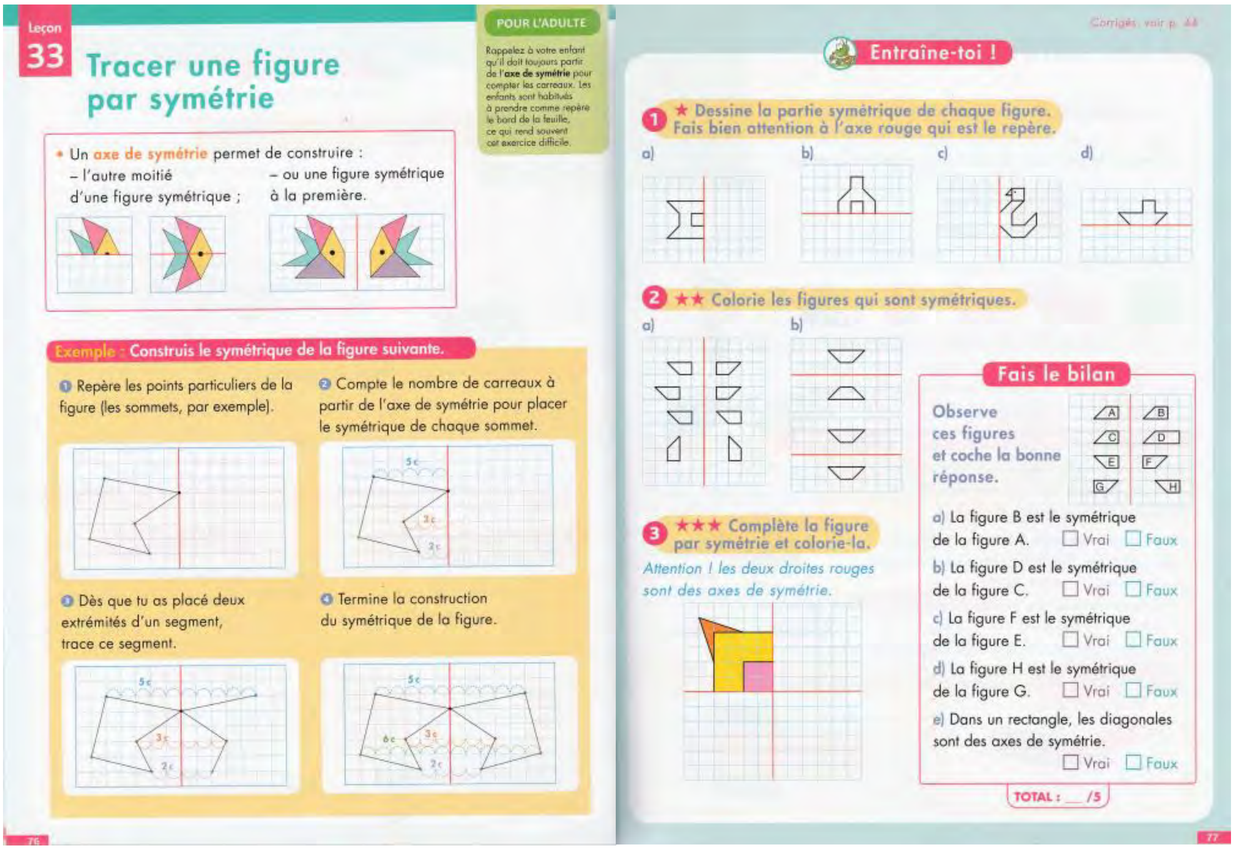


Figure 21. Cahier « Pour Comprendre Maths spécial dys CM1-CM22 », pp. 76-77

IX - ANNEXE 3 : GRILLES D'ANALYSE

1 Niveaux d'adaptation (Gombert, Bernat & Vernay, 2017)

Niveau 1 : les adaptations d'accommodements permettent d'éviter certains obstacles, sans modifier l'objectif d'apprentissage ni la difficulté de la tâche par rapport aux autres élèves de la classe.

Exemples : modification de la police d'écriture, lecture de la consigne à voix haute…

Niveau 2 : les ajustements conduisent à alléger sensiblement le niveau de difficulté des tâches, sans modifier les contenus de savoirs.

Exemple : réduction du nombre d'exercices.

Niveau 3 : les adaptations parallèles conduisent à faire travailler l'élève sur la même situation d'apprentissage que ses camarades, mais avec des objectifs d'apprentissages et/ou des compétences à mobiliser partiellement modifiés.

Exemple : si la tâche est de calculer le résultat d'une soustraction mentalement, proposer aux élèves en difficulté de la poser.

Niveau 4 : les adaptations coïncidentes portent autant sur le contenu que sur le niveau de difficultés des tâches : l'élève effectuera tout autre chose que ses pairs.

Exemple : dans la même situation, l'élève en difficulté doit effectuer une addition.

2 Cadre d'analyse basé sur celui de l'action instrumentée (Guille-Biel & Petitfour, 2018)

Quatre étapes d'analyse :

- identification des objets choisis pour étudier les concepts ;
- identification des types de connaissances mobilisés par le manuel (Petitfour, 2017) ;
- explicitation de la signification de la notion en jeu dans le guide pédagogique, les leçons/points explicatifs du manuel et les exercices ;
- analyse des éléments de langage mobilisés par le manuel.

1. Identification des objets choisis pour étudier les concepts.

Objets culturels : objets porteurs de relations spatiales, comme la représentation des rues d'une ville sur un plan ou la représentation de lignes sur des tableaux d'artistes-peintres, ou encore comme sur les instruments de géométrie.

Objets quotidiens : objets issus de l'environnement quotidien, sous forme de dessins (objets connus des élèves) ou sous forme concrète (c'est le cas en particulier lorsque les élèves sont invités à identifier les relations géométriques autour d'eux dans la salle de classe).

Objets graphiques : objets modélisant des objets de l'environnement ou représentant des objets géométriques. Ces objets graphiques sont étudiés sur différents supports : unis, quadrillés ou pointés (à mailles carrées).

2. Identification des types de connaissances mobilisés par le manuel.

Connaissances géométriques : connaissances relatives à la définition des objets géométriques (point, droite, angle, etc.), aux relations qui peuvent exister entre eux (perpendicularité, parallélisme, etc.), ainsi qu'aux propriétés géométriques (nature d'un angle, etc.).

Connaissances graphiques : connaissances relatives aux informations graphiques pertinentes à prélever visuellement sur les dessins – représentations par des tracés, codages – et à leur interprétation géométrique. Elles concernent également les notations et les symboles.

Connaissances spatiales : connaissances en lien avec l'expérience qu'a le sujet de l'environnement réel. Elles sont en lien avec la capacité à sélectionner et à interpréter des informations spatiales telles des orientations d'objets (avec une reconnaissance privilégiée de la verticalité et de l'horizontalité) ou des positions relatives d'objets. Elles sont également relatives à la capacité à appréhender et anticiper des transformations (plier, agrandir, dilater, ...) ou des déplacements (glisser, tourner, retourner).

Connaissances techniques : connaissances relatives à la fonction des objets techniques et à leurs schèmes d’utilisation (Rabardel, 1995). Par exemple, une fonction de l’équerre est de vérifier si un angle est droit. Pour ce faire, on place l’équerre sur l’angle à vérifier en ajustant un côté et le sommet de l’angle droit de l’équerre avec un côté et le sommet de l’angle à vérifier, puis on regarde si l’autre côté de l’angle à vérifier coïncide ou non avec l’autre côté de l’angle droit de l’équerre.

Connaissances pratiques : connaissances relatives d'une part à la manipulation concrète des objets techniques matériels, en lien avec les compétences manipulatoires construites par le sujet (capacité de coordination des mouvements et ajustements posturaux réalisés avec l'objet technique, capacité à manipuler l'objet technique avec précision et de manière efficace sur le plan matériel et corporel).

3. Explicitation de la signification de la notion en jeu.

Une figure décalquée puis retournée qui coïncide avec la figure initiale est symétrique.

Une figure symétrique pliée sur son axe de symétrie se partage en deux parties qui coïncident exactement.

Deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée lorsque le segment qui les joint coupe cette droite perpendiculairement en son milieu.

Deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée lorsque cette droite est la médiatrice du segment qui les joint (en 6e).

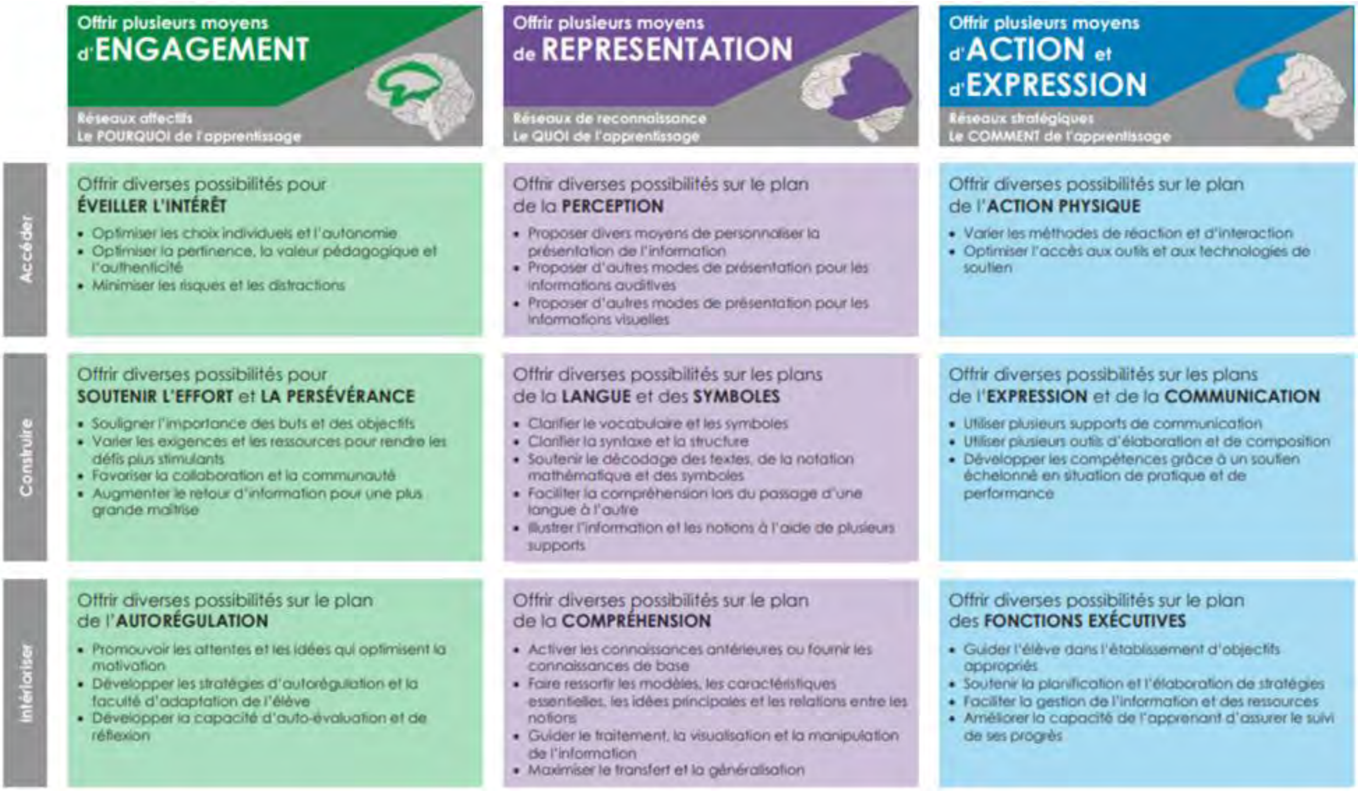
4. Analyse des éléments de langage mobilisés par le manuel.

Langage : courant ou géométrique.

Formulation des énoncés plus ou moins rigoureuses.

Vocabulaire.

3 Universal Design for Learning (CAST, 2018)



I - Offrir plusieurs moyens d'engagement

Offrir diverses possibilités pour éveiller l'intérêt

- Optimiser les choix individuels et l'autonomie : *donner la possibilité de choisir ses tâches…*
- Optimiser la pertinence, la valeur pédagogique et l'authenticité : *tâches modifiées et adaptées…*
- Minimiser les risques et les distractions : *conserver une même présentation, présenter les exercices complexes en plus petits morceaux…*

Offrir diverses possibilités pour soutenir l'effort et la persévérance

- Souligner l'importance des buts et des objectifs : *objectifs d'apprentissage pour chaque "unité" visibles…*
- Varier les exigences et les ressources pour rendre les défis plus stimulants
- Favoriser la collaboration et la communauté
- Augmenter le retour de l'information pour une plus grande maîtrise rétroactions spécifiques et pertinentes

Offrir diverses possibilités sur le plan de l'autorégulation

- Promouvoir les attentes et les idées qui optimisent la motivation : *proposer des tâches "auto-réflexives"...*
- Développer les stratégies d'autorégulation et la faculté d'adaptation de l'élève : *listes à cocher au fur et à mesure de l'avancée…*
- Développer la capacité d'auto-évaluation et de réflexion

II - Offrir plusieurs moyens de représentation

Offrir diverses possibilités sur le plan de la perception

- Proposer divers moyens de personnaliser la présentation de l'information : *la taille du texte peut être ajustée…*
- Proposer d'autres modes de présentation pour les informations auditives
- Proposer d'autres modes de présentation pour les informations visuelles

Offrir diverses possibilités sur les plans de la langue et des symboles

- Clarifier le vocabulaire et les symboles
- Clarifier la syntaxe et la structure : *visualiser les relations entre les concepts mathématiques…*
- Soutenir le décodage des textes, de la notation mathématique et des symboles : *plusieurs représentations des notations mathématiques…*
- Faciliter la compréhension lors du passage d'une langue à l'autre
- Illustrer l'information et les notions à l'aide de plusieurs supports

Offrir diverses possibilités sur le plan de la compréhension

- Activer les connaissances antérieures ou fournir les connaissances de base
- Faire ressortir les modèles, les caractéristiques essentielles, les idées principales et les relations entre les notions
- Guider le traitement, la visualisation et la manipulation de l'information : *présenter les informations étape par étape…*
- Maximiser le transfert et la généralisation : *proposer des problèmes concrets…*

III - Offrir plusieurs moyens d'action et d'expression

Offrir diverses possibilités sur le plan de l'action physique

- Varier les méthodes de réaction et d'interaction : *donner la possibilité de contrôler la vitesse de lecture…*
- Optimiser l'accès aux outils et aux technologies de soutien : *raccourcis claviers…*

Offrir diverses possibilités sur les plans de l'expression et de la communication

- Utiliser plusieurs supports de communication
- Utiliser plusieurs outils d'élaboration et de composition : *manipulations…*
- Développer les compétences grâce à un soutien échelonné en situation de pratique et de performance

Offrir diverses possibilités sur le plan des fonctions exécutives

- Guider l'élève dans l'établissement d'objectifs appropriés
- Soutenir la planification et l'élaboration de stratégies : *donner des moyens de prévenir les erreurs mathématiques récurrentes…*
- Faciliter la gestion de l'information et des ressources : *donner une représentation visuelle de l'organisation des concepts mathématiques clefs…*
- Améliorer la capacité de l'apprenant d'assurer le suivi de ses progrès : *développer l'auto-évaluation…*

DISPOSITIF DE FORMATION UTILISANT LE JEU DE GO POUR ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES AUX CYCLES 1 ET 2

Antoine FENECH
Professeur au Collège international de Strasbourg
antoine.fenech@gmail.com

Albert FENECH
Président du club de Go de Strasbourg
fenech@wanadoo.fr

Richard CABASSUT
IREM de Strasbourg
richard.cabassut@gmail.com

Résumé
Le rapport Villani-Torissian (2018) souligne l'importance du jeu pour contribuer à la formation mathématique des élèves. Le jeu de go présente des atouts pour favoriser l'inclusion en particulier des élèves allophones, en leur donnant la possibilité de s'exprimer dans un domaine qui n'est pas impacté par leurs difficultés langagières. A travers quelques séances de formation, l'atelier se propose de montrer et de discuter des possibilités qu'offre le go dans le cadre des apprentissages mathématiques (Fenech et Cabassut 2022) en se concentrant sur les cycles 1 et 2.

I - CADRE THÉORIQUE DE LA DOUBLE TRANSPOSITION

La double transposition étudie les configurations d'enseignement où deux types de savoirs sont enseignés, par exemple arguments mathématiques et arguments extra-mathématiques dans l'enseignement de la preuve (Cabassut, 2009a), connaissances mathématiques et connaissances du monde réel dans l'enseignement de la modélisation (Cabassut, 2009b).

Ici deux institutions produisent des savoirs.

Le *Club de Jeu de Go* de Strasbourg (Strasgo, 2019) est une institution qui produit la connaissance des règles de Jeu de Go et des techniques de jeu. Cette institution a développé des règles adaptées à l'apprentissage du Jeu de Go, notamment dès l'école primaire. Le jeu de Go est un jeu de stratégie pour deux joueurs, l'un ayant les pierres[1] noires et l'autre les blanches, qui seront déposées sur un plateau. Le plateau, appelé Goban, est constitué d'un quadrillage carré et sa taille pourra être choisie en fonction de la durée de la partie et de la complexité souhaitées pour le jeu. Un joueur à son tour place une pierre sur un point d'intersection vide du quadrillage du Goban. Les pierres ne sont pas déplacées. Ce joueur capture une pierre ou un groupe de pierres de l'autre couleur quand elles sont entourées de ses pierres sur tous les points adjacents orthogonalement. À la fin de la partie, le gagnant est le joueur qui a le plus grand nombre de pierres sur le plateau. Les variantes des règles du jeu suggérées ici sont celles du Club de Go de Strasbourg.

L'école primaire française est une autre institution où le programme de mathématiques est enseigné. Nous étudions la double transposition de la connaissance du jeu de Go et du programme mathématique de l'école primaire française.

---

[1] Dans le jeu on utilise le mot pierre pour désigner un jeton.

II - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

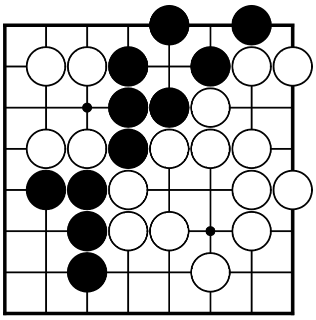
Dans cet échange d'expériences de formation et d'enseignement accumulées dans le groupe Jeu de Go de l'IREM de Strasbourg (Fenech et Cabassut, 2020) nous décrivons de manière chronologique le déroulement de l'atelier.

1 Découverte du jeu de Go

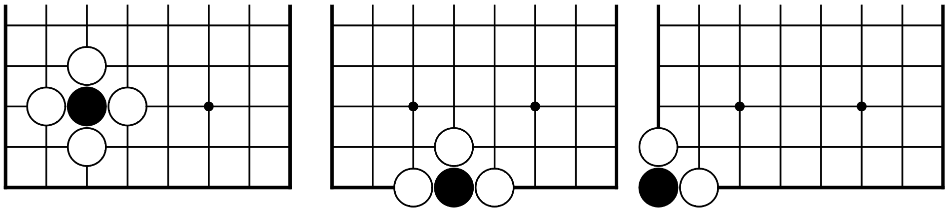
Dans la première partie, les participants découvrent progressivement et en jouant une règle adaptée mise au point pour l'exploitation mathématique du jeu de go jusqu'au CE1. La progression envisagée est constituée d'une suite de séquences de 5 à 10 minutes.

1.1 Introduction de la « règle des petits »

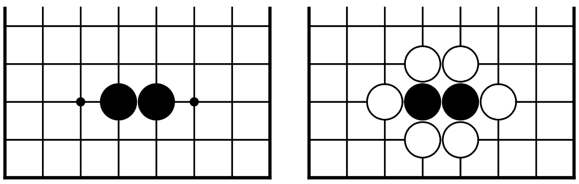
Cette règle est adaptée aux niveaux maternelle, CP et CE1. On utilise des plateaux réduits 8 x 8. Le but du jeu est d'avoir le plus de pierres de sa couleur sur le plateau à la fin de la partie. Pour déterminer le vainqueur, chaque partie se termine par un exercice de comparaison de deux collections, les pierres noires et les blanches. Le vainqueur est le joueur qui a le plus de pierres sur le plateau.



Position en fin de partie (règle des petits)



Exemples d'encerclement d'une pierre (au centre, sur le bord, dans un coin)



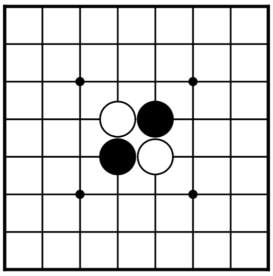
Exemple d'encerclement d'une chaîne de 2 pierres.

Une chaîne encerclée est retirée du plateau.

Temps de jeu 1

La partie 1 se déroule au tableau où un plateau de jeu (Goban) est représenté sur une fiche A3. Les pierres sont des jetons magnétiques que l'on peut placer sur les intersections de la grille. Les participants sont répartis en 2 équipes. La partie s'arrête lorsque chaque participant a joué un coup. La grille du Goban est vide au départ pour cette première partie uniquement.

Les participants en fin de jeu demandent s'il est possible d'avoir une partie sans captures. C'est en effet possible et cela justifie la position de départ imposée pour les parties suivantes avec 4 pierres en croix. Les parties sont jouées au tableau tant que les élèves ne visualisent pas les chaînes et les encerclements.

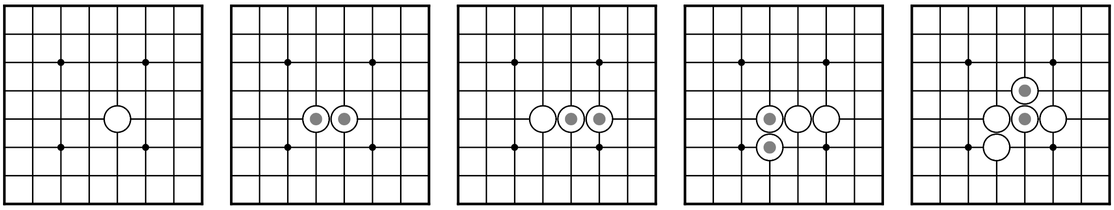


Position de départ pour une partie jouée en « règle des petits » uniquement

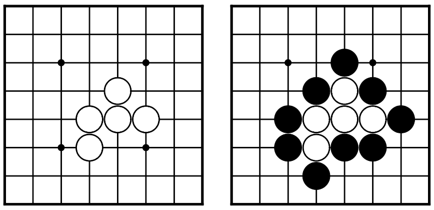
1.2 Notion de chaîne

On introduit la notion de deux pierres « qui se touchent ».

Création d'abord au tableau puis sur les grilles mises à disposition d'une chaîne de 5 pierres en respectant la consigne : on pose une première pierre. La suivante doit toucher la première. La 3e doit toucher une des deux premières…



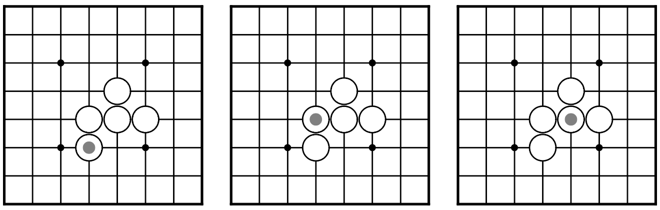
On obtient une chaîne de 5 pierres. Ces 5 pierres ne peuvent qu'être capturées ensemble.

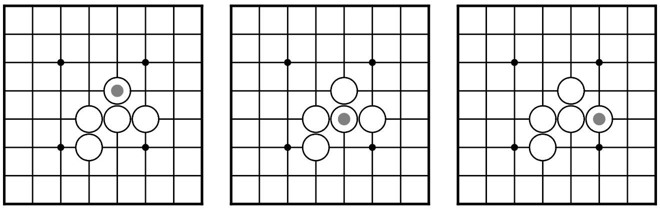


La chaîne obtenue et son encerclement

On introduit la notion de déplacement par petits pas sur le plateau de jeu. On passe d'une intersection à une intersection adjacente. Attention, ce ne sont pas les pierres qui sont déplacées, c'est par exemple le doigt qui désigne une pierre (et plus tard un déplacement visuel d'une pierre vers sa voisine).

Le déplacement par petits pas passe uniquement par les 5 pierres posées pour justifier qu'elles font partie de la même chaîne.

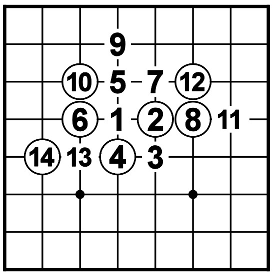




Temps de jeu 2

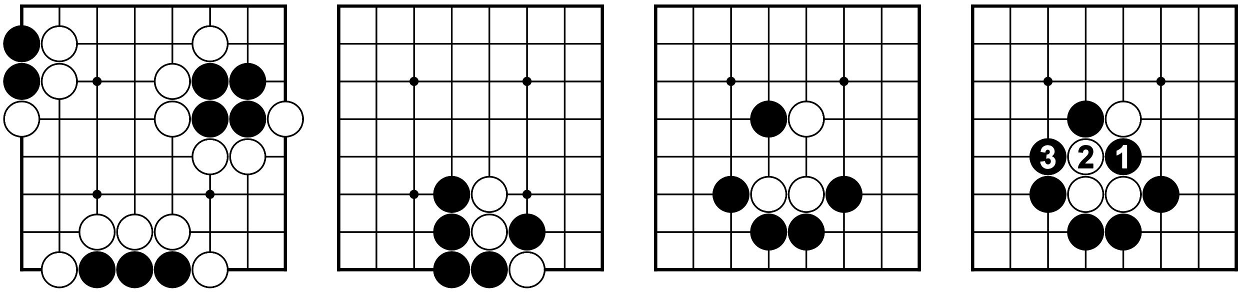
La partie 2 se déroule au tableau avec 4 pierres en croix, comme indiqué précédemment, et un coup par participant.

On apprend à noter les premiers coups de la partie jouée au tableau en utilisant une deuxième grille. Les nombres entourés désignent les pierres d'une même couleur, ici le blanc.



Partie jouée et notée au tableau au cours du temps de jeu 2

1.3 Exercices ne nécessitant pas la connaissance de la notion de coup interdit



Pour les 3 premières figures ci-dessus on pose respectivement les questions suivantes :

1) Quelle est la chaîne capturée ?

2) Noir joue et capture une pierre blanche.

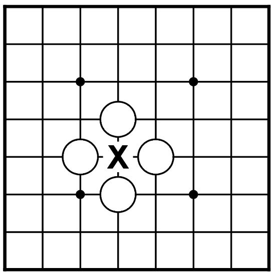
3) Noir joue et capture une chaîne blanche en 2 coups.

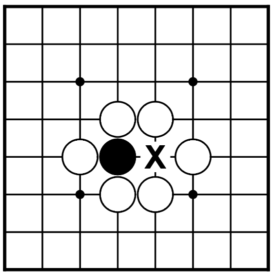
La 4e figure indique la solution du 3e exercice. Noir 1 est le seul coup possible. Si Blanc répond par ce coup 2, Noir 3 capture 3 pierres. Si Blanc ne joue pas ce coup 2, Noir 3 en 2 capture 2 pierres.

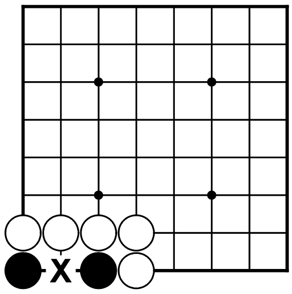
Temps de jeu 3

La partie se déroule pour la première fois sur table et se termine après 3 minutes de jeu. Le joueur qui a alors le plus grand nombre de pierres sur le Goban est le gagnant.

1.4 Notion de coup interdit





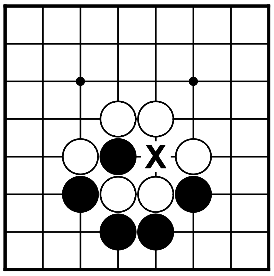


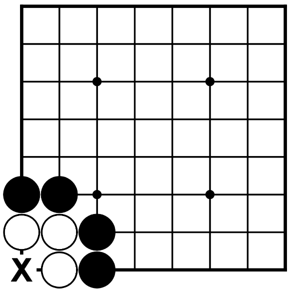
Les règles sont introduites progressivement. On découvre en jouant des positions particulières qui nécessitent des compléments. Au go, certains coups sont interdits. Noir n'a par exemple pas le droit de jouer en X des diagrammes ci-dessus. La pierre posée n'aurait pas de « liberté ». Dans le langage des joueurs aguerris on utilise l'expression « le suicide est interdit ». Jusqu'au CE1, on pourra choisir l'expression : « on n'a pas le droit de se faire bobo tout seul ».

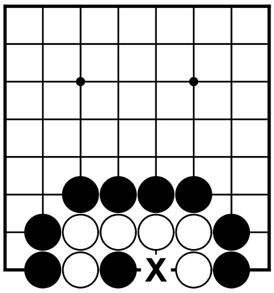
Temps de jeu 4

La partie se déroule sur table et s'arrête lorsque l'un des joueurs a capturé 5 pierres.

1.5 Exception à la règle des coups interdits







Noir a le droit de jouer en X car il capture une chaîne blanche.

Temps de jeu 5 :

Chaque joueur place 20 pierres dans son bol. Les pierres capturées sont rendues à l'adversaire. La partie s'arrête lorsqu'un bol est vide. Le vainqueur est le joueur qui réussit à poser ses 20 pierres sur le plateau.

1.6 Introduction de la « règle des grands »

Présentation de la règle des grands sur le site http://gostrasbourg.fr.

La « règle strasbourgeoise » est devenue « règle des grands » pour le projet Maths et go.

La première partie s'est terminée par une présentation rapide de la « règle des grands », règle adaptée qui peut être introduite à partir du CE2.

Lorsque le plateau est recouvert presqu'entièrement de pierres, on voit apparaître la notion de « groupe qui semble imprenable ». Mais la règle des petits peut forcer un joueur à jouer un mauvais coup qui provoque la capture d'un tel groupe. Il est alors naturel de faire évoluer les règles en introduisant le droit de passer qui rend certains groupes vraiment imprenables. La partie se termine alors lorsque les deux joueurs passent consécutivement.

Jusqu'au CE1, il est conseillé de se limiter en classe à la « règle des petits ».

La présentation détaillée de cette règle se trouve sur les sites du projet Maths et Go :

- le site du groupe IREM : http://maths-et-go.fr

- la plateforme de jeu : https://mathsetgo.jeudego.org/node/
- le mode d'emploi de la plateforme sur le site du groupe IREM

En page 1 du mode d'emploi on trouve des liens vers des vidéos Youtube présentant la règle des petits et vers des fiches d'exercices corrigés.

Dans les vidéos YouTube, les présentations utilisent un Goban 9x9.

On privilégie depuis pour la règle des petits le Goban 8x8, parce que ce format est suffisant et permet de placer les 4 premiers coups imposés sur les intersections centrales.

2 La diversité à l'école

Une vidéo présente l'entretien avec deux joueurs de GO utilisant ce jeu auprès d'élèves en difficulté.

L'une est enseignante spécialisée auprès d'élèves en difficulté placés dans une institution en Suisse. Elle travaille, sans discipline scolaire visée, des compétences générales. Le jeu de Go permet ainsi de travailler la lecture, le raisonnement, l'anticipation, le calcul, le comportement. L'autre est professeur de mathématiques en collège international avec des élèves allophones. Le jeu de Go permet de travailler le raisonnement, l'algorithmique, le calcul et en géométrie le repérage. Les deux enseignants précisent qu'une moindre importance est accordée au vocabulaire et à la maîtrise du français, ce qui permet aux élèves en difficulté dans l'expression en langue française, de mieux se révéler et de réussir. Des élèves diagnostiqués déficients peuvent révéler une compétence logique remarquable.

Alors que dans le travail scolaire habituel ils peuvent être en difficulté ou s'ennuyer, l'aspect ludique du jeu de Go permet de les motiver pour différentes activités où ils apprennent sans s'en rendre compte. On observe d'ailleurs que des élèves scolaires qui réussissent dans les activités traditionnelles peuvent être en difficulté alors que les élèves allophones ou catégorisés en difficulté, peuvent réussir et être valorisés par rapport à leurs camarades.

3 Quelques réactions des participants

Les participants à l'atelier, dont certains découvraient le jeu de Go, ont apprécié la démarche progressive d'apprentissage du jeu de Go. Ils ont trouvé intéressant le démarrage avec jeu au tableau et répartition de la classe en deux équipes. Ce dispositif, aussi bien pour l'enseignement que pour la formation d'enseignants, permet une entrée progressive dans le jeu, permettant de surmonter les difficultés. Ils ont apprécié la simplicité des règles adaptées du go par rapport à celles, plus complexes, de jeux comme le bridge ou les échecs.

Dans le paragraphe suivant nous détaillons quelques exemples de ressources que nous n'avons pas eu le temps d'étudier lors du déroulement de l'atelier.

III - QUELQUES EXEMPLES DE RESSOURCES

1 Analyse de ressources

Nous avions prévu d'étudier les activités suivantes avec la grille d'analyse ci-dessous, dans un scénario de formation d'analyse de ressources. Mais le manque de temps n'a pas permis de mettre en œuvre cette phase au cours de l'atelier.

Cette grille de questions étudie des activités et des ressources de formation couvrant un thème des programmes des cycles 1 et 2. On s'intéresse à l'apport au niveau des apprentissages mathématiques et dans le cadre de la prise en compte de la diversité à l'école. Voici les questions :

À partir de quel niveau (PS à CE2) peut-on proposer cette activité ?
Quelle progression et différence voyez-vous entre le cycle 1 et le cycle 2 ?

Voici une activité proposée à des élèves. Analysez-la en répondant aux questions suivantes :

1. Quelle compétence mathématique du programme vise-t-elle ? Citer éventuellement l'extrait du programme concerné.
2. Quelle compétence extra-mathématique développe-telle ? Citer éventuellement l'extrait du programme concerné.
3. Quelle compétence du jeu de go vise-t-elle ?
4. Dans quel mode (rituel, atelier, collectif …) proposeriez-vous cette activité et pourquoi cette modalité ?
5. Quelles procédures les élèves peuvent-ils proposer ?
6. Quelles difficultés repérez-vous et comment les gérer ?
7. Avec des élèves à besoins particuliers comment exploiter l'activité ?
8. Dans une formation type constellation, quelle activité de formation proposer en lien avec cette activité ? Quelle formulation en fonction du niveau ? Comment adapter le discours ?

2 Ressources :

Activité 1. Assimilation des notions de chaîne et d'encerclement d'une chaîne

Activités ritualisées pour faciliter la reconnaissance des chaînes et des encerclements.

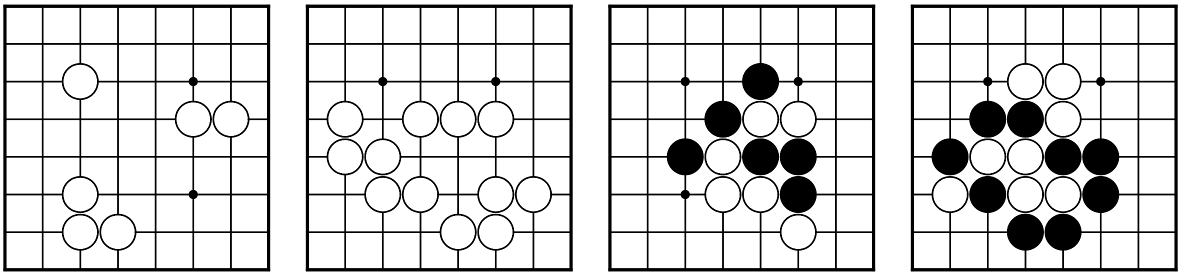
- Coloriage à partir de la notion de pierres « qui se touchent » (posées sur deux intersection adjacentes).

Consignes à respecter :

Utiliser le maximum de couleurs.

Deux pierres qui se touchent doivent être de la même couleur.

On fait alors apparaître des « petites bêtes » (pierres de la même couleur - chaîne). On colorie leurs « pattes » de la même couleur. Une « petite bête qui n'a pas de pattes » est une chaîne capturée.

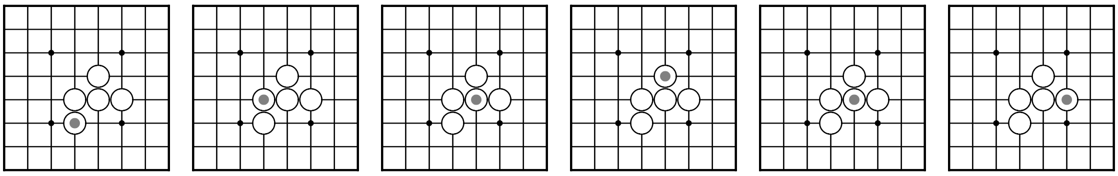


Extrait du livret coloriage (des pierres blanches)

En maternelle, on peut remplacer le coloriage par l'utilisation de jetons de différentes couleurs.

- A partir de la notion de déplacement par petit pas sur le quadrillage.

On justifie que des pierres font partie de la même chaîne en montrant du doigt un déplacement par petits pas passant uniquement par ces pierres (qui sont de la même couleur).



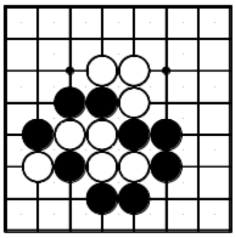
Une activité ritualisée :

Créer une chaîne en posant des pierres « qui se touchent » : on pose une première pierre ; la suivante doit toucher la première ; la 3e doit toucher une des deux premières…

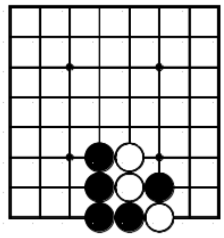
Montrer un déplacement par petits pas passant uniquement par ces pierres pour justifier qu'elles forment une chaîne. Encercler ensuite la chaîne.

- Exercices des 2 types :

Type 1 : Quelle est la chaîne capturée ?
Réponse attendue : la chaîne blanche de 4 pierres dans la moitié inférieure du Goban.



Type 2 : Noir joue et capture une chaîne. Que doit jouer noir ?
Réponse attendue : poser noir sur le 2nd nœud à partir du coin bas droit du Goban.



Activité 2

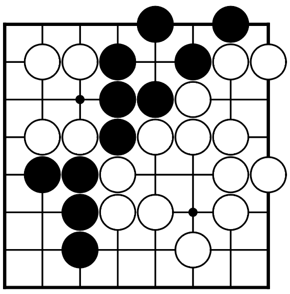
Le vainqueur est le joueur qui a le plus de pierres de sa couleur sur le plateau à la fin de la partie.

Le but du jeu a un lien immédiat avec la notion de comparaison.

Déterminer différentes procédures pour connaître le vainqueur à la fin de la partie.

Chercher à exploiter ces procédures pour travailler la notion de complément, le sens des opérations, la numération décimale …

Exemple de travail sur le sens des opérations à partir de la position suivante :



Combien y a-t-il de pierres noires ? : 11 Combien y a-t-il de pierres blanches ? : 17

Combien y a-t-il de pierres en tout ? On note 11 + 17 le nombre total de pierres.

Quel est l'écart ? Combien Blanc a-t-il de pierres de plus que Noir ?

On note 17 - 11 l'écart entre le nombre de pierres blanches et celui des noires.

On peut déterminer le vainqueur en formant des paquets de 3 pierres.

Blanc a alors 5 paquets de 3 pierres et il lui reste 2 pierres.

On note 5 x 3 le nombre de pierres quand on a 5 paquets de 3 pierres.

Avec 15 pierres, combien peut-on constituer de paquets de 5 pierres ?

On aborde la numération décimale en faisant des regroupements par 10.

Capturer 5 pierres (temps de jeu 4) permet de travailler les compléments à 5.

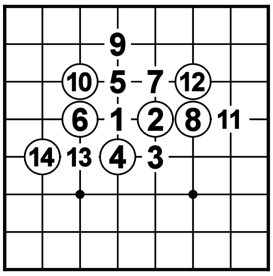
J'ai capturé 3 pierres. Combien me reste-t-il à capturer de pierres pour gagner ?

Vider un bol de 10 ou 20 pierres (temps de jeu 5) permet de travailler les compléments à 10, à 20.

« Il reste 3 pierres dans mon bol, combien ai-je de pierres sur le plateau ? »

La manipulation des pierres dans le prolongement de chaque partie permet de s'approprier des notions et des faits numériques.

Activité 3

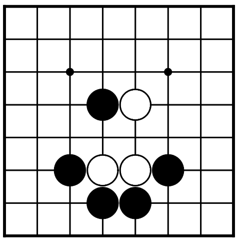


La notation traditionnelle d'une partie au jeu de Go.

Noter une partie. Reproduire une partie notée.

Activité 4 Résolution de problème, raisonnement

- Dénombrer les chaînes de 4 pierres.
- Résoudre des problèmes de capture en 2 coups.

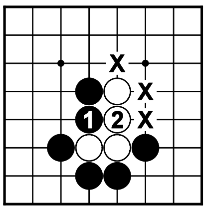


Noir joue et capture une chaîne blanche en 2 coups.

Eléments d'un raisonnement

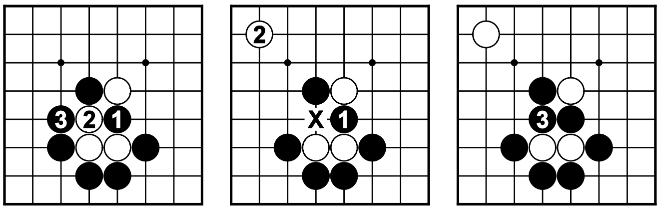
Il y a 2 chaînes blanches, une chaîne d'une pierre et une de 2 pierres.
La pierre a 3 libertés. On ne peut pas la capturer en 2 coups.
La chaîne de 2 pierres a 2 libertés.
Le coup Noir 1 doit enlever une liberté à la chaîne.
On a 2 possibilités pour le coup Noir 1.
On considère les 2 cas.

Cas 1



Blanc répond à l'« atari » Noir 1. Il relie ses pierres. La chaîne blanche obtenue a 3 libertés. Elle ne peut pas être capturée avec le coup Noir 3.

Cas 2



dia.1 dia.2 dia.3

dia.1 Si Blanc « répond à l'atari » Noir1, sa chaîne reste en atari. Elle n'a qu'une liberté et Noir 3 la capture.

dia.2 et 3 Si Blanc joue ailleurs qu'en X après le coup Noir 1, Noir 3 capture 2 pierres.

IV - CONCLUSION

Au cours de cet atelier nous avons présenté plusieurs activités autour du jeu de Go. Ces activités peuvent être utilisées pour l'enseignement en cycle 1 ou 2, ou en formation dans un procédé homologique. Nous avons déjà montré l'apport pour l'enseignement des mathématiques du Jeu de Go (Fenech et Cabassut, 2020, 2022). Nous insistons ici sur le fait que cette introduction du jeu de Go peut s'effectuer dès la maternelle, en motivant notamment des élèves habituellement en difficulté qui peuvent se révéler en réussite avec le jeu de Go.

V - REFERENCES

Cabassut, R. (2009a). The double transposition in proving. Dans Lin Hsieh H., de Villiers, N.T (éds.), *ICMI Study 19 Conference Proceedings.* Taiwan: University Taipei.

Cabassut, R.(2009b). The double transposition in mathematisation at primary school. Dans *Proceedings of 6th Cerme (congress of European society for research in mathematics education).* France : Lyon.

Fenech, A. et Cabassut, R. (2020). Dispositif de formation utilisant le jeu de Go pour enseigner les mathématiques à l'école primaire. *Rmé, 233*, 144-150. https://www.revue-mathematiques.ch/files/5215/9195/4938/RMe-233-Fenech.pdf

Fenech, A. et Cabassut, R. (2022). Go Game as Classroom Practice to Learn Mathematics at French Primary Level. *Journal of Mathematics Education, 15*(2), 21-33. *https://www.educationforatoz.com/images/JME-2022-2-2_Fenech_Cabassut_.pdf*

STRASGO (2019). Un programme offert par le club de Strasbourg pour découvrir le jeu de go. Consulté le 09/09/2023 à http://strasgo.gostrasbourg.fr/index.html

DÉFI CALCUL ANNÉE 2 : ACCOMPAGNER LES FORMATEURS ET LES ENSEIGNANTS POUR ENSEIGNER LE RAISONNEMENT EN CALCUL MENTAL

Agnès BATTON
Formatrice, CY Cergy Paris Université-INSPE de Versailles
LDAR, IREM de Paris
agnes.batton@u-cergy.fr

Myriam BECQUERIAUX
Conseillère Pédagogique Départemental mathématiques, GDMaths 95, DSDEN Val d'Oise
IREM de Paris
myriam.becqueriaux@ac-versailles.fr

Guylaine FREGUIS
Conseillère Pédagogique de Circonscription-RMC, DSDEN Val d'Oise
Guylaine.freguis@ac-versailles.fr

Stéphane BOILLERAULT
Conseiller Pédagogique de Circonscription -RMC, DSDEN Val d'Oise
stephane.boillerault@ac-versailles.fr

Résumé
L'atelier vise à faire émerger certains points clés d'une deuxième année de formation de formateurs sur le calcul mental : « défi calcul » (Batton et al, 2020). Ce dispositif a été développé dans le cadre du groupe IREM-Primaire-collège de Paris Diderot (Chambris, Haspekian, Melon et Pasquet-Fortune, 2018) puis en formation de formateurs sur l'académie de Versailles. Il met les participants en situation de calcul, en réflexion sur les enjeux du calcul mental, en termes de savoirs mathématiques comme en termes de gestes professionnels. Il les amène à analyser des outils pour l'enseignant (exemples d'entrainement, productions d'élèves, traces écrites, programmation …) et pour les formateurs (analyse de ressources pour la formation). Il s'appuie sur des exemples de mises en œuvre du dispositif en formation (de formation de formateurs, d'enseignants, d'accompagnement d'équipe) mais également en classe.

Cet atelier présente des extraits d'une formation de formateurs et de formations continues qui ont été construites, développées au sein du groupe pluri-catégoriel « Calcul mental » de l'IREM de Paris[1] et complétées par des mises en œuvre dans des classes. Ce groupe a pris la suite du groupe Primaire-Collège qui existait sur Paris de 2014 à 2017. Cet atelier a pour objectifs de former les participants aux savoirs mathématiques et aux gestes professionnels sur le calcul mental mais aussi de construire et de partager des ressources sur le dispositif de formation.

Les participants à l'atelier sont placés en situation d'homologie-transposition (au sens d'Houdement et Kuzniak, 1996), jouant différents rôles dans cette formation : apprenant, enseignant, formateur. La transposition à l'échelle de la formation des enseignants est évoquée au cours de l'atelier. Notre objectif est de former à différents niveaux de cette échelle. Il s'agit pour nous d'outiller les formateurs, dans le but d'outiller les enseignants, afin de faire progresser les élèves en les incitant à raisonner en calcul mental. Dans ce dispositif de formation de formateurs-enseignants-élèves, à chaque niveau, il s'agit de mettre les formés en posture de calculateurs, afin d'apprendre des mathématiques (pour tous), de

[1] Lien vers le site de l'IREM : https://irem.u-paris.fr/calcul-mental

prendre conscience de tout ce qui peut être enseigné explicitement (côté enseignants) et d'envisager des contenus de formation (côté formateurs). Ceci représente un véritable défi de formation car il nous semble impossible de former sur ce sujet en une seule année. Nous savons que changer les pratiques s'inscrit dans la durée. Cela nécessite du temps d'appropriation des contenus (des mises en mots au cours des explicitations des procédures, des représentations sur lesquelles appuyer sa pensée, conditions nécessaires pour un transfert tout en étant en contrôle de son action) mais également un accompagnement sur le long terme. Dans ce but, nous avons construit une ingénierie de formation (au sens d'Artigue, 1988) en nous appuyant sur des travaux en sciences de l'éducation et de didactique des mathématiques : Grangeat (1997) et Piot (2005) ont montré l'importance de la métacognition et de la verbalisation pour favoriser les apprentissages des élèves. En psychologie, Richard (2013) montre que les apprenants ne comprennent et n'apprennent que ce que leurs représentations mentales leur permettent de saisir ; c'est pourquoi l'un de nos axes de travail porte sur les représentations. D'après Bautier et Goigoux (2004), il est nécessaire de décontextualiser les savoirs et de faire comprendre la finalité des apprentissages, ce qui développe chez les élèves une « attitude de secondarisation » et permet de les faire progresser. En didactique, les travaux d'Artigue ont été nos premiers appuis. Dans son texte de 2004 sur l'enseignement du calcul, elle y décrit la double valence pragmatique du calcul (développe des techniques efficaces) et épistémique (il est source de connaissances) du calcul mental[2]. Elle identifie trois conditions essentielles à l'intelligence du calcul : la connaissance de répertoires, l'adaptabilité et la flexibilité, la compréhension des transitions entre générique et spécifique[3].

Cet atelier est organisé en quatre parties. Dans une première partie, il s'agit de vivre une modalité d'entrainement au défi, similaire à celle que peuvent vivre les enseignants formés, et à ce que peuvent vivre les élèves. Cela nous permet de reconvoquer les modalités particulières liées au dispositif défi-calcul, une partie des savoirs mathématiques en jeu et, du côté des gestes professionnels, la différenciation lors d'un entrainement du style « défi », ainsi que le travail de recueil de procédures. Dans une deuxième partie, nous reprenons un des calculs vu précédemment pour développer le geste de l'organisation et de la comparaison des procédures, à partir de traces issues de classes de CE2. Dans une troisième partie nous présentons un défi final et montrons comment il a été conçu, comment il devient un objet pédagogique, mais aussi un objet de formation, s'appuyant sur une catégorisation des « familles » de calculs. Une dernière partie présente des éléments plus récents de notre réflexion en cours sur l'enseignement de propriétés et de techniques et donne lieu à une analyse du réel à partir de vidéos prises dans deux classes. En général, les formés ont déjà suivi les éléments de la « formation au défi » année 1[4] mais il y a parfois de nouveaux arrivants et donc nécessité de les familiariser avec les objectifs et les modalités spécifiques du dispositif en jeu. Cette mise en situation sur un entrainement de type défi permet d'en rappeler les objectifs, les modalités, et d'enrôler les formés dans la tâche de calcul tout en questionnant certains gestes professionnels.

I - PROTOCOLE PÉDAGOGIQUE

Notre objectif principal est de former au raisonnement[5] en calcul mental et de développer un bagage et une flexibilité sur les procédures (annexe 1). Dans cet atelier, comme tout au long de nos formations,

---

[2] C'est ce que nous essayons de développer : ces doubles valences en développant des techniques mais en développant aussi les discours sur les savoirs et notamment sur les propriétés des opérations sous-jacentes.

[3] Voir notamment la partie IV-2 mais aussi le travail sur les représentations et les discours, contextualisé puis décontextualisé, afin de construire des savoirs qui puissent être transférés : https://www.ac-versailles.fr/media/24209/download .

[4] Certains éléments de cette année 1 de formation ont été relatés dans les actes du colloque de la COPIRELEM de 2019 à Lausanne (Batton, Chambris, Melon, Freguis et Radovanovic, 2020).

[5] Raisonner fait partie des six compétences du socle, y compris en calcul : « L'élève mobilise la compétence « raisonner » lorsqu'il choisit une démarche pour mettre en œuvre un calcul, compare un ordre de grandeur calculé et un résultat, vérifie

notre parti pris est d'expliciter les procédures et les savoirs en jeu. La compétence « communiquer » est extrêmement mobilisée. De même, pour que les formés puissent s'y référer, nous allons proposer certaines représentations des propriétés et des procédures. Pour raisonner en calcul et développer une flexibilité sur les procédures à utiliser, nous proposons les étapes suivantes (annexe 1) : **analyser** les calculs proposés pour y repérer ce que l'on connait déjà ; **s'appuyer sur** les connaissances antérieures (pilotage) pour **transformer** les calculs pour les rendre plus simples et pour **calculer** en revenant à des faits numériques connus.

1 Rappel des modalités et des choix pédagogiques

Le défi-calcul consiste en une liste de 30 calculs en cycle 3 (25 ou 20 en cycle 2), pour lesquels les élèves ont un temps d'analyse des calculs (7 min) puis un temps d'effectuation (15 min) en deux parties : d'abord les calculs à faire « mentalement » au sens large, puis ceux à effectuer de manière instrumentée (voir partie II). Mais pour que ces défis puissent être réussis, il est nécessaire que les élèves développent des connaissances et des compétences, ce qui nécessite qu'ils s'entrainent en amont. C'est ce que nous proposons d'expérimenter en posture de calculateur pour cette première partie, où ne sont proposés que quatre calculs (annexe 2).

En termes de *tempo*, c'est l'enseignant ou le formateur qui rythme en fonction de ce qu'il observe en classe ou en formation. *A priori*, le temps d'analyse et de choix de modalité de calcul dure environ 1 minute, le temps de calcul en lui-même est d'environ 4 minutes. Le point fondamental de cette mise en situation, comme dans tout entrainement, est le temps d'analyse nécessaire à laisser à tout formé. Il y est encouragé par une incitation forte : « Raisonnez avant d'agir ! ». Le tableau en annexe 2 présente une version « classique » d'un entrainement où l'on repère la première colonne dans laquelle sont écrits les calculs, la deuxième où le calculateur écrit son choix de modalité (M pour calcul mental, C pour calculatrice) et la dernière colonne dans laquelle il écrit les résultats. Mais ces modalités, qui sont des choix pédagogiques et didactiques, peuvent changer. En effet, sous la modalité M il est possible selon les cas de faire le calcul exclusivement mentalement ou de le faire en ligne (c'est-à-dire d'écrire une ou deux étapes de calcul qui permettent de poser la pensée, de décharger la mémoire de travail afin de poursuivre la réflexion en prenant du recul par rapport au calcul). Pour ce faire, certains enseignants demandent d'écrire L (pour calcul en ligne) en plus de M, d'autres incluent cette modalité dans la mention M (dans ce cas, R serait l'abréviation la plus adéquate : Raisonné, Réfléchi). En effet, dans les premiers défis-calculs expérimentés dans les classes, cette possibilité n'existait pas mais des enseignants en formation ont demandé à l'ajouter pour permettre aux élèves encore fragiles de rentrer dans le raisonnement. Certaines classes ont ajouté une colonne *smiley* pour que les élèves puissent noter les calculs qui, s'ils étaient rencontrés ultérieurement, pourraient être réalisés de manière non instrumentée. Une nouveauté a été ajoutée à la demande des formés, après une discussion en Formation Continue sur la circonscription de Garges-lès-Gonesse en décembre 2022, la possibilité supplémentaire, si on s'engage dans le calcul « mentalement » sans arriver au bout, de donner un ordre de grandeur. En effet cette compétence (donner un ordre de grandeur du résultat), importante aux yeux des collègues, ne faisait pas partie jusqu'alors des objectifs de la formation.
En formation de formateurs, comme en formation d'enseignants ou en classe, le matériel à utiliser est : une fiche « entraînement par participant », trois stylos (bleu, vert, rouge) et une calculatrice. Le protocole est le suivant : 1) Distribution de la fiche face cachée sur la table. 2) Observation des calculs et choix de la modalité : écrire C ou M en rouge (1 min). 3) Effectuer les calculs mentaux, au stylo bleu (4 à 5 min.). 4) Effectuer les calculs à la calculatrice, au stylo vert (1 min.) Après un temps d'échange en binômes, comparer les résultats obtenus et verbaliser ses procédures pour chaque calcul. Ce temps d'échange

ses résultats, met en cohérence le résultat d'un calcul et le contexte du problème concret, ou encore lorsqu'il organise des données numériques multiples ou combine plusieurs étapes de calcul » (MEN, 2016, p.5).

permet de commencer à dégager les propriétés et les faits numériques à mobiliser lors de chacun des calculs. Sauf exception (quelques rares faits numériques en principe connus ou calculs irréalisables mentalement), les calculs proposés sont effectuables mentalement mais nécessitent un raisonnement. Le but du dispositif est de décrire les démarches en explicitant les points d'appui (ce qui est connu, reconnu et sur quoi on s'appuie), les propriétés des opérations ou de la numération qui ont permis de transformer les calculs pour les simplifier.

Remarques sur les variables :

- le nombre et la nature des calculs sont des variables pédagogiques, en classe et en formation ;
- le barème est une des variables pédagogiques et didactiques. Il est modifiable et n'a cessé d'évoluer ;
- les modalités : la possibilité que la recherche se fasse en groupe ou en individuel fait aussi partie des variables (une pénalité de -1 quand le groupe ne fonctionne pas bien était appliquée initialement dans les classes d'Isabelle Melon à Paris, au départ du dispositif).

Nous ne reprenons pas, par souci pour ceux qui étaient là au premier atelier (juin 2019), le format initial mais nous allons présenter un format d'entrainement différencié.

2 Mise en situation 1 : un entrainement au défi différencié

Le format du tableau (annexe 3) est une proposition d'une collègue de Villiers-le-Bel, Audrey Serrano, pour travailler de manière différenciée. Une autre collègue en CM1-CM2 cherchait également comment différencier le plus efficacement possible le travail de ses CM1 et CM2, tout en maintenant une correction partiellement commune. Le tableau comporte deux séries de calculs, une colonne de niveau 1 (ou CM1) et une autre de niveau 2 (CM2). Ligne par ligne, les nombres ont été choisis à une unité de numération près (autrement dit à un coefficient multiplicateur puissance de 10 près). Le protocole de l'entrainement (quatre calculs) est rappelé (choisir la modalité / calculer mentalement / finir à la calculatrice). Dans la première phase, bien sûr, certains des calculs seront démarrés de tête mais il s'agit vraiment d'analyser ce qui, dans ces calculs, aidera à piloter les transformations d'écritures qui permettront d'aboutir. Une fois le choix effectué, il n'est plus possible de revenir en arrière même si, au cours de l'effectuation, le calculateur se rend compte qu'il aurait pu choisir une autre modalité.

Lors de l'atelier, les « calculateurs » ont besoin d'un temps pour découvrir et comprendre la double colonne (CM1-CM2). Certains disent « Mais c'est pareil là », d'autres « Mais on a ça aussi à faire en CM2 ! » puis se reprennent après une observation plus fine. Il faut d'abord, ligne par ligne, choisir son niveau (1 ou 2) et sa modalité de calcul. Certains participants disent avoir effectué tous les calculs de la colonne 1 mentalement mais s'être rendu compte qu'il était possible de trouver les résultats de la colonne 2 à partir de ceux de la colonne 1. D'autres vérifient leurs calculs entre les deux colonnes. Afin de pouvoir échanger avec les collègues, il leur est demandé d'écrire les étapes des calculs, même si le calcul a été effectué entièrement mentalement. Une fois leurs étapes de calcul écrites en ligne, une discussion s'engage concernant les résultats mais aussi les gestes professionnels.

En formation des RMC[6], une deuxième consigne est donnée : anticiper une correction « commune ». En effet, les calculs sont choisis pour que la mise en commun des deux colonnes puisse être simultanée. Côté élèves, si certains au début ne choisissent que des calculs de niveau 1, cela leur permet de se rendre compte progressivement qu'ils peuvent s'appuyer sur la colonne de calculs sur les entiers pour développer certaines stratégies avec des décimaux (colonne 2). Cela permet aux CM1 d'avoir des possibles pour calculer avec les décimaux et, aux CM2 en difficulté, des appuis pour calculer sur les décimaux même si cela peut être anxiogène au début pour eux.

[6] Référent Mathématiques de Circonscription

Un autre geste professionnel évoqué est la nécessaire transposition de la formation en visio pendant la période covid. En effet, tous les ostensifs ne sont pas utilisables facilement lorsqu'on est en visio ou sur un support numérique : les arbres à calculs par exemple sont extrêmement difficiles à produire lors d'une formation à distance. Or, c'est peut-être une manière plus fréquente et plus simple d'écrire ses étapes de réflexion et la transformation des calculs, notamment lorsqu'on est en formation avec des collègues de cycle 2.
Du côté des gestes professionnels, les échanges attendus s'articulent autour de la différenciation dans une classe double niveau / dans une classe hétérogène, ainsi que de l'étayage des élèves qui ne sont pas encore prêts à se lancer dans le calcul avec des décimaux non entiers, en donnant des pistes d'appui sur le calcul avec des entiers grâce au travail sur les unités de numération (et les conversions). Suit une mise en commun autour des différents calculs.

2.1 560 ÷ 4 / 5,6 ÷ 4

Recueil des procédures des formés :

- la moitié de la moitié ;
- quel nombre fois 4 fait 56 (reformulé par la formatrice en « multiple de 4 ») ;
- 56 comme 40 + 16, donc résultat 10 + 4 ;
- deux divisions successives par deux, presque moitié de moitié mais pas tout à fait ;
- 560 ÷ 4 = 280 ÷ 2 ;
- 56, c'est 7 fois 8, donc diviser 56 par 4 revient à multiplier 7 par 2, puis remultiplier le résultat par 10 pour avoir le calcul à partir de 560. Une autre intervenante ajoute : 7 fois 8 divisé par 4. Les collègues présents semblent assez impressionnés par cette procédure.

En termes de gestes professionnels, on organise la prise de notes en colonnes : une colonne avec les étapes des calculs, une autre dans laquelle on fait apparaître la mise en mots des procédures et le pilotage, qui sont importants en termes de formation : c'est ce sur quoi les calculateurs s'appuient lorsqu'ils font leurs calculs (exemples : « je décompose en multiples de 4 », « je cherche dans les multiples de 4 s'il y a 56 », « 56, je sais que c'est 7 fois 8 et je regarde ce que je peux en faire »…). En termes de gestes professionnels (annexe 4), on voit bien ici la difficulté à noter à la volée sur le tableau numérique, même si cela permet une pérennité et une communication des différentes propositions. Il est également possible d'écrire sur feuille, puis de prendre en photo et d'inclure dans le diaporama (cf. annexe 4.1). Un autre geste professionnel a ensuite été évoqué : celui de l'anticipation des procédures, qui permet d'être plus à l'aise pour accueillir et traiter les procédures des différents calculateurs, notamment celles utilisant les décompositions multiplicatives, qui, d'après notamment les résultats de Ludier (2022), sont majoritairement échouées en cycle 3 (annexe 4).

Si l'on parle en dizaines pour 560 ÷ 4 ou en dixièmes pour 5,6 ÷ 4, on retrouve le calcul commun sur les entiers : 56 ÷ 4. Une procédure n'est pas apparue dans l'atelier, l'arrondi de 56 à 60 et la connaissance, grâce à l'heure, du fait numérique 60 ÷ 4 = 15 (connaissance pas toujours disponible). Un lien est ensuite effectué entre la procédure d'une participante « $56 \div 4 = (7 \times 8) \div 4 = 7 \times (8 \div 4) = 14$ » (décomposition multiplicative de 56 en 7×8 et associativité de la multiplication des rationnels, ici $1/4$), et une autre procédure proche en termes de nombres, mais qui utilise la « compensation externe » de la division (utilisée en actes par certains élèves et certains adultes) : « Dans un quotient, quand on multiplie le dénominateur par un entier alors on divise trop. Ici on connait $56 \div 8 = 7$ mais si on divise par 8 au lieu de 4, on divise deux fois trop. On compense par une multiplication par le même nombre. »

En général, la fin de la mise en commun sur ce calcul se fait en rappelant qu'à une unité de numération près, les calculs sont quasi-identiques et qu'au collège, les enseignants chercheront peut-être à faire apparaitre un coefficient multiplicatif qui permet de passer d'un résultat à un autre (ce que font certains des collègues présents). Suivent plusieurs questions du public.

La différence entre compensation interne et externe[7]. La « compensation interne » a lieu entre deux nombres, la transformation sur un des nombres se compensant avec celle sur l'autre. Ici, sur la division, la compensation interne correspond à l'égalité des quotients (les deux nombres en jeu sont multipliés ou divisés par un même nombre de manière « parallèle[8] » et synchrone, par exemple $56 \div 8 = (56 \div 2) \div (8 \div 2)$). La « compensation externe » avec transformation d'un des nombres et compensation ajustement sur le résultat intermédiaire (ex : $\times 5$ c'est $\times 10 \div 2$). Les adjectifs « externe » et « interne » ne sont pas à utiliser avec les élèves mais lors des formations et sont également issus de l'avancée de la recherche.

La procédure $\mathbf{56 \div 4 = (7 \times 8) \div 4 = 7 \times (8 \div 4) = 14}$. Cette procédure qui utilise la décomposition multiplicative de 56 prend appui sur une propriété qui, en cycle 4, correspond à l'associativité de la multiplication de rationnels. Or en cycle 3, les élèves ne savent pas multiplier avec des « fractions ». Il est donc nécessaire d'utiliser une arithmétique différente sur les entiers, avec des propriétés à enseigner telles que les compensations internes et externes de la multiplication sur les entiers. Par exemple, pour travailler la propriété de compensation externe de la multiplication des entiers, on peut écrire $56 \div 4 = (56 \div 8) \times 2 = 7 \times 2$ en justifiant ainsi : « Si au lieu de diviser par 4 je divise par 8, j'ai trop divisé, deux fois trop, je compense en multipliant par 2 le résultat intermédiaire.

« Comment faire pour empêcher les calculateurs de poser les opérations dans la tête, ici dans 5 combien de fois 4 ? ». Même du côté des formateurs, certains disent avoir comme réflexe de poser dans la tête mais tentent de faire table rase de cette procédure et de se mettre à raisonner. L'explicitation et l'enseignement d'une diversité de techniques va enrichir la boite à outils des différents calculateurs. Les adultes, comme les élèves, se rendent compte progressivement de leurs capacités et de ce qu'ils sont capables de faire, cela leur permet de prendre confiance en eux et de développer le plaisir de calculer. Du côté du protocole du défi-calcul, il y a une injonction claire à ne pas poser les calculs : le calcul mental est bien davantage que la mentalisation des algorithmes posés. Cette opinion est partagée par le public de l'atelier : c'est un principe à poser avec force.

La question de la variable temps. Pour pouvoir mettre en place des éléments, du nouveau, comme de nouvelles techniques, il faut du temps. Et le contraindre, comme lors de l'atelier ou en formation parfois, ne permet pas de développer du « nouveau » en classe (voire parfois pour certains en formation). Si l'on veut que des élèves s'emparent d'une nouvelle procédure, il ne faut pas de contrainte de temps. Changer de procédure, comme changer de trajet ou de point de vue, demande du temps pour comprendre, maitriser la technique et prendre conscience de son domaine d'efficacité.

La question de l'usage d'un brouillon. Les étapes, lorsqu'elles sont nécessaires, sont à écrire directement sur la feuille. Lors de l'enseignement des techniques, les élèves peuvent utiliser des écrits intermédiaires tant qu'ils en ont besoin. Si l'enseignant, au moment de l'entrainement-bilan, se rend compte que les techniques enseignées en classe ne sont pas encore utilisées avec suffisamment d'efficacité il peut alors choisir de reprendre lors de moments d'enseignement de ces techniques au moins avec certains élèves.

2.2 3 100 – 1 800 vs 3,1 – 1,8

Il est demandé aux participants à l'atelier de bien garder les traces de leur(s) procédure(s) sur ces deux calculs qui seront développés en deuxième partie. Cependant, sans trop dévoiler de choses, on peut dire qu'à une conversion près (en centaines ou dixièmes), le calcul commun peut être 31 – 18.

[7] Communication au colloque École du XXI^e siècle au sein d'un symposium sur les savoirs transparents : *Quelle place pour la propriété de compensation à l'école primaire française en 2021 ? Exemple du champ additif.*

[8] Adjectif utilisé dans le curriculum belge pour indiquer que les deux opérations sur les deux nombres en jeu (deux termes de la soustraction ou diviseur et dividende pour la division) sont les mêmes.

2.3 35×16 *vs* $3,5 \times 16$

Les propositions de certains participants sont présentées tableau 1. On peut remarquer que, majoritairement, c'est la distributivité de la multiplication qui est utilisée (A, C, F). Deux procédures utilisent des décompositions multiplicatives (B, E). Un seul calculateur a utilisé une propriété que certains présents dans le public reconnaissent comme la « compensation interne » de la multiplication (D). Le pilotage se fait par la connaissance du fait que le double de 35 sera simple et que la moitié de 16 est connue. Et que si l'on double 35, pour conserver le produit, il faut multiplier par la moitié de 16 : $35 \times 16 = (35 \times 2) \times (16 \div 2)$. Un discours sur les quantités est possible à destination des élèves : « Si je multiplie 35 par 2, cela va multiplier ma quantité, mon nombre par 2 et donc, pour revenir à ma quantité cherchée, il faut rediviser par 2 pour compenser. » Le formateur qui a produit ce calcul a en fait hésité entre plusieurs procédures utilisant la distributivité, avant d'en choisir finalement une qui utilise la compensation interne de la multiplication (annexe 5).

$35 \times 16 = (35 \times 20) - (35 \times 4)$ (A)	$35 \times 16 = 35 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ (B)
$35 \times 16 = (25 \times 16) + (10 \times 16) = (25 \times 4 \times 4) + (10 \times 16) = (100 \times 4) + (10 \times 16)$ (C)	
$35 \times 16 = 70 \times 8$ (D)	$35 \times 16 = 7 \times 5 \times 2 \times 8 = 10 \times 56$ (E)
$35 \times 16 = (30 \times 16) + (5 \times 16)$ (F)	

Tableau 1. Propositions de certains participants

La diapositive d'anticipation des techniques liées à ce calcul est ensuite présentée (annexe 6) avec des techniques utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition ou la soustraction (avec une illustration rectangulaire par exemple), ainsi que des techniques utilisant des décompositions multiplicatives et l'associativité de la multiplication des entiers. On note que l'expression « décomposer/recomposer » se focalise sur les nombres et omet la propriété qui permet de réaliser ces actions, l'associativité : « j'associe différemment mes nombres pour me permettre de changer l'ordre des opérations ». Une participante demande s'il y a une représentation sur les rectangles de la compensation qui n'est pas présentée, mais les travaux sur la compensation multiplicative et notamment sur sa représentation sont encore en cours. Les formateurs indiquent que, lors des premières formations, il n'y a presque jamais de compensations et très peu d'usage des décompositions multiplicatives et de l'associativité. Chez certains enseignants ou certains élèves, il y a une compréhension du fait suivant : dans un produit, multiplier un des facteurs multiplie le produit et diviser un des facteurs divise le produit. C'est ce qui se passe en « compensation externe » à propos de la règle « multiplier par 5, c'est multiplier par 10 et diviser par 2 ». Un propos d'enseignant entendu en classe est relaté : « Quand tu multiples par 2, tu vois bien que le résultat trouvé est deux fois plus grand, donc il faut rediviser par 2 ».

2.4 *1 380 + 475 vs 13,8 + 4,75*

Des participants proposent des compensations additives externes : 1400 + 475 – 20 ; 1380 + 500 – 25. L'un d'entre eux travaille sur les décimaux en tronquant les parties entières des parties décimales : 13 + 4 = 17 ; « 8 dixièmes plus soixante-quinze centièmes égal à un virgule cinquante-cinq ». Mais il ajoute qu'il n'aurait pas effectué le calcul de cette façon sur les entiers. Souvent la présence de la virgule induit des techniques et en empêche d'autres, ce qui n'a pas lieu, en tout cas pas de la même façon, sur les entiers. Une des participantes dit que, pour elle, lors des calculs sur les nombres décimaux non entiers, il est assez systématique de vérifier l'ordre de grandeur du résultat, ce qui n'est pas forcément le cas sur les calculs effectués avec les entiers. Il est rappelé que certains enseignants de cycle 3 qui ont été formés au défi-calcul ont proposé de faire travailler leurs élèves sur l'ordre de grandeur. Un des pilotages possibles est de calculer avec des nombres « ronds » pour calculer sur moins de chiffres significatifs. Il est donc possible d'arrondir 475 à 5 centaines (à 25 près), 1 380 à 14 centaines (à 20 près) puis de compenser par exemple :

1 380 + 475 = (1380 + 20) + (475 – 20) = 1400 + 455 = 1 855 compensation interne (1)

1 380 + 475 = (1380 – 25) + (475 + 25) = (1 380 – 20 – 5) + 5 *c* = 1 855 compensation interne (2)

1 380 + 475 = 1400 + 475 – 20 1 380 + 475 = 1380 + 500 – 25 compensations externes

1 380 + 475 = 1400 + 500 – 20 – 25 = 1900 – 25 – 20 double compensation externe

Un participant remarque que la procédure détaillée sur les nombres décimaux non entiers peut être transférée sur les entiers si les nombres sont décrits en nombre de centaines : (13 + 4) centaines à qui on ajoute (80 + 75) unités. Ici, on a une application intéressante pour le calcul de la troncature à la centaine : dans 1 380, le nombre de centaines est 13 (Chambris 2008, 2019), ce qui permet de revenir à des faits numériques connus. Cela permet aussi de montrer l'intérêt de faire coexister faits numériques, numération et calcul, afin que chacun serve aux autres et que leurs propriétés vivent ensemble. Quelqu'un fait remarquer que pour la première fois, elle a trouvé le calcul sur les décimaux non entiers plus simples et a posé dans sa tête le calcul sur les entiers. Sur cet exemple, le fait de voir directement, grâce à la virgule, la somme 13 + 4 peut être au service cette fois du calcul sur les centaines ; ce qui n'était pas le cas dans les calculs précédents. Une proposition de représentations des propriétés d'associativité et de compensation interne est ensuite proposée et ces deux techniques sont comparées (figure 1). À cette étape de la formation, les savoirs du calcul sont catégorisés : faits numériques, numération, propriétés des opérations.

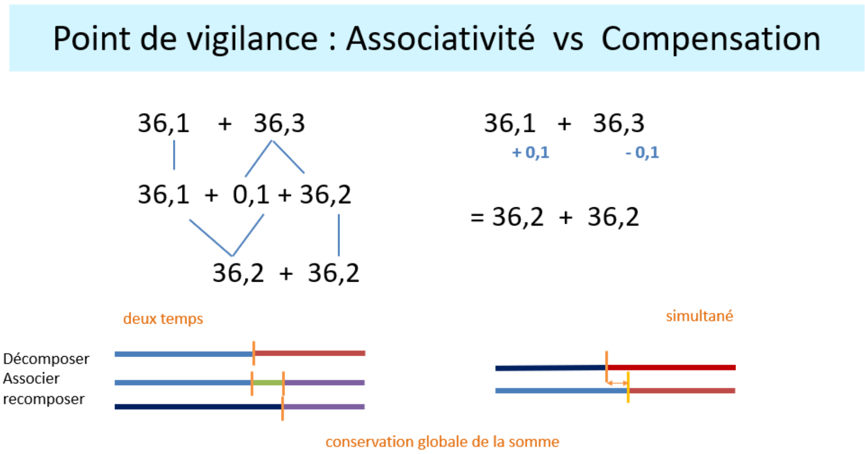


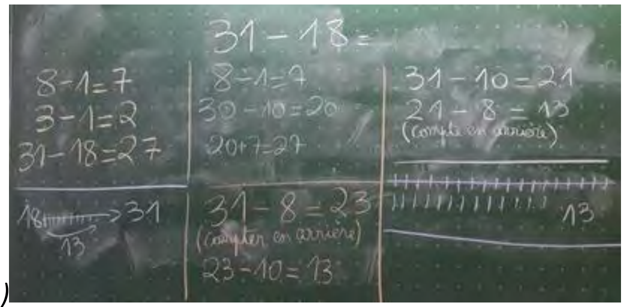
Figure 1. Associativité vs compensation interne de l'addition et représentation en lignes

II - GÉRER LES TRACES ÉCRITES : VERS L'INSTITUTIONNALISATION

Nous abordons dans cette partie un élément souvent complexe de la pratique des enseignants, qui prend appui sur des connaissances mathématiques solides. Il s'agit du recueil des procédures et de la gestion de leurs traces écrites lors de la mise en commun. L'ensemble de cette seconde partie portera sur le calcul 31 – 18 vu précédemment. Ce calcul s'inscrit dans une séquence menée par des enseignants du Val d'Oise formés aux premiers modules de la formation « Raisonner en calcul ». Les représentations des procédures présentées à l'atelier sont issues de classes d'enseignants ayant suivi ces formations.

1 Deuxième mise en situation : lire le réel de la classe : 31 – 18, recueils de procédures d'élèves

On présente (figure 2) des traces écrites de procédures recueillies dans une classe de CE2 de Bezons en vue de leur analyse. Les photos prises lors d'une visite de classe ont été transmises à une formatrice du groupe IREM. Nous n'avons pas les explications orales des élèves et nous ne savons pas ce que l'enseignante a fait de ces traces, mais nous avons décidé d'en faire un outil de formation que nous utilisons lors de l'atelier.

(a) 

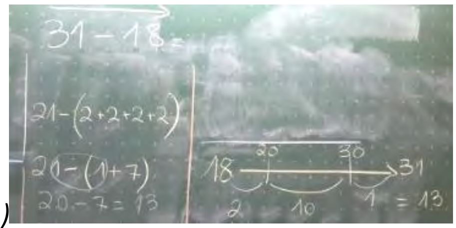
(b) 

Figure 2. Tableau d'une classe de CE2(a) ; le tableau est effacé pour écrire les autres procédures des élèves (b)

1.1 31 – 18, analyse de premières procédures d'élèves

Comme lors des formations de formateurs ou d'enseignants, l'atelier est organisé en groupe de 4 à 6 participants. Ils reçoivent la feuille des procédures d'élèves (figure 3), avec la consigne suivante : « Observer, identifier les procédures, les organiser et les comparer. ». Certaines représentations questionnent les participants, mais n'ayant pas accès aux verbatims des élèves, il n'est possible que de formuler des hypothèses sur la manière dont l'enseignante a pris en note au tableau les procédures dictées par les élèves.

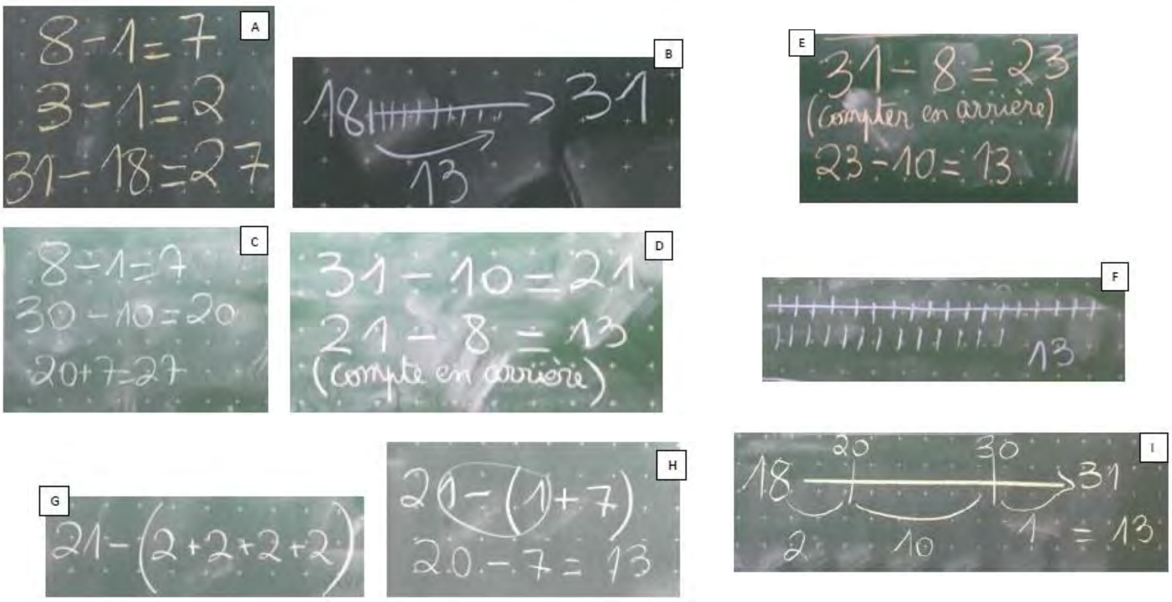


Figure 3. Fiche « Procédures d'élèves de CE2 » fournie aux participants

Concernant la procédure F, plusieurs participants se demandent si l'enseignante a tracé cette représentation sous la dictée d'un élève exactement comme il l'a fait ou si elle a transcrit sa procédure en organisant la représentation. Certains supposent que l'élève a tracé des traits jusqu'à 31, qu'il a barré 18 traits en les comptant de un en un, puis a recompté ce qu'il n'a pas barré. L'enseignante aurait organisé la trace au tableau en séparant les 18 traits barrés et les 13 restants pour gagner du temps. Un groupe se questionne sur la place de l'enseignante dans la représentation utilisée dans la procédure B. On pourrait imaginer l'élève dire : « J'ai fait 18 pour aller à 31 », l'enseignante trace alors une flèche 18 → 31. « J'ai compté 19, 20, 21, 22, 23, ... » et « j'ai compté sur mes doigts ». L'enseignante l'a peut-être coupé en demandant « ça faisait combien ? », alors que l'élève a compté de un en un. Ce qui expliquerait que tous les traits ne sont pas représentés.

Pour G et H, un des groupes propose une autre procédure que celle identifiée par le groupe IREM. Il pourrait s'agir d'une compensation interne (conservation des écarts) de 31 – 18 en 21 – 8, suivie d'une soustraction par parties pour la procédure G de deux en deux, pour la procédure H, d'abord 1 pour aller à un nombre rond, puis 7 en utilisant les compléments à 10. La compensation des écarts n'ayant pas été enseignée dans cette classe, le groupe IREM a émis l'hypothèse que l'élève avait décomposé 18 en 10 et 8, a d'abord retiré 10 puis 8 mais que l'enseignante ne l'a pas écrit au tableau. Il est cependant possible de considérer qu'il peut s'agir d'une compensation.

1.2 Mise en commun autour de ces premières procédures

Lors de l'atelier, du fait du temps imparti, nous ne procédons pas à la mise en commun des analyses des différents groupes. Une première catégorisation « anticipée » est présentée (annexe 7). Nous utilisons ci-dessous le terme « version » pour analyser différentes manières de mobiliser un même type de procédure, ce qui permet de les ordonner en fonction de leur efficacité.

Les procédures erronées (A et C). Les élèves s'appuient sur le sens de la soustraction-retrait. Ils appliquent le « théorème élève » où l'on calcule « le grand nombre moins le petit nombre » en l'appliquant à chaque unité de numération et en faisant une analogie avec la soustraction posée, mais de manière erronée.

Les procédures par soustraction-complément (B et I). La procédure B consiste à compter un par un (comptine numérique à partir de 18). L'élève procède donc par surcomptage, ce qui est le plus « facile » car il n'y a que des uns à ajouter, mais c'est la procédure la moins performante en termes de connaissance. Dans la procédure I, l'élève s'appuie sur le passage aux « nombres ronds ». L'élève calcule par complément en passant par les dizaines entières. Il utilise les compléments à 10 et la numération.

Les procédures par soustraction-retrait par parties (F, G, E, D et H). La procédure F consiste à retirer un par un. La procédure G (décomposition de 18 en 10 et 8, puis retrait de 10, puis de 8 de deux en deux) apparaît moins performante car il s'agit de retirer « des deux » à un nombre impair. Concernant la procédure E (décomposition de 18 en 10 et 8, puis retrait de 8, puis de 10), retirer 8 de 31 en calculant s'avère compliqué, incitant l'élève à « compter en arrière ».La procédure D, consiste à décomposer 18 en 10 et 8, puis à retirer 10 (retirer 1 au rang des dizaines) – ou éventuellement une dizaine entière – puis retirer 8 à 21 en comptant en arrière. Pour la procédure H le retrait de 10 est suivi de la décomposition de 8 en 1 + 7 pour retirer 1 à 21, et ensuite s'appuyer sur la numération et les compléments à 10.

1.3 Exemple d'institutionnalisation intermédiaire

Pour aider les enseignants à élaborer une première formalisation de ces procédures, une carte mentale est présentée (figure 4). Il s'agit d'une première trace intermédiaire qui propose une institutionnalisation des connaissances à ce moment de l'enseignement. La procédure est explicitée ici avec les termes de pilotage du calcul (compléter du plus petit au plus grand, retirer par partie, retirer par unités de numération) en lien avec les différents sens de la soustraction. La formulation « facile si pas de retenue ! » est questionnée par une participante. Il s'agit d'une formulation élève. Cette trace écrite sera modulée et réajustée en fonction de l'avancée en classe et des séquences menées.

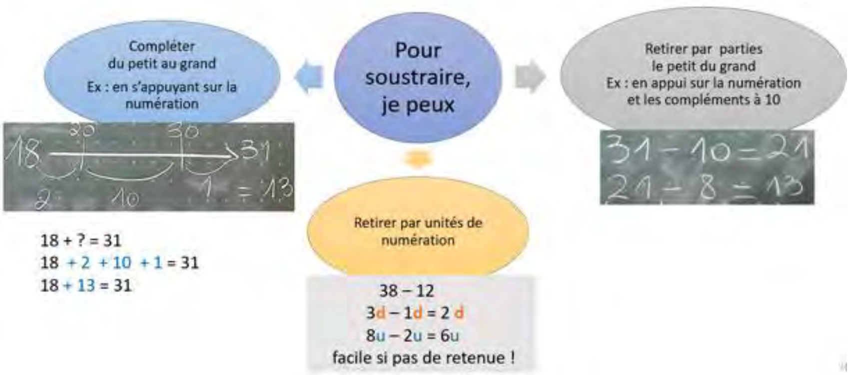


Figure 4. Carte mentale d'institutionnalisation intermédiaire. Extrait du diaporama de l'atelier

1.4 Des procédures des participants

Quatre procédures sont proposées par les participants :

- la compensation externe en arrondissant le second terme 31 – 20 + 2 ;
- la compensation externe en arrondissant le premier terme 30 – 18 + 1 ;
- la conservation des écarts (ou compensation interne de la soustraction) 33 – 20 : ajouter le même nombre (ici 2) aux deux termes de la soustraction ne change pas le résultat ;
- la procédure par complément : 18 + 2 + 11

2 Des procédures en provenance d'autres classes de CE2

Pour compléter le premier recueil de procédures, afin d'avoir une vue plus large sur les procédures pouvant apparaitre en classe, des procédures d'élèves issues d'autres classes sont présentées pour être analysées (figure 5). En termes de formation, une présentation la plus exhaustive possible des procédures permet à l'enseignant de développer sa maîtrise des connaissances mathématiques sous-jacente, pour une institutionnalisation plus efficiente.

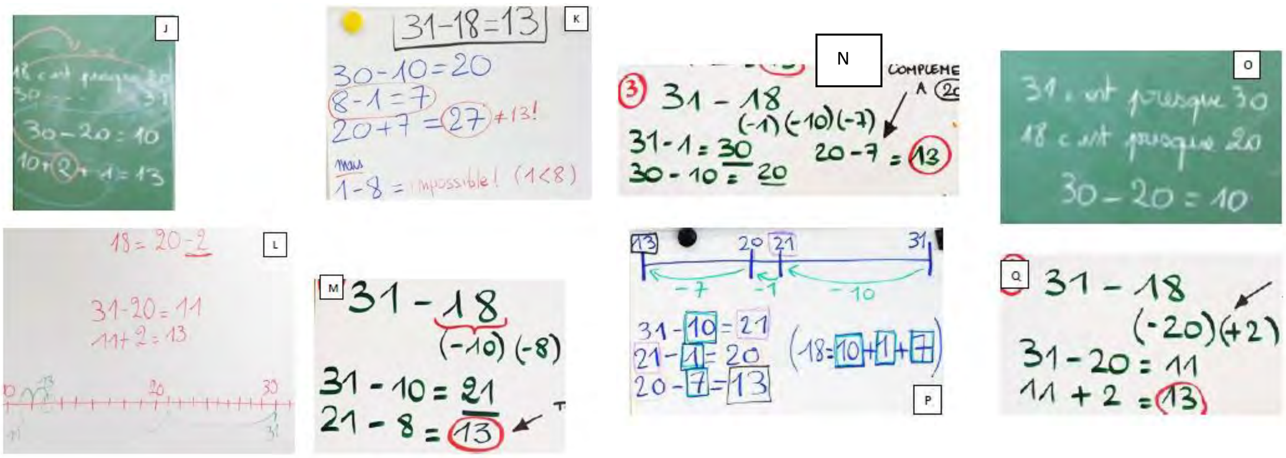


Figure 5. Procédures d'autres élèves de CE2

2.1 Mise en situation 2 (temps 2)

Les groupes et la consigne sont identiques au temps 1.
Les procédures O et J sont pilotées par la recherche d'une estimation, un ordre de grandeur, « c'est presque ... ». Un groupe échange autour des représentations utilisées par l'enseignante. Les flèches visent à faire comprendre ce qu'il y a à ajouter dans la suite du calcul (quantité enlevée lors des arrondis). Sur la procédure O, l'élève ne s'est pas approprié la procédure d'ajustement, il ne sait pas quoi faire après avoir arrondi, il n'a pas compensé.

Ce deuxième temps d'analyse permet d'identifier des procédures de compensation **(procédures J, L, Q)**. Les participants se questionnent sur les termes à employer. Ils se réfèrent au tableau de la salle, afin de nommer le plus précisément possible les procédures mobilisées : compensation externe, conservation des écarts. La différence entre les compensations interne et externe nécessite d'être expliquée, soit par des participants pour leur groupe, soit par les formateurs qui circulent entre les groupes : compensation entre les deux nombres du calcul (compensation interne) ; transformation d'un des nombres du calcul, puis compensation sur le résultat intermédiaire (compensation externe). Un groupe se questionne sur la représentation de la procédure L. L'enseignante trace une droite graduée avec deux bonds, – 10, – 10, alors que le calcul écrit est 31 – 20. Il s'avère nécessaire d'observer les élèves pour voir comment ils se servent de la droite graduée.

Un groupe fait une analogie entre les **procédures P et H** : enlever 10, aller à la dizaine inférieure en enlevant 1 et enlever 7 (soustraire par parties), alors qu'à la première analyse de la procédure H, ils avaient pensé qu'il s'agissait d'une conservation des écarts.

Des participants constatent qu'il n'y a toujours pas de procédure de conservation des écarts sur cette seconde fiche.

2.2 Mise en commun (temps 2)

Le temps n'est pas suffisant pour permettre aux différents groupes de présenter leurs catégories et d'échanger avec les autres participants sur leurs analyses. La diapositive présentant une organisation déjà anticipée est projetée (annexe 7). La formatrice nomme les procédures erronées (K, O) ou celles allant dans la même catégorie que les précédentes (M, P, N) avant de présenter la nouvelle catégorie de procédures mobilisant la compensation externe sur un seul terme (L, Q, J). Une formatrice précise que la procédure J est bien une compensation externe, même si les deux nombres sont transformés. Ils ne sont pas compensés entre eux, mais chacun pour lui-même, indifféremment l'un de l'autre.

Nous rappelons que dans le protocole de la formation d'enseignants, il est important de revenir sur les procédures des formés et leur verbalisation, pour les aider à mettre des mots sur ce qu'ils ont fait, avant d'analyser les procédures élèves. Cette phase est indispensable, car s'approprier une procédure et pouvoir la nommer demande du temps, que le public formé soit un public de formateurs ou d'enseignants.

3 Exemple d'institutionnalisation finale

La proposition d'institutionnalisation en carte mentale est complétée avec la procédure de la compensation externe, pilotée par l'arrondi du nombre que l'on retire (figure 6).

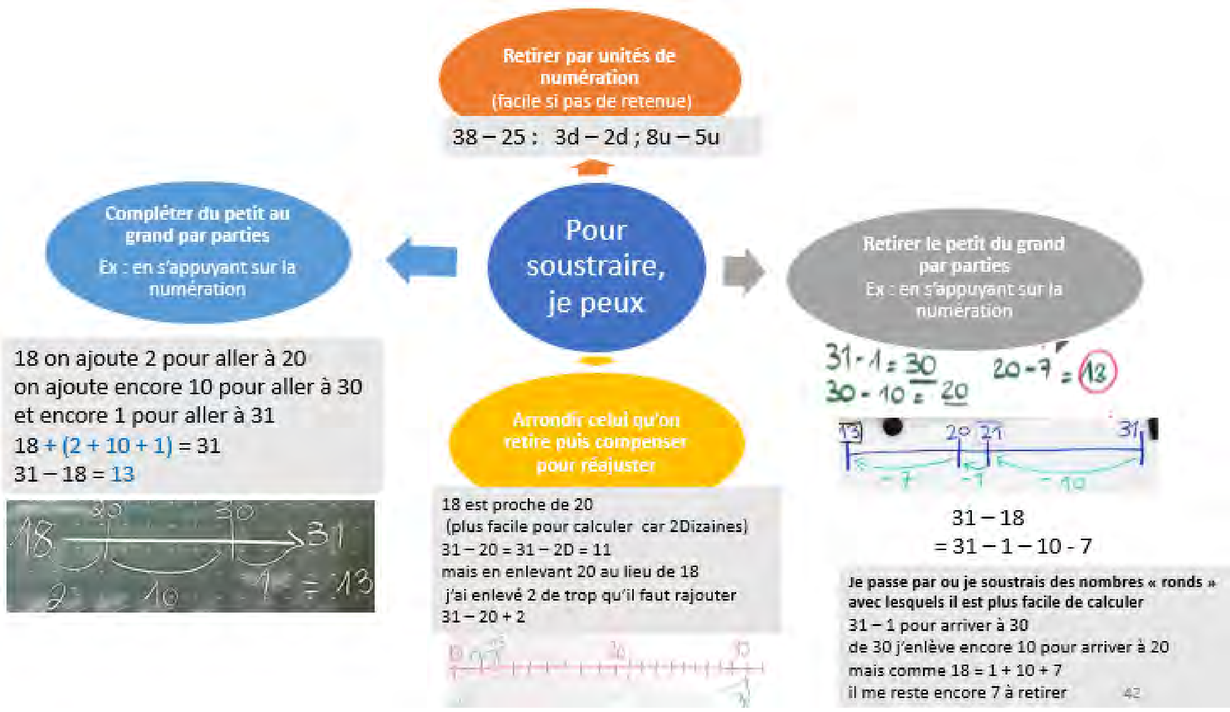


Figure 6. Autre proposition de trace écrite à la suite de la mise en commun - une carte mentale

4 Technique utilisant la compensation interne de la soustraction (« écart constant » ou « conservation des écarts »)

4.1 Rappel des trois points de vue sur la soustraction

Il y a trois points de vue sur la soustraction (figure 7) :

- le point de vue *différence* ou *écart* – la soustraction permet de trouver la différence entre deux quantités (comparaison de la taille de deux collections) ;
- le point de vue *ajout ou complément* – la différence, c'est ce qu'il faut ajouter au petit nombre pour obtenir le grand ;
- le point de vue *reste* – la différence, c'est ce qui reste quand on retire le petit nombre au grand.

Les techniques pour calculer 31 – 18 s'appuient sur ces différents points de vue sur la soustraction. Les procédures qui cherchent à trouver l'écart entre deux nombres, celles qui complètent et celles qui retirent. Dans les procédures des élèves analysées précédemment, aucune n'utilise la propriété de l'écart constant. Elle n'a pas été enseignée aux élèves et c'est le point de vue sur la soustraction qui est le plus conceptuel. Il en est de même en formation, l'écart constant est peu utilisé dans le cadre de la soustraction, même par des professeurs de mathématiques en collège.

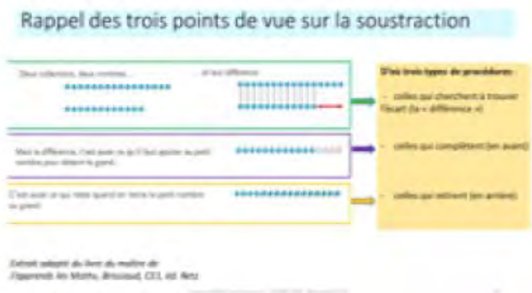


Figure 7. Points de vue sur la soustraction et techniques

Lors de nos formations, il est apparu nécessaire de proposer des séquences d'enseignement de propriétés et de techniques. En effet, les collègues ne sont pas probablement pas suffisamment outillés pour enseigner les propriétés, notamment parce que les programmes précisent qu'elles doivent rester implicites. En calcul mental, dans les programmes, des exemples sont proposés en appui sur différentes procédures, mais elles ne sont pas mises en mots. Pour les y aider, nous proposons deux ressources : *Enseigner par séquence : la conservation des écarts* (disponible sur le padlet collaboratif[9]) ainsi que l'article de Rinaldi (2013). Dans les séquences créées par le groupe IREM « calcul mental », nous proposons l'enseignement de procédures. Mais il est important de faire prendre conscience aux élèves que, pour certains calculs, la technique qui vient d'être enseignée n'est pas la plus efficiente et qu'il en existe d'autres. Une synthèse d'un certain nombre de techniques possibles pour la soustraction est proposée (figure 8 et en ligne sur le site de la DSDEN 95).

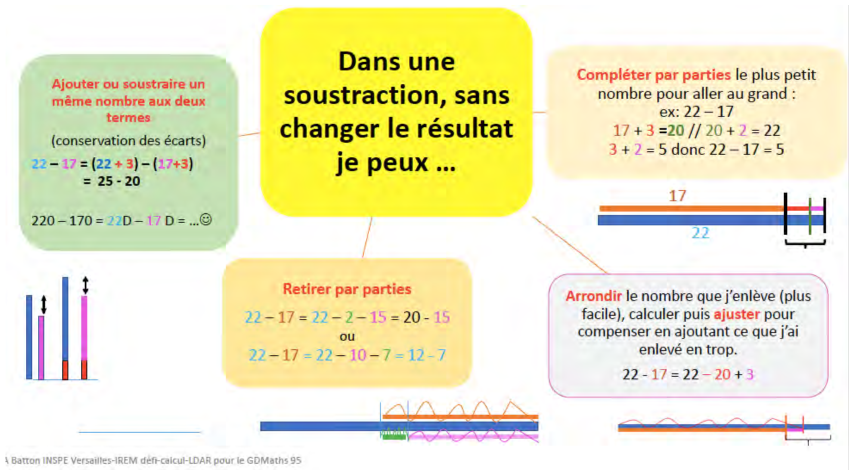


Figure 8. Synthèse sur la soustraction

[9] https://padlet.com/agnes_batton/d-fi-calcul-banque-de-mat-riau-i5vx9idy9mxk

5 Éléments issus de la recherche sur les mises en commun

Lors des formations, pour aborder les gestes professionnels de la mise en commun, nous nous sommes appuyés sur Butlen et al. (2003)[10]. Voici en résumé les gestes observés chez un professeur d'école (PE) en éducation prioritaire : le PE observe et choisit les productions **privées** de certains élèves ; il rend ces démarches **publiques** (formulations orales par les auteurs) ; il leur donne un statut **collectif** (étayage important pour assurer la compréhension de l'ensemble de la classe ; choix et réorganisation selon le degré d'expertise). Cette synthèse débouche sur l'institutionnalisation des procédures expertes. Le PE fait l'hypothèse que chaque élève peut s'approprier individuellement le savoir institutionnalisé avec des exercices de réinvestissement, contextualisés et décontextualisés, car ce réinvestissement est inscrit dans une histoire didactique de la classe construite à partir des connaissances mobilisées par chacun. Le PE choisit aussi certaines procédures erronées. Dans notre module de formation, parce que l'enseignant a choisi de montrer toutes les procédures, même celles qui sont erronées, nous avons fait le choix de les présenter pour leur analyse, car en classe elles peuvent également faire avancer la réflexion des élèves.

III - CATÉGORISER DES CALCULS POUR NOTAMMENT CONSTRUIRE DES DÉFIS

Dans cette partie, nous présentons un dispositif pour aider les élèves, une fois les faits numériques maitrisés, à analyser les calculs pour choisir une stratégie de résolution efficace. Cela va leur demander de remobiliser leurs connaissances sur les propriétés des nombres, de la numération et des opérations.

La proposition est de travailler par familles de calculs catégorisés.

1 30 calculs à classer en « familles »

Les participants sont mis dans la situation vécue par des élèves de classe de CM2 : ils reçoivent une feuille sur laquelle les trente calculs d'un défi donnés à la classe de CM2 sont présentés sous une nouvelle forme (les calculs sont catégorisés, regroupés par familles) (annexe 8). Il s'agit pour les participants, individuellement, puis en groupe de trois ou quatre, d'expliquer comment les calculs ont été regroupés et de nommer les familles sous-jacentes. Après la phase de recherche, la mise en commun permet d'échanger sur les titres donnés aux familles, d'expliciter comment elles ont été construites et d'identifier les avantages de cette organisation. Voici les titres donnés pour chaque famille de calcul ainsi que l'analyse qui en est tirée.

Famille 1 : $\times$100

Savoirs mobilisés :

- fait numérique : décomposition multiplicative de 100 ;
- propriété de la multiplication : associativité et commutativité ;
- propriétés de la numération : multiplier par 100, c'est rendre chaque unité de numération 100 fois plus grande.

Ce que l'on vise comme objectif complémentaire pour l'élève quand apparait dans un calcul $\times 2$, $\times 10$,$\times 25$,$\times 50$: pour faciliter les calculs, on peut chercher si l'on peut associer des nombres en utilisant $\times 100$ (par extension en CE1, l'élève peut utiliser les mêmes connaissances sur $\times 2$ et $\times 5$, puis en cycle 3 avec les décimaux avec $\times 0{,}5 \times 2$ et $\times 0{,}5 \times 20$).

Famille 3 : proche de la famille 1 (un cas particulier du $\times 100$)

Les calculs sont issus de la décomposition multiplicative de 100 en 25×4, qui n'est pas toujours visible au premier regard. Pour des calculs tels que 25×8, il est nécessaire d'utiliser la décomposition

[10] https://www.persee.fr/doc/refor_0988-1824_2003_num_44_1_1868

multiplicative du 8 pour faire apparaitre 4 à associer avec $\times 25$. Une manière possible de calculer 25×8 serait alors $25 \times 8 = 25 \times (4 \times 2) = (25 \times 4) \times 2 = 100 \times 2$.

Un des objectifs de cette catégorisation est d'amener l'élève, quand il voit $\times 25$ dans un calcul, à chercher s'il peut associer 25 à 4 pour multiplier par 100. Pour aller plus loin, si $\times 4$ n'est pas visible, l'élève est amené à réfléchir s'il peut le rendre visible en décomposant un des facteurs de la multiplication (le nombre associé à $\times 25$ est-il un multiple de 4 ?).

De notre expérience lors des formations auprès des enseignants et de mises en œuvre avec des élèves dans les classes, le travail par familles, à partir de faits numériques connus, facilite l'analyse du calcul et rend visible pour l'élève des procédures de calcul efficientes afin de rendre le calcul « malin ». Le repérage des faits numériques permet d'enclencher la réflexion autour du choix de la procédure (en appui sur la propriété) qui servira d'appui à la transformation. Le fait numérique devient un point d'appui pour choisir les propriétés à mobiliser : « associer des nombres pour faciliter le calcul », « déplacer des nombres », « arrondir des nombres », « mobiliser les unités de numération », « décomposer les nombres avec l'addition, la multiplication, les unités de numération pour revenir à un fait numérique » …

Famille 2 : doubles et moitiés

Famille construite autour du fait numérique « le double de 36 est 72 » et des propriétés de la numération, conversion et troncature notamment.

Famille 4 : calculer avec des nombres ronds

Les calculs proposés (additions et soustractions) peuvent être simplifiés : en arrondissant un des deux termes à la dizaine, centaine, … unité de numération supérieure ou inférieure ; en mobilisant les connaissances sur les compléments à …. Le résultat intermédiaire est ensuite ajusté en compensant par ajout ou retrait du complément opéré. Plusieurs procédures de calcul peuvent être mobilisées et discutées, dont celles de la compensation interne ou externe.

Famille 6 : fait numérique et numération

Les calculs $\times 15$ sont mis en relation avec la lecture de l'heure dans le domaine des grandeurs et mesures (multiplier par 15, c'est utiliser ses connaissances sur les quarts d'heure).

Famille 7 : complément à … avec des unités de numération différentes

Les élèves peuvent utiliser leurs connaissances des compléments en travaillant avec des unités de numérations différentes, tout en mobilisant les propriétés des opérations de la commutativité et l'associativité de l'addition pour compléter à ….

Famille 8 : calculatrice

Nous amenons les élèves à observer les calculs et à identifier ceux pour lesquels l'utilisation de la calculatrice est plus favorable que celle du calcul mental. À la suite de plusieurs défis mis en œuvre dans les classes, les enseignants nous ont proposé de modifier les calculs afin que tous, même complexes, restent réalisables mentalement.

Suite aux échanges avec les participants de l'atelier autour des familles 1 à 8, nous faisons le choix d'analyser plus spécifiquement la famille 5.

2 Analyse d'une famille particulière

Nous proposons aux participants d'analyser de manière plus approfondie la famille 5 (figure 9), en se mettant dans la situation d'un enseignant qui anticiperait la mise en commun avec sa classe. Nous leur demandons d'envisager les procédures de traitement des calculs et de formaliser la mise en mots de la mise en commun.

Famille 5

- 9 x 7 =
- 9 000 x 7 =
- 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 =
- 9 x 69 =
- 71 x 9 =

→……………………

Figure 9. Liste des calculs

À partir du fait numérique 9×7, plusieurs objectifs d'apprentissage sont visés auprès de l'élève : prendre appui sur la connaissance du résultat $9 \times 7 = 63$, identifier comment mobiliser ce résultat dans les calculs, manipuler les propriétés des nombres et des opérations, pour faciliter les calculs. Quelques échanges ont lieu sur les procédures et les savoirs utilisés. Puis les procédures anticipées par le groupe IREM pour ces calculs sont présentées (annexe 9). L'analyse des calculs par familles catégorisées est un outil pour former les enseignants de façon spiralaire et revenir ainsi sur les connaissances abordées en première année de formation. En général nous accompagnons la mise en œuvre du défi-calcul auprès des enseignants sur deux années de formation *a minima.*

Pour les élèves, le travail « par famille » permet de rendre plus explicite le pilotage des procédures de calcul et de donner des stratégies d'observation des calculs aux élèves les plus en difficultés. Pour guider la catégorisation des calculs, nous mettons à disposition des enseignants un ensemble de documents ressources pour construire un discours, des représentations, des affichages de référence, et pouvoir programmer les compétences à acquérir au fil des années. Dans les fiches, nous avons essayé de mettre en mots les éléments essentiels à utiliser comme « simplifier les calculs », « convertir », « reconvertir », « rendre les nombres ronds », « arrondir », « ajuster le résultat », « transformer », « unités de numération », « transformer », « compenser »... Ces documents, à destination des enseignants, complètent les ressources institutionnelles. Ils développent des discours sur les propriétés des opérations, à propos desquelles les documents d'accompagnement français demandent explicitement aux enseignants de les utiliser de manière implicite (contrairement à la Belgique par exemple). Les propriétés des opérations font donc partie, de notre point de vue, des « savoirs transparents »[11] que l'enseignant ne peut légitimer comme objet d'enseignement (au sens de Margolinas et Laparra, 2011).

Nous proposons aux enseignants des documents d'accompagnement dont certains explicitent des procédures anticipées dans le but de les aider à mener leurs mises en commun (annexe 10). Comme nous l'avons vu à travers les exemples des calculs précédents, l'utilisation des connaissances en numération est forte. Nous favorisons lors des temps de mise en commun l'utilisation du glisse-nombre afin d'aider les enseignants à utiliser un vocabulaire juste pour expliciter ce qui se passe au niveau du nombre comme quantité lorsqu'on le multiplie (ou divise) par 10, 100, … Chaque unité de numération va être agrandie ou diminuée de x fois et devenir une nouvelle unité de numération. Les familles permettent également de construire des défis (annexe 11).

[11] « connaissances qui ne sont pas rattachées à des savoirs institutionnalisés, mais qui sont nécessaires à la réussite… c'est sur ces connaissances, peu identifiées, que se construisent une bonne part des inégalités scolaires, à travers des « différenciations passives » (on n'enseigne pas ce qui est requis par les tâches scolaires) et des « différenciations actives » (on n'enseigne pas à tous les élèves ces savoirs, en préjugeant que cela en mettrait certains en difficulté) » (Margolinas et Laparra, conférence IFÉ 2017).

3 Des programmations et des entrainements

La catégorisation par familles permet de programmer les enseignements de manière structurée et spiralaire. Nous présentons aux participants deux exemples de programmations en CP et CM2 (annexe 12). Ces tableaux de programmations des entrainements aux défis sont organisés en trois rubriques « faits numériques », « numération », « propriétés des opérations ». Les exemples de calculs sont issus des repères de progressivité Éduscol. Les faits numériques sont revus massivement en début d'année, avec une introduction progressive des propriétés des opérations. Ces programmations sont spiralaires sur l'année mais également sur toute la scolarité : par exemple, dans la colonne 2 d'une année il est indiqué « même programme qu'en temps 1, avec en plus… ». La programmation est envoyée aux classes, du CP à la 6^{e}, en début d'année scolaire, pour trois temps forts dans l'année : défis de décembre, mars et juin. L'enseignant retrouve des repères vus en formation (les catégories de calculs). Ces programmations, à visée enseignant, qui s'appuient sur les repères de progressivité, sont à rendre plus explicites en termes de propriétés des opérations. Celle de CP par exemple évoque la commutativité par l'expression, « changement de l'ordre des nombres ». Nous proposons également des entrainements dans lesquels sont remobilisés les faits numériques, les propriétés des nombres et des opérations en lien avec la numération. Les élèves réinvestissent les connaissances construites dans les séances précédentes et mettent en œuvre de manière autonome les stratégies d'observation des calculs en cherchant ce qui est à voir « Qu'est-ce qui pilote ? », « Sur quoi je m'appuie ? », « Comment je transforme ? ».

Après avoir développé le dispositif du défi calcul sur les classes de cycle 3 puis de CE2, les enseignants de CP-CE1 ont fait la demande d'entrer également dans ce dispositif. Les nouveaux défis ont été adaptés à l'âge des élèves : réduction du nombre de calcul, augmentation du temps donné pour effectuer les différentes étapes du défi, utilisation d'icônes pour le choix des modalités de calcul (annexe 13).

IV - ENSEIGNER DES STRATÉGIES EN APPUI SUR DES PROPRIÉTÉS

Cette partie présente un dispositif d'enseignement construit lors de formations à destination des enseignants de cycle 3. Elle retrace l'historique d'un travail mené depuis un peu plus de trois ans sur le département du Val d'Oise en exposant des documents liés à la formation des enseignants ainsi que des extraits de vidéos tournées en classe, afin d'analyser la portée de ces formations sur les pratiques de classe et sur la réussite des élèves.

1 Genèse et historique du dispositif

Le travail présenté est le fruit d'échanges et de réflexions menés avec des professeurs des écoles de cycle 3 regroupés en constellations mathématiques. Auparavant ces enseignants, dans le cadre de la formation continue, avaient bénéficié de deux modules de six heures portant sur l'enseignement du calcul en ligne. Il s'agit donc d'enseignants qui ont commencé à mettre en œuvre dans leur classe des séances d'apprentissages prenant appui sur les éléments pédagogiques et didactiques proposés lors de formations antérieures. Cependant, et de façon unanime, la gestion de la multitude des procédures des élèves reste, à ce stade, problématique. En effet, s'ils savent dorénavant recueillir, analyser et catégoriser ces différentes procédures, les enseignants se questionnent à présent sur la manière d'aider les élèves à opérer un choix parmi celles-ci. Ce questionnement entre alors en résonnance avec le programme du cycle 3 qui indique qu'en calcul « Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances et des nombres en jeu » (BOEN n°31 du 30 juillet 2020, p. 92). L'objectif de cette constellation est alors trouvé : comment développer l'adaptabilité des élèves en calcul mental ? Par adaptabilité, nous entendons ici la capacité de choisir une procédure efficiente en fonction de l'opération et des nombres en jeu. Cette capacité implique de mobiliser ses connaissances sur les nombres, sur les faits numériques et sur les propriétés des opérations.

2 Un dispositif, deux démarches d'enseignement

Un dispositif comprenant deux démarches d'enseignement est envisagé. Il a pour objectif, sur un temps donné, d'opérer une focale sur une procédure afin de permettre aux élèves de la comprendre, de se l'approprier et de la repérer en situation de calcul. La première démarche se décline en dix temps distincts (annexe 14) :

1. Tout d'abord l'enseignant donne un calcul à effectuer aux élèves (par exemple, 56 ÷ 4). Ceux-ci sont contraints d'utiliser le calcul en ligne afin de laisser apparaitre une trace de leur raisonnement.
2. L'enseignant recense les différentes procédures
3. Ces différentes procédures sont ensuite exposées au groupe-classe qui doit les analyser en identifiant les différentes connaissances sur lesquelles elles s'appuient.
4. Collectivement, le groupe-classe choisit une procédure qui lui parait « astucieuse » parce que conduisant facilement et rapidement au bon résultat. Ici, par exemple, la procédure retenue par la classe consiste à décomposer le dividende en somme de deux multiples du diviseur :
56 ÷ 4 = (40 ÷ 4) + (16 ÷ 4) = 10 + 4 = 14.
5. L'enseignant propose alors d'autres calculs qui invitent à utiliser cette procédure :
36 ÷ 3 ; 96 ÷ 8 ; 416 ÷ 4 ; etc.
6. Avant de s'engager dans chaque calcul, les élèves sont invités à un temps d'observation : de quelle opération s'agit-il ? Quels sont les nombres en jeu ? Puis-je procéder comme dans l'exemple précédent ?
7. Les élèves effectuent le calcul.
8. Lors de la mise en commun, les élèves sont amenés à vérifier la justesse du résultat et à indiquer si la procédure utilisée s'est avérée efficiente.
9. Un temps d'institutionnalisation proposant parfois une schématisation de la procédure est ensuite proposé.
10. Une deuxième séance se termine par un calcul pour lequel la procédure de résolution jusqu'ici utilisée ne semble plus pertinente (Par exemple, 53 ÷ 5). Les élèves sont alors invités à chercher d'autres procédures ; ce qui permet d'enseigner une nouvelle procédure de calcul en repartant de l'étape n°2 de la démarche d'enseignement.

L'observation de séances lors des visites croisées et les retours des enseignants sur les temps d'accompagnement ont laissé apparaitre que beaucoup d'entre eux avaient besoin d'un support plus précis pour piloter ce type de séance. Il a donc été décidé de construire des fiches de séquence dans lesquelles des éléments didactiques et d'accompagnement langagier étaient indiqués (cf. annexe 14).
Dans un second temps, une nouvelle démarche est envisagée. Nous l'avons nommée « démarche par incitations » car elle s'inspire de celle proposée par la formation « Le journal du nombre » (https://magistere.education.fr/ac-versailles/course/view.php?id=18669) qui vise notamment à mettre les élèves en réflexion sur la numération et le sens des signes mathématiques. Cette « démarche par incitations » transposée au calcul se décline en six étapes (annexe 17.2).
Les trois premières sont proches de la première démarche à la différence que l'enseignant ne retient qu'une seule procédure qu'il expose à la classe. Les élèves doivent déterminer ce qui a conduit à l'utilisation de cette procédure. Ici le calcul à effectuer était 84 ÷ 6. La procédure mise en avant prend appui sur la connaissance des doubles et moitiés et l'utilisation de la règle de compensation externe :
$84 \div 6 = (42 \div 6) \times 2 = 7 \times 2 = 14.$
Lors de l'étape n°4, l'élève dont la procédure avait été retenue valide, complète, précise ce qui vient d'être dit par le groupe-classe.
Dans l'étape n°5 les élèves sont invités à rechercher collectivement des calculs qui se prêteraient bien à l'utilisation de cette procédure. Après validation des calculs proposés, ceux-ci sont laissés comme exemple au tableau.

A l'étape n°6 les élèves divent générer des calculs qui inviteraient à utiliser cette procédure ; chacun étant libre d'utiliser les nombres avec lesquels il se sent plus à l'aise. Cette proposition de démarche par incitations repose sur l'hypothèse que si les élèves sont capables de générer des calculs invitant à utiliser une procédure, ils seront en retour plus à même d'envisager cette procédure de résolution pour un calcul donné.
Lors de l'atelier, une vidéo est diffusée. Il s'agit d'une séance portant sur le calcul 84 ÷ 6 qui a été filmée dans une classe de CM2 à l'école Frédéric Mistral de Fosses. Les participants sont invités à visionner la première partie présentant les quatre premières étapes de la démarche. À la suite, il leur est demandé de se mettre à la place de ces élèves de CM2 et de générer des calculs invitant à l'utilisation de la procédure mise précédemment en avant, puis de justifier leurs choix. Certains éprouvent le besoin d'identifier la propriété sous-jacente à la procédure (la compensation externe) avant de proposer des exemples. Différents calculs sont ensuite proposés par les participants : 98 ÷ 7 ; 72 ÷ 6 … Deux propositions font l'objet d'un débat au sein du groupe :

- 240 ÷ 6. Ici, on obtient $(120 \div 6) \times 2$. Il est rappelé alors que l'objectif premier de la procédure utilisée est de « se simplifier le calcul » en obtenant un dividende qui correspond à un multiple « connu » du diviseur ;
- 90 ÷ 5, même si elle est bien adaptée à la procédure mise ici en avant (45 ÷ 5) × 2, ne convainc pas un des participants. Ce dernier considère qu'une autre procédure utilisant une autre compensation est plus pertinente : (90 ÷ 10) × 2. Il est alors rappelé que nous sommes bien conscients que plusieurs procédures de résolution pour un même calcul cohabitent mais que l'objectif présent est d'opérer une focale sur une procédure. Rien n'empêche plus tard de mettre en exergue cette autre procédure pour le cas particulier de la division par 5.

La seconde partie de la vidéo montre des élèves cherchant à produire des calculs dont la procédure de résolution s'appuie sur la connaissance des doubles et des moitiés et sur la connaissance implicite de la règle de compensation externe (figure 10). Certains procèdent par essais et ajustements voire par tâtonnements. Beaucoup partent d'un multiple du diviseur qu'ils connaissent puis le multiplient par 2 : $(49 \div 7) \times 2 = 98 \div 7$.

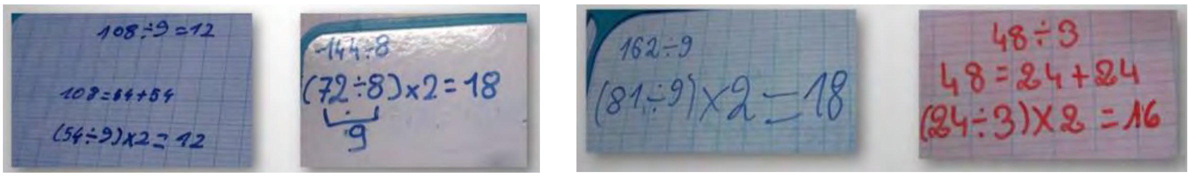


Figure 10. Calculs générés par certains élèves

Pour conclure cette partie sur la « démarche par incitations », il est demandé aux participants d'indiquer les plus-values de cette démarche et les points auxquels on doit apporter une vigilance. Le tableau 2 présente une synthèse de leurs remarques. Cette remarque sur l'absence d'un enseignement des propriétés des opérations fait justement l'objet, depuis quelques mois, d'un début de réflexion au sein du groupe IREM « Calcul mental ». Peut-on enseigner les propriétés des opérations à l'école élémentaire ? Et si oui, comment procéder ?

Les plus-values	- Des élèves qui prennent plaisir à calculer - Des élèves qui développent leur sentiment de compétence par le fait qu'ils découvrent et s'approprient une procédure de calcul, par le fait de travailler dans une étendue numérique maîtrisée - Une démarche qui aide les élèves à repérer le domaine d'efficience d'une procédure
Les points de vigilance	- La séance tournée en classe ne laisse pas apparaitre de phase au cours de laquelle la propriété sous-jacente à la procédure est explicitée, enseignée

Tableau 2. Synthèse des remarques des participants

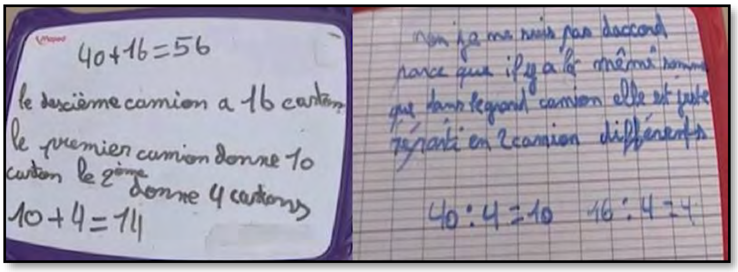
3 Enseigner les propriétés des opérations : une piste de réflexion

Le programme du cycle 3 indique qu'en calcul mental ou en ligne, les élèves doivent « Connaître des propriétés de l'addition, de la soustraction et de la multiplication », « Utiliser ces propriétés et procédures pour élaborer et mettre en œuvre des stratégies de calcul » (BOEN n°31 du 30 juillet 2020, p.94). Aucune piste pour l'enseignement des propriétés des opérations n'est précisée. Depuis quelques mois, le groupe IREM réfléchit à un dispositif d'enseignement des propriétés des opérations au cycle 3. Ce dispositif est testé avec quelques enseignants afin de savoir s'il est possible de le généraliser à l'ensemble des classes. L'hypothèse proposée est d'enseigner les propriétés des opérations à partir de la résolution de problèmes complexes, à étapes (problèmes textuels ou calculs complexes).

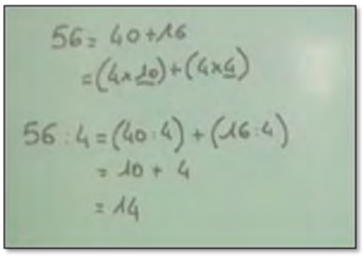
Dans la séance filmée dans une classe de CM1-CM2 à l'école La Garenne de Marly-la-Ville, l'objectif est d'enseigner la division par décomposition en somme ou différence du dividende (parfois appelé par abus de langage « distributivité à droite de la division »). Mais en mathématiques, la division n'est pas une opération distributive. Le problème suivant constitue la situation de départ (annexe 15) :

> *Un transporteur doit livrer 56 cartons à 4 clients, de manière équitable. Le premier jour, les 56 cartons sont chargés dans un grand camion puis ils sont répartis entre les 4 clients. Le lendemain, le grand camion est en panne. Le transporteur doit le remplacer par 2 petits camions qui ne peuvent contenir que 40 cartons au maximum. Le premier camion contenant 40 cartons arrive et les cartons sont répartis équitablement entre les 4 clients. Puis le deuxième camion arrive mais un des clients n'est pas content car il dit qu'il ne recevra pas le même nombre de cartons que la veille. Es-tu d'accord avec lui ? Explique pourquoi.*

La plupart des élèves choisissent comme procédure de décomposer 56 (figure 11a), la plus fréquente étant 56 = 40 + 16. Lors de la mise en commun (figure 11b), puis lors de la phase d'institutionnalisation, l'enseignante attire l'attention des élèves sur le fait que « Pour calculer le quotient 56 ÷ 4, on peut soit diviser directement 56 par 4, soit décomposer le dividende (56) en une somme et diviser chacune des parties. Dans les deux cas, on obtient le même résultat. »



(a)



(b)

Figure 11. Quelques réponses d'élèves (a) puis mise en commun (b)

La séance se conclut par une synthèse représentant la propriété par un schéma et une explicitation sous forme d'un texte générique de la propriété (figure 12).

Figure 12. Proposition de synthèse de la séance avec représentation en ligne des quantités

Suite à la diffusion de la vidéo, il est demandé aux participants d'indiquer les plus-values de cette démarche et les points auxquels on devrait apporter une vigilance. Le tableau 3 présente une synthèse de leurs réponses.

Les plus-values	Une démarche qui permet : - d'aborder une propriété à partir d'une situation concrète en résolution de problèmes ; - d'amarrer la propriété à une situation de référence.
Les points de vigilance	- Une démarche qui nécessite de former et d'accompagner les enseignants de cycle 3.

Tableau 2. Synthèse des réponses des participants

V - CONCLUSION

Le travail du groupe IREM « Calcul Mental » se poursuit sur la programmation de l'enseignement des propriétés des opérations, ainsi que sur la représentation des propriétés de la multiplication et de la division, à l'instar de celui déjà effectué sur les propriétés de l'addition et de la soustraction[12]. Le questionnement engagé par le groupe IREM « Calcul mental » continue sur l'enseignement et la programmation des propriétés notamment sur l'introduction de certaines d'entre elles par la résolution de problèmes. Un de nos projets est de construire pour et avec les enseignants des fiches de séquence sur l'enseignement de techniques de calcul (voir partie IV). Dans un premier temps, les élèves seraient amenés à découvrir une propriété d'une opération en l'introduisant par la résolution d'un problème arithmétique à étapes (puis à l'entrainer sur d'autres problèmes) ; dans un second temps, cette propriété deviendrait point d'appui de technique(s) de calcul mental en repérant la zone d'efficience de ces techniques, au fur et à mesure de la séquence. Les documents du groupe sont publics (à condition de citer les sources) et sont tous téléchargeables sur le site de l'IREM « Calcul mental », le padlet de mutualisation des ressources, le site de la DSDEN 95 dans la partie « Nombre et calculs - Ressources pour enseigner le calcul ». Nous tenons à remercier les formateurs et les enseignants qui travaillent avec le groupe pour leur engagement. Merci aux présents à l'atelier pour leur participation et leur patience.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *9(3)*, 281–308. https://revue-rdm.com/1988/ingenierie-didactique-2/

Artigue, M. (2004). L'enseignement du calcul aujourd'hui : problèmes, défis perspectives. *Repères IREM*, *54*, 23-40.

Batton, A., Chambris, C., Melon, I., Freguis, G. et Radovanovic, A. (2020). Défi Calcul : un dispositif de formation de formateurs, d'enseignants, d'élèves au calcul mental, *Actes du colloque de la Copirelem 2019, 4-6 juin 2019, HEP Vaud* (242-268). Lausanne, Suisse : ARPEME.

Bautier, E. et Goigoux, R. (2004). Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle. *Revue française de pédagogie, 184*, 89-100.

Butlen, D., Masselot, P., Pézard, M., Amigues, R. et Kherroubi M. (2003). De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation, les pratiques de la classe en milieux difficiles. *Recherche & Formation n°44*, 2003, 45-61.

Chambris, C. (2008). Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du XXe siècle : connaissances des élèves actuels. Thèse de doctorat. Paris : Université de Paris 7.

[12] Voir les documents du site pédagogique de la DSDEN 95 notamment *Simplifier les calculs en transformant les nombres : regards sur des propriétés de l'addition et de la soustraction* file:///C:/Users/abatton/Downloads/simplifier-les-calculs-en-transformant-les-nombres---propri-t-s-des-op-rations-24209-3.pdf

Chambris, C., Haspekian, M., Melon, I. et Pasquet-Fortune, N. (2018). Le défi calcul : entre calcul mental et calculatrice. *Actes du colloque mathématiques en cycle 3, IREM de Poitiers, 8-9 juin 2017 (*227-238). Poitiers : ARPEME.

Chambris, C., Melon, I. et Pasquet, N. (12 décembre 2018). *L'enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Colloque organisé par l'Académie des sciences, la Fondation La main à la pâte, le réseau des IREM https://www.academie-sciences.fr/fr/Seances-publiques/enseignement-mathematiques-ecole-primaire.html

Chambris, C. (2019). Raisons d'être des grandeurs dans l'enseignement de l'arithmétique élémentaire à l'école. États des lieux, questions et perspectives. Cours du thème « Grandeurs et mesures », dans *Actes de la 20e école d'été de didactique des mathématiques (–).* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16(3), 289-322.

Grangeat, J.-M. (1997). *La métacognition, une clé pour des apprentissages scolaires réus*sis. Paris : ESF éditeur.

Ludier, I. (2022). *Évolution des connaissances en calcul mental des élèves du cycle trois et influence d'une pratique régulière du logiciel Mathador sur les apprentissages.* Cergy : Éducation. LDAR/CYU Cergy Paris Université.

Margolinas, C. et Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans J.-Y. Rochex, J. Crinon (éd), *La construction des inégalités scolaires* (19-32). Rennes : Presses universitaires de Rennes,.

Margolinas, C. et Laparra, M. (2017). Des concepts-clés pour les premiers apprentissages scolaires, conférence IFE. https://centre-alain-savary.ens-lyon.fr/CAS/maternelle/les-premiers-apprentissages-scolaires-a-la-loupe-des-liens-entre-enumeration-oralite-et-litteratie

MEN EDUSCOL (2016). Informer et accompagner les professionnels de l'éducation, Mathématiques : Le calcul aux cycles 2 et 3. https://eduscol.education.fr/document/15400/download

Piot, T. (2005). La verbalisation de l'activité par l'élève. Quand dire, c'est apprendre et s'apprendre. Dans L. Talbot (dir.*), Pratiques d'enseignement et difficultés d'apprentissage* (193-208). Toulouse : Érès. DOI : 10.3917/eres.talbo.2005.01.0193

Richard, F. (2013). L'efficience de l'interprétation et la fonction paternelle. *Revue française de psychanalyse, 77*, 1462-1470. https://doi.org/10.3917/rfp.775.1462

Rinaldi, A.-M. (2013). Mesurer à la règle cassée pour comprendre la technique usuelle de la soustraction posée, *Grand N*, 91, 93-119. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/91n5_1553765843802-pdf

Vandebrouck, F., Chambris, C., Celi, V., Coulange, L., Haspekian, M., Sabra, H., Train, G. et Trouche, L. (2018). Le réseau des IREM et la communauté des didacticiens s: quatre expériences d'interactions fructueuses. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2016* (25-346).Paris : IREM de Paris.

IREM Paris « Groupe Calcul mental » : https://irem.u-paris.fr/calcul-mental *Padlet de mutualisation des ressources :* https://padlet.com/agnes_batton/d-fi-calcul-banque-de-mat-riau-i5vx9idy9mxk

Pédagogie DSDEN 95*, Ressources pour enseigner le calcul :* https://www.ac-versailles.fr/nombres-et-calcul-mathemathiques-val-d-oise-124340

ANNEXE 1 : OBJECTIFS DU DISPOSITIF DE FORMATION

Diapositives extraites du diaporama de l'atelier :

Nos objectifs en calcul mental

Apprendre à **raisonner** en calcul / développer une flexibilité sur les procédures à utiliser :

- **analyser** les calculs proposés pour y repérer ce que l'on connait déjà;
- **s'appuyer sur** les connaissances antérieures pour
  → **transformer** les calculs
  pour les rendre plus simples.

analyser → choisir piloter → transformer → calculer

Accompagner et déployer pour …

Faire découvrir un dispositif pédagogique visant à :

Pour les enseignants:
- renforcer les connaissances disciplinaires et didactiques
- élargir les gestes professionnels : analyse des productions d'élèves, mise en commun…
- mettre en œuvre une réflexion collective dans le but de garantir la construction d'un parcours de l'élève cohérent

Pour les élèves:
- renforcer les compétences en calcul mental
- développer des compétences métacognitives
- valoriser l'engagement dans la tâche
- s'approprier des outils permettant l'autonomie dans la tâche

ANNEXE 2 : PROPOSITION DE PROTOCOLE POUR LES ENTRAINEMENTS AU DÉFI-CALCUL

4 calculs – 1 min pour choisir la modalité de calcul, 4 min pour effectuer les calculs mentaux puis à la calculatrice.

- **1 min pour choisir** votre modalité de calcul (C ou M en rouge)
- **4 min pour réaliser les calculs** mentaux (en bleu) puis finir avec les calculs à la calculatrice (en vert).

Calculs	Forme choisie M pour mental C pour calculatrice	Résultats
a		
b		
c		
d		

5 pts pour un résultat en calcul mental juste,
4 pts pour un résultat juste mais avec des étapes en ligne
3 ou 2 pts pour un ordre de grandeur
1 pt résultat à la calculatrice juste
0 pt en cas d' absence de réponse ou de réponse fausse

Groupe IREM Calcul mental - COPIRELEM - Marseille 2023 9

ANNEXE 3 : DOCUMENTS POUR LA MISE EN SITUATION PARTIE I

Entrainement différencié proposé lors de l'atelier. Format d'entrainement construit par Audrey Serrano pour sa classe de CM1-CM2 de Villiers-le-Bel (95) et adapté ici pour l'atelier (d'autres adaptations existent pour la formation « défi-calcul »).

Mise en situation 1

Prénom : ....
Date : ....

Défi calcul mental n°1

						Total	
						Calcul mental	
	c r m	Calcul CM1 / niveau 1	résultat	calcul CM2 / niveau 2	c r m	intermédiaire	pts
1		560 : 4		5,6 : 4			
2		3 100 - 1800		3,1 – 1,8			
3		35 x 16		3,5 x 16			
4		1 380 + 475		13,8 + 4,75			

Consigne 1 : Après avoir choisi son niveau de calculs (cm1 ou cm2), suivi du protocole d'entrainement du défi
Temps 1 : 1 min choix de modalités (en rouge)/ 4 min effectuation des calculs
d'abord ceux en calcul mental (bleu) puis ceux à la calculatrice (vert)
(écrire si besoin des intermédiaires)
en ayant l'idée de la consigne du temps 2 en tête…

Scénario de la formation continue - Consigne 2 : 15 min en groupe
anticiper une **mise en commun commune aux deux calculs de la même ligne**
(correction avec explicitation, argumentation, comparaison) comportant des éléments communs aux deux niveaux

Groupe IREM Calcul mental - COPIRELEM - Marseille 2023 10

ANNEXE 4 : PRISE DE NOTE LORS DE LA FORMATION ET DIAPOSITIVE DES TECHNIQUES ANTICIPÉES

Première prise de note collective lors de la mise en commun :

560 ÷ 4 vs 5,6 ÷ 4

560 ÷ 4	5,6 ÷ 4	Procédures & mise en mots/pilotage
7 x 8 = 56 56 : 4 = (7 x 8) : 4 = 7 x (8 : 4) = 7 x 2		moitié de moitié : 4 c'est : 2 : 2 multiple de 4 qui donne 56 ? table de 4 Décomposition en multiples de 4 56 = 40 + 16 560 : 4 = 280 : 2

Diapositive proposant les réflexions anticipées sur les différentes procédures et sur le lien entre les calculs sur les entiers et sur les décimaux « à une conversion près » :

560 ÷ 4 vs 5,6 ÷ 4

Anticipé

560 : 4 = **56** Dizaines **: 4** = (40 + 16) Dizaines : 4 = (10 + 4) Dizaines = 14 Dizaines = 140	= 56 dixièmes : 4 = **56** dixièmes **: 4** = (40 + 16) dixièmes : 4 = 14 dixièmes = 1,4 56 : 4 commun	➢ **Moitié de moitié** ➢ **: 4 c'est aussi : 2 : 2** ➢ **décomposition en multiples de 4 : 40 + 16** **ou 60 - 4** 56 proche de 60, on arrondit à 60 car on sait que 4x15 = 60 ; 56 c'est une fois 4 en moins (60 – 4) : 4 et « distrib » de la division 60 : 4 = 15 et 56 : 4 = (60-4) : 4 = 15 – 1 (une fois 4 de moins) ➢ **Je connais 56 : 8 = 7 donc 56 : 4 = (56 : 8) x 2 = 7 x 2 = 14**
- même calcul sur les « entiers » **- différence de nature des unités de numération** 5,6 = **56 dixièmes** 560 = **56 Dizaines** recherche possible d'un **coefficient multiplicateur :**		**Compensation externe sur la division :** Dans un quotient, quand je multiplie le diviseur par un entier, je divise trop (ici deux fois trop) mon résultat est divisé d'autant, il est donc (deux fois) trop petit. Il faut donc que je compense en remultipliant le résultat d'autant de fois.

ANNEXE 5 : EXTRAITS DE FEUILLES DE PROCÉDURES DE FORMATEURS PARTICIPANTS

Hésitation entre plusieurs procédures.
Décomposition de 35 et distributivité
(30+5) x 16
Décomposition de 16 et distributivité
35 x (10 + 5 + 1)
moitié 1 fois.
Puis choix de la "compensation interne"
35 x 16 = 70 x 8
7 x 8 → table de 7.
puis 10.

3,5 x 16
choix immédiat
de 3,5 x 16
$= 3,5 \times 2 \times \frac{16}{2}$
$= 7 \times 8$
$= 56$

(1) $560 : 4 = (560:2) : 2$
$= (500:2 + 60:2) : 2$
$= (250 + 30) : 2$
$= 280 : 2$
$= 140$

$5,6 : 4 = 140 : 100$ (en vrai, j'ai ~~compté~~ utilisé un ordre de grandeur)
$= 1,4$

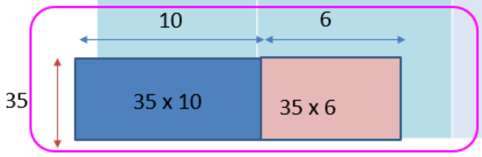
ANNEXE 6 : TECHNIQUES ANTICIPÉES AUTOUR DE 35×16

35 x 16 VS 3,5 x 16

anticipé

35 x 16	3,5 x 16			
35 x 16	**3,5 x 16** = 35 dixièmes x 16	35 x 2 x 8 *Pilotage* : rendre « rond » 35 en le doublant **« associativité de la multiplication »** = 35 x (2 x 8) **associativité** = (35 x 2) x 8 = 70 x 8 = (10 x 7) x 8 **associativité** = 10 x (7 x 8)	**35 x 2** est rond & *Pilotage* : rendre « rond » 35 en le doublant **compensation multiplicative interne** 35 x 16 = (35 x 2) x (16 : 2) = 70 x 8 = 7 dizaines x 8 = (7 x 8) dizaines	*Pilotage* : revenir à des tables connues par décomposition d'un des facteurs, décomposition « additive » d'un des facteurs et **distributivité de la multiplication** ex : 16 fois c'est 10 fois et 6 fois de plus (35 x 10) + (35 x 6) = 350 + (35 x 2) x 3 = 350 + (70 x 3) = 350 + 210 = 560 Ou (30 + 5) x 16 ou (40 – 5) x 16

35 x 16

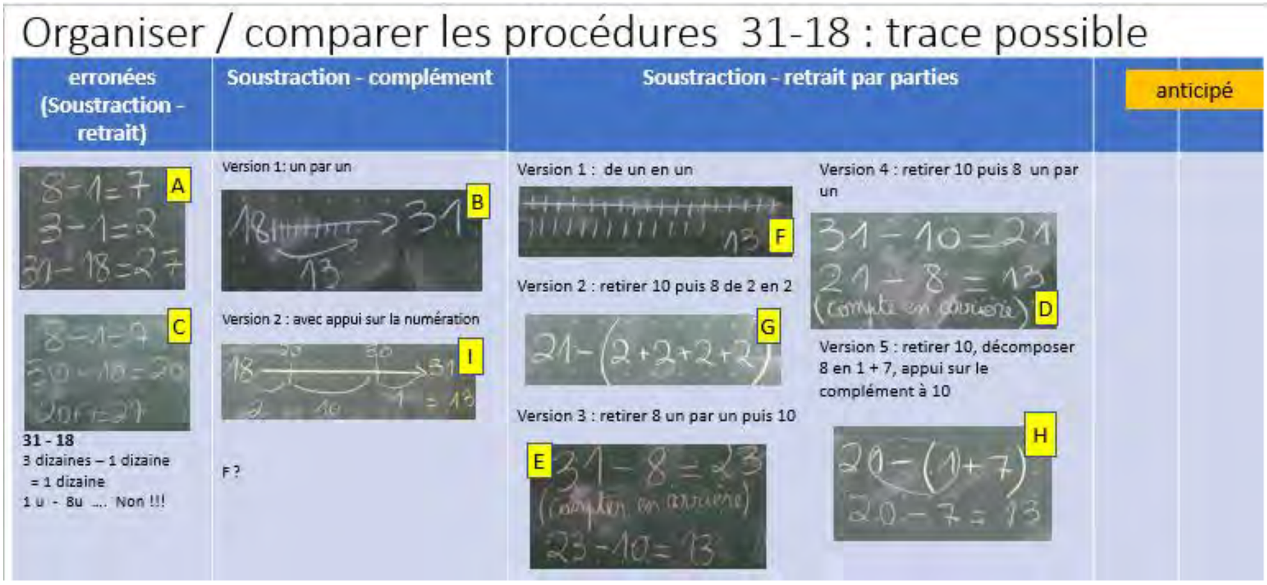


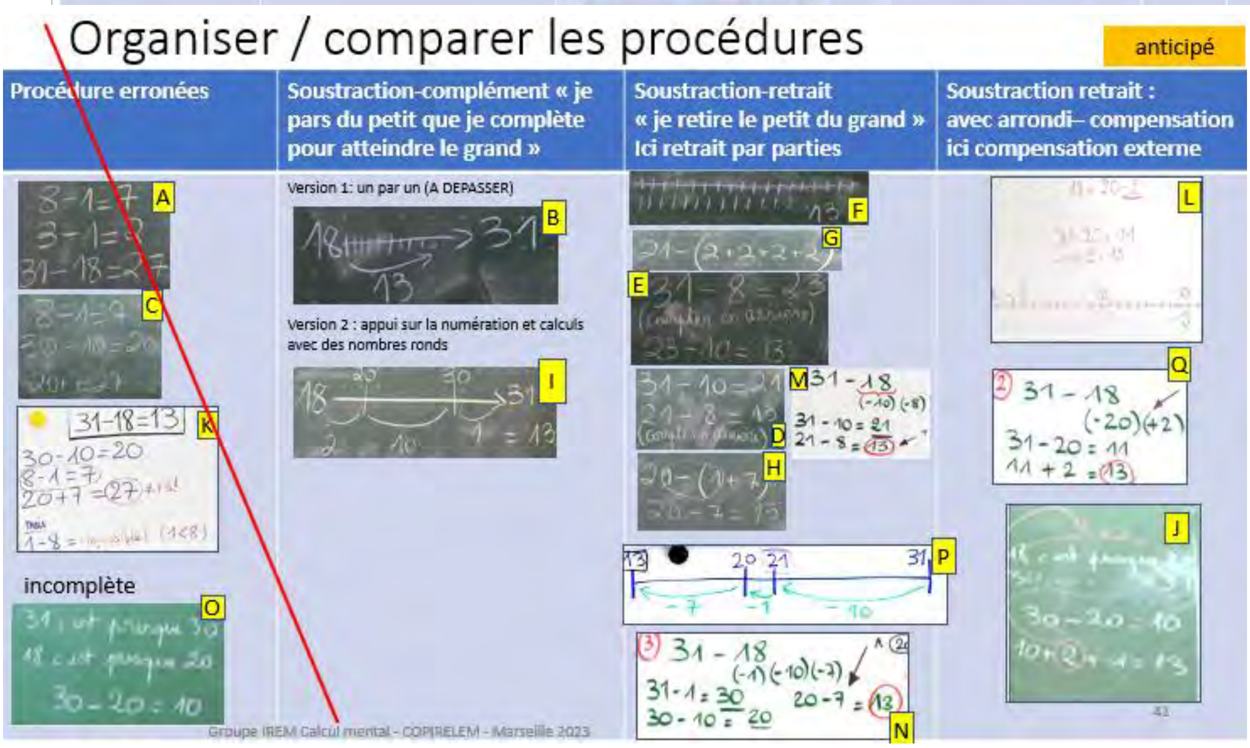
Groupe IREM Calcul mental - COPIRELEM - Marseille 2023 16

ANNEXE 7 : ORGANISATION ANTICIPÉE DES PROCÉDURES D'ÉLÈVES SUR LE CALCUL $31 - 18$

Extraits du diaporama de l'atelier :

- procédures des élèves de la première classe
- puis tableau complété avec des procédures en provenance d'autres classes





ANNEXE 8 : DOCUMENT DISTRIBUÉ AUX ÉLÈVES POUR AIDER À L'ANALYSE DES CALCULS PAR LE BIAIS DES FAMILLES

Défi calculs CM2- mars 2021

J'ai organisé les calculs du défi en 8 familles. Peux-tu expliquer mes choix ? Ecris ta réponse en face de la flèche →

Famille 1	Famille 2
1,25 x 100 = 836 x 50 x 2 = 50 x 480 x 2 = 2 x 999 x 5 x 10 = →	2 x 36 = 360 000 + 360 000 = 36 000 + 36 750 = 7 260 – 3 600 = →

Famille 3	Famille 4
4 x 25 = 4 x 200 x 25 = 25 x 3,75 x 4 = 25 x 8 →	526 + 2 199 = 6700 – 389 = 1 854 – 348 = 257 + 244 = →

Famille 5	Famille 6
9 x 7 = 9 000 x 7 = 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 = 9 x 69 = 71 x 9 = →	4 x 15 = 1 500 x 4 = →

Famille 7	Famille 8
500 + 3 700 + 1 300 + 500 = 370 + 250 + 130 + 250 = 0,8 + 2,4 + 0,8 = 5,5 + 0,8 + 0,5 + 2 = →	456 562 + 236 291 = 125 658 x 35 469 = →

http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/2-2021-03-26-D%C3%A9fi%20calculs%20CM2-correction%20-%20version%20%C3%A9l%C3%A8ve.pdf

ANNEXE 9 : PROCÉDURES ANTICIPÉES POUR LES CALCULS DE LA FAMILLE 5

Procédures	Mots pour le dire
9 x 7 = 63	fait numérique
9 000 x 7 = (9 x 1 000) x 7 = (9 x 7) x 1 000 = 9M x 7 = (9 x 7) M = 63 M = 63 000	Décomposition multiplicative de 9 000 en 9 x 1000 pour faire apparaitre 9 x 7. Commutativité et associativité. Multiplier par 1 000, c'est rendre le résultat 1 000 fois plus grand (glisse-nombre). Unités de numération – conversion Convertir 9 000 en 9 unités de milliers pour faire apparaitre 9 x 7. Associativité. Conversion du résultat. (Usage du glisse-nombre : « multiplier par 1 000 agrandit »...)

procédures	Mots pour le dire
9 x 7 = 63	fait numérique
70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 **9 x 70** = 9 x (7 x 10) = (9 x 7) x 10 = 9 x 7D = 63D = 630	Voir « 9 fois 70 » dans l'addition itérée. Même cheminement que pour 9 000 x 7 Décomposition multiplicative de 70 en 7 x 10 pour faire apparaitre 9 x 7. Commutativité et associativité. Multiplier par 10, c'est rendre le résultat 10 fois plus grand (glisse-nombre). Unités de numération – conversion Convertir 70 en 7 dizaines pour faire apparaitre 9 x 7. Associativité. Conversion du résultat. (Usage du glisse-nombre : « multiplier par 10 agrandit »…)

procédures	Mots pour le dire
9 x 7 = 63	fait numérique
71 x 9 = (70 + 1) x 9 = (70 x 9) + (1 x 9) = (7 x 10 x 9) + 9 = (7D + 1) x 9 = (7D x 9) + (1 x 9) = 63D + 9	Même pilotage que précédemment. Faire apparaitre 9 x 7 puis….. • Multiplier par parties (distributivité) • Mobilisation de l'associativité, la numération • Conversion

procédures	Mots pour le dire
9 x 7 = 63	fait numérique
9 x 69 = 9 x (70 – 1) = (9 x 70) – (9 x 1) = (9 x 7 x 10) – 9 = (9 x 7 D) - 9 = 63D – 9 = (10 x 70) – (1 x 69) et plus complexe …	Arrondir 69 à 70 pour faire apparaitre 9 x 7 x 10 69 est proche de 70. « 69 fois c'est aussi 70 fois moins 1 fois » (itération) Multiplier par parties (distributivité) Puis mobilisation de l'associativité, la numération comme les calculs précédents. Avec les unités de numération-conversion 9 fois c'est « 10 fois moins 1 fois » mais cette procédure n'utilise pas le fait numérique 9 x 7

ANNEXE 10 : DOCUMENT POUR AIDER LES ENSEIGNANTS À COMPRENDRE LES PROCÉDURES, À EXPLICITER, À REPRÉSENTER LES SAVOIRS EN JEUX

http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/DefiCalculsCM2-correction-versionPE.pdf

Défi calculs CM2- mars 2021

J'ai organisé les calculs du défi en 8 familles. Peux-tu expliquer mes choix ? Écris ta réponse en face de la flèche →

Famille 1	1,25 x 100 = 836 x 50 x 2 = 50 x 480 x 2 = 2 x 999 x 5 x 10 =

Famille des x 100

.... x 100 peut également se décomposer en ..... x 50 x 2 ou ..... x 2 x 5 x 10

« multiplier par 50 et 2, c'est multiplier par 100 ». On peut changer l'ordre des nombres dans la multiplication, le résultat ne change pas « .... X 50 x2 = ... x 50 x 2 »

« multiplier par .... x2x5x10, c'est multiplier par 100.

Affichage à construire avec les élèves.
A compléter :
100 = 10 x 10
100 = 20 x 5 = 5 x 20
100 = 25 x 4 = 4 x 25 = 2 x 2 x 25
100 = 2 x 25 x 2
100 = 2 x 5 x 2 x 5= 2 x 2 x 5 x 5 = 5 x 2 x 2 x 5...
100 = 1 x 100

Famille 2	2 x 36 = 360 000 + 360 000 = 36 000 + 36 750 = 7 260 – 3 600 =

Famille des doubles et numération

Je reconnais des doubles dans chaque calcul. Pour simplifier les calculs, je convertis ce qui fait apparaitre les doubles. Je calcule, puis je reconvertis mes résultats.

➢ 360 000 + 360 000
= 36Dizaine de Mille + 36Dizaine de Mille = 72Dizaine de Mille = 72 x 10 000 = 720 000

➢ 36 000 + 36 750
Je calcule d'abord sur les doubles
36Mille + 36Mille = 72Mille (On utilise le double de 36, puis on reconvertit.)
J'ajuste mon résultat, j'ajoute les 750 de 36 750
72Mille 750 = 72 750

➢ 7 260 – 3 600 =
Je calcule d'abord sur les doubles
72C + 36C = 36C
J'ajuste mon résultat, j'ajoute les 60 de 7 260
36C 60 = 3 660

☺ Avec les unités de numération, mes calculs sont plus simples car les nombres ont moins de chiffres.

Famille 3	4 x 200 x 25 = 25 x 3,75 x 4 = 25 x 8

Famille des 4 x 25 ; numération ; utilisation des propriétés associativité/commutativité

Famille des faits numériques : les résultats que je dois connaitre par cœur au fur et à mesure.

Quand je les connais, je gagne du temps pour faire mes calculs et je peux plus facilement les utiliser dans des calculs plus difficiles.

25 x 4 = 100 est un fait numérique à utiliser ensuite dans la famille des fois 100.

Pour calculer 25 x 8, je m'appuie sur la connaissance des tables de multiplication.

Je cherche si le nombre qui est multiplié par 25 est un multiple de 4, pour faire apparaitre 25 x 4.

8 est un multiple de 4, car c'est le résultat dans la table de 4 de 4 x 2.

25 x 8 = 25 x (4 x 2) = (25 x 4) x 2 = 100 x 2

Famille 4	526 + 2 199 = 6700 – 389 = 1 854 – 348 = 257 + 244 =

Famille des « je transforme certains nombres pour calculer avec des nombres ronds »

➢ **526 + 2 199 → j'arrondis et j'ajuste**

Je transforme 2 199 en 2 200 en lui ajoutant 1 ; j'arrondis à la centaine supérieure.

526 + 2 200 = 2 726 (ici j'utilise la numération de position)

2 200, c'est 1 de plus que 2 199. J'ai ajouté 1 de trop, donc j'ajuste ce résultat en enlevant 1.

Je trouve 2 726 – 1 = 2 725

526 + 2 199 = 526 + (2 199 + 1) – 1 = 2 725

➢ **526 + 2 199 → je complète un nombre pour l'arrondir et je retire à l'autre pour conserver la quantité : je compense entre les nombres** *(certains élèves utilisent peut-être l'expression « j'équilibre »)*

Je complète 2 199 à 2 200 : j'arrondis à la centaine supérieure.

Pour cela, je retire 1 à 526 que j'ajoute à 2 199.

(526 – 1) + (2 199 + 1) = 525 + 2 200 = 2 725

➢ **526 + 2 199 → j'arrondis en décomposant/associant**

Je décompose 526 en 525 + 1 et j'associe 1 à 2 199

526 + 2 199 = (525 + 1) + 2 199 = 525 + (1 + 2 199)

Famille 6	4 x 15 = 1 500 x 4 =

Famille des 4 x 15

Famille des faits numériques : les résultats que je dois connaitre par cœur au fur et à mesure.

Quand je les connais, je gagne du temps pour faire mes calculs et je peux plus facilement les utiliser dans des calculs plus difficiles.

➢ 4 x 15 = 60 ou 4 x 15 = 60

➢ 1500 x 4

Je repère 15 x 4 dans le calcul. Pour simplifier les calculs, je convertis en centaines ce qui fait apparaitre 15x4 centaines.
Je calcule puis je reconvertis mes résultats : 1500 x 4 = 15Centaines x 4 = 60Centaines = 60 x 100 = 6 000

☺ Avec les unités de numération, mes calculs sont plus simples car les nombres ont moins de chiffres.

Famille 7	500 + 3 700 + 1 300 + 500 = 370 + 250 + 130 + 250 = 0,8 + 2,4 + 0,8 = 5,5 + 0,8 + 0,5 + 2 =

Famille unités de numération

Pour simplifier les calculs, je convertis pour calculer avec des nombres qui ont moins de chiffres.

➢ 500 + 3 700 + 1 300 + 500
= 5Centaines + 37Centaines + 13Centaines + 5Centaines
Je repère des compléments. Je déplace les nombres et j'associe. (5C + 5C) + (37C + 13C) = 10C + 50C = 60C
Je reconvertis le résultat : 60C = 60 x 100 = 6000

➢ 370 + 250 + 130 + 250
= 37D + 25D + 13D + 25D
= (37D + 13D) + (25D + 25D)
= 50D + 50D = 10D
= 50 x 100 = 5 000
☺ Mes calculs sont plus simples car les nombres ont moins de chiffres

➢ 0,8 + 2,4 + 0,8
Je repère des compléments. Je déplace les nombres et j'associe.
= (0,8 + 0,8) + 2,4 = 1,6 + 2,4 = 4
= (8 dixièmes* + 8 dixièmes + 24 dixièmes = 16 dixièmes + 24 dixièmes = 40 dixièmes = 4 x 10 dixièmes = 4 x 1 = 4
ou bien je décompose et j'associe
= 0,8 + (2 + 0,2 + 0,2) + 0,8
= (0,8 + 0,2) + 2 + (0,8 + 0,2)= 1 + 2 + 1 = 4
= 8dixièmes + (2 + 2dixièmes + 2dixièmes) + 8dixièmes = (8dixièmes + 2dixièmes) + 2 + (8dixièmes + 2dixièmes)
= 1 + 2 + 1 = 4

➢ 5,5 + 0,8 + 0,5 + 2 =
Je repère des compléments. Je déplace les nombres et j'associe.
(5,5 + 0,5) + 0,8 + 2 = 6 + 0,8 + 2
(55d + 5d) + 8d + 2 = 60d + 8d + 2 = 68d + 2 = 6 + 2d + 2 = (6 + 2) + 2d = 8,2

* dans les premiers temps de l'utilisation des unités de numération, il est préférable d'écrire les égalités avec les mots (dizaines, dixièmes, centaines...) pour mettre en avant les valeurs des nombres et écrire plus tard avec les abréviations (D pour dizaines, C pour centaines mais en gardant dixièmes pour ces « nouvelles » sous-unités...).

Famille 8	456 562 + 236 291 = 125 658 x 35 469 =

Famille « à la calculatrice »

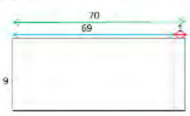
Famille 5	9 x 7 = 9 000 x 7 = 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 = 9 x 69 = 71 x 9 =

Autour de la multiplication
Famille des faits numériques
Si je connais par cœur le résultat de 9 x 7 = 63, je peux le réutiliser dans d'autres calculs

➢ **9 000 x 7 → Je convertis, je multiplie et je reconvertis**
9 000 x 7 c'est 9Mille x 7
9Mille x 7 = 63Mille = 63 x 1 000 = 6 300
Ici, pour simplifier les calculs, je convertis 9 000 en 9M.

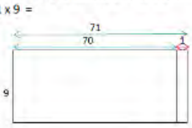
➢ **70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 → Je transforme une addition itérée en multiplication**
Pour simplifier les calculs, je convertis 70 en 7Dizaines.
70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 c'est
7Dizaines+7Dizaines+7Dizaines+7Dizaines+7Dizaines+7Dizaines+7Dizaines+7Dizaines+7Dizaines,
c'est 9 fois 7Dizaines ou 7Dizaines fois 9 qui s'écrit 9 x 7 ou 7 x 9
9 x 7D = 63Dizaines.
Je convertis 63Dizaines en unités : 63 x 10 = 630

➢ **9 x 69 → Je calcule avec des « nombres ronds » (multiples de puissances de 10*)**
9 x 69 =



C'est plus simple de multiplier avec des « nombres ronds ».
Je transforme 69 en 70 en lui ajoutant 1, je l''arrondis ici.
9 x 70 = 9 x 7D = 630
70, c'est 1 de plus que 69. J'ai ajouté 1 fois 9 de trop, donc j'ajuste mon résultat en enlevant 9.
Je trouve 630 – 9 = 621
9 x 69 = 9 x (70 – 1) = (9 x 70) – (9 x 1) = 630 - 9

➢ **71 x 9 → Je calcule avec des nombres ronds**
71 x 9 =



C'est plus simple de multiplier avec des nombres ronds.
Je transforme 71 en 70 en lui enlevant 1, je l'arrondis ici.
9 x 70 = 9 x 7D = 630
71, c'est 1 de plus que 70. J'ajuste mon résultat en ajoutant 1x9 de plus, j'ajoute 9.
Je trouve 630 + 9 = 639
9 x 71 = 9 x (70 +1) = (9 x 70) + (9 x 1) = 630 + 9

* Remarque : pour les enseignants

ANNEXE 11 : UN EXEMPLE DE DÉFI-CALCUL CM2 MARS 2021

http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/DocumentFicheViergeDefiCM2Consignes.pdf

Consigne 1 : 20 calculs en un temps donné.

- **5 min.** pour observer les calculs et choisir sa modalité de calcul
- **15 min.** pour faire les calculs : stylos rouge/choix modalité ; bleu/mental ; vert/calculatrice ; 5 pts, 4 pts, 1pt, 0 pt

Consigne 2 : **15 min** :
temps à deux pour échanger sur vos procédures, identifier les savoirs mathématiques mobilisés
mais surtout pour essayer de retrouver la logique de construction de cette liste de calculs en les **catégorisant.**

CHOIX calcul mental : M calculatrice : C	Calculs	Réponses
1.	4 x 25 =	
2.	1,25 x 100 =	
3.	0,8 + 2,4 + 0,8 =	
4.	9 x 7 =	
5.	3 200 : 2 =	
6.	2 x 36 =	
7.	25 x 8 =	
8.	836 x 50 x 2 =	
9.	6700 – 389 =	
10.	2 x 999 x 5 x 10 =	
11.	3,75 x 4 x 25 =	
12.	36 000 + 36 750 =	
13.	71 x 9 =	
14.	4 x 200 x 25 =	
15.	360 000 + 360 000 =	
16.	526 + 2 199 =	
17.	370 + 250 + 130 + 250 =	
18.	125 658 x 35 469 =	
19.	4 x 15 =	
20.	1 854 – 348 =	
21.	5,5 + 0,8 + 0,5 + 2 =	
22.	9 000 x 7 =	
23.	7 260 – 3 600 =	
24.	500 + 3 700 + 1 300 + 500 =	
25.	9 x 69 =	
26.	456 562 + 236 291 =	
27.	70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70 + 70+ 70 + 70 =	
28.	257 + 244 =	
29.	50 x 480 x 2 =	
30.	1 500 x 4 =	

Mars 2021 – circonscription de Bezons – doc. Guylaine FREGUIS CPC-RMC

Groupe IREM défi-calcul mental / LDAR / INSPE Versailles / Groupe Dep. Maths 95
RMC Versailles – 26 mars & 25 mai 2021 – éléments de progressivité- mise en commun – trace écrite

ANNEXE 12 : PROPOSITIONS DE PROGRAMMATIONS CP ET CM2

Programmations disponibles sur le Padlet : https://padlet.com/agnes_batton/d-fi-calcul-banque-de-mat-riau-i5vx9idy9mxk

Programmation CM2 défis calculs-septembre 2022 à juin 2023

	Temps 1 Septembre à décembre Mini défi en décembre	Temps 2 Janvier à mars Grand Défi en mars	Temps 3 Avril à juin Défi final en juin
FAITS NUMERIQUES	Programme : ➢ Tables de x 2 à x 9 ➢ Doubles de 1 à 60, de 70, 75, 80, 90, 100 ; 125, 250 ; 500. ➢ Huit premiers multiples de 25 et 50 *Exemples :* *1 x 25 ; 2 x 25 ; 3 x 25 ; … ; x 8 x 25* ➢ Moitiés des nombres pairs de 1 à 1 000 ; moitié de 5 000 ; moitié de 10 000	Même programme qu'en temps 1 avec en plus : ➢ Diviser par 2, 3, 5, 9 et 10 un nombre entier (le résultat restera entier) *Exemples :* *75 : 5 ; 120 : 2 ; 927 : 9 ; 927 : 3 ; 300 : 10*	Même programme qu'en temps 1 et 2 :
NUMERATION	➢ x 10 ; x 100 , x 1 000 un nombre entier et décimal ➢ x 20 ; x 30… x 200, x 300 , x 2 000, x 3 000 un nombre entier et décimal ➢ Compléments à 1, 10, à 100, à 1 000 *Exemple :* *0,2 + ? = 1 ou 1 – 0,2 = ?* *875 + ? = 1 000 ou 1 000 – 875 = ?*	Même programme qu'en temps 1 avec en plus : ➢ Compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure et au millier supérieur *Exemples :* *46 + ? = 80* *125 + ? = 200* *2 875 + ? = 3 000* ➢ Compléments à l'unité supérieure avec des décimaux Exemples : *1,2 + ? = 2* *3,37 + ? = 4*	Même programme qu'en temps 1 et 2 avec en plus travail avec les nombres décimaux ➢ x 10 ; x 100 , x 1 000 un nombre décimal ➢ *: 10 et : 100 un nombre entier ou décimal* *Exemples :* *125 : 10* *12,5 : 100*
PROPRIETES DES OPERATIONS		Même programme qu'en temps 1 avec en plus : ➢ Calculer en utilisant la commutativité de l'addition en utilisant les compléments à 10, 100, 1000 Ex : 2,7 + 1,2 + 7,3 = ? 10 + 1,2 = 11,2 ou en utilisant les compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure et au millier supérieur. Ex : 12,7 + 1,2 + 7,3 = ? 20 + 1,2 = 21,2 ➢ Calculer en utilisant l'associativité de la multiplication et les décompositions multiplicatives de 10, 100, 1 000 *Exemples :* *2 x 3,6 x 5 = 3,6 x 10* *4 x 3,6 x 25 = 3,6 x 100* *250 x 3,6 x 4 = 3,6 x 1 000*	Même programme qu'en temps 1 et 2 avec en plus : ➢ Calculer avec des arrondis « des nombres ronds ». Décompositions additives et distributivité *Exemples :* *45 x 18 = 45 x 20 – 45 x 2* *45 x 21 = 45 x 20 + 45 x 1* ➢ Ajouter + 9, + 19, + 29, + 199 etc.… Ajouter + 8, + 18, + 28, + 198 etc … *Exemples :* *12 + 199 = 12 + 200 – 1* *847 – 299 = 847 – 300 + 1* ➢ Utiliser l'associativité de la multiplication et le 4 x 25 en utilisant ses connaissances sur les multiples de 4. *Exemple :* *24 x 25 = 6 x 4 x 25 = 6 x 100* ➢ Multiplier par 5 ; par 50 un nombre entier ou décimal

NB : ce document ne remplace pas les programmations de classe. Il est un outil d'aide pour entrainer vos élèves aux items qui seront proposés lors des trois défis de l'année.

Circonscription Argenteuil-Bezons Année 2022-2023

Programmation CP défis calculs-septembre 2022 à juin 2023

<table>
<tr><th>Temps 1
Septembre à décembre
Mini défi en décembre</th><th>Temps 2
Janvier à mars
Grand Défi en mars</th><th>Temps 3
Avril à juin
Défi final en juin</th></tr>
<tr><td>Faits numériques mémorisés utiles pour tous les types de calcul
Ce que sait faire l'élève
• Il connaît les compléments à 10.
• Il connaît la décomposition additive des nombres inférieurs ou égaux à 10.
• Il connaît le double des nombres inférieurs à 10.
Exemples de réussite
• Il sait répondre à des questions comme : combien faut-il ajouter à 7 pour avoir 10 ?
• Il sait compléter des additions à trou comme : 4 + ... = 10.
• Il sait répondre à des questions comme : 5 + 5 = ?, 6 + 4 = ? (somme égale à 10).
• Il sait répondre à des questions comme 5 + 2 = ?, 5 + 4 = ? (nombre plus grand en premier ; somme inférieure ou égale à 10).
• Il sait compléter des additions comme : 7 + 7 = ?
• Il sait répondre à des questions comme : quel est le double de 7 ?

Procédures de calcul mental
Ce que sait faire l'élève
• Il sait ajouter 1, retirer 1 (nombres jusqu'à 30)
• Il sait ajouter 2, retirer 2 (nombres jusqu'à 30)
• Il sait ajouter 10 (au nombre jusqu'à 10)
• Il sait soustraire à 10 un nombre ≤ 5 (par exemple 10 - 3)
• Il sait additionner deux nombres dont le résultat est ≤ 20 sans franchissement de dizaine (par exemple 12+ 6)
• Il sait soustraire un nombre b <10 à un nombre a ≤ 20 (exemple : 9 – 3 ; 15 – 5 etc...)
Exemples de réussite
Il sait répondre à des questions comme :
• 25 + 1 ; 25 – 1 ; 25 + 2 ; 25 – 2...
• 10 + 5 ; 7 + 10 ...
• 10 - 3 ; 10 - 6 ...</td><td>Même programme que période 1, avec en plus
Faits numériques mémorisés utiles pour tous les types de calcul
Ce que sait faire l'élève
• Il connaît ou sait retrouver rapidement la somme de deux nombres inférieurs ou égaux à 10.
• Il connaît la moitié des nombres pairs (nombres jusqu'à 20)

Exemples de réussite
Il sait répondre à des questions comme :
• 7 + 8 ; 6 + 9 ....
• La moitié de 18 ; de 16, de 14 ....

Procédures de calcul mental
Il commence à savoir utiliser des procédures et des propriétés : mettre le plus grand nombre en premier, changer l'ordre des termes d'une somme, décomposer additivement un des termes pour calculer plus facilement, associer différemment les termes d'une somme. Il sait ajouter 10 (au nombre jusqu'à 10)

Exemples de réussite
• Il s'appuie sur la connaissance des doubles pour trouver le résultat d'une somme de trois termes comme :
6 + 6 + 2 = 12 + 2 = 14
• Il s'appuie sur la connaissance des compléments à 10 pour trouver le résultat d'une somme de trois termes comme : 6 + 4 + 5 = 10 + 5 ou 4 + 7 + 3 = 4 + 10 = 14 ou 7 + 8 + 3 = 8 + 10
• Il mobilise des connaissances sur les doubles pour trouver le résultat des presque-doubles : 6 + 5 ; 8 + 7, etc.
• Il mobilise les décompositions additives pour s'appuyer sur 10 comme : 7 + 5 = 10 + 2
• Il soustrait un nombre à un chiffre à un nombre à deux chiffres, lorsqu'il n'y a pas de franchissement de la dizaine comme : 15 - 5 ; 37 - 4.</td><td>Nombres jusqu'à 100.
Même programme que périodes 1 à 4, avec en plus :
Il mobilise les faits numériques mémorisés en périodes 1 à 4 pour résoudre des calculs plus complexes, mobiliser les connaissances sur les unités de numération (travail avec les dizaines. Exemple : 40 + 40 c'est 4 dizaines + 4 dizaines = 8 dizaines = 80)

Procédure de calcul mental
Exemples de réussite
Il calcule mentalement :
• Les doubles des dizaines entières (résultats jusqu'à 100) comme : 20 + 20 ; 40 + 40 ....
• Des sommes sans retenue comme : 31 + 6 ; 32 + 21 ;
• Des sommes d'un nombre à deux chiffres et d'un nombre à un chiffre, avec franchissement de la dizaine comme : 43 + 7 ; 32 + 9 ;
• Des sommes d'un nombre à deux chiffres et de dizaines entières comme : 40 + 30 ; 45 + 30.
• Il soustrait un nombre à un chiffre à un nombre à 2 chiffres, lorsqu'il y a franchissement de la dizaine, comme : 13 - 6 ; 24 - 7.
• Il soustrait des dizaines entières à un nombre : 68 - 30 ; 40 - 30.</td></tr>
</table>

NB : ce document ne remplace pas les programmations de classe. Il est un outil d'aide pour entrainer vos élèves aux items qui seront proposés lors des trois défis de l'année.

Circonscription Argenteuil-Bezons Année 2022-2023

ANNEXE 13 : EXTRAITS DE DÉFIS-CALCUL DE CP

Défi-calcul version CP, Guylaine FREGUIS, pour la circonscription de Bezons, disponibles sur le Padlet (https://padlet.com/agnes_batton/d-fi-calcul-banque-de-mat-riau-i5vx9idy9mxk).

CP Défi décembre 2022	Nom de la classe : …… Prénom et Nom : …… Ecole : ……
Score final :	

Gain de points :
→ Calcul mental : 5 points.
→ Calcul en ligne (tu écris les calculs intermédiaires) : 4 points.
→ Calcul instrumenté : 1 point
→ Réponse fausse, absence de réponse : 0 point
Déroulement :
→ 5 minutes pour observer les 20 calculs et entourer le dessin. Ne pas écrire les résultats.
→ Au TOP, retourne ta feuille. Tu as 12 minutes pour compléter la colonne résultat.

Défi de décembre version boulier

	Calculs	Points gagnés
	5 + 5 =	
	2 + 5 =	
	7 − 5 =	
	4 + 4 =	
	12 + 2 =	
	4 + 6 =	
	9 − 2 =	
	3 + 6 =	
	1 + 9 =	
	10 − 3 =	

CP Juin 2023	Nom de la classe : …… Prénom et Nom : …… Ecole : ……
Score final :	

Gain de points :
→ Calcul mental : 5 points.
→ Calcul en ligne (tu écris les calculs intermédiaires) : 4 points.
→ Calcul instrumenté : 1 point
→ Réponse fausse, absence de réponse : 0 point
Déroulement :
→ 5 minutes pour observer les 20 calculs et entourer le dessin. Ne pas écrire les résultats.
→ Au TOP, retourne ta feuille. Tu as 12 minutes pour compléter la colonne résultat.

Défi de juin version calculatrice

	Calculs	Points gagnés
	6 + 4 =	
	10 - 5 =	
	9 + 5 =	
	8 - 5 =	
	20 + 25 =	
	8 + 9 =	
	50 - 20 =	
	30 + 30 =	
	30 - 10 =	
	86 - 3 =	
	30 + 20 + 5 + 10 =	

Groupe IREM Calcul mental - COPIRELEM - Marseille 2023

ANNEXE 14 : PREMIÈRE DÉMARCHE D'ENSEIGNEMENT

1. Proposer un calcul en ligne à effectuer. *(Par exemple 56 ÷ 4)*
2. Recenser les différentes procédures.
3. Analyser avec les élèves les différentes procédures : *sur quelles connaissances sur les nombres, sur quels faits numériques, sur quelles propriétés s'appuient-elles ?*
4. Choisir ensemble une procédure qui parait efficiente : rapidité, justesse du calcul.
5. Donner **plusieurs calculs** qui invitent à utiliser la même procédure. *(Par exemple 48 ÷ 4 ; 96 ÷ 8 ; …)*
6. Avant de calculer, imposer un temps d'observation :
   - Quel est type d'opération ?
   - Quels sont les nombres en jeu ?
7. Résoudre le calcul.
8. En phase collective, justifier son choix de procédure.
9. Synthèse et institutionnalisation
10. Donner un calcul dont la procédure de résolution la plus adaptée est différente. *(Par exemple : 53 ÷ 5)*

Puis reprendre la même démarche à partir de l'étape 2

Première démarche d'enseignement

1° Demander aux élèves d'effectuer un calcul.

2° Le PE observe les procédures proposées et en sélectionne une qu'il expose au groupe-classe. *(L'enseignant peut aussi proposer sa propre procédure qu'il expose à la classe).*

3° Le groupe-classe essaie de comprendre le raisonnement qui a amené à cette procédure de résolution.

4° L'élève qui a proposé cette procédure est invité à valider ou préciser ce qui vient d'être dit par le groupe-classe.

5° Le PE fait rechercher collectivement un calcul qui se prête bien à cette procédure de résolution. *(Laisser l'exemple au tableau).*

6° A partir de cet exemple et individuellement, les élèves cherchent plusieurs calculs qui se prêtent bien à cette procédures de résolution. *(Chacun pouvant utiliser les nombres avec lesquels il se sent plus à l'aise).*

Seconde démarche dite « par incitations »

ANNEXE 15 : FICHE DE SÉQUENCE SUR L'ENSEIGNEMENT DE « DIVISER PAR PARTIES EN DÉCOMPOSANT LE DIVIDENDE »

<table>
<tr><td colspan="3">DIVISION – Distributivité par décomposition du dividende (dans le sens de la distribution)</td></tr>
<tr><td><u>Diviser un nombre décomposé en somme ou différence</u></td><td>☐ Addition ☐ Soustraction
☐ Multiplication ☒ Division
☐ Autre (précisez) :</td><td><u>Connaissances mobilisées</u>
- Tables de multiplication
- Doubles et moitiés</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2"><u>PARTIE 1 : enseigner la propriété</u></td></tr>
<tr><td>étape 1 : Résoudre un problème</td><td>Phase 1 : une situation problème qui montre l'équivalence des deux écritures développée / factorisée

Chaque jour, un transporteur doit livrer 56 cartons à 4 clients, de manière équitable.
Le premier jour, les 56 cartons sont chargés dans un grand camion puis ils sont répartis entre les 4 clients.
Le lendemain, le grand camion est en panne. Le transporteur doit le remplacer par 2 petits camions qui ne peuvent contenir que 40 cartons au maximum.
Le premier camion contenant 40 cartons arrive et les cartons sont répartis équitablement entre les 4 clients. Puis le deuxième camion arrive mais un des clients n'est pas content car il dit qu'il ne recevra pas le même nombre de cartons que la veille.
Es-tu d'accord avec lui ? Explique pourquoi.
1) Si l'égalité n'est pas apparue avant poser la question :
Écrire de deux façons la part de chacun
attendus : $56 \div 4 = (40 + 16) \div 4 = (40 \div 4) + (16 \div 4)$</td></tr>
<tr><td>étape 1bis :
Résoudre un problème manipulable : une même longueur à partager</td><td>Phase 2 : autre problème « manipulatoire »
Voici une feuille rectangulaire. Partager la longueur d'un des longs côtés en quatre. Partager l'autre longueur au hasard en deux parties. Partager chacune des parties en quatre. Que remarque-ton ? Que peut-on faire comme hypothèse ?

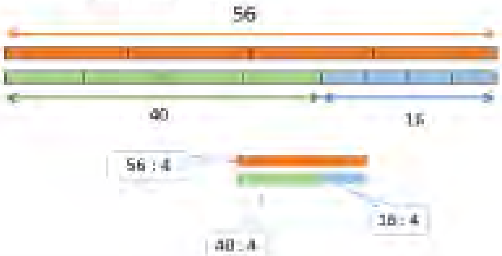
Et si on demandait de partager autrement, en 6 ou en autre chose, aurait-on le même résultat ?</td></tr>
<tr><td>étape 2
Institutionnalisation autour de la propriété (en faisant bien attention qu'il n'y a dans ce cas pas toujours d'intention de bien choisir la décomposition). La propriété est indépendante des valeurs choisies.
Ce choix interviendra lors des calculs « astucieux ».</td><td>Pour calculer un quotient (le résultat d'une division), je peux
soit diviser le nombre directement,
soit décomposer le dividende (nombre à diviser) en une somme et diviser chacune des parties.
J'obtiendrais dans le deux cas le même résultat
Exemple : $56 \div 4 = (40 \div 4) + (16 \div 4) = 10 + 4 = 14$
$= (50 \div 4) + (6 \div 4) = 12{,}5 + 1{,}5 = 14$
$= (60 \div 4) - (4 \div 4) = 15 - 1 = 14$

ex de représentation sans les nombres (sans valeur)

<u>Mise en mots</u> : Diviser un nombre revient au même que de diviser chacune des parties de ce nombre.

Mais attention, certaines décompositions sont plus pertinentes que d'autres quand il s'agit de calculer « astucieusement » !</td></tr>
</table>

Groupe IREM Défi-calcul Séquence : diviser une somme ou différence 2023-05-26

étape 3 : trouver des problèmes construit autour de la même structure	*Les élèves doivent essayer de trouver un problème qui possède la même structure. (éventuellement demander d' Écrire l'égalité trouvée.)*
Partie 2 : enseigner une procédure de calcul « astucieuse » en appui sur cette propriété	
étape 1 : 156 : 4 Recensement et analyse des procédures utilisées par les élèves Temps d'observation du calcul : Si besoin guider les élèves dans l'observation du calcul. *Quel est type d'opération ?* *Quels sont les nombres en jeu ? Est-ce que le dividende se trouve dans la table de multiplication du diviseur ? (ici, table jusqu'à x10))* *Mais est-ce que je peux décomposer le dividende en somme de multiples du diviseur ?*	Les différentes procédures sont exposées à la classe. - Recensement des procédures / explicitation des procédures (pilotage…) - Catégorisation des procédures - Comparaison des procédures Des possibles Ex : $(100 + 40 + 16) \div 4$ Ex : $(160 - 4) \div 4$ Ex : $156 \div 2 \div 2 = (100 + 56) \div 2 \div 2 = (50 + 26) \div 2 = 38$ Ex : $\div$ 4 c'est prendre le quart c'est la moitié de la moitié (changement de registre)
étape 1 bis : proposer un deuxième calcul 84 : 6 Recensement et analyse des procédures utilisées par les élèves Temps d'observation du calcul : Idem précédemment Voir si des élèves ont changé de procédure A la fin de l'étape 1, l'enseignant a constitué un répertoire des procédures (voir annexe)	Les différentes procédures sont exposées à la classe. - Recensement des procédures / explicitation des procédures (pilotage…) - Catégorisation des procédures - Comparaison des procédures Ex : $84 \div 2 \div 3 = 42 \div 3 = (30 + 12) \div 3 = 10 + 4 = 14$ $(60 + 24) \div 6 = (60 \div 6) + (24 \div 6) = 10 + 4 = 14$ $(90 - 6) \div 6 = (90 \div 6) - (6 \div 6) = (90 \div 3 \div 2) - 1 = 30 \div 2) - 1 = 15 - 1 = 14$ Trop compliqué ici
étape 2 : Calculer en ligne calcul sur lequel les élèves doivent tester toutes les procédures	Indiquez le calcul que vous allez donner aux élèves $96 \div 8$ **Pour Tester les différentes procédures.** *Qui prennent appui sur :* - *la numération orale* : $(80 \div 8) + (16 \div 8)$ - d'autres décompositions : $(56 \div 8) + (40 \div 8)$ …
étape 3 : Choix d'une procédure efficiente et mise en avant de la propriété sur laquelle elle s'appuie. Institutionnalisation sur cette procédure	**Pour rendre plus simple certaines divisions, on peut décomposer le dividende en deux multiples du diviseur.** **Par exemple : $56 \div 4 = (40 \div 4) + (16 \div 4) = 10 + 4 = 14$** **$= (60 - 4) : 4$** ***Par exemple*** $72 \div 6 = (60 + 12) \div 6$ 

<table>
<tr><td>étape 7 : Donner plusieurs calculs qui invitent à utiliser la même procédure.
Prendre des exemples de la séquence ÷ 4 ?
Mettre des décimaux)
Car il faut entrainer / approfondir</td><td><table><tr><td>Niveau 1 (aide de la numération orale)</td><td>Niveau 2 (des plus complexes)</td></tr><tr><td>36 ÷ 3 48 ÷ 4
416 ÷ 4 530 ÷ 5
72 ÷ 6</td><td>Idem niveau 1
60 ÷ 4 (fait num ?) // 84 ÷ 7
84 ÷ 6 // 108 ÷ 9
70 ÷ 5
1260 ÷ 9 (900 + 360)</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>étape 8 : Générer des calculs</td><td>Les élèves doivent inventer des calculs qui invitent à utiliser la même procédure</td></tr>
<tr><td>étape 9 : renforcement avec des décimaux (conversions pas exemple) et l'utilisation en calcul des unités de numération</td><td>5,6 : 4 (=56 d : 4) / 3,2 : 4 (=32d : 4) / 4200 : 4 (= 42C : 4)
41,6 : 4 (= 416d : 9) / 87, 2 : 9 (=872 d : 9)</td></tr>
<tr><td>étape 10 : Proposer un problème ou un calcul dont la procédure de résolution la plus efficiente s'appuie sur une autre procédure différente ou une autre propriété.</td><td>170 : 5 // 80 : 20

Pour 170 : 5 on peut faire
170 : 5 = (150 + 20) : 5 = (150 : 5) + (20 : 5) = 30 + 4
mais on peut aussi plus rapidement faire
170 : 5 = (170 : 10) x 2 = 17 x 2 (compensation externe de la division en transformant le diviseur)
« Quand je divise par 10 au lieu de diviser par 5, je divise trop donc mon résultat est trop petit donc je compense en remultipliant par 2. »

Pour 80 : 20 on peut faire :
(porté par l'oral) 4 x 20 = 80 donc directement 80 : 20 = 4
Mais aussi 80 = 4 x 20
80 : 20 = (4 x 20) : 20 = 4 x 20 : 20
4 est x20 puis : 20 or x 20 et : 20 se compensent !</td></tr>
</table>

Document téléchargeable sur le padlet (https://padlet.com/agnes_batton/d-fi-calcul-banque-de-mat-riau-i5vx9idy9mxk/wish/2612256899)

CONCEVOIR ET UTILISER UN TEST DE POSITIONNEMENT EN MATHÉMATIQUES À DESTINATION D'ÉTUDIANTS DE MASTER MEEF

Pierre DANOS
Université Toulouse 2 – Jean Jaurés, INSPÉ TOP,
COPIRELEM
pierre.danos@univ-tlse2.fr

Fabien EMPRIN
URCA, INSPÉ de l'académie de Reims
COPIRELEM - CEREP
fabien.emprin@univ-reims.fr

Sylvie GRAU
Nantes Université, INSPÉ de l'académie de Nantes
COPIRELEM
sylvie.grau@univ-nantes.fr

Chantal MOUSSY
UPEC, INSPÉ de l'académie de Créteil
COPIRELEM
chantal.moussy@u-pec.fr

Résumé
La Copirelem expérimente depuis deux ans un test de positionnement en mathématiques pour les futurs enseignants du primaire. L'objectif de cet atelier est de travailler collaborativement sur ce test et ses usages. Un test de positionnement permet d'informer les étudiants sur leurs points d'appui et leurs difficultés en mathématiques à un instant donné. Il peut également orienter ces derniers vers des ressources permettant de travailler de façon autonome ou accompagnée en complément des cours. Il peut aussi fournir aux formateurs des outils pour adapter leurs formations (Pilet et Grugeon, 2015). Après une présentation de l'état des lieux du travail engagé (tests basés sur les tests d'entrée en IUFM, (Michaut et Lang, 2005)), des enjeux, et de quelques résultats, nous proposons dans l'atelier trois temps de travail collectif suivi de synthèses. Le premier temps consiste à identifier les usages que les participants font ou souhaitent faire d'un test de positionnement. Le deuxième temps porte sur l'analyse du test de positionnement actuel. Dans le troisième temps, les participants sont invités à produire des exercices et des activités manquantes.

I - INTRODUCTION

Un test de positionnement permet d'informer les étudiants sur leurs points d'appui et leurs difficultés en mathématiques à un instant donné. Il peut également les orienter vers des ressources permettant de travailler de façon autonome ou accompagnée en complément des cours, et donner aux formateurs des outils pour adapter leurs formations (Pilet et Grugeon, 2015). Au sein de la Copirelem, un groupe expérimente depuis deux ans un test de positionnement en mathématiques auprès d'étudiants en Master MEEF se destinant au métier d'enseignant du primaire. Les premiers échanges au sein de la Copirelem au sujet du test co-construit ont mis en évidence la nécessité de produire un outil dans lequel chaque formateur ou chaque équipe pourrait sélectionner facilement les exercices adaptés à ses étudiants. Il semble alors utile d'engager une réflexion commune et de mutualiser les expériences pour rendre disponible à la communauté un outil adaptable à chaque contexte.

Après une présentation des apports théoriques, de la genèse du projet et de l'état des lieux du travail engagé (tests basés sur les tests d'entrée en IUFM, (Michaut et Lang, 2005)), nous explicitons le déroulé de l'atelier, les points de vue des participants sur leurs usages d'un test de positionnement, ainsi que les propositions d'exercices et d'activités qui leur sont apparus comme faisant défaut, à la suite de l'analyse du test actuel.

II - APPROCHE THÉORIQUE ET GÉNÈSE DU PROJET

Notre projet est né en 2021 au sein de la COPIRELEM à la suite de différents constats observés dans les diverses académies.

1 Point de départ de notre travail

En tant que formateurs, enseignant les mathématiques au sein des masters MEEF 1er degré (Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation, mention premier degré) nous sommes confrontés à un public d'une grande diversité dans ses connaissances et compétences mathématiques. Le tableau (figure 1) synthétise la variété des licences obtenues par les étudiants se destinant au master MEEF premier degré (Marlat et Perraud-Ussel, 2022).

Discipline de la 3ème année de licence au 15 janvier 2021	Inscriptions au 15 janvier 2022		
	Les 4 mentions de MEEF confondus	*dont MEEF 1er degré*	*dont MEEF 2nd degré*
Droit – sciences politiques	1,1	1,4	0,5
Economie, AES	3,0	3,3	2,5
Lettres, langues, sciences humaines	64,3	74,6	50,8
Dont : Arts, lettres, sciences du langage	*13,2*	*14,1*	*12,7*
Langues	*16,0*	*11,4*	*22,2*
Sciences humaines et sociales	*34,4*	*48,2*	*15,6*
Sciences	16,8	13,9	21,3
S.T.A.P.S.	14,8	6,8	24,8
Ensemble	**100,0**	**100,0**	**100,0**

Source *: MESR-SIES / Système d'information sur le suivi de l'étudiant (SISE)*

Figure 1 : Disciplines de la L3 d'origine au 15 janvier 2021 des inscrits en 1re année de Master MEEF en France au 15 janvier 2022 (en %)

Par ailleurs, le nombre d'heures d'enseignement de mathématiques est contraint. Selon une enquête interne de la COPIRELEM, la moyenne nationale est de 145 heures de mathématiques réparties sur les deux années de Master (en moyenne 17% des heures maquette), ce qui correspond environ à 36h de mathématiques par semestre. Or, ces heures ont un double objectif : préparer aux épreuves des concours du premier degré (CRPE) et à l'exercice du métier. De plus, les effectifs des groupes varient en fonction des universités (autour de 36 étudiants pour certaines universités). Enfin la semestrialisation des années universitaires et les modalités de contrôle des connaissances peuvent amener les étudiants à « découvrir » leur niveau réel au mois de janvier de l'année de M1. Dans ces conditions, concevoir et mettre en œuvre des contenus d'enseignement adaptés aux étudiants s'avère complexe. Cela nous a amenés à concevoir un dispositif permettant aux étudiants de prendre conscience de leurs points d'appui et de leurs difficultés, et donnant également aux formateurs une vision objective des besoins de leurs étudiants, ce qui pourrait leur permettre d'envisager des adaptations des contenus de leurs cours. Ce dispositif s'appuie sur un test de positionnement qui vise donc à donner aux étudiants une information sur ce qu'ils savent à un instant donné, et à proposer des ressources qui peuvent être utilisées pour enrichir leurs connaissances.

Des tests existent dans plusieurs INSPÉ, mis en place à l'initiative de collègues ou de façon institutionnelle, mais notre objectif est de mutualiser le travail. Cet atelier permet de faire découvrir le travail déjà réalisé et d'initier cette mutualisation. Nous listons de manière non exhaustive dans le paragraphe suivant les questions que soulève l'élaboration d'un tel test.

2 Des questions sous-jacentes

2.1 Nature de ce qui est évalué

Le test vise-t-il à évaluer des connaissances pratiques, des savoirs formels des mathématiques ou de la didactique ? Les savoirs mathématiques évalués sont-ils ceux attendus dans les écrits actuels du concours (CRPE) ou ceux nécessaires pour suivre la formation qui en deux ans permet (notamment) de se préparer à ce concours ? Le test permet-il de savoir si les étudiants ont acquis les mathématiques nécessaires pour enseigner ? Ces mathématiques nécessaires pour enseigner ont été mises en évidence par Clivaz (2011, 2012) et par Ma (2010). Elles sont différentes des mathématiques pour réussir le concours. Ma (*ibid*.) met en effet en évidence l'existence d'une connaissance profonde des mathématiques fondamentales (*Profound Understanding of Fundamental Mathematics* - PUFM) qui diffère des « connaissances de haut niveau » travaillées dans la scolarité et qui permettent de résoudre des problèmes mathématiques spécifiques (fonctions, intégration, équations différentielles, rédaction de démonstrations formelles …) :

> *Teachers with PUFM display mathematical attitudes and are particularly aware of the "simple but powerful basic concepts and principles of mathematics" (e.g., the idea of an equation)". This means that teachers encourage children to explore the ideas in relation to a problem as opposed to simply calculating the solution. This will mean their learning and understanding of the subject will be more in depth.* Ma (2010)

Ce que l'on peut traduire par :

> *Les enseignants ayant des PUFM affichent des attitudes mathématiques et sont particulièrement conscients des "concepts et principes de base simples, mais puissants des mathématiques" (par exemple, l'idée d'une équation)". Cela signifie que les enseignants encouragent les enfants à explorer les idées liées à un problème plutôt que de se contenter de calculer la solution. Cela signifie que leur apprentissage et leur compréhension du sujet seront plus approfondis.*

D'autres connaissances pourraient donc être évaluées lors d'un test de positionnement comme les connaissances didactiques. Dans la mesure où notre test a été conçu à destination d'étudiants en début de M1 encore peu confrontés à la didactique, ces connaissances ne sont, à l'heure actuelle, pas encore sondées. Cependant, à l'avenir, envisager une utilisation de ce test tout au long du Master pourrait nous amener à tester des connaissances didactiques.

2.2 Un test : pour en faire quoi ensuite ?

Notre premier objectif est de fournir aux étudiants une information aussi objective que possible pour éviter qu'ils ne se sous-estiment ou se surestiment. Le deuxième objectif est de leur permettre d'organiser leur travail personnel. En effet, le principe de constitution des maquettes universitaires est basé sur les ECTS et donc sur le temps global de travail étudiant.

Une unité d'enseignement (UE) ou un élément constitutif (EC) pour lequel est attribué 1 ECT correspond à 25 à 30h de travail étudiant comprenant les heures de présence en cours et le travail personnel :

> *Dans la plupart des cas, la charge de travail est comprise entre 1 500 et 1 800 heures pour une année universitaire, ce qui signifie qu'un crédit correspond à 25 à 30 heures de travail. Il faut préciser que cette durée représente une charge de travail habituelle et que le temps de travail nécessaire pour acquérir les résultats d'apprentissage peut varier en fonction de chaque étudiant.* (UE, 2015)

De ce fait, en général, en fonction de la répartition, CM/TD/TP dans l'EC, les maquettes sont conçues pour que l'étudiant ait à fournir environ 2h de travail personnel pour chaque heure de TD. Le test peut donc aider l'étudiant à orienter ce travail vers les domaines et les types de questions qui lui sont les plus problématiques. Il s'agit alors de donner aux étudiants des outils pour travailler différents aspects de leur autonomie suivant le modèle AtA2d (autonomie transversale et autonomie didactique disciplinaire) proposé par Duceux, El Hage et Verchie (2021) : l'autonomie méthodologique et cognitive tant transversale (stratégies et organisation de son travail) que liée à l'apprentissage des mathématiques (identification des connaissances mathématiques et de leur structuration, réinvestissement de ces dernières au service de la résolution de problèmes…).

Le troisième objectif est indirect. Il part du constat de l'étude ICMI (1998) :

> *It is well known that teachers tend to reproduce in their profession the same models they experienced when they were students, regardless of subsequent exposure to different points of view [Il est bien connu que les enseignants ont tendance à reproduire dans leur profession les mêmes modèles que ceux qu'ils ont connus lorsqu'ils étaient étudiants, même s'ils ont été exposés à des points de vue différents par la suite.]* (ICMI, 1998, p. 344 et traduction personnelle).

Barrantes et Blanco (2006) complété par Khettab (2020) montrent, grâce à une étude sur les pratiques en géométrie pour les premiers et l'algèbre pour le second que le premier facteur influençant les pratiques des enseignants apparaît être ce qu'ils ont vécu en tant qu'élèves (figure 2).

Table 7

Frequency and percentage of influence of autobiographical memories on practices

Influence category	Frequency	Percentage
Reproduce practices experienced as a student	46	41.07%
Produce practices different than those experienced as a student	29	25.89%
Other influence		
Understand students' reactions and difficulties	8	7.14%
Influence to pursue a major in mathematics or career in teaching	3	2.68%
No influence was described	26	23.21%
Total	112	100%

Figure 2 : quantification de l'influence déclarée sur les pratiques en algèbre (Khattab, 2020).

Puisque les enseignants ont des difficultés à intégrer des pratiques différentes de celles qu'ils ont vécues réellement en tant qu'élèves, notre objectif est de faire vivre aux étudiants durant leur formation initiale de mathématiques, des situations de différenciation appuyées sur une analyse des besoins et des points d'appui qu'ils ont peut-être peu vécues. Il s'agit en quelque sorte de leur montrer que c'est possible… Par conséquent, ce test et l'accompagnement des étudiants autour des résultats de ce test pourraient favoriser chez les étudiants dont les reproductions de pratique sont parfois « néfastes à l'apprentissage des élèves, la prise de conscience de la faisabilité de situations de différenciation.

III - TEST DE POSITIONNEMENT : OÙ EN EST-ON ?

Nous présentons dans ce paragraphe l'avancement du projet.

1 Ce que nous avons imaginé

Le schéma (figure 3) présente une structure finale que pourrait prendre ce projet s'il aboutit. Au départ, il s'agirait d'obtenir une base de données de questions suffisamment riche et bien indexée pour qu'un utilisateur puisse effectuer des requêtes et extraire un test (un ensemble de questions) adapté à ses besoins. Ce test devrait être déployable dans le système d'information (SI) de n'importe quelle structure universitaire. Nous avons un temps pensé à centraliser le déploiement de ces tests, mais cela pose entre autres la question de l'identification des étudiants. La passation du test pourrait donc avoir lieu au sein de chaque université. L'outil devrait alors renvoyer à chaque étudiant des informations sur ses compétences, connaissances et savoirs mathématiques ainsi qu'une synthèse au formateur pour qu'il puisse adapter ses enseignements. Le dernier volet du projet renverrait vers un ensemble de ressources identifiées comme pouvant correspondre aux besoins de chaque étudiant et pouvant constituer des outils d'autoformation.

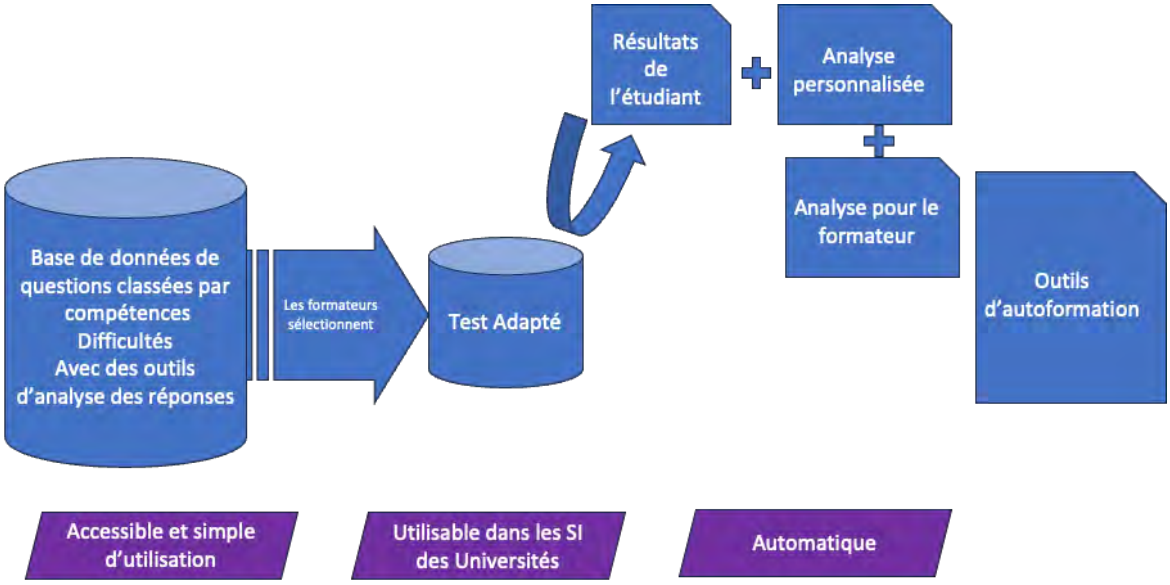


Figure 3 : Schéma optimal de l'organisation de l'outil test positionnement

Un premier enjeu serait donc d'identifier des exercices mathématiques, compatibles avec les contraintes d'une passation et correction informatisée, correspondant au type de connaissances mathématiques visé. Nous nous sommes appuyés pour cela sur les tests d'entrée en IUFM qui visaient à sélectionner et à classer, au début des années 2000, les étudiants souhaitant s'orienter vers le professorat des écoles. Cela nous a permis de proposer un démonstrateur fonctionnel qui a ensuite été déployé dans plusieurs INSPÉ.

2 Ce que nous avons

Dans la figure 4 nous présentons l'état actuel du travail. La base de données initiale précédemment évoquée contient environ 70 exercices qui sont indexés avec des outils d'analyse des réponses des étudiants. Ces exercices sont saisis dans un format « test *moodle* ». Nous avons fait le choix de *moodle* car une analyse réalisée dans le projet ANR Hype 13, a montré que cet outil était le plus partagé dans les universités françaises (Emprin, 2022). Ce test est mis à disposition de la communauté des formateurs sur demande. Chacun peut alors importer le test dans le *moodle* de son université et sélectionner les exercices qu'il souhaite conserver pour élaborer un test personnalisé. Nous n'avons donc pas encore d'outil permettant de filtrer les questions en fonction de critères et d'extraire automatiquement un test. Le processus reste encore manuel à l'heure actuelle. Une fois les tests implantés dans les *moodle* des universités, les questions d'inscription et de gestion des utilisateurs ne sont plus problématiques. Le test passé, l'enseignant récupère les réponses des étudiants sous forme d'un fichier tableur (CSV - texte séparé par des virgules ou XLS - Excel). Là encore, le traitement n'est pas complètement automatisé. Nous fournissons un fichier tableur qui traite les réponses et identifie les points d'appui et les difficultés par domaine mathématique. À partir de ce traitement, le formateur peut réaliser un publipostage à partir d'un fichier que nous fournissons également et qui envoie à chaque étudiant ses résultats personnalisés. La dernière partie du travail, celle qui consiste à fournir des recommandations, n'est pas du tout présente dans le dispositif actuel.

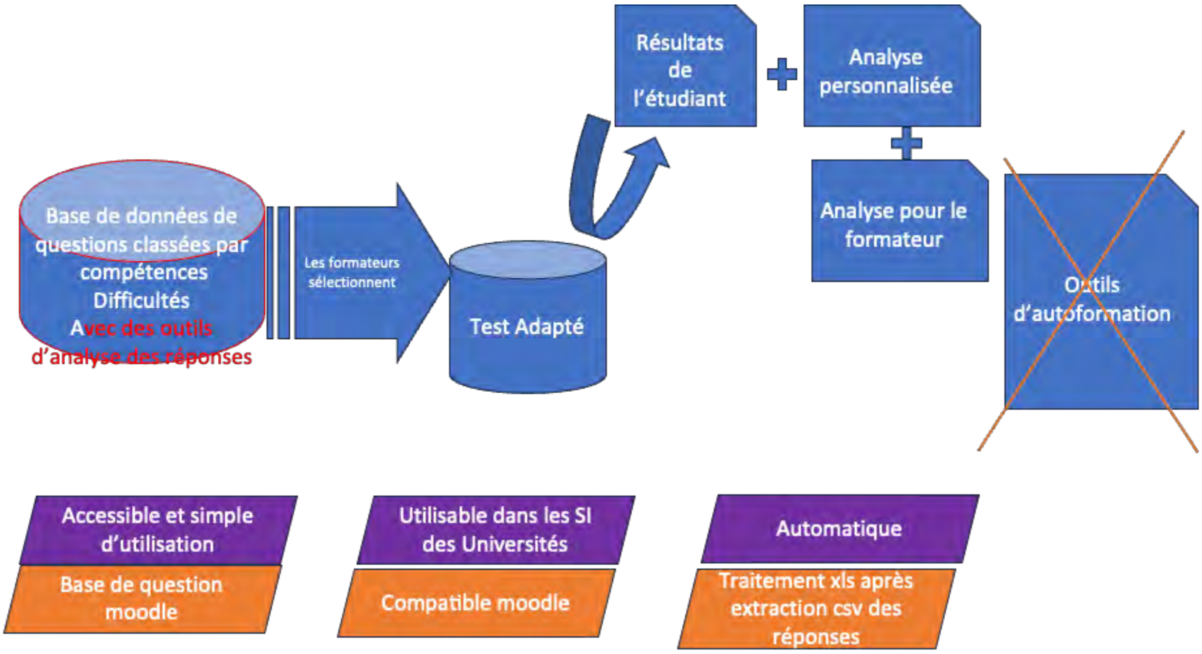


Figure 4 : état actuel de développement de l'outil

À ce jour, beaucoup d'opérations sont semi-automatisées dans le dispositif. Avant d'envisager de déposer un projet permettant de financer les développements informatiques qui automatiseraient les différentes étapes, notre démarche est de questionner l'intérêt d'un tel outil en réalisant un démonstrateur. En effet, même si ces développements ne sont pas complexes, ils nécessitent un temps de travail conséquent et des compétences spécialisées. L'objectif de notre atelier est donc de mettre à l'épreuve notre démarche, de l'enrichir avant d'envisager d'autres développements.

3 Premiers tests et résultats

Ce protocole a été utilisé en début d'année pendant trois années universitaires dans l'académie de Reims. Il a été présenté lors de la conclusion du colloque de la COPIRELEM de Toulouse en 2022 avec un appel à contacter les collègues de la COPIRELEM pour obtenir la première base de données d'exercices à des fins de tests. Le travail sur la base de données a permis de dégager une première indexation de la base de données. Elle est présentée dans le tableau 2 en prenant deux exemples issus des tests d'entrée en IUFM de l'académie de Reims de 2004 (tableau 1).

Q2004-1	Q2004-10
Dans un récipient, on verse 1 dL puis 2 cm^3 et enfin 0,05 L d'un liquide. Le volume de liquide est de : • 1,052 dL • 152 cm3 (*réponse attendue*) • 107 mL • 0,152 L (*réponse attendue*)	A. $\frac{5}{7}+\frac{9}{11}=\frac{5+9}{7+11}$ B. $\frac{5}{7}=\frac{10}{14}=\frac{5+10}{7+14}$ C. $\frac{1}{\frac{5}{7}+\frac{9}{11}}=\frac{7}{5}+\frac{11}{9}$ D. $\frac{5}{7}+\frac{9}{11}=\frac{118}{77}$ *Réponses attendues : B, D*

Tableau 1. Deux questions

La première colonne du tableau 2 correspond aux critères d'indexation des exercices. La description rapide permet de rappeler brièvement la nature de l'exercice. Le type correspond à la nature de la réponse demandée à l'utilisateur : QCM avec une unique réponse parmi 4, QCM avec plusieurs réponses parmi 5, réponses numériques… La liste des domaines et des sous-domaines a été établie pour correspondre aux différents champs des mathématiques attendus en MEEF 1D (1er degré). Elle permet de renvoyer à l'étudiant des scores par champ. L'analyse de la tâche et de sa difficulté correspond au type de compétences qu'un étudiant devrait avoir pour répondre à la question. Par exemple, pour le premier exercice, la tâche générale est une conversion et de façon spécifique le passage de litre à m3. Ainsi, on peut renvoyer en fonction de la réussite ou d'une mauvaise réponse, une information précise à l'étudiant.

	Q2004-1	Q2004-10
Description rapide	Somme de volumes	Addition de fractions
Type	Multiple 2 rep /4	Multiple 2 rep /4
Domaine	Mesure	Nombre
Sous domaine	Unités de volumes	Fractions
Tâche	Conversion	Addition de fractions
Analyse difficulté	Conversion système L / m^3 et usages des décimaux	Connaître les propriétés et ne pas chercher à calculer
Niveau **1 : savoirs de l'école** **2 : prise de recul** **3 : niveau collège**	2	3
Résultat sur 250 étudiants	46%	30%
Savoir-faire	Il utilise de nouvelles unités de contenance : dL, cL et mL	Il reconnaît des fractions égales. Il compare des fractions
Domaine	Volumes et contenances	Fractions

Tableau 2 : catégorisation des exercices de la base de données sur deux exemples.

Suite à nos échanges avec les collègues volontaires pour expérimenter le test en 2022 - 2023, nous avons identifié le besoin de préciser plusieurs niveaux d'attendus : le niveau 1 correspondrait aux savoirs qui seraient attendus d'élèves de l'école primaire ; le niveau 2 correspondrait à des savoirs nécessitant une prise de recul par rapport aux savoirs de l'école, qui dépasse donc ce que l'on attendrait d'un élève ; et le niveau 3 correspondrait aux savoirs de collège qui sont attendus plus particulièrement pour la réussite au concours.

Le score moyen de réussite obtenu sur 250 étudiants de M1 permet de donner une indication de la difficulté de l'exercice. Enfin, les derniers critères correspondent au savoir-faire et aux domaines des programmes de l'école. Ces dernières informations permettent de vérifier que la base de données couvre tous les champs des attendus pour un futur enseignant. La passation du test à Reims permet de produire, comme nous l'avons précisé, un message personnalisé pour chaque étudiant (figure 5).

Bilan de positionnement de *Prénom NOM*

Vous trouverez ci-dessous votre bilan de positionnement en mathématiques suite au test réalisé en ligne le 17 septembre 2022 à 13:36

Votre score global en % : 48,2%

Résultat détaillé

- Domaine du calcul en % 30,0%

Liste des difficultés rencontrées dans ce domaine

- faire le produit de puissances
- division par 7
- interprétation du texte de problème

- Domaine de la géométrie : 35,0% (global)

- en 3D : 33,3%

Liste des difficultés rencontrées

- différence entre le vu et le su et lecture de la perspective cavalière
- identifier le patron d'une pyramide et savoir qu'il existe plusieurs patrons

- en 2D : 35,7%

Liste des difficultés rencontrées

- lecture des propriétés et connaissance du vocabulaire hypoténuse, bissectrice
- utiliser les propriétés du 2D dans le 3D, interprétation de la perspective et VU-SU
- connaissance des propriétés de géométrie type Thalès
- connaissances des propriétés du triangle

[...]

Vous trouverez ci-dessous le graphique qui vous permettra de vous positionner par rapport au score moyen des M1 :

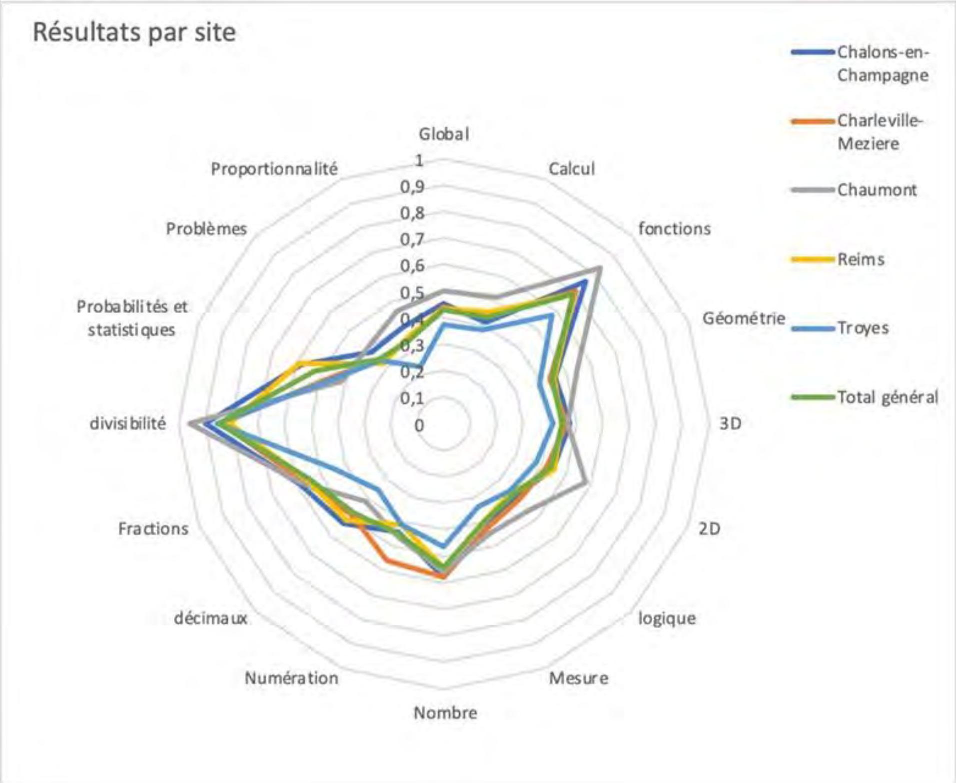


Figure 5 : extrait d'un retour individualisé suite au test de positionnement

À l'issue de cette présentation, l'enjeu de l'atelier était d'amener les participants à partager leurs idées pour un usage d'un tel test de positionnement, d'analyser le test actuel pour dégager ses potentialités et ses manques en fonction des usages et enfin de compléter le test par des exercices nouveaux.

IV - QUELS USAGES DU TEST ?

Pour favoriser les échanges dans le groupe des participants à l'atelier, nous avons choisi de mélanger deux méthodes d'animation de groupe : celle du débat muet (encore appelée technique du ballon) et celle du QQOQCCP (pour « Qui ? Quoi ? Où ? Quand ? Comment ? Combien ? Pourquoi ? »). Les participants par groupe de 3 ou 4 ont dans un premier temps été invités à compléter silencieusement un tableau (avec des colonnes correspondant au Pour qui ? Quand ? Pour quoi faire ? Où et Comment ?) sur une feuille individuelle. Au bout de quelques minutes, ils ont transmis leur feuille sans échanges verbaux à leur voisin de droite qui a pu commenter par écrit (toujours silencieusement donc) le tableau et ainsi de suite jusqu'à ce que chacun retrouve sa feuille de départ avec les commentaires apportés au fur et à mesure par chacun des membres du groupe. Quand le document est revenu à son origine, le débat a pu être engagé. Chaque groupe a rédigé une synthèse des réponses individuelles en hiérarchisant ses réponses sur un tableau similaire disponible dans un espace numérique partagé. Le but de ce temps d'écriture était de permettre d'abord un débat muet donnant ainsi la « parole » à chacun et de faciliter ensuite la prise de contact entre les participants.

À l'issue de cette étape, nous avons commenté collectivement l'ensemble des réponses aux quatre questions posées : un test de positionnement pour qui ? Quand ? Pour quoi faire ? Où et comment ? Il s'avère que les réponses sont très diverses du fait de contextes très différents.

1 Un test de positionnement pour qui ? Quand ? Quelle finalité ?

1.1 Un test en début de formation

Un test de positionnement peut être proposé à tous les niveaux de la formation, des étudiants de licence en fin de L3 aux professeurs des écoles stagiaires (PES). Un groupe a même suggéré de penser à une adaptation pour la formation continue. Des finalités différentes suivant le niveau et le moment où le test peut être proposé ont été présentées.

En fin de licence, le test peut avoir comme enjeu de permettre aux étudiants de remédier à des difficultés pendant les vacances d'été. Le niveau de réussite doit permettre à l'étudiant de savoir s'il maîtrise les connaissances de base pour poursuivre sa formation initiale d'enseignant du premier degré en master MEEF. Un test en fin de L3 pose cependant un problème, il ne touche pas l'ensemble des étudiants inscrits en M1. Une autre possibilité serait de proposer le test au tout début du M1, ce qui ne permet plus à l'étudiant de travailler éventuellement certaines notions pendant l'été. Un point de vigilance est aussi à noter : certains étudiants peuvent être en rupture avec les mathématiques. Par conséquent, passer un test sans accompagnement peut être violent et le feedback du test peut également être mal reçu par l'étudiant. Dans ces conditions, il est possible de perdre l'adhésion de certains étudiants, qui dans une relation avec les formateurs auraient mieux surmonté ces difficultés. Il peut aussi être intéressant de donner un retour par cycle, permettant aux étudiants de comprendre que les difficultés ne sont pas toutes du même ordre. Au cycle 1 par exemple, l'enseignement du nombre pose des difficultés mathématiques très différentes de l'enseignement de la proportionnalité au cycle 3. Dans l'idée de ce qui se passe dans quelques INSPÉ (par exemple à Nantes), il est aussi possible de proposer le test au moment de l'inscription. Il ne s'agit cependant plus de sélectionner, mais d'alerter éventuellement sur des manques pour que l'étudiant puisse se préparer à aborder sereinement son année de master. Cela suppose un retour très précis à l'issue du test. Actuellement ce n'est pas le cas par exemple à l'INSPÉ de Nantes. En effet, la direction souhaitant réutiliser les items des évaluations pour sélectionner les candidats et attribuer des points aux candidats dans le dossier d'inscription, les étudiants n'ont pas pu accéder à leur bilan.

1.2 Un test proposé régulièrement

Dans l'idée de responsabiliser les étudiants, le test pourrait aussi être proposé régulièrement au cours de la formation (début ou fin de semestre, début ou fin d'une séquence). Cette régularité faciliterait le repérage des priorités des notions à approfondir, favoriserait une prise conscience de l'importance du travail personnel à engager, mais aiderait aussi les étudiants à évaluer leur progression. En fin de M2, un test peut aussi permettre à l'étudiant de savoir ce qu'il lui reste à travailler pour le concours de recrutement des professeurs des écoles (CRPE).

Proposé en début d'un nouvel apprentissage, le test peut constituer une évaluation diagnostique pour identifier les notions à travailler et permettre aux étudiants d'adapter leur parcours lorsqu'ils peuvent disposer de modules optionnels et d'identifier les notions à renforcer mises en évidence par les résultats du test. Dans cette perspective, le test est autant utile à l'étudiant qu'au formateur. Ce dernier pourrait constituer des groupes de travail – autonomes ou non–, concevoir des plans de travail, rassurer l'étudiant en identifiant ses appuis.

Le test de positionnement peut donc s'avérer utile dans la perspective d'une formation en réponse à des besoins identifiés et d'une auto-évaluation.

2 Où et comment effectuer le test de positionnement ?

Plusieurs possibilités ont été évoquées : à distance, en temps limité ou non, avec un retour différencié ; en présentiel pour plus d'authenticité, sur un temps dédié ; expliquer les enjeux en TD et demander de le faire chez eux (éventuellement lancer le début du test en TD et ils le finissent chez eux).

Dans le cas où le test est effectué en dehors des heures de cours et de l'INSPÉ, deux points de vigilance sont à soulever : vérifier l'accès à du matériel numérique, donner la possibilité de faire le test à l'INSPÉ si l'étudiant n'a pas d'ordinateur à disposition chez lui ou lui prêter du matériel ; prévoir un accompagnement des étudiants en rupture avec les mathématiques.

L'intérêt majeur du test à distance est de gagner du temps de formation, de permettre plus de souplesse dans la manière de faire le test (temps limité ou non, possibilité de reprise ou non). Cette souplesse suppose d'avoir anticipé la structure du test pour qu'il soit possible au formateur de choisir différents modes et de choisir les données recueillies pour le feedback. Par exemple, il peut être intéressant de connaître le temps de passation en cas de temps non limité, le nombre d'essais si des reprises sont possibles, d'avoir des exercices avec des données aléatoires permettant de refaire un exercice avec par exemple des valeurs numériques différentes.

L'idée d'amorcer le test en présentiel semble importante pour permettre à tous les étudiants qui sont en rupture d'oser se lancer et de résister au découragement. Peut-être serait-il aussi important d'accompagner les étudiants au moment du dépouillement. L'option choisie à l'INSPÉ de Reims est de rendre les résultats des tests par mail et de les exploiter en TD ce qui permet d'en discuter avec les étudiants.

Fort de ces propositions, les participants ont été amenés à analyser la base actuelle du test.

V - ANALYSE DU TEST DANS SON ÉTAT ACTUEL

Actuellement, le test est basé sur l'adaptation de questions posées dans les tests d'entrée de différents Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM) au début des années 2000. La base de données actuelle est par ailleurs déséquilibrée en fonction des domaines comme l'atteste le tableau 3. Force est également de constater que les programmes scolaires ont changé depuis 2000 et que certaines notions ne sont plus enseignées et ne peuvent donc plus être évaluées alors que d'autres sont arrivées dans les programmes. Aujourd'hui, l'approche par compétences suppose aussi d'évaluer la modélisation, le raisonnement, la représentation, la communication, ce qui n'était pas le cas des items des tests d'entrée à l'IUFM de l'époque.

Domaine	Nombre d'exercices
Calcul	11
Fonctions	1
Géométrie	16
Logique	2
Mesure	11
Nombre	10
Probabilités et statistiques	1
Problèmes	8
Proportionnalité	5

Tableau 3. Nombre d'exercices par domaine dans la base actuelle

Un premier retour de formateurs a été de pointer aussi la difficulté des items dans un contexte où les étudiants de master MEEF ont moins pratiqué et entretenu les connaissances du collège et peuvent avoir un niveau de maîtrise des mathématiques très bas dans les académies déficitaires en enseignants. Le classement des items par niveau de difficulté comme précisé plus haut (1 : savoirs de l'école, 2 : prise de recul, 3 : niveau collège) est à développer. Le groupe met cependant en avant que la première chose à faire évoluer avec ces publics est leur rapport souvent difficile à la discipline. Le test pourrait ainsi être un outil pour amener l'étudiant à changer son regard sur les mathématiques. Si la formation exige des étudiants de mobiliser des notions mathématiques, il semble cependant nécessaire avant tout de former les étudiants à enseigner une discipline. Par conséquent, les étudiants doivent donc mieux la connaître et surtout dépasser des représentations stéréotypées ou négatives (discipline de sélection, difficile, qui demande d'être particulièrement doué ou intelligent etc.). Il s'agirait par exemple d'amener les étudiants à admettre qu'un problème peut ne pas avoir de solution, que plusieurs procédures peuvent être utilisées pour résoudre un même problème. Avant de travailler des notions mathématiques, il faudrait peut-être déjà déterminer avec les étudiants ce que c'est que "faire des mathématiques", dénouer l'angoisse qu'elles peuvent générer. La difficulté est donc de penser des items qui pourraient être proposés dans le test permettant à l'étudiant de prendre conscience de ses représentations et peut-être de la nécessité d'en changer. Il manque actuellement dans le test des questions sur le rapport aux mathématiques.

Des propositions d'évolution ont été faites en ce sens. La première serait de proposer des problèmes avec aucune solution et de voir si les étudiants sont capables d'identifier cela, ou de proposer des problèmes robustes (un pavage par exemple, et de voir si les étudiants sont capables d'imaginer toutes les formes possibles), des raisonnements, etc. La seconde serait de proposer des items dans le contexte de l'enseignement et non plus dans celui de leur propre apprentissage d'une notion. À un moment où la sélection par le concours ne se fait plus uniquement sur des connaissances notionnelles, introduire des items plus orientés didactique et pédagogie aurait tout son sens. Le test ne serait plus alors un renforcement d'un constat que l'étudiant a souvent déjà fait, mais viserait une prise de conscience que leurs faiblesses en mathématique jouent sur leur capacité à comprendre et à analyser l'activité de leurs élèves. Le test doit permettre à l'étudiant de saisir la nécessité d'un minimum de connaissances mathématiques pour pouvoir enseigner les mathématiques. Le regard de l'étudiant sera différent si, plutôt que d'être posé sur sa propre activité mathématique, ce regard était posé sur l'activité d'un élève potentiel.

En fait, quel que soit le test, l'important est de définir la manière dont sera pensé le feedback et son utilisation en formation. Un test mis en ligne, sans regard du formateur sur les résultats, ne présente pas les mêmes enjeux et utilisations qu'un test proposé en évaluation diagnostique au début d'une séquence de formation. Cela suppose que la base soit effectivement suffisamment riche et modulable pour permettre à chaque formateur d'adapter le test à ses besoins et son contexte.

On peut également envisager par exemple qu'à côté du score de l'étudiant s'affiche le pourcentage de réussite au concours pour aider l'étudiant à se projeter. En effet, toute la difficulté réside dans l'interprétation des résultats par l'étudiant. Comment savoir si une réussite à 60% est satisfaisante ou non ?

VI - PROPOSITIONS DE L'ATELIER ET CONCLUSION

Après une présentation du test et du contenu de quelques exercices du test, les participants ont été invités à s'approprier en groupe le test, le niveau des questions et à envisager des propositions d'amélioration.

1 De nouveaux exercices

Chaque groupe a travaillé sur le test soit en modifiant des items existants soit en en créant de nouveaux. Certains participants ont partagé des ressources existantes. En particulier les épreuves du CEB de la Fédération Wallonie-Bruxelles de 2008 à 2023 sont disponibles en ligne : http://enseignement.be/index.php?page=26754&navi=3376#2018. Par ailleurs, après avoir analysé la base existante, les participants ont fait plusieurs propositions pour compléter les domaines manquants avec de nouveaux types d'exercices, pour viser des compétences professionnelles et didactiques et pour travailler la compréhension profonde des mathématiques de base. Nous présentons des exemples d'exercices produits en annexe.

1.1 Exercices manquants sur le parallélisme et les fractions

Des manques ont été identifiés comme le fait que le test ne propose pas actuellement d'exercices sur le parallélisme. Dans l'exercice 1 de l'annexe 1, un dessin à main levée codé est donné. Il s'agirait alors pour les étudiants d'identifier parmi différentes propriétés lesquelles sont vraies ou fausses. Par la suite, les exercices 2 à 3 (annexe) diffèrent de l'exercice 1 par la nature du dessin : un dessin à main levée, un dessin précis codé ou seulement l'évocation de la construction.

L'exercice 4 (annexe) propose quant à lui une réflexion sur un problème d'existence "est-il possible de construire un triangle avec deux angles droits" situation traitée dans l'ouvrage ERMEL (2006), avec un débat entre élèves. Dans notre cas, il s'agit d'identifier si les étudiants sont capables de travailler sur les propriétés et non sur les aspects spatiaux, mais aussi s'ils peuvent traiter des propositions formulées de façon théorique en faisant appel à la logique. Une autre piste serait de tester leur conception du carré en demandant "que considérez-vous comme un carré ?" et de proposer différentes propriétés dont certaines sont caractéristiques du carré et d'autres non car fausses ou insuffisantes.

Les exercices 6 à 10 proposent des questions sur la conception des fractions elles aussi manquantes dans la base actuelle.

1.2 Travailler sur les productions d'élèves et sur leurs représentations

Dans la mesure où les étudiants sont en Master MEEF 1D, et qu'ils visent le métier de professeur des écoles, il nous semble intéressant de proposer des exercices portant sur les conceptions des élèves pour atteindre celles des étudiants. Cette démarche indirecte permet de montrer aux étudiants l'utilité et le sens de ce qu'ils font, mais également de trancher avec leurs études mathématiques antérieures : il n'est pas uniquement attendu des étudiants qu'ils résolvent des problèmes de mathématiques, mais qu'ils sachent faire des mathématiques, qu'ils comprennent comment résoudre un problème pour enseigner. Dans l'idée d'un item orienté sur la production des élèves, il pourrait être proposé des réponses d'élèves à la question "est-il possible de tracer un triangle ayant deux angles droits ?" et de demander à l'étudiant de dire si les élèves ont raison ou non. La figure 6 présente trois exemples de productions sur lesquelles les étudiants pourraient se prononcer.

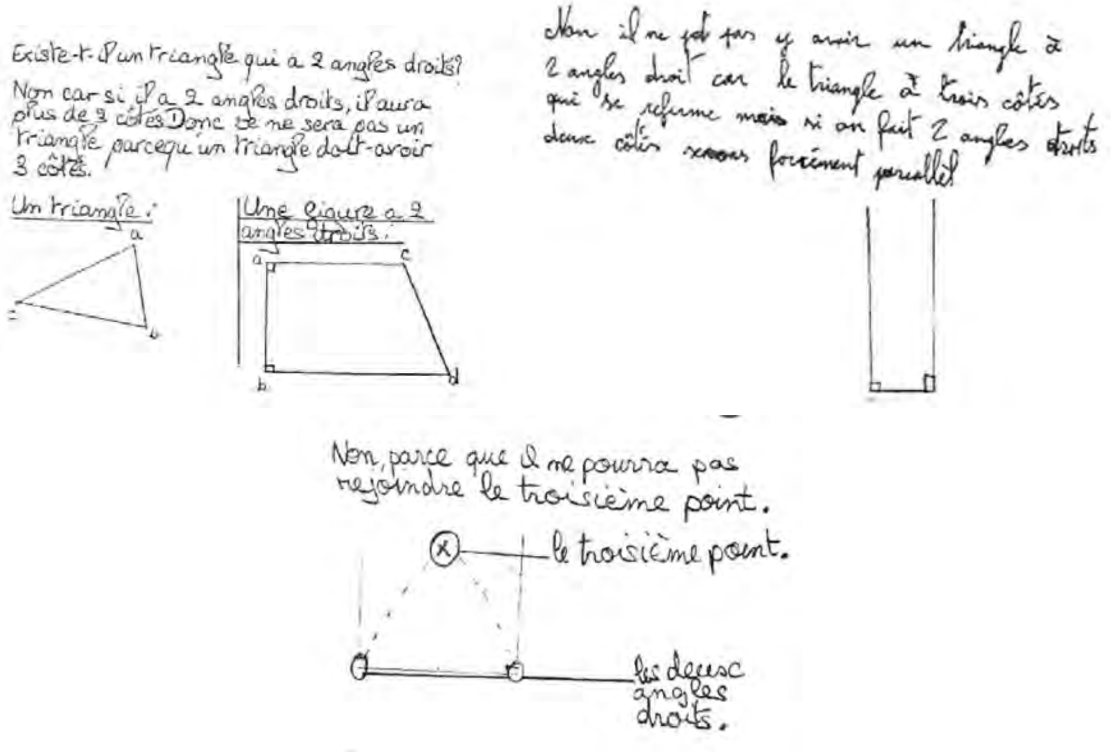


Figure 6 : exemple de productions d'élèves pour l'exercice "un triangle a deux angles droits" (ERMEL, 2006)

1.3 Un autre type de problèmes : les problèmes résistants

D'autres collègues proposent des problèmes résistants. Il s'agit de proposer suffisamment de réponses pour éliminer le hasard, donner aux formateurs l'accès aux conceptions des étudiants sur la combinatoire ou sur les opérations. L'exercice 10 (annexe) est un problème résistant.

Enfin, certains groupes ont travaillé à la modification de certains exercices de la base (exercice 11).

2 Conclusion et perspectives

Le travail mené dans cet atelier nous confirme l'intérêt, pour la COPIRELEM, de proposer un tel travail. Il s'agit bien de mutualiser des ressources et des réflexions pour les mettre à la disposition de la communauté des formateurs d'enseignants de mathématiques du premier degré. L'analyse des usages nous montre plusieurs exploitations possibles d'un tel outil en fonction des contextes, des façons de faire et des spécificités. Que ce soit un test de début de formation ou passé régulièrement avec des exercices visant les différents aspects de l'activité mathématique, nous voyons l'utilité d'enrichir la base de données et le fait de la mettre à disposition de façon plus automatique. Se pose alors la question de la façon de le faire : une base ouverte renseignée par la communauté ? avec une modération ? ou uniquement alimentée par la COPIRELEM ? Le travail lors de l'atelier montre que l'indexation des exercices, telle que nous la proposons, semble suffisamment fine tant pour les besoins des formateurs dans le choix de l'exercice que dans l'exploitation des réponses. La production d'un outil de tri des exercices et d'exploitation automatisé des passations nous semble pertinente, mais elle nécessite des développements informatiques pour lesquels un financement serait sans doute à rechercher.

Enfin, le dernier volet du travail reste encore à engager : l'identification des ressources d'autoformation et la mise en relation des résultats des tests avec ces ressources. Cet atelier nous invite donc à poursuivre le travail… En attendant les nouvelles versions, les formateurs qui le souhaitent peuvent contacter la Copirelem pour obtenir la base de données d'exercices.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Barrantes, M., & Blanco, L. J. (2006). A study of prospective primary teachers' conceptions of teaching and learning school geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 411-436.

Clivaz, S. (2012). Des mathématiques pour enseigner : une comparaison entre enseignants étatsuniens, chinois et vaudois. *Math-Ecole,* 218, 61-63.

Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primair*e. Thèse de doctorat. Université de Genève, Genève.

Duceux, Y., El Hage, S., et Verchier, Y. (2021). Empreinte de la trajectoire professionnelle sur le rapport des enseignants du supérieur à l'autonomie des étudiants. *Mediterranean Journal of Education,* 1(2), 86-94.

Emprin, F. (2022). Développement d'une API Moodle pour un outil de Learning Analytics à déployer par les établissements [Actes de conférence]. Observatoire de la transformation pédagogique du projet HyPE-13

ERMEL - Charnay, R., et Douaire, J. (2006). *Ermel-Apprentissages Géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*. Hatier.

ICMI (1998). Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: Discussion document for an ICMI study. In C. Mammana & V. Villani (Eds), Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI Study (pp. 337-345). Kluwer Academic Publisher.

Khattab, Y. R. (2020). *Influence of school memories on practicing mathematics teachers' teaching of algebra* (Doctoral dissertation).

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United State*s. Lawrence Erlbaum Associates.

Marlat, D., Perraud-Ussel, P. (2022), Stabilité des effectifs en Inspe en 2021-2022, *Note Flash n°14,* MESR-SIES / Systèmes d'information et études statistiques.

Michaut, C. et Lang, V. (2005). *Évaluation des profils des candidats au professorat des écoles et facteurs de réussite aux tests d'entrée à l'IUF*M, Sep 2005, Reims. , 1-11. halshs-00174316.

Pilet, J. et Grugeon-Allys, B. (2015). Quelles stratégies de formation pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages en M1 MEEF premier degré , *in Actes du XLIIème colloque COPIRELEM Besançon 2015*, ARPEME.

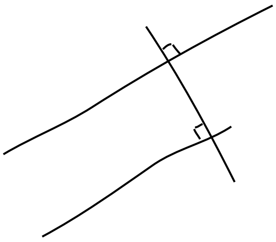
Union européenne (2015). *Guide d'utilisation ECTS,* OPOCE. doi : 10.2766/87308.

ANNEXE : EXERCICES PROPOSÉS PAR LE GROUPE POUR ENRICHIR OU MODIFIER LA BASE

Exercices sur le parallélisme

Exercice 1

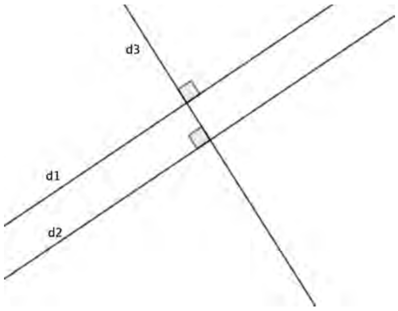
Un dessin à main levée codé est proposé ainsi :



On énonce différentes propriétés et il faut dire si elles sont vraies ou fausses.

Exercice 2 (Niveau 1)

Si deux droites d1 et d2 sont perpendiculaires à la même droite d3, alors :



- Les 3 droites sont parallèles entre elles.
- d1 et d2 sont parallèles entre elles.
- d1 et d2 sont perpendiculaires entre elles.
- Les 3 droites sont perpendiculaires entre elles

Exercice 3 (niveau 3)

Même exercice que l'exercice 2, mais sans dessin

Exercice 4

Est-il possible de tracer :

- Un triangle avec deux angles droits ? Oui / Non
- Un quadrilatère avec 2 angles droits non consécutifs ? Oui / Non
- Un quadrilatère avec seulement 3 angles droits ? Oui / Non

Exercice 5 sur les conceptions des élèves

ABCD est un carré.

Pour les élèves, les droites sont parallèles parce que :

- Ça se voit
- Elles sont « penchées pareil »
- L'écart entre les deux est constant
- Sur papier quadrillé : « même pente »

Exercices sur les fractions et décimaux

Exercice 6

Voici 4 réponses d'élèves au calcul $\frac{5}{7}+\frac{9}{11}$, lesquelles sont correctes ?

A. $\frac{5+9}{7+1}$

B. $\frac{118}{77}$

C. $\frac{236}{154}$

D. $\frac{14}{11}$

Exercice 7

Voici 4 réponses d'élèves au calcul $\frac{5}{6} \times 4$, lesquelles sont correctes ?

A. $\frac{20}{6}$
B. $\frac{20}{24}$
C. $\frac{5\times 24}{6}$
D. $\frac{10}{3}$

Exercice 8

Place les nombres suivants sur la droite graduée : $\frac{35}{10}$; $\frac{145}{100}$; $4{,}78$; $9{,}045$

Exercice 9

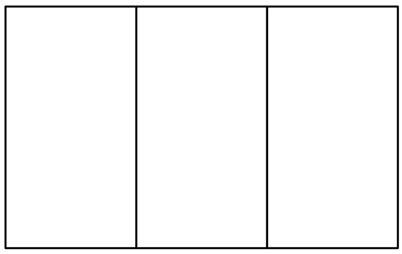
Quel (s) nombre (s) sont équivalents à $\frac{305}{1000}$?

A. 0,305
B. 0,35
C. 0,0305
D. 3,05

Exercice 10 : Problèmes résistants

Il sera nécessaire de prendre un brouillon et de travailler plusieurs minutes pour répondre. Plusieurs réponses sont correctes.

On peut colorier un drapeau avec 3 couleurs différentes parmi 4 : bleu, rouge, vert, marron



Combien de drapeaux différents peut-on avoir ?

A. un nombre pair
B. plus de 10
C. entre 20 et 30
D. c'est un multiple de 3
E. plus de 100
F. c'est un multiple de 4

Exercice 11 : Modification des exercices pour se projeter en situation professionnelle

Exemple de Q2004-1 : accéder aux procédures

Q2004-4 Problème additif ou non ? Et attention au problème de lecture

JOUER DES TÂCHES AVEC LES ÉLÈVES : UNE ALTERNATIVE AUX PROBLÈMES POUR QU'ILS SE METTENT À CHERCHER.

Jean-Michel FAVRE
Responsable pédagogique, CFPS du Château de Seedorf à Noréaz (CH)
Groupe ddmes
jmfavre@cfps-seedorf.ch

Céline VENDEIRA
Chargée d'enseignement, Université de Genève (CH)
Groupe ddmes & Equipe DiMaGe
Celine.marechal@unige.ch

Résumé
Depuis vingt-cinq ans, le *groupe ddmes* (Conne, 2010) s'est donné pour tâche d'étudier les questions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'enseignement spécialisé. Au fil de nos expérimentations, nous avons développé un mode d'interactions avec les élèves susceptible de dynamiser les échanges, en jouant sur la *surprise* (Conne, 2004a ; 2006) plutôt que sur la gradation des réussites. Nous avons utilisé la locution *jeu de tâches* (Favre, 2008) pour qualifier ce mode d'interactions spécifique. Partant d'un objet mathématique particulier (carré, cercle, cube, …), d'un matériel didactique (puzzle géométrique, polydrons, …) ou d'une activité extraite d'un manuel, le jeu de tâches s'élabore selon un processus en trois temps : exploration du milieu - jeu de tâches - narration. Un processus qui tourne en boucles récursives et s'enrichit au fur et à mesure de son déploiement.
Ce sont les deux premiers temps de ce processus que nous avons proposés aux participants d'expérimenter dans le cadre de l'atelier en les invitant à le poursuivre dans leur propre contexte de travail qu'il soit d'enseignement, de formation et/ou de recherche. Et nous avons réservé le troisième temps du processus à la rédaction de ce texte…

I - INTRODUCTION

Notre atelier s'est déroulé[1] le jeudi 15 juin 2023 au Campus Marseille-Luminy de Marseille dans le cadre du Colloque international de la COPIRELEM. Trente participants[2] étaient inscrits, mais seulement vingt-quatre nous ont rejoints, un peu en retard il faut le dire (on parle du « quart d'heure vaudois » chez nous en Suisse), en raison de la conférence d'Edouard Gentaz et d'Eric Roditi qui l'a précédé et qui a quelque peu débordé de son cadre horaire.

Nous avions préparé six tables de travail pouvant accueillir chacune cinq participants. Sur les tables, se trouvaient des feuilles A4 vierges, des autres quadrillées (4 mm / 10 mm / 20 mm), des stylos de couleur et des paires de ciseaux.

[1] La forme narrative du texte est un choix assumé des auteurs, la narration s'inscrivant à part entière dans le processus en trois temps (qui sera décrit plus avant) suivant lequel le groupe ddmes travaille pour développer des situations mathématiques auprès des élèves de l'enseignement spécialisé.

[2] Nous utilisons le masculin comme générique afin de ne pas surcharger la forme du texte.

Une fois que tout le monde s'est installé, nous avons commencé par nous présenter et surtout donner des informations concernant le groupe ddmes[3] (didactique des mathématiques dans l'enseignement spécialisé).

> Le groupe ddmes est un groupe de recherche composé à son origine d'étudiants, d'enseignants spécialisés, de formateurs et de chercheurs intéressés par les questions de didactique des mathématiques dans le contexte de l'enseignement spécialisé vaudois. L'enseignement spécialisé (Es) doit être entendu ici comme l'ensemble des classes spécialisées et des institutions qui œuvrent hors du système d'enseignement ordinaire, un ensemble qui, à l'heure actuelle où tout le monde parle d'école et d'éducation inclusive, ne désemplit pourtant pas.
>
> Il s'agissait alors de constituer et de faire vivre un milieu pour la recherche en didactique des mathématiques dans l'Es à destination principale des élèves et de leurs enseignants. La démarche avait en son temps (et c'est sans doute encore le cas aujourd'hui) un aspect pionnier tant il est vrai que les pratiques des mathématiques qui ont lieu dans cette frange de l'enseignement à côté de l'enseignement ordinaire (Eo) échappent à la plupart des regards.
>
> Depuis vingt-cinq ans, le groupe travaille à l'élaboration et au développement de situations mathématiques dans ce contexte, parce que cette élaboration et ce développement ne vont pas de soi, en raison notamment de la présence massive de l'échec (Favre, 2004), et du fait que les interactions entre les élèves et les enseignants se retrouvent fréquemment dans des impasses.
>
> Dans nos échanges avec les élèves, nous cherchons à leur aménager des expériences substantielles en rapport à des objets mathématiques qu'ils n'ont généralement pas l'occasion de rencontrer en classe (où les pratiques restent souvent centrées sur des objets anciens, numériques dans leur grand majorité). Nous nous intéressons tout particulièrement à ce que font les élèves et ce qu'ils produisent au cours de telles situations - nous parlons volontiers, même si le propos peut paraître abusif, de *mathématiques des élèves* - et visons à faire cas de leurs productions souvent imprécises, inexactes ou incorrectes pour dynamiser les échanges (Conne, 2002 ; Conne, 2003).

Une fois la présentation du groupe réalisée, nous avons annoncé avoir conçu un mode d'interactions original, intitulé *jeu de tâches*, que nous souhaitions faire vivre aux participants durant l'atelier. Nous les avons alors encouragés à se laisser aller à « faire » les tâches que nous allions leur proposer et dit que c'est au travers de ce faire - à l'image de ce que nous réalisons avec des élèves de l'Es - que nous visions à leur aménager quelques expériences mathématiques substantielles. Nous avons précisé que nous allions nous intéresser à leurs productions, c'est pourquoi nous leur avons demandé d'y apposer leurs initiales et de les numéroter dans leur ordre de création.

II - JEU DE TÀCHES

1 Jeu de tâches - Croix géniale

Nous avons démarré notre jeu auprès des participants répartis en six groupes à partir d'une tâche unique : *sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs*.

Cette première tâche, très ouverte, a plongé quelques participants dans une perplexité manifeste, alors que d'autres s'y sont lancés sans retenue. Nous présumons qu'une forme de rupture du contrat (Brousseau, 1980) qui prévaut habituellement dans ce type d'atelier ait pu se produire, les participants ne sachant pas trop ce que l'on attendait d'eux, ni où nous envisagions de les mener.

[3] Le groupe ddmes est soutenu par l'AVOP (Association Vaudoise des Organismes privés pour Personnes en difficulté) ; il est actuellement composé de cinq membres actifs : Céline Vendeira, Christian Cange, François Conne, Jean-Michel Favre et Jean-Daniel Monod.

De notre côté, l'incertitude était également de mise (comme c'est à chaque fois le cas lorsque nous débutons une interaction avec des élèves de l'Es), ne sachant *a priori* si et dans quelle mesure les participants allaient ou non investir les tâches que nous comptions leur soumettre. L'examen des productions issues de cette première tâche (figure 1) montre toutefois que certains d'entre eux ont déjà fait preuve de créativité :

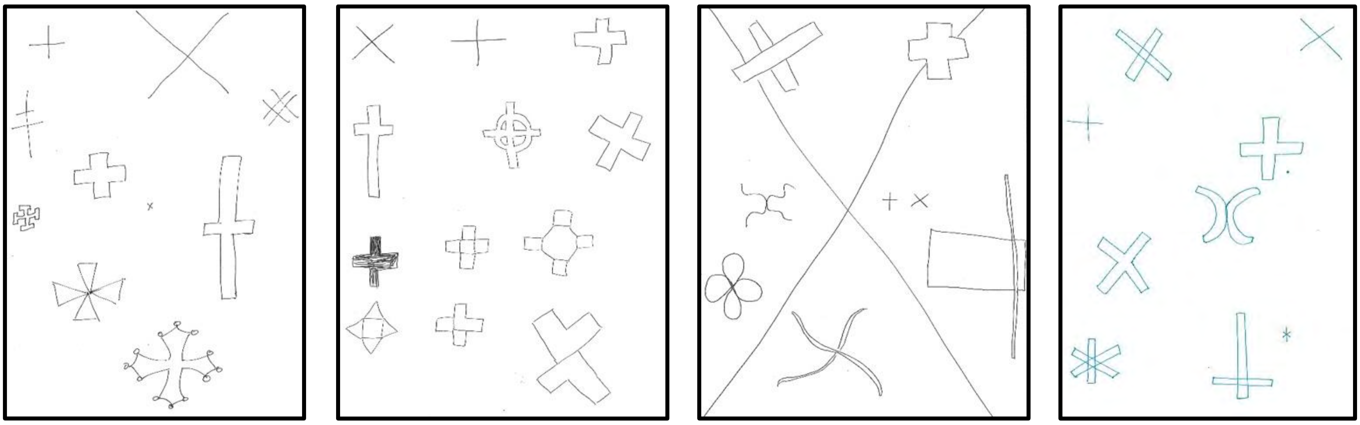


Figure 1. Productions issues de la tâche : sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs

alors que d'autres (figure 2) ont montré une plus grande réserve :

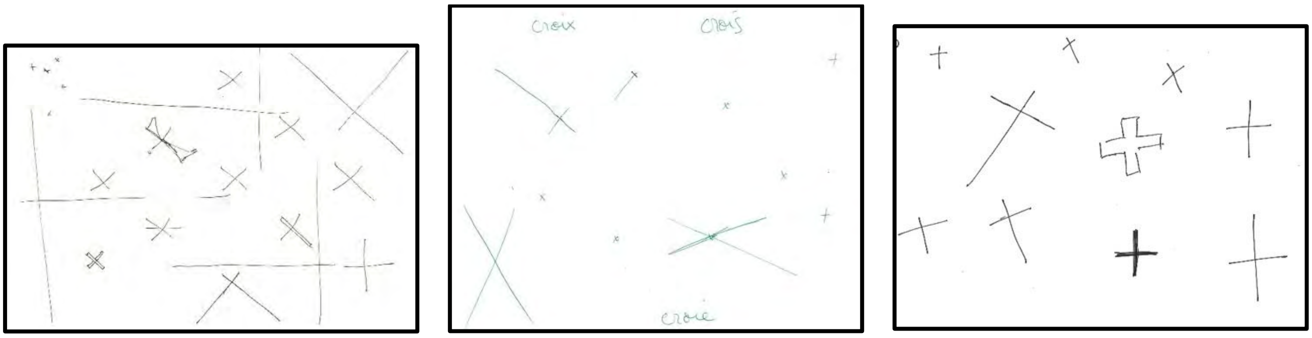
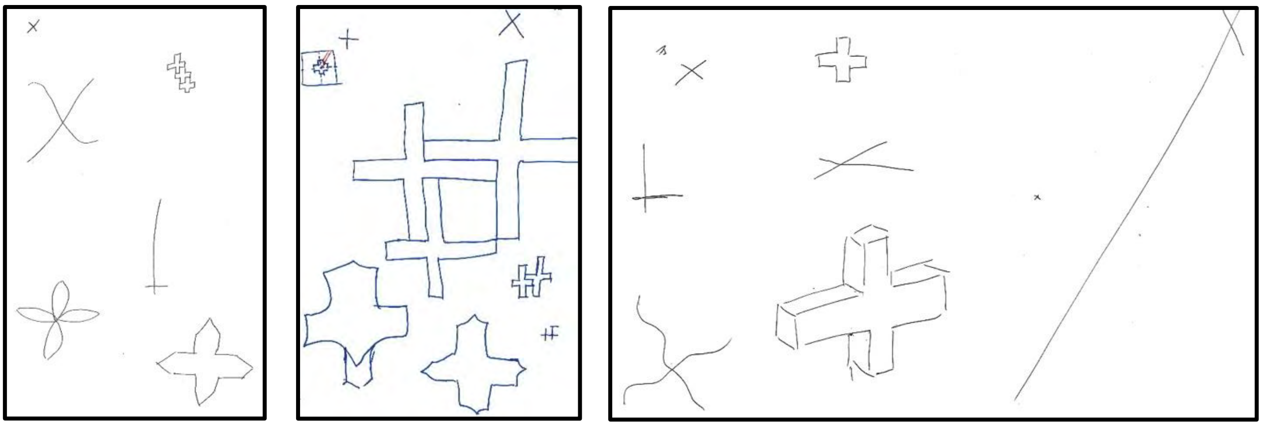


Figure 2. Productions issues de la tâche : sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs

Et l'on voit que d'autres encore (figure 3) offrent déjà quelques jolies perspectives de relances, que ce soit sous forme de pavages de croix régulières pour la première, de pavages de croix non-régulières pour la deuxième, de dessins de croix en 3D pour la troisième ou encore d'exploration d'étoiles / polygones étoilés pour la quatrième :



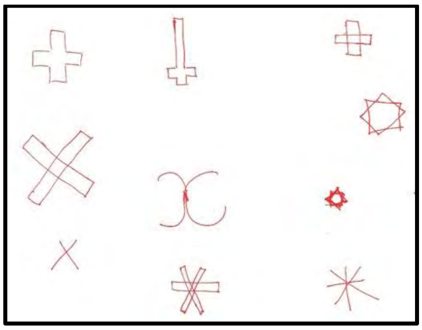


Figure 3. Productions issues de la tâche : sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs

Dans la foulée, nous avons alors lancé les participants sur de nouvelles tâches, partant de ce qu'ils avaient produit à l'occasion de cette première et en nous référant à la liste de tâches (annexe 1) que nous avions préparée pour animer ce jeu. Tous, sans exception, se sont dès lors (volontiers) laissés prendre au jeu. Cette activité qui a duré une bonne demi-heure et qui aurait pu se poursuivre bien plus longtemps nous a permis de jouer une bonne partie des tâches que nous avions prévues. Et ce n'est pas sans difficultés que nous sommes parvenus à l'interrompre et regagner l'attention de chacun, pour passer à la mise en commun de ce qu'ils avaient produit.

2 Origine du jeu

En guise de transition, nous avions d'ailleurs prévu d'indiquer aux participants comment nous en étions arrivés à leur proposer un jeu de tâches centré sur les croix. Cela ne provenait nullement de nos origines helvétiques. En effet, nous avons fait travailler les participants sur des croix régulières, alors que, contrairement à ce que l'on pense généralement, la croix figurant sur le drapeau suisse n'est pas une croix régulière, puisque ses branches sont 1/6 plus longues que larges. C'est probablement le fait que notre drapeau est de forme carrée qui donne et renforce cette illusion.

Passé cet aparté, nous avons présenté l'activité, tirée des moyens d'enseignement de Suisse romande (Danalet, Dumas, Studer, Villars-Kneubühler, 1998), à l'origine de notre jeu de tâches (figure 4).

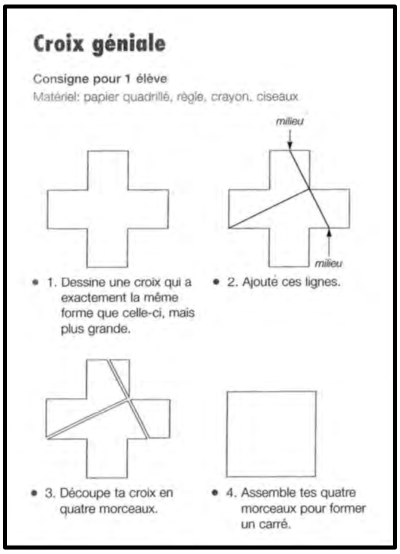


Figure 4. Fiche « Croix géniale » tirée des moyens d'enseignement de Suisse romande

Cette activité s'intitule « Croix géniale » et s'adresse à des élèves de 8 à 9 ans. Elle demande aux élèves de dessiner une croix régulière, puis de la découper selon une marche suivre pour constituer un puzzle qui permettra ensuite de fabriquer un carré. On reconnaît ici un problème de quadrature visant à quarrer une croix, c'est-à-dire à la transformer en un carré.

Cette activité présente une ambiguïté dans le sens où l'élève qui ne parviendrait pas à reconstituer le carré avec les pièces de son puzzle ne pourra pas vraiment savoir si c'est parce que la tâche est impossible ou si c'est parce que les morceaux du puzzle n'ont pas été réalisés correctement.

Les auteurs du manuel affichent comme objectif de l'activité de « reproduire précisément une figure afin de pouvoir la découper selon un plan ». Il n'y a donc pas d'enjeu mathématique explicite, ce qui est souvent le cas dans les activités géométriques pour des élèves de cet âge-là en Suisse romande. Les commentaires proposent comme aide aux élèves qui se trouveraient en difficulté de leur donner du papier quadrillé de 1 cm, 2 cm ou 3 cm.

Malheureusement, cette aide n'est pas suffisante, car lorsque l'on propose cette tâche à des élèves de l'Es, voici un exemple de ce que l'on peut obtenir (figure 5).

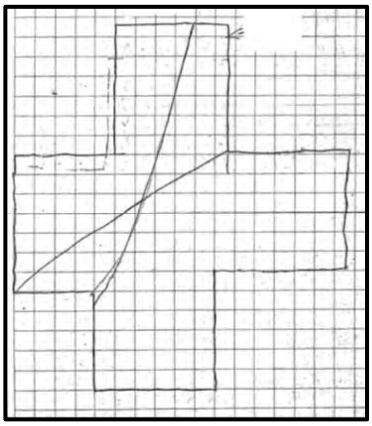


Figure 5. Production issue de l'activité Croix géniale d'un élève de l'Es

L'élève se retrouve dans une impasse. Il ne parvient déjà pas à reproduire une croix régulière sur un réseau quadrillé et il ne parvient pas non plus à dessiner les lignes de découpe : dans l'impossibilité de réaliser les pièces du puzzle, il est exclu de reconstituer un carré. Et l'enseignant se retrouve lui aussi dans une impasse : que faire de cette production ? Comment amener cet élève à poursuivre l'activité ? C'est précisément pour éviter de se retrouver dans de telles impasses, tout en cherchant à faire cas de ce que les élèves produisent en cours d'activité que nous avons développé le *jeu de tâches*. Au lieu de nous rendre auprès des élèves avec une tâche unique, nous nous y rendons avec un ensemble de tâches variées, non hiérarchisées, visant à leur aménager diverses rencontres, diverses expériences en lien avec les objets mathématiques en jeu : la croix régulière et le carré dans ce cas particulier.

3 Mise en commun

Pour démarrer la mise en commun, nous avons demandé aux participants de montrer, puis de commenter certaines découvertes qu'ils avaient faites, soit celles qui les avaient le plus intéressés, voire le plus surpris.

Il n'a toutefois pas été simple pour eux d'oser prendre la parole pour montrer ce qu'ils avaient fait. Raison pour laquelle nous en sommes venus à présenter quelques productions d'élèves de l'Es relatives à certaines tâches que nous leur avions également proposées durant l'atelier. Cette présentation a eu pour effet de délier les langues et stimuler les échanges.

Tour à tour, nous avons ainsi pris connaissance des éléments qui suivent.

1° Un participant avait dessiné plusieurs croix très élaborées (dont nous n'avons malheureusement pas retrouvé trace dans le corpus des productions que nous avons récoltées en fin d'atelier) ; alors qu'un autre avait dessiné sur une feuille vierge la croix d'un cimetière en 3D avant de la reproduire sur une feuille quadrillée (figure 6).

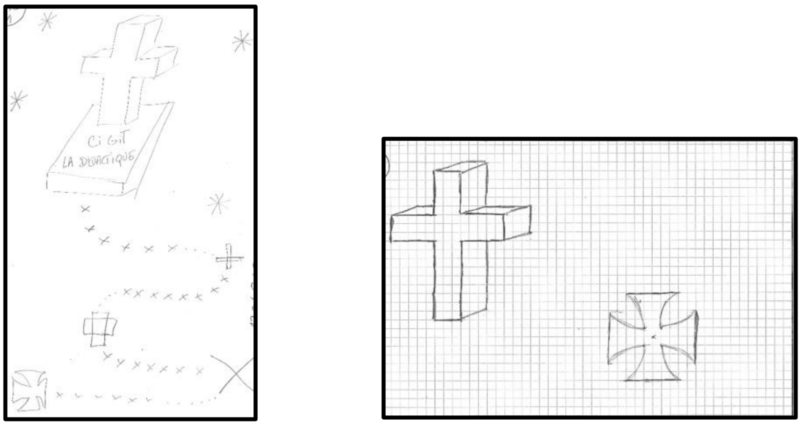


Figure 6. Productions issues des tâches : a) sur une feuille A4 vierge, dessiner une dizaine de croix, de diverses formes et de diverses grandeurs ; b) sur feuille A4 quadrillée, reproduire certaines des croix dessinées en a) en s'appuyant sur les lignes et/ou les intersections du quadrillage

2° Un participant avait dessiné sur une feuille quadrillée (figure 7) une succession de trois croix régulières inscrites les unes dans les autres, dont la dimension des côtés progresse en la multipliant par 3 (longueur 1 carré, longueur 3 carrés et longueur 9 carrés) et l'aire conséquemment par 9 (aire 5 carrés, aire 45 carrés, aire 405 carrés) ; juste à côté sur la même production, on observe un autre essai de succession de croix inscrites les unes dans les autres, mais non-régulières cette fois-ci : chaque croix « colle » à la précédente en s'y écartant d'1 carré, ce qui fait que la dimension de quatre côtés progresse en suivant les nombres impairs (1 carré, 3 carrés, 5 carrés, 7 carrés) tandis que les huit autres côtés restent identiques (1 carré), alors que l'aire progresse par addition d'une succession de multiples de 8 (5 carrés, 21 carrés, 45 carrés, 77 carrés) ou mieux encore par la succession des nombres carrés impairs (9, 25, 49, 81) auxquels on a à chaque fois soustrait 4 (5, 21, 45, 77).

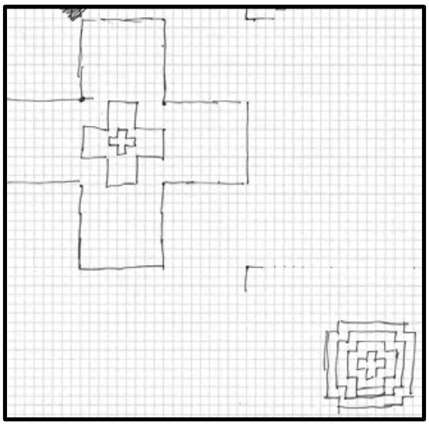


Figure 7. Production issue de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières inscrites les unes dans les autres

On peut également noter que dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier figuraient trois autres successions de croix régulières inscrites les unes dans les autres (figure 8) ; la première, dont la dimension de chaque côté progresse en suivant les nombres impairs (1 carré, 3 carrés, 5 carrés, 7 carrés) et l'aire en lui additionnant une succession de multiples de 40 (5 carrés, 45 carrés, 125 carrés, 245 carrés), respecte la symétrie du dessin ; tandis que les deux successions qui suivent, dont la dimension de chaque côté progresse selon la suite des nombres entiers (1 carré, 2 carrés, 3 carrés, 4 carrés, 5 carrés, 6 carrés, 7 carrés) et l'aire en lui additionnant les nombres de la suite des nombres impairs multipliés par 5 (5 carrés, 20 carrés, 45 carrés, 80 carrés, 125 carrés, 180 carrés, 245 carrés), ne la respectent pas.

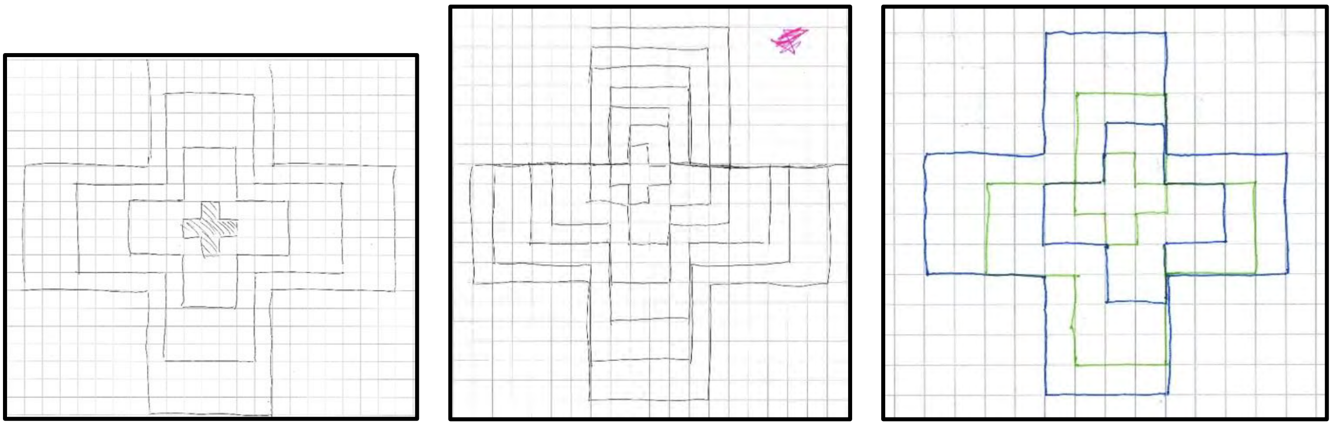


Figure 8. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières inscrites les unes dans les autres

3° Une participante avait cherché à dessiner (figure 9), en suivant les lignes du quadrillage, la plus grande croix régulière possible sur une feuille quadrillée et avait dû s'y prendre à trois reprises : la première fois, elle avait dessiné une croix d'aire 64 carrés, parfaitement symétrique, qui touchait les quatre bords de la feuille, mais qui n'était pas régulière (avec des côtés de longueur de 2, 4 et 5 carrés) ; la deuxième fois, elle avait dessiné une croix de même aire que la précédente (64 carrés), parfaitement symétrique et inscriptible dans un carré (on remarque les traitillés), qui touchait deux bords de la feuille, mais qui n'était toujours pas régulières (avec des côtés de longueur de 3 et 4 carrés); et finalement, la troisième fois, sur suggestion de sa voisine de table, elle avait dessiné une croix d'aire 45 carrés parfaitement régulière (avec tous les côtés de longueur de 3 carrés).

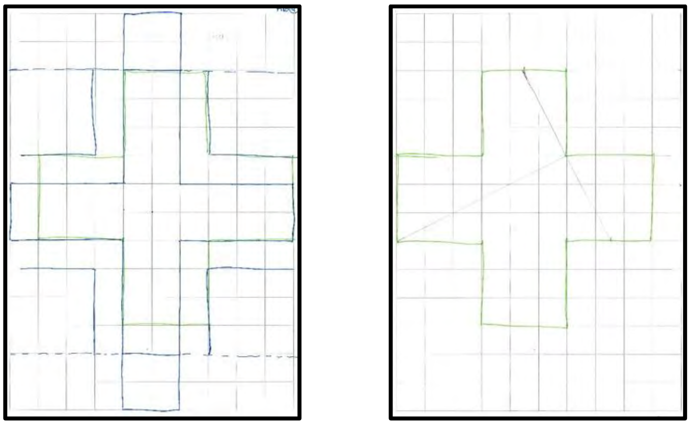


Figure 9. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée dessiner, en suivant les lignes du quadrillage la plus grande croix régulière possible

Dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier, nous avons trouvé d'autres essais de dessin de la plus grande croix régulière possible sur feuille quadrillée en suivant les lignes du quadrillage ou sur feuille vierge ; dans les deux exemples qui suivent (figure 10), on observe, comme on a pu également le faire auprès des élèves de l'Es, que la perspective de « tracer la plus grande » croix l'emporte souvent sur celle de « maintenir la régularité du pourtour de la croix » (composé de 12 côtés de même longueur).

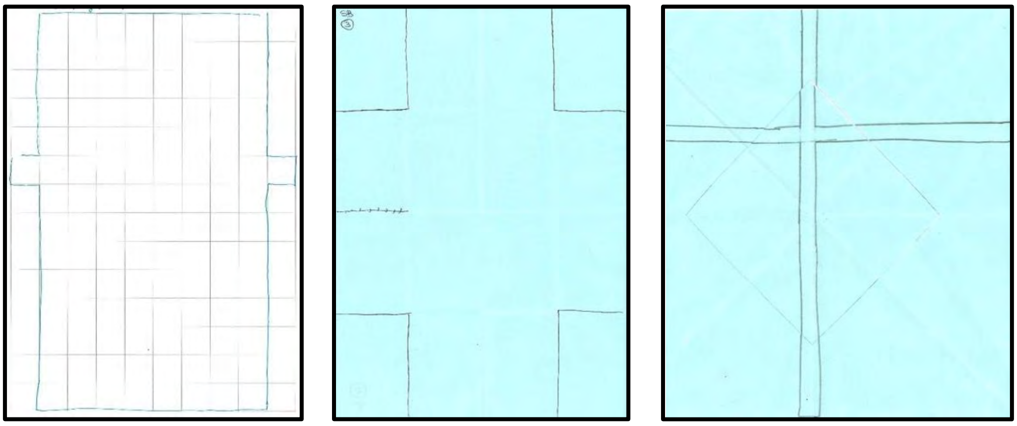


Figure 10. Productions issues des tâches : sur feuille A4 quadrillée, dessiner, en suivant les lignes du quadrillage, la plus grande croix régulière possible ; sur une feuille A4 vierge, dessiner la plus grande croix régulières possible

4° Une participante avait cherché à réaliser un pavage de croix sur feuille quadrillée ce qui l'avait, a-t-elle dit, contrainte à inventer et utiliser d'autres croix qu'une croix régulière de dimension 1 (figure 11) pour combler les trous qui apparaissaient au fur et à mesure de la réalisation du pavage ; un autre participant était quant à lui parvenu à réaliser un pavage complet et sans trous de croix régulières de dimension 1 sur feuille quadrillée (figure 11) ; il a précisé que pour répondre à la demande de compter le nombre de croix qu'il avait ainsi produites, il s'était attaché, pour ne pas se perdre, à les numéroter en inscrivant chaque numéro sur le carré central de chaque croix ; et ce, juste avant de remarquer qu'il avait inscrit deux fois le même numéro (le 2) sur deux croix différentes, ce qui l'a conduit à corriger le nombre total de croix obtenues de 19 à 20.

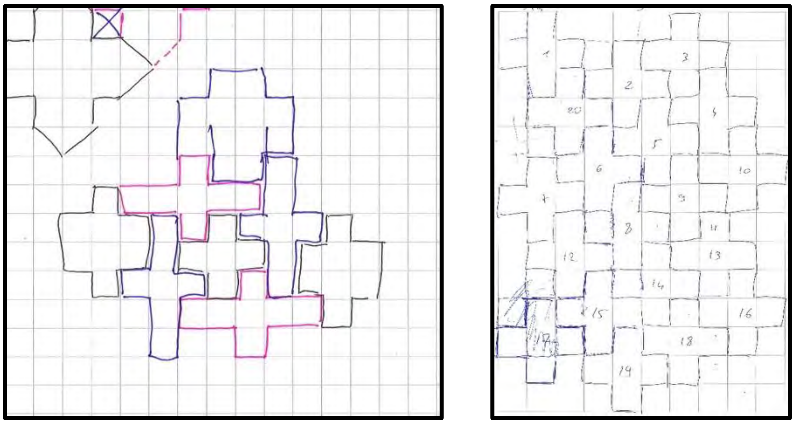


Figure 11. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, paver, en suivant les lignes, le quadrillage avec un grand nombre de croix

Dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier, nous avons trouvé d'autres essais de pavages comme on le voit dans les trois exemples de la figure 12 : le premier composé de croix irrégulières qui se stabilisent progressivement vers un pavage de croix régulière de dimension 2 ; le deuxième composé de croix régulières de dimension 2√2 placées en oblique sur la feuille ; et le troisième composé de croix irrégulières de dimension 1 et 5.

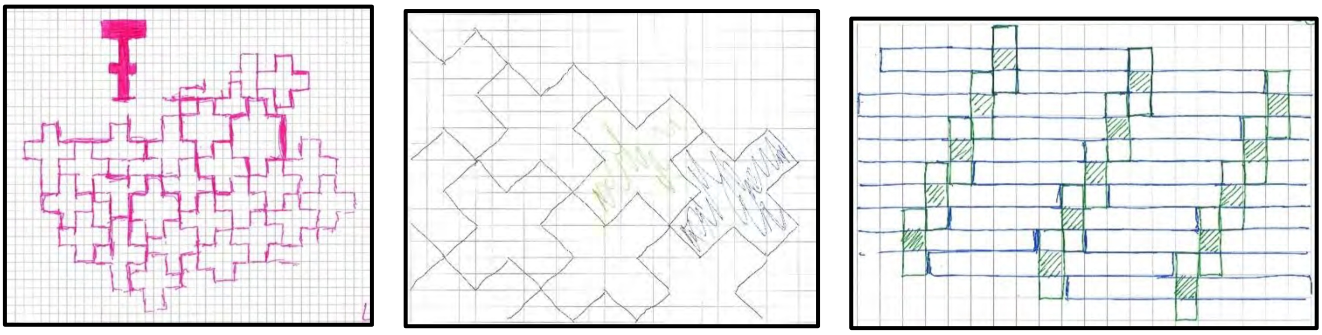


Figure 12. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 quadrillée, paver le quadrillage avec un grand nombre de croix

5° Aucun participant n'est en revanche parvenu à réaliser une quadrature de croix, c'est-à-dire de trouver (selon l'activité « Croix géniale » du manuel) une façon de partager une croix régulière en un certain de nombre de morceaux qui, réarrangés d'une autre manière, permettent de constituer un carré ; un participant nous a dit qu'il avait dénombré les 180 carrés qui composaient sa croix régulière (de dimension 6), qu'il avait ensuite pris la racine carrée de 180, ce qui lui avait donné 13,416…, mais qu'il n'était pas ensuite parvenu à réaliser, géométriquement sur la croix, un segment de cette dimension ; un autre participant s'est mis à découper tous les carrés du quadrillage qui composaient la croix régulière qu'il avait dessinée tout en anticipant bien qu'il ne parviendrait pas (le nombre de carrés n'étant pas un nombre carré) à recomposer un carré avec eux. La figure 13 montre deux autres essais de quadrature que nous avons retrouvés dans le corpus des productions récoltées en fin d'atelier.

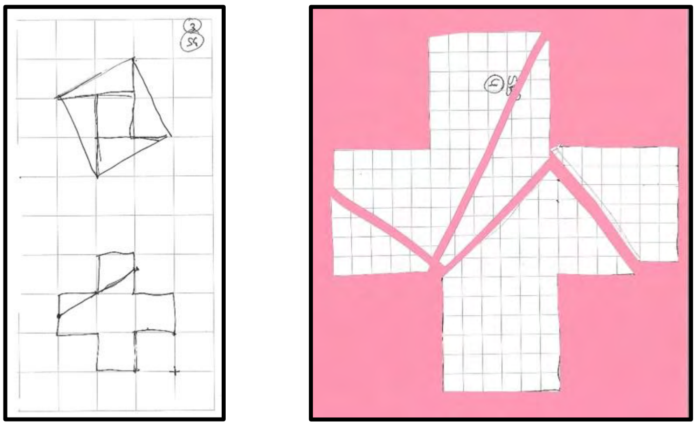
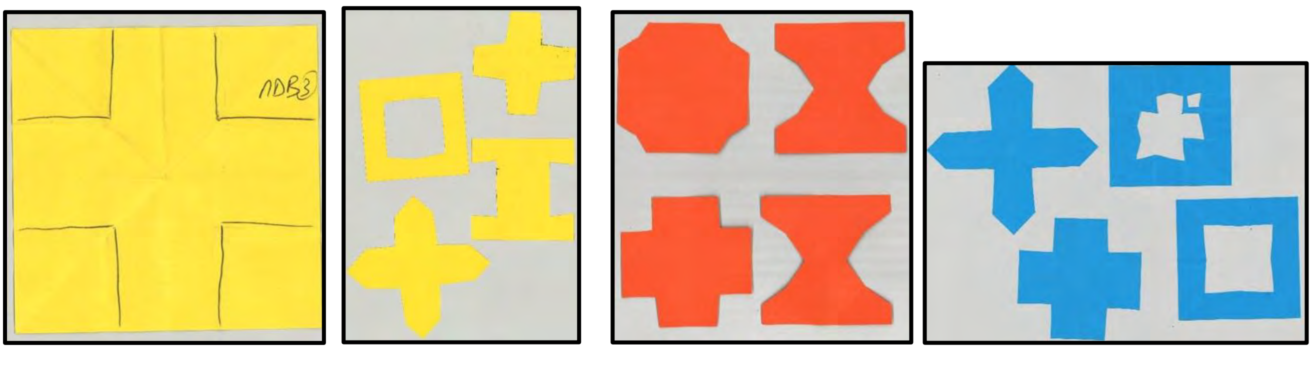


Figure 13. Productions issues de la tâche : trouver une manière de découper une croix régulière pour réaliser un puzzle qui permettra de reconstituer un carré

6° Enfin plusieurs participants se sont essayés à plier et découper un carré afin de produire une croix régulière (figure 14).



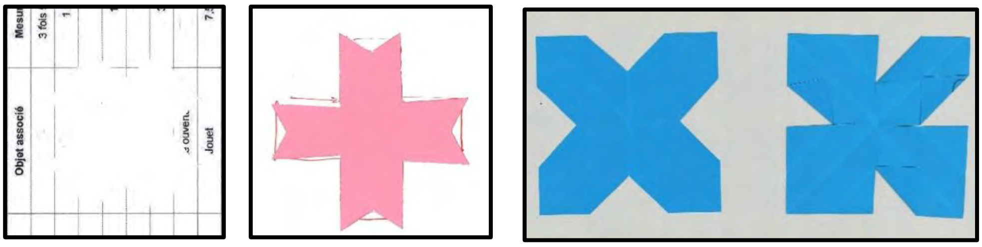


Figure 14. Productions issues de la tâche : sur feuille A4 vierge, trouver une façon de plier, puis de découper la feuille afin d'obtenir une croix régulière

Notons pour terminer que l'examen du corpus des productions récoltées en fin d'atelier a encore permis de révéler des productions qui n'étaient pas issues des tâches que nous avions soumises, ce qui montre que certains participants se sont constitués par et pour eux-mêmes d'autres tâches qu'ils ont essayé d'explorer. Nous observons (figure 15) dans l'ordre deux essais de pavages de croix dans une croix plus grande ; un essai de pavage de croix dans une croix en 3D ; et même un pliage de croix qui aboutit à un trapèze.

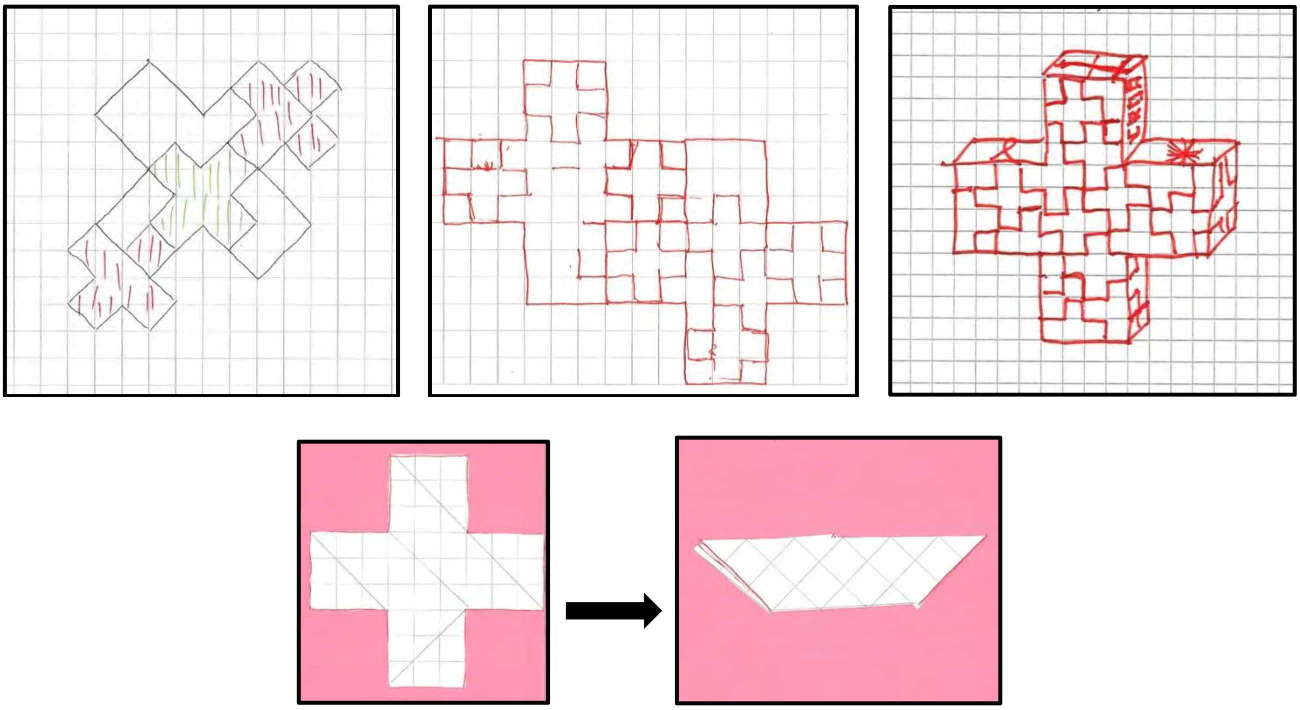


Figure 15. Productions issues d'autres tâches que certains participants se sont constitué eux-mêmes

Au cours de la mise en commun, nous avons également pu illustrer, partant d'une production d'élève et de celle d'une participante, les deux idées, pour nous centrales, de *réplique* (Conne, Favre, et Giroux, 2006) et de *surprise* (Conne, 2004a ; 2006) qui seront reprises dans la suite de l'atelier.

Un participant s'est en outre étonné de la relative pauvreté, en termes de créativité, des croix réalisées par les élèves de l'Es que nous avons présentées. Une pauvreté que nous avons considéré d'une part comme un phénomène récurrent dans le contexte de l'Es et qu'il s'agit précisément, au cours des échanges, de parvenir à dynamiser (le jeu de tâches constituant précisément un moyen pour le faire) ; et d'autre part que nous avons rapportée à certaines productions apparues durant l'atelier (figure 2) qui donnent à penser que la créativité n'est pas un donné, mais bien plutôt un construit qui se développe au cours de l'échange.

Une autre participante nous a enfin interpellés pour nous demander quel était notre objectif d'apprentissage, en termes de savoir visé, par un jeu de tâches. Une question que nous avons différée à la suite de notre présentation (voir plus avant section 4 : caractérisation du processus).

III - EXPLORATION DU MILIEU

1 De l'activité « Croix géniale » à la découverte d'Harry Lindgren

Après la mise en commun des productions apparues lors du jeu de tâches, nous avons expliqué aux participants comment nous nous y étions pris pour créer la liste de tâches (annexe 1) qui a tout à la fois servi de cadre et de support à l'animation du jeu. Il s'agissait de donner à voir un exemple d'*exploration du milieu (*Conne et al., 2004) telle qu'elle peut prendre forme au sein du groupe ddmes.

À partir de l'activité Croix géniale figurant dans le manuel scolaire, nous nous sommes livrés, en groupe, à un travail d'exploration du milieu avec lequel cette activité nous amène à interagir. Ce travail exploratoire est organisé autour des questions suivantes à propos desquelles nous discutons librement :

- Quels sont les éléments constitutifs du milieu considéré ?
- Quelles sont les mathématiques susceptibles de s'y révéler ?
- Quelles sont les tâches que ce milieu nous donne à imaginer ?
- Quelles sont les effets attendus/inattendus que ces tâches sont à même de produire ?
- A-t-on quelques chances d'aménager quelques surprises aux élèves ?

Il s'agit de sonder le *potentiel du milieu* d'un point de vue mathématique, puis de sonder le *potentiel de tâches* que ces mathématiques nous permettent de concevoir, des tâches que nous utiliserons ensuite pour aller à la rencontre du *potentiel des élèves*.

Nous avons alors présenté certaines des découvertes que nous avons faites au cours de cette phase exploratoire[4].

L'activité Croix géniale met en scène deux formes d'apparence très différentes : un carré et une croix régulière. La première forme est très investie scolairement, alors que la seconde ne l'est pratiquement pas (même en Suisse), au point que l'on sait, pour une majorité d'entre nous, qu'un carré comporte quatre côtés égaux, quatre sommets et quatre angles (droits); tandis qu'il est pour beaucoup nécessaire de se mettre à la tâche pour déterminer et vérifier qu'une croix régulière comprend elle aussi le même nombre (douze) de côtés, de sommets et d'angles.

Toutes différentes qu'elles soient d'un point de vue perceptif, le carré et la croix entretiennent cependant de nombreuses relations entre eux.

Une croix régulière se compose ainsi de cinq carrés égaux et, réciproquement, il faut cinq carrés égaux pour former une croix régulière. Il est également possible d'obtenir une croix régulière à partir d'un carré en lui ôtant dans les coins quatre carrés de longueur égale au tiers du carré de départ.

Le dessin de cette transformation d'un carré en croix régulière fait en outre apparaître une première manière d'inscrire une croix dans un carré (figure 16), mais elle n'est pas la seule :

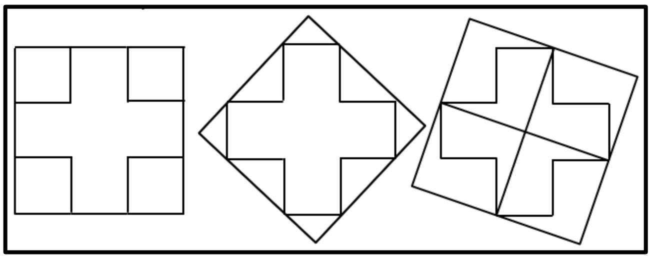


Figure 16. Trois manières d'inscrire une croix dans un carré

[4] La chose ne s'est pas faite d'une seule fois et il ne s'agit pas là non plus des seules découvertes que nous avons réalisées (pour en savoir plus se référer à : Conne, 2003-2004 et Conne, 2004b) ; comme on le verra par la suite (voir plus avant section 4 : caractérisation du processus), ce travail d'exploration est le produit d'un processus en boucle qui s'enrichit au fur et à mesure de son développement.

Dans le premier dessin, l'aire du carré vaut 9/5 de croix, alors que le côté vaut 3 fois la longueur du côté de la croix. Dans le deuxième dessin, l'aire du carré vaut 8/5 de croix alors que le côté vaut 2 √2 fois la longueur du côté de la croix. Dans le troisième dessin, l'aire du carré vaut 10/5 et donc 2 croix, alors que le côté vaut √10 fois la longueur du côté de la croix.

Le carré et la croix régulière possèdent une autre propriété commune : les deux figures possèdent quatre axes de symétrie passant par leur centre.

Comme on le voit dans l'activité Croix géniale, il est également possible de découper une croix régulière et d'en faire un puzzle qui permet ensuite de reconstituer un carré, autrement dit d'en réaliser la quadrature ; mais ce que ne dit pas le manuel, c'est qu'il est possible de réaliser deux puzzles différents (et non un seul) de forme carrée à partir du découpage de la croix qu'il propose (figure 17).

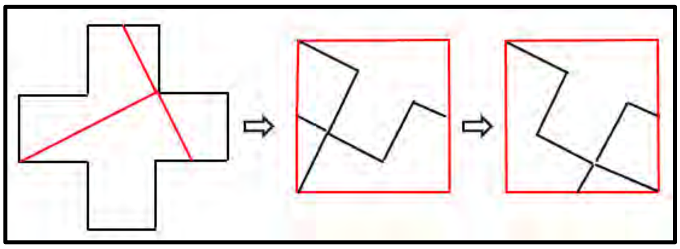


Figure 17. Deux façons de reconstituer un carré à partir d'un puzzle de croix régulière

Nous avons aussi remarqué qu'il n'était pas simple de réaliser la quadrature d'une croix régulière si l'on s'en tient seulement à considérer son pourtour (dans l'atelier, aucun participant n'est d'ailleurs parvenu à proposer une solution adéquate) ; en revanche, la chose devient plus aisée si l'on s'intéresse à son aire. Et là, le fait de pouvoir envisager qu'une croix régulière est composée de 5 carrés égaux s'avère déterminant : si chaque carré a un côté de longueur 1, son aire sera aussi égale à 1 et l'aire de la croix égale 5 ; le carré qui réalisera la quadrature devra en conséquence lui aussi posséder une aire de 5 et donc un côté égal à √5.

Ne reste dès lors plus qu'à trouver diverses façons d'obtenir un segment de longueur √5 sur le dessin de la croix régulière[5]. Et c'est précisément ce que réalise l'activité « Croix géniale » du manuel scolaire (figure 18) : les segments en rouge constituant les hypoténuses de deux triangles rectangles dont les cathètes en vert sont de dimension 1 et 2 (relativement à la longueur d'un côté de la croix).

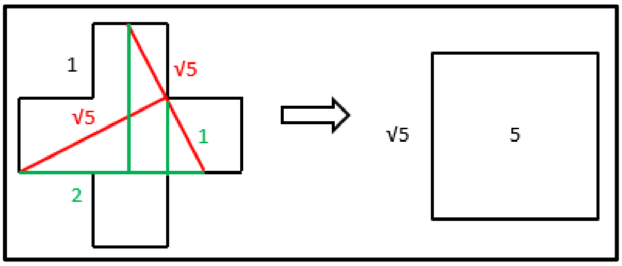


Figure 18. Obtenir des longueurs de √5 sur le dessin d'une croix régulière

Mais c'est aussi ce que réalisent d'autres découpes que nous avons découvertes. Ainsi le premier exemple de la figure 19 qui retranche quatre petits triangles rectangles de dimension 1/2, 1 et √5/2 que l'on peut ensuite retourner et glisser dans les angles concaves de la croix ; ou encore le second exemple de la figure qui présente comme originalité de découper la croix en quatre morceaux identiques.

[5] Relevons encore que la tâche inverse, à savoir la découpe d'un carré en un certain nombre de morceaux qui permettent ensuite de reconstituer une croix régulière, passe, elle aussi, par l'obtention de segments de longueur égale à √5.

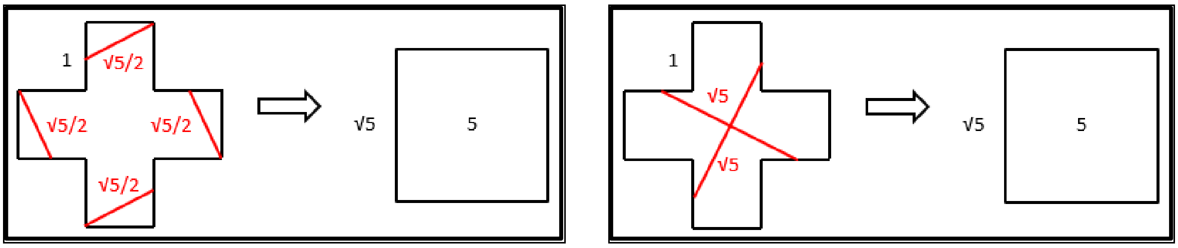


Figure 19. Deux autres formes de quadratures d'une croix régulière

Et nous avons même trouvé dans la brochure « Pythagore & Thalès» de Deledicq et Casiro (2009, p.16), la *géniale* (trouve-t-on ici la pleine signification du qualificatif utilisé dans le titre de l'activité du manuel ?) invention attribuée à Harry Lindgren (1961) d'une superposition de deux pavages - des croix régulières de dimension 1 et des carrés de dimension √5 - pour rendre compte de l'ensemble des découpes possibles (figure 20).

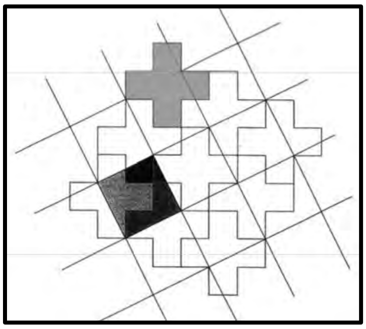


Figure 20. Pavages de carrés sur pavage de croix

IV - CARACTERISATION DU PROCESSUS

Parvenus au terme de la présentation de notre exploration mathématique du milieu qui a servi de fondement à la création des tâches que l'on retrouve dans l'annexe 1, nous avons poursuivi notre exposé pour caractériser le processus en trois temps - exploration du milieu - jeu de tâches - narration - sur lequel repose la réalisation d'un jeu de tâches. Un processus qui tourne en boucles récursives et s'enrichit au fur et mesure de son déploiement (figure 21).

Figure 21. Le processus de création et d'enrichissement d'un jeu de tâches

1 Exploration du milieu

À partir d'un objet mathématique particulier (carré, cercle, cube, …), d'un matériel didactique (puzzle géométrique, polydrons, …) ou d'une activité extraite d'un manuel, l'exploration du milieu débute en groupe afin de créer une liste de tâches. Ces tâches constituent diverses façons d'aménager des rencontres et des expériences à propos des objets mathématiques en jeu. Elles se réalisent sur divers supports et ne sont pas hiérarchisées. La liste de tâches sert ensuite de cadre et de support pour piloter l'interaction.

Dans l'atelier, nous sommes partis d'une activité tirée d'un manuel scolaire. Les deux objets mathématiques en jeu sont le carré et la croix régulière et les relations particulières qu'ils entretiennent. L'accent a en priorité porté sur les manières de produire des croix, de taille et d'orientation diverses, d'en réaliser des pavages ou de les transformer en carré.

2 Jeu de tâches

Si l'on parle de jeu de tâches, c'est que l'on va effectivement jouer ces tâches avec les élèves en étant guidé par leurs réponses et nos interprétations. Au cours du jeu, on s'intéressera tout particulièrement aux surprises que les tâches vont ménager aux élèves et aux surprises que les élèves sont susceptibles de nous ménager à leur tour. Pour les élèves, les surprises sont matière à des répliques qui vont, grâce aux connaissances qu'ils y engagent, leur permettre de mieux contrôler le milieu avec lequel ils interagissent. Pour le pilote, les surprises sont tout à la fois matière à des apprentissages sur le milieu avec lequel il propose aux élèves d'interagir et sur les mathématiques qui s'y révèlent.

Afin d'illustrer ce que peut être une surprise provoquée par une tâche, nous en avons proposé une aux participants à résoudre individuellement, mais simultanément. Il s'agissait, en suivant une marche à suivre que nous avons montrée pas à pas, de plier une feuille carrée, puis de la découper d'un seul coup de ciseaux de façon à obtenir une croix régulière. Nous avons évidemment senti que les participants n'étaient pas dupes de ce qu'on leur demandait de faire ; ils restaient méfiants, sur leur garde, ce d'autant plus qu'on leur avait annoncé vouloir leur aménager une surprise. Certains d'entre eux auraient bien voulu prendre un temps de réflexion avant d'opérer (surtout qu'il y en avait parmi eux qui s'était déjà essayé à réaliser cette même tâche en première partie d'atelier). Mais après quelques encouragements, la plupart d'entre eux se sont finalement laissé prendre au jeu, suivant nos indications de pliage et de découpage. Et au moment de déplier les feuilles, la surprise était bel et bien de mise : à partir d'une même marche à suivre, si certains avaient bel et bien obtenu une croix régulière, d'autres avaient produit, à leur dépens, une forme bien différente de celle qu'ils attendaient (figure 22).

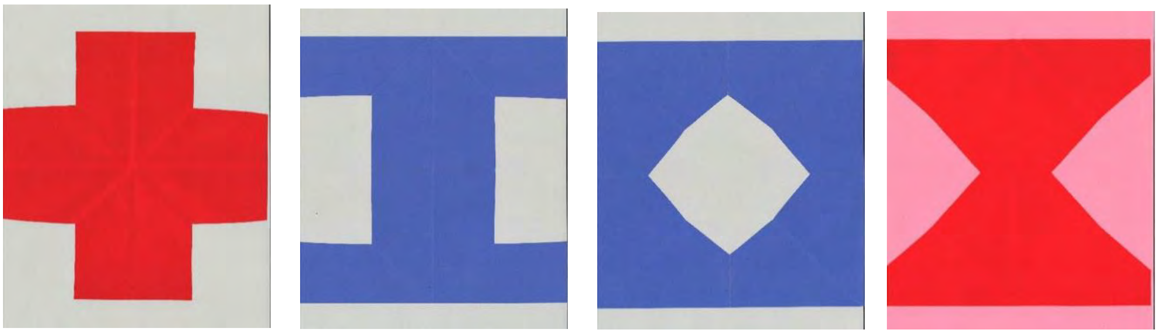


Figure 22. Productions issues de la tâche : plier une feuille carrée vierge, plus la découper d'un seul coup de ciseaux pour obtenir une croix régulière (en suivant une marche à suivre donnée collégialement)

3 Narration

Le déroulement de l'interaction est alors rapporté au groupe sous la forme d'un récit établi par celui qui a assuré le pilotage, partant des souvenirs qu'il en a conservés et des traces (productions) qu'il a récoltées au cours du jeu. Nous utilisons le terme de *narration* (Favre, 2011 ; groupe ddmes, 2012 ; Favre, 2015 ; Favre, 2019) pour désigner ce récit fruit de l'interprétation du pilote et destiné au groupe. La narration suscite alors de nombreux échanges au sein du groupe, lesquels permettent de poursuivre encore plus avant l'exploration du milieu et d'aboutir à la création de nouvelles tâches. Ces tâches participent à l'élaboration et la réalisation de nouveaux jeux auprès des élèves.

Nous avons encore précisé que l'enjeu de l'ensemble du processus était au moins triple étant donné qu'il s'agissait de :

- installer, faire durer et dynamiser les interactions entre les élèves et le milieu considéré ;

- apporter des réponses didactiques aux productions imprécises, inexactes ou incorrectes des élèves en les enrôlant dans le développement du jeu ;
- aménager à l'intention des élèves des expériences mathématiques riches et constitutives des objets mathématiques en jeu.

Cet exposé de l'ensemble du processus qui, dans le groupe ddmes, nous conduit à développer un mode d'interactions dynamiques avec les élèves, nous a donné l'occasion de revenir sur la question qui nous avait été soumise précédemment (cf. fin de section 2) concernant l'objectif d'apprentissage, en termes de savoirs visés, que l'on poursuit dans un jeu de tâches. Nous avons dit alors que cet objectif ne peut pas être défini a priori puisque le déroulement du jeu, qui s'attache à prendre en compte et rebondir sur ce que produisent les élèves, ne nous permet pas d'anticiper les chemins qu'il nous conduira à emprunter : dans le jeu de tâches, il convient en effet de se départir de l'idée de vouloir constituer a priori un milieu devant favoriser la rencontre avec un savoir unique, pour s'engager dans l'exploration d'un milieu qui, progressivement, s'enrichira de savoirs multiples.

Nous avons également pu traiter une autre question nous demandant si le jeu de tâches n'avait pas tendance à restreindre les interactions entre les élèves, puisqu'il tendait à suivre, individuellement, ce que chacun d'entre eux produisait. Nous avons alors répondu en trois points. Premièrement que le jeu de tâches partait généralement d'une tâche commune, pour tous les élèves, quel que soit leur niveau scolaire ou leurs difficultés spécifiques (ce n'est jamais une préoccupation ou une donne dont nous avons besoin pour initier un jeu de tâches), ce qui constituait un point de ralliement initial pour chacun d'entre eux. Deuxièmement que le déroulement du jeu qui va individualiser l'échange en fonction des réalisations de chaque élève n'empêchait nullement les interactions entre élèves de se produire, les uns venant montrer aux autres, parfois non sans une certaine fierté, ce qu'ils ont découverts (les participants avaient d'ailleurs pu l'expérimenter durant l'atelier). Et troisièmement qu'au terme d'un jeu de tâches (cela n'a pas forcément lieu d'être dans la même séance, ce qui donne la possibilité d'examiner les productions et de s'y préparer), il est non seulement possible, mais également généralement très favorable de rapporter à l'ensemble du groupe certaines découvertes effectuées - une participante a même évoqué une possible institutionnalisation d'un savoir révélé - qui pourraient faire office de relance et amorcer le lancement d'un nouveau jeu.

Enfin, nous avons lourdement insisté sur la condition qui nous semble indispensable au développement de l'ensemble du processus (et nous rend généralement fort réticents à donner à ceux qui nous le demandent des listes de tâches, clé en main, que l'on pourrait donner telles quelles en classe aux élèves) : à savoir de disposer pour le faire d'un groupe d'interlocuteurs, dont dans l'idéal certains sont « matheux » et/ou chercheurs en didactique des mathématiques (une denrée malheureusement bien trop rare dans le contexte de l'Es), au sein et avec lesquels il est à la fois possible d'initier des explorations, d'animer des jeux auprès des élèves et d'en rapporter le récit de ce qu'ils ont été en mesure de produire.

V - VERS DE NOUVELLES EXPLORATIONS

Au terme de cet exposé, et bien que le temps qui nous était imparti (du fait notamment qu'il avait débuté avec un quart d'heure de retard) était déjà bien avancé, nous avons proposé aux participants de se lancer à leur tour dans des explorations relatives à deux autres milieux bien contrastés. Un milieu numérique d'une part avec comme objet d'exploration une calculette (Favre, 2000 ; Del Notaro et Floris, 2005 ; Favre, 2006 ; Del Notaro et Floris, 2011 ; Favre, 2023) : nous en avions amenés de diverses grandeurs et de diverses marques ; et un milieu géométrique d'autre part avec comme objet d'exploration des feuilles recouvertes de différents réseaux (Vendeira, 2023a, 2023b, à paraître) : nous avions amenés des réseaux triangulaires, carrés, hexagonaux, des papiers pointés et quelques morceaux de nappes où figure un réseau de losanges que l'on retrouve sur de nombreux articles de décoration. Nous avons invité les groupes à choisir l'un des milieux (quatre groupes ont opté pour les calculettes et deux pour les réseaux) et d'expérimenter ce travail exploratoire partant des cinq questions que nous avons reportées au début de la section 3. Nous leur avons rappelé qu'il s'agissait de : a) sonder le potentiel mathématique du milieu avec lequel ils allaient entrer en interaction, b) examiner le potentiel de tâches susceptibles de les étonner ou d'étonner leurs collègues, c) révéler ensuite le potentiel des élèves visant à leur aménager à leur tour quelques surprises. C'est avec passablement d'enthousiasme que les groupes se sont livrés à ce travail d'exploration que nous avons dû à limiter à une vingtaine de minutes pour laisser la place à une mise en commun partielle des découvertes - chaque groupe a eu la possibilité d'en évoquer une - ainsi qu'à un moment de conclusion.

1 Exploration du milieu « calculette »

Voici donc en vrac quelques idées de tâches relatives au milieu « calculette », extraites du corpus des productions récoltées en fin d'atelier :

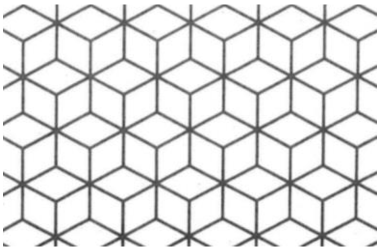
- Afficher des nombres sur l'écran de la calculette qui donnent un autre nombre (ou le même nombre) quand on la retourne ; chercher le plus long/grand nombre qu'il est possible d'afficher.
- Afficher des nombres sur l'écran de la calculette qui révèlent un mot (ayant du sens ou pas) lorsqu'on la retourne ; chercher le plus long mot ayant du sens qu'il est possible d'afficher.
- Faire afficher un nombre, par exemple 273, en utilisant seulement une touche numérique, par exemple 3, les quatre touches opérations (+, -, x, ÷) et la touche =.
- Chercher le résultat de 12345679 x 27 = ; puis chercher d'autres façons de produire un nombre composé uniquement des mêmes chiffres en partant de 12345679 et avec les touches x et = ; puis chercher à le faire en partant d'un autre nombre que 12345679 ; puis avec d'autres touches que le x et le =.
- Chercher à produire le plus grand nombre possible en utilisant le même nombre à un chiffre, par exemple le 2, les quatre touches opérations (+, -, x, ÷) et la touche =.
- Chercher à produire le plus grand nombre possible en appuyant alternativement sur une touche jaune (touche numérique) et une touche bleue (touche opération) ; essayer d'utiliser le moins de touches possibles.
- Afficher un nombre[6], par exemple 38 ; réaliser successivement plusieurs opérations identiques à partir de ce nombre par exemple + 9 ou x 2 ; observer, puis anticiper, puis contrôler ce qu'il advient du chiffre des unités.
- Remplir l'écran de de la calculette de 1, appuyer sur la touche x, remplir à nouveau la calculette de 1, appuyer sur la touche = et observer le nombre ainsi produit ; remplir ensuite l'écran de de la calculette de 2, appuyer sur la touche x, remplir à nouveau la calculette de 2, appuyer sur la touche = et observer le nombre ainsi produit ; chercher d'autres façons des nombres composés des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et des touches x et =.
- Afficher le chiffre 1 quatre fois de suite sur l'écran de la calculette, appuyer sur la touche x, afficher à nouveau le chiffre 1 quatre fois de suite sur l'écran de la calculette, appuyer le sur le signe = et observer le nombre ainsi produit ; répéter l'opération mais en affichant trois/cinq fois le chiffre 1 et observer les nombres ainsi produits ; chercher d'autres façons d'obtenir des nombres palindromes avec les touches x et =.

[6] Le groupe qui a proposé cette tâche a eu la surprise de découvrir qu'en appuyant successivement sur les touches 7 x 2 = = = = = = de la calculette, on obtenait les résultats 14, 98, 686, 4802, 33614, 235298 et non pas 14, 28, 56, 112, 224, 448 ; la répétition mise en mémoire portait donc sur le premier et non sur le deuxième terme de la multiplication comme il l'avait anticipé. Pour obtenir 14, 28, 56, 112, 224, 448, il fallait donc appuyer sur 2 x 7 = = = = = =.

2 Exploration du milieu « réseaux »

Et voilà d'autres idées de tâches, également extraites du corpus des productions récoltées en fin d'atelier, relatives au milieu des « réseaux ».

2.1 Réseau cubes ou losanges



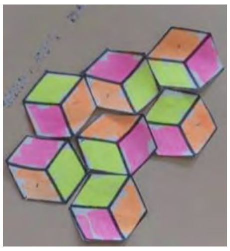
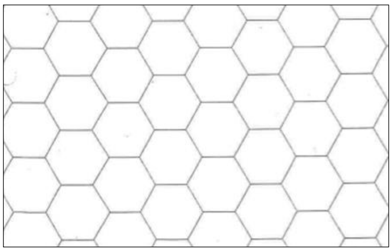
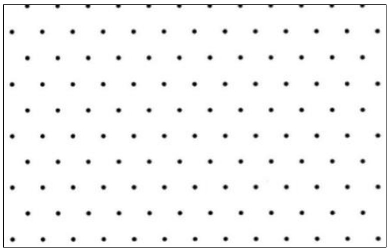


Figure 23. Réseau cubes ou losanges

- Identifier les sommets d'un cube et les colorier.
- Identifier les faces des cubes et les colorier (figure 23).
- Reproduire des cubes sur papier vierge avec les faces de la même couleur.
- Découper des cubes (séparément) et en recouvrir le réseau hexagonal.
- Faire apparaître différentes formes (symbole Mitsubishi, hexagone, losange, fleur, …).
- Faire apparaître ces différentes formes (symbole Mitsubishi, hexagone, losange, fleur, …) sur un/des autre(s) réseau(x).

2.2 Autres réseaux





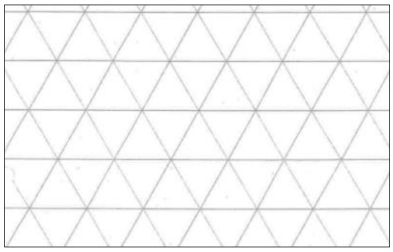


Figure 24. Réseau hexagonal - réseau pointé - réseau triangles

Réseau hexagonal :

- Créer différents motifs en coloriant x hexagones (x ≥ 3), trouver toutes les possibilités à 3, 4, 5, …
- Produire des puzzles sans trous à partir des motifs précédents découpés.

Réseau pointé :

- Tracer un hexagone, le plus petit, des plus grands, le plus grand.
- Tracer des rectangles, celui qui a la plus petite aire, la plus grande.
- Reproduire les motifs du réseau cubes ou losanges sur le réseau pointé.

Réseau triangles :

- Construire le développement d'un tétraèdre, d'un octaèdre ou d'un icosaèdre sur le réseau triangles
- À partir d'une feuille A4 vierge, tracer un réseau de droites parallèles à la base de la feuille puis en diagonale (selon deux directions) afin de reproduire le réseau triangulaire.
- Découper les triangles du réseau et les assembler (figure 25) de manière à obtenir un carré (et se rendre progressivement compte que la chose n'est pas possible).

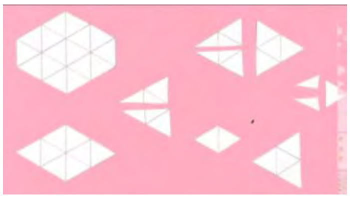


Figure 25. Production d'un groupe dans l'atelier avec le réseau triangles

Quel que soit le réseau :

- Ecrire des lettres, son prénom, ses initiales sur les différents réseaux, en coloriant les cases ou en repassant sur les traits du réseau.
- Colorier les différents morceaux de réseaux avec un minimum de couleurs sans qu'elles ne se touchent jamais.
- Essayer de créer un réseau de pentagones.

VI - CONCLUSION

En conclusion de l'atelier, nous sommes revenus sur la thématique du colloque consacrée à la question de l'éducation mathématique inclusive pour faire le lien avec le jeu de tâches.

Faute de temps, nous avons abordé sans doute un peu rapidement les faits que :

- du point de vue de la singularité des besoins, le jeu de tâches permettait bel et bien de différencier/piloter nos interventions en fonction des élèves et des expériences/surprises vécues par chacun ;
- du point de vue de la variété des dispositifs éducatifs d'aide et d'accompagnement, le jeu de tâches opérait une ouverture sur des contenus peu balisés, peu enseignés dans le contexte de l'Es et donc moins connotés par l'échec ;
- du point de vue de la formation des professionnels - qu'ils soient enseignants, formateurs ou chercheurs - le jeu de tâches les engageait prioritairement à s'intéresser à ce que font les élèves en réponse aux tâches qu'on leur propose, et à envisager, au-delà du seul critère de la réussite, si et comment il est possible d'enrôler leurs productions dans l'échange pour le dynamiser et le faire durer.

Pour terminer, nous avons quelque peu provoqué les participants en leur demandant en quoi notre dispositif pensé pour des élèves de l'Es, et donc hors des établissements scolaires ordinaires, pouvait relever ou non de l'éducation mathématique inclusive. L'interpellation n'était pas gratuite puisque, nous appuyant sur les propos de Assude (2019), nous faisons en effet le pari qu'avec le jeu de tâches, ce sont bien *via* les savoirs proposés que se joue l'inclusion et non *via* les structures que fréquentent les élèves :

> *[…] notre positionnement est bien celui du point de vue didactique, celui des savoirs, ce qui nous permet de dire qu'il peut y avoir des pratiques inclusives dans le milieu spécialisé comme il peut ne pas y en avoir dans le milieu ordinaire. (Assude, 2019, p. 16)*

Nous développons d'ailleurs plus spécifiquement ce point dans Vendeira (2023b)[7] et aurons encore ultérieurement l'occasion de le faire lors d'un travail dirigé (TD) du thème « Handicap et besoins éducatifs particuliers » qui aura lieu à la prochaine école d'été de didactique des mathématiques de l'ARDM en octobre 2023 à Bar-sur-Seine.

C'est alors qu'en réponse à la question posée au sujet de l'éducation mathématique inclusive, une participante nous a ménagé une agréable surprise[8] (c'était bien notre tour, tiens donc) en affirmant que

---

[7] Se référer également dans ces Actes à l'article de Jacinthe Giroux : « Esquisse d'une problématique pour l'enseignement des mathématiques en contexte d'éducation inclusive et propositions didactiques ».

[8] Une ultime surprise est survenue alors que l'atelier était déjà clos, quand un participant s'est approché pour nous expliquer comment un élève était parvenu à confectionner une croix régulière à l'aide d'un coup de ciseaux initial dans une feuille A4,

le jeu de tâches lui paraissait tout à fait adéquat pour être mis en œuvre dans le contexte de l'enseignement ordinaire. Alors que nous nous en étions tenus à parler des expérimentations que nous avions menées dans le contexte exclusif de l'Es, le fait qu'une personne puisse envisager qu'un « produit » développé dans l'Es pouvait venir enrichir les pratiques de l'enseignement ordinaire[9] nous est en effet apparu comme une fort belle perspective pour conclure.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T. (2019). Dynamique inclusive, don et reconnaissance. *La nouvelle revue - Education et société inclusives, 86*, 13-26.

Auckenthaler, Y. (2004). Jouer la surprise, oui mais comment ? Analyses de jeux de tâches géométriques et de leurs moments de surprise. Genève : Mémoire inédit présenté à la FAPSE.

Billy, C., Cabassut, R., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2018). Quels apports de la programmation pour la reproduction d'une figure géométrique ? Perspectives pour la formation. *Actes du 44e colloque COPIRELEM* (191 – 207). ARPEME.

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches, 41*, 117-182.

Conne F. (2002) Pertes de contrôle et prises de contrôles dans l'interaction de connaissances. Dans J.-L. Dorier et al. (eds.), *CDrom des actes de la XIème école d'été de didactique des mathématiques, Corps, France, août 2001*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Conne, F. (2003). Interactions de connaissances et investissements de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. Dans C. Mary et S. Schmidt (eds.), La spécificité de l'enseignement des mathématiques en adaptation scolaire. *Education et francophonie, vol. XXXI (2) [Online]*, 82-102.

Conne, F. (2003-2004). *Sur le fil de nos expériences - saison 1* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : https://shs.hal.science/halshs-01695004.

Conne, F. (2004a). Jouer la surprise. *L'Educateur, 7*, 35-37.

Conne, F. (2004b). *Sur le fil de nos expériences - saison 2* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : https://shs.hal.science/halshs-01508950.

Conne, F. (2006). La didactique des mathématiques comme didactique d'une science étonnante. *L'Éducateur, numéro spécial du 31 mars 2006 : « La recherche en éducation »,* 21-26.

Conne, F. (2010). Le groupe didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé (ddmes) : descriptif et perspectives actuelles (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : https://shs.hal.science/halshs-01430801.

Conne, F., Cange, C., Favre, J.-M., Del Notaro, L., Scheibler, A., Tièche Christinat, C., Bloch, I., et Salin M.-H. (2004). L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence. Dans V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (eds.), *Actes du séminaire ARDM 2003 de didactique des mathématiques* (77 – 185). Paris : IREM Paris 7.

Conne, F., Favre, J.-M. et Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques: le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. Dans P.-A. Doudin et L. Lafortune (eds.),

puis par une succession de pliages. Nous mettons volontiers le lecteur au défi d'en retrouver la marche à suivre, puis d'en vérifier l'exactitude dans les actes du 44ème colloque de la COPIRELEM à Epinal (Billy, Cabassut, Petitfour, Simard et Tempier, 2018).

[9] On peut mentionner ici le travail autour du jeu de tâches que mène Christine Del Notaro dans le cadre de la formation des enseignants primaires à Genève à partir de son travail de thèse (Del Notaro, 2010). Ainsi que deux autres travaux de fin de formation menés dans un contexte spécialisé, à Genève sous la direction de François Conne (Auckenthaler, 2004) et à Montréal sous celle de Jacinthe Giroux (Corbeil, 2008).

Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ? (118 – 151). Montréal: Les Presses de l'Université de Montréal.

Corbeil, T. (2008). *Jeu de tâches portant sur la représentation graphique du cube pour des élèves ayant des incapacités intellectuelles légères*. Montréal : Mémoire inédit présenté à l'UQAM.

Danalet, C., Dumas, J.-P., Studer, C. et Villars-Kneubühler, F. (1998). *Mathématiques 3ème année primaire - Livre du maître.* Neuchâtel : COROME (Commission romande des moyens d'enseignement).

Del Notaro, C. (2010). *Chiffres mode d'emploi : exploration du milieu mathématique et expérience à l'école primaire autour de quelques critères de divisibilité.* Thèse de doctorat [On Line] : https://archive-ouverte.unige.ch/unige:11825. Université de Genève : FAPSE.

Del Notaro, L. et Floris, F. (2005). L'utilisation de la calculette à l'école élémentaire. *Math-Ecole, 215*, 4-18.

Del Notaro, L. et Floris, F. (2011). Calculatrice et propriétés arithmétiques à l'école élémentaire. *Grand N, 87*, 17-49.

Favre, J.-M. (2000). Calculette, coucou la revoilà ! *Math École, 191,* 10-20.

Favre, J.-M. (2004). Étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. Dans V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (eds.), *Actes du séminaire ARDM 2003 de didactique des mathématiques* (109 – 126). Paris : IREM Paris 7.

Favre, J.-M. (2006). Intégrer des calculettes dans l'enseignement des mathématiques en classe spéciale : quelques idées de tâches, productions d'élèves et réflexions. *Revue suisse de pédagogie spécialisée, 2/06,* 20-27.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N, 82*, 9-30.

Favre, J.-M. (éd.) (2011). Des narrations pour partager et faire rebondir nos expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Actes des deuxièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel 26-27-28 mai 2011* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : https://hal.science/halshs-03324376v1.

Favre, J.-M. (2015). Investissements de savoirs et interactions de connaissances dans un centre de formation professionnelle et sociale : une contribution à l'étude des mathématiques et de leur fonctionnement dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée. Thèse de doctorat [On Line] : https://archive-ouverte.unige.ch/unige:76939. Université de Genève : FAPSE.

Favre, J.-M. (éd.) (2019). Expérience et interprétation. Faire des mathématiques avec des élèves de l'enseignement spécialisé *Actes des troisièmes journées didactiques de La Chaux-d'Abel 3-4-5 mai 2019* (ressources en ligne). Consultée le 25/08/2023, Url : https://hal.science/halshs-03286007v1.

Favre, J.-M. (2023). Jeu de tâches et calculettes dans le contexte de la formation professionnelle spécialisée en Suisse romande. *Revue de Mathématiques pour l'école*, 240, 115-125.

Groupe ddmes (2012). De l'expérience à la narration. *Math-Ecole, 218*, 46.

Vendeira, C. (2023a). Le dessin à main levée pour les apprentissages géométriques à l'école primaire. Dans C. Guille-Biel Winder et T. Assude (eds.), *Articulations espace sensible, espace graphique, espace géométrique. Ressources, pratiques et formation* (91 – 102). Londres : Iste Science Publishing.

Vendeira, C. (2023b). Comment "inclure" dans une structure séparée? Le cas du jeu de tâches comme pratique inclusive dans le contexte de l'enseignement spécialisé. *Revue de Mathématiques pour l'école*, 240, 92-102.

Vendeira, C. (à paraître). Le dessin à main levée pour développer des connaissances géométriques en contexte d'enseignement spécialisé. Colloque EMF, Bénin 2022.

ANNEXE

Jeu de tâches utilisé dans l'atelier

Sur feuille A4 vierge, dessiner des croix, de diverses formes et de diverses grandeurs…
Sur feuille A4 quadrillée, reproduire certaines des croix dessinées en s'appuyant sur les lignes et/ou les intersections du quadrillage…
Sur feuille A4 vierge et/ou quadrillée, associer ou assembler des croix entre elles réaliser un pavage de croix…
Sur feuille A4 vierge et/ou quadrillée, réaliser un pavage de croix…
Sur feuille A4 vierge, dessiner une croix régulière et une croix droite non-régulière…
Sur feuille A4 vierge, dessiner diverses croix droites non-régulières…
Sur feuille A4 vierge, dessiner la plus grande croix régulière possible…
Sur feuille A4 vierge, réaliser un pavage de croix régulières…
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner, en suivant les lignes du quadrillage, la plus petite croix régulière possible, la plus grande croix régulière possible, et deux autres croix régulières de dimension intermédiaire…
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières dans différentes orientations…
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner des croix régulières inscrites les unes dans les autres…
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner, en suivant les lignes du quadrillage, le plus de petites croix régulières possibles…
A partir d'un pavage de croix régulières réalisé sur feuille A4 quadrillée, repérer des motifs qui se répètent susceptibles de vous aider à produire de manière rapide et efficace un pavage de croix régulières sur feuille vierge…
Sur feuille A4 quadrillée, dessiner en suivant les lignes du quadrillage une croix régulière et une croix droite non-régulière de même aire…
Sur feuille A4 vierge ou quadrillée, trouver une façon de plier, puis de découper la feuille afin d'obtenir un carré …
Trouver une/diverses manière/s d'inscrire une croix régulière dans ce carré…
Trouver une/diverses manière/s de découper ce carré pour réaliser un puzzle qui permettra de reconstituer un croix régulière…
Sur feuille A4 vierge ou quadrillée, trouver une façon de plier, puis de découper la feuille afin d'obtenir une croix régulière…
Trouver une/diverses manière/s de décomposer cette croix régulière en plusieurs carrés…
Trouver une/diverses manière/s de découper cette croix régulière pour réaliser un puzzle qui permettra de reconstituer un carré…

LES FRACTIONS, QUELLE COHABITATION ENTRE CONCEPTIONS INTUITIVES ET CONNAISSANCES SCOLAIRES CHEZ LES FUTURS ENSEIGNANTS ?

Chloé LEMRICH
Doctorante, HEP-VAUD
UER MS
chloe.lemrich@hepl.ch

Marie-Line GARDES
Professeure ordinaire, HEP-VAUD
UER MS
marie-line.gardes@hepl.ch

Emmanuel SANDER
Professeur ordinaire, UNIVERSITE DE GENEVE
Laboratoire IDEA
emmanuel.sander@unige.ch

Résumé
Dans le cadre d'un projet de recherche doctoral, un questionnaire ainsi que des grilles d'analyse pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions ont été conçus puis proposés à des enseignants en formation. Dans cet article, nous présentons le processus de création du questionnaire et des grilles d'analyse en nous appuyant sur des registres de représentation, différentes interprétations des fractions et la mobilisation, ou non, de la fraction supérieure à 1 pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions. Les apports et les limites des outils présentés sont discutés. Les fractions *partie d'un tout* et *quotient* s'avérant les plus mobilisées, l'atelier a intégré une réflexion sur la prise en compte de ces résultats.

L'atelier proposé présente un questionnaire conçu dans le cadre d'une recherche doctorale pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions à travers des registres de représentation (Adjiage & Pluvinage, 2007; Marmur et al., 2020), différentes interprétations des fractions (Kieren, 1976; Behr et al., 1983), le contexte dans lequel sont utilisées certaines fractions et la reconnaissance des fractions supérieures à 1. L'objectif de cet atelier était dans un premier temps de partager le questionnaire et les outils créés pour cette recherche afin de permettre aux participants[1] d'identifier des manifestations de différentes conceptions à travers notamment les interprétations et les registres de représentation, puis de présenter les résultats de la recherche afin de conduire des discussions collectives sur cette question.

Pour rendre compte de l'activité de cet atelier, cette contribution comprend quatre parties. Dans la première, nous détaillons des apports théoriques en lien avec les travaux sur lesquels s'appuie notre recherche. Dans la deuxième, nous présentons le questionnaire et les grilles d'analyse et rendons compte des échanges tenus par les participants à leur sujet. Dans la troisième partie, nous présentons les résultats de la recherche et discutons de ceux-ci avec les participants à l'atelier. En conclusion et dernière partie, nous discutons de quelques perspectives pour cette recherche.

[1] Dans le but de rendre la lecture plus fluide, nous évitons d'adopter une écriture inclusive dans ce texte. En aucun cas cette décision révèle un quelconque rapport de genres ; tous les termes écrits par défaut au masculin englobent les deux genres.

I - APPUIS THÉORIQUES

Dans cette partie, nous présentons les fondements théoriques sur lesquels se fonde notre recherche. Nous commençons par présenter les différentes interprétations constitutives du concept de fraction (Kieren, 1976) ainsi que les différents registres de représentation (Adjiage & Pluvinage, 2007; Marmur et al., 2020) permettant de représenter des fractions dans le but ensuite d'identifier les conceptions intuitives sur les fractions. Pour caractériser les conceptions intuitives, nous articulons des travaux de recherche venant de la psychologie du développement cognitif, qui se focalisent davantage sur la construction des conceptions intuitives en lien avec la vie quotidienne, ainsi que ceux venant de la didactique des mathématiques se concentrant plus sur la manifestation de celles-ci en situation. Ainsi, à la fin de cette partie, nous présentons notre question de recherche et notre hypothèse qui a comme visée de caractériser les conceptions intuitives.

1 Interprétations et registres de représentation de fractions

De nombreuses recherches ont montré que l'apprentissage des fractions est un sujet difficile à l'école primaire et au-delà (Coulange & Train, 2018; Douady & Perrin, 1986; Lortie-Forgues et al., 2015; Perrin-Glorian, 1985). Il peut s'avérer laborieux d'une part parce que les apprenants peinent à faire des liens entre différentes situations impliquant des fractions, d'autre part parce qu'il existe un grand nombre de représentations mobilisables pour évoquer une même fraction (Kieren, 1993; Lamon, 2006). Kieren (1976), puis Behr et ses collègues (1983) ou encore Charalambous et Pitta-Pantazi (2007) ont montré que les fractions constituent un concept plurivoque, pour lequel un ensemble de cinq interprétations (aussi dits sous-construits ou aspects) interdépendantes a été identifié : la fraction vue comme *partie d'un tout* qui exprime la relation entre un tout (partagé en parties égales) et une ou plusieurs de ses parties, la fraction vue comme un *rapport* qui exprime la relation entre deux grandeurs de nature identique ou différente, la fraction vue comme un *opérateur* qui opère sur un ensemble de manière multiplicative, la fraction vue comme un *quotient* qui exprime soit le résultat d'une division, soit le nombre a/b qui, multiplié par b donne a, et la fraction vue comme *mesure* qui exprime la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure (cf. Tableau 1 et le Tableau 5 pour des exemples).

Partie d'un tout	Rapport	Opérateur	Quotient	Mesure
La fraction exprime la relation entre un tout (partagé en parties égales) et une/plusieurs de ses parties.	La fraction exprime la relation entre deux grandeurs de nature identique ou différente.	La fraction opère sur un ensemble de manière multiplicative.	La fraction exprime le résultat d'une division. a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a.	La fraction exprime la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure.

Tableau 1. Définition des interprétations des fractions

Ces auteurs indiquent que comprendre la notion de fraction nécessite de comprendre ces différentes interprétations, de les articuler entre elles et de les mobiliser en situation. En effet, chacune de ces interprétations a des spécificités qui rendent plus ou moins aisée la résolution d'un problème impliquant des fractions. Ainsi, sans l'interprétation *partie d'un tout*, il est difficile de comprendre le partage en parties égales, sans l'interprétation *mesure*, la densité des nombres rationnels est difficilement perceptible ou encore sans l'aspect *rapport*, il n'est pas évident de saisir la notion d'équivalence entre deux fractions. De plus, à l'intérieur d'une même interprétation, les fractions peuvent être représentées de différentes manières, à l'aide de différents signes. Ces signes, par exemple des mots, des nombres ou encore des représentations géométriques, permettent, selon Duval (2006) de rendre l'objet mathématique accessible à la conceptualisation. Duval appelle *représentation sémiotique* les représentations réalisées à l'aide de ces signes. Lorsque ces représentations partagent les mêmes signes, elles peuvent être combinées en un système, nommé *registre de représentation sémiotique*. Pour les fractions, Marmur et ses collègues (2020) ont distingué trois registres : le registre symbolique, le registre verbal et le registre visuel. Ainsi, le *registre symbolique* comprend les représentations réalisées à l'aide de signes mathématiques et d'écritures chiffrées. Les éléments du registre symbolique peuvent être mis en lien avec l'écriture fractionnaire, décimale et avec d'autres écritures. Dans le registre symbolique, la fraction $\frac{1}{2}$ peut-être $\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{10}$ (écriture fractionnaire), 0,5 (écriture décimale) et 50%, ½ ou 1÷2 (autres écritures). Le *registre verbal* comprend les représentations constituées à l'aide de mots comme « la moitié », « un pour deux ». Le *registre visuel* comprend les représentations reposant sur des dessins ou des représentations iconiques. Par ailleurs, Adjiage et Pluvinage (2007) prêtent un statut particulier à la droite graduée et la distinguent du registre visuel, car la droite graduée permet selon eux de faire le lien entre les écritures fractionnaires et décimales. Ainsi, le *registre de la droite graduée* se trouve à la frontière entre le registre visuel, car il s'appuie sur « un dessin » d'une droite graduée et le registre symbolique avec des nombres (en écriture chiffrée) pour indiquer les graduations. Le Tableau 2 illustre chaque registre par des exemples.

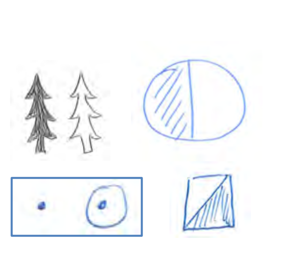
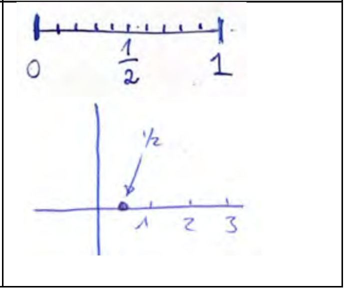
<table>
<tr><th>Registre symbolique</th><th>Registre verbal</th><th>Registre visuel</th><th>Registre de la droite graduée</th></tr>
<tr><td>Registre fractionnaire 5/10 2/4</td><td rowspan="3">une demie
La moitié
« un sur deux »</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>Registre décimal 0,5</td></tr>
<tr><td>Autres écritures 1/2 50 %</td></tr>
</table>

Tableau 2. Typologie des registres de représentation sémiotique des fractions

2 Conceptions intuitives

Dans ce travail, nous cherchons à identifier les conceptions intuitives sur les fractions. Pour définir ce qu'est une conception intuitive, il nous est apparu utile de nous appuyer tout d'abord sur les définitions de ces deux termes telles qu'elles apparaissent dans les dictionnaires, pour ensuite articuler les approches issues du champ de la psychologie cognitive et celles issues de la didactique des mathématiques. Ces deux champs proposant des définitions proches, mais avec chacun leur spécificité, nous souhaitions pouvoir les faire dialoguer.

Le *Trésor de la langue Française informatisé* (s. d.) définit les conceptions comme des idées ou des représentations, au sens large, générales ou particulières d'un objet. Toujours selon la même source, l'intuition, quant à elle, fait référence à une connaissance directe et immédiate qui se présente à la pensée avec la clarté d'une évidence qui servira de principe et de fondement à un raisonnement discursif.

Le champ de la psychologie du développement cognitif a articulé ces deux définitions. Il caractérise les conceptions intuitives en mathématiques comme un ensemble de principes et de représentations mentales. Ces principes guident l'interprétation des concepts mathématiques et le comportement lors de tâches mathématiques (Fischbein, 1987; Gvozdic & Sander, 2018; Sander, 2018). Ces auteurs précisent qu'elles sont construites par analogie, c'est-à-dire à l'aide d'un phénomène cognitif adaptatif fondé sur la référence au connu (connaissances issues de la vie quotidienne) pour appréhender la nouveauté (une nouvelle notion vue en classe par exemple). Elles influencent donc la construction d'un concept.

Tsamir & Tirosh (2008) ont montré que les conceptions intuitives ont un pouvoir explicatif et prédictif sur les performances des élèves, car elles permettent de prédire certaines réponses et d'expliquer certaines difficultés. Par exemple, Tsamir & Tirosh (2008) ont montré dans leurs travaux que le modèle intuitif majoritaire de la division, chez les élèves, et aussi chez les enseignants, est la division vue comme un partage (*division partition*) : un objet (ou une collection) est divisé en parties identiques et la question porte sur la taille de la part. Ainsi, avec cette conception, le diviseur est toujours un nombre entier, le dividende est plus grand que le diviseur, et aussi que le quotient. Cette conception intuitive limite les représentations possibles de la division et impacte la compréhension de la division des élèves et des enseignants en occultant notamment la *division quotition*, pour laquelle la recherche porte sur le nombre de fois qu'une grandeur est incluse dans une autre. D'autres travaux de Tsamir et ses collègues ont mis en évidence que lorsque des enseignants sont amenés à expliquer les erreurs commises par des élèves dans la résolution de problèmes divisifs, ceux-ci mentionnent principalement des erreurs liées à l'application d'algorithmes, mais rarement celles liées à des conceptions intuitives (Tirosh & Graeber, 1991; Tirosh, 2000; Tsamir et al., 2008). Ces recherches soulignent donc l'importance de prendre en compte l'influence générale des conceptions intuitives et d'évaluer leur impact sur la compréhension des élèves ainsi que de celle des enseignants.

Dans le champ de la didactique des mathématiques, Janvier (1985) définit une conception comme étant une construction mentale qui se construit à l'aide du raisonnement à partir de l'interaction d'une nouvelle expérience et d'un sujet avec ses connaissances antérieures. Pour (Brousseau, 1987) une conception permet de reconnaître, traiter et résoudre un ensemble de situations considérées comme comparables entre elles, car elles partagent des procédures et des connaissances fortement liées. Ainsi, une conception est une instance de la connaissance de l'apprenant en situation, caractérisée par un ensemble de problèmes sur lequel la conception est opératoire, un système de représentation, un ensemble d'opérateurs disponibles pour agir sur le problème et une structure de contrôle (Balacheff & Margolinas, 2003; Vadcard, 2000). Par conséquent, les conceptions sont étroitement dépendantes des caractéristiques mathématiques des situations, mais aussi des caractéristiques physiques du milieu instrumenté dans lequel les interactions entre l'élève et le milieu jouent un rôle déterminant. Par exemple, selon la conception, un cercle peut être vu comme un ensemble de points tous à la même distance d'un point donné ou alors comme une figure de courbure constante (Artigue & Robinet, 1982; Balacheff, 1995). De plus, les conceptions permettent de caractériser des états de connaissances des élèves à partir de l'observation de leurs comportements en situation de résolution de problème, mais aussi d'attester de conceptualisations pouvant paraitre contradictoires aux yeux d'un observateur, tout en étant cependant opératoires et pérennes (Vadcard, 2000). Elles permettent également de traiter de la même façon l'ensemble des productions des élèves, qu'elles soient correctes ou non, en considérant qu'elles sont la manifestation de la construction d'une connaissance (Soury-Lavergne et al., 2020). En effet, une production correcte peut montrer que l'élève a acquis des connaissances à ce moment-là. Cependant, la réussite peut être trompeuse quant aux connaissances réellement assimilées. Par exemple, un élève qui répond correctement que $\frac{1}{3}$ est plus petit que $\frac{4}{5}$ peut le faire en justifiant que $1 < 4$ et $3 < 5$, mais ce même élève pourrait penser à tort que $\frac{4}{5} < \frac{7}{8}$. En cas de réponse incorrecte, celle-ci permet d'identifier ce que sait l'élève, ce qu'il ne sait pas ou ce qu'il fait encore obstacle.

Dans cette recherche, nous articulons les approches de ces deux champs en les liant à la notion de fraction pour caractériser les conceptions intuitives qui interviennent. Nous faisons l'hypothèse que ces conceptions intuitives sont construites par analogie avec des connaissances issues de la vie quotidienne et qu'elles se manifestent en situation. Nous affirmons leur importance tant parce qu'elles donnent du sens à un concept et influencent sa construction que parce qu'elles sont incontournables, persistantes et permettent de prédire et d'expliquer les comportements d'un individu. Ainsi, pour décrire les conceptions intuitives sur les fractions, nous avons comme objectif de caractériser les situations où ces conceptions sont mobilisées en nous appuyant sur les interprétations, les représentations et la mobilisation ou non des fractions supérieures à 1.

3 Question de recherche

L'objectif de notre recherche est d'identifier et de caractériser les conceptions intuitives sur les fractions d'enseignants en formation afin de mieux comprendre ce qui résiste à l'enseignement. Notre question est : *quelles sont les conceptions intuitives sur les fractions chez les enseignants en formation initiale ?* Nous allons caractériser ces conceptions selon les interprétations, les registres de représentation et la mobilisation ou non des fractions supérieures à 1.

En nous appuyant sur divers travaux (Tirosh & Graeber, 1991; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Gvozdic & Sander, 2018), nous faisons l'hypothèse que la conception intuitive dominante est la fraction vue comme partage (*partie d'un tout*), avec des fractions inférieures à 1 et représentées en priorité sous la forme de surface circulaire.

II - PRÉSENTATION DU QUESTIONNAIRE (DESCRIPTION) ET GRILLE D'ANALYSE

L'objectif de l'atelier proposé à la COPIRELEM était de partager et discuter du questionnaire et de nos résultats sur les conceptions intuitives des fractions de futurs enseignants du collège et du lycée. Ici, nous présenterons tout d'abord le questionnaire et les grilles d'analyse utilisées, puis nous témoignerons de l'activité et des discussions des participants lors des moments d'échange et d'étude. Les résultats sont présentés dans la partie suivante.

1 Description du questionnaire et des grilles d'analyse

Dans cette partie, nous présentons le questionnaire conçu pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions d'enseignants en formation. Nous détaillerons chaque question et présenterons les catégories et indicateurs utilisés dans les grilles d'analyse.

Le questionnaire est composé de huit questions (cf. Tableau 3), proposées à tous dans le même ordre. Les participants reçoivent la consigne de ne pas revenir en arrière et d'y répondre le plus spontanément possible, avec la première idée qui leur vient à l'esprit. Le questionnaire est proposé sous forme papier afin de permettre d'inclure des illustrations par exemple.

Questions
1. Pour vous, qu'est-ce qu'une fraction ?
2. Donnez 4 exemples de fraction.
3. Représentez de quatre manières différentes la fraction $\frac{1}{2}$.
4/5. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$. Proposez un corrigé pour ce problème.
6/7. Donnez le deuxième problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$. Proposez un corrigé pour ce problème.
8. Si vous deviez expliquer à une autre personne ce qu'est $\frac{6}{5}$, que lui diriez-vous ?

Tableau 3. Questionnaire élaboré pour l'étude

1.1 Pour vous, qu'est-ce qu'une fraction ? – question 1

La question 1 est conçue avec l'objectif d'identifier les interprétations, au sens de Kieren (1976), à travers les définitions que mentionnent les enseignants. Nous avons choisi de poser une question ouverte avec l'expression « pour vous » qui offre la possibilité d'évoquer sa propre définition de ce qu'est une fraction. Nous avons défini des indicateurs rendant les interprétations opérationnelles que nous souhaitons identifier pour pouvoir catégoriser les définitions propres des participants. Nous détaillons ci-dessous les indicateurs (cf. Tableau 4). L'articulation entre les définitions théoriques des interprétations présentées dans le Tableau 1 et les indicateurs est précisée dans l'Annexe 1.

Ainsi, pour être catégorisé comme *partie d'un tout*, il s'agit d'évoquer la notion de partage d'un tout, qui peut être un objet, un ensemble ou une collection d'objets par exemple, sans expliciter que le partage est en parts égales. Pour être catégorisé comme *rapport*, il s'agit d'évoquer la notion de rapport ou de proportion. Pour la notion d'*opérateur*, il s'agit de faire référence à la notion de fonction ou d'augmentation/réduction d'un ensemble. Pour le *quotient*, deux indicateurs permettent de définir cette interprétation, d'une part le résultat d'une division et d'autre part, un nombre, qui multiplié par b donne a. Notons que les réponses qui mentionnent l'idée de division (en tant qu'opération seulement) sont prises en compte dans cette catégorie, tout comme les réponses mentionnant que la fraction est simplement un nombre. Pour la *mesure*, il doit s'agir de la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure. Dans la catégorie *autre* se trouvent les réponses mentionnant uniquement l'écriture mathématique formelle, par exemple « $\frac{n}{m}, n, m \in \mathbb{Z}$ » (par exemple : une fraction est un moyen particulier d'écrire un nombre sous la forme $\frac{a}{b}$). Dans la catégorie *inclassable* se trouve l'ensemble des problèmes ne pouvant être encodés à l'aide des catégories ci-dessus, il s'agit par exemple de problèmes n'ayant pas besoin d'utiliser la fraction $\frac{3}{8}$ comme ce problème soustractif « Paul a 8 bonbons, il en mange 5, combien lui en reste-t-il » ou encore des problèmes incorrects d'un point de vue mathématique. Si plusieurs interprétations étaient mentionnées dans une réponse, alors celles-ci étaient toutes encodées.

Partie d'un tout	Notion de partage d'un tout (objet, unité, ensemble, etc.)
Rapport	Notion de proportion ou rapport
Opérateur	Notion de fonction, d'augmentation/réduction
Quotient	Résultat de la division d'une grandeur ou a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a
Mesure	Mesure d'une grandeur exprimée en fonction d'une unité de mesure
Autre	Écriture formelle (ou proche) $\left\{ \frac{a}{b} \middle| \begin{matrix} \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{Z}, \\ \boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0} \end{matrix} \right\}$
Inclassable	Il s'agit de toutes les réponses n'entrant pas dans les catégories ci-dessus

Tableau 4. Indicateurs de la question 1

1.2 Donnez 4 exemples de fraction. – question 2

La question 2 est conçue avec l'objectif d'identifier la « taille » des fractions mentionnées (fraction plus petite que 1, fraction comprise entre 0 et 1, fraction supérieure à 1, et le « type » de fractions : unitaires, décimales. Quatre fractions différentes sont demandées afin d'analyser la variabilité des réponses.

1.3 Représentez de quatre manières différentes la fraction $\frac{1}{2}$. – question 3

La question 3 est conçue avec l'objectif d'identifier les registres de représentation utilisés spontanément. Aucune information supplémentaire n'est donnée afin de laisser les enseignants en formation écrire ou dessiner ce qui leur vient à l'esprit en premier lieu. Il leur est demandé quatre représentations différentes afin d'identifier si différents registres sont utilisés.

Les réponses ont été encodées selon les registres de représentation suivants : registre symbolique, registre verbal, registre visuel et registre de la droite graduée (cf. Tableau 2). Pour être catégorisé dans le registre symbolique, $\frac{1}{2}$ doit être écrit à l'aide d'écritures chiffrées. Pour être classées dans le registre visuel, des représentations iconiques doivent apparaître. Pour être classé dans le registre verbal, $\frac{1}{2}$ doit être représenté à l'aide de mot(s). Pour être classée dans le registre de la droite graduée, une droite graduée doit être proposée avec des repères écrits avec des nombres. Ici aussi, une catégorie "inclassable" a été ajoutée pour les réponses qui ne sont pas pertinentes (par exemple, un dessin qui ne représente pas $\frac{1}{2}$) ou qui ne représentent pas la fraction $\frac{1}{2}$. La réponse est codée avec le nombre de fois où chaque registre a été mentionné (max. 4).

1.4 Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$. Proposez un corrigé pour ce problème. – Questions 4-5 et 6-7

Les questions 4-5 sont considérées ensemble, de même pour les questions 6-7. Elles sont conçues pour identifier les interprétations des fractions, au sens de Kieren (1976), évoquées en situation. La création de problèmes étant une tâche peu commune, les situations proposées devraient évoquer les interprétations des fractions qui sont les plus intuitives. Les thématiques des problèmes proposés sont aussi encodées afin d'identifier dans quel contexte les participants évoquent les fractions et si ce contexte facilite ou non la mobilisation de fractions supérieures à 1.

Comme il s'agit de créer un problème dont le résultat est $\frac{3}{8}$, les énoncés proposés ont été encodés selon les interprétations mobilisées. Comme pour la question 1, nous avons défini des indicateurs rendant ces interprétations opérationnelles. Pour être catégorisé comme *partie d'un tout*, le problème évoqué doit faire référence à un tout partagée en 8 et où 3 parties sont désignées : j'ai un tout, je le partage en 8, j'en 3 parties. Nous n'attendons pas que le partage en parts égales soit spécifié. Pour que le problème soit catégorisé comme un problème évoquant l'interprétation *rapport*, il s'agit de proposer un problème où il faut faire le rapport entre 3 éléments d'un ensemble avec 8 éléments d'un même ensemble ou d'un ensemble distinct. L'interprétation *opérateur* possède plusieurs indicateurs. Il s'agit d'un problème où soit une unité est multipliée par $\frac{3}{8}$, soit 3 unités sont multipliées par $\frac{1}{8}$. L'interprétation *quotient* repose sur deux indicateurs, les problèmes faisant appel à une division de 3 par 8 et les problèmes prenant 3 unités comme un tout partagé en 8. Pour qu'un problème soit catégorisé comme *mesure*, le problème doit faire référence à une unité qui est partagée en 8 puis reportée trois fois. Pour les problèmes n'évoquant aucun contexte spécifique et présentant uniquement des expressions mathématiques, la catégorie *sans contexte* a été créée. Il s'agit, par exemple de problèmes demandant de réduire des fractions (ex. réduis la fraction $\frac{6}{18}$) ou d'effectuer des opérations entre des fractions (ex. $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$). Pour la catégorie inclassable, il s'agit soit de problèmes aberrants sur le plan mathématique, soit de problème relevant d'autres notions que les fractions, comme la soustraction (ex. j'ai 8 parts de pizzas, j'en mange 5, combien en reste-t-il ? 8 – 5 = 3). Pour un résumé de ces indicateurs, se référer au Tableau 5. Une synthèse entre les définitions des interprétations et les indicateurs se trouve en Annexe I.

Nous avons également listé les thématiques des problèmes proposés selon le contexte : problème de pizza, de billes ou problème sans contexte par exemple. L'objectif est de déterminer le contexte dans lequel les participants abordent les fractions afin d'évaluer si ce contexte rend plus facile ou plus difficile l'utilisation de fractions supérieures à 1.

Partie d'un tout	J'ai un tout, je le partage en 8, j'en prends 3 parties
Rapport	Rapport de 3 éléments d'un ensemble avec 8 éléments du même ensemble/d'un ensemble distinct
Opérateur	Une unité multipliée par $\frac{3}{8}$; 3 unités multipliées par $\frac{1}{8}$
Quotient	3 divisé par 8 ou j'ai 3 unités que je partage en 8
Mesure	J'ai 1 unité, je la partage en 8, je reporte cette grandeur 3 fois.
Sans contexte	Situation sans contexte comme des situations d'équivalence, opération sur les fractions
Inclassable	Problèmes mathématiques faux ou problèmes de soustractions

Tableau 5. Indicateurs des questions 4-5

1.5 Si vous deviez expliquer à une autre personne ce qu'est $\frac{6}{5}$, que lui diriez-vous ? – question 8

La question 8 a été conçue pour évaluer les enseignants en formation sur leurs connaissances des fractions supérieures à 1 et repérer s'ils sont en mesure d'expliquer spontanément, en représentant ou en explicitant une situation par exemple, comment mobiliser une fraction supérieure à 1. Cette question ouverte ne fait délibérément pas référence aux fractions plus grandes que 1. Nous avons fait ce choix afin de ne pas suggérer que cette fraction pourrait différer des fractions précédentes et pour garantir une réponse aussi peu orientée que possible.

Pour cette question, deux catégories ont été construites. Pour que la réponse soit classée dans la catégorie *justification que* $\frac{6}{5}$ *est supérieure à* 1, la réponse doit comporter une explication mathématiquement correcte de ce qu'est $\frac{6}{5}$. La référence à une grandeur plus grande que 1 peut-être explicite, induite ou non. Les réponses donnant une justification non recevable mathématiquement ont été classées dans la catégorie *non-reconnaissance de l'existence de fractions supérieures à 1.*

2 Analyse et interprétation des données par les participants à l'atelier

Dans cette partie, nous détaillons l'activité et les discussions des participants durant les moments d'étude. Tout d'abord, nous présenterons leurs réactions et les échanges qui ont suivi face à leurs propres conceptions des fractions lorsqu'ils ont découvert le questionnaire. Puis, nous témoignerons de leur activité et discussion lorsqu'ils ont encodé et analysé les données d'un corpus de réponses[2] lors de trois moments d'étude distincts. Le premier moment d'étude a porté sur les questions 3 et 8 (identification des registres de représentation et de la mobilisation des fractions supérieures à 1), le deuxième moment sur la question 1 (interprétations dans la définition de ce qu'est une fraction) et le dernier moment sur la

[2] Il s'agit d'enseignants suisses en formation initiale pour devenir enseignant spécialiste au secondaire I et/ou II (c'est-à-dire collège et/ou lycée dans le système français). La population concernée est détaillée dans la partie « Résultats ».

question 4 (interprétations dans la création de problèmes). Seuls les résultats de la question 2 ont été présentés et les questions 5, 6 et 7 n'ont pas été abordées durant l'atelier. Les trois moments d'étude se sont déroulés en sous-groupes de quatre à six participants, les groupes sont restés les mêmes pour l'ensemble de l'atelier.

2.1 Découverte du questionnaire par les participants

Au début de l'atelier, avant la présentation du cadre de la recherche, il a été proposé aux participants de remplir l'entièreté du questionnaire par eux-mêmes (cf. Tableau 3), ils avaient à disposition une vingtaine de minutes. Hormis le titre et le descriptif de l'atelier, ils ne disposaient pas d'éléments supplémentaires sur la visée de l'étude. Ensuite, une fois les questionnaires complétés, il a été demandé aux participants de discuter de leurs réponses en cherchant à identifier des similitudes ou des différences entre leurs propres propositions et celles qu'ils imaginent des enseignants en formation.

La passation individuelle du questionnaire a semblé être un exercice peu confortable pour un certain nombre de participants qui ne savaient pas quoi répondre ou avaient le sentiment de manquer de contexte pour répondre. Les échanges en sous-groupes (de quatre à six participants) ont montré que les réponses pouvaient être multiples et qu'il était difficile d'être exhaustif. Les participants de l'atelier ont aussi cherché à connaître la visée de chaque question. Cela a permis de faire le lien avec la présentation du cadrage théorique, du questionnaire et des grilles d'analyse qui ont suivi.

2.2 Étude des questions 3 et 8 – identification des registres de représentation et de la mobilisation des fractions supérieures à 1

Après la présentation du cadrage théorique, du questionnaire et des grilles d'analyse, les participants ont été invités, en sous-groupes (de quatre à six participants), à effectuer, à l'aide des grilles d'analyses, le travail d'encodage et d'analyse des données provenant d'enseignants en formation. Le premier moment d'étude concernait les questions 3 et 8, c'est-à-dire l'identification des registres de représentation et la mobilisation des fractions supérieure à 1. Pour chaque question, une tâche était proposée.

Pour l'identification des registres de représentation, les participants avaient à leur disposition 12 extraits de réponses à la question 3 (cf. Figure 1, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2) qu'il leur était demandé de classer selon une grille d'analyse avec quatre colonnes : registre symbolique, visuel, verbal et de la droite graduée.

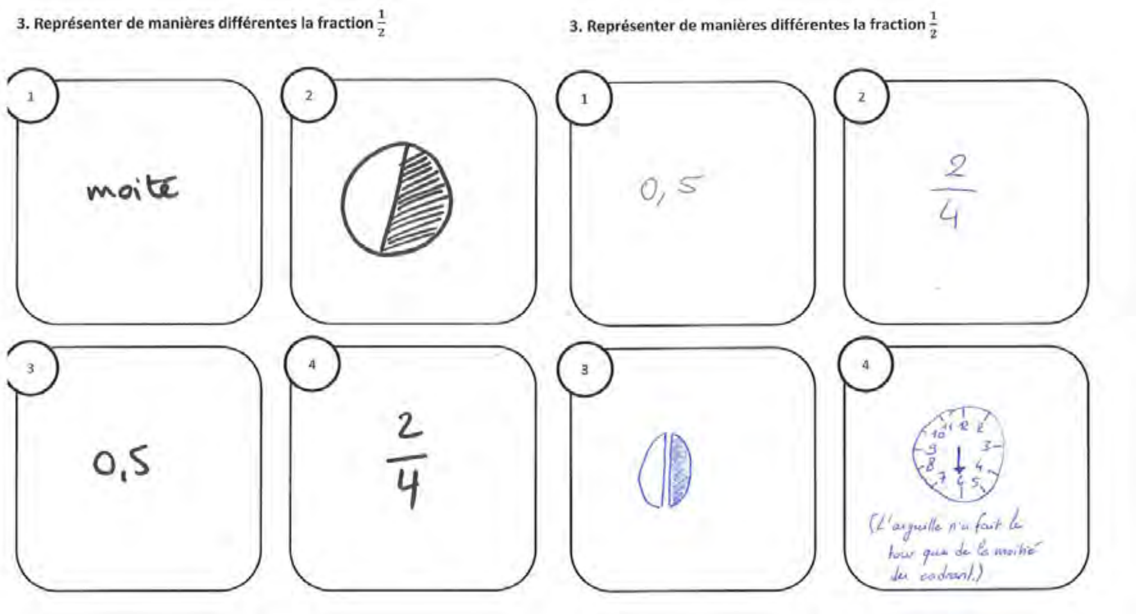


Figure 1. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 3

Les participants devaient, dans un premier temps, indiquer, à l'aide de la grille d'analyse, quel registre de représentation était évoqué et si la fraction supérieure à 1 était mobilisée. Puis, il leur était demandé de comparer les réponses effectives des enseignants en formation avec celles envisagées précédemment.

Lors des échanges qui ont suivi entre les participants à l'atelier, un grand nombre de représentations différentes a été relevé. Les participants ont noté que certains extraits proposaient une multiplicité de registres différents alors que d'autres étaient limités à un ou deux registres. À travers l'analyse du corpus de données, ce constat a été renforcé. Les participants ont toutefois été surpris que la bande unité et la droite graduée soient si peu présentes parmi les réponses des enseignants en formation. L'hypothèse peut être avancée que ce phénomène est lié à l'enseignement en Suisse. Cette question est discutée dans la partie III - 2.2.

Concernant la mobilisation de la fraction supérieure à 1, les participants disposaient de 14 extraits des réponses à la question 8 (cf. Figure 2, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2). Ils devaient indiquer sur le document d'analyse si la fraction supérieure à 1 était mobilisée ou non. Puis, il leur était demandé de comparer les réponses des enseignants en formation à celles imaginées.

Globalement, les résultats n'ont pas étonné les participants à l'atelier. Certains auraient souhaité pouvoir s'entretenir avec les enseignants en formation pour les libérer de l'écrit et avoir un accès plus précis à leur cheminement de pensée.

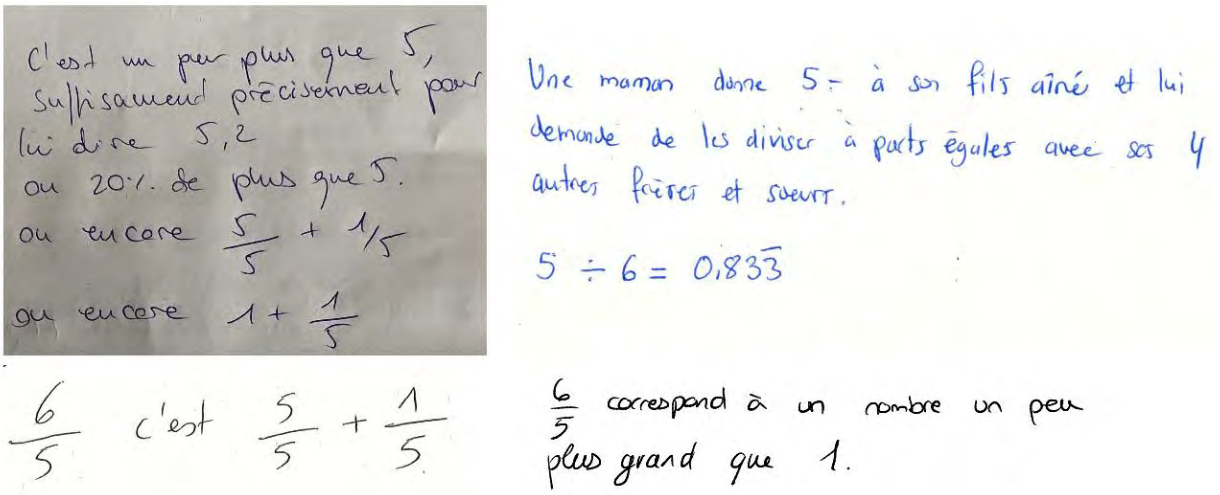


Figure 2. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 8

2.3 Étude de la question 1 – interprétations dans la définition de ce qu'est une fraction

Pour ce deuxième moment d'étude portant sur l'analyse des interprétations utilisées dans la définition d'une fraction, les participants à l'atelier disposaient de 12 extraits des réponses à la question 1 (cf. Figure 3, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2). Dans un premier temps, ils devaient catégoriser les réponses aux questions selon les indicateurs de la grille d'analyse (cf. Tableau 4). Après cela, il leur était demandé de réfléchir à la coïncidence de ces résultats avec les réponses des enseignants en formation telles qu'ils les avaient imaginées.

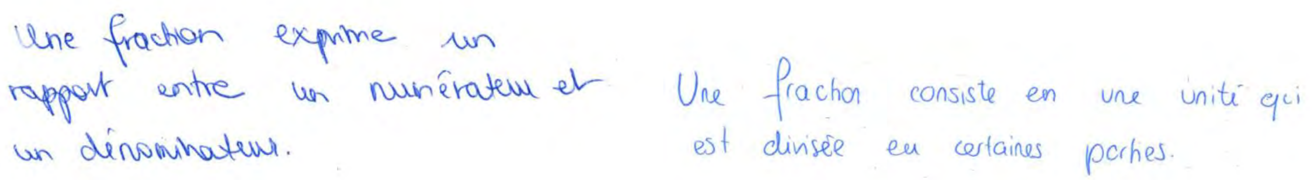
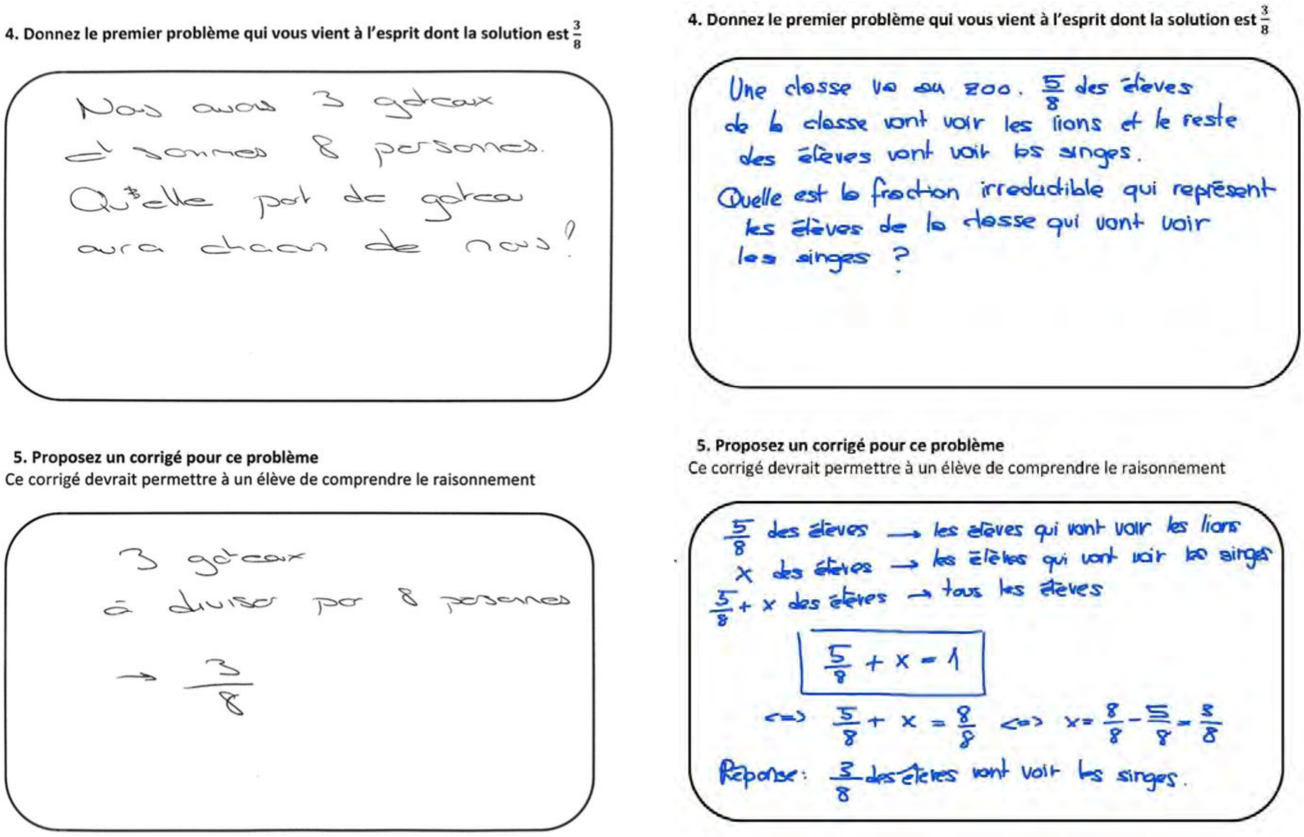


Figure 3. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 1

Durant ce travail en sous-groupes (de quatre à six participants), les participants se sont globalement questionnés sur le choix éclairé ou non des termes utilisés dans les définitions et des manières possibles de les catégoriser. Par exemple, si une définition mentionne le terme de *réduction*, cela est-il à mettre en lien avec la notion de rapport et donc l'interprétation *rapport* ou cela fait-il plutôt écho au fait qu'appliquer une fraction est supposé rendre plus petit, ou que les fractions sont considérées comme toujours plus petites que 1 ?

2.4 Étude des questions 4-5 – interprétations dans la création de problèmes

Pour ce troisième moment d'étude, il s'agissait d'analyser les interprétations utilisées dans la création de problèmes. Les participants à l'atelier disposaient de 19 extraits des réponses aux questions 4 et 5 à leur disposition (cf. Figure 4, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2). Ils devaient, comme pour l'étude de la question 1, catégoriser les réponses selon les indicateurs de la grille d'analyse. Après cela, il leur était demandé de réfléchir à la cohérence de ces résultats, avec les réponses des enseignants en formation qu'ils avaient imaginées.



4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Nous avons 3 gâteaux à donner 8 personnes. Qu'elle part de gâteau aura chacun de nous ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

3 gâteaux à diviser par 8 personnes
$\rightarrow \frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Une classe va au zoo. $\frac{5}{8}$ des élèves de la classe vont voir les lions et le reste des élèves vont voir les singes.
Quelle est la fraction irreductible qui représent les élèves de la classe qui vont voir les singes ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$\frac{5}{8}$ des élèves → les élèves qui vont voir les lions
x des élèves → les élèves qui vont voir les singes
$\frac{5}{8} + x$ des élèves → tous les élèves

$$\boxed{\frac{5}{8} + x = 1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{8} + x = \frac{8}{8} \Leftrightarrow x = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

Réponse : $\frac{3}{8}$ des élèves vont voir les singes.

Figure 4. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 4-5

Durant ce travail en sous-groupes (de quatre à six participants), certains participants ont relevé leur difficulté à classer les problèmes uniquement en se basant sur l'écrit. Ils auraient aimé pouvoir discuter avec les enseignants pour saisir les intentions derrière leurs créations de problèmes. D'autres participants ont relevé qu'entre la donnée du problème proposé (question 4) et la proposition de correction de ce même problème (question 5), il serait vraisemblablement possible d'encoder selon deux interprétations différentes et que différents registres de représentation pouvaient être utilisés. Pour exemple, dans l'extrait de droite de la Figure 4, la donnée du problème relève de la partie d'un tout, alors que la proposition de correction est faite à l'aide d'opérations algébriques. Cet exemple a permis de discuter de la notion de conversion ou de transfert, au sens de Duval (2006b), à travers différents registres de représentation, et aussi de l'importance de réaliser des liens entre les interprétations possibles et de rendre attentifs les enseignants en formation à l'intérêt pédagogique de rendre visible pour les élèves et d'enseigner en tant que tel le passage d'une interprétation à une autre, tout comme d'un registre à un autre.

Dans le corpus de données, trois problèmes se sont avérés être des problèmes faisant appel à la soustraction. Par exemple *Marie possède en tout 8 pommes. Elle en donne 5 à son amie Laura. Combien de pommes lui reste-t-il à la fin ?* Les participants ont été interpellés par ces problèmes et par les conceptions sous-jacentes que la création de tels problèmes pouvait laisser supposer. Ils ont fait l'hypothèse qu'il est possible que cela soit signe de la conception que fractionner c'est réduire, et que réduire c'est soustraire. Certains auraient souhaité par ailleurs constituer pour ces problèmes une catégorie distincte et ne pas les assimiler aux autres problèmes *inclassables*.

III - PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans cette partie, nous exposons les réponses au questionnaire d'enseignants en formation. Nous avons fait le choix de présenter ces résultats après les moments d'étude des participants afin de ne pas influencer leurs réflexions. Puis, une discussion générale sur les échanges des sous-groupes et sur les résultats de la recherche a eu lieu dans le but d'identifier les différentes conceptions évoquées par les futurs enseignants, de discuter de la grille d'analyse et de faire des liens avec la formation des enseignants et avec l'élaboration d'interventions en classe qui prennent appui sur les conceptions intuitives des élèves et visent à favoriser l'apprentissage des fractions.

1 Résultats

Les résultats présentés dans cet article ont été obtenus grâce à la collecte des données auprès de 122 enseignants en formation (68 femmes et 54 hommes) durant l'année académique 2022-2023. Il s'agit d'enseignants en formation initiale qui suivent une formation universitaire en vue d'une titularisation en Suisse romande. Ces futurs enseignants ont déjà un master disciplinaire, certains enseignent déjà. 54 d'entre eux souhaitent devenir enseignants au secondaire I (i.e. collège), 27 au secondaire II (i.e. lycée) et 42 se forment pour les deux niveaux. Ils enseigneront une ou deux matière(s) scolaire(s) comme l'allemand, la biologie, la musique ou les mathématiques (18) selon leur formation initiale.

1.1 Interprétations

Pour identifier les interprétations qui viennent spontanément à l'esprit des enseignants en formation, une première analyse a porté sur la proportion d'entre eux qui évoquait au moins une fois une des interprétations.

Concernant la question 1 portant sur la définition de la fraction, c'est l'interprétation *quotient* qui a été la plus mentionnée (57%), suivie de l'interprétation *partie d'un tout* (36%). Les autres indicateurs ont été peu évoqués (cf. Tableau 6).

Concernant les questions 4 et 5 portants sur la création d'un énoncé de problème dont la solution est $\frac{3}{8}$, c'est l'interprétation *partie d'un tout* qui est la plus fréquente (49%), suivie des catégories *sans contexte* (16%) évoquant des problèmes sans contexte et *inclassables* (16%), et de *quotient* (11%). Notons que 11% de l'ensemble des problèmes proposés sont des problèmes soustractifs (codés comme *inclassable)*. Les autres interprétations ne sont quasiment pas présentes (cf. Tableau 6).

Pour l'ensemble des données, les résultats des dix-huit enseignants en formation en mathématiques ont été analysés séparément. Leurs réponses étant proches de celles de l'ensemble des enseignants, elles n'ont pas été traitées indépendamment : pour la question 1, l'interprétation *quotient* est également la plus mentionnée (61%), suivie de l'interprétation *partie d'un tout* (22%) et pour les questions 4 et 5, il s'agit également de *partie d'un tout* (44%), suivi aussi des indicateurs *sans contexte* (17%) et *inclassables* (22%) et *quotient* (11%). Les autres interprétations sont rarement évoquées.

	Quotient	Opérateur	Mesure	Partie d'un tout	Rapport	Sans contexte	Inclassable
Question 1	57%	2%	0%	36%	11%	2%	7%
Questions 4-5	11%	2%	1%	49%	4%	16%	16%

Tableau 6. Pour chaque interprétation, proportion des réponses des enseignants en formation mentionnant au moins une fois cette interprétation

1.2 Registres de représentation

Pour identifier les registres de représentation qui sont spontanément utilisés lorsqu'il s'agit de proposer quatre représentations différentes de la fraction $\frac{1}{2}$, les représentations utilisées par les participants à la question 3 ont été codées selon les différents registres (cf. Tableau 7). 89% ont utilisé au moins une fois le registre symbolique pour représenter $\frac{1}{2}$ (66% ont utilisé l'écriture fractionnaire, 56% l'écriture décimale), 54% le registre visuel (l'intégralité d'entre eux a utilisé la surface circulaire comme représentation). Seuls 9% ont mentionné le registre verbal et 3% le registre de la droite graduée.

	Registre symbolique	Registre visuel	Registre verbal	Registre de la droite graduée
Question 3	89%	54%	9%	3%

Tableau 7. Pour chaque registre de représentation, proportion des réponses des enseignants en formation mentionnant au moins une fois ce registre

1.3 Mobilisation des fractions supérieures à 1

Pour caractériser la mobilisation ou non des fractions supérieures à 1, la taille des fractions données en réponse à la question 2 a été codée, ainsi que les réponses à la question 8 qui reconnaissaient ou non l'existence de fractions supérieures à 1. Enfin, les contextes des problèmes proposés selon les sémantiques choisies pour les questions 4-5 ont été distingués afin d'identifier si les contextes choisis facilitent ou non la mobilisation de fractions supérieures à 1.

Les résultats de la question 2 (cf. Tableau 8) montrent que 36% des enseignants en formation proposent au moins une fraction supérieure à 1, et que seulement 7% la proposent en premier. 97% proposent au moins une fraction entre 0 et 1 et parmi eux, 44% proposent l'ensemble des 4 fractions comprises uniquement entre 0 et 1.

Question 2	Au moins une réponse entre 0 et 1	97%
	4 réponses comprises entre 0 et 1	44%
	Au moins une réponse supérieure à 1	36%
	Première réponse supérieure à 1	7%
	4 réponses supérieures à 1	0%

Tableau 8. Pour chaque taille de fraction donnée, proportion des enseignants en formation qui la mentionnent au moins une fois

Les résultats de la question 8 (cf. Tableau 9) montrent que 5% des enseignants en formation donnent une justification non recevable mathématiquement, ne reconnaissant pas explicitement par ailleurs l'existence des fractions supérieures à 1 en ne faisant pas la différence entre $\frac{6}{5}$ et $\frac{5}{6}$ par exemple. Ainsi, 95% donnent une explication mathématiquement correcte de ce qu'est $\frac{6}{5}$. La référence à une grandeur plus grande que 1 peut-être explicite « c'est un peu plus que 1 » ou non « Je lui dirais probablement qu'il s'agit de la division de 6 par 5 ». Toutefois, les indicateurs choisis ne permettent pas de faire la différence entre les participants mentionnant explicitement la fraction supérieure à 1 et ceux qui la mobilisent sans y faire référence. Dans des études ultérieures, il serait utile de choisir des indicateurs plus détaillés.

Question 8	Explication que 6/5 est supérieure 1	95%
	Non-reconnaissance de l'existence de fractions supérieures à 1	5%

Tableau 9. Proportion des enseignants en formation qui reconnaissance l'existence des supérieures à 1.

La thématique choisie pour les problèmes des questions 4 et 5 montre que les aliments communément représentés sous formes circulaires comme les gâteaux (31%) ou les pizzas (7%) sont les plus cités (au total 42%), ce qui constitue une transposition verbale des interprétations *partie d'un tout* se prêtant, sur le plan du registre visuel, à une graphie circulaire. 16% des problèmes sont sans contexte, ce sont des problèmes où il s'agit d'additionner deux fractions ou de réduire une fraction équivalente à $\frac{3}{8}$. Les autres thématiques n'excèdent pas 5% des propositions.

2 Discussion des résultats

Les résultats ci-dessus montrent que pour les interprétations, la fraction vue comme *partie d'un tout* est la plus présente (49%) dans les réponses où il faut créer un énoncé de problème (question 4). Cependant, quand il s'agit de définir ce qu'est une fraction (question 1), plus de la moitié des enseignants en formation font plus référence à la fraction vue comme un *quotient (56%)*. En ce qui concerne les registres de représentation, les registres symboliques et visuels sont les plus sollicités : 89% des participants font référence au moins une fois au registre symbolique et un peu plus de la moitié des participants fait référence au moins une fois au registre visuel (54%). Les autres registres ne sont quasiment pas évoqués. Pour l'utilisation de fractions supérieures à 1, lorsqu'il est demandé d'écrire quatre exemples de fractions, près de la totalité des participants (97%) mentionnent au moins une fraction située entre 0 et 1, tandis que 44% ne mentionnent que des fractions comprises entre 0 et 1. Ce résultat coïncide avec les thématiques proposées lors de la création de problèmes qui sont dans 42% des cas des aliments communément représentés sous forme circulaire. Ces thématiques renforcent la non-reconnaissance de fractions supérieures à 1.

2.1 Retours sur nos hypothèses de recherche

Notre hypothèse était que la conception intuitive dominante chez les enseignants en formation serait la fraction vue comme *partie d'un tout*, caractérisée par des fractions inférieures à 1 et représentée sous la forme de surfaces circulaires. Les résultats, présentés ci-dessus, tendent à soutenir cette hypothèse, même si l'interprétation *quotient*, c'est-à-dire la fraction vue comme le résultat d'une division ou comme étant le nombre qui multiplié par *b* donne *a*, est aussi présente. Nous supposons que la *partie d'un tout* est une conception intuitive renforcée par l'enseignement, alors que la fraction *quotient* est liée à l'enseignement. Afin de tester plus en profondeur ces hypothèses, il est prévu de proposer ces mêmes questionnaires à des élèves de 6P (même classe d'âge que le CM1 en France, qui n'ont pas encore reçu d'enseignement sur les fractions en Suisse) et des élèves de 8P (équivalent en âge à la classe de 6^{e} en France, à la suite de 2 ans d'enseignement sur les fractions). L'objectif de cette étude sera de comparer les résultats des élèves avec ceux des enseignants en formation et ainsi de mettre à l'épreuve ces hypothèses.

2.2 Discussion avec les participants de l'atelier

Les résultats présentés ci-dessous montrent que parmi les deux conceptions dominantes, l'interprétation *partie d'un tout* et l'interprétation *quotient* sont largement prépondérantes. Les participants ont été étonnés par la forte présence de l'interprétation *quotient* et par l'absence de l'interprétation *mesure*. Pour expliquer cela, nous nous appuyons sur les programmes suisses et les moyens d'enseignement romand en vigueur jusqu'en 2023, dans lesquels les nombres décimaux sont introduits avant les fractions et où l'interprétation *mesure* est peu présente. Par conséquent, à l'école primaire, les élèves ont rarement l'occasion de faire face à des situations d'apprentissage qui mobilisent des interprétations autres que celle *partie d'un tout*. Par ailleurs, les recherches menées par Alajmi (2012) en France et Charalambous et Pitta-Pantazi (2007) à Chypre ont révélé que les tâches proposées dans les manuels scolaires sont très majoritairement liées à cette interprétation. Au secondaire (i.e. au collège), les élèves utilisent les fractions comme des nombres, acquérant des compétences pour effectuer des opérations sur ceux-ci, mais peu de tâches sont proposées pour relier différentes représentations vues à l'école primaire (surfaces, bande-unité) et les procédures apprises à l'école secondaire. Cette rupture lors de la transition de l'école primaire et le collège a été identifiée par Chambris et ses collègues (2017) en France. Ils ont montré que l'articulation entre l'interprétation dominante à l'école primaire (*partie d'un tout*) et celle dominante au secondaire (*quotient*) n'est pas prise en charge par les enseignants interrogés dans leur étude. L'accent mis sur les procédures et les opérations ne permettent pas aux élèves de faire des liens entre les différentes interprétations des fractions. Cette rupture entre école et collège et le manque de liens entre les interprétations et les représentations ont aussi été constatés par les participants. Cela pourrait par ailleurs expliquer la présence de deux conceptions. En effet, la conception intuitive proche de l'interprétation *partie d'un tout* est renforcée par l'enseignement et vraisemblablement issue de la vie quotidienne. Les tâches proposées à l'école primaire favorisent l'ancrage de cette conception. Le choix des représentations employées en classe et dans les manuels peut amplifier cette conception, particulièrement lorsque des surfaces circulaires (par exemple des gâteaux ou des pizzas) sont utilisées comme représentation. L'élève peut alors aborder plus facilement ces tâches car elles concordent avec sa conception intuitive.

L'autre conception identifiée, celle proche de l'interprétation *quotient*, serait issue de l'enseignement à travers les liens faits entre les fractions et la division. En effet, au secondaire (i.e au collège) les programmes et les manuels fournissent de nombreux exercices procéduraux où les fractions sont des nombres utilisés uniquement dans le registre symbolique sur lesquels des opérations (addition/soustraction ou réduction/amplification de fractions par exemple) doivent être réalisées. Ici, l'élève apprend des procédures pour résoudre les tâches proposées sans nécessairement percevoir le sens ou faire de liens entre les différentes représentations.

Les discussions ont aussi porté sur l'importance de clarifier la notion d'unité et de la travailler aussi bien avec les enseignants en formation qu'avec les élèves. Maîtriser la notion d'unité est considéré comme une étape préalable à la compréhension des fractions. En effet, les méthodes de résolution d'un problème peuvent varier en fonction de la manière dont l'unité est considérée. Par exemple, si des bonbons sont partagés entre plusieurs personnes, la démarche de résolution ainsi que les représentations utilisées ne sont pas forcément les mêmes : par exemple, s'il s'agit de 8 bonbons, l'unité considérée est 1 bonbon, la représentation peut être une collection discrète avec un rond pour chaque bonbon et l'interprétation mobilisée *partie d'un tout* ; s'il s'agit d'un sac de bonbons, l'unité considérée est 1 sac, la représentation peut être une surface et l'interprétation mobilisée *partie d'un tout*. Et si à la place de bonbons, il s'agit de partager différentes étapes d'une course à pied alors l'unité considérée pourrait être une longueur donnée, la représentation utilisée une bande-unité ou une droite graduée et l'interprétation mobilisée *mesure*. Présenter simultanément ces différents types de problèmes aux élèves permettrait de travailler les liens entre les différentes interprétations et représentations des fractions. L'absence notable de l'interprétation *mesure* a suscité des interrogations parmi les participants, qui avaient imaginé qu'elle serait davantage présente, notamment en conformité avec les programmes et manuels français, qui préconise son utilisation pour l'introduction des nombres rationnels, ce qui n'est pas encore le cas en Suisse. Cela met en évidence une problématique liée aux programmes et manuels suisses, qui n'offrent que très peu aux élèves l'occasion de résoudre des problèmes en relation avec d'autres interprétations et représentations, comme la mesure et la droite graduée, qui jouent un rôle prépondérant pour faire le lien entre écriture fractionnaire et décimale. Les résultats pourraient toutefois évoluer à la suite de l'introduction des nouveaux moyens d'enseignement officiels à la rentrée 2023 pour les classes de 7-8P (équivalentes au CM2-6e, niveaux scolaires où les nombres rationnels sont introduits). L'écriture fractionnaire sera dorénavant introduite avant l'écriture décimale pour initier la notion de nombre rationnel, à l'aide de l'interprétation *mesure* notamment.

Enfin, les participants se sont aussi questionnés sur l'usage des fractions supérieures à 1 dans la vie quotidienne, se demandant si elles sont réellement utilisées. Dans le système anglo-saxon, l'écriture privilégiée pour $\frac{7}{4}$ est $1\frac{3}{4}$. Ce type de décomposition ($\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$) est présent dans l'enseignement en France, avec de nombreuses activités proposant de décomposer une fraction en un entier et une fraction inférieure à 1 ou inversement. En revanche, en Suisse, le lien entre $\frac{7}{4}$ et $1 + \frac{3}{4}$ n'est pas enseigné et est absent des programmes.

IV - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'objectif de cet atelier était d'identifier les conceptions intuitives des fractions d'enseignant en formation. Les résultats ont montré que les interprétations *partie d'un tout* et *quotient* sont les plus sollicitées dans les données alors que l'interprétation *mesure* est quasi inexistante. Pour faire suite aux discussions de l'atelier et afin de vérifier si les résultats sont liés au contexte suisse romand, il serait intéressant de confronter ces résultats à un corpus de données venant d'enseignants en formation en France. De même, il serait intéressant de comparer les résultats d'élèves suisses et français qui n'ont pas encore reçu d'enseignement (6P – CM1) et qui ont déjà eu 2 ans d'enseignement sur les fractions (8P – 6è). Ainsi, nous pourrions identifier si l'enseignement impacte les conceptions sur les fractions en comparant les résultats sur l'interprétation *mesure* par exemple. En effet, des activités de mesurage comme celles présentées dans *Construire des nouveaux nombres* (Anselmo & Zucchetta, 2018) ou dans la brochure créée par l'IREM des Pays de la Loire proposant une introduction aux fractions (Brachet et al., 2020) sont déjà proposées en France depuis un moment.

De manière plus générale, cet atelier a (re)montré l'importance et l'intérêt d'ouvrir la palette des registres de représentation, des interprétations aux enseignants en formation, dans le but de leur montrer tout d'abord leur existence, mais aussi de discuter avec eux de la manière d'enseigner les fractions aux élèves et de proposer des tâches ne favorisant pas l'ancrage des conceptions intuitives et laissant ainsi l'opportunité aux élèves de résoudre des problèmes en s'appuyant sur d'autres représentations plus adéquates par rapport aux situations rencontrées.

V - BIBLIOGRAPHIE

Adjiage, R., & Pluvinage, F. (2007). *An Experiment in Teaching Ratio and Proportion.* Educational Studies in Mathematics, 65(2), 149-175. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9049-x

Anselmo, B., & Zucchetta, H. (2018). *Construire les nouveaux nombres au cycle 3 : Fractions et décimaux : mathématiques, cycle 3, programmes 2016*. Réseau Canopé / IREM de Lyon.

Artigue, M., & Robinet, J. (1982). *Conceptions du cercle chez les enfants de l'école élémentaire.* Recherches en Didactique des Mathématiques Grenoble, *3*(1).

Balacheff, N. (1995). *Conception, connaissance et concept.* In D. Grenier (Éd.), Séminaire de l'équipe DidaTech, IMAG (p. 219-244). IMAG Grenoble. https://hal.science/hal-01072247

Balacheff, N., & Margolinas, C. (2003). cK¢ *Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques.* XII° école d'été de didactique des mathématiques, 1-32.

Behr, M., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. (1983). *Rational number concepts.* In Acquisition of mathematics concepts and processes (p. 91-125). Academic Press Inc.

Brachet, L., Hersant, M., & Lucas, F. (2020). *Une séquence sur l'introduction des fractions au CM1*. IREM des Pays de la Loire.

Brousseau, G. (1987). *Représentation et didactique du sens de la division.* Didactique et acquisition des connaissances scientifiques, Actes du colloque du Sèvres, La pensée sauvage, Grenoble, 47-64.

Chambris, C., Tempier, F., Allard, C., & Un, C. A. (2017). *Un regard sur les nombres à la transition école-collège.* Repères IREM. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01724757

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). *Drawing on a Theoretical Model to Study Students' Understandings of Fractions.* Educational Studies in Mathematics, 64(3), 293-316. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2

Coulange, L., & Train, G. (2018). *Enseigner les nombres decimaux et les fractions transitions (ou ruptures ?) Primaire-secondaire*. Actes du Colloque EMF 2018, 1490-1499.

Douady, R., & Perrin, M.-J. (1986). *Liaison école-collège : Nombres décimaux*. IREM de l'Université de Paris VII.

Duval, R. (2006a). *A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics.* Educational Studies in Mathematics, 61(1-2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Duval, R. (2006b). Du mot au concept conversion. *Le Séminaire. Collection «Sciences de l'éducation».* Grenoble: Presses universitaires de Grenoble.

Fischbein, H. (1987). *Intuition in science and mathematics : An educational approach* (Vol. 5). Springer Science & Business Media.

Gvozdic, K., & Sander, E. (2018). *When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge : Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies.* Educational Studies in Mathematics, 98(2), 157-175. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9806-7

Janvier, C. (1985, avril). *Conceptions and Representations : The Circle as an Example. Annual Meeting of the American Educational Research Association*. https://eric.ed.gov/?id=ED259948

Kieren, T. E. (1976). *On the mathematical, cognitive and instructional. In Number and measurement. Papers from a research workshop* (p. 101). Citeseer.

Kieren, T. E. (1993). *Rational and fractional numbers : From quotient fields to recursive understanding. Rational numbers: An integration of research*, 49-84.

Lamon, S. J. (2006). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding : Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* (2e éd.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781410617132

Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). *Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult?* Developmental Review, 38, 201-221.

Marmur, O., Yan, X., & Zazkis, R. (2020). *Fraction images : The case of six and a half.* Research in Mathematics Education, 22(1), 22-47. https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1627239

Perrin-Glorian, M. J. (1985). *Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège*. IREM, Université Paris VII.

Sander, E. (2018). *La résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux*. ANAE, 30(156), 611-619.

Soury-Lavergne, S., Croquelois, S., Martinez, J.-L., & Rabatel, J.-P. (2020). *Conceptions des élèves de primaire sur la numération décimale de position*. Revue de Mathématiques pour l'École, 233, 128-143.

Tirosh, D. (2000). *Enhancing Prospective Teachers' Knowledge of Children's Conceptions : The Case of Division of Fractions.* Journal for Research in Mathematics Education, 31(1), 5. https://doi.org/10.2307/749817

Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1991). *The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division*. School Science and Mathematics, 91(4), 157-163.

Trésor de la langue Française informatisé. (s. d.). *Trésor de la langue Française informatisé*. CNRS & Université de Lorraine. Consulté 28 août 2023, à l'adresse http://www.atilf.fr/tlfi

Tsamir, P., & Tirosh, D. (2008). *Combining theories in research in mathematics teacher education*. ZDM, 40(5), 861-872. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0142-8

Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). *Intuitive nonexamples : The case of triangles. Educational Studies in Mathematics*, *69*, 81-95.

Vadcard, L. (2000). *Etude de la notion d'angle sous le point de vue des conceptions*. Université Joseph Fourier.

VI - ANNEXE 1 : INTERPRÉTATIONS – DÉFINITIONS ET INDICATEURS

	Définition	**Indicateurs de la question 1**	**Indicateurs des questions 4/5**
Partie d'un tout	La fraction exprime la relation entre un tout (partagé en parties égales) et une ou plusieurs de ses parties.	Notion de partage d'un tout (objet, unité, ensemble, etc.)	J'ai un tout, je le partage en 8, j'en prends 3 parties
Rapport	La fraction exprime la relation entre deux grandeurs de nature identique ou différente.	Notion de proportion ou rapport	Rapport de 3 éléments d'un ensemble avec 8 éléments du même ensemble/d'un ensemble distinct
Opérateur	La fraction opère sur un ensemble de manière multiplicative.	Notion de fonction, d'augmentation/réduction	Une unité multipliée par $\frac{3}{8}$; 3 unités multipliées par $\frac{1}{8}$
Quotient	La fraction exprime le résultat d'une division. a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a.	Résultat de la division d'une grandeur ou a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a	3 divisé par 8 ou j'ai 3 unités que je partage en 8
Mesure	La fraction exprime la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure.	Mesure d'une grandeur exprimée en fonction d'une unité de mesure	J'ai 1 unité, je la partage en 8, je reporte cette sous-unité 3 fois.
Autre ou sans contexte	***Écriture formelle*** $\left\{ \frac{a}{b} \middle\vert \begin{matrix} a, b \in \mathbb{Z}, \\ b \neq 0 \end{matrix} \right\}$	***Autre*** Écriture formelle (ou proche) $\left\{ \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \middle\vert \begin{matrix} \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{Z}, \\ \boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0} \end{matrix} \right\}$	***Sans contexte*** Situation d'équivalence, opération sur les fractions, … sans contenu sémantique
Inclassable		Il s'agit de toutes les réponses n'entrant pas dans les catégories si dessus	Problèmes mathématiques faux ou problèmes de soustractions

VII - ANNEXE 2 – EXTRAITS DES RÉPONSES AU QUESTIONNAIRE

Question 1 – ***Pour vous qu'est-ce qu'une fraction ?***

c'est un nombre décimal que l'on va écrire sous la forme d'une division de deux nombres entiers.

La représentation d'un nombre qui s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des entiers et $b \neq 0$

une portion / partie d'un tout

c'est rapport entre deux quantités

C'est une réduction.

Une fraction est la représentation numérique ou visuelle d'une partie dans un ensemble.

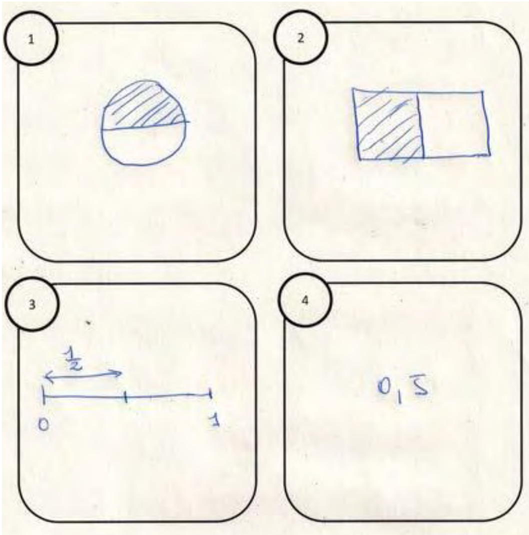
Une fraction est en mathématique un moyen d'écrire une division. Deux quotients séparés par une barre de fraction En haut, le numérateur, en bas le dénominateur

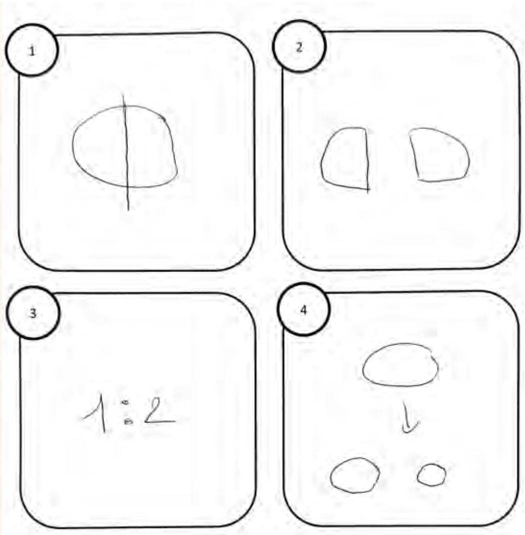
Une fraction est la division d'une unité.
1 pomme :
je la divise en 4
j'en mange un quart et laisse le reste de la classe se débrouiller pour faire des parts équitables

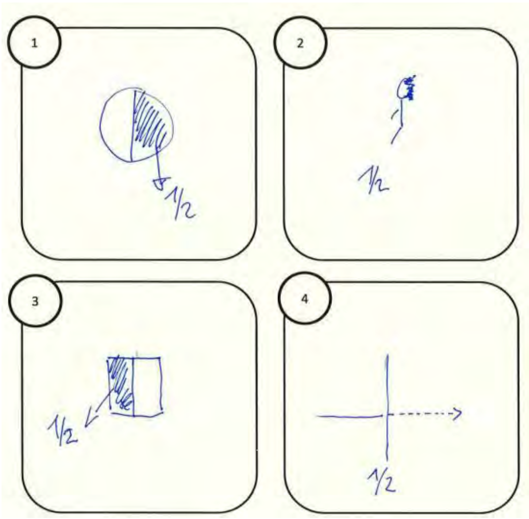
Une fonction mathématique

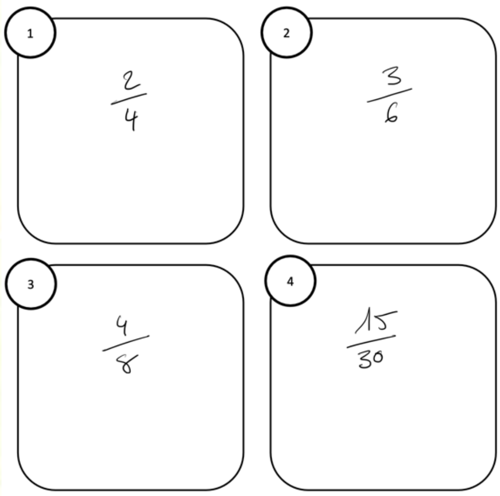
une fraction est le quotient d'un nombre entier par un autre nombre entier.

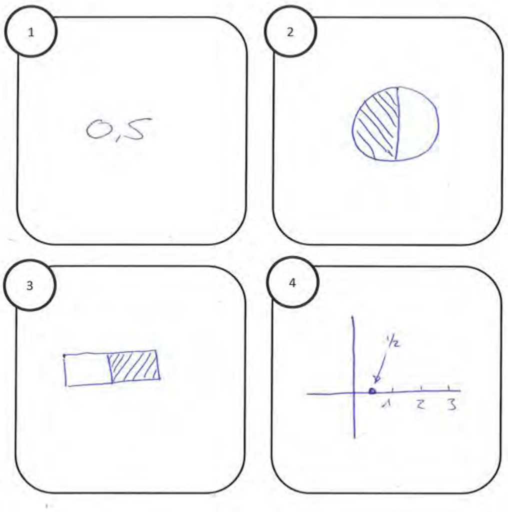
Question 3 – Représentez de manières différentes la fraction $\frac{1}{2}$

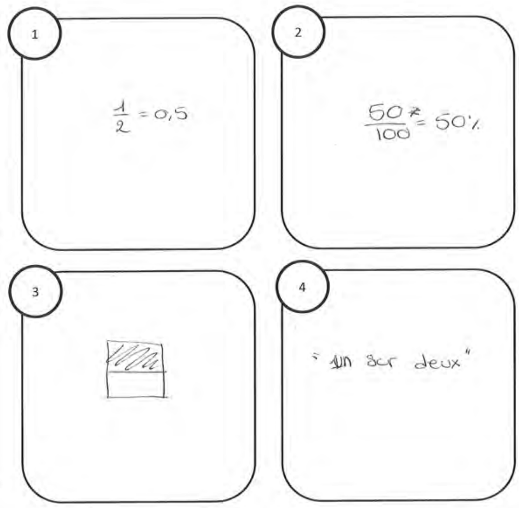


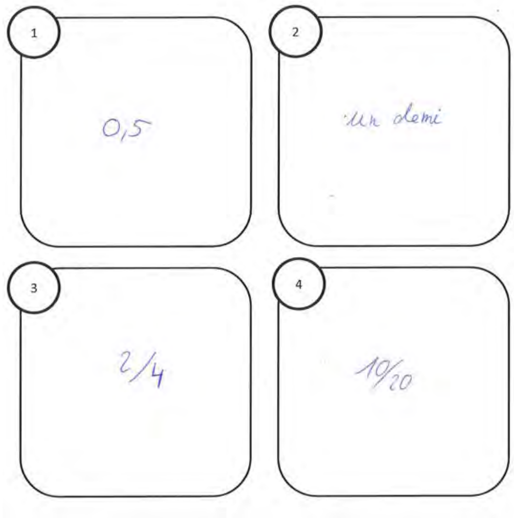












Question 4/5 – Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est 3/8. Proposez un corrigé pour ce problème.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

$f(x) = \frac{3x}{8}$ $\qquad f'(x) = ?$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8}$

5. Proposez un corrigé pour ce problème

Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

① $(x^n)' = n x^{n-1}$ $\qquad$ ③ $(\lambda x)' = \lambda \cdot (x)'$

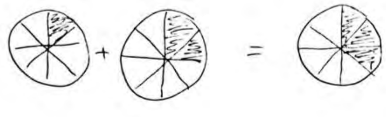
② $(x^1)' = 1 \cdot x^0$

$\left(\frac{3x}{8}\right)' \overset{③}{=} \frac{3}{8} \cdot (x)' \overset{②}{=} \frac{3}{8} \cdot (1 \cdot x^0) = \frac{3}{8} \cdot 1 = \frac{3}{8}$

5. Proposez un corrigé pour ce problème

Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{1+2}{8} = \frac{3}{8}$



4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Un agriculteur veut vendre son blé.
Un premier boulanger lui en achète $\frac{1}{8}$. Un second lui en achète $\frac{1}{2}$.
Que reste-t-il à l'agriculteur à la fin de la journée ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

- Mettre toutes les fractions sur le même dénominateur
- $\frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ → ce qu'il reste après le 1er boulanger.
- $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ (on met tout sur le même dénominateur)
- $\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$ → ce qu'il reste après l'achat du 2ème boulanger.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Pierre a 3 boules bleues et 5 boules rouges. Quelle est la proportion de boules bleues dans le total des boules ?

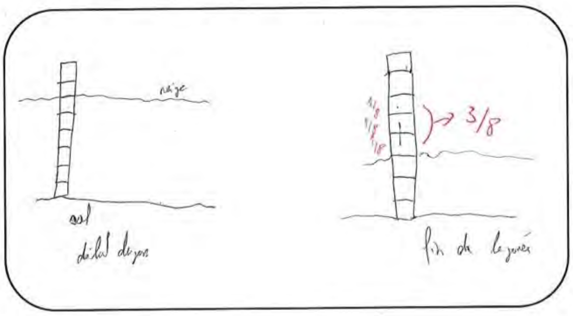
5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

On cherche le nombre total de boules : $3+5=8$.
On a 3 boules bleues, donc la proportion de boules bleues est $\frac{3}{8}$ $\left(\frac{\text{partie}}{\text{total}}\right)$.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Au début d'une journée de ski, on mesure la quantité de neige avec une règle graduée divisée en 8 parties égales. La première mesure équivaut à la 6ème division de la règle.
La dernière mesure, à la fin de la journée, équivaut à la 3ème division.
De combien la neige a fondu ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement



4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Marie possède en tout 8 pommes.
Elle en donne 5 à son amie Laura.
Combien de pomme lui reste-il à la fin ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Marie possède 8 pommes au total.
Elle en donne 5 à son amie Laura.
Pour savoir combien de pommes il lui reste, elle doit faire le calcul suivant : $8-5=3$.
Il faut donc effectuer une soustraction ici.
Le résultat est le suivant : Il lui reste 3 pommes.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Il y a 8 bonbons. Marie en prend 1 et Simon en prend 4.

Combien de bonbons reste-t-il ?

Exprimez votre réponse en fraction.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

8 bonbons $= \frac{8}{8}$

1 bonbon $= \frac{1}{8}$

4 bonbons $= \frac{4}{8}$

3 bonbons $= \frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

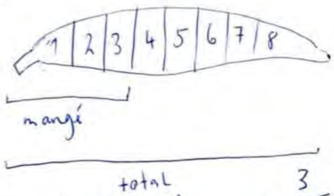
~~[illegible]~~

Quelle part de banane ai-je mangé ?

J'ai ~~pas~~ coupé une banane en 8, j'en ai pris 3 morceaux

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Un dessin :



$\Rightarrow \dfrac{\text{Bouts mangés}}{\text{total (tous les bouts)}} = \dfrac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Dans un jardin, le quart des fleurs sont rouges, et $\frac{1}{8}$ des fleurs sont blanches.
Donne la fraction qui représente les fleurs rouges et blanches.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Fleurs rouges : $\frac{1}{4}$

Fleurs blanches : $\frac{1}{8}$

Fleurs rouges + Fleurs blanches $: \frac{2 \times 1}{2 \times 4} + \frac{1}{8}$

$= \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

La fraction qui représente les fleurs rouges et blanches est $\frac{3}{8}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{4}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Voici un gâteau couper en 8 parts égales. Donner la fraction correspondante à la part de gâteau coloriée en bleu.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Le gâteau à 8 parts égales.

La partie en bleu correspond à 3 parts du gâteau.

Donc la fraction est $\frac{3}{8}$.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Vous coupez un gâteau en huit parts égales.
Vous en mangez trois.
Quelle proportion du gâteau avez-vous mangée ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Vous coupez un gâteau en huit parts égales.

Vous en mangez trois.

Vous avez mangé $\frac{3}{8}$ ème du gâteau.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{}{8}$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = ?$$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4-1}{8} = \frac{3}{8}$$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Un cultivateur laboure 5/8 de son champ en une semaine. Le dernier jour de la semaine, il se demande combien il lui reste à labourer.
Quelle est la réponse ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Si le cultivateur laboure 5/8, partant du fait qu'il ait un champ tout entier alors on va ~~faire~~ soustraire 8/8 à 5/8 pour trouver la solution

$\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ - Il lui reste à labourer 3/8 de son champ

$\frac{8}{8}$ = champ entier

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{}{8}$

Médée a 8 livres sur elle. Elle en prête 5 à Phèdre. Combien lui restera-t-il de livres ? Tu dois exprimer ton résultat sous forme de fraction.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Premier calcul : 8 - 5 = 3.
3 représente le nombre de livres que Médée possède encore.
Représenter le résultat sous la forme d'une fraction : le numérateur correspond au nbre de livres restants (3) et le dénominateur au nombre de livres que Médée possède en tout (8)
Donc : $\frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

J'ai 8 billes. J'en choisis 3. Quelle proportion des billes ai-je choisi ?

correction → je choisis 3 billes sur les 8, j'ai donc choisi $\frac{3}{8}$ des billes.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Résoud l'équation :

$$8x = 3$$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$$8x = 3 \quad \Big| :8$$
$$\Leftrightarrow \frac{8x}{8} = \frac{3}{8}$$
$$\Leftrightarrow x = 3/8$$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Réduis la fraction $\frac{6}{16}$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

① Ⓐ $16 \div 2 = 8$ Ⓑ $\cancel{16 \div 3 = 5{,}33...}$

② $\frac{6}{16} \overset{\div 2}{\underset{\div 2}{=}} \frac{\ }{\ }$

③ $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

Question 8 – Si vous deviez expliquer à une autre personne ce qu'est $\frac{6}{5}$, que lui diriez-vous ?

Une fraction de $\frac{6}{5}$ signifie qu'il y a un différentiel entre le dividende et le diviseur, que l'on ne peut combler. Par exemple, nous avons 5 oranges entières et 6 personnes présentes, il va donc falloir diviser les oranges pour que les parts soit égales. Le problème peut aussi être vu à l'inverse. Dans ce cas, il y aurait plus d'oranges que de personnes.

Si je fais un gateau et que mon verre doseur n'a que 5 marques (1dl/2dl/3dl/4dl 5dl) et qu'il me faut 6 dl, il faut alors verser 1 verres doseur complet + 1 marque.

On a 6 pommes il faut les distribué de manière égale à 5 personnes. Donc chacun une pomme et la 6ème sera divisé par 5

$\frac{1}{5} = 0,2$

Un façon insolite de représenter 1,2. Le nombre "1" augmenté de $\frac{1}{5}$.

C'est une manière d'écrire 6 : 5, donc 1,2. C'est aussi quand il ne reste qu'une seule part de gâteau au frigo.

J'ai une pizza précoupée de 5 tranches mais nous sommes finalement 6 personnes à manger donc je dois diviser les 5 tranches parmi les 6 personnes

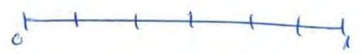
$\frac{6}{5}$

6 → numérateur

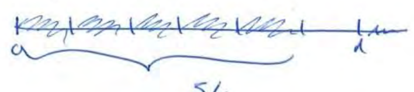
5 → dénominateur

$\frac{6}{5} = 1,2 = 120\%$

Lorsqu'on divise 1 par 6 parts égales

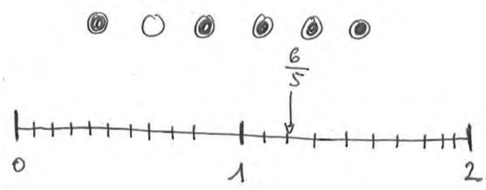


Alors on en prend seulement 5 parts.

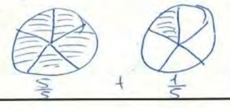


5/6

Je lui ferais un dessin en forme de tranche ou une règle :



Je lui dirais que ça représente 6 parts de gâteaux séparés en 5 parts égales chacun. Et je ferais un dessin explicatif.



$\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$

COMMUNICATIONS

COHÉRENCE DES PRINCIPES POUR L'ECOLE INCLUSIVE : UN REGARD DIDACTIQUE SUR DES PRATIQUES INCLUSIVES EN MATHÉMATIQUES AU COLLEGE

Frédéric DUPRÉ
Maître de conférences, INSEI
UR Grhapes
frederic.dupre@inshea.fr

Résumé
En France, les élèves reconnus institutionnellement handicapés peuvent bénéficier de compensations pour soutenir la scolarisation en milieu ordinaire dans le cadre de ce que l'on nomme *école inclusive*. Les compensations les plus fréquentes sont l'attribution d'un accompagnant d'élèves en situation de handicap (AESH) ou encore l'appui par une unité localisée pour l'inclusion scolaire (ULIS). Cependant, peu d'études actuellement se sont intéressées à ces situations du point de vue de l'accessibilité didactique. À l'aide de concepts issus de la théorie de la transposition didactique et de la théorie anthropologique du didactique, nous proposons de modéliser la complexité des systèmes d'enseignement lorsque des élèves bénéficient de ces compensations en milieu ordinaire. Nous présenterons ensuite une étude de cas en classe de mathématiques au collège qui permet d'étudier une situation d'accompagnement par une AESHco et de faire émerger des conditions favorables et des obstacles du point de vue de l'accessibilité à l'étude des savoirs.

Depuis plusieurs années maintenant, notre travail nous amène à nous intéresser à la question de la scolarisation des élèves reconnus handicapés en cherchant à observer et comprendre des pratiques ordinaires en mathématiques. À partir de données recueillies entre 2015 et 2019 dans le cadre de notre thèse (Dupré, 2019a), nous proposons dans ce texte de reprendre l'analyse de certaines d'entre elles à partir de deux points de vue complémentaires qui figurent dans le cadrage scientifique de ce colloque : 1) du point de vue de la diversité des dispositifs éducatifs d'aide et d'accompagnement (quels sont les effets de ces dispositifs sur les apprentissages mathématiques) ; 2) du point de vue de la singularité des besoins (quelles sont les conditions pour que chaque élève puisse prendre sa place au sein de la classe de mathématiques).

En France, les élèves reconnus institutionnellement handicapés peuvent bénéficier de compensations pour favoriser la scolarisation en milieu ordinaire dans le cadre de pratiques qualifiées d'inclusives. Les compensations les plus fréquentes sont l'attribution à l'élève d'un accompagnant d'élèves en situation de handicap (AESH) ou encore l'appui par une unité localisée pour l'inclusion scolaire (ULIS). Les études qui jusqu'à présent se sont intéressées à ces situations du point de vue de l'accessibilité didactique mettent principalement en évidence des obstacles (Dupré, accepté; Houdement et Petitfour, accepté; Suau et al., 2017; Toullec-Théry, 2020; Toullec-Théry et Pineau, 2015) qui nous invitent à questionner deux allants de soi (Bourdon et Toullec-Théry, 2016) : l'ajout d'une personne supplémentaire auprès de l'élève ou encore le fait que la fréquentation d'un dispositif spécialisé faciliteraient les apprentissages.

À l'aide de concepts issus de la théorie de la transposition didactique et de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991, 1999, 2010), nous proposons de modéliser la complexité des systèmes d'enseignement produits lorsque des élèves bénéficient de ces compensations en milieu ordinaire. Dans le prolongement de précédentes publications (Dupré, 2022a, accepté), nous présentons dans ce texte plus particulièrement une étude de cas en classe de mathématiques au collège qui s'intéresse à une situation d'accompagnement par une AESHco. L'enjeu de notre étude est de mettre en lumière des conditions favorables et des obstacles du point de vue de l'accessibilité didactique.

I - L'ÉDUCATION INCLUSIVE ACTUELLEMENT

Depuis le début des années 2000 en France, la question de l'éducation inclusive occupe une place de plus en plus importante dans le débat public que ce soit à travers l'évolution de textes législatifs et règlementaires qui organisent le système éducatif français ou encore dans le cadre de rapports produits par des institutions diverses (inspections générales, cour des comptes, défenseur des droits). Si la loi de février 2005 pose pour la première fois la priorité à la scolarisation en milieu ordinaire pour tous les élèves (en reconnaissant par exemple l'école la plus proche du domicile comme établissement de référence) il a fallu attendre les lois d'orientation de 2013 puis de 2019 pour que les notions d'inclusion puis de scolarisation inclusive fassent leur entrée dans le code de l'éducation. Ainsi, dans son article premier, il reconnait que « tous les enfants partagent la capacité d'apprendre et de progresser. Il veille à la scolarisation inclusive de tous les enfants, sans aucune distinction ». Il ne suffit pas de décréter que l'école doit être inclusive pour que celle-ci le devienne effectivement. Ainsi, depuis quinze ans, de nombreux rapports (Delaubier, 2011; Hédon et Delamar, 2022; Naves et al., 1999) mettent en évidence des obstacles et des difficultés rencontrés sur le terrain scolaire.

Afin d'ancrer notre étude dans son contexte, nous allons dans cette première partie revenir sur le cadre international de l'éducation inclusive puis observer de quelle manière ce cadre est décliné à l'échelle de notre système éducatif de façon à en dresser un rapide panorama. Cet ancrage contextuel nous permettra de préciser l'émergence de notre question de départ.

1 Le cadre international de l'éducation inclusive

À l'échelon international, il est possible d'évoquer différents textes majeurs issus d'institutions telles que l'ONU, l'UNESCO, le conseil de l'Europe, qui nous permettent de mieux comprendre ce que recouvre le concept d'éducation inclusive. Cette section ne se veut pas exhaustive, mais nous souhaitons revenir sur quelques balises qui nous paraissent importantes afin de saisir l'ancrage international de la notion d'école inclusive telle qu'elle se décline aujourd'hui au sein du système éducatif français.

Dès juin 1994, la déclaration de Salamanque pose dans son cadre d'action le fait que l'école « devrait accueillir tous les enfants, quelles que soit leurs caractéristiques particulières d'ordre physique, intellectuel, social, affectif, linguistique ou autre. Elle devrait recevoir aussi bien les enfants handicapés que surdoués » (UNESCO, 1994, p. 6). Ce texte majeur permet de définir la notion de besoins éducatifs spéciaux de façon large, en considérant tout enfant en risque de marginalisation ou d'exclusion. Les signataires de ce texte reconnaissent que « ces situations diverses engendrent une série de défis pour les systèmes scolaires » (ibid.).

Ce premier texte majeur sera suivi dans les années 2000 par d'autres publications internationales. Nous évoquerons rapidement les publications par l'UNESCO en 2006 puis en 2009 de principes directeurs pour l'inclusion. La première publication est accompagnée du sous-titre suivant : « assurer l'accès à « l'Éducation pour tous ». Cette notion d'éducation pour tous renvoie à la définition des besoins éducatifs spéciaux de la convention de Salamanque en rappelant la nécessité de ne pas limiter l'inclusion au handicap tout en rappelant que les enfants handicapés demeurent le groupe le plus important d'enfants non scolarisés et qu'il reste particulièrement vulnérable. Dans ce texte, l'inclusion est définie comme

> *Un processus visant à tenir compte de la diversité des besoins de tous les apprenants et à y répondre par une participation croissante à l'apprentissage […] et à réduire l'exclusion qui se manifeste dans l'éducation. Elle suppose la transformation et la modification des contenus, des approches, des structures*

et des stratégies, avec une vision commune qui englobe tous les enfants de la tranche d'âge concernée, et la conviction qu'il est de la responsabilité du système éducatif général d'éduquer tous les enfants » (UNESCO, 2006, p. 15)

Trois années plus tard, une seconde publication définit l'éducation inclusive comme une stratégie pour réaliser l'objectif d'éducation pour tous en renforçant « la capacité du système éducatif à atteindre tous les apprenants » (UNESCO, 2009, p. 8). Ces textes internationaux, en s'adressant avant tout aux politiques et décideurs, ont pour ambition de servir de guide pour les politiques publiques, mais également pour les pratiques éducatives.

Le dernier texte que nous évoquerons se distingue des précédents dans le sens où il est spécifique aux personnes handicapées. La convention relative aux droits des personnes handicapées, rédigée en 2006, sera ratifiée par la France en 2010. Cette convention définit tout d'abord la notion de conception universelle comme « la conception de produits, d'équipements, de programmes et de services qui puissent être utilisés par tous, dans toute la mesure du possible, sans nécessiter ni adaptation ni conception spéciale » (ONU, 2006, p. 5). Dans le prolongement de cette définition, le texte définit huit principes généraux, dont celui de l'accessibilité. L'article 24 de cette convention est spécifique à la question de l'éducation et pose le fait que « les personnes handicapées ne soient pas exclues, sur le fondement de leur handicap, du système d'enseignement général » ou encore que « les personnes handicapées puissent , sur la base de l'égalité avec les autres, avoir accès, dans les communautés où elles vivent, à un enseignement primaire inclusif, de qualité et gratuit, et à l'enseignement secondaire » (ONU, 2006, p. 17).

Pour résumer, nous retrouvons dans ces différents textes publiés sur la scène internationale différents principes et valeurs qui permettent de mieux cerner la notion d'éducation inclusive. Il s'agit en particulier de lever les obstacles qui pourraient limiter la participation et la réussite, assurer le droit à des contenus de qualité, être vigilant face au risque d'exclusion, assurer de manière pleine et entière l'accessibilité, la participation et la réussite de tous les élèves. Ces principes requièrent la mise en œuvre de dispositifs et de pratiques visant à soutenir ce projet d'éducation inclusive. Perez (2015) rappelle que ces textes ont un statut de principes et qu'ils engagent donc les états signataires en tant qu'accords de volonté. Nous allons donc voir maintenant la manière dont ces principes sont transposés dans le droit français et la manière dont se structure actuellement le système éducatif pour tenter de répondre à ces enjeux.

2 De l'éducation inclusive à l'école inclusive : une déclinaison nationale

Afin de dresser un panorama actuel de l'école inclusive en France et des choix de politiques publiques réalisés, nous faisons le choix de nous appuyer sur l'étude de trois publications institutionnelles récentes actuellement[1] mises en avant sur les sites du ministère de l'Éducation nationale.

Le premier fascicule[2] dresse un état des lieux à la rentrée 2021 et est intitulé *l'école inclusive – assurer une scolarisation de qualité à tous les élèves*. Le titre de ce document se rapproche des publications de l'ONU évoquées dans la section précédente en reprenant l'idée que la notion d'école inclusive concerne bien l'ensemble des élèves. Cependant, dès la page de titre passée, une première réduction est opérée par rapport aux principes internationaux qui définissent l'éducation inclusive. Cette publication est ensuite presque exclusivement consacrée à la scolarisation des « élèves en situation de handicap » avec un focus mis sur le nombre d'élèves reconnus handicapés scolarisés en milieu ordinaire (400000) et sur la modalité de compensation la plus développée pour soutenir cette scolarisation, l'accompagnement par un AESH (125000 accompagnants sont évoqués en mettant en exergue une hausse de 35% depuis

[1] En juillet 2023

[2] https://www.education.gouv.fr/media/96226/download

2017). Cette publication met également en lumière une partie des « nombreux dispositifs inclusifs de scolarisation » : Ulis, UEMA, UEEA et DAR[3]. Dans ce document, l'école inclusive est principalement présentée comme liée à la scolarisation des élèves reconnus handicapés avec l'appui d'un AESH ou dans certains dispositifs spécialisés. Cette réduction, largement critiquable au regard du cadre international, est assez caractéristique de la manière dont l'école inclusive est actuellement présentée en France.

Une synthèse de la DEPP[4] (Dauphin et Prouchandy, 2021) mise à jour en août 2022 permet d'avoir un panorama quantitatif des modalités de scolarisation des « élèves en situation de handicap ». Nous apprenons ainsi que « 476000 enfants ou adolescents en situation de handicap sont scolarisés : 83% exclusivement en milieu ordinaire, 14% exclusivement en milieu hospitalier ou médico-social, et 3% en scolarité partagée » (2022, p.20). Cette photographie annuelle met en évidence une croissance continue de la scolarisation en milieu ordinaire depuis la loi du 11 février 2005[5]. Plus d'un élève sur deux scolarisé en milieu ordinaire l'est avec l'appui d'un AESH. Dans le second degré « cette hausse s'est aussi accompagnée d'une très forte augmentation du nombre d'élèves scolarisés en ULIS » (Dauphin et Prouchandy, 2021, p. 8). Les unités localisées pour l'inclusion scolaire constituent aujourd'hui une modalité de scolarisation qui concerne un élève reconnu handicapé sur trois en milieu ordinaire dans le second degré. Ce document de synthèse permet donc de mettre en évidence les choix spécifiques à la France pour soutenir le projet d'école inclusive : le recours massif à l'accompagnement par un AESH ou par un dispositif ULIS sans pour autant renoncer à la scolarisation en établissement spécialisé.

Ces choix propres au système éducatif français et pour lesquels nous pouvons parler de vision réductrice de la notion d'éducation inclusive sont confirmés par les dernières déclarations lors du comité national de suivi de l'école inclusive[6]. Les premiers points mis en avant annoncent la création de nouveaux emplois supports AESH et l'ouverture de nouveaux dispositifs inclusifs (Ulis et DAR).

La notion d'éducation inclusive qui dans les textes internationaux a pour objectif de garantir un accès à la scolarisation pour tous les élèves en étant vigilant aux risques d'exclusion subit dans le système éducatif français une première réduction qui se focalise sur la scolarisation des élèves reconnus handicapés. Cette première réduction est renforcée par une seconde qui met essentiellement l'accent sur deux modalités de scolarisation de cette catégorie d'élève en milieu ordinaire : l'appui par un AESH ou par un dispositif Ulis. D'autres compensations prévues par la loi (matériel adapté ou programmation adapté des objectifs d'apprentissages) sont peu ou pas développées dans la communication officielle. La notion de compensation semble avoir pris le pas sur la notion d'accessibilité.

3 Émergence de notre question de départ

Le constat présenté dans la section précédente nous amène donc à formuler notre question de départ qui motive nos travaux à la croisée des sciences de l'éducation et de la didactique des mathématiques depuis huit ans. Nous souhaitons questionner les choix stratégiques du système éducatif français au regard des enjeux internationaux de l'éducation inclusive. Dans la continuité de précédentes publications, nous souhaitons questionner des allants de soi (Bourdon et Toullec-Théry, 2016), en particulier en ce qui concerne la modalité la plus répandue de compensation pour soutenir la scolarisation en milieu ordinaire : l'accompagnement par un AESH[7]. Nous formulons donc notre question de départ de la sorte : *est-ce que l'accompagnement par un AESH permet de lever les obstacles qui*

[3] Unité localisée pour l'inclusion scolaire (Ulis) ; unité d'enseignement maternelle autisme (UEMA) ; unité d'enseignement élémentaire autisme (UEEA) ; dispositif d'autorégulation (DAR)

[4] Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance

[5] Loi pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées

[6] https://www.education.gouv.fr/reunion-du-comite-national-de-suivi-de-l-ecole-inclusive-378641

[7] Si l'on considère les élèves qui bénéficient de cette compensation mais également ceux qui dans le cadre d'un dispositif ULIS seront accompagnés par l'AESHco, nous pouvons avancer que cette situation concerne plus de trois élèves sur quatre

pourraient limiter la participation et la réussite, assurer le droit à des contenus de qualité, être vigilant face au risque d'exclusion ou encore assurer de manière pleine et entière l'accessibilité, la participation et la réussite des élèves qui en bénéficient ? Pour préciser cette question de départ et la problématiser, nous allons dans la partie suivante définir plus précisément les concepts et notions que nous mobilisons.

II - CADRE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIE

Cette seconde partie va nous permettre de poser le cadre théorique de notre étude en partant du concept d'accessibilité pour ensuite modéliser le système d'enseignement qui se complexifie dans le cadre de pratiques inclusives à l'aide d'outils issus de la théorie de la transposition didactique et de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1991, 2010). Cette modélisation nous permettra de problématiser notre question de départ et ensuite de décrire nos choix méthodologiques.

1 Le concept d'accessibilité

La notion d'accessibilité est présente dans l'ensemble des textes internationaux présentés dans la première partie et dans les textes législatifs (loi de février 2005) et réglementaires (circulaires Ulis, AESH) qui organisent le système éducatif français. Le dossier de presse de la dernière conférence nationale du handicap qui s'est tenue en avril 2023 propose en première annexe une « charte d'engagement pour une société pleinement accessible ». L'utilisation et la place prise par cette notion dans le débat public nous amènent à chercher à définir plus précisément ce concept.

Nous pouvons tout d'abord revenir sur la définition que l'on trouve dans la convention relative aux droits des personnes handicapées dans laquelle l'accessibilité est associée à la notion de conception universelle :

> *On entend par « conception universelle » la conception de produits, d'équipements, de programmes et de services qui puissent être utilisés par tous, dans toute la mesure du possible, sans nécessiter ni adaptation ni conception spéciale. La « conception universelle » n'exclut pas les appareils et accessoires fonctionnels pour des catégories particulières de personnes handicapées là où ils sont nécessaires (ONU, 2006, p. 5).*

Cette première définition permet de saisir la relation inversement proportionnelle entre accessibilité et compensation. Ainsi, plus l'environnement est accessible, moins il y a besoin de compensations. Inversement, un environnement peu accessible nécessitera un recours massif aux compensations.

À l'échelle de la société, Fougeyrollas définit le concept d'accessibilité universelle comme le fait de « concevoir un environnement commun pour tous, tout en offrant le plus d'alternatives à des gens différents d'atteindre des objectifs de participation similaire » (Fougeyrollas, 2009, p. 170). Même si cette définition reste encore assez générale et n'est pas spécifique au contexte éducatif, nous retenons en particulier l'enjeu de proposer un environnement qui ne limite pas la participation.

Ce concept d'accessibilité a également été défini plus spécifiquement par des pédagogues et des didacticiens. Ainsi, Benoit et Sagot définissent l'accessibilité pédagogique comme les pratiques et gestes professionnels des enseignants qui sont « susceptibles de réduire la situation de handicap au sein même de la classe » (Benoit et Sagot, 2008, p. 21). Dans nos travaux, nous mobilisons le concept d'accessibilité didactique défini comme « l'ensemble des conditions qui permettent aux élèves d'accéder à l'étude des savoirs : formes d'études, situations d'enseignement et d'apprentissage, ressources, accompagnements, aides… » (Assude et al., 2014, p. 35).

Nous insistons sur le fait qu'il s'agit bien de l'accès à l'étude qui va focaliser notre attention. C'est-à-dire, sans présager de l'apprentissage même des savoirs par les élèves. Ainsi, nous étudierons les conditions favorables ou les obstacles à l'étude d'un objet de savoir, en nous inspirant du concept d'accessibilité universelle, de façon à permettre à des élèves avec des besoins différents de rencontrer l'objet d'étude relevant du savoir à enseigner. Pour ce faire, notre approche est systémique. Ainsi, nous ne parlons pas d'élève en difficulté, mais de système didactique en difficulté. Nous allons voir ensuite que dans le cas d'un accompagnement par un AESH, l'unité minimale d'analyse devra être le système d'enseignement complexifié. C'est ce que nous proposons de modéliser dans le point suivant.

2 Modélisation de systèmes d'enseignement complexifiés

En utilisant la notion de système didactique et ses déclinaisons en tant que système didactique principal (SDP) et système didactique auxiliaire (SDA) nous allons pouvoir modéliser des systèmes d'enseignement qui se complexifient lorsqu'un élève reconnu institutionnellement handicapé bénéficie d'une compensation au titre de son handicap. Chevallard (2010) précise que l'espace de l'étude ne peut être réduit au système principal qui est bien souvent associé à la classe. Le système principal suppose l'existence de systèmes qu'il qualifie d'auxiliaires et qui ont pour fonction de venir en aide au système principal. Chevallard introduit également la notion de système didactique induit lorsque celui-ci n'est pas associé à une fonction d'aide ou qu'il est néfaste au système principal (Chevallard, 2010).

Au sein de l'espace classe, lorsque l'élève reconnu handicapé bénéficie d'une compensation par le biais d'un accompagnement AESH, nous pouvons alors considérer qu'au côté du SDP va alors exister un système auxiliaire dans lequel on retrouver l'AESH et l'élève reconnu handicapé. La figure 1 modélise le système d'enseignement dans cette situation.

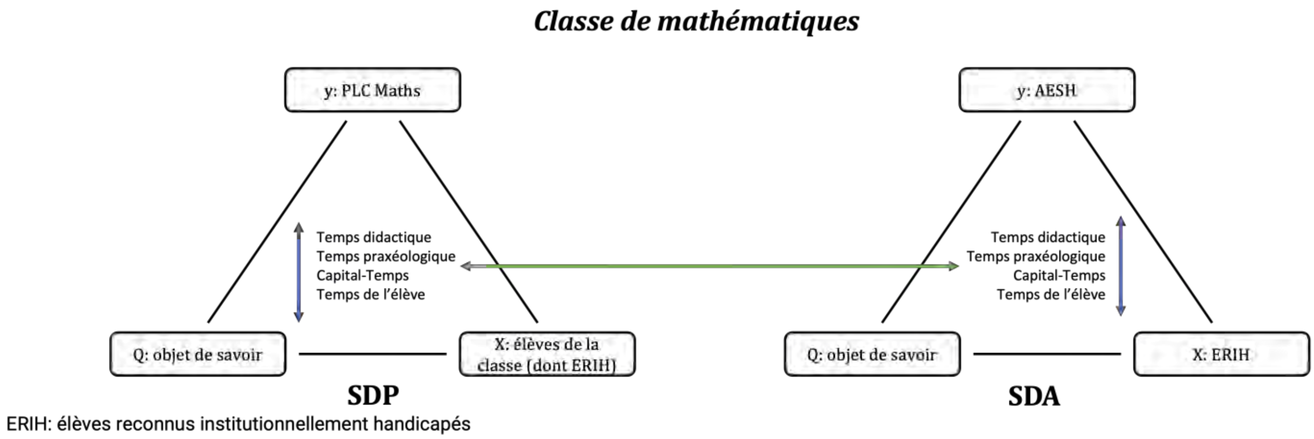


Figure 1. Système d'enseignement avec une compensation AESH

Cette modélisation[8] met tout d'abord en évidence que l'élève reconnu institutionnellement handicapé (ERIH) est confronté à un système d'enseignement complexifié par rapport aux autres élèves de la classe dans le sens où il doit prendre place à la fois dans le SDP, mais aussi dans le SDA. Ces deux systèmes coexistant dans le même espace-temps[9]. Il s'agit donc de réfléchir à la manière dont il occupe sa place d'élève au sein de ces deux systèmes didactiques. Les flèches verticales bleues représentent l'articulation entre son temps personnel et les différents cadres temporels produits par le système didactique. Cependant, il s'agit également de regarder comment le SDA s'articule au SDP. Il faut alors considérer la flèche horizontale verte pour voir si les cadres temporels produits par le SDA s'articulent avec ceux du SDP pour favoriser la participation à l'étude de l'élève reconnu handicapé au sein du SDP.

[8] Cette modélisation permet de réfléchir à d'autres modalités de scolarisation des ERIH : coenseignement, accompagnement par un éducateur (dans un même espace-temps)

[9] Nous pourrions utiliser une modélisation proche pour les dispositifs ULIS ou encore les unités d'enseignement externalisée en ajoutant une séparation verticale poreuse entre SDP et SDA afin de matérialiser des espace-temps différents

3 Problématique

Si cette articulation est fonctionnelle, alors nous pourrons considérer que le SDA occupe bien la fonction d'aide qui le caractérise vis-à-vis du SDP. Si l'articulation ne s'observe pas alors nous pourrons nous interroger pour savoir si le SDA n'est pas plutôt un système induit néfaste à l'étude au sein du SDP. Ces outils théoriques vont nous permettre maintenant de problématiser notre question de départ de la façon suivante : l'articulation SDA/SDP permet-elle de favoriser l'accessibilité à l'étude des savoirs au sein de la classe de mathématiques pour l'ERIH bénéficiant d'une compensation AESH ?

4 Méthodologie

Pour étudier cette problématique, nous faisons le choix d'adopter une démarche qualitative par études de cas. Nous allons réinterroger des données recueillies dans un collège lors de notre thèse. Nous disposons du film de séances à l'échelle d'un chapitre entier relatif à l'objet fraction. La figure 2 présente l'ensemble des données recueillies dans ce collège.

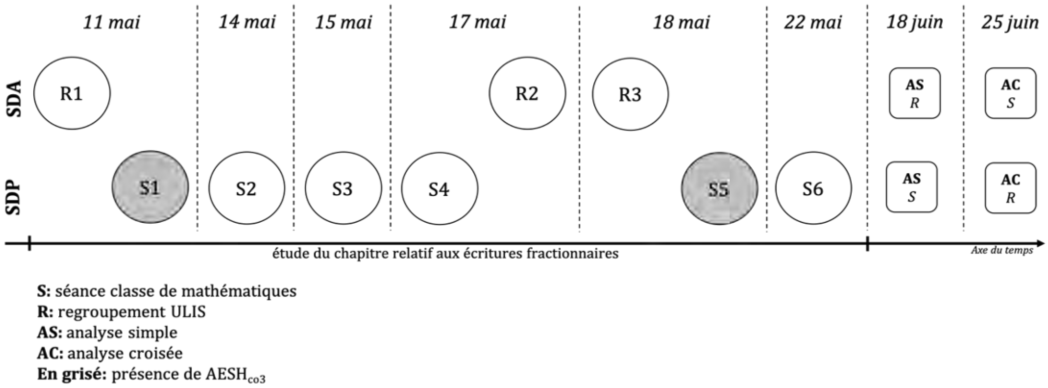


Figure 2. Chronologie du recueil de données

Ces données ont déjà fait l'objet de différentes publications : analyse didactique du chapitre sur les fractions et des articulations entre SDA et SDP qui coexistent dans des espaces-temps différents (Dupré, 2022a), analyse des entretiens d'analyse simple et croisée (Dupré, 2022b, 2022c), méthodologie du dispositif de recueil de données ou encore étude du travail mené au sein du regroupement spécialisé (Dupré, 2019b). Aujourd'hui nous allons nous intéresser spécifiquement aux deux séances en classe de mathématiques lorsque l'élève reconnu handicapé bénéficie de l'accompagnement AESH (S1 et S5).

Nous nous situons dans une approche clinique du didactique et, afin de réaliser une mise à distance nécessaire, nous ne travaillons pas directement sur les captations vidéos, mais sur les transcriptions[10] des séances. Cette mise à distance consiste à retenir les signes qui font sens au regard de notre question de recherche et en les organisant en lien avec des savoirs établis (Leutenegger, 2000). Les tableaux de transcriptions nous permettent de suivre horizontalement ce qui se joue dans les différents pôles du SDP et du SDA et verticalement de pouvoir reconstruire chronologiquement ce qui se produit dans un pôle en particulier.

Pour ces deux études de cas, nous commencerons tout d'abord par dresser un synopsis de la séance puis nous isolerons un moment spécifique nous permettant d'étudier à un grain fin notre question de recherche.

[10] L'ensemble de ces transcriptions sont disponibles sur la plateforme recherche.data.gouv dans le cadre de la politique en faveur de la sciences ouverte de l'INSEI

III - UNE ÉTUDE DE CAS

L'étude de cas se déroule dans une classe de 6e dans laquelle une élève, Caroline, bénéficie du dispositif ULIS et porte plus spécifiquement sur la séance S1[11]. L'enseignante de mathématiques est expérimentée ainsi que l'AESHco qui accompagne l'élève deux heures par semaine. La participation de Caroline en mathématiques au sein de sa classe de 6e n'est effective que depuis le mois de janvier, c'est-à-dire qu'auparavant elle suivait ces apprentissages uniquement au sein du regroupement spécialisé et qu'elle n'était pas présente en classe lors de l'étude des chapitres introduits entre septembre et janvier.

1 Une désynchronisation des cadres temporels entre SDA et SDP

La première séance que nous étudions correspond à celle qui introduira le chapitre sur les fractions. Nous allons tout d'abord présenter rapidement son déroulement avant de nous focaliser sur un épisode qui attire notre regard de chercheur pour éclairer notre problématique.

1.1 Synopsis de la séance

Lors de cette séance, l'enseignante de mathématiques annonce au chercheur dans l'entretien ante que :

> *Au niveau des objectifs ça sera de premièrement déterminer bah qu'ils voient déjà qu'une fraction c'est un nombre donc vraiment définir la fraction comme un nombre et ensuite au niveau de la définition qu'ils comprennent que ce nombre c'est juste un quotient en fait la fraction c'est juste l'écriture d'un nombre sous la forme d'un quotient donc voilà » (tdp n°4)*

Dans cette séance nous pouvons distinguer six phases différentes, le tableau 1 en rend compte.

Phase	Sous phase	Time code et capital-temps (*d*)	Indice de coupure
Ph1 : Calcul rapide *Travail individuel*		0'00 à 15'32 ***d*** = 15'32	« *Vous sortez l'exercice qui était à faire aujourd'hui on va le corriger* » tdp n°87
Ph2 : Correction d'un exercice de symétrie axiale *Oral collectif*		15'34 à 25'00 ***d*** = 14'28	« *Je vais d'ailleurs vous rendre les interrogations écrites* » tdp n°219
Ph3 : Distribution des interrogations écrites *Collectif*		25'00 à 30'45 ***d*** = 5'45	« *Donc on va repasser totalement à autre chose* » tdp n°260
Ph4 : Trois calculs à trous *Travail de recherche*	Recherche en individuel	30'45 à 35'17 ***d*** = 4'32	« *On regarde les deux premiers* » tdp n°292
	Correction en collectif	35'17 à 48'03 ***d*** = 12'34	« *Donc on va aller écrire cette définition dans le cahier* » tdp n°442
Ph5 : Copie de la leçon *Travail individuel*		48'03 à 54'27 ***d*** = 6'24	« *Vous sortirez ensuite vos cahiers de textes* » tdp n°485
Ph6 : Copie des devoirs		54'27 à 56'15	Sonnerie marquant la fin de

[11] L'analyse de la séance S5 fait l'objet d'une publication à venir (Dupré, accepté)

Travail individuel		***d*** = 1'47	l'heure

Tableau 1. Synopsis de la séance

Ce synopsis nous permet d'observer que la première partie de la séance est consacrée à un retour sur des objets anciens. L'introduction du nouvel objet d'étude n'intervient qu'à la phase quatre. Dans cette séance, nous pouvons identifier cinq types de tâches différents que nous relevons ici :

- T_1 : connaitre et utiliser des critères de divisibilité
- T_2 : construire le symétrique d'un point par rapport à une droite
- T_3 : compléter une égalité du type $a \times b = c$ avec $a, b\ et\ c\ \in N$
- T_4 : compléter une égalité du type $a \times b = c$ avec $a\ et\ c\ \in N\ et\ b\ \in D$
- T_5 : compléter une égalité du type $a \times b = c$ avec $a\ et\ c\ \in N\ et\ b\ \in Q$

1.2 Analyse d'un moment remarquable

Nous allons particulièrement focaliser notre regard sur la phase 1 consacrée au « calcul rapide » et qui mobilise des tâches appartenant au type de tâche T_1. La figure 3 montre la reproduction de l'exercice qui est projeté au tableau pendant toute la durée de cette première phase.

Répondre par oui ou par non et justifier la réponse:

1) 95 546 est-il divisible par 2?
2) 653 est-il un multiple de 3?
3) 4 est-il un diviseur de 234?
4) 454 est-il divisible par 21?
5) 1530 est-il un multiple de 5?

Figure 3. Exercice de calcul rapide

Dès le lancement de cette phase, l'enseignante de mathématiques indique à Caroline ceci : « tu gardes les critères sous les yeux pour le calcul rapide » (tdp n°12). L'élève réalisera donc cet exercice avec son cahier dans lequel on pourra retrouver la leçon correspondant aux critères de divisibilité. L'AESHco est présente à côté d'elle de façon extrêmement proche. La figure 4 permet d'illustrer ceci.

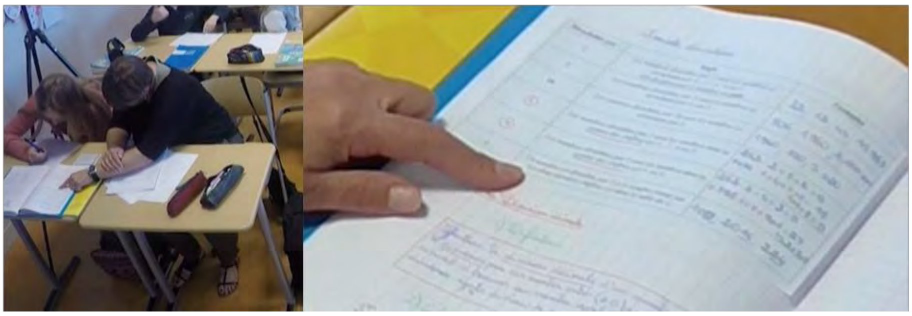


Figure 4. Environnement proche de l'élève au moment de s'engager dans Ph1

Au bout de dix minutes, nous pouvons voir que Caroline a répondu aux trois premières questions sur les cinq que compte l'exercice. Elle indique :

- Que 95456 est divisible par deux, car il se termine par six ; ce qui est correct.
- Que 653 est un multiple de 3 (mais la justification écrite n'est pas lisible sur notre captation) ; ce qui est incorrect

- Que 4 n'est pas un diviseur de 234, car les deux derniers chiffres ne sont pas dans la table du 4 ; ce qui est correct

Ces éléments nous permettent de montrer que l'élève s'engage rapidement dans les tâches qui lui sont proposées au sein du système principal et que deux de ses premières réponses sont correctes. L'AESH occupe une position haute dans le SDA dans le sens où elle intervient régulièrement auprès de l'élève avec un questionnement extrêmement guidant. Sur cette première partie de la phase 1 nous relevons douze prises de paroles de l'AESH qui n'entrainent généralement pas de réponse de la part de Caroline. Nous relevons par exemple : « *tu vois le tableau là […] tu écris petit a 95 plus loin 546 est-il divisible par 2 alors tu regardes les nombres divisibles par deux sont les nombres qui se terminent par zéro deux quatre six huit est ce que celui-là il se termine par oui alors il faut que tu dises parce que donc oui, car il se termine par six* » (tdp n°23) ou encore « *alors 4 est-il un diviseur de 234 alors où c'est qu'il faut que tu regardes un nombre est divisible par quatre si le nombre formé par ses deux chiffres est dans la table du quatre tu l'as ta table du quatre ou pas tes tables de multiplication tu les as / tiens tu l'as alors la table du quatre elle est où on a dit un nombre est divisible par quatre si le nombre formé par ses deux derniers chiffres les deux derniers chiffres c'est quoi pour le trois* » (tdp n°30). Ces deux extraits de verbatim sont caractéristiques des modalités extrêmement guidantes de l'AESHco au sein du SDA. Les réponses laconiques de l'élève, le rythme imposé par le questionnement guidant et répété de l'AESHco et les réponses de l'élève nous permettent de dire que son temps personnel n'est pas déconnecté du temps praxéologique du SDP, cependant, aucun indice ne nous permet ici d'affirmer que la fonction d'aide du SDA est nécessaire à cette synchronisation.

Si l'enseignante n'est pas intervenue auprès de Caroline pendant ces dix premières minutes, elle ne l'abandonne pas pour autant. Son intervention à la onzième minute en témoigne :

- PLC : *au quatrième du coup, divisibilité par combien ?* (tdp n°47)
- Caroline : *par vingt et un* (tdp n°48)
- PLC : *est ce qu'il est dans la liste là ?* (tdp n°49)
- Caroline : *non* (tdp n°50)
- PLC *: non donc la méthode elle est avant comment on fait pour savoir si c'est divisible on regarde le* (tdp n°51)
- Caroline : *le reste de la division euclidienne* (tdp n°52)
- PLC : *il faut que le reste soit égal à* (tdp n°53)
- Caroline : *à zéro* (tdp n°54)

Cet échange témoigne tout d'abord d'une modalité d'aide au sein du SDP différente de celle que nous avons relevée auparavant au sein du SDA. Le questionnement de l'enseignante de mathématiques laisse à l'élève la prise en charge de la réflexion et nous voyons que les réponses rapides de Caroline montrent qu'elle identifie très rapidement la technique nécessaire à la réalisation de la tâche. Là encore, Caroline dispose de son cahier avec un exemple de la technique qu'elle vient d'évoquer.

1.3 Désynchronisation des cadres temporels

Lorsque l'enseignante quitte Caroline après cet échange au sein du SDP, l'AESHco reprend position et réactive le SDA. Elle demande tout d'abord à l'élève de poser la division. Caroline sollicite tout d'abord de l'aide, elle demande : « je crois qu'il faut prendre les trois je ne sais plus » (tdp n°63). La figure 5 illustre le questionnement de l'élève.

Figure 5. Début de la division posée dans le cahier de Caroline

L'AESHco répond à cette demande d'aide de la façon suivante : « fais comme tu sais faire » (tdp n°65). Elle ne répond donc pas à la demande d'aide technique formulée par l'élève. S'ensuit un échange à nouveau guidant pour réaliser cette division posée dont nous rendons compte :

- AESHco : *t'as mis vingt et un fois cinq c'est ça* (tdp n°73)
- Caroline : *oui* (tdp n°74)
- AESHco : *oui tu veux qu'on pose l'opération si ça peut t'aider ou tu préfères faire dans ta tête* (tdp n°75)
- Caroline : *euh* (tdp n°76)
- AESHco : *alors attend je vais la poser vingt et un fois tu m'as mis combien / cinq / cinq fois un* (tdp n°77 et 78)
- Caroline : *cinq* (tdp n°79)
- AESHco : *cinq fois deux* (tdp n°90)
- Caroline : *dix* (tdp n°81)
- AESHco : *cinq fois deux ça fait dix* (tdp n°82)
- Caroline : *oh ça fait cent cinq* (tdp n°83)
- AESHco : *cent cinq / vingt et un fois combien alors* (tdp n°84 et 85)

Nous n'avons pas d'éléments pour comprendre pourquoi Caroline fait le choix de débuter par 21x5, nous pouvons faire l'hypothèse qu'elle va chercher un résultat par approximation. Cette hypothèse semble se confirmer dans la suite de l'échange où une technique par multiplications successives est mise en œuvre. Cette technique n'est pas présente dans le cahier de l'élève et se trouve induite par l'AESHco (tdp n°85). Elle est coûteuse en temps et n'est à aucun moment remise en cause par l'AESH. Nous observons même qu'elle la valide en quelque sorte en proposant à l'élève de poser ces multiplications successivement : 21x5, 21x6, 21x7, 21x8, 21x9, 21x10, 21x20 puis 21x25. Nous savons également que la mémorisation des tables semble compliquée pour Caroline qui bénéficie de la table de Pythagore en aide et de son cahier (l'aspect mémorisation est d'ailleurs soulagé par l'enseignante qui cherche à évaluer ici l'utilisation des critères de divisibilité). La mise en œuvre de cette technique va être particulièrement chronophage. Huit multiplications sont réalisées pour tenter d'approcher le résultat, ces procédures sont couteuses pour Caroline qui doit chercher la plupart des résultats dans sa table de Pythagore, l'AESH est uniquement dans une suite de questionnement. Pendant ce temps le reste de la classe travaille sur la correction de l'exercice de symétrie.

À la vingt-deuxième minute, la division euclidienne est résolue, Caroline pourrait donc s'arrêter et conclure que 454 n'est pas divisible par 21, car le reste de la division est différent de zéro (r=13). La figure 6 illustre ce moment.

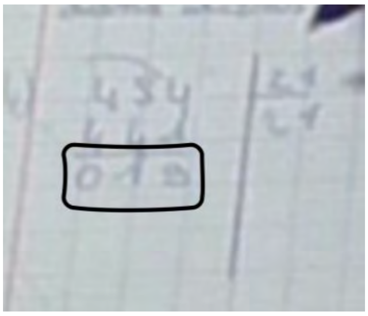


Figure 6. Division posée dans le cahier de Caroline

Pendant ce temps, la phase 2 dans le SDP se poursuit sans Caroline qui reste mobilisée au sein du SDA. L'enseignante de mathématiques s'en rend compte à la vingt-troisième minute et intervient en indiquant à l'AESH et à Caroline : « on laisse tomber la division » (tdp n°201). L'AESH ne l'entend pas de la sorte et lui indique « on a presque fini » (tdp n°209) et va poursuivre en demandant à Caroline de placer une virgule après le quotient entier puis de chercher ensuite combien de fois 21 dans 130. À ce stade elle intervient de la sorte auprès de l'élève : « vingt et un virgule six du coup / regarde voilà alors du coup / qu'est-ce qu'il faut faire maintenant alors on demande euh la quatre mince c'était quoi la quatre mince c'était quoi la quatre j'ai pas noté » (tdp n°220 ; 24'48).

Cet épisode met en évidence deux obstacles à l'étude des savoirs. Le premier réside dans le choix d'une technique coûteuse en temps au sein du SDA liée à une tâche (calculer des multiplications pour calculer une division par approximations successives) qui n'est pas essentielle à la tâche initiale prévue par le SDP (il s'agissait de vérifier des critères de divisibilité). Le côté chronophage de la réalisation de ces calculs entraine également une perte de sens dans ce qui est réalisé, car la tâche proposée par l'enseignante est oubliée au moment où la phase 1 va s'arrêter au sein du SDA. On pourrait cependant penser que le SDA aurait pu jouer pleinement son rôle d'aide à l'étude pour réaliser la tâche attendue dans le système principal : l'AESH aurait pu prendre en charge le calcul posé ou proposer à l'élève d'utiliser sa calculatrice pour vérifier si le reste de la division euclidienne était nul ou non. Le second obstacle à l'étude mis en évidence par cet épisode réside dans la désynchronisation du temps personnel de l'élève vis-à-vis des cadres produits par le SDP. En effet, Caroline se trouvant contrainte de rester engagée dans le SDA, elle ne pourra pas prendre place au sein du SDP pendant l'ensemble de la phase 2, et ce malgré la tentative de l'enseignante de clore la phase 1 au sein du SDA.

L'entretien post séance nous donne également des indications sur la manière dont l'enseignante a perçu cet épisode :

> *sur le calcul rapide du départ elle a passé énormément de temps alors pourtant elle a le droit au cahier de leçon avec les critères de divisibilité et en fait elle était perdue sur sa division alors que c'est quelque chose qui d'habitude lui pose pas de problème […] je suis allée voir son AVS pour lui dire on laisse tomber ben puis elle me dit non là elle est vraiment à la fin donc elle voulait finir ce qu'elle elle est quand même assez persévérante Caroline donc elle aime pas laisser quelque chose d'inachevé donc elle aime bien arriver au bout quand même » (tdp n°14)*

Nos analyses nous laissent à penser que c'est l'utilisation de la technique de l'approximation par multiplications successives, jamais remise en cause et même renforcée par l'AESH, qui est à l'origine de ce temps conséquent. Les propos de l'enseignante mettent en évidence que d'habitude poser une division ne pose pas de problème : est-ce que si l'AESH avait répondu à sa demande initiale en s'appuyant sur les exemples de division euclidienne présents dans son cahier de leçon au lieu de lui dire « fais comme tu penses » cela aurait facilité la synchronisation avec la tâche initiale ? Ce que l'on relève dans cet entretien est que l'enseignante n'est pas en mesure de percevoir l'origine de ce temps conséquent. Cela est compréhensible, car elle ne peut pas saisir l'ensemble des discours secondaires au sein du SDA or ce que l'on montre ici c'est le risque d'attribuer cette responsabilité à l'élève alors que c'est un effet du fonctionnement du système auxiliaire. De plus on voit qu'elle accorde une place au choix de l'AESH alors qu'elle semble avoir perçu la nécessité de permettre à Caroline de réintégrer le système principal. Cependant, elle ne sera pas en mesure de s'opposer à l'AESH pour permettre à l'élève de revenir dans le jeu du SDP.

2 Apports et limites de cette étude de cas

Nous avons fait le choix de décrire finement un épisode à une échelle micro pour mettre en évidence la complexité du système d'enseignement en jeu lorsqu'une compensation sous forme d'accompagnement humain est proposée à l'élève reconnu handicapé.

2.1 Apports du point de vue des pratiques inclusives

Nous définissons les pratiques inclusives comme des pratiques favorisant l'étude des savoirs. L'exemple développé ici nous permet donc d'identifier trois apports du point de vue de l'accessibilité à étude.

Il s'agit tout d'abord de prendre conscience qu'une compensation attribuée dans le cadre de l'école inclusive (ici l'AESH) n'est pas un gage en soi pour faciliter l'accessibilité didactique. Nous avons pu montrer que dans cette situation, l'AESH au sein du SDA n'est pas en mesure d'identifier l'enjeu de savoir (et de le circonscrire à la tâche introduite dans le SDP), ni les techniques attendues pour résoudre cette tâche. L'AESH est même responsable de l'utilisation d'une technique peu pertinente qui amène l'élève à passer beaucoup de temps pour réaliser une tâche secondaire. Ici nous avons mis en évidence une désynchronisation du temps personnel de l'élève avec les cadres temporels du SDP sur un peu plus d'un quart de la séance. Nous soulignons que cette désynchronisation importante ne relève pas de l'élève, mais de son assujettissement contraint au système auxiliaire.

La prise en compte des besoins de l'élève et la pertinence de la fonction d'aide du SDA aurait pu être effective si l'AESH avait par exemple pris en charge la réalisation de la division (soit en la posant, soit par le biais de la calculatrice) et en laissant à l'élève le soin d'interpréter le résultat. Cela nécessite en amont un échange entre les acteurs et une responsabilité de l'enseignante pour préciser à l'AESH l'enjeu de savoir, mais également les aides potentielles ou au contraire les risques de glissement qu'elle doit éviter. Ce type de concertation en amont revient à favoriser des alliances pédagogiques (Petry Genay et Dupré, soumis) effectives. Dans la réalité quotidienne de la classe, nous avons pu observer que ces temps n'existent pas et relèvent au mieux d'échanges informels.

Le troisième point que nous mettons en évidence réside dans la difficulté, in situ, de rectifier un glissement ou une situation d'exclusion au sein du système d'enseignement. Les positions entre l'enseignante et l'AESH ne sont pas symétriques, nous avons cependant pu mettre en évidence que même si l'enseignante se montre vigilante et se rend compte de la désynchronisation de l'élève, elle ne sera pas en mesure de stopper l'action du système auxiliaire immédiatement. L'AESH au sein de ce système a une responsabilité majeure et peut s'opposer à sa mise en retrait. L'élève dans cette situation n'est pas en mesure de se soustraire à ce système auxiliaire même si celui-ci est néfaste à l'étude des savoirs alors même qu'elle aurait pu prendre toute sa place au sein du SDP lors de la correction de l'exercice de géométrie pour lequel l'enseignante nous indiquait qu'elle était particulièrement en réussite sur les tâches associées. Cela nous amène à une réflexion relative à la formation des acteurs lorsqu'ils sont amenés à partager un même espace classe avec des fonctions différentes, mais avec un objectif commun qui est de favoriser l'accès à l'étude pour l'ensemble des élèves.

2.2 Limites de cette étude de cas et mises en perspective

Une première limite à cette étude de cas réside dans son grain d'analyse. Cependant, il s'agissait d'un choix de notre part afin de montrer que ce grain est nécessaire pour reconstruire ce qui se joue au sein du SDA. L'extrait de l'entretien post séance de l'enseignante met en évidence qu'un point de vue légèrement plus éloigné ne permet pas de percevoir finement ce qui s'y joue et d'attribuer certaines difficultés à l'élève alors qu'il s'agit d'obstacles générés par le système auxiliaire et plus largement par la complexité de l'articulation entre SDA et SDP au sein du système d'enseignement.

La seconde limite concerne l'aspect localisé de l'étude de cas. Nous avons choisi d'étudier au sein de notre corpus une séance, au sein d'une séquence, dans un établissement en particulier. Nous pouvons légitimement nous demander si les obstacles identifiés sont exceptionnels ou si l'on retrouve cela à l'échelle de la séquence ou de façon plus large dans d'autres situations d'accompagnement AESH dans d'autres établissements. Des premiers éléments de réponse peuvent être apportés dans le sens où nous avons pu analyser pour cet établissement la seconde séance où l'AESH est présente au côté de l'élève. Nous mettons en évidence dans cette étude la production d'obstacles à l'étude importants et la responsabilité de l'enseignante qui est en mesure de faire revenir l'élève dans le jeu didactique du SDP (Dupré, accepté) ou encore dans un autre établissement le fait que ce type de compensation empêchait l'élève de synchroniser son temps personnel dans une situation de travail en groupe (Dupré, accepté).

Nous pouvons également noter que d'autres études mettent en évidence des risques similaires (Houdement et Petitfour, accepté; Suau et al., 2017; Toullec-Théry, 2020) et que nous n'avons pas connaissance d'études qui mettraient en évidence la fonction d'aide effective de l'AESH du point de vue de l'accès à l'étude des savoirs alors même qu'il s'agit de la compensation la plus répandue pour soutenir le projet d'école inclusive en milieu ordinaire.

IV - CONCLUSION

Dans ce texte nous avons cherché à interroger la cohérence des principes pour l'éducation inclusive avec les choix réalisés pour la mise en œuvre du projet d'école inclusive au sein du système éducatif français. Pour cela, nous avons choisi d'étudier à travers une étude de cas la modalité de compensation la plus fréquente pour soutenir la scolarisation en milieu ordinaire : l'accompagnement AESH.

Des principes pour l'éducation inclusive issus de la scène internationale, nous retenons en particulier que la question de l'accessibilité est au cœur des enjeux. D'un point de vue scolaire, il s'agit donc de permettre l'accès à tous à l'école, mais au-delà de l'accès à ce lieu d'éducation, il s'agit de veiller à l'accès à l'étude des savoirs. Nous insistons ici sur une distinction importante afin de préciser l'objet de nos travaux, il s'agit bien des conditions d'études qui nous intéressent c'est-à-dire au niveau de l'étape qui permettra ensuite à l'élève d'accéder aux savoirs à proprement parler.

À travers une étude de cas, en mobilisant les notions de système didactique auxiliaire et de système didactique principal, nous avons pu modéliser le système d'enseignement en jeu lorsqu'un élève reconnu handicapé est accompagné par un AESH en cherchant à attirer l'attention du lecteur sur la complexification de ce système. Nous avons cherché à mettre en évidence l'importance du regard didactique à un grain fin pour percevoir ce qui se joue au sein d'un système auxiliaire. Nous avons ainsi pu montrer la manière dont ce système auxiliaire peut générer des obstacles et entrainer une désynchronisation du temps personnel de l'élève avec les cadres temporels du SDP. Cette responsabilité n'est pas propre au système auxiliaire mais doit s'envisager à l'échelle de système d'enseignement. C'est bien l'absence d'articulation fonctionnelle qui est à l'origine des obstacles mis en évidence. En d'autres mots, bien que présent au sein de la classe, un risque important d'exclusion existe pour l'élève accompagné par l'AESH. Ce risque pourrait être minoré en favorisant des alliances pédagogiques (Petry Genay et Dupré, soumis) entre enseignants et AESH. Cependant, à l'heure actuelle, les conditions ne semblent pas réunies pour favoriser de telles alliances.

Cette étude de cas localisée s'inscrit dans le prolongement d'autres travaux et permet à nouveau d'alerter sur le fait que le choix de développer la compensation de type AESH au sein du système éducatif français produit des effets contraires aux enjeux de l'éducation inclusive : du point de vue de l'accessibilité à l'étude du savoir, mais aussi de la vigilance face au risque d'exclusion. La remise en question de cet allant de soi (Bourdon et Toullec-Théry, 2016) nous semble un enjeu majeur pour permettre réellement le développement d'une école pour tous.

V - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T., Perez, J.-M., Suau, G., Tambone, J. et Vérillon, A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : Une étude de cas. *Recherches en didactique des mathématiques*, *34/1*.

Benoit, H. et Sagot, J. (2008). L'apport des aides techniques à la scolarisation des élèves handicapés. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, *3*(43), 19 – 26.

Bourdon, P. et Toullec-Théry, M. (2016). Analyse des effets du dispositif de scolarisation inclusive au lycée polyvalent Les Bourdonnières à Nantes. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, *74*(2), 181 – 200. Cairn.info. https://doi.org/10.3917/nras.074.0181

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique : Du savoir savant au savoir enseigné.* (2e éd.). La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19/2*, 221 – 266.

Chevallard, Y. (2010). *« Le sujet apprenant entre espace et dispositif ». Commentaires depuis la théorie anthropologique du didactique*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=206

Dauphin, L. et Prouchandy, P. (2021). *Élèves en situation de handicap* (2021.S02). DEEP.

Delaubier, J.-P. (2011). *Les classes pour l'inclusion scolaire (CLIS) en 2010* (2011-104). IGEN.

Dupré, F. (2019a). *Pratiques inclusives en mathématiques dans le second degré : Études de cas en ULIS collège* [Thèse de doctorat]. Aix-Marseille.

Dupré, F. (2019b). Pratiques inclusives en mathématiques : Une étude de cas en ULIS collège. *La nouvelle revue - Education et société inclusives*, *86*, 173 – 190.

Dupré, F. (2022a). Articulations entre deux systèmes didactiques : Une étude de cas autour de l'objet fraction. *Recherches en didactique des mathématiques*, *1*(42), 103 – 148.

Dupré, F. (2022b). Étude des potentialités de l'usage de la vidéo sur le développement professionnel d'une enseignante spécialisée et d'une enseignante de mathématiques. *Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec 2021*, 97 – 111.

Dupré, F. (2022c). Pratiques inclusives au collège : Étude des effets potentiels de la vidéo dans le cadre d'entretiens d'analyse simple et croisée. *Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*, 685 – 699.

Dupré, F. (accepté). *Pratiques inclusives et accompagnant d'élèves en situation de handicap (AESH) : une étude de cas en géométrie au collège*. Espace mathématique francophone, Cotonou.

Dupré, F. (accepté). Pratiques inclusives et articulation entre deux systèmes didactiques : l'accompagnement par un AESH est-il un obstacle ou un levier à l'accessibilité didactique? *Éducation et didactique [en ligne]*.

Fougeyrollas, P. (2009). Entretien avec Patrick Fougeyrollas. Propos recueillis par Mouloud Boukala. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, *1*(45), 165 – 174.

Hédon, C. et Delamar, E. (2022). *L'accompagnement humain des élèves en situation de handicap*. Défenseur des droits.

Houdement, C. et Petitfour, E. (accepté). Accompagner un élève malvoyant en mathématiques : quelles aides, quels effets? *2023*. Espace mathématique francophone, Cotonou.

Naves, P., Gaüzere, M., Trouvé, C., Gossot, B. et Mollo, C. (1999). *Rapport sur l'accès à l'enseignement des enfants et adolescents handicapés* (99-002). IGAS IGEN.

ONU. (2006). *Convention relative aux droits des personnes handicapées*.

Petry Genay, I. et Dupré, F. (soumis). Des alliances pédagogiques pour favoriser l'accès à l'étude des savoirs : Une étude de cas en ULIS collège. *La nouvelle revue - Éducation et société inclusives*.

Suau, G., Perez, J.-M., Tambone, J. et Assude, T. (2017). Accompagnement et accessibilité didactique : quels obstacles? *Revue suisse de pédagogie spécialisée*, *2*, 30 – 36.

Toullec-Théry, M. (2020). L'AESH, aide ou écran à l'inclusion scolaire ? Étude de cas des actions d'un Accompagnement individuel d'un Élève en Situation de Handicap en classe de CE1. *Ressources*, *22*, 64 – 72.

Toullec-Théry, M. et Pineau, V. (2015). Inclusion en cours d'histoire dans une classe de 5ème de collège : Une étude de cas. *Éducation et didactique [en ligne]*, *9-1*, 33 – 55.

UNESCO. (2006). *Principes directeurs pour l'inclusion : Assurer l'accès à « l'éducation pour tous ».* UNESCO.

UNESCO. (2009). *Principes directeurs pour l'inclusion dans l'éducation*.

UNESCO. (1994). *Déclaration de Salamanque et Cadre d'action pour l'éducation et les besoins spéciaux*.

LE LOGICIEL « MATHADOR » ET LA DIFFÉRENCIATION PASSIVE

Isabelle LUDIER
Formatrice, Inspe de Versailles, Université de Cergy-Pontoise
LDAR
isabelle.ludier@cyu.fr

Résumé
Le logiciel Mathador propose des tirages aux élèves : un nombre cible doit être construit en combinant cinq (ou moins) nombres outils. Pour un même tirage, différentes solutions coexistent, nécessitant des connaissances différentes. Cette diversité des solutions, et la possibilité offerte à l'élève d'ignorer un tirage, le laisse acteur de ses apprentissages. Le calcul du score induit un biais qui n'est pas en relation avec une utilisation de connaissances riches mais permet l'utilisation de stratégies de surface destinées à gagner des points. L'analyse des data montre que les élèves utilisent de manière privilégiée (statistiquement) les connaissances les moins riches : parmi les multiples solutions permettant de résoudre un même tirage les moins coûteuses en connaissances sont les plus utilisées. Les tests permettant de comparer les apprentissages de différents groupes d'élèves montrent qu'ils sont différents selon les élèves : les élèves initialement forts en mathématiques ne réalisent pas les mêmes apprentissages que des élèves plus faibles. Les pratiques des enseignants lors de moments d'institutionnalisation favorisent (selon les enseignants) le développement des stratégies de surface ou peuvent permettre aux élèves d'accéder à des solutions plus riches en connaissances. Dans le jeu en ligne, les parcours ne permettent pas à l'enseignant de choisir les tirages rencontrés par les élèves en fonction des connaissances qu'il est susceptible de solliciter. Ces différents éléments alimentent une différenciation passive, différenciation non choisie par l'enseignant.

I - INTRODUCTION

Ce travail a été effectué dans le cadre d'un projet e-fran[1] et vise à comprendre comment la fréquentation du logiciel Mathador influence les apprentissages des élèves en mathématiques. Il a mobilisé des milliers d'élèves et des dizaines d'enseignants ainsi que trois laboratoires de recherche : le LDAR, le MDSMA et le laboratoire Paragraphe. L'objectif est d'étudier de manière holistique l'impact de la fréquentation du logiciel Mathador[2] (de type compte est bon) sur les apprentissages des élèves en croisant des analyses quantitatives (données statistiques) et des analyses qualitatives (observations d'élèves et observation de séances de classe). Ce logiciel propose aux élèves des tirages qui sont composés de 5 nombres outils et d'un nombre cible, par exemple sur la figure 1 le nombre cible est 54 et les nombres outils sont : 4 – 8 – 1 – 18 – 11. L'élève doit recomposer le nombre cible à l'aide des 5 nombres outils et des 4 opérations. Pour le calcul du score une addition ou une multiplication rapportent 1 point, une soustraction 2 points et une division 3 points. L'utilisation au cours de la même épreuve des quatre opérations est appelée « coup Mathador » et rapporte 4 points.

L'élève confronté au tirage de la figure 1 a effectué le coup Mathador suivant : $(11 \times 4 + 18 - 8) : 1$. La division par « 1 » effectuée en dernière opération n'a pas d'autre objectif que de gagner des points, le nombre cible était précédemment atteint.

[1] https://www.education.gouv.fr/e-fran-des-territoires-educatifs-d-innovation-numerique-326083

[2] https://www.mathador.fr/chrono.html

Figure 1. Exemple d'un tirage proposé aux élèves

II - ANCRAGES THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIE

1 Cadres théoriques

Pour cette étude, le cadre théorique de référence est celui de la double approche. Le schéma de découpage de la réalité des classes (Robert, 2008) adapté à la présence du logiciel a déterminé notre méthodologie de recueil et d'analyse des données. Les enseignants, en fonction des programmes, des formations qui leur sont proposées mais également de divers critères personnels préparent pour les élèves des itinéraires cognitifs qui engendrent leurs activités puis leurs apprentissages et ceci à travers les contenus, les énoncés et les déroulements proposés. Le logiciel Mathador propose également des tâches et un itinéraire avec différents niveaux de difficultés conçus par le concepteur du jeu et le réseau Canopé. Les *data* sont les traces de l'activité de l'élève lors de la pratique du logiciel qu'il soit utilisé en classe ou en autonomie à la maison. Ceci a motivé notre recueil de données et nos analyses de séances. Nous retenons également la distinction entre la tâche et l'activité[3] mais aussi la méthodologie d'analyse en trois axes : les contenus, les formes de travail des élèves et les interactions.

Les travaux en calcul mental nous ont permis de construire les tests, analyser les tâches proposées aux élèves et les résultats. Nous nous sommes appuyée sur les tests et la notion de Number Sense développés par MacIntosh (1997), certains de ses items ont été repris pour les tests proposés aux élèves participant au projet.

Une hypothèse de travail est que le logiciel aiderait à effectuer la mémorisation des faits numériques, dont l'importance et la difficulté de son rappel (Fischer, 1987) ont été confirmées par divers travaux et tests notamment pour les faits multiplicatifs (Chesné, 2014; Grapin, 2015) . La notion de hiérarchisation des procédures de calcul selon le coût en connaissances développée par Butlen (2007) a profondément influencé notre analyse a priori des tâches proposées par le jeu Mathador.

2 Méthodologie de recueil et d'analyse

Afin de déterminer les effets possibles du logiciel, les connaissances des élèves d'un groupe témoin et celles d'un groupe d'élèves utilisant le logiciel Mathador ont été analysées à partir de tests (portant principalement sur les nombres entiers).

Ces tests ont été créés en collaboration avec le laboratoire Paragraphe, puis ont été posés à l'identique en post-test après cinq mois de pratique du logiciel par les élèves. Les résultats de ces tests nous permettent de faire un état des lieux des connaissances des élèves pour chaque niveau du cycle trois avant et après l'expérimentation.

[3] La tâche est du côté de l'énoncé, l'activité est du côté de sa réalisation incluant ce « qu'il pense, va penser après l'action (éventuellement), ou a pensé pour le faire » (Robert & Rogalski, 2002)

Les 87 items, identiques pour les trois niveaux scolaires, ont été passés par 495 élèves de 15 classes Mathador participant au projet et de 15 classes témoins associées (une classe de CM1, deux classes de CM1/CM2, six classes de CM2 et six classes de 6e). Les connaissances ciblées sont les décompositions, la connaissance des faits numériques, des techniques opératoires, du calcul mental, des questions en ordre de grandeur et des problèmes. L'analyse des tests des classes témoins a permis de déterminer le niveau de réussite des élèves aux questions posées, l'évolution de ces réussites au cours du cycle trois mais également d'observer le fait que selon les items ce ne sont pas les mêmes profils d'élèves qui enrichissent leurs connaissances en CM1, en CM2 et en sixième. Par exemple, si l'on considère l'item portant sur la division par 10, ceux qui le réussissent en CM1 sont des élèves performants dans les tests alors que les élèves de sixième qui enrichissent leur connaissance sur cet item font partie d'élèves de profil « moyen moins ». Ceci montre qu'il n'est pas suffisant de regarder s'il y a un enrichissement ou non des connaissances mais qu'il faut chercher quel type d'élève est impacté par cet enrichissement.

Pour les élèves des classes témoins les connaissances évaluées en fin de projet sont fonction des connaissances initiales et des pratiques des enseignants. Pour les classes Mathador, les connaissances utilisées dans le jeu sont elles-mêmes dépendantes de celles qui sont « embarquées » dans le logiciel et des connaissances initiales des élèves. La figure 2 schématise les différentes connaissances analysées (les connaissances testées en début et en fin d'année, les connaissances susceptibles d'être utilisées lors de la fréquentation du logiciel et celles qui le sont réellement et les pratiques des enseignants) ainsi que leurs interactions.

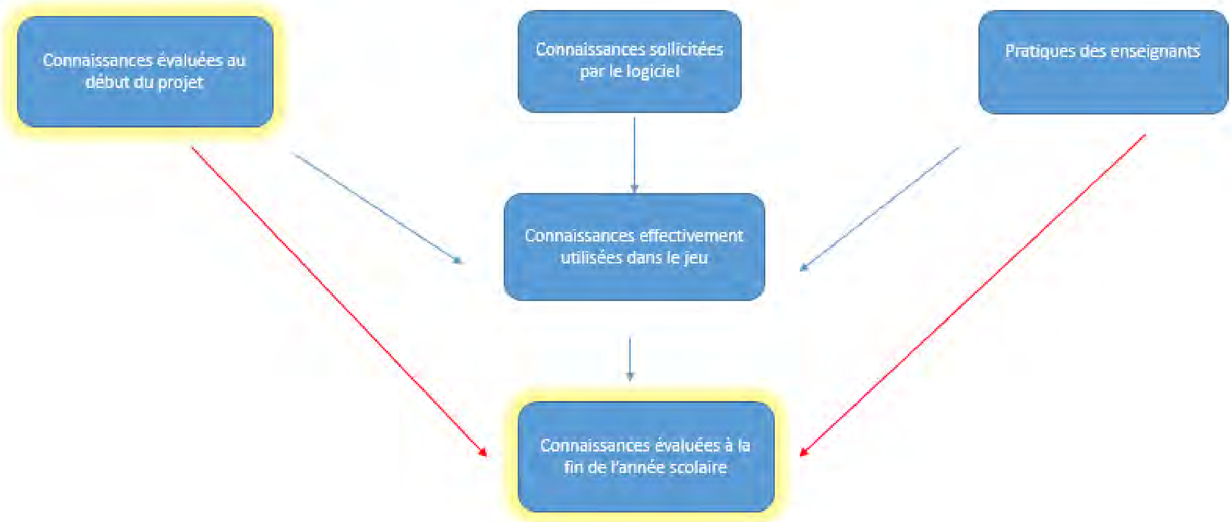


Figure 2. Méthodologie générale d'analyse

Les connaissances évaluées en début et en fin de projet l'ont été à partir de tests statistiques. Nous ne ferons qu'évoquer cette partie qui a fait l'objet d'une communication antérieure (Ludier, 2019).

Une analyse a priori des tâches proposées par le logiciel a permis de définir des combinaisons en lien avec les décompositions des nombres cibles et le niveau des connaissances ce qui a rendu possible la construction d'indicateurs permettant d'analyser les data. Les pratiques des enseignants (des classes Mathador) ont également été analysées. La comparaison entre les élèves des classes témoins et Mathador des connaissances évaluées en fin de projet permet d'évaluer les effets du logiciel sur les apprentissages.

Dans le paragraphe suivant nous exposons le vocabulaire utilisé et l'analyse a priori des tâches proposées par le logiciel.

III - CONNAISSANCES SUSCEPTIBLES D'ÊTRE MOBILISÉES LORS DE L'UTILISATION DE MATHADOR

1 Vocabulaire et règles du jeu

Résoudre un tirage consiste à combiner tout ou une partie des nombres outils pour obtenir le nombre cible. Une combinaison des nombres outils permettant d'atteindre le nombre cible est une **solution** du tirage. Pour le calcul du score associé à une solution (calculs permettant d'obtenir le nombre cible à partir des nombres outils) à ce tirage, l'utilisation d'une addition ou d'une multiplication donne 1 point, d'une soustraction, 2 points et d'une division, 3 points. L'utilisation conjointe de ces quatre opérations dans la combinaison donne une solution appelée « coup Mathador » et conduit à un score de 13 points. Par exemple : pour un nombre cible de 18 avec tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7, la solution « $1 + 4 + 6 + 7$ » est associé le score de 3 points, alors que la solution « $1 + 4 + 6 + 7/1$ », est associé le score de 6 points (la division pouvant s'effectuer à n'importe quelle étape). Le nombre « 1 » joue un rôle particulier car il peut permettre de gagner des points dans le jeu.

2 Vocabulaire relatif aux connaissances et combinaisons

Les solutions ont été classifiées en différents types de combinaisons qui proviennent des décompositions du nombre cible ; ce travail a ensuite été affiné en fonction du niveau des connaissances exigées pour l'utilisation de ces décompositions. Pour un tirage donné, il est possible d'utiliser une **solution par combinaison additive**, une **solution par combinaison multiplicative (avec ou sans ajustement**), ou une **solution par combinaison mixte** qui utilise la somme de deux multiplications ou divisions (avec ou sans ajustement). Pour la définition des combinaisons, les éventuelles multiplications ou divisions par le nombre « 1 », destinées uniquement à augmenter le score, ne sont pas prises en compte. J'ai montré dans ma thèse (Ludier, 2022) que toutes les solutions relèvent de ces types de combinaisons.

Une **<u>solution par combinaison additive</u>** est une solution dans laquelle seules des additions ou des soustractions sont utilisées.

Une **<u>solution par combinaison multiplicative avec (ou sans) ajustement</u>** M(A) est une solution qui correspond à une décomposition de C de la forme C = X $\overset{\times}{\div}$ Y ± A avec X et Y qui peuvent être des nombres outils, ou des nombres construits à partir des nombres outils, A est un nombre outil ou un nombre construit à partir des nombres outils par combinaison additive de nombres outils, A est nommé **ajustement**. Le symbole $\overset{\times}{\div}$ représente une multiplication ou une division.

Une **<u>solution par combinaison mixte MI ou MIA</u>** (lorsqu'il y a ajustement) est une solution qui correspond à une décomposition de C en **une somme ou différence de produits ou quotients** de la forme : C = X $\overset{\times}{\div}$ Y ± Z $\overset{\times}{\div}$ V ± A ; $\overset{\times}{\div}$ est une multiplication ou une division et A est un nombre outil, X, Y, Z et V sont des nombres outils ou des nombres obtenus par des combinaisons additives ou multiplicatives. A est l'**ajustement**.

Ces différentes combinaisons basées sur les décompositions des nombres ne sont pas suffisantes pour refléter le niveau de connaissances nécessaire à leur utilisation. En nous référant à la typologie de Robert (1998) – adapté dans le cadre de cet outil numérique – nous avons défini trois niveaux de mise en fonctionnement des connaissances dans le cadre de la résolution des tâches du jeu « Mathador ». Nous donnons des exemples à partir du tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18 qui est notre tirage de référence.

Une connaissance est **activée** lorsque l'élève est amené à la fréquenter et ceci qu'elle fasse ou non partie de ses connaissances préalables. Par exemple, si l'élève choisit le produit « 4×6 », le résultat « 24 » s'affiche. L'élève peut ainsi associer le produit « 4×6 » avec son résultat, **activant** le fait numérique « $4 \times 6 = 24$ ». La solution « $4 \times 6 - 7 + 1$ » obtenue par activation du produit « 4×6 » est qualifiée de combinaison multiplicative « simple » car le produit est seulement activé. « $-7+1$ » est l'ajustement additif. C'est le seul niveau de mise en fonctionnement recherché dans le jeu pour le champ additif.

Une connaissance est **convoquée** lorsqu'un indice implicite permet de l'inciter à l'utiliser. Par exemple, lorsqu'un nombre outil est un diviseur du nombre cible. La mise en relation suggérée de ces deux nombres permet de penser à une solution utilisant cette décomposition multiplicative : par exemple, avec le tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18. Le nombre cible est « 18 » et « 6 » est un nombre outil (l'élève est incité à utiliser la décomposition « $18 = 3 \times 6$ ») « 3 » devient un nouveau nombre cible à atteindre en utilisant les quatre nombres outils restants, une sous-tâche est ainsi créée. La solution « $(4-1) \times 6$ » est une combinaison multiplicative complexe sans ajustement MC1 avec la création du terme « $4-1$ » par une soustraction, « 6 » étant un nombre outil.

Une connaissance est **disponible** lorsqu'elle est utilisée spontanément. Par exemple, avec le tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18. Le nombre cible est « 18 ». L'élève utilise la décomposition multiplicative « $18 = 2 \times 9$ », en l'absence des nombres « 2 » et « 9 » parmi les nombres outils. La solution « $(6-4) \times (1+1+7) = 18$ » est une combinaison multiplicative complexe sans ajustement MC2 avec la création des deux termes « $6-4$ » et « $1+1+7$ » par addition ou soustraction.

Afin d'affiner les catégories, des chemins ont été définis à partir de l'opération (ou des opérations) qui le(s) caractérise. Nous explicitons cette notion avec les solutions du tirage précédent.

3 Hiérarchisation des solutions : exemple du tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18

Identifier les chemins permet de classer et hiérarchiser les solutions ; l'échelle retenue repose sur le coût en connaissances : leur nature (en distinguant les additions et soustractions d'une part et les multiplications et divisions d'autre part) et leur mode de restitution (mise en fonctionnement de type activation, convocation ou disponibilité). Le tableau ci-dessous expose les différents chemins permettant la résolution du tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18, ainsi que les connaissances nécessaires pour emprunter chacun de ses chemins.

Type de combinaison	**A**	**MSA**	**MC**	**MCA**	**MC2**	**MC2A**	
Chemin	additif	6×4	3×6	2×7	2×9	5×5	3×8
Solution	$6+4+7+1$	$6 \times 4 - 7 + 1$	$6 \times (4-1)$	$(1+1) \times 7 + 4$	$(6-4) \times (7+1+1)$	$(4+1) \times (6-1) - 7$	$(4-1) \times (7+1) - 6$
Connaissances à mobiliser							
Addition/soustraction	oui	oui	oui	oui	oui	oui	oui
Tables de multiplication : (activation des produits utilisés)		oui	oui	oui	oui	oui	oui
Décomposition multiplicative (convocation évoquée par un nombre outil)			oui	oui			
Décomposition multiplicative (disponibilité)					oui	oui	oui
Décomposition avec ajustement				oui		oui	oui

Tableau 1. Les différents chemins correspondants aux différentes solutions du tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18

Une conclusion de cette analyse est que pour un même tirage, il y a différentes manières de le solutionner ; ces différentes solutions relèvent de différentes combinaisons qui ne requièrent pas les mêmes connaissances.

La mise en œuvre de chaque chemin active des connaissances sollicitant des faits numériques additifs mais seuls les chemins en « 2×7 », « 5×5 » et « 3×8 » nécessitent la disponibilité de (dé)compositions mixtes nécessitant une multiplication et un ajustement additif.

Le coût en connaissances est le critère de hiérarchisation de la première échelle considérée. Cette qualité est déterminée en fonction des combinaisons qui renvoient à des (dé)compositions. Le chemin additif est celui qui est le moins coûteux en connaissances : il active des connaissances sur l'addition et/ou la soustraction. Le chemin en « 4×6 » relevant d'une combinaison MSA active des connaissances sur la multiplication et l'addition. Les chemins en « 3×6 » et en « 2×7 » relevant de combinaisons MC ou MCA convoquent des connaissances sur la multiplication et en activent sur l'addition et la soustraction, mais l'ajustement dans le chemin en « 2×7 » crée une difficulté non présente dans le chemin en « 3×6 ». Les trois chemins en « 2×9 », « 3×8 » et « 5×5 » relevant de combinaisons MC2 ou MC2A demandent la disponibilité de certains faits numériques. Cette échelle serait à affiner car la nature des faits numériques en jeu est à prendre en compte : la convocation du fait numérique « $2 \times 3 = 6$ » n'est pas équivalente à celle du fait numérique « $3 \times 17 = 51$ ». Dans le cas de ce tirage, tous les faits numériques multiplicatifs sont issus des tables de multiplication. Le classement suivant selon le coût en connaissance pour le tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18 est le suivant :

Chemin additif ; chemin en « 6×4 » ; chemin en « 3×6 » ; chemin en « 2×7» ; chemin en « 2×9» ; chemins en « 5×5 » et en « 3×8 ».

Un deuxième critère de tri des solutions est le score obtenu dans le jeu. Le tableau suivant permet de comparer les deux classements selon la richesse des connaissances mises en jeu et selon le score.

Connaissances (de celles qui en demandent le moins vers celles qui en demandent le plus)	Score (du plus petit au plus grand)	
Chemin additif	Chemin en « 2×7 »	3 points
	Chemin additif (minimal[4])	
	Chemin en « 3×6 » (minimal)	
Chemin en « 6×4 »	Chemin en « 6×4 » (minimal)	4 points
Chemin en « 6×3 »	Chemins en « 2×9 » et en « 5×5 »	5 points
Chemin en « 2×7 »	Chemin additif et chemin en « 3×8 »	6 points
Chemin en « 2×9 »	Chemin en « 3×6 »	9 points
Chemin en « 5×5 » et chemin en « 3×8 »	Chemin en « 6×4 »	13 points

Tableau 2. Les deux échelles de classement des solutions : selon le coût en connaissances à gauche et selon le score à droite

[4] Le chemin minimal est celui sans sophistication destinée à augmenter le score ;

Par exemple, le chemin en « 2×7 » surligné en jaune, demande des connaissances importantes, le score associé est de 3 points alors que le chemin en « 6×4 » qui ne demande que l'activation de ce produit conduit avec une division par « 1 » au coup Mathador.

La conclusion de cette analyse est que le score obtenu dans le jeu, ne reflète pas complétement le degré de connaissances nécessaires pour résoudre le tirage et, en conséquence que l'objectif du joueur (obtenir un bon score) et l'objectif de l'apprenant (enrichir ses connaissances) ne sont pas identiques**.**

Dans le paragraphe suivant, nous observons quelles connaissances sont réellement utilisées par les élèves dans le cadre du jeu.

IV - CONNAISSANCES ACTIVÉES, MOBILISÉES ET DISPONIBLES DANS LE JEU MATHADOR

Le fichier de l'année une comprend 177 824 épreuves gagnées par des élèves de cycle trois. Ces épreuves correspondent à des tirages presque tous différents, les tirages étant choisis aléatoirement pour un niveau de jeu donné. Une ligne de calcul correspond aux données recueillies pour un tirage, elle comprend des informations sur les données du tirage, les calculs effectués par les élèves, le temps de début et de fin d'épreuve…

Les tirages sont aléatoires, chacun est proposé à un nombre restreint d'élèves. Cette base est donc composée d'un très grand nombre d'épreuves correspondant à des tirages différents : les tâches proposées aux élèves ne sont pas identiques.

Pour que tous les élèves soient confrontés à une même tâche, nous avons demandé à l'équipe informatique en charge du logiciel que plus de 200 tirages (comprenant les tirages du cycle trois – CM1, CM2, sixième – du concours) soient proposés à tous les élèves. Ceci permet un traitement différent des deux bases, apportant des renseignements complémentaires sur les procédures employées par les élèves.

1 Résultats de l'analyse de la base de l'année une

Après avoir déterminé quelles connaissances l'élève est susceptible de rencontrer en fréquentant le jeu, nous recherchons celles qui le sont effectivement. Pour ce faire il faut être en mesure d'analyser les data. Cette analyse demande la construction d'indicateurs permettant de déterminer les différents types de combinaisons définies lors de l'analyse a priori. Trois types d'opérateurs ont été construits : des opérateurs outils recherchant une connaissance en particulier, par exemple si l'élève utilise une division par « 1 », des opérateurs recherchant les combinaisons utilisées par les élèves et des opérateurs recherchant spécifiquement des décompositions multiplicatives. Dans cette analyse, nous avons séparé les combinaisons multiplicatives ayant pour opération la multiplication de celles ayant pour opération une division.

1.1 Combinaisons utilisées

L'analyse de la base de l'année une nous a permis de hiérarchiser les combinaisons en fonction du pourcentage d'utilisation par les élèves. Nous obtenons le classement suivant :

- Combinaison additive (50%)
- Combinaison multiplicative simple (33%)
- Combinaison multiplicative complexe (8%)
- Combinaison multiplicative comprenant une division (4%)
- Combinaison mixte (1%)

Nous retenons de ce classement que plus de 80 % des combinaisons utilisées sont des combinaisons additives ou multiplicatives simples qui ne requièrent que l'activation des connaissances.

1.2 Opérations utilisées

Nous avons également recherché la répartition des opérations utilisées afin de voir quels faits numériques sont les plus impactés par l'utilisation du logiciel. Le diagramme ci-dessous visualise cette répartition

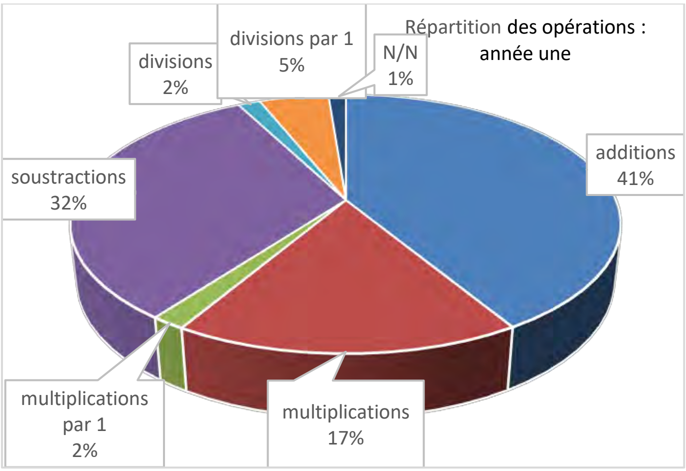


Figure 3. Répartition des opérations

73% des opérations sont des additions ou des soustractions. Nous relevons de plus un score important d'utilisation du nombre 1 : 2% de multiplications et 5% de divisions. C'est un effet lié au calcul du score avec l'utilisation de stratégies de surface (à partir d'une solution trouvée par l'élève, une stratégie de surface consiste à la sophistiquer afin de gagner plus de points dans le jeu). Le logiciel mobilise peu de divisions, contrairement à ce que pourrait laisser penser le calcul du score : seulement 2% des opérations et parmi celles-ci la moitié sont des divisions par 2.

Les décompositions multiplicatives du nombre cible représentent 5% des solutions, ce type de solution n'est pas spécifiquement recherché par les élèves.

2 Résultats de l'analyse de la base de l'année deux

L'année deux, nous avons analysé de manière différente en sélectionnant certains tirages. Nous détaillons ci-dessous les résultats du tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18 qui a été réussi par 751 élèves.

Connaissances (de celles qui en demandent le moins vers celles qui en demandent le plus)	**Score (du plus petit au plus grand)**		**Utilisation par les élèves(pourcentage d'utilisation décroissant)**	
Chemin additif	Chemin en « 2 × 7 » Chemin additif (minimal) Chemin en « 3 × 6 » (minimal)	3 points	Chemin additif	67 ,5 %
Chemin en «6 × 4 »	Chemin en « 6 × 4 » (minimal)	4 points	Chemin en « 6 × 4 »	25 %
Chemin en «6 × 3 »	Chemins en « 2 × 9 » et en « 5 × 5 »	5 points	Chemin en « 6 × 3 »	4,8 %

Chemin en « 2 x 7 »	Chemin additif et chemin en « 3×8 »	6 points	Chemin en « 2 x 7 »	2,2 %
Chemin en «2×9 »	Chemin en « 3×6 »	9 points	Chemin en « 2×9»	0,3 %
Chemin en «5×5 » et chemin en «3×8 »	Chemin en « 6×4 »	13 points	Chemin en « 5×5»	0,2 %
			Chemin en « 3×8 »	0

Tableau 3. Les trois échelles : celle des connaissances, celle du score et celle du pourcentage d'utilisation par les élèves pour le tirage 1 – 1 – 4 – 6 – 7 → 18

Le chemin additif est emprunté par 67,5% des élèves, le chemin en « 6×4 » par 25% : plus de 90% des élèves utilisent un de ces deux chemins qui sont ceux requérant le moins de connaissances. Nous observons que pour ce tirage, les échelles des connaissances et celle de l'utilisation par les élèves donnent un classement similaire. Nous concluons de cette étude que la conception du logiciel ne favorise pas l'utilisation de connaissances les plus riches et que les connaissances engagées par les élèves sont diverses selon les tirages et selon les élèves. Dans le chapitre suivant, nous analysons l'influence possible des pratiques des enseignants sur les connaissances utilisées lors du jeu.

V - LES PRATIQUES EN CALCUL MENTAL (AVEC ET SANS LE LOGICIEL MATHADOR) D'ENSEIGNANTS IMPLIQUÉS DANS LE PROJET

9 enseignants ont été observés certains sur deux années, d'autres sur une seule et ceci sur plusieurs types de séances : des séances de calcul mental sans référence au jeu Mathador (SSM), des séances de jeu avec Mathador (SRM), et en particulier la première séance (SIM) et enfin pour certains enseignants des séances créées pour faire le lien entre le jeu et le calcul mental (SIMP). Les analyses effectuées nous ont amenée à distinguer trois grands types de logiques sous-jacentes aux pratiques observées : une logique privilégiant l'aspect ludique du logiciel (l'élève joueur), une logique privilégiant les apprentissages des élèves et les aspects didactiques (l'élève apprenant), une logique basée sur une confiance très forte dans le numérique (l'élève numérique). Ces trois logiques découlent des particularités du logiciel qui a une composante numérique, une composante jeu et une composante d'apprentissage. Ces logiques sont souvent imbriquées. Nous développons dans ce texte les pratiques de deux enseignants Dominique et Claude, les pratiques du premier s'inscrivant principalement dans une logique de type « joueur » alors que celle du second s'inscrivent dans une logique de type apprentissage. La logique numérique se caractérise en creux par l'absence d'indicateurs des deux autres types de logique.

Quatre séances de Dominique ont été analysées : deux SRM (séances régulières avec le logiciel Mathador) et deux SIMP (séances d'intégration d'une pratique de « Mathador » dans le projet global d'enseignement du calcul mental). Des indicateurs de cette logique sont présents lors de ces deux types de séances.

1 Dominique et la logique de joueur

Lors de première séance SIMP observée (celle que nous détaillons ici), Dominique propose deux tirages à ses élèves de sixième : 14 – 7 – 8 – 1 – 1 → 14 et 3 – 1 – 5 – 4 – 8 → 11

La première observation concerne le peu d'intérêt mathématique de ces deux tirages (élèves de sixième). Dans le premier le nombre cible est également un nombre outil. Dans le jeu, il est nécessaire de faire au moins une opération, une multiplication ou division par « 1 » est donc nécessaire ; il est également possible d'obtenir le nombre cible « 14 » à partir de la décomposition multiplicative « $14 = 2 \times 7$ ». Le deuxième tirage a pour cible un nombre premier, l'utilisation d'une décomposition multiplicative n'est donc pas l'objectif. Nous observons deux nombres « 1 » présents parmi les nombres outils du premier tirage, un nombre « 1 » présent dans le deuxième ainsi que la possibilité d'en créer un autre par différence « $5-4$ ». Le choix de ces tirages s'inscrit donc dans une logique de joueur. Ceci est accentué par la méthodologie de recherche proposée aux élèves : dans un premier temps (très court) ils doivent proposer une solution puis dans un deuxième temps réfléchir en groupe à une autre solution ayant un score plus important.

Nous développons le travail effectué durant le deuxième tirage : 3 – 1 – 5 – 4 – 8 → 11. Dans un premier temps, la solution de type combinaison additive est proposée, sous la forme la plus simple « $8+3$ » puis en divisant par « 1 » : « $(8+3):1$ ». Dans un deuxième temps, deux « coups Mathador » sont exposés : le chemin en « 3×5 » avec une division par « 1 » : conduisant à une solution de type combinaison MSA « $(3\times 5+4-8):\ 1$ » et une solution de type combinaison MC2, sophistication du chemin additif, dans laquelle un nombre « 1 » est créé par soustraction et utilisé dans une multiplication, puis une autre division par « 1 ». Ceci permet de réaliser un « coup Mathador » : « $(8+3)\times(5-4):1$ ».

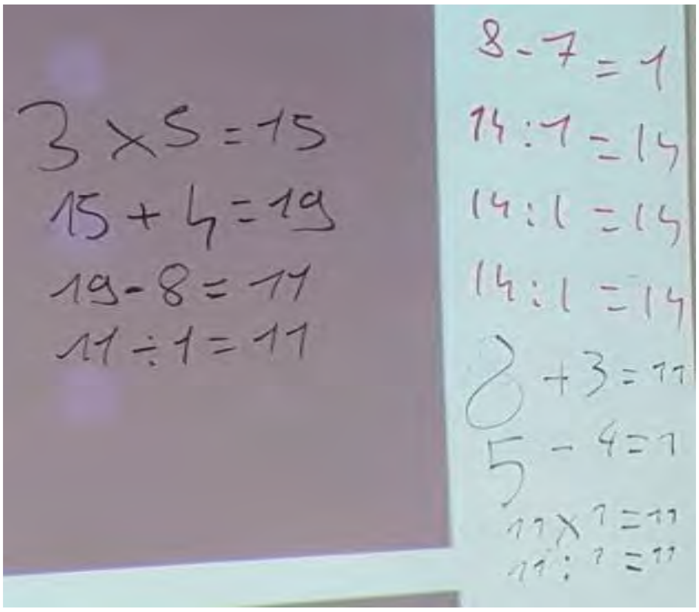


Figure 4. Tableau de Dominique concernant le tirage : 3 – 1 – 5 – 4 – 8 → 11

Les modalités de travail sont un des critères relevant de cette logique avec un premier temps rapide et un deuxième temps permettant de sophistiquer la solution trouvée pour gagner des points, ou d'en trouver une autre. Les interactions sont centrées presque exclusivement sur le score obtenu et l'utilisation de « 1 » est privilégiée. L'enseignant félicite les élèves qui pensent à diviser par « 1 » plutôt que multiplier par « 1 », ce qui fait gagner deux points dans le jeu. L'objectif de l'enseignant est, à partir de cette première solution, de trouver des « stratégies de surface » permettant de gagner des points : recréer un nombre outil existant par division, diviser par « 1 » … La hiérarchisation des solutions s'effectue sur la base du score obtenu pour chaque solution et un score minimum est attendu par l'enseignant.

Pour les deux tirages de cette séance, les combinaisons rencontrées sont additives et multiplicatives simples ; les combinaisons multiplicatives complexes ne sont présentes que pour créer un nombre « 1 », afin d'augmenter le score. Les divisions par « 1 » sont systématiquement présentes dans le deuxième temps et fréquentes dès la mise en commun intermédiaire. C'est une procédure automatisée par les élèves : diviser par « 1 » (lorsqu'il est présent parmi les nombres outils non utilisés) permet de gagner des points. Le professeur met l'accent sur l'utilisation du nombre « 1 ». Cette utilisation a fait l'objet d'un apprentissage comme le montre l'extrait suivant : « Ah excellent ! il aurait pu me dire quoi ? Il n'y a pas longtemps il m'aurait dit 14 fois 1, il a pensé à diviser ah beh c'est bien ! ». Il en est de même pour le nombre « 0 » qui permet d'augmenter le score (notamment par une soustraction) et permet de produire un « coup Mathador ». Ce que confirme le professeur à la suite d'une demande d'un élève (voir ci-dessous) :

Élève : est-ce qu'on peut faire zéro ?

Dominique : Oui. Un moins un, zéro et le rajouter après, ça va marcher, par contre, si tu divises par zéro, c'est compliqué.

Dominique conduit le moment d'explicitation qui suit le premier tirage avec l'objectif de montrer comment le joueur peut augmenter son score et explicite les stratégies de surface « Souvent on part de la même base et puis après tu modifies la fin ». Lors des **SRM** Dominique fixe des objectifs de score et recueille les scores :

Dominique : Alors il y a eu des scores sur chrono ou pas ?

Élèves : Oui !

E1 : 73

E2 : 86

E3 : Monsieur 81

E4 : 78

Dominique : C'est excellent, toi, je l'ai pas vu. (…) Bon qui arrive autour de cent là ? C'est très bien en trois minutes, faire cent points, c'est très bien. Allez, il reste dix minutes…

Dominique : Pendant trois minutes, tu fais un maximum de points, si tu dépasses 50, c'est bien ; et si tu arrives autour de 100, c'est vraiment super, c'est rare, moi je n'y arrive pas toujours.

Une partie importante des interactions que ce soit lors des SIMP ou lors des SRM sont liées au calcul du score, de plus Dominique dit ne pas faire d'autre type de calcul mental que celui présenté autour du jeu Mathador.

2 Claude et la logique d'« apprenant »

Lors d'une SIMP, Claude a proposé à ses élèves (CE2-CM1) le tirage suivant : 2 – 3 – 5 – 8 – 17 → 50. L'enseignant donne en premier le nombre cible et fait rechercher par ses élèves diverses décompositions ; les élèves recherchent durant 3 minutes la solution individuellement puis les montrent sur leurs ardoises. Un élève propose une solution de type MC1 : « $(17 + 8) \times 2$ ». L'extrait suivant permet d'observer comment Claude amène ses élèves à explorer de nouvelles décompositions.

Enseignant : Quelles connaissances tu as sur « 50 » ? C'est un nombre dont on sait quoi ?

Élève 1 : Que la moitié, c'est 25.

Enseignant : Que la moitié c'est 25, donc en arrivant à 25... au vu des nombres que tu avais, on pouvait atteindre 50.

Élève 1 : Oui.

Enseignant : Qu'est-ce qu'on sait d'autre sur « 50 » ? Qui permet aussi d'envisager une solution ?

Élève 2 : La moitié 25.

Enseignant : On vient de le dire, la moitié 25, qu'est-ce qu'on sait d'autre ?

Élève 3 : Que c'est 5 fois 10.

Enseignant : Que c'est 5 fois 10, donc là on a 25 ; est-ce que quelqu'un a utilisé une stratégie qui utilisait le 5 fois 10 quelque part ?

Élève 3 : 2 plus 8 égal 10 et 10 fois 5 égal 50.

Enseignant : Exactement, c'est une manière simple d'aboutir à 50.

Claude demande à l'élève comment il a procédé, puis ce que l'on sait d'autre sur « 50 ». De fil en aiguille, il invite les élèves à parler de l'utilisation de « 5 fois 10 » : « *manière simple d'obtenir le résultat* » et un élève propose « $(2 + 8) \times 5$ » qui était la solution attendue par l'enseignant.

De l'analyse de cette partie portant sur les pratiques des enseignants, nous mettons en lumière des logiques différentes (logique de joueur et logique d'apprenant) qui amènent les élèves à des apprentissages différents, dans le premier cas centrés sur le score dans le jeu dans le second sur différentes décompositions d'un nombre. La logique ludique laisse à la charge de l'élève le transfert de ses connaissances dans le cadre du jeu.

VI - CONCLUSION : EFFETS DIFFÉRENCIÉS DE LA FRÉQUENTATION DU LOGICIEL ET DIFFÉRENCIATION PASSIVE

1 Effets différenciés

De l'analyse des tests par le cogniticien S. Puma, nous retenons qu'un effet global positif est mesuré (en prenant toutes les questions) pour les niveaux CM1 et CM2 et nous ne pouvons pas conclure en sixième. Une analyse plus fine ne nous a pas permis de dégager de cohérence sauf sur les faits multiplicatifs pour lesquels un impact est mesuré. Nous concluons également que les élèves ne font pas tous les mêmes apprentissages selon leur degré de performance dans les tests (certains élèves développent des connaissances dans les structures additives, d'autres dans les structures multiplicatives) et il semblerait que l'effet mesuré soit la somme de petits effets disparates (selon le degré de performance des élèves).

2 Différenciation passive

Nous avons obtenu divers résultats dans les parties précédentes. L'analyse a priori a montré qu'un même tirage peut être résolu par des solutions qui ne requièrent pas les mêmes connaissances, ni le même degré de connaissance et que le score ne reflète pas les connaissances mises en jeu par les élèves. L'analyse des data montre que les élèves utilisent très majoritairement les solutions les plus économiques du point de vue des connaissances et des stratégies de surface afin d'augmenter le score. Les élèves ont de plus la possibilité de choisir les tirages en en « passant » certains c'est à dire en choisissant de ne pas les solutionner et en demandant au logiciel d'en proposer un autre. Les élèves faibles vont choisir des tirages simples et utiliser des connaissances basiques Des élèves plus performants vont réaliser des tâches différentes requérant des connaissances plus riches.

Les enseignants ne contrôlent pas le choix des tirages et la progression dans le jeu ne reflète pas une progression fondée sur les niveaux de connaissance permettant par exemple aux enseignants de choisir de faire travailler via le jeu telle ou telle compétence (les décompositions multiplicatives de « 48 » par exemple en favorisant des tirages dont une solution est axée vers cette compétence). Les pratiques des enseignants sont diverses mais la plupart d'entre eux, lors de l'institutionnalisation hiérarchisent les solutions en fonction du score et ne retiennent que celles qui permettent d'obtenir le score le plus important. Les tests montrent des apprentissages divers, difficilement interprétables en termes de cohérence.

De tous ces éléments nous concluons à une forme de différenciation passive (Rochex & Crinon, 2011) qui s'effectue à l'insu de l'enseignant. Les savoirs s'estompent même parfois au profit de la mise en activité et la motivation des élèves. Afin d'éviter ce travers, nous pouvons imaginer des pistes d'amélioration du logiciel notamment avec un score basé sur le niveau de connaissances utilisées, mais aussi un accompagnement des enseignant afin de les outiller dans la compréhension des solutions.

BIBLIOGRAPHIE

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique : Recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques.* Presses Univ. Franche-Comté.

Chesné, J.-F. (2014). *D'une évaluation à l'autre : Des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*. Doctoral dissertation, Université Paris-Diderot (Paris 7).

Fischer, J.-P. (1987). L'automatisation des calculs élémentaires à l'école. *Revue française de pédagogie*, 80(1), 17 – 24.

Grapin, N. (2015). *Étude de la validité de dispositifs d'évaluation et conception d'un modèle d'analyse multidimensionnelle des connaissances numériques des élèves de fin d'école*. Doctoral dissertation, Université Paris-Diderot (Paris 7).

Ludier, I. (2019). Le jeu Mathador et le calcul mental. Dans *Actes du 46e colloque de la Copirelem*, Lausanne, 497 – 498.

Ludier, I. (2022). *Évolution des connaissances en calcul mental des élèves du cycle trois et influence d'une pratique régulière du logiciel Mathador sur les apprentissages*. Doctoral dissertation, CY Cergy Paris Université.

McIntosh, A., Reys, B., Reys, R., Bana, J. et Farrell, B. (1997). *Number sense in school mathematics : Student performance in four countries.* Perth, Australia : Mathematics, Science & Technology Education Centre, Edith Cowan University.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Vol. 18 (2), 139 – 190.

Robert, A. (2008). *La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.* Toulouse : OCTARES, 2008.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques: une double approche. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 2(4), 505 – 528.

Rochex, J.-Y. et Crinon, J. (2011). *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes, Presses universitaires de Rennes.

UNE DÉMARCHE D'ENSEIGNEMENT À PARTIR DE CONTES MATHÉMATIQUES : COMMENT ASSURER LA PÉRENNITÉ DU PRODUIT DÉVELOPPÉ SANS LE DÉNATURER ?

Dominic VOYER
Professeur, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI
dominic_voyer@uqar.ca

Marie-Pier FOREST
Doctorante, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI
marie-pier.forest@uqar.ca

Marie-Pier GOULET
Professeure, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES
marie-pier.goulet@uqtr.ca

Résumé
La pertinence d'avoir recours à la résolution de problèmes pour enseigner et apprendre les mathématiques est reconnue par de nombreux écrits (Fagnant et Vlassis, 2010). Or, l'actualisation de cette approche pédagogique en classe engendre plusieurs défis pour les personnes enseignantes, notamment celui d'avoir accès et de choisir des problèmes mathématiques qui conviennent aux apprentissages visés (Lajoie et Bednarz, 2014). Pour contribuer à relever ce défi, une recherche-développement a permis d'élaborer une série de contes mathématiques visant à enseigner la numération positionnelle par la résolution de problèmes à des élèves de 6 à 8 ans. Nos contes sont des histoires fictives dans lesquelles les personnages principaux ont besoin des mathématiques pour se sortir des difficultés qu'ils rencontrent. Sous la forme de capsules vidéos, ils sont accompagnés de fiches d'animation pour soutenir les personnes enseignantes dans le pilotage des activités mathématiques. Ce texte présente le processus de cette recherche-développement (Voyer, Forest et Cabot Thibault, 2021), puis les résultats associés à l'objectif de recherche, qui était d'évaluer l'effet de l'approche sur la compréhension conceptuelle de la numération positionnelle des élèves. Les analyses statistiques montrent une augmentation de la compréhension conceptuelle chez les élèves des classes expérimentales (Voyer, Lavoie, Goulet et Forest, 2018). Ce texte présente également le prolongement du projet de recherche dans l'optique de rendre les contes mathématiques développés accessibles à tous ceux et celles qui souhaiteraient les utiliser. Nous témoignons ainsi des idées et des solutions mises de l'avant pour la diffusion du produit développé.

I - MISE EN CONTEXTE DE L'ORIGINE DU PROJET

Ce projet de recherche a émergé d'un besoin des acteurs du milieu de pratique, alors que ces derniers étaient soucieux des difficultés vécues par les jeunes élèves en numératie, en particulier dans les écoles issues de milieux socioéconomiques défavorisés. Pour les acteurs du milieu de pratique comme pour l'équipe de recherche, l'intention première était donc la réussite des élèves en mathématiques, et c'est notamment par le biais de contes mathématiques et d'un accompagnement du personnel enseignant que cette intention s'est concrétisée.

Ce texte relate ainsi les grandes lignes de ce projet de recherche qui s'est déroulé sur une période de plus de dix ans. Nous présenterons d'abord brièvement le processus de recherche-développement (RD) ayant mené à l'élaboration de contes mathématiques dans une optique d'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes (Voyer, Forest et Cabot-Thibault, 2021). Ensuite, les principaux résultats quantitatifs de cette recherche seront exposés (Voyer, Lavoie, Goulet et Forest, 2018). Ces deux premières sections nous amèneront enfin à approfondir la diffusion du produit développé, c'est-à-dire l'approche des contes mathématiques telle qu'elle a été expérimentée dans le cadre du projet. Nous discuterons du compromis que nous avons tenté de trouver pour rendre le produit disponible en libre accès afin d'en assurer la pérennité, mais sans le dénaturer.

II - PROCESSUS DE RECHERCHE-DÉVELOPPEMENT

Ce projet de RD s'inscrit dans la grande famille des recherches appliquées visant à soutenir l'amélioration de situations éducatives. La RD se distingue toutefois par « sa double finalité de développement (concevoir ou adapter un ou des produits en réponse aux besoins ou aux demandes du milieu de pratique) et de recherche (générer des connaissances scientifiques) » (Bergeron, Rousseau et Bergeron, 2021, p. 7). Pour décrire notre processus, nous prenons appui sur la démarche développée et opérationnalisée par Bergeron et al. (2020, voir figure 1). Il s'agit plus précisément de cinq phases flexibles et itératives : 1) la phase de précision de l'idée de développement ; 2) la phase de structuration de la solution inédite ; 3) la phase de développement du prototype ; 4) la phase d'amélioration du prototype et 5) la phase de diffusion du produit et des résultats de recherche. Bien que ces phases soient présentées dans un ordre séquentiel, il est fréquent que le chercheur-développeur doive revenir sur des phases précédentes et faire des allers-retours, d'où le caractère ouvert et itératif de la démarche (Bergeron, Rousseau et Dumont, 2021).

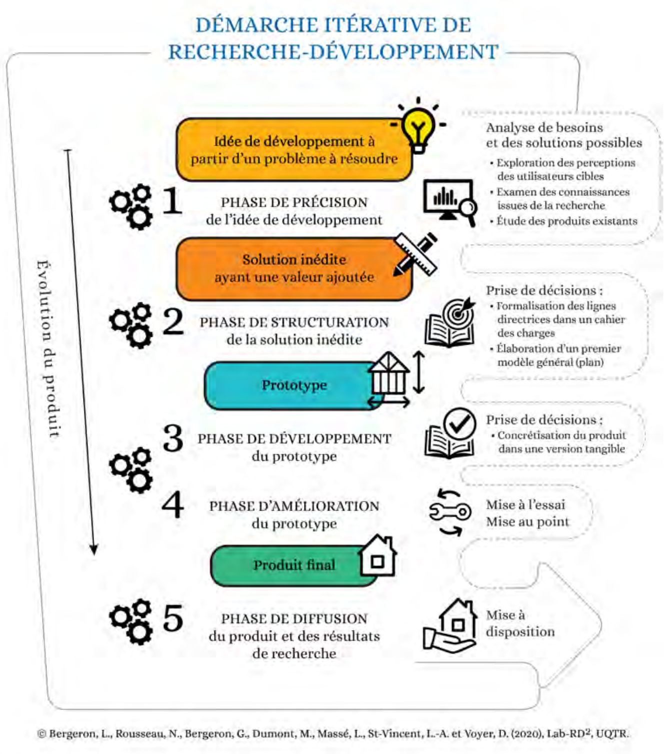


Figure 1. Démarche itérative de RD (Bergeron et al., 2020)

1 Phase de précision de l'idée de développement

Pour en arriver à développer un produit en adéquation avec les besoins du milieu de pratique, il est nécessaire de faire une analyse préalable approfondie. Dans ce projet, cette analyse s'est déroulée en trois principaux temps se chevauchant. Dans un premier temps, un examen des connaissances issues de la recherche a été réalisé à partir d'une recension des écrits. Cet examen a permis d'identifier les concepts mathématiques sur lesquels il était pertinent d'intervenir en fonction du niveau scolaire des élèves, soit la numération positionnelle pour les élèves de 6 à 8 ans. Il a aussi mis en évidence l'importance de favoriser une compréhension conceptuelle[1] des mathématiques chez les élèves par le biais d'une approche d'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes (Kilpatrick, Swafford et Findell, 2001 ; Pellegrino et Hilton, 2012). Dans un second temps, un questionnaire d'enquête a permis d'explorer les perceptions des utilisateurs cibles du produit, c'est-à-dire le personnel enseignant. L'objectif de ce questionnaire était de recueillir les préoccupations des personnes enseignantes concernant les difficultés mathématiques les plus fréquemment rencontrées par leurs élèves, ce qui a orienté la structuration de la solution inédite. Ce questionnaire a d'ailleurs révélé une disparité entre la perception du personnel enseignant quant à l'origine des difficultés des élèves et les causes sous-jacentes de ces difficultés (Voyer, Lavoie et Forest, 2019). Pour en donner un exemple concret, les personnes enseignantes avaient tendance à interpréter les difficultés calculatoires des élèves comme résultant d'une méconnaissance des algorithmes et des procédures, alors qu'en réalité, la véritable source de ces difficultés résiderait dans une compréhension incomplète de certains concepts fondamentaux, comme le concept de nombre ou le concept de numération positionnelle. Dans un troisième temps, afin de nous assurer de la valeur ajoutée du produit, nous avons analysé les produits existants adressés aux jeunes élèves selon une approche d'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes mathématiques.

En somme, cette phase de précision a clarifié le problème pour lequel nous étions à la recherche d'une solution novatrice : les jeunes élèves sont peu placés devant de véritables problèmes permettant de développer une compréhension conceptuelle (Lajoie et Bednarz, 2014), notamment une compréhension conceptuelle de la numération positionnelle. Ce concept est pourtant à la base de plusieurs connaissances futures en mathématiques (Moeller, Pixner, Zuber, Kaufmann et Nuerk, 2011). La conséquence de cette situation est que les élèves développent une compréhension davantage procédurale de la numération positionnelle. Pour plusieurs, cette compréhension limitée est une source d'embuche dans l'apprentissage d'autres notions mathématiques, qui sont entre autres fondées sur la numération positionnelle. C'est donc en réponse à ce problème que l'idée des contes mathématiques a émergé. Nous sommes partis du fait que les jeunes enfants aiment se faire raconter des histoires et nous avons décidé de leur raconter des histoires à travers lesquelles ils pourraient faire des mathématiques. Cela dit, l'idée de développer des contes à partir desquels les élèves pourraient apprendre les mathématiques n'était pas suffisante. Nous avons rapidement pris conscience qu'il fallait aussi développer des outils accompagnant les contes afin de soutenir les personnes enseignantes. L'idée de développement s'est donc complexifiée : en plus des contes, elle allait comprendre des activités mathématiques pour les élèves et du soutien pour les personnes enseignantes.

2 Phase de structuration de la solution inédite

Avant d'entamer la phase de développement du prototype, il est essentiel d'établir un plan qui servira de référence tout au long du processus, ce que Bergeron, Rousseau et Dumont (2021) appellent un cahier des charges. Le nôtre comprenait quatre principaux éléments : les contes mathématiques, les activités mathématiques avec leur matériel de manipulation, un guide d'accompagnement et une formation. À partir des constats issus de la phase de précision, des décisions ont été prises concernant les principales orientations de chacun de ces quatre éléments. Nous avons ainsi identifié les caractéristiques idéales du produit à développer, ce qui nous a guidés dans les phases subséquentes (pour plus de détails, voir Voyer, Forest et Cabot-Thibault, 2021). Le tableau 1, ci-après, en présente les grandes lignes. Sommairement, nous souhaitions que nos contes soient une série d'histoires fictives et imagées dans lesquelles les personnages principaux auraient besoin des mathématiques pour se sortir des difficultés qu'ils rencontrent. Après l'écoute des histoires en classe, les élèves seraient invités à venir en aide aux

[1] La compréhension conceptuelle se définit notamment par la capacité des élèves à établir des liens entre les concepts mathématiques (Hiebert et Grouws, 2007 ; Schneider, Rittle-Johnson et Star, 2011).

personnages, et par le fait même, à faire eux aussi des mathématiques. Nous voulions également soutenir les personnes enseignantes dans le pilotage de ces activités mathématiques, ce qui a pris la forme d'un guide d'accompagnement pour chaque conte et d'une formation.

Éléments du produit	Caractéristiques idéales des éléments à développer
Contes mathématiques	• Sont adaptés aux élèves ciblés (p. ex., longueur, vocabulaire, nombre de mots par phrase, syntaxe, etc.). • Sont imagés. • Sont captivants. • Incluent des problèmes reliés aux mathématiques vécus par les personnages principaux afin de motiver les élèves à vouloir les résoudre.
Activités mathématiques	• Sont en cohérence avec l'histoire vécue par les personnages (p. ex., si les personnages doivent compter des canettes, les élèves ont accès à des canettes en classe). • Incluent l'accès à du matériel de manipulation visant à soutenir le raisonnement des élèves.
Guide d'accompagnement	• Vise à soutenir les personnes enseignantes dans la préparation et le pilotage des activités mathématiques. • Aide à prévoir le déroulement des activités mathématiques (p. ex., intentions pédagogiques, solutions attendues, erreurs fréquentes, questions de relance possibles, etc.)
Formation	• Vise à outiller les personnes enseignantes par rapport aux concepts mathématiques en jeu et par rapport au pilotage d'une approche d'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes.

Tableau 1. Résumé des éléments du produit à développer (adapté de Voyer, Forest et Cabot-Thibault, 2021)

3 Phases de développement et d'amélioration du prototype

C'est pendant la phase de développement du prototype qu'une première version tangible du produit a été développée. Une série de six contes mettant en vedette Philippe, Stéphanie et Jacob, trois enfants d'âge primaire, a ainsi été élaborée. À travers l'ensemble de la série, seize problèmes sont rencontrés par ces personnages, ce qui correspond à un problème dans le conte d'introduction et trois problèmes dans chacun des cinq contes subséquents. Tous les problèmes, qui nécessitent le recours aux mathématiques pour être résolus, font plus précisément appel au concept de la numération positionnelle. Après chaque problème, l'écoute du conte s'arrête pour que les élèves de la classe puissent aider les personnages principaux à résoudre ledit problème. Il convient cependant de souligner que l'histoire en soi existe au-delà des problèmes mathématiques rencontrés par les personnages. Cela signifie que les contes demeureraient intéressants même si les activités mathématiques n'étaient pas vécues en salle de classe.

Pendant les phases de développement et d'amélioration du prototype, de nombreux allers-retours ont eu lieu afin de bonifier le produit développé, que ce soit entre les membres de l'équipe de recherche, avec des personnes enseignantes ou avec d'autres professionnels, dont une illustratrice. Ces allers-retours ont porté sur de nombreux aspects : la trame narrative des contes, les problèmes mathématiques intégrés à la trame narrative, les illustrations, le matériel nécessaire à la réalisation des activités mathématiques, le contenu du guide d'accompagnement, etc. Nous en présenterons ici brièvement quelques exemples. Un premier exemple porte sur les personnages principaux de la série. Dans une première mouture de la trame narrative des contes, les personnages principaux n'avaient pas de personnalité propre à eux. À titre d'exemple, les personnages intervenaient dans les contes sans que leurs propos ne soient influencés par leurs traits de caractère. Rapidement, nous avons réalisé qu'il fallait doter les personnages d'une personnalité unique qui guiderait leurs actions et leurs paroles. De cette manière, les élèves en classe apprendraient progressivement à découvrir leur personnalité en suivant leurs aventures d'un conte à l'autre, à l'instar des séries télévisées pour enfants dans lesquelles les mêmes personnages principaux reviennent d'un épisode à l'autre. Pour en donner un aperçu, l'extrait suivant résume brièvement la personnalité de chaque personnage (voir figure 2) : « Jacob, Stéphanie et Philippe sont des amis d'âge primaire. Bien qu'ils soient tous les trois très différents, ils sont inséparables. Philippe est l'aventurier, toujours prêt à relever un défi. On le surnomme la petite boule d'énergie. Il a une imagination débordante! Stéphanie, le petit génie du groupe, adore l'école. Elle aime y apprendre de nouvelles choses. Jacob est plutôt le roi de la paresse : il aime dormir et en faire le moins possible. Il suit malgré tout ses amis dans toutes leurs aventures. »

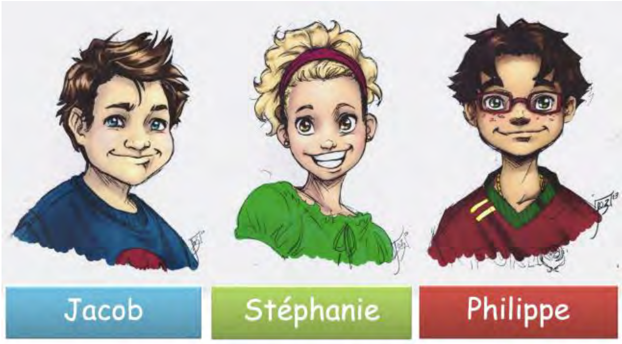


Figure 2. Personnages principaux des contes mathématiques

Un deuxième exemple d'amélioration, toujours en ce qui a trait à la trame narrative des contes, a été l'ajout de personnages secondaires : un personnage fantaisiste, Rapidolutin, et un personnage « fauteur de trouble ». Ces derniers provoquent plusieurs péripéties mettant Stéphanie, Jacob et Philippe dans l'embarras.

L'extrait suivant présente, sous une forme adaptée et abrégée pour les fins du présent texte, le premier des trois problèmes du conte « Un concours de canettes » (adapté de Voyer, Lavoie et Forest, 2019). Il est également possible de consulter gratuitement la capsule vidéo du conte « Un concours de canettes » sur la plateforme du RÉVERBÈRE. L'extrait présenté ici dure en réalité 13 minutes. La fiche d'animation accompagnant ce problème mathématique est présentée en annexe.

> *En prévision du festival de Jolie-Musique, le maire de la ville souhaite que sa ville soit très, très propre. Pour motiver les citoyens à nettoyer leur quartier, il organise un concours. La première personne qui amassera 200 canettes vides gagnera un prix. Philippe entend le discours du maire à la télévision. Il se voit déjà gagner le concours! Il propose l'idée à ses deux amis, qui acceptent de relever le défi. Avec l'aide des élèves de l'école, les trois amis amassent des canettes qui sont entreposées dans le local du service de garde. Au moment où ils arrivent dans le local pour savoir s'ils ont atteint leur objectif, les trois amis découvrent un véritable fouillis : toutes les canettes sont éparpillées. C'est assurément un coup de Rapidolutin! Les amis entreprennent de nettoyer le désordre avant que les adultes ne s'en aperçoivent...*
>
> *Lorsqu'ils ont enfin terminé, les trois amis sont épuisés... Surtout Jacob, qui a l'impression de travailler depuis des heures! Les trois amis regardent la montagne de canettes vides.*
>
> *- Défi réussi! crie Philippe qui se prend pour un superhéros.*
>
> *- Wooooooooo! chuchote Jacob. Avez-vous vu toutes ces canettes?*
>
> *- C'est certain que nous avons 200 canettes! ajoute Philippe.*
>
> *- Je ne sais pas s'il y en a 200, mais il y en a beaucoup! répond Stéphanie.*
>
> *- Nous devons absolument savoir la quantité exacte de canettes avant de les apporter au maire. Et surtout, nous devons le faire avant que « vous-savez-qui » revienne nous jouer un tour! conclut Philippe.*
>
> *- Pas de problème! Nous allons compter toutes ces canettes! Au travail! dit Stéphanie.*
>
> *- Ah non, pas encore du travail! murmure Jacob...*

Après être parvenu à une version suffisamment développée du produit, une rencontre de concertation a été organisée avec des personnes enseignantes pour recueillir leurs rétroactions sur la pertinence des contes et sur le niveau de difficulté des textes. Cette mise à l'essai de nature fonctionnelle (Harvey et Loiselle, 2009) a permis d'améliorer le produit à partir des savoirs expérientiels des personnes enseignantes. À titre d'exemple, des personnes ont souligné que certains élèves ne savent pas ce qu'est un maire ou une mairesse d'une ville. Il a donc été proposé d'ajouter une question à poser aux élèves pendant l'écoute du conte. Cela permet ainsi aux personnes enseignantes d'avoir une courte discussion avec leurs élèves afin de s'assurer que tous comprennent ce qu'est un maire ou une mairesse avant de poursuivre l'écoute du conte. Les contes ont par la suite été testés auprès de plusieurs groupes d'élèves en y apportant aussi des bonifications à chaque itération. Cette mise à l'essai de nature empirique (Harvey et Loiselle, 2009) a notamment permis de vérifier si les problèmes mathématiques correspondaient bien au niveau des élèves. Nous avons aussi bonifié notre guide d'accompagnement contenant une analyse à priori, notamment des pistes d'intervention, des questions de relances et des exemples de réponses d'élèves. Dans l'ensemble, ces boucles de mise à l'essai ont eu lieu de manière séquentielle, avec une amélioration du produit entre chaque mise à l'essai, plutôt que de manière simultanée. Lorsqu'une version satisfaisante du produit a été obtenue (bien que nous soyons conscients qu'il y a toujours place à l'amélioration), un devis quasi expérimental de type prétest/posttest avec groupe témoin a été mis en place (Fortin et Gagnon, 2022) afin d'évaluer l'effet de l'approche sur la compréhension conceptuelle de la numération positionnelle des élèves.

4 Phase de diffusion

En cohérence avec la double finalité de la RD, la phase de diffusion comprend à la fois la diffusion des résultats de recherche (finalité de recherche) et la mise à disposition du produit final (finalité de développement). La diffusion des résultats de recherche n'a pas posé de défis particuliers. Les résultats de cette recherche ont été présentés par le biais de différents canaux de diffusion en ciblant des publics variés, à la fois dans les communautés scientifiques et professionnelles (Forest et Voyer, 2019a, 2019b ; Voyer et Forest, 2021 ; Voyer, Forest et Cabot-Thibault, 2021 ; Voyer, Lavoie et Forest, 2019 ; Voyer, Lavoie, Goulet et Forest, 2018). Un résumé des principaux résultats quantitatifs est présenté à la section 3. La mise à disposition du produit a toutefois été un défi beaucoup plus important, défi qui avait peut-être été sous-estimé. C'est ce défi qui sera approfondi à la section IV, notamment les différentes idées réfléchies et les solutions mises de l'avant.

III - RÉSULTATS DE RECHERCHE

Les résultats sur l'efficacité de l'approche ont été présentés en détail dans Voyer, Lavoie, Goulet et Forest (2018). Rappelons ici que l'analyse de covariance qui a été menée afin de comparer les deux groupes, témoin et expérimental, suggère que l'approche des contes mathématiques a permis aux élèves qui en ont bénéficié de développer une meilleure compréhension conceptuelle de la numération positionnelle que les élèves n'ayant pas vécu l'approche. Une différence statistiquement significative entre les deux groupes a été obtenue avec un effet de modéré à fort (η^2 = 0,10) pour l'ensemble des élèves. Ce résultat, bien que très intéressant pour valider l'efficacité du produit que nous avons développé en réponse au besoin initial, ne nous permettait pas de savoir si les élèves avec les plus grandes difficultés pouvaient eux aussi bénéficier de l'approche des contes mathématiques. Nous avons alors mené une analyse de covariance avec cette fois seulement les élèves qui ont eu un résultat sous la moyenne au prétest. Les résultats nous permettent de conclure à une différence statistiquement significative entre les deux groupes à l'avantage du groupe expérimental. À nouveau, l'effet de l'approche des contes mathématiques en comparaison avec l'enseignement reçu dans les classes témoins peut être qualifié de modéré à fort avec une valeur d'êta-carré partiel de 0,11. Selon Cohen (1988), un êta-carré partiel de 0,06 indique un effet modéré alors qu'un êta-carré partiel de 0,14 suggère un effet de grande taille.

L'intérêt de nos résultats réside notamment dans les questions utilisées pour établir le rendement au prétest et au posttest. Nos tests évaluaient particulièrement la compréhension conceptuelle de notre système de numération positionnelle, ce qui est directement lié au besoin à l'origine du projet. Par notre approche des contes mathématiques, les élèves sont invités à résoudre des problèmes mathématiques et, par le fait même, à développer une compréhension en profondeur de notre système de numération. Puisque les activités mathématiques proposées aux élèves ont été créées spécialement pour favoriser une compréhension conceptuelle des notions mathématiques, ici la numération positionnelle, nous sommes dans une situation très profitable sur différents plans. D'abord, l'objectif d'aider les élèves avec le plus de difficulté est atteint sans pour autant avoir à les identifier et à mettre en place des mesures particulières spécifiquement pour eux. Ensuite, les personnes enseignantes ont, avec les contes, un moyen de proposer de véritables problèmes aux élèves et un moyen de mettre en œuvre un enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes, avec les avantages que cela comporte, notamment de favoriser une compréhension plus signifiante des notions mathématiques chez les élèves. Ces derniers apprennent donc les mathématiques sans trop s'en rendre compte en voulant aider les personnages.

IV - DIFFUSION DU PRODUIT DÉVELOPPÉ

Après avoir constaté que notre approche des contes mathématiques a eu des effets bénéfiques chez les élèves qui l'ont vécue (Voyer, Lavoie, Goulet et Forest, 2018), nous avons souhaité rendre les contes accessibles à un plus grand nombre de personnes. Pour mettre le produit développé à la disposition d'utilisateurs potentiels, nous souhaitions trouver une formule permettant d'en assurer une certaine pérennité. Il va sans dire que cela a constitué l'un des plus grands défis de ce projet de RD. En effet, pendant la réalisation du projet, le soutien financier octroyé par l'organisme subventionnaire a permis de couvrir les nombreuses dépenses, par exemple l'achat du matériel, la création du matériel par des auxiliaires de recherche, l'impression des contes en versions papier[2], la libération du personnel enseignant pendant les rencontres de concertation et les journées de formation, les déplacements de l'équipe de recherche, etc. Cependant, cette formule n'était pas viable à long terme, dans une visée de pérennité. À ce propos, St-Vincent, Rousseau et Laforme (2021) soulignent que les couts (monétaires, en termes de temps, d'énergie, en ressources humaines et matérielles) associés au processus d'une RD constituent l'un des freins liés au développement du produit final. Ainsi, après la fin de la subvention de recherche, plusieurs questions ont émergé afin de trouver le meilleur compromis pour assurer la pérennité du produit, mais sans le dénaturer. Autrement dit, nous étions à la recherche d'une formule permettant de préserver le contexte de l'approche, c'est-à-dire sans altérer ses principes et les intentions avec lesquelles elle a été développée.

Si l'on revient à l'origine d'une RD, l'une de ses finalités est de concevoir ou d'adapter un produit en réponse aux besoins ou aux demandes du milieu de pratique (Bergeron, Rousseau et Bergeron, 2021). Dans les prolongements de cette RD, nous cherchions donc une façon de continuer à répondre à ce besoin. Dans les prochaines lignes, nous témoignerons d'abord des différentes idées auxquelles nous avons réfléchi pour atteindre ce but. Ensuite, nous décrirons plus en détail les solutions que nous avons mises de l'avant, tout en sachant qu'il s'agit de solutions possibles parmi plusieurs autres.

1 Différentes idées pour la mise à disposition du produit

Une première idée à laquelle nous avons réfléchi a été la mise en marché du produit. Il s'agit en effet d'une démarche souvent mise de l'avant à la fin d'une RD pour diffuser le produit développé (Bergeron, Rousseau et Dumont, 2021; Harvey et Loiselle, 2009; Van der Maren, 2003). Cette idée aurait permis de rendre accessibles les versions papier des contes à tous ceux et celles qui le désireraient, mais cela aurait impliqué des couts financiers. Cette première idée nous aurait aussi permis de bénéficier de l'aide de professionnels tout au long de cette démarche. Or, elle aurait eu pour principal inconvénient de limiter l'accessibilité au produit étant donné le cout nécessaire pour se le procurer. La mise en marché avait aussi

[2] Initialement, les contes se présentaient sous la forme de livres et non sous la forme de capsules vidéo.

comme inconvénient de ne pas nécessairement inclure l'accompagnement du personnel enseignant tel que nous l'envisagions. En guise d'exemple, si les versions papier des contes mathématiques avaient été vendues sans inclure les autres éléments du produit, par exemple le matériel, le guide d'accompagnement et la formation, il y aurait eu un risque qu'ils ne permettent pas d'atteindre leur objectif, qui est de favoriser la compréhension conceptuelle de la numération positionnelle chez les élèves. À l'opposé, si nous avions voulu inclure tous les éléments du produit, cela aurait considérablement augmenté son cout, et par le fait même, limité son accessibilité. Pour ces raisons, cette première idée a été écartée.

Nous sommes d'avis qu'une approche comme la nôtre doit s'accompagner d'une présentation vulgarisée des fondements théoriques sur lesquels elle s'appuie. Pour un objet différent du nôtre, mais dans un contexte similaire, Drainville (2023) propose de présenter ces fondements théoriques par le biais d'une formation à laquelle les personnes participantes peuvent se référer ultérieurement ainsi que par le biais d'un accompagnement individualisé. Dans cette optique, une seconde idée a été de mettre en place une démarche d'implantation du produit accompagnée par l'équipe de recherche. Cette idée avait pour principal avantage d'inclure la formation et l'accompagnement du personnel enseignant, ce qui aurait permis de présenter l'approche dans l'esprit où elle a été conçue. Cela dit, cette démarche est vite apparue comme peu réaliste à long terme, considérant qu'elle serait trop énergivore en termes de ressources financières et de temps.

2 Solutions mises de l'avant pour la mise à disposition du produit

La solution que nous avons finalement mise de l'avant a été de rendre le produit disponible en ligne en accès libre sur la plateforme du Réseau de recherche et de valorisation de la recherche sur le bien-être et la réussite en contexte de diversité (RÉVERBÈRE)[3]. Le RÉVERBÈRE est un réseau pancanadien francophone qui a pour finalité le développement et la mise en place de stratégies de mobilisation de connaissances favorisant l'utilisation des connaissances issues de la recherche (Borri-Anadon, Desmarais, Rousseau, Giguère et Kenny, 2021). Dans cette optique, les membres du RÉVERBÈRE développent et mettent à disposition des élèves et des acteurs de l'éducation des produits et des ressources pour favoriser le bien-être et la réussite éducative dans un contexte de diversité. Cela dit, pour que notre approche puisse être autosuffisante sur une telle plateforme en ligne, nous avons dû y apporter certaines adaptations.

Premièrement, les versions papier des contes ont été transformées sous la forme de capsules vidéos. Dans celles-ci, une personne agit comme narratrice et fait la lecture de l'histoire pendant que les illustrations apparaissent à l'écran. Un accent est parfois mis sur certains aspects des illustrations en fonction de l'histoire et quelques éléments sonores ont été intégrés, par exemple des bruits de lucioles lors d'un feu de camp ou une musique de fond lors de certains moments clés. Les capsules vidéos indiquent clairement les endroits où le conte s'arrête pour que les élèves, en classe, vivent une activité mathématique reliée au problème rencontré par les personnages. Dans l'ensemble, l'adaptation des contes en format vidéo en facilite l'accessibilité, puisque les personnes enseignantes n'ont pas à acheter ou à faire imprimer les versions papier des contes. Il convient ici de souligner que c'est seulement la forme qui a changé et non le fond, puisque l'histoire et les illustrations sont demeurées inchangées. Il est possible de consulter les capsules vidéos gratuitement sur la plateforme du RÉVERBÈRE.

Deuxièmement, le guide d'accompagnement a été transformé sous la forme de fiches d'animation dynamiques. Comme ce guide d'accompagnement était initialement dans une forme plutôt traditionnelle, c'est-à-dire un document papier de plusieurs dizaines de pages, nous souhaitions l'adapter en un format plus convivial et synthétisé. Ce travail d'adaptation a été réalisé par quelques allers-retours entre les membres de l'équipe de recherche afin de trouver une façon optimale pour présenter l'information. Ainsi, plutôt que d'avoir un seul guide d'accompagnement comprenant toutes les activités mathématiques des

[3] http://reverbereeducation.com/contes

différents contes, nous l'avons scindé en différentes fiches d'animation, soit une fiche d'animation par activité mathématique. De cette façon, la disposition des éléments sur la plateforme facilite le repérage des éléments importants (voir figure 3) : pour chaque conte sous la forme d'une vidéo (à gauche), on retrouve les fiches d'animation y étant associées (à droite). À nouveau, il est possible de consulter les fiches d'animation gratuitement sur la plateforme du RÉVERBÈRE. Comme mentionné précédemment, un exemple se trouve également en annexe.

Figure 3. Disposition des éléments sur la plateforme du RÉVERBÈRE

Chaque fiche d'animation, dans laquelle on retrouve les balises nécessaires à la réussite pédagogique de l'approche, est organisée de la même façon afin de faciliter le repérage des informations. Plus précisément, il s'agit du problème mathématique vécu par les personnages, des intentions pédagogiques de l'activité, du matériel nécessaire ainsi que du déroulement global de l'activité, notamment l'animation par la personne enseignante, cette dernière section étant la plus imposante. En effet, on y retrouve des exemples de questions de relance pouvant être posées par la personne enseignante ainsi que des exemples de réponses et d'erreurs fréquentes d'élèves. Ces fiches d'animation sont pensées pour être lues directement en ligne puisqu'elles contiennent certains éléments dynamiques, notamment des compléments d'information. Cela dit, une personne pourrait décider de faire imprimer les fiches si elle le souhaite.

Troisièmement, la formation accompagnant l'approche des contes mathématiques est l'élément qui a demandé le plus d'adaptation. D'abord, une courte capsule vidéo d'environ quatre minutes a été réalisée pour présenter brièvement les fondements de l'approche, notamment l'importance de développer une compréhension conceptuelle chez les élèves ainsi que les retombées d'un enseignement par la résolution de problèmes. On y retrouve également les principaux écueils à éviter dans la mise en place de l'approche, par exemple ne pas sous-estimer le temps de recherche pour les élèves puisque ce temps est nécessaire pour qu'ils puissent construire leurs connaissances, laisser les élèves aller au bout de leurs idées et prévoir le temps de préparation nécessaire avant le pilotage des activités mathématiques. Cette capsule introductive est présentée dès la page d'accueil des contes mathématiques. Cela dit, nous sommes conscients que cette courte vidéo n'équivaut pas à une formation de plus longue durée ou à un accompagnement individualisé. Pour compenser le contact direct avec les personnes enseignantes utilisatrices des contes que nous n'avons plus, nous diffusons le produit développé directement auprès des milieux de pratique, notamment lors de différentes activités de développement professionnel adressées aux personnes enseignantes du primaire (Voyer, Forest et Corbin, 2023 ; Voyer, Forest et Goulet, 2022). Nous sommes également à ajouter sur la plateforme du RÉVERBÈRE où se trouvent les contes un onglet par lequel les personnes pourraient poser directement une question à l'équipe de recherche.

3 Projet de diffusion et d'accompagnement en cours

Au courant de l'année scolaire 2023-2024, une nouvelle formule est expérimentée grâce à un partenariat initié par l'École en réseau (ÉER), une initiative financée par le ministère de l'Éducation du Québec. La mission première d'ÉER est « d'accompagner les classes du Québec et d'ailleurs dans la collaboration afin d'enrichir les apprentissages des élèves avec le numérique et de susciter leur engagement » (Nadeau-Tremblay et Boudreau, 2020, p. 78). Existant depuis plus de 20 ans, l'ÉER a d'abord été pensé pour répondre aux besoins de petites écoles, souvent situés en milieux éloignés, dans lesquelles les interactions entre le personnel enseignant et entre élèves du même âge sont nécessairement réduites (Beaudoin et al., 2008). Considérant les résultats positifs constatés au fil du temps, l'apprentissage en réseau s'est rapidement ouvert à toutes les écoles. Aujourd'hui, l'ÉER offre plusieurs types d'activités suscitant la collaboration entre élèves et/ou entre personnes enseignantes délocalisés, par exemple la participation à des séquences pédagogiques, des communautés de pratique (CoP) en réseau et le partage de pratiques inspirantes (Nadeau-Tremblay et Boudreau, 2020). Ces activités s'appuient sur les disciplines du curriculum scolaire et s'adressent aux classes du préscolaire, du primaire et du secondaire. Elles complètent les apprentissages réalisés dans les classes en plaçant les élèves en interaction, à l'oral par visioconférence et à l'écrit sur des plateformes collaboratives, avec des élèves d'autres classes du Québec. L'ÉER offre un accompagnement soutenu aux personnes enseignantes participantes, ce qui crée de riches occasions de développement professionnel.

C'est dans ce contexte que l'équipe de l'ÉER a pris l'initiative de nous contacter pour réfléchir à une forme d'accompagnement des personnes enseignantes à travers la mise en place de l'approche des contes mathématiques. Ainsi, une activité en réseau est proposée aux personnes enseignantes ayant envie de s'entraider dans la mise en oeuvre des contes mathématiques dans leur classe. Cette activité se veut donc complémentaire et non obligatoire, ce qui veut dire qu'une personne enseignante pourrait très bien vivre les contes mathématiques dans sa classe sans nécessairement y participer. Il s'agit plutôt d'une occasion supplémentaire d'interagir avec d'autres personnes qui enseignent au même niveau scolaire et qui expérimentent aussi les contes mathématiques. Les personnes enseignantes peuvent alors partager leurs pratiques, leurs bons coups et leurs défis dans un contexte signifiant.

Bien que la formule puisse évoluer au courant de l'année scolaire, deux types de rencontres se déroulent en alternance par visioconférence : 1) des rencontres entre personnes enseignantes pour soutenir la préparation et l'animation des contes mathématiques et 2) des rencontres interclasses pour un partage collectif avec les élèves autour des contes mathématiques vécus. Les élèves peuvent ainsi partager leurs réflexions et leurs découvertes à l'aide du numérique. Alors que les rencontres sont organisées et coordonnées par une enseignante-ressource de l'ÉER, un membre de l'équipe de recherche et une enseignante vivant les contes dans sa classe depuis plusieurs années sont également présents, ce qui permet de jumeler les connaissances issues de la recherche avec les savoirs expérientiels.

V - CONCLUSION

Pour conclure, la diffusion du produit développé représente assurément l'un des défis les plus complexes auxquels nous avons fait face dans le cadre de cette RD. Nous ne prétendons pas que les solutions développées sont les meilleures, mais ce sont celles qui nous sont apparues comme le meilleur compromis. Ce processus de RD nous a surtout amenés à réaliser qu'il aurait probablement été plus facile de réfléchir à certaines questions en amont du développement du produit. Soulignons qu'initialement, ce projet ne comprenait pas de manière explicite une méthodologie de RD, ce qui peut expliquer que certaines décisions aient dû être prises plus tard dans le processus. À ce propos, Bergeron, Rousseau et Dumont (2021) affirment que le manque de balises méthodologiques de la RD pourrait expliquer pourquoi certains chercheurs ont recours à la RD sans pour autant l'affirmer de manière explicite. Dans ce contexte, le travail effectué par Bergeron, Rousseau et Dumont (2021) afin d'opérationnaliser le processus de RD contribuera assurément à fournir de meilleurs repères méthodologiques et à valoriser la place de la RD en contextes éducatifs.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Beaudoin, J., Inchauspé, P., Laferrière, T., Breuleux, A., Allaire, S., Hamel, C. et Turcotte, S. (2008). *L'École éloignée en réseau. Cinq ans plus tard : bilan et perspectives* (ressource en ligne. Consultée le 10/04/2024, url : https://eer.qc.ca/publication/1599169909038/eer-cinq-ans-plus-tard.pdf

Bergeron, L., Rousseau, N. et Bergeron, G. (2021). Quelques propositions méthodologiques pour une recherche-développement dans les contextes éducatifs. Dans L. Bergeron et N. Rousseau (dir.), *La recherche-développement en contextes éducatifs : une méthodologie alliant le développement de produits et la production de connaissances scientifiques* (3-24). Québec : Presses de l'Université du Québec. https://doi.org/10.2307/j.ctv224v0vg.8

Bergeron, L., Rousseau, N., Bergeron, G., Dumont, M., Massé, L., St-Vincent, L.-A. et Voyer, D. (2020). *Démarche itérative de recherche-développement*. Document inédit, Laboratoire sur la recherche-développement au service de la diversité, Université du Québec à Trois-Rivières.

Bergeron, L., Rousseau, N. et Dumont, M. (2021). Une opérationnalisation de la recherche-développement menée en contextes éducatifs. Dans L. Bergeron et N. Rousseau (dir.), *La recherche-développement en contextes éducatifs : une méthodologie alliant le développement de produits et la production de connaissances scientifiques* (25-44). Québec : Presses de l'Université du Québec. https://doi.org/10.2307/j.ctv224v0vg.9

Borri-Anadon, C., Desmarais, M.-É., Rousseau, N., Giguère, M.-H. et Kenny, A. (2021). Le bien-être et la réussite en contexte de diversité : un cadre enrichi pour le RÉVERBÈRE.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioural sciences* (2e éd.). Hillsdale : Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Drainville, R. (2023). Élaboration et mise à l'essai d'un dispositif pédagogique reposant sur la perspective vygotskienne : soutenir l'émergence de l'écrit des enfants à l'éducation préscolaire en contexte de jeu symbolique (thèse de doctorat, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue) (ressource en ligne). Consultée le 10/04/2024, url : https://depositum.uqat.ca/id/eprint/1403/

École en réseau. (s.d.). Historique. ressource en ligne). Consultée le 10/04/2024, url : https://eer.qc.ca/historique

Fagnant, A. et Vlassis, J. (2010). Le rôle de la résolution des problèmes dans les apprentissages mathématiques : questions et réflexions. *Éducation Canada, 50*(1), 50-52.

Forest, M.-P. et Voyer, D. (2019a). Recours à la littérature jeunesse pour l'enseignement des mathématiques. *InspirAction, 2*, 11-13.

Forest, M.-P. et Voyer, D. (2019b). Un exemple d'enseignement conceptuel des mathématiques grâce au matériel de manipulation. *Vivre le primaire, 32*(2), 55-57.

Fortin, M.-F. et Gagnon, J. (2022). *Fondements et étapes du processus de recherche : méthodes quantitatives et qualitatives* (4e éd.). Montréal : Chenelière Éducation.

Harvey, S. et Loiselle, J. (2009). Proposition d'un modèle de recherche développement. *Recherches qualitatives, 28*(2), 95-117.

Hiebert, J. et Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. Dans F. K. Lester Jr (dir.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (371-404). Charlotte : Information Age Publishing.

Kilpatrick, J., Swafford, J. et Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington : National Academy Press.

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie, 42*(2), 7-23. https://doi.org/10.7202/1027903ar

Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L. et Nuerk, H.-C. (2011). Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance — a longitudinal study on numerical development. *Research in Developmental Disabilities, 32*(5), 1837-1851. https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012

Nadeau-Tremblay, S. et Boudreau, C. (2020). Enseignants en réseau : une riche occasion de développement professionnel. Vivre le primaire, 33(2), 78-79.

Pellegrino, J. W. et Hilton, M. L. (2012). *Education for like and work: Developing transferable knowledge and skills in the 21st century*. Washington : National Academy Press.

Schneider, M., Rittle-Johnson, B. et Star, J. R. (2011). Relations among conceptual knowledge, procedural knowledge, and procedural flexibility in two samples differing in prior knowledge. *Developmental psychology, 47*(6), 1525-1538. https://doi.org/10.1037/a0024997

St-Vincent, L.-A., Rousseau, N. et Laforme, C. (2021). Les responsabilités du chercheur pour une démarche scientifique de qualité en recherche-développement : défis et précautions. Dans L. Bergeron et N. Rousseau (dir.), *La recherche-développement en contextes éducatifs : une méthodologie alliant le développement de produits et la production de connaissances scientifiques* (65-78). Québec : Presses de l'Université du Québec. https://doi.org/10.2307/j.ctv224v0vg.11

Van der Maren, J.-M. (2003). La recherche scientifique et les recherches en éducation. Dans J.-M. Van der Maren (dir.), *La recherche appliquée en pédagogie : des modèles pour l'enseignement* (15-38). Bruxelles : De Boeck Supérieur.

Voyer, D. et Forest, M.-P. (2021). *Un exemple de développement d'une approche innovante pour enseigner et apprendre les mathématiques par la résolution de problèmes*. Communication présentée au 88e congrès de l'Acfas, Sherbrooke, Québec.

Voyer, D., Forest, M.-P. et Cabot Thibault, J. (2021). Enseigner et apprendre les mathématiques par la résolution de problèmes : un exemple de recherche-développement. Dans L. Bergeron et N. Rousseau (dir.), *La recherche-développement en contextes éducatifs : une méthodologie alliant le développement de produits et la production de connaissances scientifiques* (157-174). Québec : Presses de l'Université du Québec. https://doi.org/10.2307/j.ctv224v0vg.16

Voyer, D., Forest, M.-P. et Corbin, M. (2023). *Enseigner la numération positionnelle en première année du primaire à partir de contes mathématiques*. Communication présentée au Clin d'œil sur la recherche d'École en réseau (ressource en ligne). Consultée le 10/04/2024, url : https://eer.qc.ca/developpement-professionnel/ressource/6238bde5164e090b421e4718

Voyer, D., Forest, M.-P. et Goulet, M.-P. (2022). *Des contes mathématiques pour découvrir la numération positionnelle avec les élèves du premier cycle du primaire*. Communication présentée au 34e congrès de l'Association québécoise des enseignantes et des enseignants du primaire, Sherbrooke, Québec.

Voyer, D., Lavoie, N. et Forest, M.-P. (2019). Des contes pour apprendre à compter. *Vivre le primaire, 32*(2), 34-38.

Voyer, D., Lavoie, N., Goulet, M.-P. et Forest, M.-P. (2018). La littérature jeunesse pour enseigner les mathématiques : résultats d'une expérimentation en première année. *Revue canadienne de l'éducation, 41*(3), 633-660. https://www.jstor.org/stable/26570563

ANNEXE – FICHE D'ANIMATION DE L'ACTIVITÉ 1 DU CONTE « UN CONCOURS DE CANETTES »

Pour avoir accès à la version dynamique de la fiche d'animation : https://reverbereeducation.com/conte-2-activite-1/

CONTE 2, ACTIVITÉ 1

Problème mathématique

Philippe, Jacob et Stéphanie doivent vérifier s'ils ont réussi à atteindre l'objectif de ramasser 200 canettes.

Intentions pédagogiques*

- Amener l'élève à reconnaitre le rôle du regroupement d'objets pour faciliter le comptage.
- Amener l'élève à recourir à un comptage adapté par bonds de 10.
- Amener l'élève à comparer des quantités par le regroupement d'objets.

Matériel

- Sac avec 85 canettes
- 9 petits sacs pour faire des groupements de canettes (ces sacs se retrouvent dans le grand sac, à travers les canettes)

Déroulement de l'activité

1. Écoute du conte 2 jusqu'à l'arrêt pour l'activité 1

2. Retour sur l'histoire

Philippe, Jacob et Stéphanie participent au concours de nettoyage organisé par le maire de la ville de Jolie. Les trois amis, avec l'aide des élèves de leur école, doivent ramasser 200 canettes vides qui trainent dans les endroits publics.

3. Retour sur le problème mathématique

Après avoir rangé le fouillis créé par Rapidolutin qui s'est amusé à éparpiller les canettes partout dans le local du service de garde, les trois amis se demandent s'ils ont réussi à ramasser 200 canettes.

4. Animation par la personne enseignante

« En regardant l'image, croyez-vous que Philippe, Jacob et Stéphanie ont réussi à ramasser 200 canettes? »

- À partir de l'image, demander aux élèves leurs hypothèses.

- Vider le sac de canettes au sol et demander à nouveaux aux élèves leurs hypothèses.

« J'ai les canettes ramassées par Philippe, Jacob et Stéphanie. Voici ce qu'ils ont ramassé jusqu'à maintenant. Je vous demande de bien observer et de me dire si vous pensez que les trois amis ont réussi à ramasser 200 canettes. Pourquoi pensez-vous qu'ils ont réussi (ou qu'ils n'ont pas réussi)? »

- Demander aux élèves comment faire pour savoir s'il y a réellement 200 canettes.

« Comment pouvons-nous faire pour savoir s'il y en a 200? Là, on pense que… mais on ne sait pas… Comment pouvons-nous faire pour vraiment le savoir? »

- Lorsque les élèves ont l'idée de compter, inviter des élèves à le faire devant la classe.

- **Lorsque l'idée de groupement par 10 est évoquée**, proposer aux élèves de l'essayer. Les petits sacs dissimulés avec les canettes peuvent servir. Les canettes peuvent être comptées à voix haute par le groupe, et éventuellement par bonds de 10.

- **Si l'idée de groupement par 10 n'est pas évoquée**, amener les élèves à réfléchir à des stratégies qui permettent de garder des traces du dénombrement (p. ex., mettre les canettes dans des sacs, écrire les nombres sur les sacs ou au tableau). Au besoin, faire ressortir les limites des paquets qui ne contiennent pas le même nombre de canettes. +

- Faire ressortir les avantages du regroupement en paquets de 10 par les élèves (p. ex., ça va plus vite que de faire des paquets de 2 ou de 5, c'est plus facile à compter, on a moins de chance de se tromper, on a 10 doigts, c'est comme des dizaines).

5. Retour en groupe

Les élèves peuvent compter par bonds de 10, puis associer les sacs contenant 10 canettes aux bonds de 10 pour connaitre le nombre total de canettes. Lorsque tous les sacs auront été associés aux bonds, il restera 5 canettes (8 sacs de 10 canettes et 5 canettes seules pour un total de 85 canettes).

« Est-ce que Philippe, Jacob et Stéphanie ont atteint leur objectif? Est-ce qu'ils ont réussi à ramasser les 200 canettes pour gagner le concours? »

Voyer, D., Forest, M.-P. et Goulet, M.-P. (2021)

 www.reverbereeducation.com/contes

*Inspirés des travaux de Herscovics et Bergeron (1982) ainsi que des travaux de Dionne et Deblois (1995)

Québec REVERBERE

COMMENT L'ANALYSE A PRIORI NOUS AIDE À AIDER LES FORMATEURS À AIDER LES ENSEIGNANTS À AIDER LES ÉLÈVES

Christine CHAMBRIS
MCF didactique des mathématiques, INSPé de Versailles, CY Cergy Paris Université
Laboratoire de didactique André Revuz
christine.chambris@cyu.fr

Valérie LALLEMAND
CPC-RMC, DSDEN 91 (académie de Versailles)
valerie.lallemand@ac-versailles.fr

Christine LE CHEVALIER
PRAG mathématiques, INSPé de Versailles, CY Cergy Paris Université
christine.le-chevalier@ac-versailles.fr

Hélène SENCERIN
CPC-RMC, DSDEN 91 (académie de Versailles)
helene.sencerin@ac-versailles.fr

Thomas VILLEMONTEIX
PRAG mathématiques, INSPé de Versailles, CY Cergy Paris Université
thomas.villemonteix@cyu.fr

Résumé
Ce texte s'appuie sur notre témoignage relatif à une formation de 12 heures en mathématiques pour la préparation au CAFIPEMF, formation que nous avons conçue et mise en œuvre au sein d'une équipe pluri-catégorielle (1 MCF en didactique, 2 PRAG-PRCE en mathématiques, 2 CPC-RMC, 1 CPD). Nous pensions que l'analyse a priori était un bon outil à la fois pour entrer dans l'analyse didactique et pour développer les gestes professionnels des futurs formateurs. Nous présentons des éléments significatifs de la formation, en indiquant les choix que nous avons faits au regard de l'analyse a priori. Nous retenons deux des quatre domaines d'enseignement abordés lors de la formation : le calcul mental et la géométrie. Nous avons aussi réalisé post-formation un court questionnaire auprès des formés dont nous communiquons les retours. Nous portons ensuite un regard réflexif sur ce que nous tirons de ce travail pour nos propres pratiques de formatrices et comment l'analyse a priori en formation de formatrices nous aide à aider les enseignantes à aider les élèves. En particulier, nous identifions des conditions qui nous semblent favorables pour former des formatrices à l'analyse a priori et nous proposons une articulation entre l'analyse a priori en formation et une grille d'analyse de la pratique enseignante.

Cette communication rend compte d'éléments d'une formation que nous avons conçue et mise en œuvre en 2022-2023 et, tant que faire se peut, de ses effets, notamment sur les acteurs, en particulier sur les formatrices[1] qui ont conçu et animé la formation et aussi sur les savoirs qu'elle a permis de construire pour les formations.

Afin d'en mieux saisir les contours, il nous paraît important de commencer par préciser le contexte institutionnel dans lequel ce dispositif de travail s'est inscrit. La DSDEN 91 a formulé en mai 2022 une

[1] Les groupes de formatrices et de formés sont mixtes. Par souci d'inclusion et pour ne pas alourdir le texte, nous utilisons le genre féminin pour désigner les collègues qui ont animé la formation et le genre masculin pour le « public ».

demande de 12 heures de formation en didactique des mathématiques pour trois groupes de formés préparant le CAFIPEMF, formation dont la prise en charge devait impliquer à la fois l'INSPé et le groupe départemental mathématiques de l'Essonne (désigné plus loin par GDM91). Plutôt qu'une répartition des heures et des contenus entre « le terrain » et « l'université », nous avons décidé de constituer un groupe de travail mixte INSPé-terrain (3 formatrices terrains, 3 formatrices INSPé) et pluri-catégoriel (1 CPD maths, 2 CPC-RMC, 1 enseignante-chercheuse, 2 PRAG) et de co-concevoir les 12 heures afin d'être capable de co-animer, en parallèle et en binômes mixtes, la formation pour les trois groupes, pariant ainsi sur la possibilité de nous co-former[2].

La mise en place rapide de ce groupe de travail n'a probablement été possible que parce que depuis 2017, dans l'Essonne, INSPé et terrain travaillent ensemble dans plusieurs dispositifs liés directement ou indirectement au GDM91, dispositifs qui impliquent tout ou partie d'entre nous :

- co-participation à des commissions du GDM91,
- co-conception et co-animation de formations d'enseignantes via le GDM91 (par exemple formation continuée pour les NT1-NT2-NT3 sur le calcul mental et formation continue pour les enseignantes des CP-CE1 en REP) ;
- encadrement, par une enseignante-chercheuse, d'un stage du plan départemental de formation de l'Essonne « accompagner les RMC » qui consiste en un stage annuel filé d'environ 20 heures dans lequel des RMC, volontaires, se retrouvent en une « constellation ».

Nous avons rapidement décidé que chacune des séances de 3 heures serait dédiée à un thème « mathématique », à savoir le calcul mental, la géométrie, la résolution de problèmes arithmétiques et la structuration du temps en maternelle. Nous nous sommes aussi donné un défi qui était d'essayer de tenir un fil rouge tout au long de ces séances : l'analyse a priori (désignée ultérieurement dans le texte par AAP). Nous pensions en effet que l'AAP était un bon outil à la fois pour entrer dans l'analyse didactique et pour développer les gestes professionnels des futurs formateurs.

Nous indiquons d'abord les choix que nous avons faits au regard de l'AAP, puis nous présentons des éléments significatifs de la formation. Nous nous limitons aux deux premiers thèmes : le calcul mental et la géométrie. Ensuite, nous nous intéressons à des premiers effets de la formation : sur les formés et sur nous-mêmes. Finalement, nous portons un regard réflexif sur la formation et ses effets, afin d'objectiver comment l'AAP en formation de formatrices nous aide à aider les enseignantes à aider les élèves.

Dans ce texte, nous désignons par « les formés », les futurs candidats au CAFIPEMF qui participent à la formation. Ces formés sont donc aussi des futurs formateurs (en réalité déjà formateurs pour certains d'entre eux). Les six animatrices de la formation sont désignées par les « formatrices ». Le « nous » utilisé renvoie parfois aux animatrices, parfois à tout ou partie des auteures du texte (5 des 6 animatrices).

I - L'ANALYSE *A PRIORI* DANS LA FORMATION

Dans cette partie, nous présentons ce que nous entendons par AAP, puis nous présentons des éléments de la formation dispensée au cours des deux premières séances, la première sur le calcul mental et la seconde sur la géométrie.

[2] Pour des raisons techniques, le nombre de candidats au CAFIPEMF a été considérablement diminué par rapport à ce qui avait été prévu en mai. En septembre, ils n'étaient plus que 32. Nous avons décidé de maintenir deux groupes en parallèle et de co-animer en triplettes mixtes la formation dans chacun des deux groupes. Au moment où nous avons déployé la formation nous n'avions pas d'intention d'en faire une communication à un colloque et nous n'avons pas gardé d'autres traces que quelques photos des tableaux de travail prises au cours des séances dans l'un ou l'autre groupe, les diaporamas diffusés aux formés à l'issue de chaque séance, qui prennent plus ou moins en compte ce qui s'est passé au cours de la séance… et nos souvenirs !

1 Ce que nous entendons par AAP

L'AAP est un outil de la recherche issu de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998). Charnay (2003) en propose une définition en quatre points dont le premier inspire ce que nous retenons pour la formation. C'est une réflexion « sur les démarches, stratégies, raisonnements, procédures, solutions que l'élève peut mettre en œuvre dans la situation qui lui est proposée compte tenu de ses connaissances supposées » (Charnay, 2003, p. 20).

Notre AAP se présente sous la forme d'un tableau constitué de deux colonnes, la première nommée « procédures » et la seconde « savoirs ». Nous insistons ainsi sur la différence entre ce qui relève d'une description de la démarche qui est mise en œuvre à un moment pour traiter une tâche ou pourrait l'être et que nous appelons « procédure » et les connaissances nécessaires pour pouvoir mettre en œuvre cette procédure et que nous appelons « savoirs ». Notre AAP met ainsi en avant une étude, presque dialectique, des procédures possibles ou mises en œuvre et des savoirs en jeu dans ces procédures.

L'enjeu des 12 heures de formation pour préparer l'épreuve du CAFIPEMF étant de développer les connaissances en didactique des mathématiques des formés, il nous est apparu opportun de proposer cette AAP « simplifiée » mais sollicitant de façon explicite l'identification des savoirs. En faisant ce choix, notre objectif était double. D'une part, amener les formés, dans leur propre pratique d'enseignant, à approfondir leur travail d'anticipation de séances en identifiant les procédures et les savoirs engagés dans les tâches proposées à leurs élèves. D'autre part, dans leurs missions de formateurs, l'objectif était de les conduire à ancrer les observations de classes et l'accompagnement des enseignants dans la didactique disciplinaire. En effet, cette analyse « permet de déterminer les activités possibles des élèves en réponse à la tâche, en termes de procédures […]. [E]lle permet ainsi de mettre en évidence la nécessité, pour la réalisation de l'activité attendue et, surtout, pour la construction des apprentissages visés, de certaines connaissances. » (Chesnais & Coulange, 2022).

Grâce à cette analyse a priori il est également possible de « questionner le travail de préparation, d'anticipation et de régulation de l'enseignant », « de mieux circonscrire l'imprévisible, envisager différents possibles, et même de rendre l'enseignant « disponible » pour s'en emparer in situ » (*Ibid*). Enfin elle contribue aussi à la perception de certains savoirs qui sont transparents (Margolinas & Laparra, 2011), c'est-à-dire explicités ni par les enseignants, ni par les programmes. Cette analyse est une occasion, en formation, de rendre ces savoirs visibles.

2 Séance de calcul mental

2.1 Intentions

Cette séance est la première des quatre séances (12 heures) de formation. Elle inclut une présentation globale du projet de formation et des objectifs spécifiques de la séance. Au plan de l'AAP, nous visions les objectifs suivants :

- comprendre ce qu'est une AAP,
- utiliser l'AAP dans sa pratique de classe,
- développer un regard didactique en mathématiques,
- percevoir l'intérêt d'une AAP en tant que formateur en visite (« Ça donne des pistes pour analyser une séance lors d'une visite »).

Sur le calcul mental, nous avions des objectifs mathématiques et didactiques liés à la structuration des savoirs en trois pôles notamment en appui sur (Batton et al., 2020, Butlen & Pézard, 2007) et au repérage des différents types de calcul, tout en incluant un ancrage dans les prescriptions institutionnelles.

2.2 Déroulé de la séance

Après avoir présenté les objectifs de la formation, nous proposons l'analyse d'une vidéo, puis une AAP de deux ou trois calculs, enfin des apports synthétiques sur le calcul mental.

La vidéo visionnée dure 4-5 minutes. Il s'agit d'un extrait d'une séance de calcul mental en CE1-CE2. Le calcul à effectuer, « 19 + 3 = », est écrit au TNI en-dessous de « 9 + 3 = 12 » qui est donné.

Lors de cette première projection, les formés doivent réaliser une description des faits et essayer d'identifier les intentions de l'enseignante (en appui sur les faits). Ils doivent également noter les éclaircissements dont ils auraient besoin, ainsi que les éléments qui peuvent les intriguer, les surprendre.

Suite au premier visionnage, l'analyse réalisée par les formés est d'abord une description factuelle de l'extrait. Ils s'attachent en premier lieu au déroulé et aux modalités de mise en œuvre :

- L'enseignante réalise un tissage avec la séance précédente à l'oral et à l'écrit (au TNI sont écrits « 9 + 3 = 12 » et en-dessous « 19 + 3 = ») ;
- Les formés relèvent que le temps collectif n'est pas précédé d'une recherche individuelle. Il y a un support visuel au TNI, mais l'enseignante reste dans l'oralité. Les formés identifient des élèves non enrôlés dans la tâche.
- Plusieurs élèves passent successivement au tableau pour expliquer leur procédure. L'enseignante donne finalement une procédure qui s'apparente à l'oralisation d'une procédure d'addition posée : « 9 plus 3 égal 12. … Donc 19 plus 3, on voit qu'il y a le 9 des unités (elle met en relation le 9 de « 9 + 3 » et le 9 de « 19 + 3 »). Le chiffre des unités sera 2. Et dans 10 il y a une dizaine qu'on va ajouter à la dizaine du 12. Ça fera 2 dizaines. Vous avez raison, ça fait 22. »

L'observation porte également sur la posture de l'enseignante et sur ses gestes langagiers :

- L'enseignante, décrite comme bienveillante au travers de ses paroles, présente une posture d'enseignement avec un fort guidage (appuyé par des gestes de monstration à l'aide de la main et d'une baguette pour pointer sur le tableau). En fin d'extrait, elle présente « sa » procédure pour calculer « 19 + 3 », après avoir écarté une procédure qu'elle ne comprenait pas à chaud.
- Pour ce qui est des gestes langagiers, l'enseignante ne reformule pas les procédures expliquées par les élèves pour les communiquer au groupe classe. Elle reste dans un dialogue avec l'élève qui est au tableau.

Cette lecture de l'extrait vidéo conduit les formés à émettre hypothèses et questionnements sur les intentions de l'enseignante :

- L'enseignante cherche-t-elle à construire un automatisme de calcul chez les élèves ?
- La présentation retenue pour les calculs au TNI (4 calculs écrits l'un en-dessous de l'autre) participe-t-elle à cet objectif ?
- La procédure choisie comme « experte » par l'enseignante relève-t-elle du calcul mental ou du calcul posé ?

Pour accompagner l'enseignante vers des apprentissages plus efficaces en calcul mental, la synthèse faite par les formés fait apparaitre des points d'appui :

- La bonne gestion du groupe, la dynamique de séance et la place de la parole des élèves
- La structuration en séance et séquence avec des objectifs fixés
- La motivation des élèves et leur valorisation
- La présentation d'une procédure
- L'usage de l'outil numérique

Des points à renforcer sont également identifiés :

- Organisation de la séance et les modalités de mise en activité de tous les élèves

- Explicitation de l'apprentissage visé et le recours aux écrits
- Point didactique : Anticipation des réponses et procédures des élèves
- Point didactique : réflexion sur les différents types de calcul

À part les deux derniers points, les éléments relevés consistent en des gestes professionnels d'ordre pédagogique. Suite à cette analyse, nous exposons brièvement ce qu'est une AAP à l'aide d'une diapositive (annexe 1) : « Il ne s'agit pas d'une analyse effectuée avant la réalisation mais d'une sorte de grille d'analyse permettant de mieux comprendre le travail des élèves (voire de l'enseignant). On s'intéresse donc aux caractéristiques de la situation en tant que telle et pas à son fonctionnement dans un contexte particulier (cette classe de CE1/CE2). » Et nous précisons deux entrées pour cette analyse : contenu et procédure.

Contenu :

- Notions, connaissances, techniques mises en œuvre dans la réalisation de la tâche
- Objectifs de l'apprentissage du professeur (enjeu mathématique)

Procédures :

- Ensemble des procédures possibles
- Identification des procédures privilégiées dans le contexte

Nous proposons ensuite aux formés de réaliser une AAP du calcul 19 + 3 dont ils viennent de visionner une mise en œuvre, en leur proposant de compléter un tableau à deux colonnes.

Procédures	Savoirs / Connaissances des élèves
19 + 1 + 1 + 1 -> surcomptage (sur les doigts / en mettant le plus grand dans sa tête).	Connaissance de la comptine numérique
19 + 1 + 1 + 1 -> surcomptage (en repérant 19 et 23 sur la bande numérique)	Savoir utiliser la bande numérique, positionner 19 et compter 3 cases (1, 2, 3) à partir de 19, lire le nombre qui s'écrit 22
(19+1) + 2 -> passage par la dizaine supérieure en prenant 1 au 3	20 c'est un de plus que 19. 3-1=2. Propriété : Compensation interne de l'addition[3]. On ne modifie pas une somme en diminuant un terme d'autant qu'on augmente l'autre.
10 + (9 + 1) + 2	Compléments à 10 et des décompositions additives de 3 Compensation interne de l'addition
(19+1) + (3-1)	Faits numériques : 20 c'est un de plus que 19. 3-1=2. Compensation interne de l'addition
10 + (9 + 1) + (3 - 1) -> celle de l'élève E4	Compléments à 10 et des décompositions additives de 19 (en appui sur la numération) et du 3 en 1 + 2 Compensation interne de l'addition
[(19+1) +3] – 1	« Équilibrage » (propriété de compensation externe)
17 + 3 + 2 -> décomposition du 19 en 17 + 2 et intercalation du 3	Décompositions additives du 19, compléments à la dizaine supérieure pour 3 Propriété : il revient au même d'ajouter une quantité à une partie ou au tout.
1d + 9u + 3 u = 1 d + 1 d + 2 u -> passage par les unités de numération	Savoirs de numération (19=1d+9u, 12=1d+2u). Savoir compter en dizaines, en unités simples.
3 + 9 + une dizaine -> proche de l'opération posée	Connaissance du fait numérique 9+3 = 12 Méthode 1. savoir ajouter une dizaine à 12 Méthode 2. Savoir ajouter 1 dizaine à 1 de 19

[3] L'analyse s'appuie sur les travaux développés dans le groupe IREM calcul mental de l'IREM de Paris (https://irem.u-paris.fr/calcul-mental). Ces travaux conduisent notamment à inclure des propriétés des opérations qui ne sont pas habituellement enseignées, en France.

Tableau 1. Analyse a priori de « 19+3 » (combinaison de propositions des formatrices et des formés)

À travers l'identification des différentes procédures, l'AAP du calcul 19 + 3 (tab. 1) permet aux formés, d'une part, de prendre conscience :

- de la diversité des procédures en appui sur les nombres et sur les propriétés des opérations,
- du travail sur les nombres et non sur les chiffres ;

d'autre part, d'identifier des gestes professionnels nécessaires pour rendre cette séance plus efficace :

- l'anticipation des procédures,
- l'accueil et le recueil des différentes procédures produites par les élèves,
- la différenciation possible (proposition de matériel de numération ou d'outil bande numérique) et des effets des aides éventuelles sur les apprentissages. Une aide peut modifier très fortement les procédures et par conséquent les savoirs sollicités dans les procédures. La proposition d'outils dans la perspective de différenciation peut ainsi avoir des conséquences fortes au plan des apprentissages. Ce peut être un choix de différenciation dans la perspective de l'inclusion de certains élèves (Millon-Fauré & Gombert, 2020), ce peut aussi être une conséquence d'un défaut d'AAP qui pourrait avoir pour effet de presque empêcher l'apprentissage de procédures qui s'appuient sur les propriétés des opérations ;
- l'explicitation de l'apprentissage visé à travers une trace écrite.

A la suite de cette AAP, nous proposons aux formés de revoir l'extrait vidéo en leur demandant de pointer les aspects didactiques et de réfléchir en quoi l'AAP a fait évoluer leur observation. Le travail réalisé antérieurement permet aux formés de repérer que, si la plupart des élèves proposent une procédure proche de l'oralisation de la technique de l'addition posée, l'élève écarté avait proposé oralement une procédure que nous reconstituons sous la forme suivante : 10 + (9 + 1) + (3 - 1) (*trois j'enlève un, j'ai deux, neuf j'ai dix*). Lors de ce nouveau visionnage, les formés réagissent davantage à la réaction de l'enseignante lorsqu'elle ne comprend pas la procédure qu'un élève propose. Ils prennent conscience que la procédure mise en avant par l'enseignante est proche de l'addition posée (travail sur les chiffres) et que l'on s'éloigne du calcul mental (travail sur les nombres).

Le fait d'avoir montré deux fois la vidéo, avec une AAP du calcul entre les deux, permet de percevoir (pour les formatrices comme pour les formés) l'évolution du regard sur la séance observée.

Nous proposons ensuite un entraînement à l'analyse a priori sur deux autres calculs (18 x 15 et 137 – 80). Les formés s'emparent vite de la notion d'AAP en calcul mental. Ils déterminent les savoirs mathématiques en jeu que nous organisons ensuite en trois catégories (numération, propriétés des opérations, faits numériques) (Batton, et al. 2020).

Pour au moins une partie d'entre eux, les formés ont ainsi constaté que la connaissance des savoirs mathématiques et des enjeux du calcul mental permettent de retrouver facilement les procédures possibles.

3 Séance de géométrie

La séance de géométrie constituait le second temps de formation (sur les quatre proposés) et s'est déroulée trois semaines après que les formés ont été confrontés aux premières réflexions sur l'AAP à partir d'une séance en calcul mental. Nous avons gardé très peu de traces de ce temps.

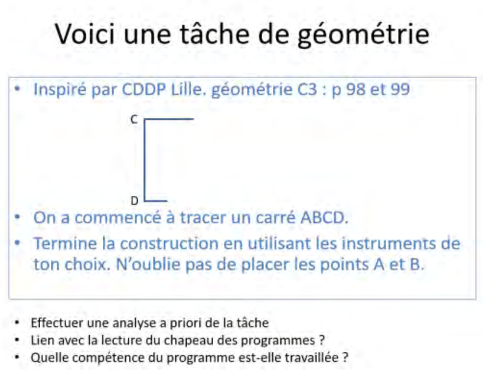
Les formés avaient donc vécu une première expérience réflexive sur l'AAP. Pour la géométrie, ce temps a été conçu de façon différente de celui du calcul mental puisque l'analyse n'était pas basée sur une vidéo montrant une séance de géométrie dans une classe (nous n'en avions pas à disposition au moment de cette formation). Trois objectifs étaient annoncés : poursuivre le travail engagé sur l'AAP ; identifier ou revenir sur les enjeux de l'enseignement-apprentissage de la géométrie à l'école élémentaire ; outiller les futurs formateurs sur l'enseignement-apprentissage de la géométrie

Après un retour sur les programmes de géométrie, plusieurs tâches ou mises en situation des formés avaient été anticipées :

- Tâche 1 : terminer la construction d'un carré en utilisant les instruments de leur choix (inspiré d'une tâche de l'ouvrage Travaux géométriques Cycle 3 - Apprendre à résoudre des problèmes, IREM de Lille, 2000) (figure 1.a)
- Tâche 2 : reproduire une figure en utilisant les instruments de leur choix
- Tâche 3 : reproduire une figure à l'aide de gabarits qui constituent des instruments de tracé.

Pour chacune des tâches proposées, les formés étaient invités à en réaliser une AAP afin d'identifier les différentes procédures possibles. La verbalisation des différentes procédures devait permettre dans un second temps aux formés d'analyser les propriétés mobilisées en fonction des figures géométriques en lien avec les instruments utilisés.

Notre objectif était de reprendre le dispositif utilisé lors de la séance sur le calcul mental pour cette séance sur la géométrie et d'établir un lien entre les procédures et les connaissances géométriques. Notre intention était de construire un tableau (figure 1.b) mettant en lien les procédures et les savoirs géométriques (propriétés des figures par exemple) tout en incluant les instruments. Lors de la séance, pour des raisons liées au temps, seules les tâches 1 et 3 ont pu être réalisées. Nous faisons le choix maintenant de décrire plus précisément la tâche n°1. La figure 1.a présente la diapositive utilisée en formation. Les formés étaient invités à réaliser une analyse a priori de la tâche et à compléter le tableau (figure 1.b).



Procédure	Instruments	Connaissances

Figure 1. Diapositive pour la première tâche de construction de figure (a) et tableau proposé comme moyen de présenter l'AAP (b)

Le tableau 2 présente une compilation des procédures produites par les formés, complétée par d'autres procédures dont certaines n'avaient pas été envisagées lors de la formation :

- La procédure 1 a été principalement identifiée. Le prolongement des côtés n'est pas perçue par les formés comme un savoir à construire.
- La procédure 2 n'a pas été proposée : les propriétés en lien avec les diagonales n'ont pas été utilisées par les formés.
- La procédure 3 a été évoquée par les formatrices lors de la mise en commun.
- Les procédures 4 par pliage n'ont pas émergé, ni même été évoquées lors de la mise en commun.

	Procédure	Instruments	Connaissances
1	Prolonger les côtés incomplets (règle non graduée). Mesurer et/ou reporter CD sur les côtés prolongés	Règle non graduée Règle graduée ou compas	Prolonger les côtés Notion de droite Un carré a 4 côtés de même longueur
2	Prolonger un côté, lui donner la même longueur que le côté complet	Règle graduée	Prolonger les côtés. Un carré a 4 côtés de même longueur

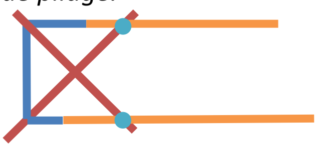
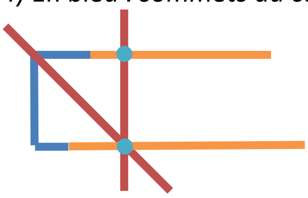
	Tracer la diagonale. Puis deux procédures pour la 2e diagonale : a) Tracer la perpendiculaire à la diagonale tracée passant par le 3e sommet b) Marquer le milieu de la diagonale tracée, tracer la 2e diagonale.	a) Règle non graduée et équerre b) règle graduée	2 points déterminent une ligne droite a) Les diagonales du carré sont perpendiculaires b) les diagonales du carré ont le même milieu
3	Décalquer l'amorce et la faire tourner deux fois dans sa trace	Calque	Le carré est invariant par une rotation d'un quart de tour. [*connaissance qui n'apparaît pas dans les programmes*]
4	*En bleu, l'amorce. En orange et rouge les lignes de pliage.*  *1) plier le long des lignes bleues.* *2) rabattre deux côtés consécutifs l'un sur l'autre* *3) rabattre deux côtés consécutifs l'un sur l'autre* *4) En bleu : sommets du carré obtenus par pliage*  Idem pour 1, 2. 3 devient 3b : repérer l'intersection côté diagonale (3e sommet) et rabattre le côté sur lui-même 4b) repérer le 4e sommet comme intersection	Pliage	1. prolonger une ligne droite (par pliage) 2. diagonale : axe de symétrie du carré 3. diagonale : axe de symétrie du carré 4. le point comme intersection de deux lignes. 3b. le point comme intersection de deux lignes et perpendiculaire par pliage

Tableau 2. Analyse a priori de la tâche, retravaillée après la formation

Vu que trois côtés étaient amorcés, les procédures par les diagonales sont beaucoup moins économiques que la première. Nous avions compté sur des propositions d'adaptation de l'amorce… qui n'ont pas eu lieu. L'AAP montre ainsi qu'il n'y a qu'une procédure avec les instruments standard, si l'on exclut les procédures par les diagonales ! Cette analyse montre aussi que l'invariance du carré par quart de tour qui apparaît comme un savoir dans l'AAP n'est pas un savoir du programme.

Bien que délicates à décrire, les procédures par pliage sont, à peu de chose près, celles qu'on utilise lorsque l'on souhaite fabriquer un carré à partir d'une feuille rectangulaire (par exemple un format A4). Il est alors probable que parmi ceux qui la connaissent certains ignorent en tout ou partie les savoirs qui la fondent (de la même façon qu'utiliser la technique de l'addition posée pour calculer 19+3 ne nécessite pas de savoir la justifier). Signalons que la tâche d'origine était « compléter un rectangle » (avec deux côtés tracés et un côté amorcé). Elle permet davantage de procédures avec les instruments standard.

II - DES EFFETS DE LA FORMATION…

Dans la perspective de cette communication, nous avons conçu un questionnaire que nous avons adressé aux formés mais nous avons aussi interrogé les évolutions de nos propres pratiques de formatrices. La conception de cette formation avec le fil rouge de l'analyse a priori, qui n'a pas forcément été si facile à dérouler même si nous l'avions choisi dès le départ, nous a en effet amenées individuellement à faire évoluer notre rapport à l'analyse a priori dans notre métier de formatrice. Cette dimension revenait de façon récurrente dans nos échanges et il nous est apparu progressivement évident qu'elle constituait un élément important du « dispositif ». Aussi, après avoir présenté le questionnaire et les réponses que nous avons eues en retour, nous témoignons de quelques-uns de nos déplacements personnels.

1 Sur les formés

1.1 Un questionnaire

Un questionnaire (annexe 2) a été envoyé aux formés, les formés pouvaient y répondre de façon anonyme ou nominative. Parmi les 30 formés, 10 y ont répondu. Tous les répondants, sauf un, avaient assisté aux quatre séances. Six ont une classe en responsabilité. Cinq ont déjà une expérience de formateur. Nous présentons ici les réponses à deux questions : « Depuis la formation, avez-vous réinvesti l'outil « analyse a priori » dans vos pratiques professionnelles ? » « Que vous l'ayez utilisé ou non, pouvez-vous indiquer ce que ce type d'analyse vous a apporté pour vos séances / séquences, lors des accompagnements ? En quoi cela a-t-il fait évoluer votre réflexion personnelle et/ou votre pratique professionnelle ? (éventuellement rien !) ».

1.2 Quelques réponses

A la première question, neuf répondants indiquent avoir utilisé l'AAP : en visite, en préparation de classe, après une séance qui ne s'est pas déroulée comme prévue ou en étude de la langue. Ils indiquent que cela leur a permis d'aborder les points clefs des apprentissages, pour anticiper, pour proposer de l'aide ou de la remédiation.

Un formé nous relate de façon très détaillée son utilisation de l'AAP lors de l'observation d'une séance :

> *Dans le cadre de ma pratique de formateur j'ai assisté à une séance de géométrie portant sur les quadrilatères.*
>
> *Lors de sa séance l'enseignante a distribué un tableau à remplir par les élèves avec en annexe une feuille sur laquelle étaient représentés plusieurs quadrilatères. Le tableau avait en colonnes les propriétés des quadrilatères (côtés parallèles deux à deux, quatre angles droits, côtés égaux, nom) et en ligne le nom des figures (A, B, C, D …)*
>
> *L'activité pour les élèves consistait à remplir le tableau en indiquant pour chaque figure si la propriété était présente ou non puis donner le nom de la figure. Ce qui faisait que les élèves raisonnaient figure après figure et non propriété après propriété.*
>
> *Faire l'analyse a priori de la tâche m'a permis de me rendre compte que les notions de parallélisme, angle droit, définitions de rectangles, parallélogrammes etc. auraient été mieux travaillées si le tableau avait été inversé et que l'on avait demandé aux élèves de classer les figures en fonction des propriétés. Les élèves ne pouvaient pas se rendre compte avec la tâche proposée qu'un carré est à la fois un rectangle, un parallélogramme et un losange puisque les élèves ne pouvaient pas poser comme définition après leur recherche : « quadrilatère ayant les côtés parallèles deux à deux = parallélogramme ; quadrilatère ayant 4 angles droits = rectangle, quadrilatère ayant 4 côtés égaux = losange ».*

Remarquons que ce collègue ne nous dit pas ce qu'il a fait de son analyse en formation. A la deuxième question (ce que l'AAP leur a apporté), les répondants disent avoir pris conscience de l'importance de l'anticipation et, lors de leur préparation, l'ont utilisée pour mieux identifier les besoins, les difficultés, les procédures valides ou erronées des élèves, et pour proposer une différenciation plus pertinente. Cela leur a également permis d'avoir un regard plus critique sur les ressources et les supports de travail qu'ils utilisent. Certains répondants se sont emparés de l'AAP pour mener des entretiens lors de visites.

Le répondant n'ayant pas utilisé l'AAP nous dit : « *Je ne me suis pas emparé de cette analyse parce que je ne l'ai pas vu comme un outil préalable à une visite, ne sachant pas ce que j'allais observer* ». Il n'avait pas participé à la première séance de formation, celle pendant laquelle l'AAP a été présentée. Les réponses au questionnaire sont encourageantes. Pour autant, nous n'avons eu qu'un tiers de répondants. Cela signifie-t-il un tiers d'appropriation ? Si les réponses, sommaires, suggèrent qu'il n'y a pas de contresens dans l'appropriation de l'outil, il est difficile de dire jusqu'où les formés ont approfondi les analyses qu'ils ont effectuées : nous avions proposé qu'ils nous communiquent leurs analyses, un seul l'a fait (cf. supra).

2 Sur les pratiques des formatrices

À l'issue de la formation, nous avons eu envie de présenter notre travail au colloque de la COPIRELEM car il nous semblait intéressant à partager, de même les modifications induites sur nos propres pratiques de formatrices que nous percevions dans notre travail au quotidien. Ainsi, au-delà de la description de la formation présentée, deux axes principaux ont guidé le travail réalisé a posteriori : d'une part l'objectivation du travail réalisé pour la préparation au CAFIPEMF, d'autre part les modifications dans nos pratiques.

Il est possible qu'auparavant quand nous demandions des analyses a priori en formation, nous nous arrêtions souvent aux « procédures » et à leur mise en relation avec les variables didactiques. On a rarement le temps de tout faire… Dans la formation CAFIPEMF, nous avons délibérément orienté le travail sur la mise en relation entre procédures et savoirs. La mise en œuvre des formations nous a donné une sorte de cadre facilitant pour gérer les analyses a priori en « grand groupe », un tableau avec deux colonnes « procédures » et « savoirs ». Dans des actions de formation variées, nous avons constaté que, non seulement, nous demandions d'identifier des procédures possibles pour traiter une tâche mais aussi, chose plus nouvelle, d'expliciter les savoirs à mobiliser dans ces procédures, comme un passage assumé de « est-ce que vous pouvez trouver les procédures ?» à « qu'est-ce qu'il faut savoir, en termes de savoirs notionnels, pour pouvoir mettre en œuvre ces procédures ? ». En voici deux exemples.

2.1 En TD, en formation initiale

En formation initiale, nous avons constaté que grâce à cette analyse a priori, les étudiants ont fait du lien entre procédure utilisée et savoir en jeu. Prenons un exemple avec des étudiants lors d'un TD de M2. Ils devaient réaliser une AAP de la tâche suivante : « comparer 1,25 et 1,5 ». Ils ont proposé cinq procédures : transformer les écritures à virgule en des fractions décimales de même dénominateur ; placer les nombres dans un tableau de numération ; multiplier par 100 les deux nombres pour comparer deux entiers ; « ajouter un zéro derrière 1,5 » ; comparer les parties entières, puis des dixièmes, puis les centièmes.

Nous avons ensuite cherché ensemble les savoirs associés. Dans certains cas, il a été nécessaire de les aider à formuler ces savoirs. Cela a permis à un certain nombre d'entre eux de prendre conscience que ces procédures faisaient travailler des savoirs différents. Une étudiante en difficulté a même dit : « En fait, quand on ajoute un zéro, on ne travaille pas vraiment ce qu'est un nombre décimal ! ». Elle a réalisé que cela revenait à donner une recette mais que l'on ne travaillait pas la notion de nombre décimal. Elle a compris que, selon la procédure utilisée, on mobilisait des connaissances différentes et qu'un élève pouvait réussir la tâche sans mobiliser les savoirs que le professeur souhaitait qu'il travaille.

2.2 Dans des temps individuels de formation

Prenons un exemple au cours du suivi d'une étudiante dans un mémoire sur la construction du nombre en maternelle. Elle a décidé de travailler la notion de « quantité » en moyenne section. Elle a introduit un dispositif qu'elle présente comme une adaptation du jeu Halli Galli. L'élève prend une carte qu'il pose face visible et des jetons. Il doit poser à côté de la carte la même quantité de jetons qu'il y a d'objets sur la carte, puis il recouvre sa carte avec une autre carte et doit faire évoluer sa collection de jetons en fonction, ajouter des jetons ou en enlever. Aux élèves qui n'y arrivaient pas, elle a proposé une aide : poser les jetons sur la carte, faire évoluer la collection en fonction, déplacer les jetons à côté de la carte… Elle a identifié que des élèves maintenaient la procédure spatiale terme à terme tout au long du processus d'enseignement. Elle n'en a tiré aucune conséquence.

Dans un questionnement, nous avons pris l'exemple d'une carte 3 et le passage à la carte 4. Elle a dû décrire les procédures et identifier les savoirs associés, plus précisément, les connaissances mobilisées dans une procédure sans « correspondance terme à terme » et avec « correspondance terme à terme ». Elle a montré de la résistance pour faire l'analyse en disant qu'elle savait faire, que c'était évident. Dans l'accompagnement, elle a apparemment progressivement pris conscience que les savoirs sur le nombre n'était pas mobilisés dans la correspondance terme à terme. Elle a finalement conclu, avec une certaine stupéfaction, que probablement les élèves qui avaient maintenu la procédure spatiale n'avaient pas appris le nombre dans le jeu. La directrice a terminé en lui disant que oui, c'était important, et qu'elle avait effectué une analyse a priori. Peut-être, ce temps de formation lui a-t-il permis d'amorcer une prise en compte des effets de l'action du professeur sur les apprentissages des élèves, en considérant en particulier l'activité cognitive des élèves.

Nous sommes convaincues que nous avons été en mesure de conduire ces temps de formation, d'insister pour demander l'analyse a priori, d'institutionnaliser ce savoir parce nous avions collectivement construit l'importance de faire travailler sur la relation procédure / savoirs dans nos temps croisés de réflexion.

III - APPRENDRE DAVANTAGE DE CETTE EXPÉRIENCE

Une fois cette première mise à distance des formations réalisée, nous l'avons approfondie en nous centrant sur deux aspects. 1) Serait-il possible de mettre en évidence des conditions favorables pour la formation à l'analyse a priori en contrastant les séances de formation portant sur l'enseignement du calcul mental et de la géométrie ? 2) Serait-il possible de faire apparaître une articulation plus explicite entre l'analyse a priori et les « cinq focales » pour l'analyse de la pratique enseignante proposées par Goigoux (s.d.) et largement diffusées dans le cadre des préparations au CAFIPEMF ?

1 Première dimension : Contraster les deux séances

Par une analyse réflexive, pour répondre à la première question, nous avons contrasté, empiriquement, les séances et identifié les caractéristiques. Il est probable que les caractéristiques repérées relèvent d'un ensemble de savoirs des formatrices sur les pratiques des enseignants et des formateurs. Nous ne nous attardons pas sur ce point.

Caractéristique	Calcul mental	Géométrie
Discours sur l'analyse a priori	Temps de présentation explicite : « définition », outil pour le formateur	Pas de tissage avec la séance précédente : - Pas de retour sur la définition - Peu de retour sur l'utilité de l'AAP
Entrée dans la tâche	Par le réel d'une classe, par la pratique d'un enseignant à partir d'une vidéo d'une séance	Par la réalisation d'une activité géométrique à partir d'une activité extraite d'un manuel
Position / rôle du formé pour réaliser l'AAP	Les formés sont placés en position de formateur	Les formés sont placés en position de sujet (d'élèves)
Pratiques dans les classes	Le calcul mental est un domaine qui est proposé de façon quasi quotidienne.	La géométrie est un domaine qui est proposé de façon hebdomadaire.
Outillage sur les disciplines : pour les formés et les formateurs	Beaucoup d'expérience	Moins d'habitude, moins d'expérience

Caractéristique	Calcul mental	Géométrie
Apports de contenus (en lien avec les savoirs de la formation)	Apports mathématique et didactique bien identifiés et anticipés, dimensionnés pour une session de 3 heures (appui sur les ressources développées pour le défi calcul, notamment la catégorisation des savoirs en trois pôles : propriété des opérations / faits numériques / numération, Batton, et al. 2020). L'analyse a priori apparaît comme un outil utilisable ensuite directement dans la pratique tant comme formateur que comme enseignant	Apports mathématiques diffus, apports didactiques ambitieux et peu réalisés Pour être à l'aise, les enseignants auraient besoin d'un système cohérent de connaissances géométriques et non d'une collection de savoirs géométriques particuliers. Cette remarque pose la question de l'existence d'un outil mettant en relation les savoirs et les procédures en géométrie : nous n'en connaissons pas.
La tâche proposée	Simple mais efficace	Difficile pour les formés d'imaginer plusieurs procédures (cf. §3) Un seul exemplaire de la figure à disposition ce qui a empêché les essais et tâtonnements
Les savoirs	Ressources du groupe IREM calcul mental, assez exhaustives et organisées	Les lacunes et difficultés éprouvées par les enseignants sur les contenus géométriques ont empêché les enseignants de mobiliser les différents savoirs pour réaliser l'AAP. Définitions, relations, propriétés (matériel usuel) Ex : propriétés en lien avec le calque ? (rotation, retournement)

Tableau 3. Mise en regard des deux séances selon certaines caractéristiques

Ce contraste (tableau 3) met en évidence plusieurs différences décrites dans le tableau ci-dessus entre ces deux séances. Si certaines sont intrinsèquement liées au thème mathématique, d'autres pourraient être ajustées.

2 Seconde dimension : Articuler analyse a priori et didactique professionnelle

Les formatrices terrain, de par leurs parcours, sont plus à l'aise avec l'utilisation des « cinq focales » (Goigoux, s.d.) pour la lecture de séances qu'avec l'analyse a priori pour laquelle elles ne percevaient que l'axe didactique au départ. Mais l'utilisation de l'analyse a priori en situation de conseil dans le cadre de l'observation et de l'accompagnement des enseignantes débutantes leur est très rapidement apparue comme une plus-value dans leurs pratiques de formatrices. Aussi, cela les a conduites à creuser les liens et correspondances qui existent entre les deux outils.

2.1 Présentation rapide des cinq focales

Voici d'abord une brève présentation des focales. Nous exposons ensuite les articulations que nous avons identifiées.

Les cinq focales (figure 2) sont une grille d'analyse de l'activité enseignante qui ne se limite pas uniquement au visible de l'activité, mais cible également les fondements de cette activité. Cette grille a été construite à partir des synthèses de nombreux résultats de recherches en éducation afin d'identifier les caractéristiques des pratiques efficaces c'est-à-dire des pratiques qui influencent favorablement les apprentissages des élèves.

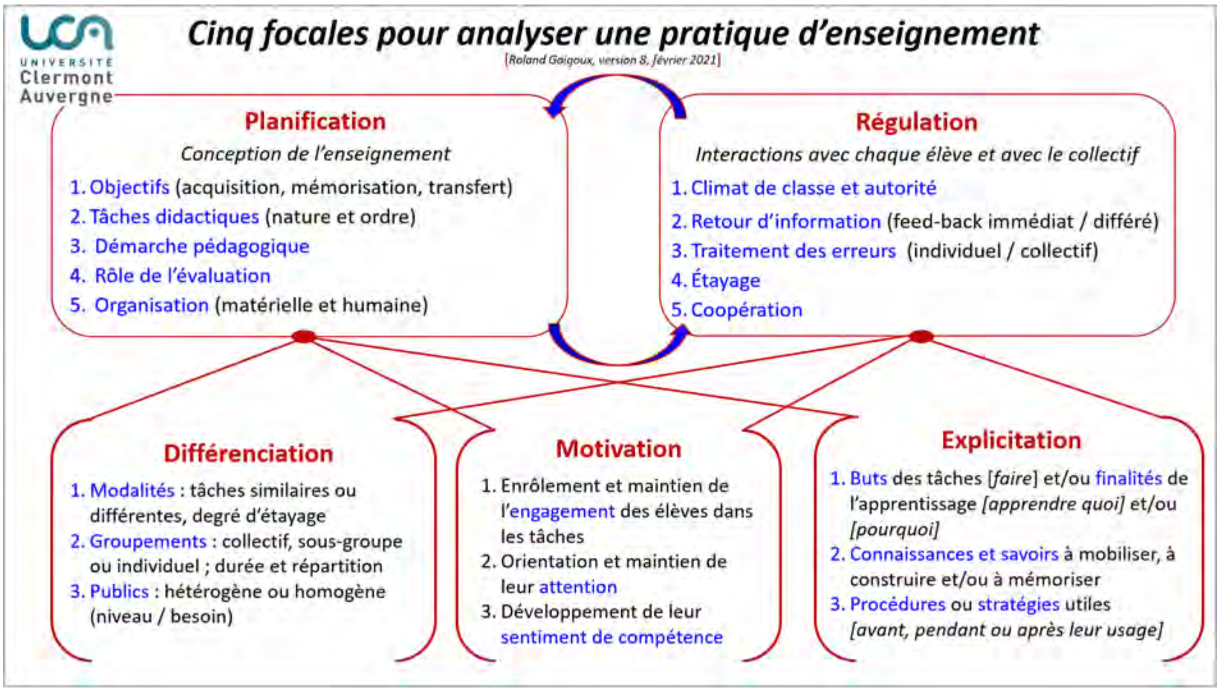


Figure 2. Les cinq focales (Goigoux, s.d.)

Cela a conduit à identifier 19 caractéristiques regroupées en 5 ensembles qui se traduisent comme 5 points de vue différents et complémentaires de l'analyse, à savoir planification, régulation, différenciation, motivation, explicitation :

- pour la Planification les caractéristiques retenues sont : objectifs /tâches didactiques/ démarche pédagogique / rôle de l'évaluation et l'organisation,
- pour la Régulation les caractéristiques retenues sont : Climat scolaire et autorité / retour d'information / traitement des erreurs / Étayage / Coopération,
- pour la Différenciation les caractéristiques retenues sont : modalités / groupements / publics,
- pour la Motivation les caractéristiques retenues sont : engagement / attention /sentiment de compétence,
- pour l'Explicitation, les caractéristiques retenues sont : buts et finalités / connaissances et savoirs / procédures et stratégies.

Le point d'entrée de l'analyse c'est le couple planification / régulation qui correspond à la conception de la séance et à sa mise en œuvre. Les trois autres focales relèvent de critères de qualité. Le couple planification / régulation est d'autant plus pertinent du point de vue de l'apprentissage des élèves que les pratiques prennent en charge la motivation des élèves, la possibilité de rendre explicite l'enseignement et la différenciation.

2.2 Opérationnalisation de l'AAP

La première utilisation opérationnelle de l'AAP a été réalisée en situation de conseil lors des visites des enseignants débutants. Cette introduction de l'AAP dans notre pratique de formatrice s'est imposée d'elle-même tant sa plus-value nous semblait évidente pour la construction des compétences professionnelles des enseignants.

Dans ces situations d'accompagnement, l'AAP est utilisée de façon complémentaire par la formatrice à deux moments clés : d'abord lors de l'observation de la séance conduite par l'enseignante, puis lors de l'entretien formatrice- enseignante qui suit.

Lors de l'observation, la formatrice réalise « sur le vif » une première AAP de la tâche qu'il découvre en séance. L'analyse va alors s'enrichir des observations des élèves au travail et de l'enseignante en action.

Les objectifs de la formatrice sont alors :

- de comprendre ce qui est en train de se jouer tant d'un point de vue pédagogique que didactique ;
- de mesurer les écarts entre le prévu par l'enseignante dans sa préparation et le réel de la séance observé par la formatrice ;
- d'estimer les connaissances disciplinaires et didactiques mises en œuvre par l'enseignante au regard des attendus de la discipline traitée ;
- de relever les procédures des élèves et de les confronter à l'AAP pour mesurer leur efficacité ;
- d'évaluer les connaissances acquises et en construction des élèves au regard de leur activité.

Puis, au cours de l'entretien réalisé à l'issue de l'observation, en répondant à la question « comment permettre à tous les élèves de réussir la tâche ? », l'AAP est alors coréalisée avec l'enseignante a posteriori en regard du réel de la classe. Elle permet :

- de lister les savoirs en jeu dans la tâche telle que proposée aux élèves,
- d'envisager les critères de réussites et les procédures de réalisation,
- d'identifier les prérequis, les compétences incontournables ou essentielles du domaine pour placer les élèves en réussite,
- d'identifier les difficultés possibles des élèves, d'envisager les aides et étayages possibles,
- de préciser ce qu'il sera intéressant d'observer, le questionnement possible des élèves par l'enseignante,
- de pointer ce qui doit être explicité en termes de connaissances à mobiliser et de procédures afin de lever les malentendus, de noter ce que l'enseignante doit verbaliser,
- de clarifier la consigne et l'enrôlement dans la tâche, de préciser les modalités de mise en œuvre.

Sur ce temps d'accompagnement, l'AAP permet d'articuler dans le dialogue qu'est l'entretien la didactique disciplinaire et la didactique professionnelle en l'ancrant dans le réel de la pratique de classe. Par un retour sur la conception de la séance (planification) et par une analyse de sa mise en œuvre pour en identifier les réajustements nécessaires (régulation), elle permet également de former l'enseignante débutante à un écrit de préparation moins chronophage et plus opérationnel. Beaucoup de documents d'anticipation de classe restent en effet peu opérationnels chez nombre de débutantes bien que présents en quantité.

Planification

L'AAP est ainsi un outil au service de la planification. En effet, la recherche des procédures et des savoirs en jeu avec l'enseignante va permettre de revenir sur la planification de la tâche proposée au regard du réel de la classe. À savoir, concernant le ou les **objectifs** fixés, l'AAP permet de valider que la tâche choisie répond bien à l'objectif visé. Pour ce qui est des **Tâches didactiques**, l'AAP permet de vérifier l'adéquation de la tâche avec les savoirs en jeu, d'identifier les prérequis à sa réalisation, de formuler ou reformuler une consigne efficiente, d'anticiper les erreurs possibles, d'identifier les aides à apporter et également de prévoir l'étayage (mise à disposition possible de matériel, outil…). La pertinence du choix de la **démarche pédagogique** est questionnée au cours de ce temps d'échange. Quant à **l'évaluation,** l'AAP va permettre de définir le contenu et les modalités du retour d'information adéquat (immédiat ou différé, individuel ou collectif, contenu et support…). De même, la recherche des modalités de mise en œuvre optimales permet de choisir l'**organisation** matérielle et humaine.

Régulation

L'AAP s'avère donc être un outil au service de la planification. C'est également un outil au service de la **régulation**. En effet, en anticipant les savoirs et les procédures, l'AAP va permettre à l'enseignant une observation plus efficace de ses élèves au travail. En ayant conscience du savoir enseigné et des enjeux corrélés, l'enseignant influera favorablement sur le **climat de classe et sur sa manière d'exercer son autorité**. L'anticipation des procédures possibles facilitera le **retour d'information**, leur recueil et l'organisation de leur mise en commun. De même, le **traitement des erreurs** effectives au cours de la séance est simplifié par le recensement des erreurs possibles. Le choix d'une aide en réponse aux difficultés et erreurs possibles permet de construire l'**étayage**. L'AAP réalisée en amont permet également de mettre en perspective la plus-value d'un travail coopératif pour la tâche à réaliser. Les gestes professionnels sont guidés et aidés par l'AAP : gestion des erreurs, mise en commun, institutionnalisation… Au cours de ce dialogue avec l'enseignant, les savoirs en jeu et la didactique associée reprennent alors une place centrale dans la conception d'une séance d'enseignement apprentissage.

Explicitation

Les trois dernières focales donnent des indications sur la qualité de l'enseignement proposé à savoir explicitation, différenciation et motivation. En ayant réfléchi dans le cadre de l'AAP **aux connaissances à mobiliser** et **aux procédures et stratégies** possibles, on accède à une explicitation de son enseignement. En effet cela va permettre de tisser les liens avec les séances en amont et en aval et de formuler les enjeux d'apprentissage à destination des élèves et ainsi d'en expliciter les **buts et finalités**. La définition des critères de réussite de la tâche en est facilitée. Cette réflexion permet également de mettre en lumière les procédures et stratégies efficaces et d'anticiper la trace écrite mémoire de la séance.

Différenciation

En ayant envisagé les difficultés possibles, on va pouvoir anticiper une différenciation de la tâche (tâches similaires ou différentes, mise à disposition de matériel, d'outil ou de support). Cette analyse des difficultés, mise en regard du profil du groupe classe, permet d'une part à l'enseignant de préciser son rôle et sa place auprès des élèves. D'autre part, elle lui donne des axes d'observation des élèves et participe en cela de la différenciation.

Motivation

Quant à la motivation, elle est accessible via le questionnement de l'enseignant sur la pertinence de la tâche choisie, sur son niveau de difficulté et sur son intérêt aux yeux des élèves. À quelles conditions les élèves vont-ils s'engager dans la tâche ? Si la tâche est à leur portée et présente un réel enjeu, alors cela participera au maintien de leur attention. De plus, la motivation des élèves sera renforcée si sa réussite est à même d'influer positivement sur leur sentiment de compétence.

Donc l'AAP nous aide à mieux adapter les tâches aux compétences et aux besoins d'apprentissage des élèves. Par la recherche des connaissances à mobiliser et des procédures efficaces, l'AAP offre à l'enseignant la possibilité d'enseigner plus explicitement.

En annexe 3, une proposition d'insertion des éléments qui précèdent dans la grille des cinq focales.

2.3 Un exemple en situation

Nous illustrons maintenant notre propos à travers l'observation d'une séance de numération en CP, conduite par une enseignante néo-titulaire de deuxième année (NT2) débutant sur le niveau de classe. La tâche (fig. 3) consiste à identifier différentes représentation du nombre « 25 ». Elle est donnée en autonomie à la classe pendant que l'enseignante NT2 travaille sur un autre exercice avec un groupe d'élèves en difficultés. La consigne donnée est succincte, les élèves ayant déjà réalisé des exercices similaires. Cette tâche à première vue anodine, proposée dans le manuel Maths au CP ACCES Editions 2018 page 53 semblait réalisable par tous les élèves pour l'enseignante. Cependant tous les élèves n'ont pas réussi à identifier les différentes représentations de 25.

L'observation des procédures des élèves pendant la réalisation de la tâche permet de voir que certains ont dénombré tous les points et tous les doigts. (L'enseignante n'a pas pu le voir et n'a pas cherché à observer les élèves)

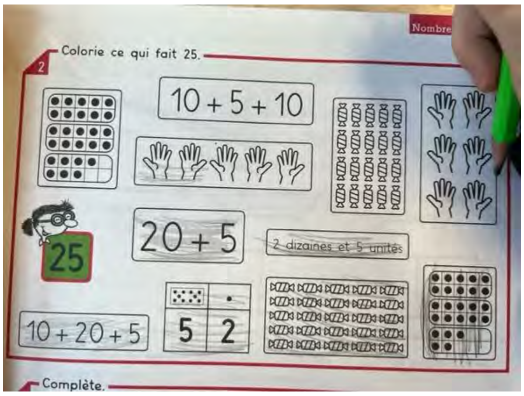


Figure 3. Tâche proposée en autonomie aux élèves « Colorie ce qui fait 25 »

Même si la tâche peut sembler réussie par certains, les procédures qu'ils mettent en œuvre sont inefficaces car source d'erreur. Par exemple : des élèves ne perçoivent pas « deux mains » comme une dizaine et dénombrent les doigts et non les dizaines, des élèves ne connaissent pas la représentation des cartes à points et dénombrent les points, des élèves ne repèrent les paquets de 5 bonbons et dénombrent les bonbons et ne comptent pas de 5 en 5. La coréalisation de l'AAP avec l'enseignante va avoir pour objectif d'identifier les conditions de la réussite de la tâche par les élèves. L'AAP nous permet de repréciser l'objectif de la tâche avec l'enseignante NT2 (savoir identifier les différentes représentations du nombre 25) et d'identifier les compétences disciplinaires nécessaires à sa réalisation en mettant en œuvre des procédures efficaces :

- Connaitre les différentes représentations analogiques (doigts, cartes à points, constellations)
- Connaitre l'écriture en unités de numération
- Connaître la numération de position
- Savoir décomposer et recomposer un nombre
- Savoir repérer un groupement de 5
- Savoir compter de 5 en 5
- Savoir repérer un groupement de 10
- Savoir compter de 10 en 10
- Savoir compter les unités et savoir compter les dizaines
- Savoir associer une représentation à un nombre

S'en est suivi un dialogue davantage centré sur les gestes professionnels. D'abord un retour sur la modalité de mise en œuvre choisie, à savoir le travail en autonomie et sur les conditions qui auraient pu réellement permettre l'autonomie des élèves. Puis, un point sur la nécessité d'observer et de questionner les élèves pendant la réalisation de la tâche : quels sont les critères d'observation soulevés par l'AAP ? L'entretien a également abordé l'efficacité de l'enseignement-apprentissage par son explicitation, notamment la mise en évidence par l'enseignant des connaissances à mobiliser ou l'usage de traces écrites collectives pour décrire des procédures. À la suite de cette visite, un point didactique a été planifié sur les numérations et plus spécifiquement sur la numération écrite avec l'enseignante.

En situation de conseil, l'AAP et les 5 focales nous sont donc apparues comme deux outils complémentaires au service du développement de la pratique des enseignants :

- L'AAP s'est avéré être un outil au service de la planification mais également au service de la régulation des enseignements (tels que définis par R Goigoux dans Les cinq focales).

- Un outil pour enseigner plus explicitement par la recherche des connaissances à mobiliser et des procédures efficaces.
- Un outil facilitant la lecture des séances en croisant différents prismes.
- Un outil qui peut permettre au formateur d'articuler didactique professionnelle et didactique disciplinaire au sein d'une même tâche.
- Un outil de formation à la planification de l'enseignement.

IV - CONCLUSIONS

Dans ce texte, nous avons d'abord décrit des éléments d'une formation pour la préparation au CAFIPEMF dans laquelle nous avons fait l'hypothèse que l'analyse a priori constituerait un axe de travail intéressant pour les futurs formateurs. Pour des raisons variées, le domaine du calcul mental apparaît comme un thème adapté pour introduire l'analyse a priori en formation et demander de premières analyses. Nous avons fait le choix d'entrer par une pratique de classe (régulation) et de mettre en avant la relation entre procédures et savoirs (explicitation) ce qui conduit assez naturellement à négliger la dimension « variable didactique » de ces analyses. Pour autant, l'aspect variable didactique pourrait apparaître dans un second temps, en particulier dès lors que l'on interroge la préparation (planification) et la différenciation. Le travail réalisé après la formation, stimulé par la perspective de notre communication au colloque et incluant l'écriture d'un premier jet du texte en amont du colloque, est probablement un catalyseur de transformation de nos pratiques de formatrices et en facilite la prise de conscience. Quatre résultats principaux se dessinent : ils sont présentés dans ce qui suit.

La plupart des répondants à notre enquête mentionnent qu'ils ont utilisé l'analyse a priori à la suite de la formation. Les formatrices témoignent d'effets sur leurs pratiques, en particulier de l'intégration explicite de cet outil. Pour ces dernières, on peut signaler un double facteur qui peut avoir facilité cette intégration. Tout d'abord, la conception et l'animation des formations se sont faites dans des conditions relativement sécurisantes (co-conception et co-animation). Ensuite, à l'issue de la formation, les formatrices se sont engagées dans un dispositif lourd qui implique une mise à distance (ici la réalisation d'une communication à un colloque de formation et conséquemment l'écriture d'un texte).

La recherche et l'identification de conditions qui semblent favorables pour former à l'analyse a priori, et notamment le rôle crucial de <u>textes de savoirs</u> dans le champ mathématique considéré pour être à même de conduire l'analyse, <u>l'inscription d'une tâche dans une pratique</u> (vidéo de classe) qui permet peut-être une entrée plus immédiate dans la pratique (aspect régulation) mais qui est aussi apprécié par les formés qui ignorent parfois « tout » des élèves des niveaux dans lesquels ils n'ont jamais enseigné et pour lesquels ils vont avoir une épreuve à l'examen.

Une proposition d'articulation entre un cadre de didactique professionnelle (utilisé dans l'ordinaire de leur pratique par deux des membres de l'équipe) et l'analyse a priori avec une entrée mathématique et didactique. Au-delà de son intérêt en soi, cette articulation rend visible la diversité des gestes professionnels que l'analyse a priori est susceptible de nourrir. Cet aspect constitue à la fois un argument pour former à l'analyse a priori, tant les enseignantes que les formateurs, mais aussi contribue à expliquer sans doute la réussite (au moins apparente) de la formation.

Finalement, ces éléments nous encouragent à envisager de former à l'analyse a priori les professeurs des écoles, dès la formation initiale. L'AAP nous semble en effet constituer un levier puissant pour faire évoluer le regard des débutants sur la préparation de classe vers une préparation de classe plus efficace au regard de l'apprentissage des élèves. Nous avons fait des essais isolés, chacune de notre côté, mais la question qui se pose maintenant à nous est : Comment former les professeurs des écoles à l'analyse a priori ?

V - BIBLIOGRAPHIE

Batton, A., Chambris, C., Melon, I., Freguis, G., & Radovanovic, A. (2020). Défi Calcul : Un dispositif de formation de formateurs, d'enseignants, d'élèves au calcul mental. *Actes du colloque de la Copirelem 2019, 4-6 juin 2019, HEP Vaud, Lausanne, Suisse,* 242-266.

Butlen, D., & Charles-Pézard, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental entre sens et technique. *Grand N, 79*, 7-32.

Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. *Math-École, 209*, 19-26.

Chesnais, A. & Coulange, L. (2022) L'analyse a priori, un outil pour « penser » les ajustements didactiques en classe de mathématiques ? *Éducation et socialisation, 66*. http://journals.openedition.org/edso/21439

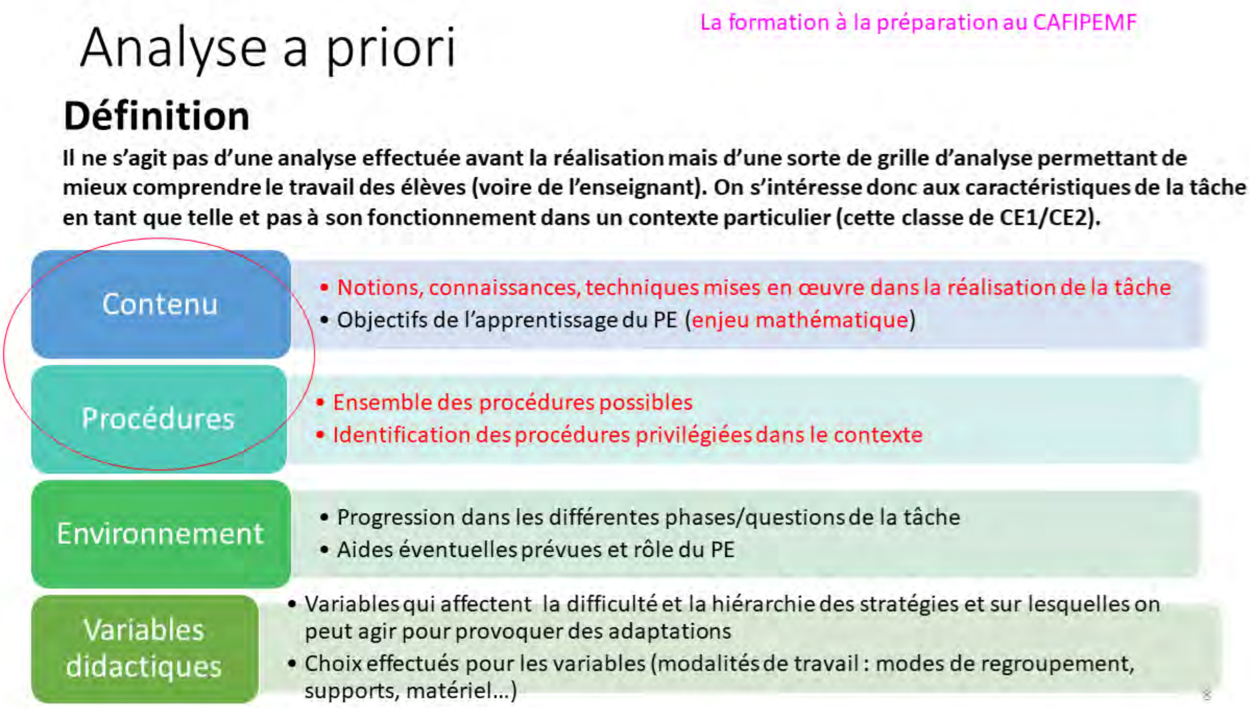
Goigoux, R. (s.d.). *Les cinq focales, un outil pour analyser l'activité d'enseignement. Mini MOOC.* https://inspe.uca.fr/formation/cinq-focales-un-mini-mooc. Université Clermont Auvergne.

Margolinas, C. & Laparra, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. Dans J.-Y. Rochex et J. Crinon (dir.), *La construction des inégalités scolaires* (p. 19-32). Presses Universitaires de Rennes.

Millon-Fauré, K., & Gombert, A. (2021). Analyse d'une situation en mathématiques pour une élève dyscalculique. Méthodologie pour la conception d'adaptations pédagogiques et didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 41*(2), 143-176.

ANNEXE 1 : DIAPOSITIVE ANALYSE A PRIORI

Cette annexe présente la diapositive utilisée en formation pour présenter l'analyse a priori. Le diaporama a été co-construit par les six formatrices : les cinq auteures et Pascal Sirieix, CPD Maths 91.



ANNEXE 2 : QUESTIONNAIRE POST-FORMATION

Cette annexe est une copie du questionnaire réalisé à l'issue de la formation pour tenter de repérer l'appropriation par les formés du travail réalisé sur l'analyse a priori au cours de la formation. Il s'agissait d'un fichier texte dans lequel les formés pouvaient cocher des cases et aussi écrire directement.

Questionnaire à destination des candidats CAFIPEMF ayant suivi la formation CAFIPEMF- MATHEMATIQUES

Merci de renvoyer ce questionnaire, une fois complété à *(adresse mail d'un des auteurs du texte)*

Nom : facultatif **Mail : facultatif**

Nous nous engageons à respecter votre souhait d'anonymat en enregistrant l'ensemble des questionnaires de façon non reconnaissable.

❖ **À quelle(s) session(s) de formation avez-vous été présent(e) ?**

- Présent(e) en Calcul mental : oui / non
- Présent(e) en Géométrie : oui / non
- Présent(e) en Résolution de problèmes : oui / non
- Présent(e) en Construction du temps en maternelle : oui / non

❖ **Avez-vous une classe ?** oui / non

❖ **Faites-vous fonction de formateur ?** oui / non

Nous avions choisi un fil rouge pour les quatre séances : **l'analyse a priori**.
Nous voudrions avoir un retour par rapport à ce choix et son impact. Nous vous remercions de bien vouloir répondre aux questions qui suivent.

Depuis la formation, avez-vous réinvesti l'outil « analyse a priori » dans vos pratiques professionnelles ? oui / non

→ **Le cas échéant, pouvez-vous donner un exemple** (détaillé ou succinct selon votre disponibilité) ?

- Dans le cadre de votre pratique d'enseignant
- Dans le cadre votre pratique de formateur (observation, entretien…)

Pouvez-vous préciser :

- Si vous l'avez utilisé en anticipation de classe ou à la suite d'une tâche qui a posé problème ou les deux
- Dans quels « domaines » mathématiques ou autres l'avez-vous réinvesti (calcul mental, géométrie, numération, résolution de problème, étude de la langue, autre, préciser) ?

Nous serions ravis que vous nous communiquiez un document professionnel dans lequel vous avez réalisé une analyse a priori

→ **Si vous n'avez pas utilisé l'analyse a priori, quelles en sont les raisons ?**

☐ Pas le temps
☐ Pas besoin, je savais déjà ce que les élèves allaient proposer
☐ Je n'en ai pas ressenti l'utilité
☐ Je ne me sens pas encore à l'aise
☐ Autre …

Que vous l'ayez utilisé ou non, pouvez-vous indiquer ce que ce type d'analyse vous a apporté pour vos séances / séquences, lors des accompagnements ? En quoi cela a-t-il fait évoluer votre réflexion personnelle et/ou votre pratique professionnelle ? (éventuellement rien !)

Remarques éventuelles :

ANNEXE 3 : ARTICULATION ANALYSE A PRIORI ET CINQ FOCALES

Cette annexe présente une première représentation de l'articulation entre l'analyse a priori et les cinq focales. Il s'agit de deux diapositives tirées du diaporama présenté au colloque.

L'analyse a priori au service de la pratique enseignante

Outil au service de la planification et AUSSI au service de la régulation

L'anticipation des savoirs et des procédures permet une observation plus efficace de la classe

Planification

Conception de l'enseignement

1. Objectifs (acquisition, mémorisation, transfert)
Valider que la tâche choisie répond bien à l'objectif visé
2. Tâches didactiques (nature et ordre)
Vérifier l'adéquation avec les savoirs en jeux
Identifier les prérequis à la réalisation de la tâche
Formuler une consigne efficiente
Anticiper les erreurs possibles
Identifier les aides à apporter
Anticiper l'étayage : mise à disposition possible de matériel, outil
3. Démarche pédagogique
4. Rôle de l'évaluation
Concevoir le retour d'information (individuel/collectif, immédiat/différé
5. Organisation (matérielle et humaine)
Définir les modalités de mise en œuvre : matériel, groupements

Régulation

Interactions avec chaque élève et avec le collectif

1. Climat de classe et autorité
Avoir conscience du savoir enseigné
2. Retour d'information (feed-back immédiat / différé)
Recueillir et organiser les procédures
Émettre le retour d'information (ind. ou coll., immédiat)
3. Traitement des erreurs (individuel / collectif)
Gestion des erreurs effectives
4. Étayage
Choix d'une aide en réponses aux difficultés et aux erreurs
5. Coopération
Constituer les binômes, les groupes pour un travail coopératif

Différenciation

Motivation

Explicitation

27

Pour mieux adapter les tâches (planification et régulation) aux besoins d'apprentissage des élèves

Pour enseigner plus explicitement par la recherche des connaissances à mobiliser et des procédures efficaces

Planification

Conception de l'enseignement

Régulation

Interactions avec chaque élève et avec le collectif

Différenciation

1. Modalités : tâches similaires ou différentes, degré d'étayage
2. Groupements : collectif, sous-groupe ou individuel ; durée et répartition
3. Publics : hétérogène ou homogène (niveau / besoin)

Prévoir la différenciation de la tâche
Définir place et rôle du PE : présence auprès de quels élèves ...

Motivation

1. Enrôlement et maintien de l'engagement des élèves dans les tâches
Questionner l'enrôlement des élèves dans la tâche proposée : à quelles conditions les élèves vont-ils s'engager dans la tâche ?
1. Orientation et maintien de leur attention
La tâche est-elle à leur portée ? Sa réussite porte-t-elle un réel enjeu ?
1. Développement de leur sentiment de compétence
La réussite de la tâche va-t-elle participer à l'augmentation de leur sentiment de compétence ?

Explicitation

1. Buts des tâches [*faire*] et/ou finalités de l'apprentissage *[apprendre quoi]* et/ou *[pourquoi]*
Formuler les enjeux d'apprentissage à destination des élèves
Tisser les liens avec les autres séances
1. Connaissances et savoirs à mobiliser, à construire et/ou à mémoriser
Définir les critères de réussite
Lister les connaissances à mobiliser
1. Procédures ou stratégies utiles *[avant, pendant ou après leur usage]*
Mettre en lumière les procédures et stratégies efficaces
Anticiper la trace écrite mémoire de la séance

28

ADAPTATIONS D'UNE RESSOURCE MATHÉMATIQUE CONÇUE POUR L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE PAR DEUX ENSEIGNANTS SPÉCIALISÉS EXERÇANT DANS DES DISPOSITIFS D'ÉDUCATION INCLUSIVE

Cynthia LAROCHE
PRPE, INSPE de l'académie de Bordeaux
Cynthia.Laroche@u-bordeaux.fr

Carine REYDY
MCF, INSPE de l'académie de Bordeaux
Laboratoire LaB-E3D
Carine.Reydy@u-bordeaux.fr

Patrick URRUTY
PRAG, INSPE de l'académie de Bordeaux
Patrick.Urruty@u-bordeaux.fr

Résumé
Lors du précédent colloque COPIRELEM, nous avons présenté une ressource mathématique conçue pour l'école élémentaire qui articule des tâches spécifiques concernant la mémorisation de faits numériques avec un travail visant leur mobilisation dans le cadre de la résolution de problèmes basiques. Cette année, nous questionnons l'accessibilité de cette ressource pour des élèves d'ITEP et d'ULIS-collège en étudiant les adaptations auxquelles deux enseignants spécialisés procèdent pour s'en emparer. En analysant les ajustements réalisés par ces deux enseignants, nous cherchons à améliorer la ressource initialement proposée pour la rendre plus accessible et ainsi favoriser la réussite de tous les élèves.

Dans le cadre d'une recherche-action conduite sur plusieurs années, nous avons conçu et expérimenté une ressource destinée à l'école élémentaire qui articule des tâches spécifiques concernant la mémorisation de faits numériques avec un travail visant leur mobilisation dans le cadre de la résolution de problèmes basiques au sens de Houdement (2017). Lors de l'année scolaire 2022-2023, nous avons proposé cette ressource à deux enseignants spécialisés exerçant en unité d'enseignement externalisée (UEE) d'ITEP[1] et en ULIS[2]-collège. Nous nous intéressons ici aux adaptations auxquelles ces deux enseignants procèdent pour l'utiliser avec leurs élèves.

I - CADRAGE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIQUE DE LA RECHERCHE

1 Méthodologie

Nous avons pour cette recherche adopté la méthodologie suivante.

Dans un premier temps, nous avons présenté aux deux enseignants spécialisés la ressource élaborée au cours de la recherche-action : des supports de jeux de calcul, des énoncés de problèmes, des exercices spécifiques, des traces de mises en œuvre (photos, vidéos) dans les classes du projet, … À l'issue de cette séance de présentation et de questions-réponses, nous avons mis à la disposition des deux enseignants spécialisés le matériel conçu pendant la recherche-action et le diaporama support de la présentation.

[1] ITEP : institut thérapeutique, éducatif et pédagogique
[2] ULIS : unité localisée pour l'inclusion scolaire

Dans un deuxième temps, nous avons conduit un entretien avec chacun des deux enseignants spécialisés pour savoir *a priori* avec quels élèves ils souhaitaient utiliser la ressource (profil, compétences en mathématiques, etc.) et pour avoir de premiers éléments sur ce qu'ils pensaient pouvoir utiliser tel quel et les modifications qu'ils devraient effectuer pour que la ressource soit de leur point de vue adaptée à ces élèves.

Enfin, nous avons observé, photographié et filmé des extraits de trois séances d'utilisation de la ressource dans chacun des dispositifs. Chaque séance a été suivie d'un entretien entre la ou le chercheur et l'enseignant spécialisé.

2 Cadre théorique

Pour recomposer les pratiques des deux enseignants spécialisés dans leur complexité, nous utilisons le découpage en cinq composantes définies par Robert et Rogalski (2002) : la composante cognitive, la composante médiative, la composante institutionnelle, la composante sociale et la composante personnelle.

La composante cognitive est constituée des éléments de la pratique qui traduisent les choix de l'enseignant sur les contenus, les tâches, leur organisation. La composante médiative renseigne sur la mise en œuvre des tâches prescrites. Ce sont ces deux dernières dont nous interrogeons directement les contenus dans l'analyse des choix opérés par ces enseignants spécialisés pour utiliser la ressource avec leurs élèves.

Les trois autres composantes prennent en compte des données relatives au métier non directement observables en classe et nous aident à comprendre les raisons des choix opérés par les deux enseignants spécialisés : la composante institutionnelle considère les programmes, les horaires, l'administration, les différentes ressources, la composante sociale prend en compte les élèves comme appartenant à différents groupes sociaux, mais aussi les autres acteurs de l'établissement, et la composante personnelle représente tout ce qui est propre à l'enseignant, c'est-à-dire ses valeurs, sa vision de l'enseignement, son caractère, ses connaissances, les attitudes qui en découlent.

Ce découpage est artificiel car ces composantes sont en réalité indissociables et interdépendantes, mais il nous permet d'observer plus finement les pratiques des deux enseignants. Il nous semble en outre particulièrement pertinent pour analyser les pratiques d'enseignants spécialisés car il permet de prendre en considération les contraintes spécifiques qui pèsent sur l'exercice de leur métier et influencent leurs choix.

3 Postulat et objectif de la recherche

Dans le cadre de cette communication, nous faisons le postulat que les difficultés rencontrées par les élèves à besoins éducatifs particuliers de cette étude sont souvent révélatrices de difficultés également présentes mais plus difficiles à déceler en contexte ordinaire. Dans leurs travaux menés dans des classes de ZEP[3], Peltier-Barbier et al. (2004) évoquaient dans le même ordre d'idée un effet « loupe vis-à-vis des pratiques ordinaires » :

> *En effet, dans le cas de l'enseignement dans des classes difficiles, la question relative à la nécessaire maîtrise des contenus mathématiques permettant à tout enseignant une certaine marge de sécurité, semblait se doubler de celle relative à la spécificité du public, à son comportement, à ses attentes, à son rapport au savoir. Il nous avait alors semblé que les ZEP jouaient un rôle « d'amplificateur » des problèmes que l'on peut trouver dans toutes les classes. (Peltier-Barbier et al., 2004, p. 49)*

Dans notre étude, nous questionnons l'accessibilité de la ressource pour des élèves d'UEE-ITEP et d'ULIS-collège en étudiant les adaptations auxquelles les deux enseignants spécialisés procèdent pour l'utiliser. Notre objectif est ainsi d'améliorer la ressource initialement proposée pour la rendre plus accessible aux

[3] ZEP : zone d'éducation prioritaire

élèves scolarisés dans des dispositifs d'éducation inclusive - mais aussi aux élèves de classe ordinaire - et ainsi favoriser la réussite de tous les élèves. En appui sur notre postulat de recherche, nous misons sur le fait que la réflexion conduite dans ce travail enrichira autant la pratique d'enseignants de classe ordinaire qui souhaiteront exploiter la ressource avec leurs élèves que celle d'enseignants spécialisés qui voudraient l'utiliser dans leur dispositif.

II - LA RESSOURCE

Dans ce paragraphe, nous décrivons dans les grandes lignes les éléments constitutifs de notre ressource[4] qui reprennent et détaillent la présentation faite dans les actes du précédent colloque de la COPIRELEM (Reydy et al., 2022).

1 Point de départ

Deux constats sont à l'origine de notre questionnement. D'une part, connaître « vraiment » un fait numérique, c'est être capable de percevoir l'équivalence entre plusieurs écritures mathématiques. Par exemple, la connaissance du fait numérique « $3 \times 8 = 24$ » permet de retrouver les trois autres faits numériques suivants : « $8 \times 3 = 24$ », « 24 : 3 = 8 » et « 24 : 8 = 3 ». Mais la perception de ces équivalences ne va pas de soi et nécessite d'être enseignée. D'autre part, être capable de restituer un fait numérique n'implique pas toujours de savoir le mobiliser pour résoudre un problème. Par exemple, un élève qui répond immédiatement « *42* » à la question « *Combien font 6 fois 7 ?* » ne sait pas forcément résoudre le problème suivant : « *Combien de bandes de 6 mètres de long peut-on découper dans un rouleau de tissu de 42 mètres ?* ». Or une connaissance numérique n'est utile que si elle permet de répondre à des questions mathématiques.

Ces deux constats ont donné lieu à une réflexion qui a conduit à la production, en 2018-2019, du premier jet d'une ressource associant un travail dans le domaine du calcul et un travail en résolution de problèmes. Dans le domaine du calcul, des tâches d'entraînement sont menées tout au long de l'année en abordant les faits numériques dans un ordre déterminé. Parallèlement, les élèves sont confrontés très régulièrement à la résolution de problèmes basiques au sens de Houdement (2017) qui sont issus d'une liste fournie aux enseignants pour chaque année de l'école élémentaire. Sa progressivité est établie grâce aux classifications issues de la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991) et articulée à la progression évoquée précédemment dans le domaine du calcul, dans le sens où les problèmes mobilisent les faits numériques déjà travaillés.

2 Un projet de formation-recherche

Pour approfondir la réflexion engagée, nous avons répondu en 2019 à l'appel à projets INSPE[5]-CARDIE[6] en déposant un projet intitulé « *Favoriser la mémorisation et la mobilisation des faits numériques pour la résolution de problèmes* ». Il a été conduit de 2019 à 2022 et réunissait un groupe de chercheurs et un collectif d'enseignants d'une puis deux écoles de REP[7]. Il s'agissait d'expérimenter et d'améliorer la ressource produite, ce qui pouvait potentiellement apporter des réponses face à des difficultés que ces enseignants constataient chez leurs élèves, plus particulièrement en résolution de problèmes et concernant la mémorisation des faits numériques. Le projet a débuté avec six enseignants d'une école de REP. Onze autres enseignants de l'école ont rejoint le collectif la deuxième année. Enfin pour la troisième année, tous les enseignants de l'école participaient au projet ainsi que toutes les enseignantes d'une autre l'école de REP, ce qui représentait 27 classes et balayait tous les niveaux de l'école élémentaire, y compris

[4] Notre ressource n'est actuellement pas disponible en ligne ou au format papier. Les modalités et les conditions de sa diffusion font l'objet d'un de nos principaux objectifs à court et moyen terme.

[5] INSPE : institut national supérieur du professorat et de l'éducation.

[6] CARDIE : conseil académique en recherche-développement, innovation et expérimentation.

[7] REP : réseau d'éducation prioritaire.

des classes à double niveau. La ressource a été améliorée et complétée de manière collaborative pendant les trois années du projet.

3 Des représentations particulières

Les tâches menées dans le domaine du calcul sont rattachées à deux types de représentations[8] particulières : pour les faits numériques additifs, nous appelons « trio de nombres » trois nombres liés par une relation additive (par exemple 3, 7 et 10). Ce trio est placé dans une boîte et accompagné de quatre faits numériques que nous appelons les « faits reliés » et qui illustrent la structure additive existant dans le trio (figure 1). Cette représentation en boîte, qui a par exemple été analysée par Fischer (1993), peut aider les élèves à percevoir les équivalences du type « 3 + 7 = 10 ⇔ 10 – 3 = 7 ».

10	
3	7

$3 + 7 = 10$; $10 - 3 = 7$
$7 + 3 = 10$; $10 - 7 = 3$

Figure 1. La boîte contenant le trio (3, 7, 10) et les 4 faits reliés associés

De même pour les faits multiplicatifs, toute « triplette de nombres » est accompagnée d'un « rectangle de nombres » qui illustre la relation multiplicative entre les trois nombres et de quatre « faits reliés » (figure 2). Ici aussi, la représentation en rectangle peut aider les élèves à percevoir des équivalences du type « 3 × 8 = 24 ⇔ 24 : 3 = 8 ».

	8
3	24

$3 \times 8 = 24$; $24 : 3 = 8$
$8 \times 3 = 24$; $24 : 8 = 3$

Figure 2. Le rectangle contenant la triplette (3, 8, 24) et les 4 faits reliés associés

Dans le cadre de notre travail, nous faisons l'hypothèse que le développement de ces habiletés arithmétiques permet aux élèves d'améliorer leurs compétences en résolution de problèmes. En d'autres termes, le fait de percevoir la structure arithmétique existant entre trois nombres aide à résoudre des problèmes mobilisant ces trois nombres.

4 Domaine du calcul

4.1 Exemples de tâches mobilisant des écritures arithmétiques

La contribution des enseignants du projet a été très importante : ils ont investi les représentations qui leur étaient proposées dans la ressource en imaginant de nombreux exemples de tâches dans le domaine du calcul pour favoriser le lien entre addition et soustraction et entre multiplication et division chez les élèves. Voici quelques exemples de situations : en figure 3, on voit à gauche un élève de CP compléter des boîtes et à droite, une élève de CE1 remplir la boîte et écrire les quatre faits reliés à partir de la donnée d'un trio de nombres (trois nombres liés par une relation additive).

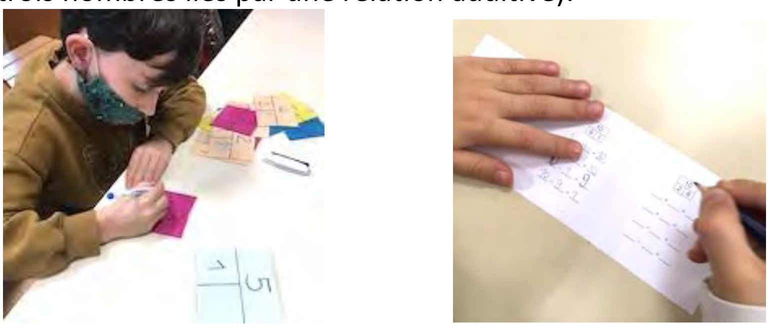


Figure 3. Exemples de tâches dans le domaine du calcul

[8] Notre communication au précédent colloque de la COPIRELEM (Foulquier et al., 2023) était centrée sur le rôle que les enseignants et les élèves attribuent à ces représentations.

4.2 Exemples de tâches mobilisant des écritures pré-algébriques

Une des spécificités de notre projet réside dans le fait que nous confrontons les élèves dès le CP à des écritures pré-algébriques au travers de différentes tâches. Par exemple dans le domaine du calcul, les élèves travaillent du CP au CM2 avec des cartes recto-verso contenant au recto une écriture mathématique avec un « ? » et au verso la valeur du « ? » (figure 4, à gauche). Nous voyons également en figure 4 à droite une élève de CE1 réaliser un chemin avec des dominos conçus sur le même principe. Ces écritures sont ensuite mobilisées par les élèves en situation de résolution de problèmes.

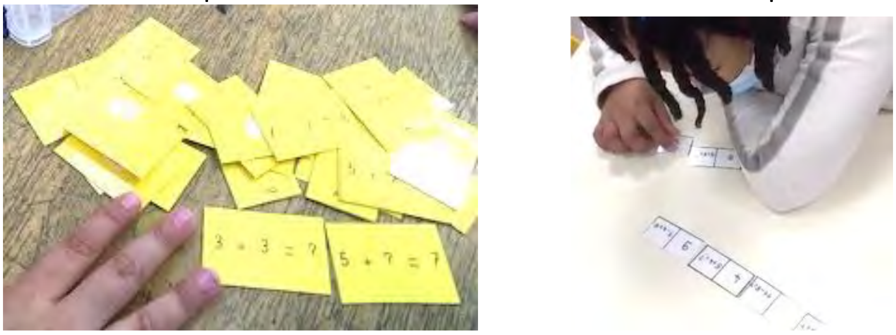


Figure 4. Cartes recto-verso et dominos comportant des écritures pré-algébriques.

5 Résolution de problèmes

5.1 Le processus de résolution de problèmes

Pour situer nos intentions lorsque nous échangeons avec les enseignants du projet, nous représentons le processus de résolution de problèmes à l'aide d'un schéma simplifié (figure 5) inspiré de celui de Verschaffel et al. (2002). Nous nous référons aux travaux de Duval (1993) pour décrire l'activité de l'élève lorsqu'il résout un problème mathématique : il mobilise plusieurs représentations au sein de différents registres en agissant en particulier sur le monde réel (registre de la langue naturelle) et sur le monde mathématique (registre symbolique).

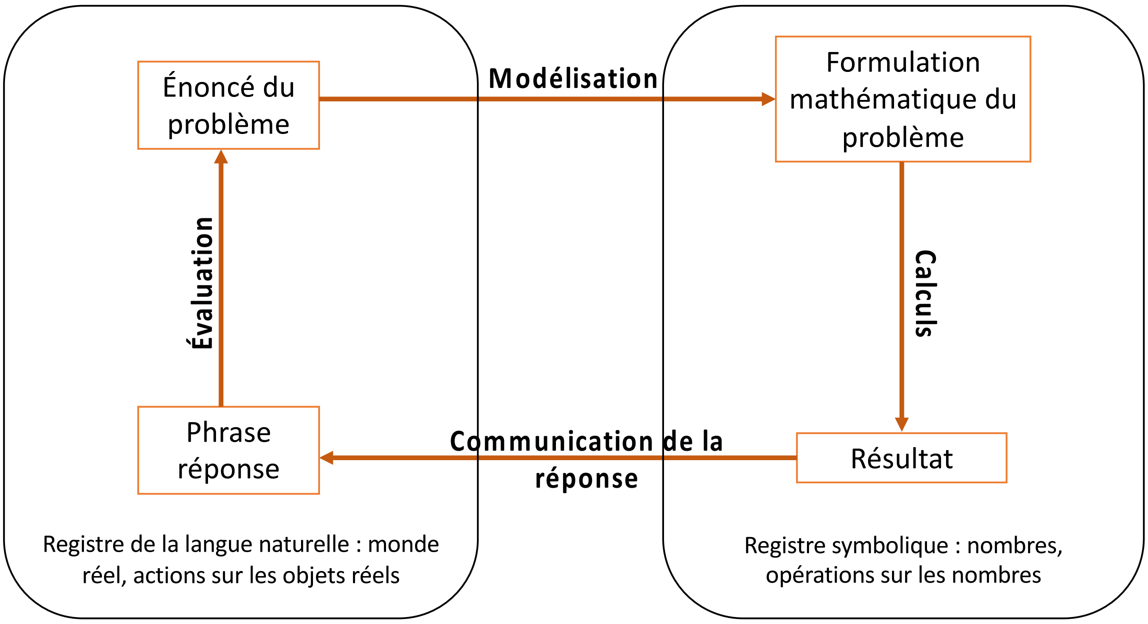


Figure 5. Schéma simplifié inspiré de Verschaffel et al. (2002).

En mettant à disposition des élèves des écritures pré-algébriques, des boîtes et des rectangles, notre objectif initial est de leur fournir des outils de calcul, l'enjeu *in fine* étant qu'ils résolvent les problèmes selon la méthodologie présentée sur un exemple en figure 6.

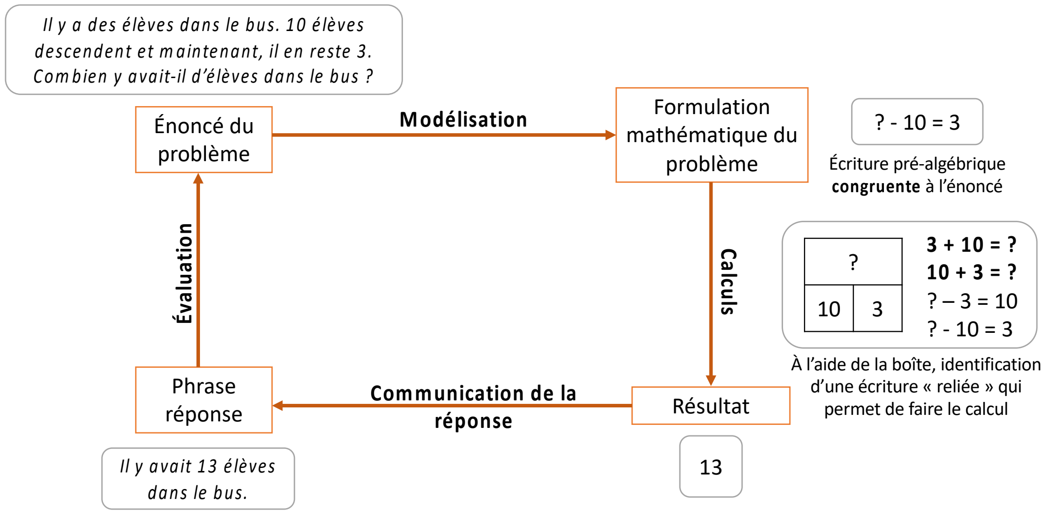


Figure 6. Exemple de problème résolu avec une écriture pré-algébrique et si nécessaire grâce à une boîte.

Selon cette démarche, après la découverte à l'oral ou à l'écrit de l'énoncé, on produit d'abord l'écriture mathématique (arithmétique ou pré-algébrique) congruente[9] qui traduit le problème. Puis on utilise si nécessaire la boîte ou le rectangle pour transformer l'écriture en une écriture « reliée », c'est-à-dire une écriture différente mais mathématiquement équivalente à la première écriture (comme 3 + 10 = ? ou 10 + 3 = ? dans l'exemple) et ainsi calculer plus facilement le résultat. Enfin, on produit une phrase réponse. Les boîtes et les rectangles n'ont donc, dans notre esprit, que le statut d'outil transitoire qui facilite *si nécessaire* la réalisation des calculs.

5.2 Le nombre mystère

Dans notre méthodologie de résolution de problème, nous souhaitons que les élèves puissent mobiliser des écritures pré-algébriques. Nous avons mis à jour un certain nombre de tâches dont l'objectif est d'apprendre à produire et utiliser ces écritures. C'est notamment l'objet du nombre mystère. Cette tâche s'appuie sur une autre étape dans le processus qui est une forme mathématisée de l'énoncé du problème. Il s'agit de produire une écriture avec « ? » et de déterminer la valeur du « ? » à partir d'un énoncé de nombre mystère, c'est-à-dire un énoncé mathématique du type « *J'ai 3. Je lui ajoute le nombre mystère. J'obtiens 8. Quel est le nombre mystère ?* ». Cela correspond à ce qu'on appelle un programme de calcul au collège. Nous ferons référence à cette tâche dans la suite du texte.

III - PRINCIPALES CARACTÉRISTIQUES DES COMPOSANTES PERSONNELLE, INSTITUTIONNELLE ET SOCIALE DES DEUX ENSEIGNANTS SPÉCIALISÉS

Deux enseignants spécialisés ont participé à l'étude que nous présentons ici : Stéphanie qui exerce avec des élèves d'ITEP au sein d'une unité d'enseignement externalisée (UEE) et Arnaud qui exerce avec des élèves de collège au sein d'une ULIS.

1 L'enseignante d'UEE-ITEP

1.1 Composante institutionnelle

Les élèves de l'UEE-ITEP sont scolarisés à mi-temps quatre matins par semaine dans les locaux d'une école élémentaire avec Stéphanie, leur enseignante. L'effectif de l'UEE est faible : quatre élèves au maximum

[9] Congruente dans le sens où chaque unité signifiante élémentaire de l'énoncé est traduite par une et une seule unité signifiante élémentaire de l'écriture, ces unités étant arrangées dans le même ordre.

sont présents dans la classe simultanément. Hormis de rares exceptions, ces élèves ne participent pas à des séances dans des classes ordinaires de l'école. L'enseignante spécialisée, quant à elle, a pour mission d'identifier les besoins éducatifs particuliers des quatre élèves et d'apporter des réponses adaptées (MEN, 2017).

1.2 Composante sociale

Les élèves de Stéphanie ont entre 8 et 11 ans. Leurs connaissances mathématiques se situent entre le CP et le début CE2. On note selon les élèves un comportement erratique, des manifestations de découragement, peu d'appétence pour les tâches scolaires et des attitudes parfois décalées par rapport aux exigences de l'école. Chacun d'entre eux semble manquer d'estime de soi et présente des difficultés à effectuer la même tâche pendant une durée prolongée. Le niveau de maîtrise de la langue orale et écrite est faible. Le travail de groupe est souvent difficile car la relation à l'autre peut être compliquée.

1.3 Composante personnelle

Après quelques années en classe ordinaire, Stéphanie est devenue enseignante spécialisée il y a quinze ans. Elle a une formation initiale littéraire et montre un intérêt particulier pour les pratiques artistiques.

2 L'enseignant d'ULIS-collège

2.1 Composante institutionnelle

Selon le principe de fonctionnement habituel d'une ULIS, chaque élève de l'ULIS-collège d'Arnaud est inscrit dans une classe de référence du collège (6ème, 5ème, 4ème ou 3ème) qui correspond à sa classe d'âge. En fonction de ses compétences et de son profil, l'élève suit un certain nombre d'enseignements disciplinaires dans sa classe de référence et le reste du temps, il est scolarisé dans la salle de l'ULIS avec son enseignant spécialisé. Le nombre d'heures hebdomadaire passé en classe de référence est très variable d'un élève à l'autre. De par ce fonctionnement, la composition des groupes auxquels s'adresse Arnaud est très irrégulière. De plus, l'effectif de l'ULIS-collège d'Arnaud est important : le dispositif accueille au total 15 élèves dont un seul est dans sa classe de référence pour les mathématiques. Enfin tout comme Stéphanie, Arnaud a pour mission d'identifier les besoins éducatifs particuliers des élèves et d'apporter des réponses adaptées (MEN, 2017).

2.2 Composante sociale

Les élèves de l'ULIS-collège sont des adolescents de 12 à 16 ans. Leurs connaissances et compétences en mathématiques comme dans le domaine de la maîtrise de la langue orale et écrite sont très variables : elles s'échelonnent en fonction des élèves du cycle 2 au début du cycle 4. Le manque d'estime de soi est manifeste chez ces élèves qui se savent en situation de handicap.

2.3 Composante personnelle

La formation initiale d'Arnaud est scientifique. Il a exercé une douzaine d'années en classe ordinaire et est enseignant spécialisé depuis six ans.

IV - QUATRE ÉLÉMENTS SAILLANTS DANS LES ADAPTATIONS RELEVÉES

Nous avons, au cours de notre expérimentation, relevé quatre éléments saillants de la composante cognitive et de la composante médiative parmi les adaptations visibles dans la pratique de Stéphanie, dans celle d'Arnaud ou dans celles des deux enseignants spécialisés.

1 Le matériel et son utilisation

Nous notons en premier lieu que les deux enseignants spécialisés proposent des situations d'introduction que nous qualifions de « formelles » dans le sens où elles ne s'appuient pas sur du matériel pour illustrer les relations entre les nombres en présence, contrairement à ce qui était proposé dans la ressource initiale. Si ce choix peut sembler prévisible chez Arnaud dont les élèves sont déjà collégiens, il est beaucoup plus remarquable chez Stéphanie qui s'adresse à des élèves en âge de l'école élémentaire. Nous allons donc nous centrer sur l'observation de sa pratique pour cet aspect.

Dans la situation qu'elle propose, chaque élève reçoit 12 étiquettes comportant chacune un calcul additif ou soustractif dont il faut déterminer le résultat et a pour consigne d'effectuer les calculs individuellement.

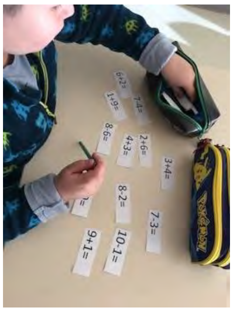


Figure 7. Un élève effectuant les calculs des 12 étiquettes.

Lors de la mise en commun organisée sous forme dialoguée, Stéphanie précise aux élèves qu'elle traite les étiquettes dans un ordre qu'elle a choisi et qu'elle commence par « 6 + 2 = ? », « 2 + 6 = ? », « 8 – 6 = ? » et « 8 – 2 = ? ». Ce faisant, elle indique qu'elle voit toujours les trois mêmes nombres apparaître (2, 6 et 8) et elle associe une couleur à chaque nombre. Elle introduit alors la « boîte » et illustre son fonctionnement à l'aide de post-it contenant les signes « + » et « – » qu'elle positionne sur la boîte au fur et à mesure qu'elle annonce les calculs. La boîte est présentée comme une « boîte à calculs » qui permet de retrouver les liens arithmétiques entre les trois nombres. Stéphanie a gardé une barquette de cubes emboîtables à sa disposition, mais à aucun moment elle n'y a eu recours pendant la situation d'introduction. Elle a par ailleurs fabriqué une boîte modèle contenant les post-it « + » et « – » dont les élèves disposeront par la suite et nous pourrons constater que ces derniers s'en emparent. Il est à noter qu'Arnaud propose également un affichage de la boîte contenant les signes « + » et « – », ce que nous n'avions jamais observé de la part des enseignants du projet.

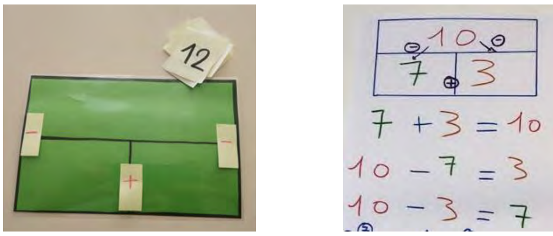


Figure 8. À gauche, la boîte modèle proposée par Stéphanie et à droite, l'affichage proposé par Arnaud.

Voici les raisons permettant de justifier ces choix qui ont émané de l'entretien post-visite.

Stéphanie exprime en premier lieu une volonté de faire le lien avec ce qui avait été fait les semaines précédentes avec les élèves, à savoir des calculs en ligne d'additions et de soustractions. Elle justifie cette nécessité de tissage plus importante qu'en contexte ordinaire par des éléments de la composante institutionnelle et de la composante sociale. D'une part, les élèves sont scolarisés à mi-temps et Stéphanie a choisi d'enseigner à ses élèves tous les domaines prévus dans les programmes de l'école élémentaire et de ne pas se réduire aux mathématiques et au français. Ainsi, elle dispose de deux fois moins d'heures pour l'apprentissage des mathématiques qui sont de ce fait plus espacées dans le temps. D'autre part, les élèves auxquels elle s'adresse présentent souvent des difficultés de concentration ou de mémorisation et peuvent avoir tendance à centrer leur attention sur des éléments non pertinents. Il lui faut donc faire des liens et des rappels plus fréquents et plus explicites.

Stéphanie explique également qu'elle prend beaucoup de précautions avec l'usage de matériel qui peut se révéler « aliénant » pour ses élèves. Elle avait prévu des cubes emboîtables pour illustrer les relations entre les nombres tel que cela est proposé dans la ressource. Toutefois, elle a constaté au cours de la séance qu'aucun élève n'exprimait le besoin de s'en servir. Elle a donc décidé en situation de laisser les cubes de côté car elle sait d'expérience que lorsqu'un matériel est utilisé, elle éprouve de très grandes difficultés à faire en sorte que les élèves s'en séparent par la suite. Conformément à ce qui est proposé dans la ressource afin de mettre du sens sur les outils introduits, l'appui sur le matériel est en revanche beaucoup plus important chez les enseignants de cycle 2 du projet. Mais ils sont nombreux à noter que la transition qui conduira les élèves à s'en départir est délicate et peut parfois s'avérer difficile à gérer.

Au cours de l'entretien avec Stéphanie, nous évoquons l'image de l'ascenseur utilisée par deux enseignants du projet : pour retrouver les 4 faits reliés à partir de la boîte, « l'ascenseur qui monte » permet d'obtenir les additions et « l'ascenseur qui descend » fournit les soustractions. Stéphanie préfère éviter le recours à de telles métaphores avec ses élèves car elle a déjà constaté des dérives dans leur utilisation : par exemple, elle évoque un « brouillage des registres » (Bonnery, 2007) qu'elle a pu observer chez l'un de ses élèves avec la métaphore bien connue du crocodile pour les signes « < » et « > », ce dernier cristallisant son attention sur l'image du crocodile et perdant totalement de vue la notion mathématique.

Enfin, comme nous l'avons noté plus haut, Stéphanie affectionne la réalisation d'affichages et de matériels soignés et attractifs pour les élèves. Cet aspect de sa composante personnelle la conduit à créer de nombreux supports dont elle fait néanmoins un usage mesuré. Elle essaie avant tout de rendre les élèves autonomes dans l'utilisation de ces outils lorsqu'elle juge qu'ils sont nécessaires - et seulement s'ils le sont.

2 Des situations consistantes

Bien que travaillant avec des élèves à besoins éducatifs particuliers, Arnaud et Stéphanie proposent des situations parfois plus ambitieuses que celles apparaissant dans la ressource initiale.

En effet comme nous l'avons vu, Stéphanie conçoit une situation d'introduction en appui sur 12 étiquettes contenant des calculs à effectuer, ce qui constitue un travail relativement conséquent pour des élèves d'UEE-ITEP alors que la ressource initiale conduisait à faire émerger les 4 écritures associés à un même fait numérique. Lors de la deuxième visite effectuée dans sa classe, une séance de mathématiques d'une heure lors de laquelle de multiples tâches s'enchaînent est observée. Les élèves sont très sollicités et ne bénéficient que de peu de répit. Les tâches sont un peu moins nombreuses lors la troisième visite, mais on constate alors plus d'agacement de la part des élèves. Des éléments de la composante sociale et de la composante institutionnelle orientent significativement les choix de Stéphanie : la faible capacité de ses élèves à s'engager dans une même tâche pendant une longue durée l'incite à varier fréquemment les consignes. De plus les élèves sont très peu nombreux dans le dispositif (4 au maximum), ce qui implique une sur-sollicitation de la part de l'enseignant comparativement à ce qui se passerait dans une classe à effectif classique.

Les problèmes mathématiques proposés par Arnaud sont eux aussi consistants, notamment en ce qui concerne la taille des nombres et les catégories choisies. Par exemple lors de la deuxième visite dans son dispositif, les élèves travaillent sur le problème suivant (figure 9).

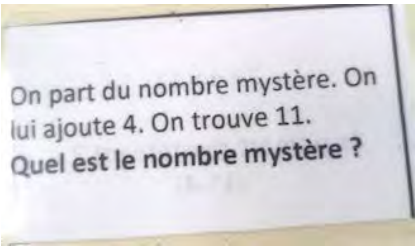
Dans un quartier de Bordeaux, il y a 468 habitants.
C'est 4 fois plus que le nombre d'habitants dans un quartier de Bègles.
Combien y a-t-il d'habitants dans ce quartier de Bègles ?

Figure 9. Problème proposé par Arnaud lors de la deuxième visite.

Il s’agit d’un problème de comparaison multiplicative qui se modélise par une multiplication à trou. Les nombres en présence sont en outre en dehors du champ des faits numériques potentiellement mémorisés. Tout enseignant d’ULIS se doit d’apporter des réponses adaptées aux besoins de ses élèves. Arnaud a ici créé un énoncé pour une partie d’entre eux dont il pense qu'ils ont les connaissances suffisantes dans le domaine du calcul pour pouvoir résoudre ce problème. Il ne se contente pas de proposer un énoncé plus abordable qui permettrait de faire travailler davantage d'élèves en même temps.

3 Amener les élèves à percevoir l’utilité de la démarche proposée

À l’issue des deux premières visites dans le dispositif d’Arnaud, nous faisons avec lui le constat que les élèves ne comprennent pas l’utilité des boîtes, des rectangles et des faits reliés pour résoudre un problème en passant d'une écriture à une autre plus facile à traiter d'un point de vue du calcul. De plus, aucun d’entre eux ne produit une équation ou une écriture pré-algébrique au cours de la résolution. Deux pistes sont alors envisagées pour pallier ces difficultés : d’une part, leur proposer des problèmes avec des nombres plus grands et d’autre part, les faire s’exercer au nombre mystère (cf. partie 5.2). Lors de la troisième visite dans le dispositif d’Arnaud, les élèves s’entraînent dans un premier temps à des nombres mystère sur des cartes recto-verso (figure 10), puis dans un second temps résolvent deux problèmes.



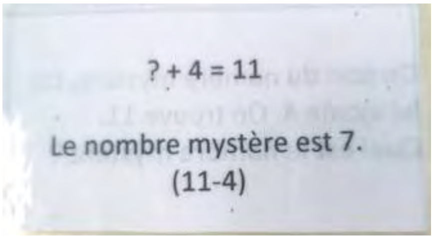


Figure 10. Nombre mystère sur carte recto-verso.

Nous constatons qu’en jouant au nombre mystère, les élèves arrivent à produire des équations et que l’augmentation de la taille des nombres leur permet de comprendre l’intérêt de produire une équation et de percevoir l’utilité des boîtes, des rectangles et des faits reliés. Mais ces outils de calcul ne sont pas suffisamment maîtrisés par les élèves et ne leur permettent pas de mener aisément la résolution des problèmes à son terme.

En effet, Arnaud et Stéphanie disposaient de peu de temps pour travailler sur les faits reliés avec leurs élèves car nous leur avons proposé la ressource dans le courant du mois de janvier pour une mise en œuvre qui a débuté en mars. En outre, ils ont tous deux investi différemment ce temps réduit en raison des spécificités de leurs dispositifs d'exercice : Stéphanie a mené un travail important sur les outils de calcul de la ressource et a proposé en parallèle des problèmes aux élèves en tentant d’expliciter l’utilité du travail en calcul pour la résolution de problèmes. Un de ses élèves a d’ailleurs remarqué lors d’une séance de résolution de problèmes que « *C’est comme le nombre mystère* ». Malgré une forte volonté de la part de Stéphanie de rendre explicites les liens entre les deux domaines d’apprentissages, elle note toutefois qu’ils sont très difficiles à établir. Arnaud, pour sa part, a moins consacré de temps au travail en calcul et a beaucoup plus investi le versant résolution de problème. En effet comme nous l’avons déjà précisé, il s’adresse à des élèves adolescents qui sont déjà avancés dans leur scolarité (composante institutionnelle et composante sociale). Il fait donc le choix de leur fournir des aides pour pallier leur manque de connaissances dans le domaine du calcul (tables, calculatrice, cf. figure 11) afin de consacrer l’essentiel du temps qui lui est imparti à la résolution de problèmes.

Figure 11. Accessoires de calcul pour les élèves d'Arnaud.

Après avoir expérimenté notre ressource pendant quelques semaines, Arnaud constate que, d'une part, ses élèves ne maitrisent pas suffisamment l'outil de calcul qui s'appuie sur les boîtes et les rectangles et que, d'autre part, ils ont du mal à percevoir l'utilité de la démarche enseignée, basée sur l'utilisation d'écritures pré-algébriques dans la résolution de problèmes.

Il identifie également deux points d'achoppement : le placement des nombres dans une boîte ou un rectangle quand l'une des trois valeurs n'est pas connue (en situation de résolution de problèmes par exemple) et la reconnaissance du champ (additif ou multiplicatif).

Pour le premier point d'achoppement, autant il est facile de placer trois nombres dans une boîte ou un rectangle lorsqu'on connait ces trois nombres (le plus grand des trois nombres est en haut dans la boîte ou au centre du rectangle), autant la tâche est beaucoup plus complexe lorsqu'un des trois nombres est inconnu. L'automatisation de certaines habiletés de calcul développées dans notre ressource devrait permettre de surmonter cette difficulté. Pour ce faire, Arnaud envisage de systématiser la réalisation d'exercices d'entraînement du type « produire les quatre faits reliés à partir d'une boîte ou d'un rectangle contenant trois nombres ou deux nombres et un ? » ou bien « à partir d'un fait contenant trois nombres ou deux nombres et un ?, produire la boîte ou le rectangle, puis trouver les trois autres faits » et de fabriquer des traces individuelles que chaque élève mettra dans sa boîte à outil (boîte en plastique contenant différents accessoires d'aide en mathématiques que les élèves conserveront après leur départ de l'ULIS).

Concernant le second point d'achoppement lié à la reconnaissance du champ, nous proposons à Arnaud de tester, l'an prochain, trois pistes qui ont été expérimentée par des enseignants du projet pendant la recherche-action : une réflexion sur les grandeurs en jeu (par exemple, « *on ne peut pas ajouter ou soustraire entre eux des croissants et des euros* »), le procédé de reformulation congruente (par exemple, « *on a plusieurs fois la même chose qui se répète, donc c'est un problème de triplette et pas de trio* ») et l'analogie (par exemple, « *c'est comme le problème avec le sirop de citron et le sirop de grenadine* »).

En résumé, l'expérimentation conduite par Arnaud avec ses élèves d'ULIS-collège nous enseigne que dans le cadre de notre démarche, on ne peut pas faire l'économie d'un travail conséquent sur l'outil de calcul lié aux boîtes et aux rectangles. De plus, en jouant sur les valeurs de certaines variables didactiques en fonction des élèves auxquels on s'adresse, il faut rendre nécessaire la production d'écritures pré-algébriques et l'utilisation des outils de calcul que constituent les boîtes et les rectangles. Réciproquement, des pistes testées en contexte ordinaire dans le cadre du projet de recherche-action permettront à Arnaud d'enrichir sa pratique pour une utilisation future de la ressource.

4 Utilisation d'écritures pré-algébriques ou algébriques

Dans le cadre de la recherche-action, nous avons proposé aux enseignants d'utiliser le signe « *?* » pour signifier l'inconnue dans les écritures pré-algébriques qui sont produites par les élèves. Cela a donné lieu à des questionnements fréquents de la part des enseignants du projet. Par exemple, certains d'entre eux redoutaient chez les élèves des confusions avec l'utilisation du signe de ponctuation « *?* » dans une phrase qui est, dans ce cas, toujours placé à la fin de la phrase. Cependant après trois années de projet et en dépit de ces nombreuses appréhensions, les enseignants s'accordaient tous pour dire qu'aucune difficulté n'avait été relevée sur ce point chez leurs élèves.

Au cours de son expérimentation, Stéphanie redoute elle aussi que l'utilisation du signe « *?* » soit une source de difficulté, en particulier pour l'un de ses élèves qui pense que « *ça n'a aucun rapport avec les maths* ». Elle fait donc dans un premier temps le choix de remplacer ce signe par un « vide ». Pendant une des séances observées, elle propose un calcul et écrit au tableau « *15 – 9 =* ». Un élève s'écrie alors : « *Égale le nombre mystère : c'est le point d'interrogation !* », ce à quoi Stéphanie rétorque : « *Ah oui, tu as raison, on va écrire le point d'interrogation parce que là, c'est vide et le vide, parfois, ça nous dérange…* ». Prenant conscience du fait qu'un « vide » importunera davantage ses élèves qu'un signe calligraphique (composante sociale), elle décide alors d'utiliser des « *?* ». À l'issue de cette première expérimentation, elle témoigne du fait que cela n'a pas semblé poser de problème spécifique aux élèves, rejoignant le constat fait par les enseignants de la recherche-action.

Arnaud, quant à lui, systématise l'utilisation du symbole « *x* » avec ses élèves sans constater de difficulté particulière de leur part sur ce point. Comme évoqué précédemment, il justifie ce choix par le fait qu'il s'adresse à des élèves adolescents qui sont en classe de 6ème, 5ème, 4ème ou 3ème pour un certain nombre d'apprentissages (composante sociale et composante institutionnelle).

Nous nous interrogeons également sur le terme à utiliser pour désigner les expressions pré-algébriques ou algébriques que nous faisons manipuler aux élèves. Dans le cadre du projet conduit à l'école élémentaire, nous avons convenu avec les enseignants de parler de « *phrase mathématique* » car elle permet de raconter « *l'histoire du problème* ». C'est également la tournure qu'a adoptée Stéphanie. Dans un premier temps, Arnaud a parlé de « *phrase mathématique* » avec ses élèves de 6ème – 5ème et d'« *équation* » avec ceux de 4ème – 3ème. Comme le fait de ne pas disposer d'un discours partagé au sein du dispositif complexifiait la situation, il a finalement opté après quelques séances pour l'emploi du terme « *équation* » avec tous ses élèves et n'a pas noté de difficulté apparente.

V - QUESTIONS OUVERTES ET PERSPECTIVES

Dans cette étude, nous avons proposé à deux enseignants spécialisés d'expérimenter avec leurs élèves d'UEE-ITEP et d'ULIS-collège une ressource que nous avions initialement conçue pour l'école élémentaire et qui a été testée et améliorée par 27 enseignants de classes ordinaires dans le cadre d'une recherche-action. En observant et en analysant les ajustements auxquels ces deux enseignants spécialisés procèdent, notre objectif est de rendre la ressource plus accessible pour tous les élèves, qu'ils soient scolarisés dans des dispositifs d'éducation inclusive ou bien en contexte ordinaire, tout en enrichissant la pratique des enseignants qui souhaiteront l'utiliser avec leurs élèves.

En effet, on s'accorde actuellement sur le fait que l'adaptation des situations et de leur mise en œuvre en classe peut profiter non seulement aux élèves en situation de handicap mais plus généralement aux élèves rencontrant des difficultés face à l'apprentissage visé. On parle alors d'accessibilité des apprentissages, ce qui consiste à rechercher *« les médiations pédagogiques et didactiques correspondant aux obstacles rencontrés par les apprenants et non pas à intervenir sur leur fonctionnement physiologique, comme c'est le cas en rééducation »* (Benoît, 2014, p. 197). Dans un contexte d'apprentissage des mathématiques, Assude, Perez et al. (2014) définissent l'accessibilité didactique comme *« l'ensemble des conditions qui permettent aux élèves d'accéder à l'étude des savoirs : formes d'étude, situations d'enseignement et d'apprentissage, ressources, accompagnements, aides... »* (Assude et al., 2014, p. 4). Si « *l'accessibilité pédagogique vise la participation [des élèves] aux activités proposées par l'enseignant* », l'accessibilité didactique « *ambitionne de les conduire jusqu'aux apprentissages.* » (Million-Fauré, 2021, p. 76). C'est dans cette perspective que nous nous situons pour cette étude : nous questionnons l'accessibilité didactique de notre ressource en cherchant à l'améliorer au service de la réussite de tous les élèves.

Nous avons retenu quatre éléments saillants de la composante cognitive et de la composante médiative parmi les adaptations visibles dans la pratique des deux enseignants spécialisés. Dans les paragraphes précédents, nous avons décrit ces quatre éléments saillants et nous avons donné des raisons pouvant expliquer leurs choix au regard des composantes sociale, institutionnelle et personnelle des deux enseignants. Nous revenons dans ce paragraphe sur les questions que ces quatre éléments saillants font émerger et sur les perspectives qu'ils ouvrent pour notre projet.

Le premier élément saillant concerne l'utilisation qui est faite du matériel par les enseignants lorsqu'ils exploitent la ressource. Alors qu'au cours de la recherche action, les enseignants de cycle 2 présentaient systématiquement la démarche aux élèves en appui sur des cubes emboîtables ou des réglettes pour illustrer la relation existant entre les trois nombres, nous avons vu que les deux enseignants spécialisés proposent des situations d'introduction formelles qui s'appuient sur le repérage de la présence de données numériques identiques dans plusieurs écritures mathématiques qui sont alors qualifiées de « faits reliés ». Aucun matériel n'est utilisé et la boîte ou le rectangle sont présentés comme des outils mnémotechniques qui permettent de retrouver plus facilement ces faits reliés. Cette expérience offre une nouvelle perspective pour introduire les boîtes et les rectangles, notamment pour des élèves qui ont déjà des connaissances arithmétiques préalables.

Nous avons noté comme deuxième élément saillant le fait que les situations proposées par Arnaud et Stéphanie semblaient particulièrement consistantes au regard des compétences et des spécificités des élèves auxquels ils s'adressaient, sans pour autant compromettre leur accomplissement. Ce constat invite à être plus ambitieux, y compris avec les élèves en difficulté et à ainsi éviter un « *cercle vicieux* » qui « *s'instaure entre simplification des tâches et investissement de moins en moins grand des élèves compromettant la construction de connaissances nouvelles.* » (Butlen, Charles-Pézard et Masselot, 2015, p. 16).

Ces deux expérimentations ont également permis d'aboutir à une conclusion importante : pour que notre démarche soit efficace, il faut équilibrer le travail sur la modélisation avec des écritures pré-algébriques et le travail sur le calcul. En effet, il est nécessaire de développer chez les élèves des habiletés de calcul par l'intermédiaire des boîtes, des rectangles et des faits reliés pour qu'ils puissent mener à bien la résolution des problèmes selon la méthodologie proposée dans la ressource. De plus, en jouant sur les variables en fonction des élèves auxquels on s'adresse, il faut rendre nécessaire à leurs yeux la production d'écritures pré-algébriques et l'utilisation des outils de calcul que constituent les boîtes et les rectangles.

Le quatrième et dernier élément saillant relevé concerne l'utilisation des signes « *?* » ou « *x* » et des expressions « *phrase mathématique* » ou « *équation* ». Que ce soit au cours de la recherche-action ou dans le cadre des expérimentations menées par Arnaud et Stéphanie, les enseignants qui ont utilisé les signes « *?* » ou « *x* » avec leurs élèves pour signifier l'inconnue dans les écritures pré-algébriques ou les équations produites n'ont pas constaté de difficultés particulières. Pour évoquer les écritures pré-algébriques produites avec les élèves, certains ont parlé de « *phrases mathématiques* », d'autres d'« *équations* ». Dès lors, plusieurs questions se posent : quels sont les risques liés à un usage précoce du signe « *x* » ? Ne fait-on pas autant obstacle à la compréhension des différents statuts que revêtira la lettre au collège (variable, indéterminée, paramètre) en utilisant le signe « *?* » ou un « vide » ? Pourquoi n'utilise-t-on pas le terme d'« *équation* » à l'école élémentaire ? À partir de quand et à quelles conditions l'emploie-t-on ? Par exemple dans leur ouvrage, Descaves et Bonhême (2007) font produire aux élèves de cycle 2 des écritures pré-algébriques qu'ils désignent par l'expression « *programmes opératoires* » et dans lesquelles l'inconnue est représentée par le signe « *x* ». On trouve dans la littérature sur le domaine de recherche « early algebra » de nombreux travaux en lien avec ces questions vives. Par exemple, dans l'introduction de l'ouvrage (Squalli et al., 2020), Squalli précise que :

> *Comme le montrent plusieurs chapitres de ce livre, il ne fait maintenant aucun doute chez les chercheurs de ce mouvement que les élèves du primaire sont capables de penser algébriquement (voir aussi par exemple,*

> *Carraher et Schliemann, 2007 ; Squalli et Bronner, 2017 ; Squalli Bronner, Larguier et Adihou, 2020). La formation des enseignants du primaire au développement de la pensée algébrique est sans aucun doute un enjeu important (voir par exemple Cai et Knuth, 2011 ; Cooper et Warren, 2011 ; Demonty, Vlassis et Fagnant, 2018 ; Kaput et Blanton, 2005). Les questions sur la nature de l'algèbre et de la pensée algébrique, de la relation entre l'algèbre et l'arithmétique ainsi que du rôle des signes alphanumériques dans la caractérisation de la pensée algébrique font encore débat chez les chercheurs. Nous présentons notre point de vue sur ces questions à partir de nos propres recherches. (Squalli et al., 2020, p.10).*

Grugeon et Pilet (2021), quant à elles, relèvent le fait que la résolution de problèmes arithmétiques élémentaires issus des champs conceptuels additifs et multiplicatifs peut revêtir un caractère pré-algébrique. Elles précisent que, dans ce cadre, les élèves peuvent être conduits à produire des équations de type égalités à trous utilisant des symboles comme le signe « *?* » ou des schémas, ce qui correspond aux représentations mises à disposition des élèves dans le cadre de notre projet. Elles notent que les relations ainsi exprimées sont particulièrement intéressantes pour le développement de l'activité numérico-algébrique :

> *[…] les élèves peuvent, très tôt, être amenés à produire des équations, sous la forme d'égalités à trous, et à raisonner sur des relations équivalentes, notamment entre l'addition à trous et la soustraction. Les relations peuvent être exprimées par des représentations en cours de formalisation (par exemple en utilisant des symboles « ? » ou « ... » pour désigner l'inconnue) […]. (Grugeon et Pilet, 2021, p. 14).*

Actuellement, notre perspective principale est de diffuser notre ressource et de penser les conditions de cette diffusion. Un groupe IREM premier degré créé en septembre 2023 travaille à cet objectif. Plusieurs perspectives de recherche en lien avec le projet s'ouvrent à nous (cf. Foulquier et al., 2023, p. 364) mais celles concernant l'entrée dans l'algèbre attirent plus spécialement notre attention. En particulier, il nous semblerait intéressant d'identifier un groupe d'élèves qui ont suivi la ressource à l'école élémentaire et d'aller les observer lorsqu'ils feront leurs premiers pas en algèbre au cycle 4.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T., Perez, J.-M., Suau, G., Tambone, J. et Vérillon, A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 34 (1),* 33-57.

Benoît, H. (2014). Les dispositifs inclusifs : freins ou leviers pour l'évolution des pratiques. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation. 65/1,* 189-204.

Bonnery, S. (2007). Comprendre l'échec scolaire. Élèves en difficulté et dispositifs pédagogiques. Paris : La dispute.

Butlen, D., Charles-Pézard, M. et Masselot, P. (2015). Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire. *Rapport du Cnesco sur les inégalités scolaires d'origine sociale et ethnoculturelle.*

Descaves, A. et Bonhême, B. (2007). *Activités numériques et résolution de problèmes au cycle 2.* Hachette éducation.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *5*, 37-61.

Fischer, J.-P. (1993) La résolution des problèmes arithmétiques verbaux : propositions pour un enseignement proactif, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *5*, 177-210.

Grugeon-Allys, B. et Pilet, J. (2021). L'activité numérico-algébrique à la transition entre l'arithmétique et l'algèbre. *Éducation et didactique, 2021/2, 15,* 9-26.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100*, 59-78.

M.E.N. (2017). *Référentiel des compétences caractéristiques d'un enseignant spécialisé.* BO n.7 du 16-2-2017.

Peltier-Barbier, M.-L., Butlen, D., Masselot, P., Ngono, B., Pézard, M., Robert, A. et Vergnès, D. (2004). *Dur pour les élèves. Dur pour les enseignants. Dur d'enseigner en ZEP.* Grenoble : La pensée sauvage.

Foulquier, L., Laroche, C., Lambert, P., Reydy, C. et Urruty, P. (2023). Un projet de formation-recherche sur la mémorisation et la mobilisation des faits numériques pour la résolution de problèmes arithmétiques élémentaires. *Actes du 48e colloque COPIRELEM* (352 – 365). ARPEME.

Million-Fauré, K. (2021). Étude de systèmes didactiques en difficulté : réflexions sur les conditions d'accessibilité didactique aux savoirs mathématiques. *Note de synthèse d'habilitation à diriger les recherches.* Éducation. AMU.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, 2*(4), 505-528.

Squalli, H., Oliveira, I., Bronner, A. et Larguier, M. (2020). *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires*. Québec : Livres en ligne du CRIRES.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherche en Didactique des Mathématiques, 10(2,3)*, 133-170.

Verschaffel, L., Greer, B. et De Corte, E. (2002) Everyday Knowledge and Mathematical Modeling of School Word Problems. Dans *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education* (257 – 276). Berlin: Springer.

DES DISPOSITIFS DE SOLIDARITÉ ÉPISTÉMIQUES PAR L'ACTION CONJOINTE PROFESSEUR-ÉLÈVES ET ÉLÈVES-ÉLÈVES DANS UNE CLASSE DE CE2-CM1

Sophie POILPOT
Professeure des écoles, LES CÔTEAUX, PLÉDRAN
LINE
Sophie.poilpot@ac-rennes.fr

Gérard SENSEVY
Professeur des universités émérite, UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE
CREAD
GGerard.sensevy@inspe-bretagne.fr

Serge QUILIO
Maitre de conférences HDR, UNIVERSITÉ COTE D'AZUR
LINE
Serge.quilio@univ-cotedazur.fr

Sophie JOFFREDO-LE BRUN
Maitre de conférences, UNIVERSITÉ CATHOLIQUE DE L'OUEST
CREAD
sjoffred@uco.fr

Résumé

Cette communication se propose de décrire et analyser, la mise en œuvre de séances en création et résolution de problèmes mathématiques en CE2-CM1 (Vicente et al.,2022). Il s'agit de donner à voir et à comprendre comment l'action conjointe professeur-élèves permet de créer une solidarité épistémique – ce qui se passe quand chaque élève de la classe travaille le même problème – en desserrant les contraintes du temps didactique classique (Sensevy, 2019 ; Quilio, 2022). Il s'agit de montrer comment les dispositifs mis en place permettent de l'inévitable hétérogénéité didactique (Sensevy et al., 2008) entre élèves. Ces dispositifs, notamment l'anticipation (Sensevy et al., 2006) (où les élèves moins avancés travaillent avant les autres élèves de la classe certaines situations précises) et le Journal du Nombre (où chaque élève produit de son propre mouvement des écrits mathématiques à partir d'une incitation donnée par le professeur) permettent à chacun·e de prendre réellement sa place dans la classe de mathématiques. Ces séances sont ancrées sur le projet ANR-DEEC en lien avec la recherche ACE ArithmÉcole développée au sein du LÉA-IFÉ (Lieu d'Éducation Associé à l'Institut Français de l'Éducation) réseau écoles Armorique Méditerranée.

I - CONTEXTE DE L'ETUDE

La présentation du contexte de l'étude se déroule en quatre points. Dans un premier point, nous présentons le contexte de la recherche. Dans un deuxième point, nous définissons le temps didactique en lien avec les élèves dits, dans la forme classique, « en difficulté » que nous choisissons de nommer élèves moins avancés. Dans un troisième temps, nous faisons une première description des dispositifs mis en œuvre durant les séances décrites et analysées dans l'étude. Dans un quatrième temps, nous présentons la représentation nombre rectangle utilisée dans notre étude.

1 Contexte de la recherche

Cette communication s'appuie sur les travaux menés au sein du Lieu d'Éducation Associé à l'Institut Français de l'Éducation (LÉA-IFÉ) réseau Écoles Armorique Méditerranée[1]. Au sein de ce LÉA-IFÉ, nous nous efforçons de contribuer à une meilleure compréhension des pratiques d'enseignement-apprentissage et à la détermination de leur efficacité, en particulier pour les élèves dits « en difficulté ». Nous travaillons au sein d'une ingénierie coopérative (Sensevy et al., 2013, Joffredo-Le Brun et al., 2018, Sensevy & Bloor, 2020). Dans le cadre de la recherche ANR-DEEC[2] (Détermination d'Efficacité des Expérimentations Contrôlées en enseignement-apprentissage) le « projet commun » consiste à élaborer et analyser une séquence de dix-huit séances pour des classes de CE1 et CE2 en création et résolution de problèmes mathématiques. Ce projet, en lien avec la recherche ACE (Arithmétique et Compréhension à l'école élémentaire) fait coopérer une trentaine d'enseignants chercheurs, de professeurs des écoles et d'autres membres de la communauté académique.

2 Le temps didactique

Porter notre attention sur les élèves que notre institution nomme « en difficulté » questionne le temps didactique, le temps de la transmission du savoir. Que de passe-t-il entre le professeur, les élèves et le savoir qui fait dire, à un instant t, cet élève est « en difficulté » ? Que signifie être « en difficulté » ? Sensevy (2019) et Chevallard (1991) parlent du temps didactique classique qui peut être vu comme un temps d'objet. Ce temps d'objet « oblige à une certaine superficialité, puisque, dès qu'on pourrait approfondir, on doit passer à autre chose, on doit se confronter à l'élément textuel suivant sur l'axe du temps, au nouvel objet de savoir, au nouvel objet du programme. » (Sensevy, 2019, p. 95). Dans ce temps didactique classique, être « en difficulté » c'est « ne pas comprendre à temps ». Une solution structurelle au fait d'être « en difficulté » consiste à minorer le temps didactique classique et à instituer un temps d'enquête, fondé sur la durée propre du travail de l'élève, du collectif de la classe et de l'action conjointe du professeur et des élèves (CDpE, 2019). Avec la mise en œuvre, au sein de la recherche ANR-DEEC, du Journal du Nombre, de l'exemple travaillé et du dispositif d'anticipation, nous construisons trois dispositifs qui tentent, dans leur système, de concrétiser l'hypothèse selon laquelle, minorer les effets du temps didactique classique peut se faire au profit d'un temps d'enquête favorable à tous les élèves. Nous décrivons ces trois dispositifs puis nous centrons notre communication sur un exemple au sein d'une classe de CE2-CM1, durant l'année scolaire 2022-2023, lors de mise en œuvre de la séquence prototypique du projet ANR-DEEC.

3 Des dispositifs de solidarité épistémique de la recherche ANR-DEEC

3.1 Le Journal du Nombre

La recherche ACE, puis la recherche ANR-DEEC, ont mis en œuvre un dispositif particulier, le Journal du Nombre. Sa fonction : avoir un rôle structurant dans la construction, pour l'élève et le professeur, d'un « rapport d'enquête » aux mathématiques. Le petit texte suivant introduit le Journal du Nombre peut constituer sa raison d'être : « J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir. ».

Le Journal du Nombre repose sur une incitation, énoncé proposé par le professeur et collectivement approprié. Cet énoncé entraine une forme d'imitation réplicative, qui doit amener peu à peu, dans

[1] https://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-ecoles-armorique-mediterranee

[2] http://blog.espe-bretagne.fr/anr-deec-ace/

l'enquête, à la fois personnelle et collective, à de premières imitations créatrices. Ci-dessous, des exemples de productions d'élèves.

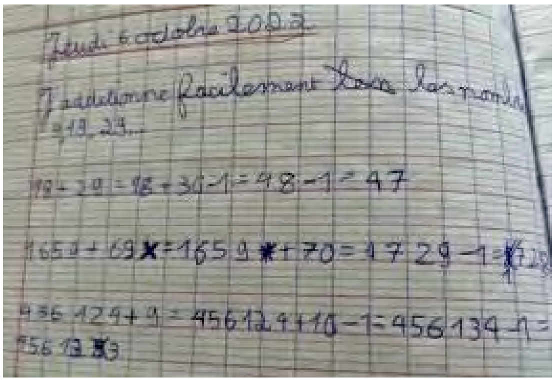


Figure 1. Productions d'un élève montrant la stratégie de calcul +10-1 pour additionner 9.

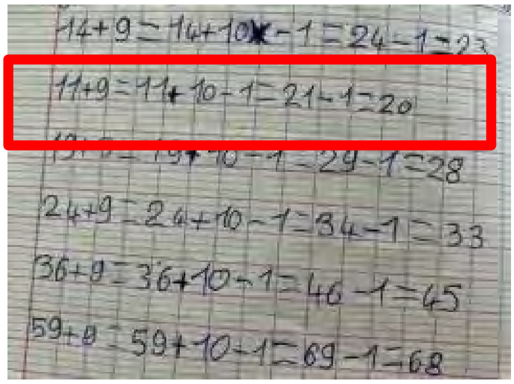


Figure 2. Une autre production d'un élève montrant la stratégie de calcul +10-1 pour additionner 9.

Les deux productions ci-dessus nous montrent que chaque élève travaille le même problème, la stratégie de calcul +10-1 pour additionner « facilement » le nombre 9. Cette stratégie a été discutée en classe avant d'être proposée par le professeur sur le Journal du Nombre avec le texte suivant comme incitation « J'additionne facilement 9, 19, 29... ». La deuxième écriture mathématique de la figure 2, encadrée en rouge 11 + 9 = 11 + 10 – 1 = 21 – 1 = 20 a été reprise par le professeur et discutée avec l'ensemble de la classe. Le travail de cette écriture mathématique permettra à la classe d'approfondir les stratégies de calcul pour additionner 9. Une nouvelle incitation a découlé de ce travail dont voici le texte : « J'ajoute 9 à un nombre qui a 1 comme chiffre des unités. J'utilise le complément à dix 9 + 1 = 10 : je vais à la dizaine supérieure. » La figure 3, ci-dessous, montre un exemple de productions d'élève avec cette nouvelle incitation.

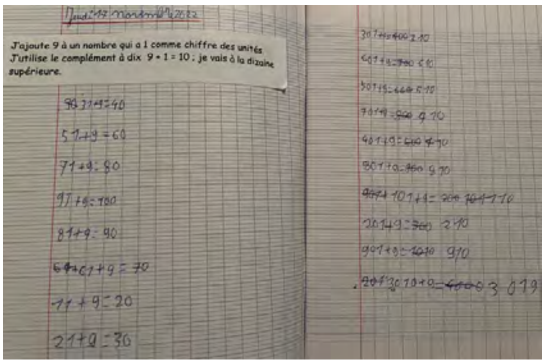


Figure 3. Production d'un élève avec une nouvelle stratégie pour additionner 9 lorsque le chiffre des unités est 1 .

La production d'un élève, avec une stratégie de calcul discutable (encadré rouge de la figure 2) a permis à chaque élève de la classe de poursuivre son enquête sur les stratégies de calcul pour additionner le nombre 9.

Nous montrons, avec la production de la figure 4 ci-dessous, un autre exemple d'incitation, en lien, cette fois-ci, avec la création et la résolution de problèmes mathématiques. À la suite de l'étude collective de situations où nous pouvons montrer des parties et un tout, le professeur propose l'incitation dont le texte est la suivant : « J'écris une situation PARTIES – TOUT. Je problématise. : j'écris 3 problèmes. Pour chaque problème, je précise ce que je cherche : une PARTIE ou le TOUT ».

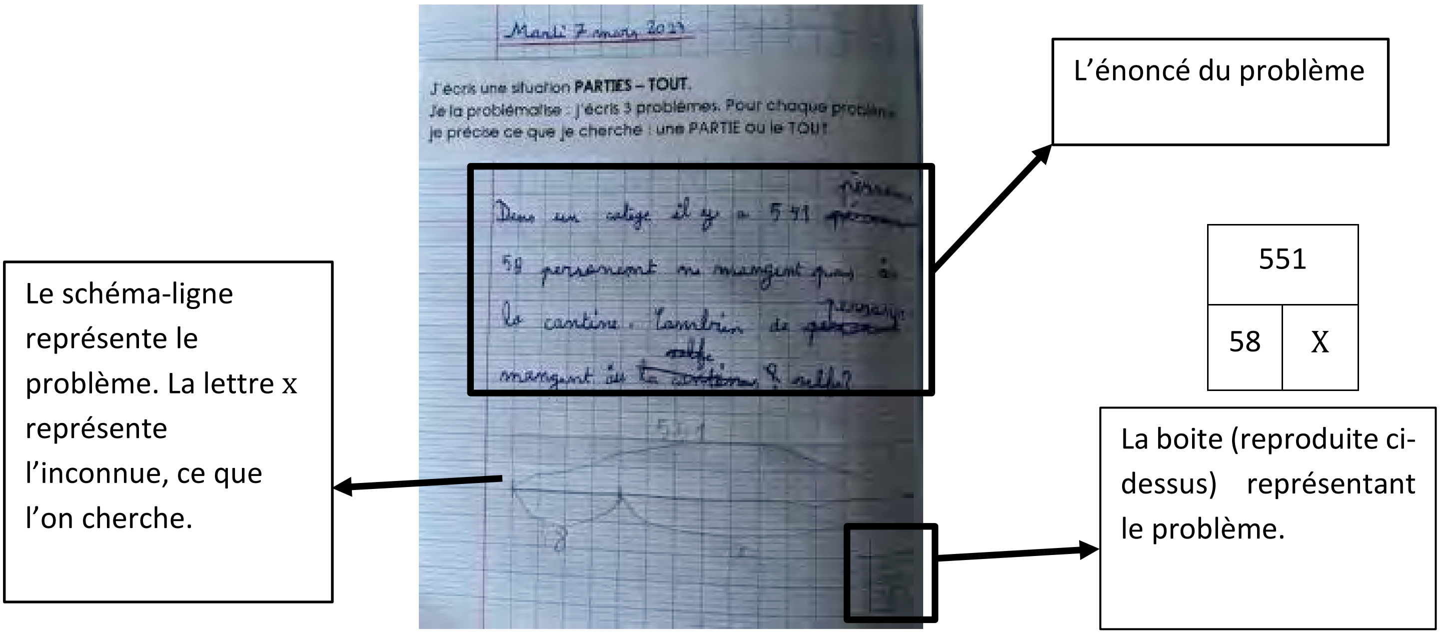


Figure 4. Un exemple de production dans le Journal du Nombre.

3.2 L'exemple travaillé

Le professeur et les élèves étudient un exemple résolu (Sweller, 1998 ; Chanquoy & al., 2007). Dans un premier temps, le professeur et les élèves sont dans un jeu de monstration spécifique (CDpE, 2019). En effet, tout en faisant, en montrant la manière de travailler le problème, le professeur parle de ce qu'il écrit, de ce qu'il fait. Dans l'exemple qui va suivre, la professeure montre comment le nombre rectangle peut représenter une situation d'échange billes-calot. Elle demande, ensuite, aux élèves de l'imiter, de copier le nombre rectangle et ses annotations ainsi que les écritures mathématiques en lien avec la situation d'échange billes-calot. Ce jeu d'imitation (CDpE, 2019) est détaillé dans la suite de cette étude.

3.3 L'anticipation

Le dispositif d'anticipation doit permettre de donner du temps aux élèves moins avancés dans le savoir, c'est-à dire dans une pratique particulière du savoir, pour intégrer ce que le rythme trop rapide du temps didactique classique, le temps d'objet, les a empêchés d'intégrer. Durant ces séances, le professeur peut travailler certaines connaissances que les élèves n'ont pas bien acquises et aborder le nouveau savoir qui sera en jeu durant la séance classe entière. Un groupe d'anticipation ne concerne pas que les élèves moins avancés, il comporte des élèves moyennement avancés et des plus avancés, dans la perspective où il s'agit bien, dans le travail d'anticipation, de diffuser des manières de faire plus avancées vers les élèves qui ne les ont pas encore intégrées. Un groupe d'anticipation peut ainsi se concevoir comme un groupe d'éclaireurs lors du travail en classe entière. Confrontés préalablement à la séance en classe entière aux complexités du savoir en jeu, les éclaireurs, les élèves du groupe d'anticipation, peuvent ainsi apporter des contributions au travail collectif de la classe.

4 La représentation nombre rectangle

Dans la recherche ACE, le choix a été fait de représenter les multiplications et plus généralement les structures multiplicatives, dans la conception « rectangle ». Cette concrétisation rectangulaire permet de donner à voir les propriétés de la multiplication : la commutativité, l'associativité et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Ci-dessous (figure 5), une production d'élève, incitée par le texte suivant « Je représente un nombre-rectangle puis j'écris les multiplications qui lui correspondent. »

Dans la production ci-dessous (figure 5), les élèves s'entraînent à produire des nombres-rectangles et les écritures multiplicatives correspondantes. Le nombre-rectangle est travaillé pour lui-même. Il sert, plus tard dans l'année, à introduire différentes techniques de calcul d'une multiplication.

Il est aussi, dans la recherche ANR-DEEC, travaillé pour modéliser des situations dans le champ multiplicatif. On voit par exemple sur la photographie suivante (figure 6), extraite d'un Journal du Nombre, une production d'élève où le nombre-rectangle modélise un problème d'élèves qui composent des équipes. L'inconnue désignée par la lettre « x », ici le nombre d'élèves dans une équipe, correspond à la largeur du rectangle. La longueur du rectangle correspond au nombre d'équipe, six. L'aire du rectangle correspond aux dix-huit élèves de la classe. On peut aussi voir sur cette production la représentation du « rectangle unité », c'est à dire, le nombre d'élève dans une équipe, ici, ce que l'on cherche.

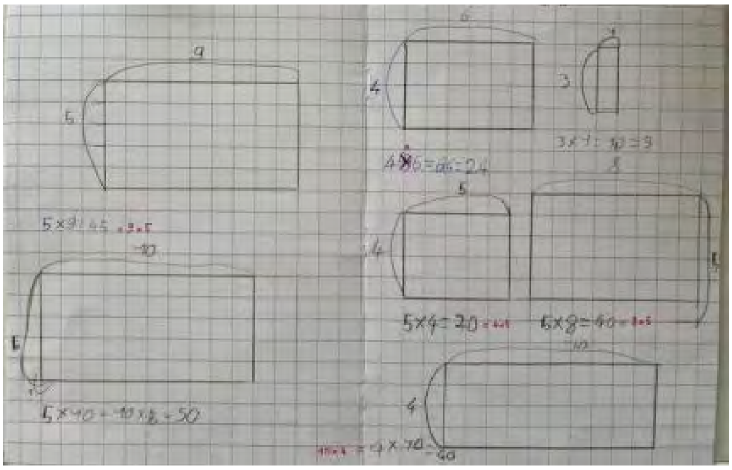


Figure 5. Production d'un Journal du Nombre : des nombres rectangles et les multiplications correspondantes.

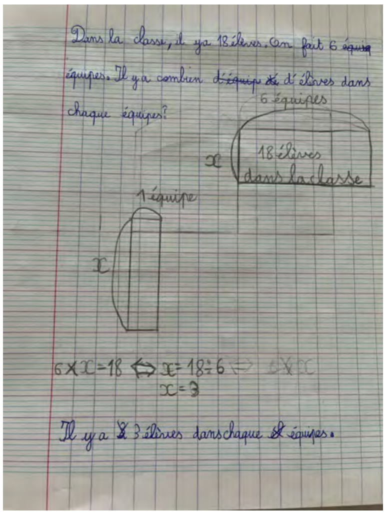


Figure 6. Production d'un élève où le nombre rectangle modélise 18 élèves qui font des équipes de 6.

Le contexte de la recherche précisé, les dispositifs de solidarité épistémique présentés et l'utilisation de la représentation nombre-rectangle expliquée, nous abordons, dans la partie suivante, les éléments théoriques et méthodologiques de cette étude.

II - ÉLÈMENTS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES

1 Éléments théoriques pour l'analyse

Les éléments développés pour l'analyse, sont issus de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD). Dans la classe, l'élève est là pour apprendre un savoir et le professeur pour faire apprendre un savoir. Leurs échanges (paroles, écrits, gestes, regards) ont un but commun : l'apprentissage par l'élève d'un savoir. Leur action est (donc) conjointe. Nous parlons d'action conjointe en didactique. Au sein du collectif classe, apprendre un nouveau savoir peut être considéré comme un problème à résoudre. Lorsque les élèves, chaque élève de la classe, et le professeur, partagent le savoir en jeu pour trouver la solution, nous pouvons parler de solidarité épistémique, une solidarité dans le savoir. Deux dispositifs de la recherche ANR-DEEC (parmi d'autres qui ne sont pas développés dans cette étude) le Journal du Nombre et l'anticipation, visent à favoriser cette solidarité épistémique. Nous tenterons d'en dégager quelques éléments.

Dans cette étude, un moment particulier est travaillé, celui où la professeure demande aux élèves de reproduire sur leur ardoise, une représentation mathématique, un nombre-rectangle qui modélise une situation d'échange, et les écritures mathématiques qui lui correspondent. À quoi jouent, lors de cette reproduction du tableau, les élèves et le professeur ? Autrement dit, qu'apprennent les élèves en reproduisant une représentation mathématique du tableau sur leur ardoise ? Quelles sont les attentes, les gestes du professeur qui fait reproduire une représentation mathématique aux élèves ? Nous mobilisons pour l'analyse la notion-modèle de *jeu d'imitation* (CDpE, 2019 ; Messina, 2019). L'imitation est pensée comme génératrice de connaissances. Le processus d'imitation comme un *jeu d'imitation fondé sur un ajustement systématique des deux instances, professeur et élèves, ajustement nécessaire pour faire avancer l'apprentissage* (CDpE,2020 p.143). Nous insistons sur cette phrase car elle nous semble au cœur de l'acte d'enseigner, de faire apprendre. La TACD précise que pour dépasser *l'imitation réplicative* et atteindre *l'imitation créatrice*, celui ou celle qui imite doit comprendre le sens de ce qu'il imite.

2 Éléments méthodologiques

Pour étudier en quoi le dispositif d'anticipation et le Journal du Nombre, dispositif d'enquête de la recherche DEEC-ACE, permettent à chaque élève de prendre réellement sa place dans une classe de mathématiques, nous avons recueilli les productions des élèves et les films de la pratique de classe durant les séances. Le contexte de l'étude, les éléments théoriques et les éléments méthodologiques précisés, dans la partie suivante, nous détaillons une situation mathématique travaillée dans le cadre de la séquence prototypique de la recherche DEEC, la situation d 'échange de billes contre des calots.

III - LE TRAVAIL DE LA SITUATION D'ÉCHANGE « DES BILLES POUR UN CALOT » DANS LA CLASSE

Dans le cadre du projet ANR-DEEC, nous avons testé des séances de création et résolution de problèmes mathématiques. Nous détaillons, ici, la situation d'échange et plus précisément un échange de billes contre des calots. Nous avons travaillé avec une structure récurrente en cours d'élaboration, d'amélioration au sein de l'équipe du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée, « anticipation – exemple travaillé – Journal du Nombre ». Nous décrivons et analysons les séances d'anticipation et les productions du Journal du Nombre des élèves moins avancés. Nous dégageons ensuite quelques éléments de synthèse.

Durant cette situation, la structure récurrente se déroule deux fois. Une première fois lors de l'étude de la situation non problématisée (situation présentée aux élèves avec toutes les données) puis une seconde fois lors de l'étude de la situation problématisée (le professeur montre qu'en cachant un nombre, on obtient une inconnue, la situation devient un problème à résoudre).

1 La description et l'analyse de la situation non problématisée

1.1 La séance d'anticipation de la situation non problématisée

La professeure choisit six élèves qui composent le groupe d'anticipation. Elle s'installe avec eux comme le montre le photogramme ci-dessous (figure 7) dans la classe. Ils sont disposés sous la forme d'un U. Elle est devant eux avec un paperboard. Les autres élèves ont un travail de lecture-compréhension de texte à réaliser.

Figure 7. Les élèves du groupe d'anticipation disposés en forme de U et la professeure.

La professeure commence ainsi « Aujourd'hui, on va voir, ensemble, une nouvelle situation mathématique qui peut se représenter par un nombre rectangle. » La représentation nombre-rectangle est connue des élèves. Elle a été travaillée lors de situations de mise en groupes et d'achats. La professeure lit, à plusieurs reprises, le texte suivant, la situation non problématisée de l'échange des billes contre des calots : « Zoé a 15 billes. Elle échange 3 billes contre un calot. Elle reçoit 5 calots. » Ensuite, la professeure représente cette situation d'échange billes-calots avec des cubes. Elle montre quinze cubes qui représentent quinze billes. Puis elle construit progressivement le nombre rectangle en commentant ce qu'elle fait. Elle emboite trois cubes et dit « Pour recevoir un calot, il faut qu'elle (Zoé) prenne trois billes. » On voit par exemple, sur le photogramme ci-dessous, la professeure montrer les trois cubes représentant trois billes.

Figure 8. La professeure montre aux élèves trois cubes qu'elle a emboités, qui représentent trois billes.

La professeure construit le nombre rectangle de la situation avec des cubes puis le représente sur le paperboard. Elle commente toujours ce qu'elle fait. Elle traduit ensuite cette représentation nombre rectangle en écritures mathématiques. Ci-dessous, le paperboard au moment où la professeure demande aux élèves de reproduire le nombre rectangle et ses annotations ainsi que les écritures mathématiques.

Les élèves du groupe d'anticipation vivent la situation non problématisée, avant les autres élèves de la classe. Ce temps d'étude, en amont, doit permettre aux élèves moins avancés, en particulier, d'être présents lors de la séance collective avec l'ensemble de la classe.

1.2 L'exemple travaillé en classe entière

Avec la classe entière, la professeure procède de la même manière qu'avec le groupe d'anticipation, sous la forme d'exemple travaillé. Elle lit plusieurs fois le texte de la situation : « Zoé a 15 billes. Elle échange 3 billes contre un calot. Elle reçoit 5 calots. » Elle montre aux élèves comment se modélise cette situation d'échange billes contre calots avec les cubes.

Figure 9. Paperboard montrant la modélisation de la situation avec le nombre rectangle et les écritures mathématiques.

Elle écrit ensuite le nombre-rectangle correspondant à ce nombre-rectangle de cubes puis elle écrit les écritures mathématiques. Puis, elle dit « Et si Zoé avait 12 billes ? » Elle demande aux élèves de représenter la situation sur leur ardoise. Une élève du groupe d'anticipation, joue le rôle d'éclaireur, elle vient présenter son travail comme le montre le photogramme ci-dessous (figure 10).

Figure 10 : Une élève du groupe d'anticipation vient présenter son travail.

Nous pouvons supposer que cette élève, que la professeure considère moins avancée, vient au tableau présenter son travail car elle fait partie du groupe d'anticipation. Cela demande, lors la participation aux séances en classe entière, des élèves moins avancés du groupe d'anticipation, à être documenté sur d'autres séances.

1.3 Le travail dans le Journal du Nombre

Les élèves et la professeure travaillent le texte de l'incitation du Journal du Nombre. L'incitation est formulée : « Je fais un nombre-rectangle. Je travaille sur le nombre-rectangle la situation d'échange des billes contre un calot. J'écris les écritures mathématiques. » Ensuite, la professeure écrit le texte qui décrit la situation d'échange des billes contre un calot. Cette incitation, est collée sur le Journal du Nombre. Ci-dessous (figure 11) trois productions d'élèves. Ces trois exemples, nous montrent ce que permet le Journal du Nombre. Les élèves ont choisi un nombre de billes différents, 175, 36 et 50. La règle d'échange est elle aussi différente, 25 billes pour un calot, 4 billes pour un calot et 10 billes pour un calot. Ils ont travaillé le même problème, chacun à leur mesure.

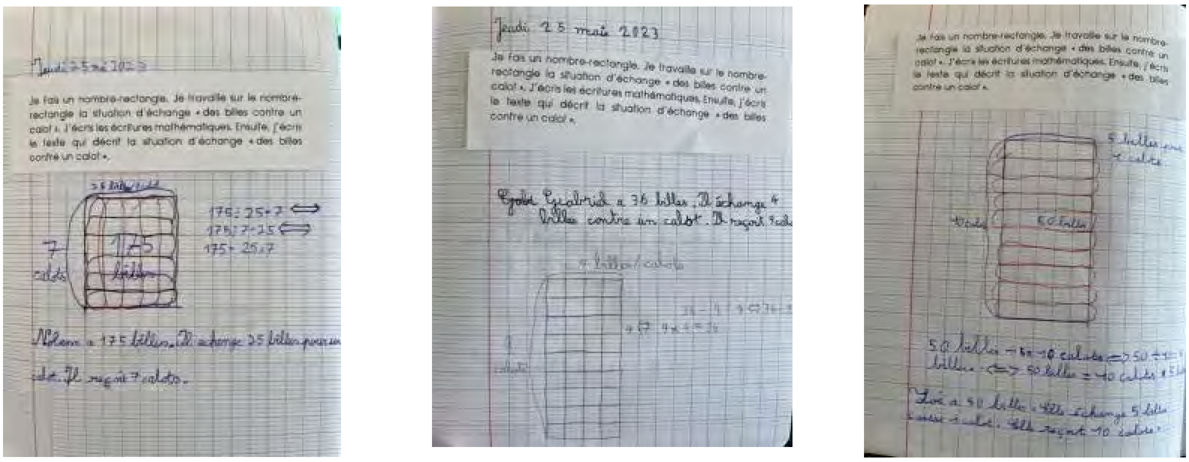


Figure 11. Production de trois élèves dans le Journal du Nombre.

1.4 L'analyse du moment de l'imitation

Intéressons-nous plus précisément au moment de l'imitation, ce temps durant lequel la professeure demande aux élèves de reproduire le nombre-rectangle, ses annotations et les écritures mathématiques. La professeure s'exprime ainsi (13'17'') :

> *Je vous demande maintenant, sur votre ardoise, vous refaites ce nombre rectangle, en utilisant les carreaux de votre ardoise, refaites le trois fois cinq avec les annotations, trois billes pour un calot, cinq calots, quinze billes et les écritures mathématiques.*

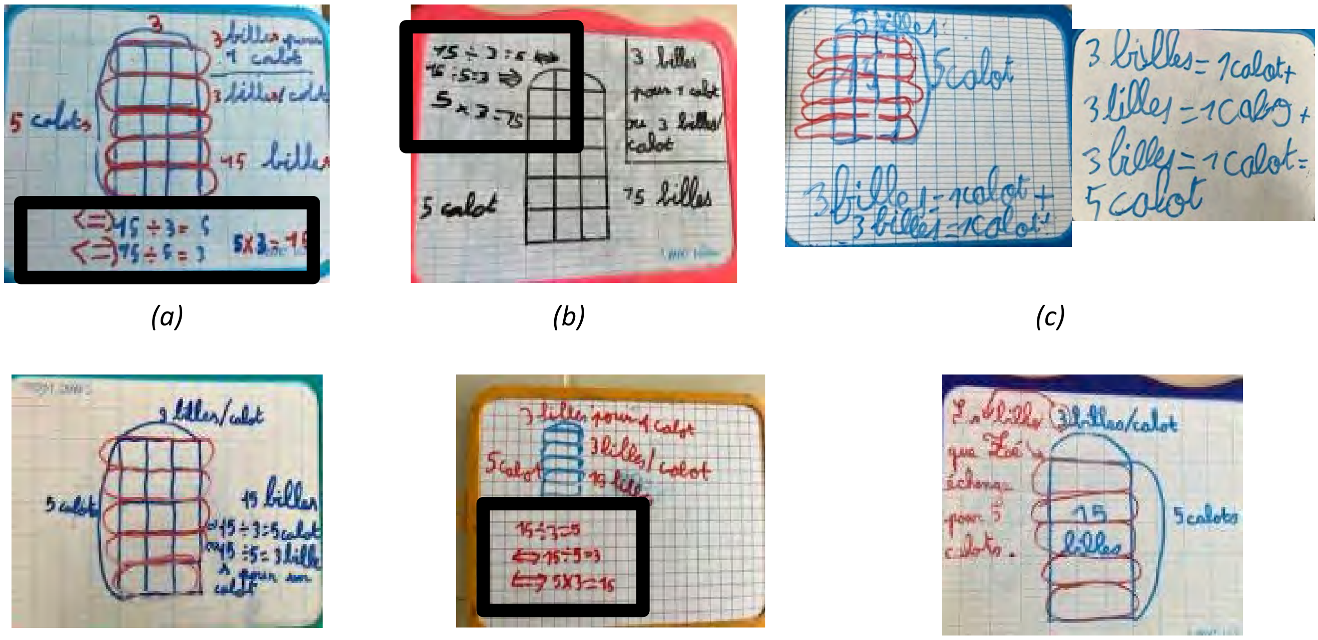
Elle montre en même temps les écritures du paperboard. Un élève demande « On réécrit tout ça ? » en montrant le paperboard. La professeure répond « Voilà » (figure 12). La professeure regarde ses élèves qui commencent à reproduire le nombre rectangle et les écritures mathématiques. Après quelques minutes, elle dit « Les écritures mathématiques, je vais peut-être les récrire proprement. » Elle tourne la page du paperboard puis réécrit l'ensemble du travail. Les élèves travaillent sur leur ardoise[3]. Après avoir réécrit l'ensemble du travail sur une nouvelle feuille, la professeure va voir certains élèves (figure 12). Elle leur demande de commenter ce qu'ils ont reproduit sur leur ardoise.

Figure 12. Les élèves recopient sur leur ardoise le nombre rectangle et les écritures mathématiques.

L'étude du verbatim entre chaque élève et la professeure, bien que probablement intéressante, ne fait pas l'objet de cette communication. Nous présentons ci-dessous, les six ardoises des élèves du groupe d'anticipation (figure 13). La professeure a demandé à chaque élève de reproduire le nombre-rectangle

[3] Dans *Enseigner, ça s'apprend* (CDpE, 2020), un chapitre intitulé, « À l'école on n'apprend pas en imitant », pense le problème de l'imitation et propose des exemples emblématiques. Le moment décrit ci-dessus où la professeure demande à ses élèves de reproduire le nombre rectangle, ses annotations et les écritures mathématiques, ce qu'un élève nomme « tout ça » et que la professeure décide de réécrire sur une nouvelle feuille, l'ensemble du travail, ne constitue-t-il pas un contre-exemple emblématique ?

qui modélise l'échange de 15 billes pour 3 calots, les annotations du nombre-rectangle et les écritures mathématiques.



(a) *(b)* *(c)*

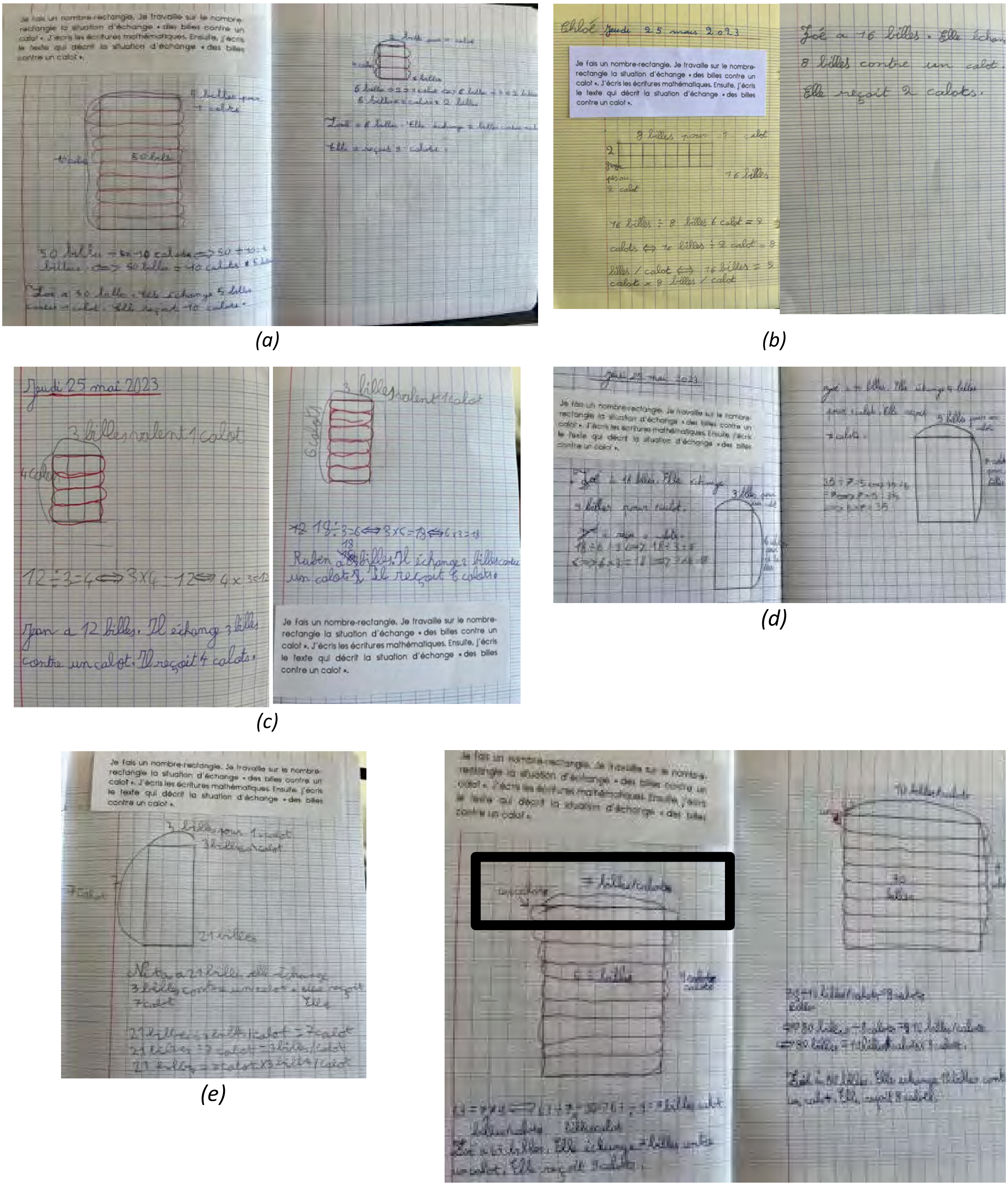
(d) *(e)* *(f)*

Figure 13. Productions de six élèves (a), (b), (c), (d), (e) et (f).

Les productions des élèves (a), (b) et (e) montrent l'appropriation du symbolisme de l'équivalence (⇔) entre les écritures symboliques (figure 13). Les productions des élèves (d) et (f) montrent que les élèves ont uniquement écrit la désignation 3 billes/calot avec l'usage de la barre oblique symbole. Les six élèves du groupe d'anticipation, dont les élèves moins avancés, ont correctement recopié le nombre-rectangle et ses annotations ainsi que les écritures symboliques. Nous donnons à voir ensuite les productions de ces mêmes élèves lorsqu'ils travaillent de manière individuelle sur leur Journal du Nombre.

1.5 L'analyse des productions des élèves du groupe d'anticipation dans le Journal du Nombre

Sur le Journal du Nombre, les élèves travaillent individuellement à partir d'une incitation. Le texte de l'incitation fait suite, ici, à l'étude de la situation d'échange de billes contre des calots. Il est formulé ainsi « Je fais un nombre-rectangle. Je travaille sur le nombre-rectangle la situation « des billes contre un calot ». J'écris les écritures mathématiques. Ensuite j'écris le texte qui décrit la situation d'échange « des billes contre un calot ». La professeure demande aux élèves de commencer par représenter un nombre de leur choix puis de travailler dessus, c'est-à-dire de l'annoter, de le « faire parler » afin qu'il modélise une situation d'échange de billes contre des calots. Elle demande ensuite les écritures symboliques. Pour finir, elle demande d'écrire l'énoncé de la situation. Le cheminement du travail à réaliser, du schéma au texte, proposé par la professeure, peut faire l'objet d'une étude mais ce n'est pas, ici, notre préoccupation. Ci-dessous, nous présentons les productions des élèves du groupe d'anticipation (figure 14). Sur les six productions, la représentation nombre rectangle modélise une situation d'échange. Les six productions montrent un usage adéquat de signe d'équivalence (⇔) et des écritures symboliques. Pour chaque élève, le texte de la situation d'échange correspond aux représentations. La production de l'élève (f) (figure 14) est une production d'une élève moins avancée. L'ajout de l'écriture, produite par l'élève, en rouge, « un calot » avec la flèche montrant sept billes entourées en rouge témoigne de la compréhension de la situation. *Cette annotation supplémentaire, à l'initiative de cette élève, sera relevée par la professeure, et se diffusera dans la classe par la suite.*



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

Figure 14. Productions Journal du Nombre des élèves du groupe d'anticipation (a), (b), (c), (d), (e) et (f).

L'élève (c), est un élève moins avancé. Mettre en regard ses deux productions (figure 15) témoigne d'un meilleur appui sur le nombre rectangle pour donner à voir la situation d'échange. La règle d'échange qui figurait sur l'ardoise sous la forme 3 billes = 1 calot + 3 billes = 1 calot... est écrite, dans le Journal du nombre, sur le nombre rectangle « 3 billes valent 1 calot » (encadrés figure 15).

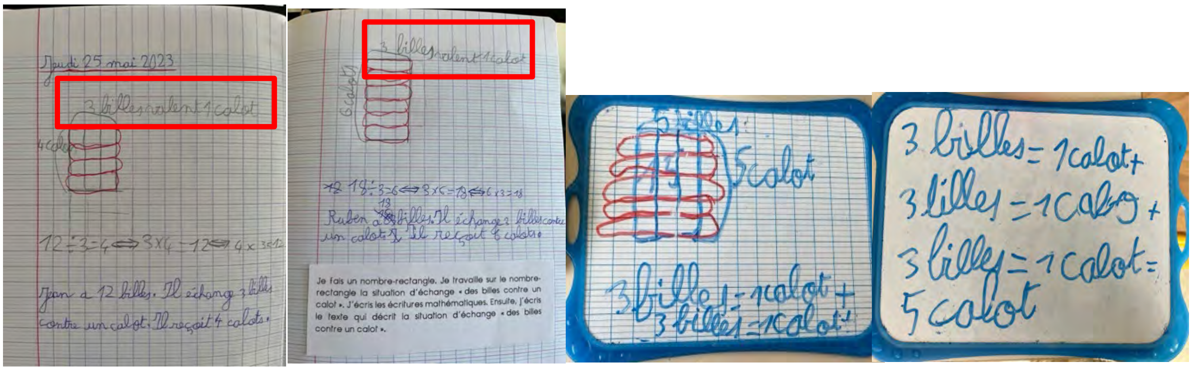


Figure 15. De l'ardoise au Journal du Nombre, les productions de l'élève 3.

L'étude de la situation d'échange *en appui sur le travail de la représentation nombre rectangle*, écriture des annotations, reproductions de représentations, travail de l'incitation, semble avoir permis à chaque élève de prendre sa place dans la classe de mathématiques, avoir permis à chaque élève de la classe de se rendre capable de modéliser une situation d'échange par un nombre rectangle.

IV - ÉLÉMENTS DE SYNTHÈSE

Cette situation d'échange billes-calots, menée dans le cadre de la séquence prototypique du projet ANR-DEEC, est une phase exploratoire du projet. Elle permet cependant de dégager quelques éléments qui permettront, ont peut-être permis, d'interroger l'élaboration de la première version de la séquence du projet ANR-DEEC mise en œuvre durant l'année scolaire 2023-2024.

La mise en œuvre de la structure récurrente *exemple travaillé-imitation-enquête* mise en lien avec les productions des élèves moins avancés, nous permet cependant de dégager quelques éléments de synthèse.

1.1 Les élèves moins avancés

Les élèves moins avancés, grâce au groupe d'anticipation, se rendent capables de modéliser une situation d'échange par un nombre rectangle, de faire parler la représentation en l'annotant et de produire les écritures mathématiques qui le décrivent.

Le professeur, lors de la séance en classe entière, peut s'appuyer sur les élèves du groupe d'anticipation, en particulier ceux initialement moins avancés. Ceux-ci peuvent jouer leur rôle d'éclaireurs pour faire progresser l'ensemble de la classe.

Lors des séances sur le Journal du Nombre, les élèves moins avancés effectuent des productions qui témoignent de leur compréhension du travail, ils deviennent peu à peu « un parmi d'autres dans le collectif de la classe ».

1.2 La solidarité épistémique

Tous les élèves de la classe travaillent le même problème. Chaque élève devient capable de comprendre la manière dont un nombre rectangle peut modéliser une situation d'échange, si on l'annote convenablement et si on exprime correctement les écritures symboliques de la situation. De manière peut-être plus importante, chaque élève, qu'il soit plus avancé ou moins avancé, devient capable, sur ce problème précis, de mieux communiquer avec tous les autres élèves, de mieux comprendre les propositions des autres élèves. La solidarité épistémique est une nécessité pour la création d'une relation organique, grâce aux représentations travaillées ensemble (ici, donc, le nombre rectangle et les écritures symboliques) entre la création d'intelligence et l'égalité des intelligences (Sensevy, 2021 ; Quilio, 2022).

1.3 Penser le problème de l'imitation[4]

Il nous semble que les productions montrées dans cette étude nous permettent de dire que les élèves ont compris comment le nombre rectangle et ses annotations peuvent modéliser une situation d'échange. Ils semblent avoir dépassé *l'imitation réplicative* (où celle ou celui qui imite se limite à la forme à imiter) pour atteindre *l'imitation créatrice* (où celle ou celui qui imite a intégré les principes générateurs de la forme à imiter, et dispose donc de plus de latitude par rapport à la forme à imiter) (CDpE, 2019).

Les moments d'imitation n'ont pas été analysés, ici, à partir d'un verbatim. Ce travail d'analyse se fera dans le cadre le recherche ANR-DEEC. Il nous semble cependant important de souligner, ici, ce qui se joue de crucial lors de l'imitation. En imitant la représentation nombre-rectangle, en l'annotant, en faisant parler les annotations, dans la classe se crée une *culture commune*. Les élèves et le professeur parlent la même langue, chacun élève et le professeur peut comprendre l'autre élève ou le professeur.

Le Collectif Didactique pour Enseigner souligne l'importance dans ce *jeu d'imitation*, de « la posture d'attention conjointe à l'expérience de l'autre » (CDpE, 2019, p.143). Seule l'étude fine des verbatims pourrait nous permettre de travailler, d'affiner *cette attention conjointe de l'expérience à l'autre*. Passionnant travail à envisager.

1.4 Des éléments pour la reconstruction de la forme scolaire

La reconstruction de la forme scolaire peut être envisagée de la manière suivante : le format question-réponse-tâche (Sensevy, 2019), au sein duquel l'élève répond à des questions qu'il ne s'est pas posées (Brousseau, 1998) cède la place au format exemple travaillé-imitation-enquête. Cette nouvelle forme scolaire intègre organiquement à la fois l'imitation de pratiques « correctes » et l'enquête qui permet de réinventer ces pratiques pour en élaborer peu à peu de nouvelles.

Derrière le « nous » utilisé dans cette communication, il y a la règle d'usage lorsqu'on écrit une communication. Il y a les quatre personnes dont les noms figurent dans cette communication : Gérard Sensevy (professeur émérite) Serge Quilio (maitre de conférence HDR), Sophie Joffredo-Le Brun (maitre de conférence) et Sophie Poilpot (professeure des écoles). Il y a les membres du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée. Terminer par des éléments pour la reconstruction de la forme scolaire m'oblige à dire « je », à témoigner en tant que professeure des écoles, membre du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée depuis 12 ans (LÉA-IFÉ ACE ArithmÉcole avant) (qui a mené, dans sa classe, cette situation d'échange et qui a tenté de la décrire). Cette expérience, travailler au sein d'une ingénierie coopérative, donner à voir et à comprendre sa pratique, la partager avec d'autres professeurs, avec des chercheurs, pour mieux comprendre ce qui se passe dans la classe, pour essayer de mieux enseigner et mieux faire apprendre, je la souhaite à tous les professeurs des écoles. La reconstruction de la forme scolaire passe aussi, par un renouvellement de la formation des professeurs, où de véritables relations entre la profession de professeur et la recherche en éducation existent, comme ce qui se passe au sein du LÉA-IFÉ Armorique Méditerranée.

[4] Le titre fait écho à un paragraphe du livre *Enseigner, ça s'apprend, CDpE, 2019* du chapitre *À l'école, on n'apprend pas en imitant*, le paragraphe *Comment penser le problème*

V - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.

Chanquoy, L., Tricot, A., Sweller, J. (2007). *La charge cognitive : Théorie et applications.* Armand Colin.

Chevallard, Y. (1991). *La Transposition didactique.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

CDpE (Collectif Didactique pour Enseigner) (2019). *Didactique Pour Enseigner.* Rennes : Presses universitaires de Rennes.

CDpE (Collectif Didactique pour Enseigner) (2020). *Enseigner ça s'apprend. Mythes et Réalités,* Retz.

Joffredo-Le Brun S., Morellato, M., Sensevy, G. et Quilio, S. (2018). Cooperative Engineering in a Joint Action Paradigm. *European Educational Research Journal. Vol 18, issue 1*, 187–208.

Messina, V. (2019). Permettre la compréhension de l'action dans un jeu d'imitation. Le cas de l'action conjointe entre un artiste chorégraphique et des élèves-danseurs à l'école élémentaire, *Recherches En Éducation (35)*, 177-192. https://doi.org/10.4000/ree.1767

Quilio, S. (2022). *La coopération professeurs-chercheurs pour l'accroissement des puissances d'agir. Représenter la pratique pour la comprendre et pour l'améliorer.* HDR. Université de Bretagne Occidentale.

Sensevy, G., Théry, M., & Nédélec-Trohel, I. (2006). A propos de l'enseignement des mathématiques en adaptation et intégration scolaire : Une étude de cas comparative en regroupement d'adaptation. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 26(2)*, 151-206.

Sensevy, G., Maurice, J. J., Clanet, J., & Murillo, A. (2008). La différenciation didactique passive : Un essai de définition et d'illustration. *Les Dossiers des Sciences de l'Education, 20*, 105 122.

Sensevy, G. (2019). Forme scolaire et temps didactique. *Le Télémaque, N° 55(1)*, 93. https://doi.org/10.3917/tele.055.0093

Sensevy, G. (2021). Quelques idées pour le devenir épistémologique et politique de la TACD Institutions, textualisation, coopération, analogie paradigmatique, preuves. *Actes du 2e Congrès TACD*.

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as specific design-based research. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education.*

Sensevy, G., & Bloor, T. (2020). Cooperative Didactic Engineering. In S. Lerman (Éd.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (p. 141-145). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100037

Sweller, J. (1988). Cognition Load During Problem Solving : Effects and Learning, *Cognitive Science, vol. 12,* 1988.

Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R., & Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Éducational Studies in Mathematics, 111(3)*, 375 397. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10169-x

LES MALENTENDUS SCOLAIRES : SENSIBILISER ET FAIRE BOUGER LES LIGNES EN FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS LORS DU COURS DE MATHÉMATIQUES (ET PAS SEULEMENT)

Céline MOUSSET
Maître-assistante, HELHA
CeREF Éducation
moussetc@helha.be

Résumé
Les malentendus scolaires résultent d'interactions entre certaines croyances d'élèves et certaines pratiques enseignantes, et génèrent des mécanismes défavorables aux apprentissages. Les premières victimes en sont les enfants de milieux populaires, dont la culture familiale est sensiblement éloignée de la culture de l'école (Bonnéry, 2007 ; Rochex et Crinon, 2011). En Belgique, les statistiques montrent que l'institution scolaire transforme les inégalités socio-économiques en inégalités scolaires (Jadin, 2022). À l'heure actuelle, l'école est donc loin d'offrir les mêmes chances de réussite à tous, malgré une volonté affichée de partir du postulat que les élèves sont « tous capables » d'apprendre. Face à ce triste constat, les auteurs ont souhaité prendre notre part de responsabilité auprès d'étudiants en formation initiale d'instituteur primaire. Dans cette communication, les auteurs expliquent comment sont sensibilisés les étudiants aux malentendus scolaires lors d'un cours de mathématiques, en s'appuyant notamment sur plusieurs études du mouvement socio-pédagogique belge « Changements pour l'égalité » (Jadin et Roosens, 2022). Il est fait écho du travail de prise de recul et d'analyse de leurs pratiques qui leur est demandé à ce sujet en fin de formation. Il est rapporté également comment toute l'équipe de formateurs s'est récemment mise en chemin pour que la problématique des malentendus scolaires soit traitée de façon spiralaire au fil de la formation.

I - CONTEXTE

Le dispositif au cœur de cette présentation prend place en troisième année (Bloc 3) de formation d'instituteur primaire à la HELHa-Mons (Haute École Louvain en Hainaut, implantation de Mons), un établissement d'enseignement supérieur en Belgique francophone. Nous y assurons un cours de mathématiques et didactique. L'essentiel des contenus du programme de l'école primaire ayant été travaillé en Bloc 1 et Bloc 2, nous pouvons nous permettre d'aborder dans ce cours des thèmes variés et décadrants, pour autant qu'ils conduisent à une réflexion opérationnelle sur l'enseignement des mathématiques. C'est dans cette optique que nous avons décidé d'initier les étudiants à la question des malentendus scolaires, ou plus précisément malentendus sociocognitifs.

II - CADRAGE THÉORIQUE

1 Malentendu sociocognitif

Un malentendu se produit quand l'élève comprend autre chose que ce que l'enseignant voudrait qu'il comprenne. Il se construit autour d'ambiguïtés ou de ruptures de sens (Jadin et Roosens, 2022). On parle de malentendus sociocognitifs quand ils dépendent d'évidences qui ne sont pas les mêmes d'un milieu social à l'autre (Bonnéry, 2007). L'existence de ce phénomène témoigne du fait qu'un même dispositif d'enseignement piloté par une même personne auprès de deux groupes d'élèves différents peut tout à fait ne pas générer les mêmes apprentissages. Sans conscience de cela, un enseignant, aussi bien intentionné soit-il envers les élèves et compétent dans sa discipline, peut vite manquer ses objectifs. Nous verrons plus loin dans ce texte ce qui peut générer des malentendus sociocognitifs.

2 Les inégalités en Belgique

L'Indice Socio-Économique (ISE) est un indicateur attribué à chaque établissement scolaire de la Communauté française de Belgique en fonction des parents des élèves qui la constituent (revenus, niveau de scolarité des parents, emploi). Jadin (2022) décortique cet indice et l'utilise pour mettre en lumière certains phénomènes témoignant des liens entre milieu socio-économique et réussite scolaire. Il présente notamment le graphique suivant (figure 1) (Jadin, 2022, p.28).

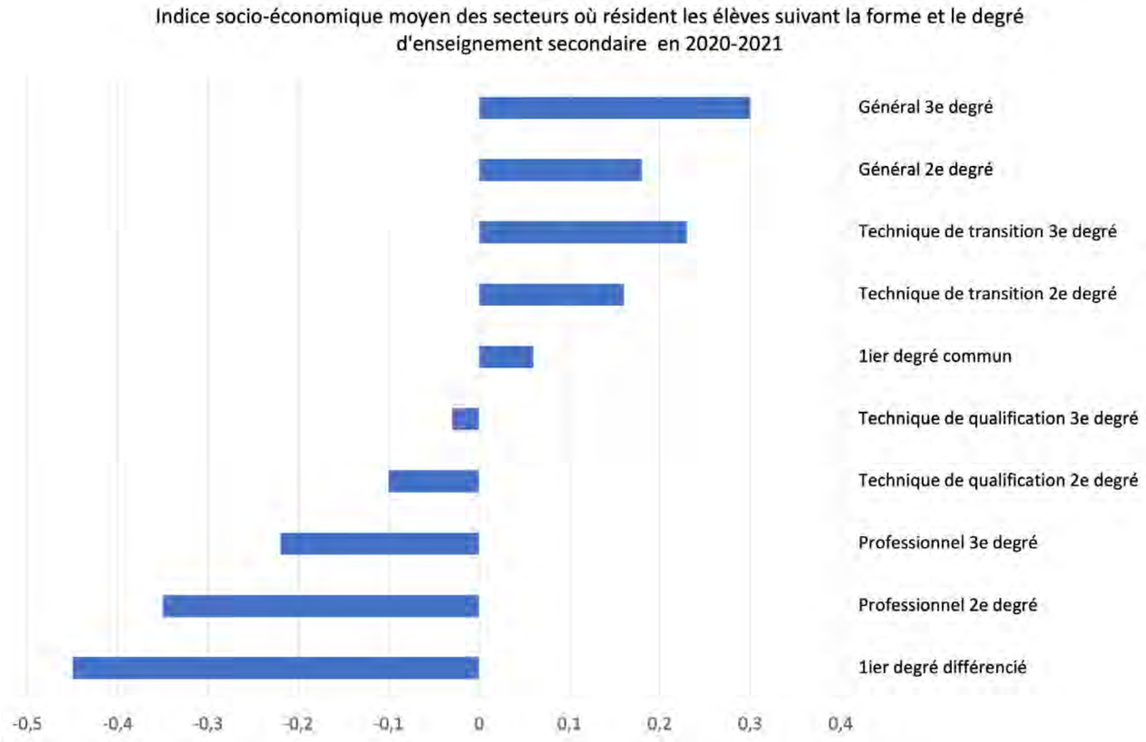


Figure 1. ISE, forme et degré d'enseignement secondaire en Belgique francophone

En Belgique francophone, l'enseignement secondaire compte trois degrés de deux ans chacun. Le premier degré différencié rassemble les élèves qui n'ont pas obtenu le Certificat d'Études de Base (CEB) à la sortie de l'école primaire. On voit que ceux-ci proviennent massivement d'école à ISE faible. Dans les deuxième et troisième degrés de l'enseignement secondaire, plusieurs formes d'enseignement coexistent : général, technique de transition, technique de qualification, professionnel. Plus les filières sont à vocation professionnalisante, plus on y retrouve des ISE faibles. Pour désigner ce graphique impitoyable, Jadin (2022) reprend le terme « escalier de la honte » … L'école contribuerait-elle à reléguer les élèves issus de milieux socio-économiques moins favorables vers les filières techniques et professionnelles, et donc à renforcer les inégalités déjà présentes dans la société ? Par quelles pratiques ? Est-ce une fatalité ? Si non, de quels leviers disposent les enseignants au quotidien ?

III - UN DISPOSITIF POUR INITIER À LA QUESTION DES MALENTENDUS SOCIOCOGNITIFS

Jusqu'ici, les étudiants de Bloc 3, futurs instituteurs primaires auxquels nous proposons ce dispositif, n'ont que très peu entendu parler de la question des malentendus sociocognitifs auparavant. Nous leur annonçons que nous allons travailler sur cette thématique au départ de situations de classe.

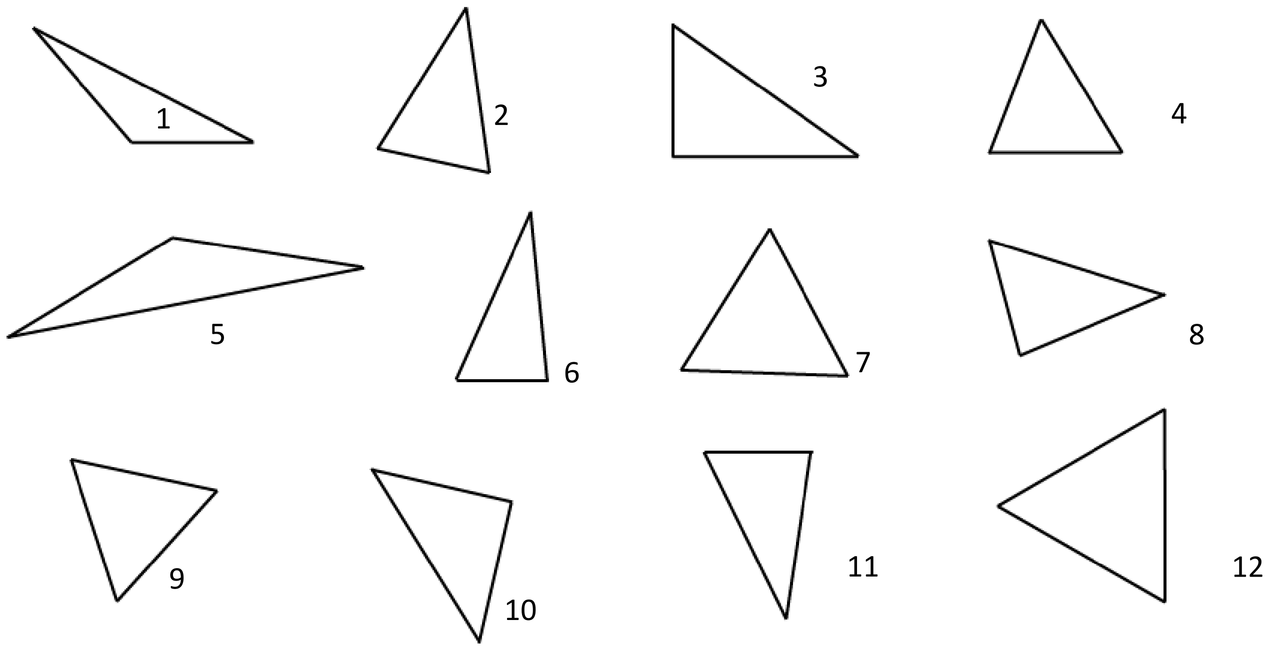
1 Phase 1

Cette première phase s'appuie sur une séance sur les triangles en CM2 et amène à prendre progressivement de la hauteur sur ce qui s'y joue. Cette partie est largement reprise d'un dispositif initialement proposé par B. Jadin (enseignant, formateur et président actuel de Changements pour l'égalité). La séance sur les triangles en CM2 correspond à celle testée et analysée par Bonnéry (2007) (et évoquée dans d'autres de ses écrits).

1.1 Étape 1 : travail sur la tâche

Consigne méta reçue par les étudiants en formation : « Voici la tâche donnée aux élèves. Imaginez-vous en activité et répondez à la question. »

Ci-dessous, on a représenté 12 triangles. Découpez-les.
Pliez ensuite les triangles selon des axes de symétries pour identifier ceux-ci.
Collez-les dans la colonne appropriée du tableau.



Aucun axe de symétrie	Un axe de symétrie	Plusieurs axes de symétrie

Que pouvez-vous tirer comme conclusion de ce tableau ?

Répondre à la question sous le tableau n'est pas si évident pour les étudiants en général. On peut par exemple entendre ceci : « Il n'y a pas de triangles qui ont exactement deux axes de symétrie » (c'est correct) ; « Il y a plusieurs sortes de triangles : les scalènes, les isocèles et les équilatéraux » (c'est vrai aussi, mais ce n'est pas quelque chose qui découle de l'activité). La réponse attendue par l'auteur de la consigne est peut-être ceci : « Les triangles n'ayant pas d'axe de symétrie correspondent aux triangles scalènes ; les triangles ayant un axe de symétrie correspondent aux triangles isocèles, ils ont deux côtés isométriques ; les triangles ayant plusieurs axes de symétrie en ont d'office trois, et ce sont les triangles équilatéraux (trois côtés isométriques). » Il semble toutefois que cela ne coule pas de source, déjà pour des adultes qui devraient maitriser les concepts en jeu.

Nous demandons alors aux étudiants de porter un regard critique sur la tâche via les consignes suivantes : « Que pensez-vous de l'activité proposée et des consignes données ? Auriez-vous envie de les ajuster, voire de modifier le déroulement ? Si oui, comment ? »

Si, au premier abord, l'activité leur semblait pertinente, leur difficulté à répondre à la question finale les inspire pour commenter. Les idées fusent de façon désordonnée :

> *« Il faut faire observer le matériel. »*
>
> *« Le tableau est donné trop vite. »*
>
> *« Il faudrait remplacer la dernière colonne par deux autres : « deux axes de symétrie » et « trois axes de symétrie ». »*
>
> *« L'enseignant doit prévoir un temps de confrontation. »*
>
> *« Ce serait bien que les élèves repassent au crayon sur les axes de symétrie pliés. »*
>
> *« Il serait mieux de donner des consignes progressivement. » « Il faut plus guider. »*
>
> *« Non, justement, il faut moins guider ! »*

Nous leur demandons ensuite de réécrire individuellement les consignes telles qu'ils les proposeraient. Ils gardent leur écrit pour eux-mêmes.

1.2 Étape 2 : travail sur un texte de vulgarisation

Nous expliquons aux étudiants que cette leçon a réellement été donnée dans une classe, et qu'un observateur y a pris note de ce qui se déroulait sous ses yeux. Ils découvrent alors un texte de vulgarisation très accessible (Degives, 2010) dans lequel Stéphane Bonnéry s'exprime sur ce qu'il voit au cours de cette fameuse leçon. En voici quelques extraits choisis.

> *Dans ce groupe-ci, Hassina, Cindy et Ève-Marie se sont mises avec entrain à la découpe et au pliage. Mais alors qu'Hassina et Cindy empilent indistinctement les triangles, Ève-Marie les classe selon les résultats du pliage. Lorsqu'il s'agit de les coller sur la deuxième feuille, Hassina et Cindy restent perplexes. C'est Ève-Marie qui leur souffle le principe de classement et leur indique le nom des types de triangles selon leur nombre d'axes de symétrie.* (Degives, 2010, p.14)

L'observateur identifie certains élèves perdus dans la tâche, relancés par l'une des leurs. Pourtant, les consignes semblent claires. Mais…

> *Quand la consigne indique qu'il faut découper et plier, il faut comprendre et être capable de classer par comparaison. Lorsqu'on demande de coller, il faut trier par catégories et être capable de les nommer. Il faut pouvoir identifier tous les triangles classés dans la colonne "trois axes de symétrie" comme des triangles équilatéraux. Et enfin, généraliser sous forme de propriété. (Degives, 2010, p.14)*

Les termes utilisés dans le cadrage semblent avoir une importance cruciale pour certains élèves. La présence d'implicites est-elle souhaitable ? Ou au contraire à éviter ? Cela pose question.

> *L'institutrice écrit la bonne réponse au tableau et demande à tous de la recopier. Et Stéphane Bonnéry de commenter :* "Une bonne part des élèves de la classe se trouvent alors dans la même situation qu'autrefois, avec une leçon quasi magistrale (…). Le savoir n'est souvent ni compris, ni retenu". *(Degives, 2010, p.14)*
>
> *La leçon se termine par un exercice d'application de la nouvelle propriété découverte. On est donc bien dans un schéma, aujourd'hui très utilisé par les enseignants, en trois temps : une première phase où un savoir est censé être découvert, construit et émerger ; une deuxième phase où le savoir est partagé, mutualisé à travers la comparaison des réponses à la dernière question ; une troisième phase de consolidation, de réinvestissement du savoir découvert. (Degives, 2010, p.14)*

Après cette lecture, de nouvelles consignes sont données aux étudiants en formation : « Y a-t-il des liens de concordance ou de discordance entre vos réflexions de l'étape précédente et ce qui est décrit dans le texte ci-dessus ? Pensez-vous que votre déroulement évitait les pièges qui y sont soulignés ? ». À cette étape du dispositif, les étudiants sont en général très bousculés. Ils sont au stade de leur formation où ils commencent à prendre confiance en eux, à avoir l'impression de cerner un peu ce qui est attendu d'un enseignant, à pouvoir construire des activités et les mener. Et là, sans qu'ils s'y attendent, la tâche à laquelle ils auraient pu adhérer ne fonctionne pas comme prévu. Le schéma d'enseignement qu'ils ont l'habitude d'appliquer semble, à leur insu, générer ou renforcer des inégalités. Ils aimeraient comprendre : c'est précisément ce qui leur permet de venir à bout de l'écrit suivant, un texte scientifique plus difficile d'accès.

1.3 Étape 3 : travail sur un texte scientifique

Les étudiants s'attèlent à présent à répondre à cette question : « Selon Bonnéry, qu'est-ce qui pose un problème dans le dispositif pédagogique en trois phases pratiqué dans la séquence observée ? ». Pour cela, nous leur soumettons des extraits de Bonnéry (2010). En voici quelques-uns.

> *Dans la séance consacrée aux triangles, le cadrage faible de la première phase laisse des élèves s'engager dans les deux premières consignes (découpage puis pliage selon des axes de symétrie) comme s'il s'agissait de tâches simplement « matérielles », disjointes de l'anticipation de l'étape suivante de classement des triangles dans un tableau en fonction de leurs axes de symétrie. Et les interactions, cadrées par le dispositif pédagogique accréditent cette lecture « manipulatoire » de l'exercice : « lis bien les consignes, on te dit de commencer par découper et plier pour voir s'il y a des axes de symétrie ».* (Bonnery, 2010, p.4)

L'utilisation, dans le cadrage, de verbes comportementaux (découpe, plie, colle) ne permet pas à tous les élèves d'accéder à ce qu'on attend d'eux au niveau cognitif : comparer, classer, caractériser.

> *Mais les interactions entre les trois élèves aboutissent à ce que Hassina et Cindy se contentent d'imiter la face visible du travail d'Ève-Marie, la disposition des triangles sur le tableau, sans opérer ni même sans doute percevoir la face invisible – activité de comparaison et classification – sur laquelle elle repose. (…) Les traces visibles des tâches conduites participent à leurrer les élèves comme l'enseignante sur les différences de processus qui ont conduit au résultat de classement.* (Bonnery, 2010, p.5)

On peut voir ici apparaître la différence entre faire et apprendre. Tout l'art de l'enseignant va consister à accompagner les élèves à se détacher de ce qu'ils ont fait pour identifier ce qu'ils ont appris. C'est un enjeu crucial. C'est ce qui va faire la différence. Il est fondamental que les enseignants qui souhaitent faire apprendre dans une pensée plutôt socioconstructiviste ne passent pas à côté de cette explicitation, sous peine de contribuer malgré eux à renforcer les inégalités.

> *De plus, une fois le savoir institutionnalisé, il est rare que l'on fasse un retour sur l'ensemble du dispositif, pour souligner les liens logiques, les sauts cognitifs qui devaient être opérés, pour montrer l'utilité des différentes étapes, ce qui en a été prélevé au service du cheminement intellectuel… Or, ce pourrait être une occasion, pour les élèves qui se sont perdus sur de fausses pistes et n'ont pas relié les éléments, de saisir a posteriori l'ensemble du raisonnement, donc de comprendre rétrospectivement.* (Bonnery, 2010, p.6)

1.4 Bénéfices intermédiaires observés

Après ces activités, les étudiants ont déjà opéré plusieurs prises de conscience. Tout d'abord, ils prennent acte de l'existence, à leur insu, de malentendus sociocognitifs, lorsque l'élève ne comprend pas ce que l'enseignant aurait voulu qu'il comprenne. Ils réalisent aussi qu'ils portent une part de responsabilité dans ces malentendus, et donc dans le fait de transformer des inégalités sociales en inégalités scolaires. Et ils identifient déjà quelques pratiques qui peuvent les générer. Évidemment, ces prises de conscience génèrent beaucoup de découragement. Les étudiants ressentent une forte impression de fragilité, un sentiment d'incompétence, une forme d'impuissance aussi. La suite du dispositif contribue à leur redonner du pouvoir d'agir.

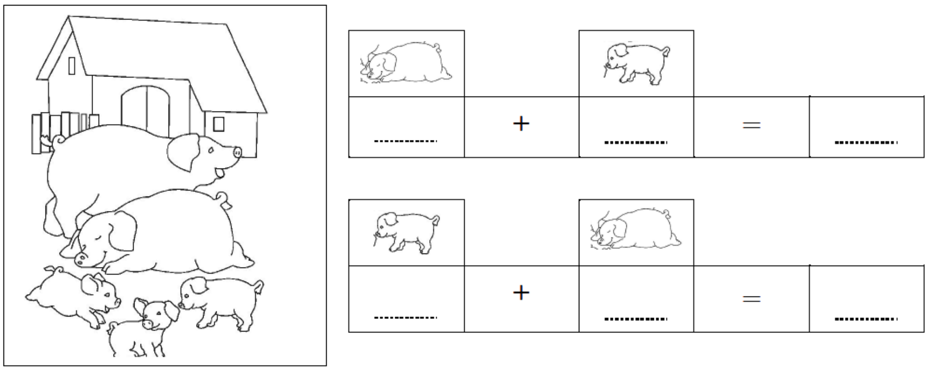
2 Phase 2

2.1 Travail sur des témoignages d'anciens étudiants

Nous soumettons alors aux étudiants des témoignages issus des classes de stage. Ils doivent faire une hypothèse sur ce qui a pu, dans la pratique de l'enseignant, générer le malentendu évoqué.

<u>Exemple 1</u>. Je pense notamment à la période où j'ai réalisé la leçon sur les décompositions additives du nombre 6 sous forme de jeux. Pendant le débriefing de fin d'ateliers, je demande aux enfants de me dire ce qui a été travaillé. Ils m'ont communiqué pour l'atelier « jungle speed » qu'ils ont dû attraper le plus rapidement possible le totem présent au centre de la table.

<u>Exemple 2</u>. J'ai donné un exercice afin que les élèves travaillent les décompositions additives de 5 individuellement et non plus en collectif. Voici une des tâches présentes dans l'exercice. Certains des élèves comptaient le nombre de cochons identiques à l'illustration du tableau. Au final, ils écrivaient donc 1 + 1 = 2 ou 1 + 1 = 5.



<u>Exemple 3</u>. Lors de la leçon sur le classement des solides, j'ai demandé aux élèves de « ranger » les solides de manière à voir plus clair sur la table. Certains se sont mis en action et ont « rangé » la table au mieux afin qu'elle soit « propre ».

Ce travail permet l'identification de nouvelles sources potentielles de malentendus. Avec ceux déjà relevés précédemment, nous créons collectivement une liste de points de vigilance pour leur pratique. Cette première étape contribue à les rassurer, à leur redonner confiance dans le fait qu'ils ont la possibilité de faire bouger les choses. Cela nous donne aussi l'occasion de leur donner un aperçu du type de production qui sera demandé en fin d'année (voir 2.3).

2.2 Travail sur des manuels, des déroulements de leçons

Pour aiguiser leur regard critique et leur donner de l'autonomie dans l'exercice de leur profession future, nous proposons aux étudiants des extraits choisis de manuels scolaires et des déroulements de leçons. A nouveau, ils doivent traquer les risques de malentendus qui pourraient s'y cacher. On fait évoluer la liste des points de vigilance, on généralise, on catégorise afin de mieux cerner globalement la problématique. Les productions de Changements pour l'égalité (Jadin et Roosens, 2022 ; Roosens, 2017, 2018, 2020), très ancrées dans les pratiques enseignantes, nous sont d'une précieuse aide à ce niveau.

2.3 Production dans un portfolio pour évaluation

En Bloc 3, l'évaluation finale pour notre cours de mathématiques consiste en la constitution et la défense orale d'un portfolio individuel témoignant de transferts réalisés en stage, analysés et régulés. Dans l'une des parties de ce travail, il leur est demandé d'identifier quatre situations de malentendus sociocognitifs, vécus en stage actif ou d'observation (voire, à défaut, repérés dans les préparations écrites). Pour chacun des malentendus repérés, il est attendu une description de la situation, du malentendu observé ainsi qu'une hypothèse sur ce qui a pu générer le malentendu.

3 Forces et limites du dispositif

3.1 Forces

Ce dispositif parle aux étudiants, en partant de ce qu'ils connaissent pour aller vers ce qu'ils ne connaissent pas. Ils sont amenés pas à pas vers l'analyse, la théorisation ; ils expérimentent une démarche de prise de recul sur des pratiques auxquelles ils peuvent s'identifier. Il permet une réelle prise de conscience du phénomène des malentendus sociocognitifs, il sensibilise à la problématique. Il débouche sur l'identification de points de vigilance pour sortir de la paralysie et donner du pouvoir d'agir, lors des leçons de mathématiques et plus largement dans l'ensemble des disciplines enseignées. Il réinvestit l'inventaire collectivement réalisé dans une mise en application qui passe par l'observation réflexive de leur propre pratique professionnelle individuelle.

Très concrètement, nous observons que les étudiants prennent conscience de l'importance d'expliciter l'intention d'apprentissage, de soigner le cadrage et les consignes. Ils mesurent l'importance du choix des mots utilisés. Ils mettent un sens nouveau à la phrase de structuration et d'institutionnalisation, la prise de recul qui permet de se détacher de ce qu'on a fait pour identifier ce qu'on a appris. Ils découvrent que le diable peut se cacher dans des détails (couleurs, choix des matériels didactiques, variables didactiques) ; dans cette idée, ils sont interpelés par la question des éléments distracteurs, point sur lequel on peut observer réellement des modifications dans leur pratique par la suite. Ils reconnaissent qu'une bonne connaissance du sujet enseigné est fondamentale pour atteindre la cible visée, ce qui donne du sens à l'analyse matière et didactique que nous leur faisons réaliser en amont de leurs préparations de leçons. Ils observent que même dans des manuels scolaires utilisés dans les classes, certaines tâches ont comme prérequis l'objectif visé, et donc ne peuvent être résolues que par les élèves qui « savent déjà ». Et finalement, ils accèdent à une réalité palpable qui se cachent derrière les mots « inégalités scolaires » et savent désormais qu'ils ont un rôle à jouer dans le fait d'aider à les gommer.

3.2 Limites

Les types de malentendus identifiés par les étudiants en pratique sont restreints. En effet, ils sont liés à l'observation effective d'une manifestation de compréhension erronée. Or, il peut y avoir malentendu dans la tête d'un élève sans qu'il n'y en ait de manifestation immédiate ; et beaucoup de gestes professionnels peuvent y mener. Citons par exemple une « négociation à la baisse des exigences » des enseignants, une « individualisation et différenciation non contrôlée de leur enseignement (les élèves les plus faibles ont à effectuer les tâches les moins complexes), sans remontée possible vers des procédures de plus haut niveau » qui sont « créatrices d'inégalités scolaires » (Allard et Butlen, 2019). Ou encore, « la gestion de la tension existant entre processus de dévolution des situations, nécessaire à l'apprentissage des notions mathématiques et processus d'institutionnalisation, et donc du développement progressif du texte du savoir visé par cet enseignement » (Allard et Butlen, 2019). Pour renforcer le propos de sensibilisation à la problématique des malentendus sociocognitifs, le sujet mérite d'être traité plus largement, de façon transdisciplinaire. En outre, il est nécessaire d'être en phase avec les demandes des autres formateurs de l'équipe, notamment au niveau des préparations de leçons ; car si notre propos est minoritaire, nous courons le risque qu'il soit marginalisé, disqualifié, et que tout ce travail soit vain. C'est précisément ce qui a motivé la suite du dispositif.

IV - TRANSFERT AVEC L'ÉQUIPE DE FORMATEURS

En janvier 2023, lors d'une concertation, toute l'équipe pédagogique de formateurs d'enseignants de la HELHa-Mons s'est mise au travail sur les mêmes tâches que les étudiants. Collectivement, elle a, elle aussi, identifié quelques causes potentielles majeures de malentendus au fil d'une leçon (voir Annexe 1). Deux mois plus tard, l'équipe a repris cette liste à bras le corps. Point par point, elle a commencé la planification de la prise en charge des différents points soulevés dans le programme de formation ; concrètement, qui pourrait travailler quoi et quand avec les étudiants. À ce jour, ce travail a été mis en suspens. En effet, cette année, en Belgique francophone, nous sommes en pleine implémentation d'une réforme de la formation initiale des enseignants. Les grilles de cours sont bousculées, les cahiers des charges sont en reconstruction, les titulaires des cours sont peu stabilisés. Chaque formateur continue à cheminer à partir de là où nous en sommes arrivés, le travail systématique amorcé étant reporté à un peu plus loin sur une route moins mouvante. Affaire à suivre, donc…

V - CONCLUSION

D'aucuns pourraient déclarer que ce n'est pas aux didacticiens de s'intéresser à tout cela. Qu'il serait mieux de laisser faire les sociologues et de nous concentrer sur les mathématiques : à chacun ses compétences. C'est vrai, ce ne sont pas des maths… Et pourtant… Certains malentendus sont clairement d'ordre didactique (voir notamment Roosens, 2017). En outre, si les enseignants n'ont pas de conscience de l'existence de ces phénomènes de malentendus sociocognitifs, et si les expériences qu'ils en font au niveau de la formation ne prennent pas ancrage dans des apprentissages disciplinaires, alors les efforts des didacticiens sont vains. Ces questions sont liées à l'« exercice d'une vigilance didactique », qui constitue pour Butlen (2018) l'une des questions centrales en terme de formation d'enseignants : « la mise en œuvre de démarches relatives à des méthodes actives en dépend pour une large part ». La sensibilisation au repérage des malentendus est une chose, la formation à des pratiques qui les minimise en est une autre. Cet axe mériterait d'être investigué plus largement dans des recherches ultérieures.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Allard, C., Butlen, D. (2019). Enseigner les mathématiques aux élèves en difficultés : des questions en lien avec les pratiques enseignantes. In : *Formation et enseignement des mathématiques et des sciences. Didactique, TIC et innovation pédagogique.* Actes de la deuxième édition du colloque international sur la formation et l'enseignement des mathématiques et des sciences (CIFEM2018). Casablanca-Settat.

Butlen, D. (2018). *Problèmes rencontrés par des enseignants d'école primaire dans l'enseignement des mathématiques. Perspective historique.* Colloque sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire (ressource en ligne). Consultée le 14/09/2023, url : https://public.weconext.eu/academie-sciences/2018-12-12/index.html

Bonnéry, S. (2007). *Comprendre l'échec scolaire.* Paris : La Dispute.

Bonnéry, S. (2010). La division sociale des interactions dans la temporalité des dispositifs pédagogiques. *Colloque international "Spécificités et diversité des interactions didactiques : disciplines, finalités, contextes".* Lyon.

Degives, J.-P. (2010, février). La fabrication des inégalités. *Entrées libres* (46), pp. 14-15.

Jadin, B. (2022). *ISE… Qu'est-ce que ça dit ? Qu'est-ce qu'on en fait ?* (ressource en ligne). Consultée le 14/09/2023, url : https://changement-egalite.be/ise-quest-ce-ca-dit-quest-ce-quon-en-fait/

Jadin, B., Roosens, B. (2022). *Gare aux malentendus ! Déjouer les pièges pour faire apprendre.* Bruxelles : Changements pour l'égalité.

Rochex, J.-Y., Crinon, J. (dir.) (2011). *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement.* Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Roosens, B. (2017). *Sortir de l'implicite, travailler les malentendus. Vous pouvez répéter ?* (ressource en ligne). Consultée le 14/09/23, url : https://changement-egalite.be/sortir-de-limplicite-travailler-les-malentendus-2017/

Roosens, B. (2018). *Rapports au savoir, sens de l'activité et malentendus sociocognitifs. La chasse est ouverte !* (ressource en ligne). Consultée le 14/09/23, url : https://changement-egalite.be/rapports-au-savoir-sens-de-lactivite-et-malentendus-sociocognitifs-2018/

Roosens, B. (2020). *Les malentendus sociocognitifs. Pièges et contrepièges* (ressource en ligne). Consultée le 14/09/23, url : https://changement-egalite.be/les-malentendus-sociocognitifs/

ANNEXE 1 (CAUSES POTENTIELLES DE MALENTENDUS AU FIL D'UNE LECON)

Quelques causes potentielles majeures de malentendus au fil d'une leçon, identifiées par l'équipe de formateurs.

- Au préalable : la question des rapports au savoir
- Dans la conception de la tâche en amont
    - Objectif pas clair
    - Prérequis mal identifiés
    - Éléments distracteurs / « emballage »
    - Tâches de type classement mal pilotées
- Dans le cadrage initial
    - Objectif pas énoncé clairement
    - Cadrage faible et étroit
    - Vocabulaire utilisé
- Pendant l'exécution de la tâche
    - Recadrages de type « devinette »
- Dans la structuration
    - Une préparation insuffisante en amont de ce qu'il est incontournable d'y voir figurer
    - Pas de temps consacré à se détacher de ce qu'on a fait pour identifier ce qu'on a appris
    - Pas de centrage sur le chemin parcouru, le processus
    - Pas de construction de sens
    - Des résultats des enfants pas/mal accueillis ; une synthèse « plaquée », éloignée du processus vécu par les enfants
- Dans l'exercisation
    - Pas de lien avec ce qui précède
- Plus tard
    - Savoir pas réinvesti

LE DISPOSITIF D'ANTICIPATION : ÉLÉMENTS DE DESCRIPTION ET D'ANALYSE

Catherine JOURNAL
Doctorante, Université Côte d'Azur
LINE
journal.catherine@orange.fr

Jérôme SANTINI
MCF HDR, Université Côte d'Azur
LINE
jerome.santini@univ-cotedazur.fr

Jean-Noël BLOCHER
Ingénieur de recherche, Université de Bretagne Occidentale
CREAD
jean-noel.blocher@inspe-bretagne.fr

Gérard Sensevy
Professeur des universités émérite, Université de Bretagne Occidentale
CREAD
gerard.sensevy@inspe-bretagne.fr

et le LéA Armorique-Méditerranée

Résumé

Cette communication analyse un dispositif d'aide par séances d'anticipation (Sensevy et al., 2006) dans lesquelles un groupe d'élèves étudie préalablement un contenu mathématique, afin de mieux appréhender ce contenu et de diffuser en classe entière des manières de faire plus adéquates au regard du savoir mathématique en jeu. Cette pratique, développée au sein d'une ingénierie coopérative professeurs-chercheurs dans un LéA (Lieu d'Éducation Associé à l'IFE, ENS Lyon), poursuit son développement dans le cadre du projet ANR DEEC (Sensevy, 2022). Nous nous intéressons ici à la création de problèmes mathématiques (Cai, 2022; Vicente et al., 2022), et particulièrement de problèmes multiplicatifs, en CE1, à partir de situations de la vie réelle. Ces séances portent sur la représentation de la situation multiplicative par un « nombre-rectangle », dans le passage d'une situation non-problématisée à une ou plusieurs situations problématisées. Nous montrons comment des élèves peuvent s'emparer d'une situation non-problématisée pour poser un problème mathématique. Nous concluons avec des implications de notre étude de cas pour l'apprentissage des mathématiques par la création de problèmes.

I. LE CONTEXTE GÉNÉRAL DE LA RECHERCHE

1. Contexte général

Le projet de recherche en lien avec cette communication est inscrit dans la structure d'enseignement des mathématiques produite par la recherche Arithmétique et Compréhension à L'École élémentaire (ACE[1]), au sein du LéA Armorique-Méditerranée[2]

[1] http://blog.espe-bretagne.fr/ace/?page_id=1457

[2] http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-ecoles-armorique-mediterranee

Cette recherche nationale a conçu une progression en mathématiques au CP et au CE1 et l'ensemble des documents nécessaires à sa mise en œuvre, avec des éléments de transposition possibles pour la Grande Section et le CE2. Le « système d'enseignement-apprentissage » que cette recherche souhaite produire repose sur *le principe de continuité (Dewey, 1938 ; Joffredo-Lebrun, 2016 ; Santini, 2021). Il est à la fois ici un principe de continuité du savoir* (les situations, en se modifiant plus ou moins graduellement, appellent à de nouveaux savoirs) *et un principe de continuité de l'expérience mathématique des élèves,* qui doivent saisir en acte une cohérence dans l'enseignement. Ce principe demeure valable pour notre recherche en cours.

Celle-ci s'inscrit dans la perspective d'une recherche soutenue par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) dans le cadre du projet *Détermination d'Efficacité des Expérimentations Contrôlées en enseignement-apprentissage* (DEEC[3]). Le projet porte sur la conception et l'expérimentation d'une séquence (séquence DEEC) de 18 séances en création/résolution de problèmes mathématiques en CE1 et CE2. Il est produit au sein d'un collectif composé de professeur·e·s et de chercheur·e·s agissant dans le Lieu d'Éducation Associé (LéA) à l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ), le Réseau Écoles Armorique-Méditerranée (ARMED) qui se présente actuellement comme une Ingénierie Coopérative (Collectif Didactique pour Enseigner, 2024 ; Sensevy et al., 2013; Sensevy & Bloor, 2020). Des chercheurs et des professeurs des écoles conçoivent collectivement des séquences, les mettent en œuvre, les analysent et les améliorent selon un cycle itératif. Précisons que dans ce projet, nous nous situons dans le champ de recherche international du *problem posing* (Cai & Hwang, 2020 ; Cai & Leikin, 2020 ; Kar et al., 2010). La conception d'un problème, le fait de problématiser des données de la réalité, sont une partie essentielle de l'activité scientifique.

Dans ce projet, nous nous intéressons aussi à la question du passage à grande échelle. Il s'agira d'abord de déterminer l'efficacité de la séquence par des analyses statistiques liées à des analyses documentées de la pratique. Il s'agira ensuite de créer une documentation d'accompagnement, un livret complété par des systèmes hypermédias de description et de documentation de la pratique, les Systèmes Hybrides Textes-Images-Sons (SHTIS) pour ceux qui mettront la séquence en œuvre. Nous rechercherons les raisons de cette efficacité en recourant à l'analyse à partir de films de la pratique et dans le cadre de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD) (Sensevy, 2011). Ce projet se déroule sur trois années. La première année nous mettons en place, dans les classes du LéA, et analysons un prototype de séquence qui donnera lieu à la création de la séquence proprement dite. Par la suite, cette séquence et son *modèle d'efficacité* seront affinés avant d'être remis en œuvre l'année suivante.

Ce *modèle d'efficacité* repose sur le passage d'une situation non-problématisée à la création de problèmes au sein d'un processus de problématisation. Le dispositif d'anticipation peut permettre aux élèves de mieux appréhender ce processus. Ceci peut soulever deux questions de recherche : 1) comment ce processus peut-il se documenter ? 2) comment les élèves du groupe d'anticipation appréhendent-ils ce processus de problématisation ?

2. Le contexte de l'expérimentation relatée dans cette communication

Avant la mise en œuvre du prototype de séquence, nous avons décidé, avec une collègue du LéA qui exerce en classe de CE1, de créer et mener une séquence « durée et nombre-rectangle » sur 5 à 6 semaines de classe, afin d'explorer quelques principes fondateurs de la séquence DEEC. Nous pouvons les classer dans six catégories comme suit :

- Donner un sens pratique[4] au problème travaillé
- Une grandeur spécifique : la durée

[3] Une description du projet est ici : http://blog.espe-bretagne.fr/anr-deec-ace/

[4] L'expression "sens pratique" signifie ici "sens correspondant à une pratique effective dont on s'est rendu familier".

- Des systèmes de représentations, le nombre-rectangle
- Des outils et des instruments de travail de l'élève
- L'exemple travaillé autour d'une situation non problématisée
- L'anticipation

Nous allons maintenant les expliciter et concrétiser chacun d'un exemple concret.

2.1. Donner du sens au problème travaillé

La situation mathématique étudiée doit se retrouver dans l'expérience de l'élève, être ancrée dans la vie pratique de l'élève pour pouvoir alors donner un sens précis, et culturel, au problème travaillé. Le temps est une « construction sociale complexe ancrée dans la vie sociale » (Tartas, 2010, p. 18). Piaget affirme ainsi que « contrairement à une double erreur largement répandue, il n'est aucune raison de fait d'admettre ni que le temps primitif soit de source purement intérieure ni même que la durée propre au sujet se soit construite, ou *a fortiori* soit « donnée », *indépendamment des objets de son action*[5] » (Piaget, 1981, p. 190).

Les élèves de CE1 tentent de se repérer dans le temps et les durées, notamment dans le déroulement d'une journée de classe. Nous leur proposons alors de mener une enquête sur la notion de durée à travers l'étude d'instruments de mesure du temps dans le but qu'ils créent à la fin une frise chronologique de leur journée de classe.

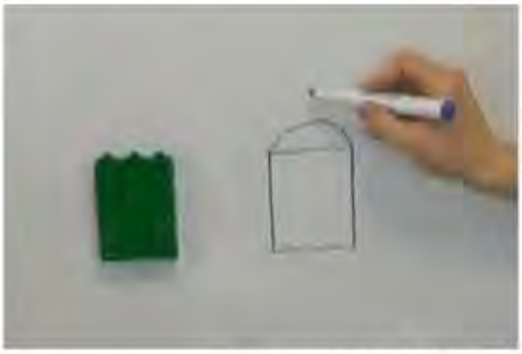
2.2. Une grandeur : le temps

La situation mathématique est liée à l'étude d'une grandeur spécifique, le temps. Dans notre expérimentation nous travaillerons autour de la « durée ». Les élèves devraient peu à peu représenter concrètement les différents temps de la journée comme la durée de récréation, de cantine, de la séance de sport…

2.3. Des systèmes de représentations, le nombre-rectangle

La situation mathématique peut être représentée schématiquement pour mieux en comprendre sa structure. Dans la séquence DEEC, les élèves utilisent plusieurs systèmes de représentation pour enquêter sur les nombres et leurs relations. Parmi ces représentations ils utilisent le nombre rectangle, un nombre figuré qui permet de comprendre les nombres et les opérations arithmétiques qui portent sur les nombres. Il permet notamment de dépasser la conception intuitive de la multiplication comme addition itérée et permet également le passage d'une écriture symbolique par exemple, au concret de sa représentation sous la forme d'un rectangle.

Nous donnons ci-dessous une première illustration de cet usage (illustration 1).



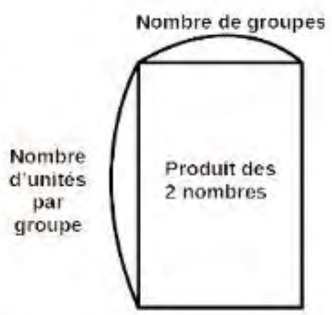


Illustration 1: Le nombre rectangle

[5] C'est nous qui soulignons.

Sur la partie de gauche de cette illustration, on voit une collection de cubes organisée en 3 groupes de 4 cubes. Ce rectangle cube représente le nombre 12 sous la forme du produit des nombres 3 et 4. Pour le représenter sur papier, on trace un rectangle qu'on légende à l'aide de ponts. On peut généraliser cette représentation par la figure qui se trouve ci-dessus à droite. Nous en verrons plusieurs exemples dans la suite du texte.

Dans notre cas, parallèlement à l'enquête sur la durée, une enquête sur le nombre rectangle va être lancée. En effet, nous avons choisi la notion de rapport multiplicatif pour donner à comprendre la notion d'échelle dans la frise chronologique. Par exemple la durée du temps de lecture (individuelle en début d'après-midi) dure 5 fois la durée donnée par un sablier de 3 minutes soit 15 minutes.

2.4. Des outils et des instruments de travail de l'élève

Les élèves ont à leur disposition différents outils ou instruments qu'ils apprennent à utiliser tout au long de la séquence. Nous en citerons trois : le recueil de mesure, le journal du nombre et le répertoire instrument.

Le recueil de mesure est créé au fur et à mesure des avancées, des rencontres de la classe avec des situations, par exemple le recueil de mesure de durée (annexe 1). Il a une place importante car il ancre bien les situations des problèmes dans la réalité, dans la vie quotidienne des élèves. Les élèves pourront notamment y puiser du « matériel » utile à la création de problèmes. Il illustre aussi la manière dont nous considérons le nombre : un nombre, c'est la mesure d'une grandeur.

Le journal du nombre, qui a fait l'objet d'un module M@gistère[6], est un dispositif à la fois individuel et collectif. Le petit texte suivant introduit le Journal du Nombre, et peut constituer sa raison d'être « J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir ». Dans le journal du nombre (annexe 2), l'élève mène une enquête sur les nombres, il exprime ce qu'il sait faire. Le journal du nombre possède deux fonctions. La fonction principale du Journal est de rendre les élèves capables de constituer, à partir des mathématiques qu'ils étudient en classe, un rapport de première main aux mathématiques, qui leur permette par exemple de travailler en autonomie, à partir d'incitations professorales ou non, à la production d'écritures mathématiques. La deuxième fonction du Journal du Nombre est la communication mathématique dans la classe, communication organisée par le professeur à partir des productions des élèves.

Le répertoire instrument rassemble des exemples emblématiques de situations de problème. C'est à la fois un répertoire, c'est-à-dire un outil de référence pour les élèves, et un instrument pour la création de problème.

2.5. L'exemple travaillé autour d'une situation non problématisée

La situation mathématique sera travaillée selon une structure récurrente utilisée dans la séquence DEEC. Notamment, elle sera présentée à la classe sous forme d'un exemple travaillé (Chanquoy et al., 2007 ; Sweller, 2006). Dans ce dispositif, et dans les gestes qui permettent de le travailler, les élèves vont s'approprier, par imitation, des manières de faire du professeur. Ces imitations peuvent être au départ, plus ou moins approximatives, puis elles gagneront en profondeur et deviendront de plus en plus créatives.

Chaque exemple travaillé débute par l'étude d'une situation non problématisée, c'est-à-dire une description quantifiée d'une réalité dans laquelle aucune « information » n'est manquante, contrairement à ce qui passe dans un problème scolaire classique. Donnons un exemple : les élèves ont

[6] Le module M@gistère « Journal du Nombre » est ici : https://magistere.education.fr/dgesco/course/view.php?id=1650&section=1

mesuré la durée du temps de lecture (individuelle) avec un sablier de 3 minutes. Ils décrivent alors ainsi cette situation non problématisée : « Fatma et Assia mesurent la durée du temps de lecture avec un sablier de 3 minutes et un chronomètre. Pendant le temps de lecture, Fatma retourne 5 fois le sablier. A la fin du temps de lecture, Assia lit 15 minutes sur le chronomètre ».

2.6. L'anticipation

Le dernier principe fondateur de la séquence DEEC sur lequel nous nous sommes appuyés pour créer cette séquence sur la durée et le nombre-rectangle est celui d'accorder la première place aux élèves dits *moins avancés* dans la classe. Pour concrétiser ce principe, nous avons mis en place un dispositif d'anticipation (Sensevy et al., 2006). Ce dispositif est constitué de plusieurs séances d'anticipation dans lesquelles un groupe d'élèves, composé de 3 ou 4 élèves *moins avancés* et 1 ou 2 élèves *avancés*, va étudier quelques points fondamentaux de la séance à venir. Les élèves de ce groupe ont alors un rôle d'*éclaireurs*. Lors de la séance en classe entière le professeur pourra s'appuyer sur ces élèves. Les élèves *moins avancés* pourront alors davantage profiter du travail de la classe, chacun devant pouvoir suivre et contribuer à l'effort de compréhension collective.

C'est la mise en place de ce dispositif d'anticipation que nous allons décrire dans ce qui suit. Nous l'illustrerons de trois exemples puis nous en ferons une première analyse. Nous terminerons par une synthèse et une conclusion, provisoire, car ce dispositif est toujours à l'étude.

II. LA MISE EN PLACE D'UN DISPOSITIF D'ANTICIPATION, CONTEXTE, QUELQUES PRINCIPES

Pour reprendre ce qui a été exposé dans ce texte, nous proposons une description de la séquence « durée et nombre rectangle » dans la figure ci-dessous (illustration 2). Elle montre la mise en place de deux enquêtes en parallèle, l'une sur la notion de durée et l'autre sur les nombres-rectangles. Débutée en parallèle, ces deux enquêtes finissent par s'imbriquer l'une dans l'autre et amènent professeur et élèves à travailler conjointement sur la création-résolution de problèmes. Pendant ce temps d'enquête, des séances régulières d'anticipation d'une durée d'environ vingt minutes, ont été mises en place.

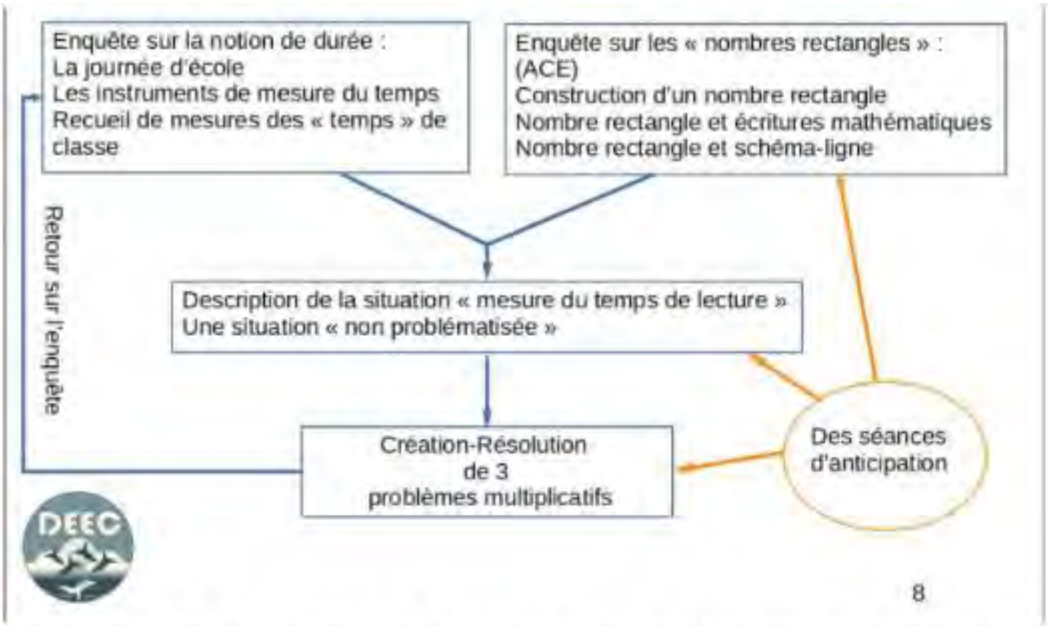


Illustration 2: description de la mise en place de la séquence "durée et nombre rectangle"

Ces séances d'anticipation se caractérisent par trois éléments : une organisation de travail, un espace spécifique et une régularité.

1. Une organisation du travail d'anticipation

Par organisation de travail, nous entendons d'une part la composition du groupe d'anticipation et d'autre part le travail des autres élèves de la classe.

Le groupe d'anticipation est composé de six élèves, quatre élèves dits *moins avancés* et deux élèves *avancés*. Les élèves *avancés* ont été choisis par la professeure de la classe pour leurs facilités à s'exprimer et à questionner, leurs capacités en mathématiques et pour leurs capacités d'attention à l'autre. Sur la photo ci-dessous (illustration 3) nous distinguons au premier plan uniquement quatre élèves et la professeure, les autres élèves étant hors champ.

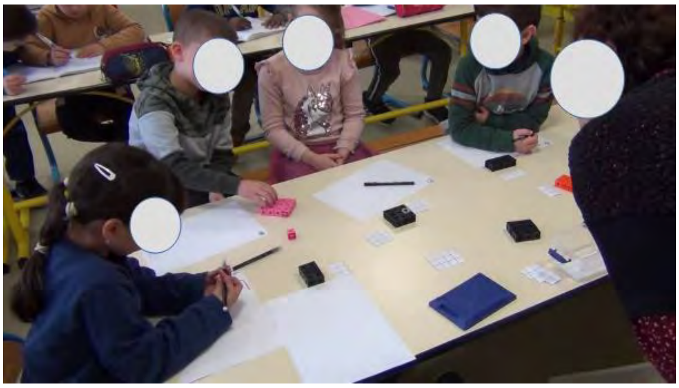


Illustration 3: Le groupe d'anticipation et la professeure

Deux élèves semblent regarder et écouter très attentivement un élève expliquer quelque chose. Pendant ce temps-là, les autres élèves de la classe font un travail individuel, comme nous pouvons le deviner à l'arrière-plan de cette photo. Dans cette classe, les séances d'anticipation ont très souvent lieu le matin sur le temps d'accueil, temps qui dans cette école se fait dans chaque classe et non dans la cour.

2. Un espace spécifique pour l'anticipation

La professeure a aménagé dans la classe, et plus particulièrement dans l'espace mathématique de la classe un espace spécifique pour ces séances. Ainsi, se trouvent à disposition les affichages et le matériel mathématiques et un tableau blanc. Les élèves sont souvent assis sur des chaises ou des tabourets placés en arc de cercle. Parfois une table est installée comme sur la photo ci-dessous (illustration 4).

Illustration 4: L'espace d'anticipation dans l'espace mathématique

3. Une régularité temporelle du dispositif d'anticipation

Nous nous sommes aperçues, du fait des expériences précédentes, notamment celles dans ACE, qu'une régularité de ces séances était nécessaire. Les élèves de la classe ont besoin de s'habituer à cette manière de travailler. Les élèves du groupe d'anticipation ont besoin de comprendre aussi le rôle d'« éclaireur » qu'ils auront à jouer dans la séance classe entière qui suit. De la même façon, les élèves qui travaillent en autonomie ont besoin de comprendre que leurs camarades préparent quelque chose pour eux. Il est important que personne ne se sente exclu. Les séances d'anticipation ont lieu avant l'abord de toute nouveauté épistémique dans la classe. Par exemple ici (cf. Illustration 5) le groupe anticipe, découvre avant le reste de la classe le nombre-rectangle.

Illustration 5: Séance d'anticipation: première rencontre avec le nombre rectangle

Nous allons maintenant entrer dans le vif du sujet avec trois exemples de séance d'anticipation. Elles portent chacune sur des sujets différents : les représentations, la traduction entre représentations et la création de problème. Nous y apporterons des éléments de description et des éléments d'analyse.

III. TROIS EXEMPLES DE SÉANCES D'ANTICIPATION, DES ÉLÉMENTS DE DESCRIPTION ET D'ANALYSE

1. Exemple 1 : une séance d'anticipation sur le nombre rectangle

Lors de cette séance d'anticipation, les élèves sont amenés à représenter par un rectangle de cubes un nombre rectangle papier (rectangle découpé dans du papier quadrillé). Puis ils doivent le « parler » c'est-à-dire désigner ce nombre sous une forme multiplicative. Jusqu'à présent dans la classe, la désignation utilisée pour parler d'une collection était soit le nombre lui-même (ici neuf), soit une désignation sous forme additive telle que « trois plus trois plus trois ». La professeure apporte cette nouvelle désignation par une sorte de « ritournelle » (cf. ci-dessous, illustration 6) qu'elle dénote sur le rectangle lui-même, en désignant ses différentes parties.

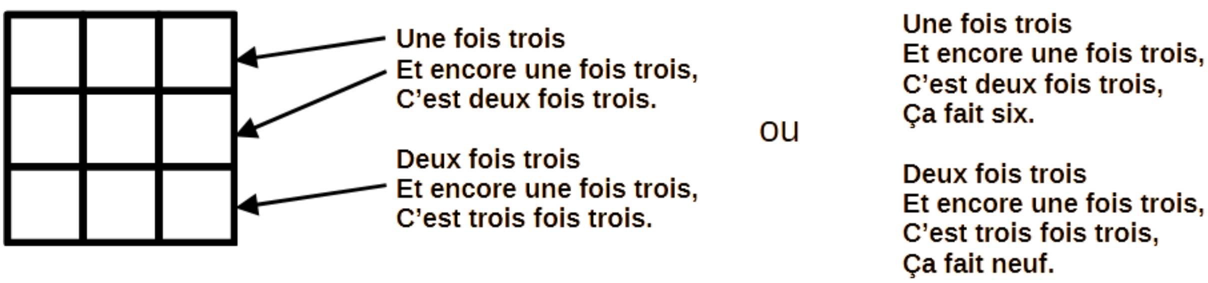


Illustration 6: "Ritournelle", désignation multiplicative d'un nombre

Pendant la séance d'anticipation, la professeure tente de s'appuyer sur un élève *avancé* (EA) et lui demande de parler sur un nouveau rectangle de cubes représentant le nombre 12, sous la forme de 4 fois 3. Nous avons alors, en regardant plus précisément la transcription de cet épisode de la séance, la confirmation que cela ne va pas de soi. Pour une meilleure lecture, voici la légende utilisée dans la transcription : Tdp : tour de parole ; P : professeure ; EA : élève avancé ; EMA : élève moins avancé ; + : marqueur de silences ; / : parole coupée.

Tdp	Locuteur	Propos / [*didascalie*]
1	P	Tu fais voir les trois +++ comme tu faisais EA, tu nous fais voir les trois ? Regardez les enfants ! [*P donne le rectangle de cubes à EA.*]
2	EA	Ah ! Ben là, c'est des doubles alors ! [*EA sourit en regardant P.*] parce que trois plus trois, six ++++[*regard interrogateur, surpris, vers P*]
3	P	D'accord.
4	EA	Plus trois et trois, six.
5	P	D'accord !
6	EA	Six et six, douze !
7	P	[*s'adressant à tout le groupe*] Au lieu de dire PLUS on va dire [*P reprend le rectangle de cubes.*] ++ une fois trois et encore une fois trois ça fait /
8	EA	Six.
9	P	Deux fois trois c'est six. D'accord ?
10	EMA	Et encore trois [*EMA montre les deux barres de trois cubes pas encore comptabilisées avec deux doigts.*] ça fait 6.
11	P	Et encore deux fois trois, ça fait six. ++ Et deux fois six [*P montre les deux groupes de six cubes avec deux mains*] ++ six et encore une fois six, c'est /
12	EA	Douze.
13	P	C'est douze.

Tableau 1 : Transcription d'un épisode de la séance

L'élève avancé (EA), face à la situation se réfère immédiatement à ce qu'il connaît et reconnaît. Il voit les doubles et les exprime comme à son habitude en disant « trois plus trois, c'est six ». Il s'appuie sur le contrat didactique[7] en vigueur actuellement dans la classe, la structure additive, la stratégie développée en calcul mental de l'usage des doubles. De même, il explicite sa manière de faire, ce qui fait aussi partie du contrat didactique, en y ajoutant des gestes qu'il copie de la manière de faire de la professeure. L'élève moins avancé (EMA) semble patienter, se donner le temps de comprendre et intervient (Tdp 10) en essayant d'intégrer la nouvelle manière de parler du nombre, « et encore trois, ça fait 6 ».

Il est important de garder à l'esprit que dans cette séance, la situation travaillée est nouvelle et donc requière de nouvelles connaissances ce qui modifie le contrat didactique. Ici la façon d'exprimer le nombre n'est plus la même qu'avant, il est donc logique de laisser le temps aux élèves d'entrer dans ce nouveau contrat. Cette séance d'anticipation a permis aussi à la professeure d'en prendre davantage conscience et d'ajuster la séance collective par rapport au temps consacré à l'étude de cette nouvelle situation.

2. Exemple 2 : Les représentations d'une situation non problématisée

Dans cet exemple, nous allons montrer comment une séance d'anticipation peut apporter un bénéfice à la séance suivante en classe entière. Rappelons que les élèves ont mesuré à l'aide de sabliers, de chronomètres de minuteurs et de pendules la durée de différents moments de la journée. Avec la professeure, les élèves ont raconté une de leur expérience dans un texte conçu en classe entière. Ce texte (cf. illustration 7 ci-dessous) devient la situation non problématisée étudiée lors des séances de mathématiques, d'abord en séance d'anticipation, puis en classe entière. L'objet de ce travail est alors de

[7] Le contrat didactique peut être défini comme un système d'habitudes, d'attentes, de connaissances, de stratégies, issu des expériences antérieures (Collectif Didactique pour Enseigner, 2019, 2020).

la représenter sous différentes formes « traduisibles » entre elles. Voici comment se présente le tableau[8] au début de la séance collective (ci-dessous, illustration 7).

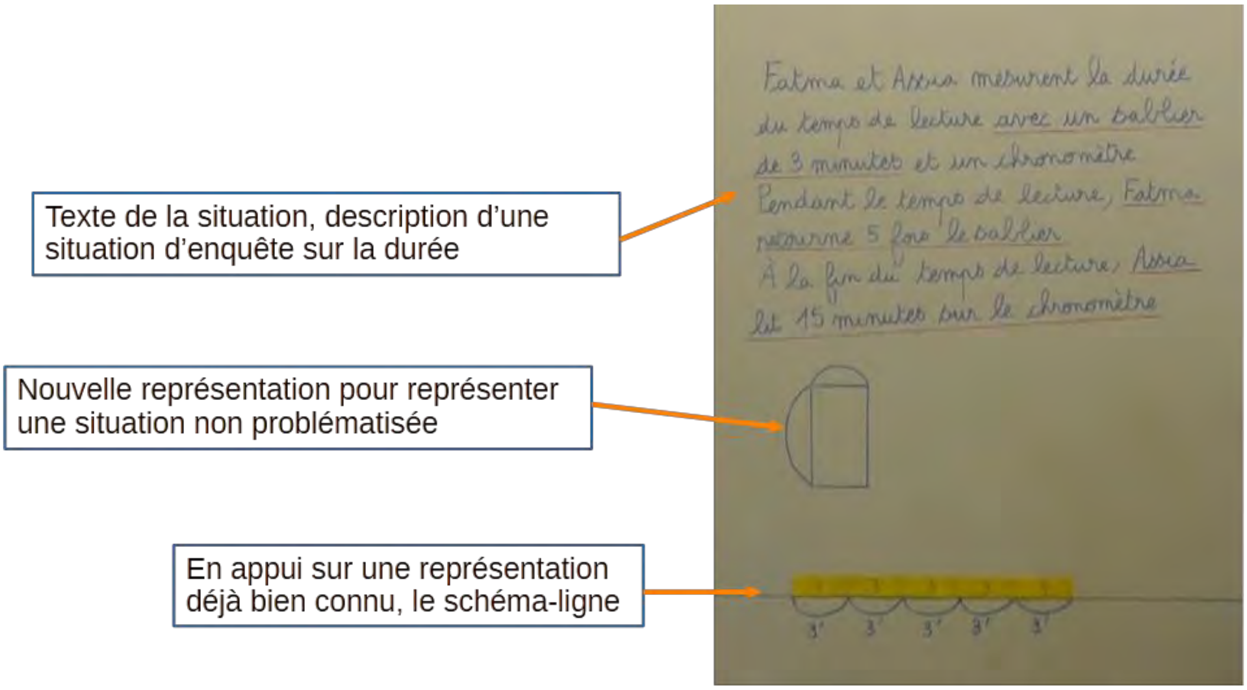


Illustration 7: Tableau de la classe en début de séance, annoté

Comme nous l'avons vu dans l'exemple 1, les élèves s'appuient sur ce qu'ils connaissent déjà pour comprendre une situation. La professeure va donc aussi s'appuyer dessus et notamment sur une représentation en usage dans la classe, le schéma-ligne.

Le schéma-ligne est une représentation topologique qui associe les nombres à des longueurs. Il permet de comprendre les nombres et les opérations arithmétiques qui portent sur les nombres. L'illustration 8 ci-dessous en montre une représentation générale dans le champ multiplicatif.

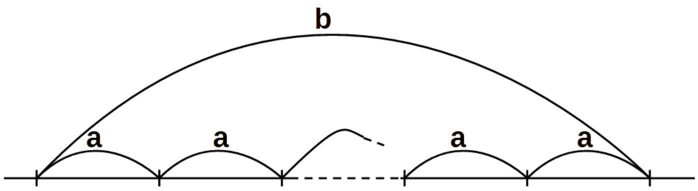


Illustration 8: Représentation générale d'un schéma-ligne dans une situation multiplicative

A partir de ce schéma-ligne, il est possible d'écrire plusieurs écritures algébriques. Par exemple, si on considère c le nombre de fois où la longueur correspondant au nombre a apparaît sur le schéma-ligne, voici quelques écritures possibles : c x a = b ; b = c x a ; b = a x c ; b : c = a ; b : a = c.

Lors de la séance d'anticipation, les élèves qui semblaient avoir compris la représentation de la situation non problématisée par le nombre rectangle « 5 fois 3 » se sont retrouvés en difficulté face à la représentation par le schéma-ligne. Le schéma-ligne élaboré par la professeure était en fait très complexe, il montrait en plus de la structure multiplicative de la situation, la commutativité de la multiplication. La professeure a alors décidé de simplifier le schéma-ligne[9], pour centrer l'attention sur la mise en relation, entre les deux représentations (schéma-ligne et nombre rectangle) (illustration 9)

[8] Notons l'erreur sémiotique qui a été faite sur les schémas qui suivent. L'apostrophe comme symbole des minutes a été utilisée à la place de l'abréviation min.

[9] Cette simplification est faite par le professeur entre la séance d'anticipation et la séance en groupe classe.

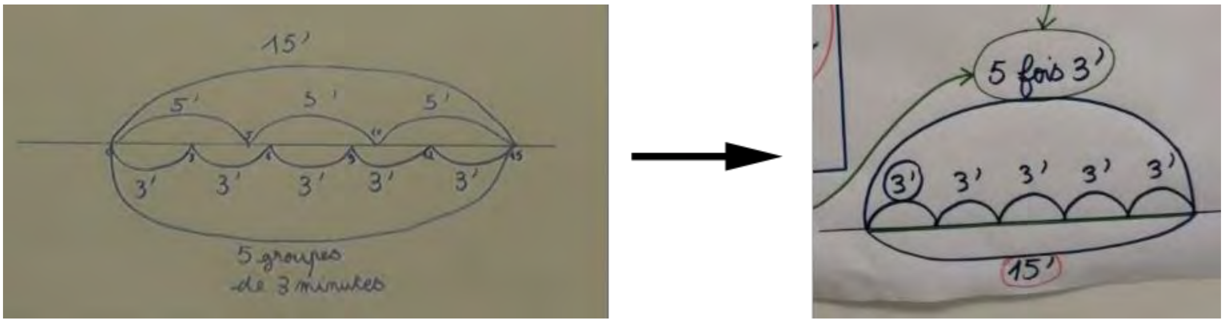
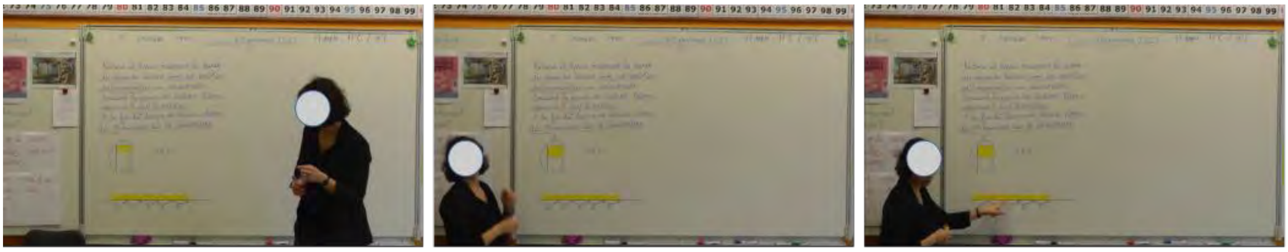


Illustration 9: Simplification du schéma-ligne entre la séance d'anticipation et la séance en classe entière

Nous pouvons dire que la séance d'anticipation a permis à la professeure de clarifier les objectifs pour l'ensemble de la classe en repoussant à plus tard le travail sur la représentation de la commutativité de la multiplication avec un schéma-ligne.

C'est ainsi que le travail de *traduction* entre les représentations schéma-ligne et nombre rectangle, c'est-à-dire le passage d'une représentation à l'autre, s'est retrouvé au cœur de la séance de classe[10]. Ce travail permettant de mieux comprendre la situation nous a amené à mettre en place un dispositif facilitant cette *traduction*. La professeure a alors décidé d'utiliser plusieurs bandes-segments de même longueur représentant chacune un groupe de trois minutes – soit le temps que le sable s'écoule complètement dans le sablier. Nous allons aussi retrouver dans sa façon de procéder la « ritournelle » du premier exemple, ce que nous donnons à voir dans l'illustration 10 ci-dessous.

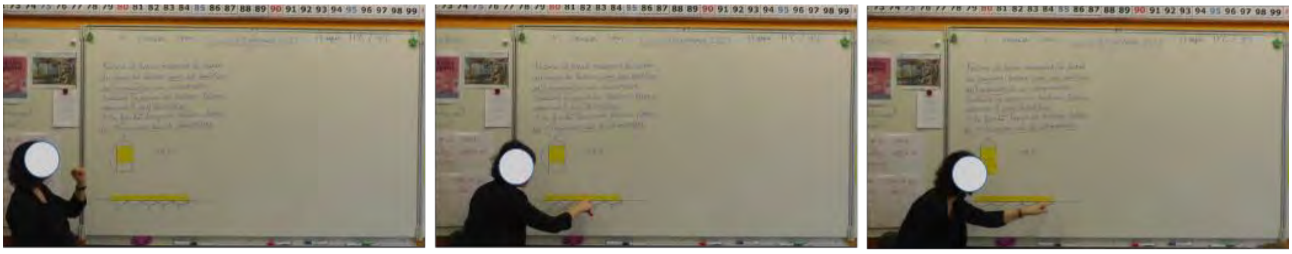


« Dans le nombre rectangle, je peux mettre une fois trois minutes, donc ça c'est bien la longueur de trois minutes. Et encore une fois trois minutes, ça fait deux fois trois minutes. Deux groupes de trois minutes. D'accord comme ici sur le schéma-ligne. »

Illustration 10: Jeu de traduction entre schéma-ligne et nombre rectangle

Les élèves entrent dans le jeu et participent à ce jeu de traduction. Ils complètent les phrases de la professeure et l'accompagnent dans sa monstration. La professeure met en correspondance les deux représentations non seulement par la parole mais aussi en accompagnant ce qu'elle dit de gestes passant de l'une à l'autre (illustration 11).

[10] La notion de « traduction de représentation », en TACD, est proche de celle de « transformation de représentation sémiotique », proposée par Raymond Duval (2007).



« Et encore une fois trois minutes,ça fait trois fois trois minutes comme ici, comme cette longueur-ci sur le schéma-ligne. Et encore une fois trois minutes, c'est quatre fois trois minutes comme cette longueur sur le schéma-ligne. Et encore une fois trois minutes, ça fait cinq fois trois minutes comme cette longueur sur le schéma-ligne. On a cinq groupes de trois minutes. »

Illustration 11: Suite du jeu de traduction entre le schéma-ligne et le nombre rectangle

Pour terminer, elle relie l'écriture mathématique qui se trouvait à droite au nombre rectangle en disant, « cinq fois trois minutes c'est cinq groupes de trois minutes ».

Nous pouvons voir ci-dessous (illustration 12) sur le tableau, quatre représentations encore incomplètes (la séance n'étant pas terminée) de la situation non problématisée : le texte ; le nombre rectangle ; le schéma-ligne ; l'écriture « 5 x 3 ».

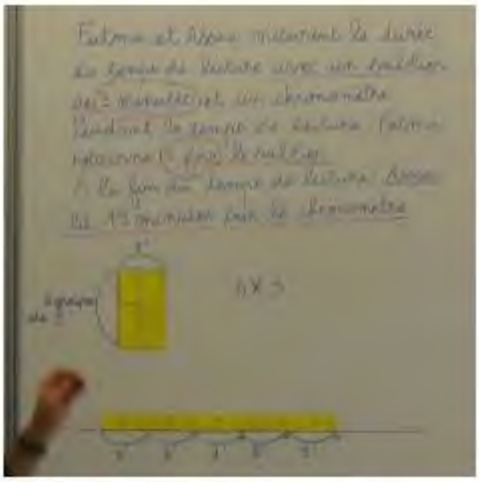


Illustration 12: La situation non problématisée et ses quatre représentations

Ce que nous pouvons retenir, en particulier, de ce deuxième exemple, est que le fait de porter une attention toute particulière aux élèves moins avancés permet un travail (ici un travail sur les représentations et leur traduction) qui peut profiter non seulement aux élèves moins avancés du groupe d'anticipation, mais encore à l'ensemble de la classe.

3. Exemple 3 : la création de problèmes

Dans ce dernier exemple, nous allons nous intéresser à la création de problèmes, élément crucial de la future séquence DEEC.

À la suite du travail sur les représentations de la situation non problématisée décrite dans la partie ci-dessus, une nouvelle séance d'anticipation est organisée. L'objectif de cette séance consiste, pour les élèves de ce petit groupe, à découvrir « avant les autres » une manière de transformer le texte qui décrit la situation non problématisée en trois problèmes. Une attention particulière est apportée au travail de formulation des questions de chacun des problèmes. Dans cette séance, la professeure initie une manière de faire qui consiste, après avoir entouré les données de la situation, à effacer, dans le texte de la situation non problématisée, une des données. Les élèves recherchent alors la question dont la réponse correspondrait à la donnée disparue. Ensemble élèves et professeure travaillent à trouver la formulation la plus adéquate possible de cette question de problème (illustration 13).

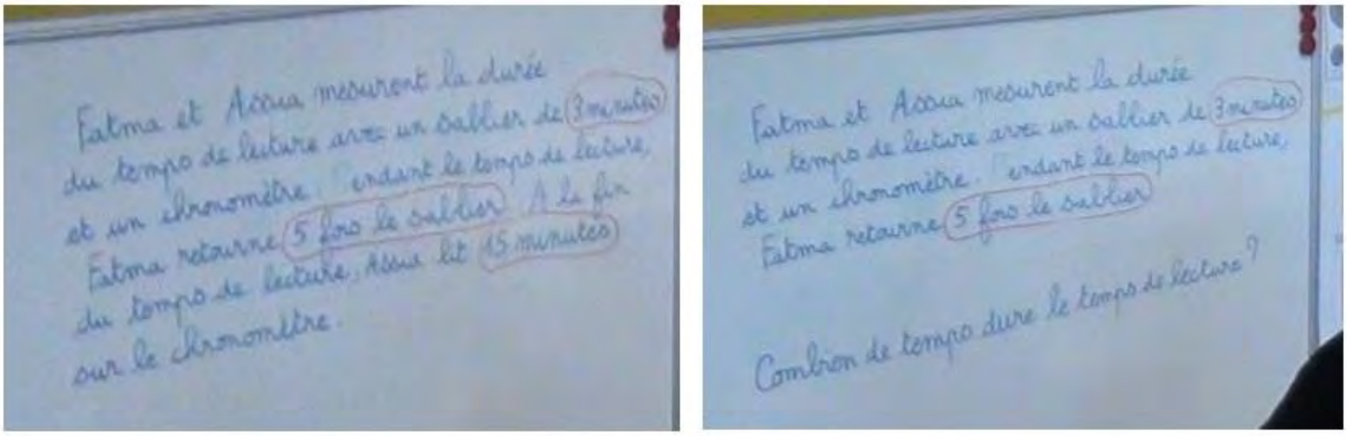


Illustration 13 : Création d'un problème à partir de la situation non problématisée (tableau de l'espace anticipation)

Comme nous avons commencé de le dire ci-dessus, le premier état du tableau (à gauche) correspond à l'énoncé entier de la situation non problématisée, les données cruciales étant entourées. Ensuite, dans un deuxième temps, la professeure efface la dernière phrase de ce texte et écrit la question obtenue après formulations et reformulations. Le deuxième état du tableau (à droite) correspond à l'énoncé du problème ainsi créé.

Il s'agit dans cet exemple d'une création de problème collective abordée sous forme d'exemple travaillé. La professeure montre une manière de créer un problème à partir d'une situation non problématisée que les élèves pourront imiter par la suite.

Nous avons expérimenté une autre façon d'aborder la création de problème en séance d'anticipation en proposant aux élèves du petit groupe de créer en binôme un énoncé de problème qui sera donné à résoudre aux autres élèves de la classe. Cette fois-ci, cela se passe un peu plus tard dans l'année, les élèves de la classe ont rencontré plusieurs situations multiplicatives qui peuvent toutes être représentées par le même nombre rectangle « 3 x 4 = 12 ». La situation de référence pour la classe est celle d'une classe de douze élèves dans laquelle on fait trois équipes de quatre élèves. La professeure demande alors à chaque binôme de créer un problème à partir d'un nombre rectangle représentant une des trois autres situations étudiées. Dans la première situation, on achète trois kilogrammes de raisin à quatre euros le kilogramme pour douze euros en tout. Dans la deuxième, une équipe a marqué trois paniers à quatre points le panier, elle a gagné douze points. Et dans la troisième, on s'interroge sur le lien qu'il y a entre une année, douze mois et les quatre saisons (illustration 14).

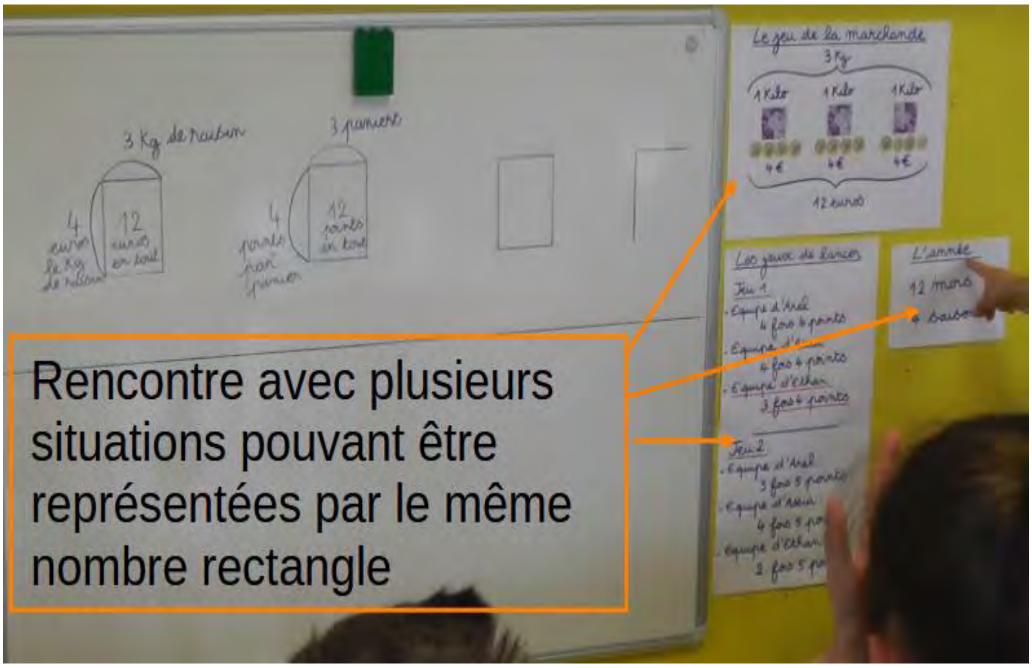


Illustration 14 : Différentes annotations d'un même nombre rectangle

Avant de se lancer dans la création des problèmes, chaque nombre rectangle est annoté selon la situation (cf. illustration 14 ci-dessus). La création de problème ne se fait plus à partir du texte de la situation non problématisée mais à partir du nombre rectangle qui la représente. À la fin de la séance, trois problèmes sont donc ainsi créés par les trois binômes sur ardoise (illustration 15). Les trois problèmes sont comparés, et ramenés à la représentation « nombre rectangle » qui permet de comprendre leur structure commune.

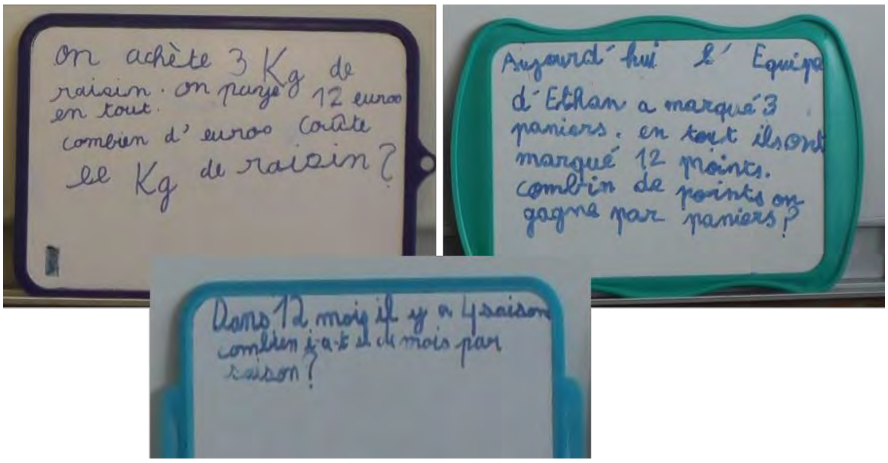


Illustration 15 : Les trois énoncés de problème créés lors de la séance d'anticipation

Les élèves du groupe d'anticipation savaient que leurs problèmes allaient être donnés à résoudre aux autres élèves de la classe. En classe entière, certains sont venus eux-mêmes au tableau les résoudre (illustration 16), puis comme eux, chaque élève de la classe a créé un ou plusieurs problèmes multiplicatifs dans leur journal du nombre à partir de l'incitation suivante : « Au choix, tu crées un problème du jeu de la marchande ou un problème du jeu des paniers, puis tu le résous ».

Illustration 16 : Deux élèves d'un binôme du groupe d'anticipation résolvent leur problème devant la classe

Ce que nous retenons de ce dernier exemple de séance d'anticipation, est qu'en se préparant à l'avance à un travail complexe et difficile comme la création de problème, les élèves moins avancés du groupe d'anticipation peuvent contribuer aux avancées épistémiques de la classe.

IV. SYNTHÈSE ET CONCLUSION

Nous allons ici récapituler ce que chacune des séances d'anticipation citées en exemple a pu produire comme effet sur l'enseignement-apprentissage de cette séquence.

Dans le premier exemple, les élèves du groupe d'anticipation devancent la découverte du nombre rectangle. Le nouveau savoir apporté par la professeure déstabilise les élèves. La séance d'anticipation leur donne du temps supplémentaire dans le temps d'enquête, à la fois personnelle et collective. Elle permet aussi à la professeure d'observer le comportement des élèves face à cette nouvelle situation et donc de pouvoir ajuster la séance suivante en classe entière. Le rythme d'apprentissage des élèves est respecté, l'élève moins avancé peut prendre le temps d'observer, se donner le temps de comprendre. L'élève avancé, lui, peut se lancer immédiatement dans le travail de parler du nombre rectangle en imitant la manière de faire de la professeure et en utilisant le langage spécifique associé. Puis élèves avancés et élèves moins avancés parlent ensemble la situation en référence au nombre rectangle.

Dans le deuxième exemple, la professeure décèle lors de la séance d'anticipation un obstacle important qui fait barrage à la compréhension pour les élèves moins avancés. Le schéma-ligne réalisé à ce moment-là, se voulait complet, représentant la structure multiplicative de la situation ainsi que la commutativité de la multiplication. Mais sa complexité détourne l'attention de l'essentiel. Forte de cette expérience, la professeure a modifié le schéma-ligne, ensuite présenté lors de la séance en classe entière en conservant uniquement l'objectif de faire voir aux élèves la structure multiplicative de la situation. Elle a aussi pris en compte la nouveauté de la situation (comme dans l'exemple 1) en appuyant la construction du nombre rectangle sur le schéma-ligne, représentation connue des élèves.

Dans le troisième exemple, les élèves du groupe d'anticipation sont invités à prendre une place particulière à ce moment de l'enquête. Ils commencent, lors de cette séance d'anticipation avec l'aide de la professeure, par faire le point sur ce qu'ils ont appris. Puis en binôme hétérogène, ils créent un énoncé de problème qu'ils vont proposer à résoudre aux autres élèves de la classe. Les élèves moins avancés du groupe d'anticipation peuvent alors occuper une place d'élève dans la classe.

Pour conclure nous pouvons dire que les élèves du groupe d'anticipation sont des « élèves éclaireurs », éclaireurs pour la classe et éclaireurs pour le professeur. Ils sont aussi des élèves diffuseurs, diffuseurs de savoirs, de gestes, de manières de faire.

Rappelons que le dispositif d'anticipation, c'est un groupe hétérogène d'élèves qui travaille avec le professeur, des séances régulières de vingt minutes environ dans un espace dédié, tout cela pour un travail en continuité. Le petit groupe permet aux élèves d'interagir au mieux entre eux et avec l'enseignant, d'apprendre à discuter, à écouter pour échanger et débattre.

Le dispositif d'anticipation tente de respecter le rythme d'apprentissage de chacun, tout en permettant à chaque élève de travailler le même problème. Ainsi, il a pour fonction de contribuer à la transformation du temps didactique classique en temps d'enquête, pour tenter de construire une solidarité épistémique entre les élèves (Sensevy, 2019 ; Sensevy et al., 2023). Avec ce dispositif, l'objectif premier n'est pas de prendre de l'avance sur le savoir visé, ce n'est pas non plus de faire en double ce qui est fait avec tous les élèves de la classe, mais c'est de donner une chance à tous de comprendre.

Nous envisageons de poursuivre l'étude de ce dispositif, notamment pendant la mise œuvre du projet ANR DEEC, en suivant plus particulièrement les élèves moins avancés du groupe d'anticipation.

V. BIBLIOGRAPHIE

Cai, J. (2022). What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. *Éducation et Didactique*, *3*(16), 31-50

Cai, J., & Hwang, S. (2020). Learning to teach through mathematical problem posing : Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, *102.*

Cai, J., & Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing : Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, *105*(3), 287-301.

Chanquoy, L., Tricot, A., & Sweller, J. (2007). *La charge cognitive : Théorie et applications*. Paris : Armand Colin.

Dewey, J. (1938). Expérience et Éducation. In *Démocratie et éducation : Suivi de Expérience et Éducation*. Paris : Armand Colin.

Didactique pour enseigner (collectif). (2019). *Didactique pour enseigner*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Didactique pour enseigner (collectif). (2020). *Enseigner, ça s'apprend*. Paris : Retz.

Didactique pour enseigner (collectif). (2024). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives.* Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Duval, R. (2007). *La conversion des représentations : Un des deux processus fondamentaux de la pensée.* In J. Baille (Éd.), *Conversion : Du mot au concept* (p. 9-45). Presses universitaires de Grenoble.

Joffredo-Lebrun, S. (2016). *Continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation en mathématiques au cours préparatoire. Une étude de cas au sein d'une ingénierie coopérative*. Thèse de Sciences de l'éducation. Brest : Université de Bretagne Occidentale.

Kar, T., Özdemir, E., İpek, A. S., & Albayrak, M. (2010). The relation between the problem posing and problem solving skills of prospective elementary mathematics teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 1577-1583.

Piaget, J. (1981). *Le Développement de la notion de temps chez l'enfant* (3. éd). Presses univ. de France.

Santini, J. (2021). *Comprendre des concepts. L'articulation jeu didactique et jeu épistémique dans une théorie de l'action conjointe en didactique.* Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Sensevy, G. (2011). *Le Sens du Savoir. Éléments pour une Théorie de l'Action Conjointe en Didactique*. Bruxelles : De Boeck.

Sensevy, G. (2019). *Forme scolaire et temps didactique.* Le Télémaque, N° 55(1), 93. https://doi.org/10.3917/tele.055.0093

Sensevy, G. (2022). Projet de recherche ANR DEEC (ressource en ligne). Consultée le 19/02/2023, url :https://reseaulea.hypotheses.org/21019

Sensevy, G., & Bloor, T. (2020). Cooperative Didactic Engineering. In S. Lerman (Éd.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (p. 141-145). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100037

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM*, *45*(7), 1031-1043.

Sensevy, G., Poilpot, S., & Collectif Didactique Pour Enseigner. (2023, juin 8). Des dispositifs de solidarité épistémique pour reconstruire la forme scolaire. Quelques hypothèses de travail. Séminaire RESEIDA, Université Paris 8.

Sensevy, G., Toullec-Théry, M., & Nédelec-Trohel, I. (2006). A propos de l'enseignement des mathématiques en adaptation et intégration scolaire : Une étude de cas comparative en regroupement d'adaptation. *Recherches en didactique des mathématiques*, *26*(2), 151-206.

Sweller, J. (2006). The worked example effect and human cognition. *Learning and Instruction*, *16*(2), 165-169.

Tartas, V. (2010). *Le développement de notions temporelles par l'enfant.* Développements, 4(1), 17-26. Cairn.info. https://doi.org/10.3917/devel.004.0017

Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R., & Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, *111*(3), 375-397.

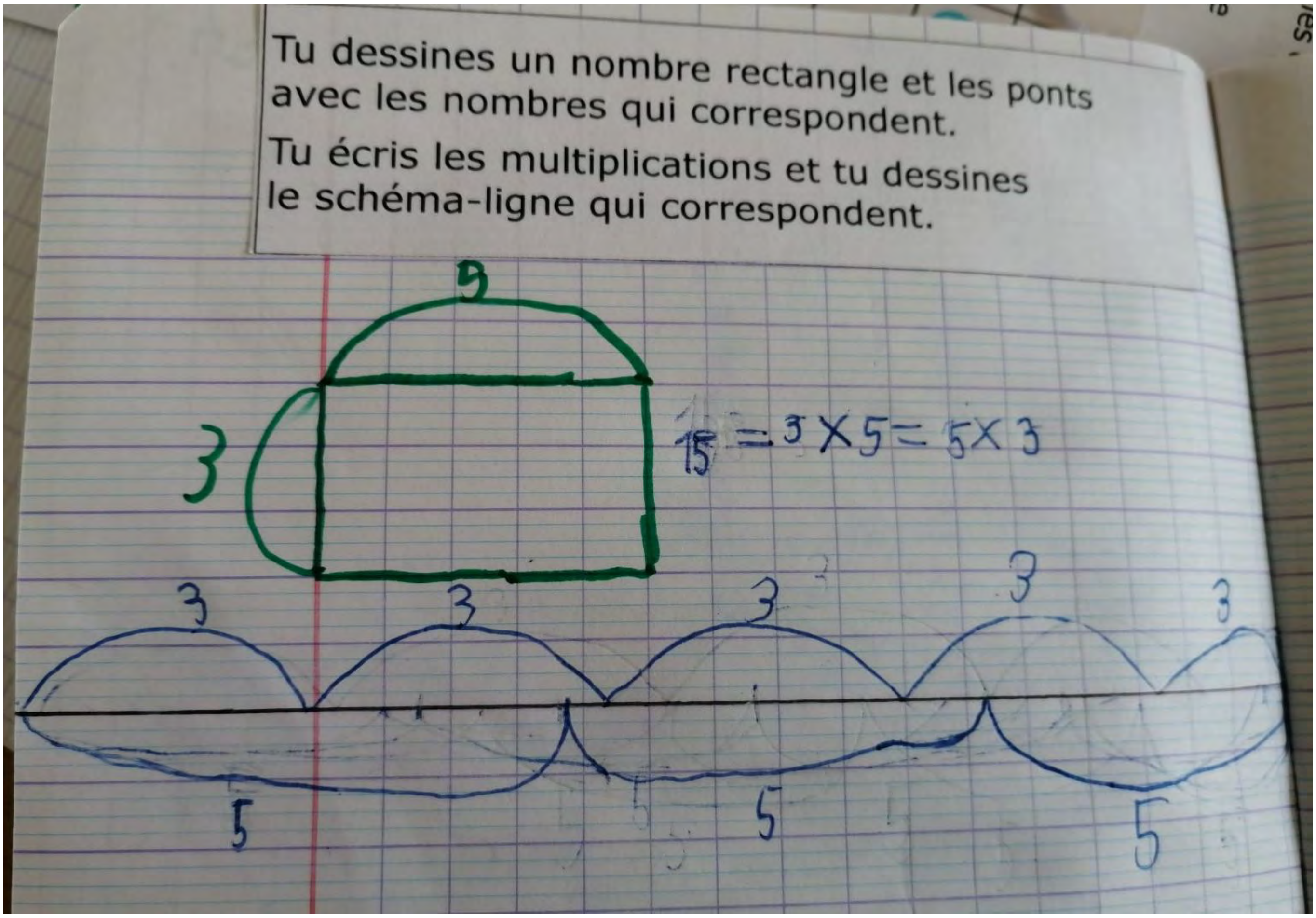
ANNEXE 1. UN EXEMPLE DE RECUEIL DE MESURES

Questionner le monde :

Tableau illustré des durées des temps de la journée d'école

Temps de la journée d'école	Heures de début et de fin (horaires)	Durées en heures et minutes
Arrivée en classe et Accueil	8h20min – 8h30min 8h30 – 8h45min	10min 15 min
Lecture-écriture ou Mathématiques	8h45min – 10h	1h 15 min 75 min
Récréation	10h – 10h15min	15 min
Mathématiques ou Lecture-écriture	10h15min – 11h45min	1h 30 90 min
Temps du midi et Repas	11h45min – 13h45min	2 h 00 120 min
Temps calme (lecture) ou EPS	13h45min – 14h	15 min 1h 60 min
Questionner le monde ou EPS	14h – 15h	15 min 75 min 1h 15
Récréation	15h – 15h15min	15 min
Lecture-écriture ou Mathématiques	15h15min – 16h30min	1h 15 75 min

ANNEXE 2. UN EXEMPLE DE PRODUCTION D'ÉLÈVE DANS UN JOURNAL DU NOMBRE



ENSEIGNER EXPLICITEMENT LA SCHÉMATISATION EN BARRES POUR RÉSOUDRE DES PROBLÈMES DE PARTAGES INÉGAUX : PERTINENCE ET LIMITES

Olivier LEBRETON
Conseiller Pédagogique Départemental, RECTORAT RÉUNION
Docteur en sciences de l'éducation et de la formation, Université de la Réunion
Chercheur-associé ICARE (EA 7389)
olivier.lebreton1@univ-reunion.fr

Résumé
La réussite de tous les élèves est une des préoccupations fortes de l'institution scolaire. L'enseignement explicite vise aussi cet objectif, et a fait l'objet d'une synthèse dans laquelle sont spécifiés ses principes (CSEN, 2022). Celle-ci révèle des arguments quant à son efficacité pour les élèves tout venant, en difficulté ou à besoins particuliers. Il s'agit donc d'une piste intéressante à explorer en mathématiques. Par ailleurs, le guide de référence cycle 3 (MENJS, 2022) préconise les schémas en barres pour résoudre nombre de problèmes de la catégorisation proposée par Houdement (2017) : à une étape, à plusieurs étapes et atypiques. Impliqué dans la formation continue et initiale des professeurs des écoles, nous favorisons l'appropriation des principales caractéristiques de la schématisation en barres par les enseignants (Cabassut, 2020 ; Clivaz et Dindyal, 2021), avec comme objectif général de questionner son enseignement explicite pour favoriser la modélisation mathématique. L'acquisition des concepts mathématiques nécessite l'utilisation de différents registres sémiotiques et exige en particulier la conversion entre registres (Duval, 2018). Cette communication vise à présenter une expérimentation, toujours en cours, relativement à la résolution de problèmes atypiques tels que les partages inégaux en tentant de prendre en charge chaque élève. Elle met en évidence des potentialités mais également des limites à l'enseignement explicite de la schématisation en barres et donc de nouveaux défis à relever.

I. ENSEIGNEMENT EXPLICITE

1. 2013 : un tournant même si…

Concernant le système éducatif français, un tournant est notable dans les orientations pédagogiques des textes institutionnels avec comme préconisation, depuis les années 70, des approches constructiviste et socioconstructiviste puis, depuis 2013, des recommandations visant une plus grande explicitation de l'enseignement (Guilmois, Clément, Troadec et Popa-Roch, 2020). Pour rappel synthétiquement, le constructivisme est un modèle d'enseignement qui s'appuie prioritairement sur la théorie structuraliste du développement cognitif de Piaget avec l'idée que les connaissances se construisent par équilibration majorante dans une dynamique entre les processus d'assimilation et d'accommodation (Laval, 2012). Le socioconstructivisme défend, en plus, l'idée que « toute construction de connaissance s'insère dans un contexte de socialisation qui en détermine pour une part la dynamique et le déroulement » (Crahay, 2013, p. 203). Malgré cette nouvelle orientation visant un enseignement plus explicite, Guilmois et ses collaborateurs rappellent que « l'approche socioconstructiviste domine encore aujourd'hui largement les pratiques d'enseignement de l'école française, au-delà des seules sciences » (Guilmois, Clément, Troadec et Popa-Roch, 2020, p. 680).

2. Les principes fondamentaux de l'enseignement explicite

Il existe au moins deux acceptions de l'enseignement explicite : une première, française, qui « semble reposer sur des principes d'un enseignement socioconstructiviste tout en garantissant une meilleure explicitation à toutes les étapes de la séance » (Guilmois, Clément, Troadec et Popa-Roch, 2020, p. 685) et une seconde, nord-américaine, qui défend une structuration des séances basée entre autres sur les phases de modelage, de pratique guidée et de pratique autonome (Gauthier, Bissonnette et Richard, 2013). Cette seconde acception nous intéresse particulièrement. Il convient donc de préciser ces phases.

La phase de modelage est celle où l'enseignant exécute une tâche devant les élèves en tentant le plus clairement possible de faire du lien entre les connaissances antérieures et les connaissances nouvelles dans son propre raisonnement. La phase de pratique guidée est celle où l'enseignant veille à la qualité de la compréhension des élèves par l'introduction de tâches semblables à celle de la phase de modelage tout en privilégiant le questionnement et les feedbacks. La phase de pratique autonome est celle durant laquelle les élèves font des exercices sans l'aide de l'enseignant. Cela ne signifie pas pour autant qu'il n'intervient pas. Il soutient, si cela est nécessaire, la compréhension des élèves.

Cette conception nord-américaine est explicitement au cœur des recommandations récentes émanant du Conseil Scientifique de l'Education Nationale (CSEN, 2022) y compris pour l'enseignement des mathématiques prenant appui sur les travaux de Guilmois (2019). Dans ces travaux, Guilmois a montré l'efficacité de l'enseignement explicite dans l'apprentissage de trois tâches mathématiques : la technique opératoire de la soustraction (CE2), la technique opératoire de la division (CM1) et l'apprentissage de la notion d'aire (CM2).

3. Enseignement explicite nord-américain et didactique des mathématiques francophones : des points de vue divergents ?

Le point de vue de la didactique des mathématiques francophone semble éloigné de la conception nord-américaine de l'enseignement explicite. En effet, en prenant appui sur la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998), fondatrice de la didactique des mathématiques, l'ancrage constructiviste est clairement affiché :

> *La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées, par un choix judicieux, des « problèmes » qu'il propose. Ces problèmes, choisis de façon à ce que l'élève puisse les accepter doivent le faire agir, parler, réfléchir, évoluer de son propre mouvement. Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur de connaissances qu'il veut voir apparaître (Brousseau, 1998, p. 59).*

Cela ne signifie pas pour autant absence d'explicitation au sein de la théorie. En effet, à travers la situation fondamentale mise en œuvre, l'élève va construire des connaissances. Une difficulté malgré tout réside dans le fait que l'élève pourra difficilement identifier seul, parmi les réponses proposées la connaissance visée. L'institutionnalisation est le moment où l'enseignant va venir pointer et identifier celles qui ont un intérêt, celles qui auront « un statut culturel » (Brousseau, 1998, p. 77). Ce processus d'institutionnalisation permet ainsi de reconnaître une connaissance comme un savoir. C'est la raison pour laquelle, lors des séances d'apprentissage en mathématiques de type constructiviste ou socio-constructiviste, il existe une phase d'institutionnalisation essentielle.

L'explicitation est donc un élément majeur de la didactique des mathématiques également, ce qui permet d'envisager des ponts entre les deux points de vue. Ce point de convergence trouve malgré tout une certaine limite qui est en lien avec le moment de la séance où cette explicitation va intervenir : relativement tôt pour l'enseignement explicite nord-américain avec l'exécution d'une tâche par l'enseignant et plus tardivement dans la séance pour la didactique des mathématiques lorsque l'enseignant pointe les connaissances mises en œuvre par les élèves pour franchir les obstacles et résoudre les problèmes. Comment l'enseignement explicite nord-américain peut-il contribuer à l'apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques tels que les problèmes de partages inégaux ? Quel type de tâches est-il pertinent de faire exécuter par l'enseignant ? Telles sont les questions centrales portées par notre contribution.

II. PROBLÈMES DE PARTAGES INÉGAUX : QUELLE PLACE À L'ÉCOLE?

1. Les trois principaux types de problèmes aujourd'hui et leurs enjeux

La résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux est une activité fondamentale à l'école primaire et vise l'acquisition des six compétences mathématiques : chercher, raisonner, représenter, modéliser, calculer, communiquer. Il existe une très grande variété d'énoncés qu'il est possible de proposer aux élèves et il convient de fournir des repères aux enseignants pour faciliter son enseignement. Houdement (2017) définit trois grands types de problèmes : basiques, complexes et atypiques.

Les problèmes basiques exigent une mise en relation de trois données numériques dont l'une est inconnue. Cette relation peut être additive ou multiplicative et ces problèmes se traitent en utilisant une unique opération. L'enjeu pour l'enseignement de ce type de problèmes est d'arriver à une résolution plutôt automatique par les élèves.

Les problèmes complexes sont des combinaisons de problèmes basiques. Si une bonne maîtrise des problèmes basiques favorise la résolution de problèmes complexes, cela n'en est pas une garantie car des habiletés spécifiques sont convoquées comme la capacité à connecter des informations et à qualifier les résultats partiels obtenus (Houdement, 2017).

Les problèmes atypiques sont ceux qui n'entrent ni dans le type basique ni dans le type complexe. Et généralement, pour ces problèmes, les élèves ne disposent pas de procédures directement disponibles pour atteindre la solution. Les problèmes atypiques, appelés aussi « problèmes pour chercher » (MENESR, 2003) ne sont pas un objet nouveau dans les programmes et recèlent de nombreuses potentialités comme « le réinvestissement de savoir en jeu, l'apprentissage de raisonnements et l'apprentissage de validation. »(Houdement, 2009)

Cette typologie est largement diffusée au sein des écoles à travers les ressources institutionnelles récentes en lien avec l'enseignement des mathématiques aux cycles 2 et 3 (MENJS, 2020, 2021) avec une priorité pour les deux premiers types de problèmes.

2. Un type particulier de problèmes atypiques : les problèmes de partages inégaux

2.1. Un premier exemple

Les problèmes de partages inégaux impliquent des parts qui ne sont pas les mêmes comme dans l'énoncé « Martha, Raphaël et Anne ont ensemble 270 porte-clefs. Raphaël a le double du nombre de porte-clefs de Martha et Anne a le triple du nombre de porte-clefs de Raphaël. Combien de porte-clefs chacun a-t-il ? » (Demonty, 2008, p. 257). Ces problèmes ont la particularité de pouvoir être résolus soit par un traitement arithmétique, soit par un traitement algébrique.

Du point de vue arithmétique, pour le problème ci-dessus, on peut faire la supposition suivante qui consiste à dire que Martha possède un porte-clefs. Dans ce cas, on peut déduire que Raphaël en a deux et Anne six pour un total de neuf porte-clefs. Or, ils ont ensemble 270 porte-clefs. Puisque 270 c'est 30 fois plus que 9, on déduit que Martha en possède 30 (30 x 1 = 30), Raphaël 60 (30 x 2 = 60) et Anne 180 (30 x 6 = 180). Et on a bien l'égalité : 30 + 60 + 180 = 270.

Du point de vue algébrique, on pose x comme le nombre de porte-clefs, qu'on ne connait pas, que possède Martha. On peut donc écrire l'égalité suivante : $x + 2x + 6x = 270$. La résolution de cette équation du premier degré permet de déterminer le nombre de porte-clefs des trois enfants.

Ces problèmes sont intéressants pour les élèves mais également pour les scientifiques soucieux de mieux comprendre la transition entre l'arithmétique et l'algèbre (Coulange, 2001b, 2005 ; Demonty, 2008 ; Bednarz et Janvier, 1993).

2.2. Un type de problèmes déjà ancien…remis en avant par l'institution

Les problèmes de partages inégaux ont été systématiquement proposés aux élèves jusqu'à la fin des années soixante dans le but d'enseigner l'arithmétique élémentaire et introduire l'algèbre (Coulange, 2001b). Ces problèmes n'ont probablement jamais complètement disparu des manuels scolaires de l'école primaire puisqu'ils sont repérés dans *Le nouveau MATH ÉLEM CM2* (figure 1) par exemple. L'enjeu n'est plus l'enseignement des techniques de résolution de ces problèmes à l'aide de l'arithmétique mais davantage « la représentation schématique d'énoncés écrits, comme support à la résolution de problème » (Coulange, 2001b, p. 313).

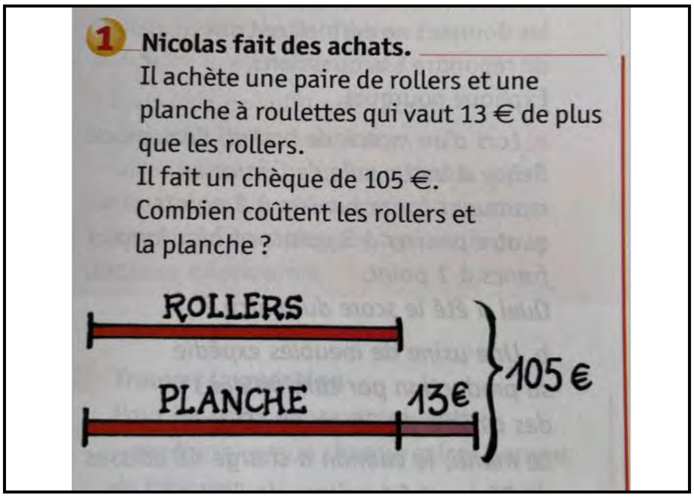


Figure 1. Problème de partages inégaux et schématisation : Le nouveau MATH ÉLEM (2001)

Plus récemment, à la faveur d'une nouvelle dynamique de l'enseignement des mathématiques dans le système éducatif français trouvant son origine dans le rapport Villani-Torossian (2018) et qui pointe la situation alarmante des connaissances et compétences des élèves français en mathématiques, un vaste plan est mis en œuvre nationalement. Pour accompagner cette nouvelle politique, des guides fondés sur l'état de la recherche sont diffusés accordant une place centrale à la schématisation en barres (MENJS, 2020, 2021). Plus précisément, au cycle 2, il est question de « modélisation progressive par le schéma en barres » (MENJS, 2020, p. 94). Au cycle 3, tout en poursuivant son enseignement pour faciliter la résolution des problèmes élémentaires, il convient de proposer une « adaptation aux problèmes en plusieurs étapes » (MENJS, 2021, p. 113) et d'utiliser « les schémas en barres pour traiter des problèmes algébriques » (MENJS, 2021, p. 115). Enfin au collège, les modèles en barres sont mis en avant comme outil permettant « d'envisager des stratégies de calculs » (MENJS, 2021, p. 62).

III. PROBLÈMES DE PARTAGES INÉGAUX ET SCHÉMATISATION EN BARRES

1. Un premier exemple en formation : propriétés des longueurs et principales caractéristiques de la schématisation

Les problèmes de partages inégaux offrent une grande variété de structures pouvant s'organiser selon les nombres de parties (2, 3, …) et le type de relation (comparaison additive et/ou comparaison multiplicative). Le problème extrait de *MATH ÉLEM CM2* (figure 1) est structuré en deux parties inégales mises en relation à travers une comparaison additive. En formation, dans le but de montrer l'intérêt de la schématisation en barres, des problèmes qui se structurent selon trois parties combinant des relations de comparaisons additive et multiplicative comme celui présenté par Coulange (2005) ont été proposés aux enseignants :

> *Il y a trois tas de cailloux. Il y a trois fois plus de cailloux augmenté de 5 dans le premier tas que dans le troisième. Le deuxième tas contient 15 cailloux de plus que le double du premier tas. Sachant qu'il y a 180 cailloux en tout, combien chaque tas contient-il de cailloux?* (Coulange, 2005, p. 312).

Le grand intérêt de la schématisation en barres repose implicitement sur les fortes ressemblances entre les actions possibles sur les longueurs et les opérations sur les nombres naturels :

> *De même qu'on peut comparer deux nombres naturels, les additionner et (dans certains cas) soustraire un nombre naturel d'un autre nombre, on peut comparer deux grandeurs de même espèce (deux longueurs, deux poids,…) les additionner et (dans certains cas) soustraire une grandeur d'une autre. À cet égard, les nombres naturels et les grandeurs se ressemblent. (Rouche, 2006, p. 103).*

Inspiré des travaux de Cabassut (2020), le schéma en barres, pour ce problème, est construit sur trois lignes. Il est pertinent de choisir comme référent le troisième tas de cailloux. Une première barre, de longueur arbitraire, est ainsi construite, représentant la grandeur associée à l'objet, c'est-à-dire la quantité de cailloux du troisième tas. À l'intérieur de la barre, est précisée la mesure associée à cette grandeur si elle est connue ou un point d'interrogation si elle est inconnue. Une légende vient compléter cette ligne pour apporter des précisions : tas 3 de cailloux. Il s'agit maintenant de construire la barre associée au premier tas de cailloux. Il convient de juxtaposer quatre rectangles. Les trois premiers sont identiques à la barre représentant le troisième tas et un quatrième rectangle représentant les 5 cailloux supplémentaires. Une nouvelle légende vient préciser ce que représente cette nouvelle barre : tas 1 de cailloux. En procédant de la même façon et en prenant comme référent le premier tas de cailloux, la barre légendée correspondant au deuxième tas de cailloux est construite. Pour finir, une accolade verticale vient signifier que la réunion de ces barres est associée à la mesure 180.

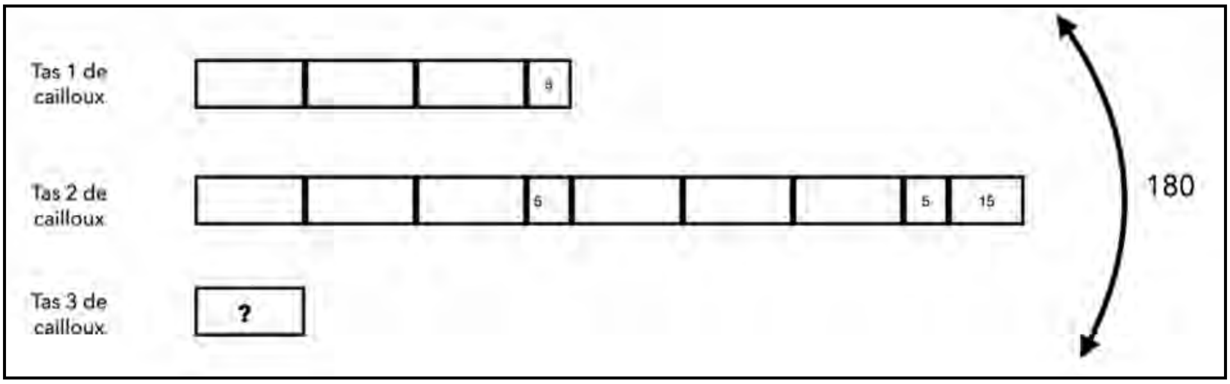


Figure 2. Proposition de schématisation en barres.

2. La schématisation en barres : un registre de représentations sémiotiques au service de la modélisation mathématique?

Duval (1996) s'intéresse à l'étude des phénomènes relatifs à l'acquisition de connaissances mathématiques selon une approche cognitive. Cette approche envisage « le fonctionnement de la connaissance sous l'angle des mécanismes et des processus qui la permettent en tant qu'activité d'un être individuel » (Duval, 1996, p.353). Faire des mathématiques c'est étudier des objets mathématiques et les utiliser pour résoudre des problèmes. Or, ces objets sont spécifiques dans la mesure où ils ne sont accessibles qu'en recourant à des représentations sémiotiques. De façon plus précise, les transformations des représentations sémiotiques sont constitutives de l'activité mathématique. Duval distingue deux types de transformation ne devant pas être confondus : la conversion et le traitement (Duval, 1993).

La conversion d'une représentation est une transformation qui consiste à proposer une nouvelle représentation de l'objet dans un autre registre. Par exemple passer d'une représentation du registre schématique à une représentation du registre symbolique (Tableau 1).

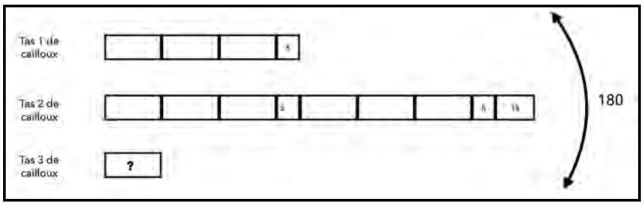
Conversion	
Registre schématique	**Registre symbolique**
	**$3x + 5 + 3x + 5 + 3x + 5 + 15 + x = 180$**

Tableau 1 : Conversion d'une représentation du registre schématique en une autre représentation du registre symbolique

Le traitement d'une représentation consiste à faire évoluer cette représentation dans le même registre en respectant les règles de fonctionnement propres au registre. Par exemple, passer d'une première représentation sémiotique du registre schématique à une deuxième représentation au sein du même registre est précisément un traitement (tableau 2). Cela est possible en considérant « l'addition » des longueurs, « la soustraction » d'une longueur à une autre et les propriétés de commutativité et d'associativité des longueurs.

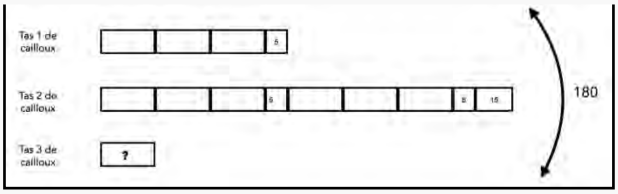
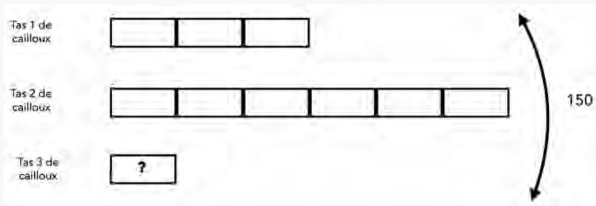
Traitement	
Registre schématique	**Registre schématique**
	

Tableau 2 : Traitement d'une première représentation du registre schématique en une autre représentation du même registre schématique.

Finalement, la schématisation en barres permet les trois activités cognitives permettant de la considérer comme un registre sémiotique. En effet, elle permet la formation d'une représentation identifiable et les deux types de transformation à savoir la conversion et le traitement. Nous faisons ici l'hypothèse que l'élaboration de la représentation du registre schématique (le schéma en barres) facilitera la modélisation mathématique et donc la résolution du problème (figure 3).

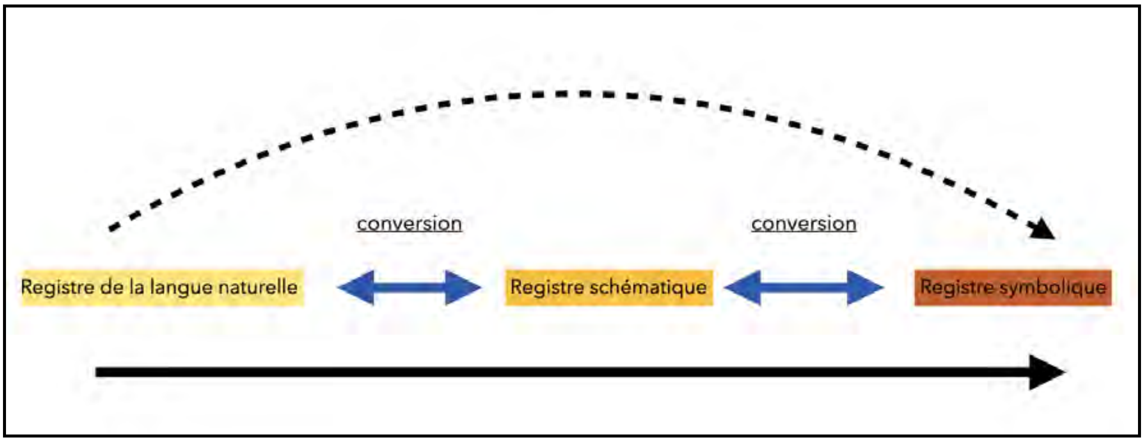


Figure 3 : Explicitation du rôle essentiel du registre schématique (schéma en barres) dans la résolution de problèmes de partages inégaux.

IV. EXPÉRIMENTATION AU CM2

La conception de la séance ainsi que sa mise en œuvre ont été faites par mes soins dans différentes classes de CM2 de différentes circonscriptions de l'académie de la Réunion avec l'accord des inspecteurs et des enseignants. Il est important de signaler également que les élèves concernés n'ont pas eu d'enseignement relativement à la schématisation en barres avant cette expérimentation. La situation de référence envisagée s'inspire de la proposition de Dumonty (2008) présentée dans la section 2.1. Les deux premières phases de la séance s'inscrivent directement dans l'approche de l'enseignement explicite nord-américaine dans le but d'étudier l'appropriation de la schématisation en barres par les élèves à la suite d'une phase de modelage.

1. La situation de référence et une brève analyse a priori

En combinant le nombre de parties (2, 3, 4, …), la nature des relations de comparaison (additive et/ou multiplicative) et le nombre de référents (1 ou 2), les problèmes de partages inégaux offrent une très grande diversité de situations envisageables au CM2. L'objectif central, dans l'expérimentation décrite dans cette contribution, réside davantage dans les transformations de type conversion que dans celles de type traitement : conversion d'une représentation du registre de la langue naturelle en une représentation du registre schématique d'une part, et conversion d'une représentation du registre schématique en une représentation du registre symbolique d'autre part. La transformation de type traitement, envisageable dans le registre schématique, n'est pas notre objectif. La relation de comparaison multiplicative est privilégiée.

La situation fondamentale élaborée comporte 3 parties mises en relation à partir de comparaisons multiplicatives uniquement et un référent unique aussi dans un contexte familier aux élèves (Les Kaplas) : trois élèves de la classe, Alicia, Ben et Célia souhaitent faire chacun une construction à l'aide des Kaplas de la boîte. Il y a 180 Kaplas dans la bote. Ben prend trois fois plus de Kaplas qu'Alicia. Celia prend 5 fois plus de Kaplas qu'Alicia. Combien de Kaplas Alicia, Ben et Célia prennent-ils chacun?

L'enseignement explicite de la schématisation en barres devrait permettre aux élèves de produire le schéma ci-dessous (figure 4).

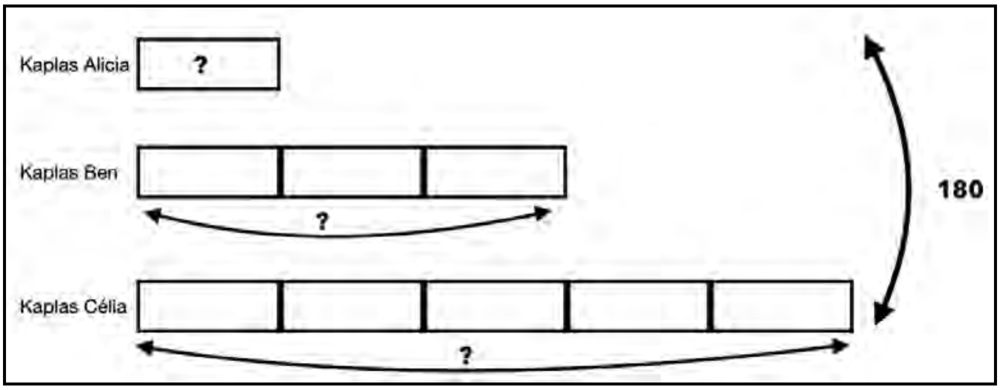


Figure 4 : Schématisation en barres attendue des élèves de CM2

Cette schématisation se veut opérationnelle dans la mesure où elle va permettre aux élèves d'agir et de modéliser. Les élèves pourront ainsi procéder par essais-ajustements pour atteindre la solution. D'autres élèves pourront procéder de façon plus experte en repérant dans cette schématisation l'existence de neuf parties identiques dont la mesure de la réunion des parties est 180. Le choix des données numériques n'est donc pas le fait du hasard mais bien guidé par la possibilité de trouver à partir de connaissances anciennes l'égalité 9 x 20 = 180.

2. Le scénario de la première séance et enseignement explicite

La conception de la séance est guidée, dans la mesure du possible, par les principes généraux de l'enseignement explicite nord-américain. La situation de référence envisagée précédemment est intégrée à une séance comportant six phases décrites succinctement dans le tableau 3.

Phase	Objectif	Enseignement explicite
1	Expliciter l'objectif aux élèves. Utiliser la schématisation en barres pour représenter un problème mathématique et le résoudre.	Fournir un objectif clair
2	Résoudre deux problèmes basiques de type comparaison et s'initier à la schématisation en barres. Problème 1 : Mélanie a 16 billes. Sa copine Orlane lui dit : « Moi, j'ai 4 billes de plus que toi. » Combien de billes a Orlane? Problème 2 : Mélanie a toujours 16 billes. Sa copine Emmy lui dit: « Moi, j'ai 4 fois plus de billes que toi. » Combien de billes a Emmy?	Fournir des descriptions et démonstrations claires des notions à acquérir grâce au modelage et à la réflexion à voix haute. Promouvoir l'engagement actif des élèves par de nombreuses sollicitations.
3	Prendre connaissance de la nouvelle situation donnée à l'oral et la comprendre.	
4	Faire un schéma en barres de la situation décrite et mise en commun.	
5	Utiliser le schéma en barres pour résoudre le problème mathématique.	
6	Institutionnalisation	Faire la synthèse de ce qu'il faut retenir. Reconnaître une connaissance comme savoir.

Tableau 3 : Les différentes phases de la première séance en lien avec l'enseignement explicite

La phase 2 est centrale car il s'agit d'enseigner explicitement la schématisation en barres. Les problèmes choisis sont volontairement accessibles aux élèves de CM2 et ce n'est pas tant leur résolution que leur schématisation en lien avec la modélisation qui sont mises en avant (figure 5). Comme le suggèrent Clivaz et Dindyal (2021), il s'agit de permettre aux élèves de se familiariser avec ces modèles « pour une utilisation dans des cas plus complexes » (Clivaz et Dindyal, 2021, p. 12).

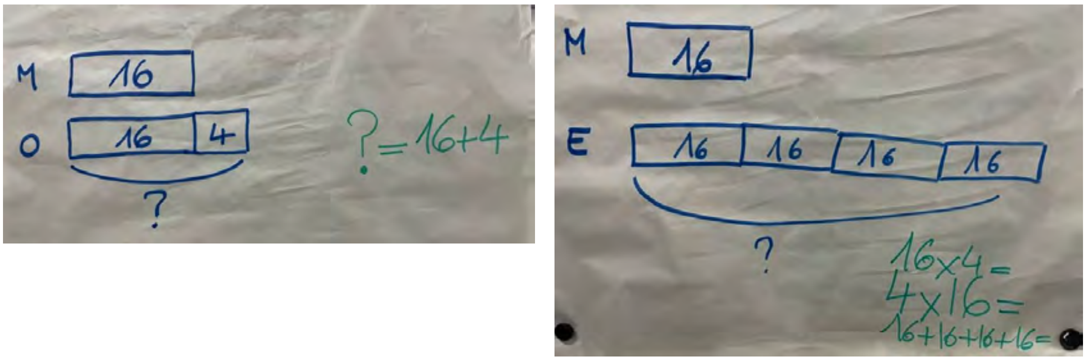


Figure 5 : Schématisation et modélisation mathématique pour les problèmes de la phase 2.

La réflexion à voix haute, un des principes de l'enseignement explicite, consiste dans ce cas précis à donner des explications claires sur l'élaboration des schémas. Par exemple pour le problème 1 de la phase 2 :

Pour faire le schéma de ce problème, je fais d'abord un rectangle pour représenter la quantité de billes de Mélanie. Sur une autre ligne je fais un rectangle pour représenter la quantité de billes de Orlane. Je fais d'abord le même rectangle que pour Mélanie et je fais une autre partie parce qu'on nous dit que Orlane a 4 billes de plus. Je fais une grande flèche pour préciser que c'est en mettant ensemble ces deux parties qui va permettre de trouver le nombre de billes de Orlane. Le point d'interrogation précise également ce que l'on cherche.

L'engagement actif des élèves, autre principe de l'enseignement explicite, se fait aussi par les nombreuses questions pouvant être posées aux élèves pour mieux comprendre les schémas élémentaires ci-dessus. Par exemple pour le problème 2 de la phase 2 :

- Pourquoi avoir disposé les rectangles sur deux lignes ?
- Pouvez-vous expliquer la présence de quatre rectangles identiques sur la deuxième ligne ?
- Que signifient les lettres E et M ? Pouvons-nous être plus précis ?
- Pourquoi le point d'interrogation se trouve-t-il ici ?
- Que signifie la double flèche ?
- Est-ce normal que le rectangle représentant le nombre de billes que possède Emmy soit plus long que celui de Orlane ?

3. Des productions emblématiques

La phase 3 est proposée à l'oral. Plus précisément, il s'agit de raconter une histoire et pas seulement lire l'énoncé favorisant ainsi l'appropriation de la situation par les élèves. Volontairement, le nombre total de Kaplas n'est pas dévoilé. L'objectif est de favoriser la compétence *représenter*. En effet, l'absence de cette donnée rend impossible les calculs. Ce comportement consistant à effectuer très vite des calculs en négligeant la phase de compréhension est donc réduit. De nombreuses schématisations en barres des élèves tendent vers celle présentée ci-dessous (figure 6) incluant de nombreux éléments attendus : Trois lignes pour distinguer les trois parties, les légendes pour préciser ce dont il s'agit, le point d'interrogation (les points d'interrogations) pour identifier ce qu'il faut chercher mais également la prise en compte des relations de comparaison entre les trois parties.

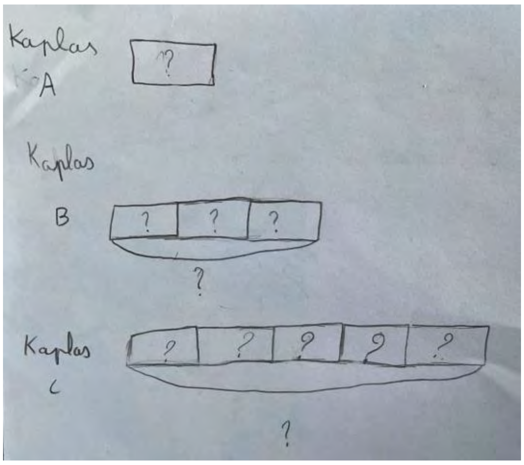


Figure 6 : Schématisation en barres emblématique des élèves de CM2

Une fois la mise en commun de la phase 5 effectuée, le nombre total de Kaplas est proposé. La schématisation en barres se veut opérationnelle invitant les élèves à faire des essais. La stratégie essais-ajustements a été majoritairement utilisée. Cependant, elle n'a pas été mise en œuvre spontanément comme si pour les élèves en mathématiques la solution correcte devait jaillir « du premier coup ».

Cette stratégie peut aboutir à la solution si les élèves ont la capacité de contrôler les réponses successives produites. Tel est le cas de l'exemple ci-dessous (Figure 7). En effet, un premier essai est tenté avec 9 Kaplas pour Alicia. Cela permet de déterminer le nombre de Kaplas des deux autres élèves : 27 = 9 + 9 + 9 et 45 = 9 + 9 + 9 + 9 + 9. La somme totale de Kaplas étant 81, le nombre initial doit être ajusté car différent de 180. Le premier essai à 9 peut sembler surprenant. En effet, un essai à 10 aurait été beaucoup plus facile : 10 + 30 + 50 = 90.

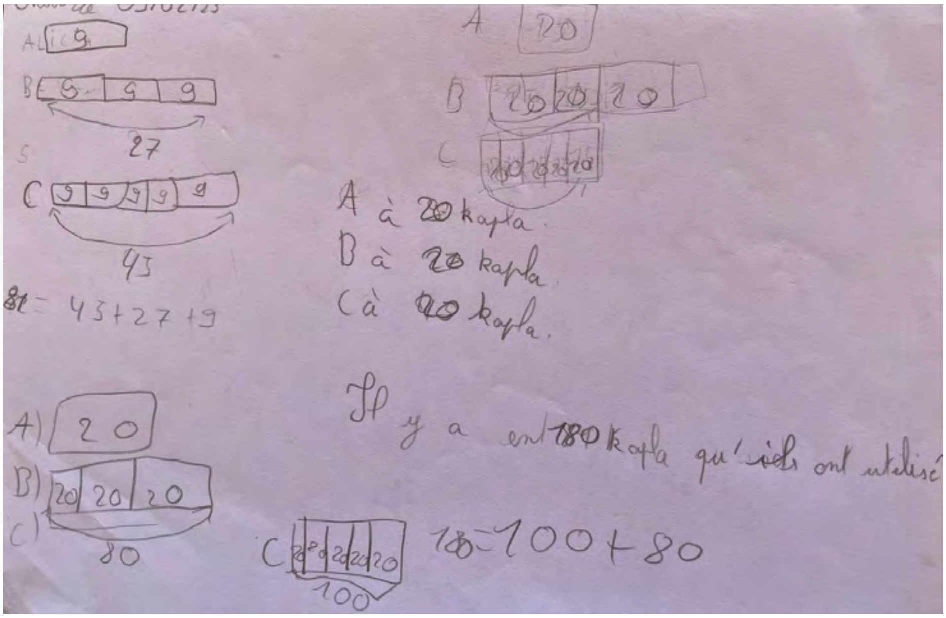


Figure 7 : Schématisation en barres, essais et ajustements

Une nouvelle production d'élève mérite d'être exposée car il s'agit d'une recherche systématique d'un élève qui passe en revue toutes les possibilités (2, 3, … 19, 20) jusqu'à aboutir au résultat correct (Figure 8).

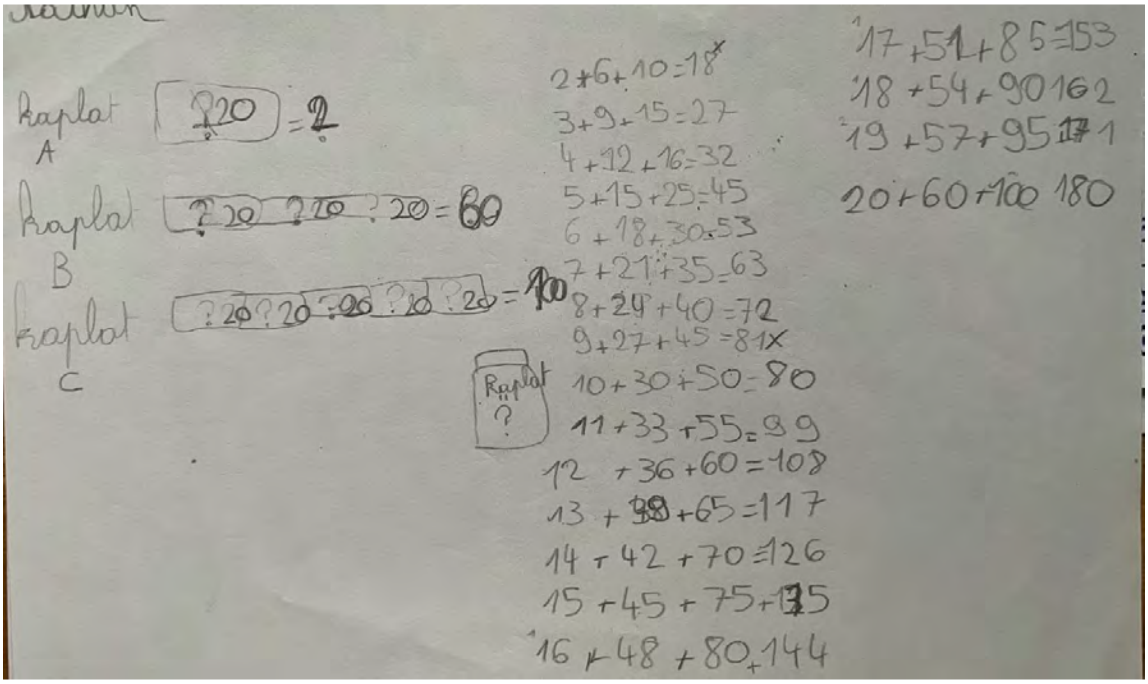


Figure 8 : Essais systématiques pour atteindre 180.

Une dernière production d'élèves témoigne d'une récupération rapide de faits numériques conduisant à la solution. Pour certains élèves, un seul essai a permis d'atteindre la solution au problème (figure 9).

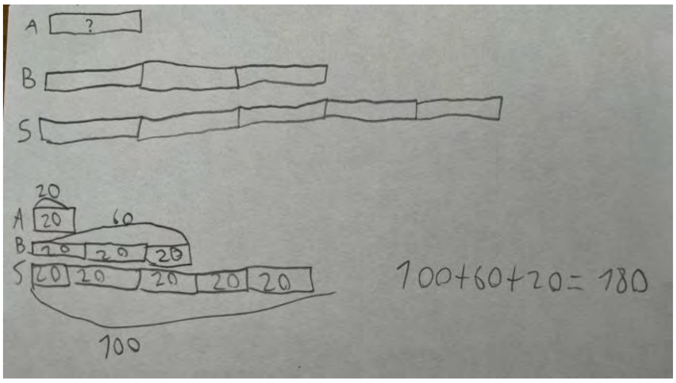


Figure 9 : Schématisation en barres, essai unique pour atteindre la solution et modélisation

4. L'institutionnalisation

L'institutionnalisation est la dernière phase de la séance. Enseigner explicitement les mathématiques c'est aussi permettre aux élèves d'identifier les connaissances qui vont être reconnues par l'institution comme objet culturel.

Cette expérimentation a permis, premièrement, de montrer la pertinence de la schématisation en barres pour la résolution de problèmes de partages inégaux au cycle 3 favorisant, en effet, la conversion de la situation évoquée verbalement en une représentation schématique opératoire pour de nombreux élèves. Il n'est pas exclu cependant que certains élèves puissent atteindre la solution sans y recourir.

Ensuite, la particularité des problèmes de partages inégaux est qu'ils permettent des résolutions de types arithmétique par des essais-ajustements et algébrique par la résolution d'une équation du premier degré. De ce point de vue, il est important de permettre aux élèves de saisir l'idée que la schématisation en barres favorise un raisonnement intégrant des données inconnues et connues.

Enfin, la stratégie essais-ajustements doit être mise en avant comme stratégie efficace en mathématiques, trop rarement mise en œuvre spontanément par les élèves lors de cette expérimentation.

IV. CONCLUSION

L'enseignement explicite est au cœur de cette expérimentation. Elle suggère que la phase de modelage, au cœur de laquelle la schématisation en barres est proposée, permet à de nombreux élèves de se l'approprier. Il en ressort que les problèmes de partages inégaux semblent particulièrement pertinents pour enseigner explicitement la schématisation en barres au cycle 3 puisqu'elle s'est révélée être un outil puissant pour atteindre la solution. Malgré la pertinence de l'outil, il faut garder à l'esprit que d'autres types de représentations doivent être enseignés. Il est donc essentiel lors de l'analyse *a priori* des situations de bien mesurer la pertinence des choix didactiques.

De nombreuses questions ont émergé à la suite de cette expérimentation. En effet, malgré un enseignement explicite de la schématisation en barres lors de la phase de modelage préconisé par le CSEN, certains élèves sont restés, malgré tout, démunis face à cette situation montrant les limites de l'enseignement explicite défendu par Gauthier, Bissonnette et Richard (2013) faisant échos aux propos tenus par Reuter (2019) indiquant que « l'explicitation du maître ne garantit en rien la compréhension des élèves » (Reuter, 2019, p. 34).

Comment concilier enseignement explicite et constructivisme défendu en didactique des mathématiques ? Comment favoriser l'appropriation de la schématisation en barres par les élèves les plus fragiles pour résoudre des problèmes de partages inégaux ? Quelles adaptations pour des élèves de CM1 (début de cycle 3) ? De 6e (fin de cycle 3) ? Voilà de nouvelles questions qui mériteraient, selon nous, de nouvelles investigations.

V. BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Cabassut, R. (2020). Les représentations en barres : « Ni cet excès d'honneur, ni cette indignité ». *Au Fil des Maths, n°537*, 10-19.

Cabassut, R. (2021). Vergnaud versus Singapour. *Au Fil des Maths*, Hors-Série n°1, 136-141.

Clivaz, S. et Dindyal, J. (2021). Représentations graphiques et résolutions de problèmes : Le cas de Singapour. *Grand N, n° 108*, 5-25.

Coulange, L. (2001b). Evolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du 20e siècle : contraintes et espaces de liberté pour le professeur. *Petit x*, 57, 61-78.

Coulange, L. (2005). Résoudre des problèmes entre arithmétique et algèbre : au primaire, au secondaire…en formation initiale. *Actes du XXXè colloque national des professeurs et formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres* (307-330). Avignon : IREM de Marseille.

Crahay, M. (2013). *Psychologie de l'Education* (2ème édition). Paris : Presses Universitaires de France.

Demonty, I. (2018). Entre démarches des élèves et connaissances des enseignants : quelle progression de la pensée algébrique entre 10 et 14 ans? *Actes du colloque EMF. Mathématiques en scènes : des ponts entre les disciplines* (256 - 265). Paris : IREM de Paris.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, volume 5*, 37-65.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *volume 16*, n°3, 349-382.

Gauthier, C. Bissonnette, S. et Richard, M. (2013). *Enseignement explicite et réussite des élèves : la gestion des apprentissages.* Paris, De Boeck.

Guilmois, C. (2019). *L'efficacité de l'enseignement socioconstructiviste et de l'enseignement explicite en éducation prioritaire : quelle alternative pour apprendre les mathématiques?* Thèse de doctorat. Université des Antilles.

Guilmois, C. Clément, C. Troadec, B. et Popa-Roch, M. (2020). Je découvre et je fais. On me montre et je fais. Comment faire réussir les élèves de l'éducation prioritaire? *Revue Suisse des Sciences de l'Education, volume 42*, n°3, 678-692.

Houdement, C. (2009). Une place pour les problèmes pour cherche. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, volume 14,* 31-59.

Laval, V. (2012). *La psychologie du développement : modèles et méthodes.* Paris : Armand Colin.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, n°100,* 59-78.

MENJ. (2022). *L'enseignement explicite : de quoi s'agit-il, pourquoi ça marche et dans quelles conditions?* Paris : Canopé éditions.

MENJS. (2020). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP*. Paris : Eduscol.

MENJS. (2021). *La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen*. Paris : Eduscol.

MENJS. (2021). *La résolution de problèmes mathématiques au collège*. Paris : Eduscol.

Reuter, Y. (2019). Des implicites sur l'enseignement explicite. *Cahiers Pédagogiques*, n°551, 32-34.

Rouche, N. (2006). *Nombres, grandeurs, proportions : Du quotidien aux mathématiques*. Paris : Editions Ellipses.

REPRISE DE L'ÉTUDE DE LA MULTIPLICATION : D'UNE RESSOURCE AUX SÉANCES EN CABINET D'ORTHOPHONIE

Emmanuel VERGNOL
Université de Montpellier
LIRDEF
Emmanuel.vergnol@gmail.com

Floriane WOZNIAK[1]
INSPE Toulouse Occitanie-Pyrénées
EFTS
floriane.wozniak@univ-tlse2.fr

Résumé
Selon Morel (2014), dans certaines classes en France un tiers des élèves sont, ou ont été, pris en charge par un orthophoniste. Ceci devrait conduire les enseignants, les formateurs et les chercheurs à mieux connaître les enjeux, les contenus et la forme des suivis orthophoniques. L'objet de ce texte est ainsi de rendre compte d'une séquence de rééducation orthophonique d'un élève en CM2 (âgé de 10-11 ans) sur la multiplication de deux nombres entiers. Les deux premières parties présentent le cadre d'analyse et la ressource sur laquelle s'appuie l'orthophoniste pour conduire les séances en cabinet que nous avons observées. La troisième partie expose l'organisation mathématique travaillée dans la séquence et explicite le jeu sur les valences sémiotiques et instrumentales des ostensifs (Bosch et Chevallard, 1999 ; Wozniak, 2013) qui met en réseau les praxéologies mathématiques. Le rôle épistémique du matériel, omniprésent, est confirmé (Vergnol et Wozniak, 2018). La dernière partie met en perspective les séances d'orthophonie avec l'enseignement de la multiplication à l'école élémentaire. Nous interrogeons cette reprise de l'étude dont l'articulation avec les praxéologies scolaires est laissée à la charge du sujet, aux prises de deux institutions car à la fois élève et patient.

I - INTRODUCTION

La prise en charge par les orthophonistes des élèves de l'école primaire rencontrant des difficultés récurrentes en mathématiques est devenue chose courante en France. Marque tangible d'une externalisation et d'une médicalisation de la difficulté scolaire, dans certaines classes près d'un tiers des élèves sont, ou ont été, concernés (Morel, 2014). L'importance de ce phénomène nous a conduit à nous intéresser aux enjeux, aux contenus et à la forme des suivis orthophoniques (Vergnol, 2021). Nos outils d'analyse des praxéologies[2] des orthophonistes sont ceux développés en didactique des mathématiques sur la base d'un postulat : si l'intervention orthophonique a pour but de modifier le rapport personnel des individus aux savoirs, nécessairement, il y a du didactique dans un suivi. Une mise au jour des référents théoriques de la profession a été réalisée à partir d'une étude de leur curriculum de formation et d'une enquête auprès d'étudiants et d'enseignants dans les écoles d'orthophonie (Vergnol, 2019). Il semble qu'en France, les références aux travaux fondateurs en psychologie, notamment la psychologie développementale de Piaget, soient progressivement remplacées par la neuropsychologie et les

[1] Au moment où les actes sont publiés, l'auteure a rejoint l'université de Montpellier : floriane.wozniak@umontpellier.fr

[2] En théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999), une praxéologie est un modèle de l'activité humaine. Elle s'explicite en un type de tâches, une technique pour l'accomplir, une technologie permettant de décrire, expliciter, justifier, développer cette technique et une théorie qui fonde *praxis* et *logos*.

neurosciences. Une analyse de 41 mémoires professionnels d'étudiants orthophonistes (Vergnol et Wozniak, 2021) a révélé le rapport de la profession à la difficulté scolaire en mathématiques. Si c'est l'échec scolaire, avéré ou ressenti, qui conduit le plus souvent une famille à solliciter un bilan orthophonique, les orthophonistes revendiquent une approche spécifique dans la recherche des causes des difficultés et dans leur traitement qui va de pair avec une mise à distance assumée de l'école. Ainsi, les savoirs mathématiques travaillés dans une séance en cabinet orthophonique ne sont pas en référence à ce qui s'enseigne à l'école.

Dans une précédente communication au 45e colloque de la COPIRELEM (Vergnol et Wozniak, 2018), nous avions montré le rôle de la manipulation dans le cabinet d'orthophonie où il s'agissait de « faire pour dire ». Nous présentons à présent l'analyse didactique de la séquence dont était issue cette séance, en la mettant en perspective avec la ressource qui a nourri l'orthophoniste pour concevoir cette séquence. La première partie de ce texte présente notre cadre d'analyse concernant les problèmes multiplicatifs. La ressource sur laquelle s'appuie l'orthophoniste pour conduire les séances observées en cabinet est présentée dans une seconde partie. L'organisation mathématique travaillée dans la séquence est analysée en explicitant le jeu sur les valences sémiotiques et instrumentales des ostensifs (Bosch et Chevallard, 1999 ; Wozniak, 2013) qui met en réseau types de tâches et techniques. Ce faisant, le rôle épistémique du matériel, omniprésent, est confirmé (Vergnol et Wozniak, 2018). La dernière partie met en perspective les séances d'orthophonie avec l'enseignement de la multiplication à l'école élémentaire en considérant le point de vue du sujet aux prises avec deux institutions, l'école et l'orthophonie. Ainsi, dans la conclusion, nous nous interrogeons sur une reprise de l'étude par un système didactique auxiliaire (Chevallard, 1997) dont l'articulation avec les praxéologies scolaires du système didactique principal est laissée à la charge du sujet que nous appelons élève-patient.

II - LES PROBLÈMES MULTIPLICATIFS

La multiplication est une loi de composition interne dans l'ensemble des entiers naturels. Le Lionnais (1983) en propose trois définitions :

1) Par récurrence : $pour\ x \in \mathbb{N}\ et\ n \in \mathbb{N}, 0 \times x = 0; 1 \times x = x; (n+1) \times x = n \times x + x$;
2) Comme cardinal du produit cartésien de deux ensembles finis : *card*(A) × *card*(B) = *card*(A × B) ;
3) Comme addition itérée : $n \times x = x + x + \cdots + x\ (n\ fois), avec\ n \geq 1$.

La première définition, en lien avec l'axiomatique de Peano[3], définit 0 comme élément absorbant, 1 comme élément neutre et s'appuie sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. La seconde définition est en relation avec la théorie des ensembles. Contrairement à la définition précédente, celle-ci ne donne pas *stricto sensu* un procédé de calcul. Enfin, les définitions par récurrence et par addition itérée sont évidemment équivalentes. Il suffit de développer la formule de récurrence pour retrouver l'addition itérée :

$$(n+1) \times x = n \times x + x = (n-1) \times x + x + x = \cdots = x + x + \quad + x\ (n+1\ fois).$$

Et il suffit d'isoler un terme dans l'addition itérée pour faire apparaître la relation de récurrence :

$$n \times x = x + x + \quad + x\ (n\ fois) = (n-1) \times x + x.$$

Ces définitions mathématiques réfèrent à des nombres sans dimension, autrefois appelés nombres abstraits. Or, dans le cabinet orthophonique, comme à l'école, les mathématiques sont rencontrées à travers des situations qui le plus souvent font intervenir des grandeurs. C'est d'ailleurs le nombre d'espaces de mesure qui structure la typologie des problèmes multiplicatifs proposé par Vergnaud (1994).

[3] Giuseppe Peano (1858-1932) est un mathématicien italien qui a répertorié les propriétés structurelles de l'ensemble des nombres entiers naturels afin d'en donner une construction axiomatique.

1 Caractériser les problèmes multiplicatifs

Vergnaud (1994) caractérise les problèmes multiplicatifs en trois catégories selon qu'il y a un, deux ou trois espaces de mesures : application d'un opérateur scalaire, isomorphisme de mesures, mesure-produit. L'application d'un opérateur scalaire correspond à la situation « Léo a deux fois moins de billes que Léa » où l'opérateur scalaire représente le rapport entre deux grandeurs de même espèce (les billes de Léo, les billes de Léa). L'isomorphisme de mesures est associé à la fonction linéaire qui lie deux espaces de mesure. Cette catégorie regroupe quatre types de problèmes (figure 1) : la division partition (a = 1, b inconnue) ; la division quotition (a = 1, c inconnue) ; la multiplication (a = 1, d inconnue) ; la quatrième proportionnelle si l'unité n'est donnée dans aucun des deux espaces de mesures.

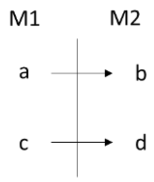


Figure 1. Quatre quantités sont dans deux espaces de mesures M1 et M2

Enfin, la mesure-produit correspond à « une relation ternaire entre trois mesures dont l'une est le produit des deux autres » (Vergnaud, 1994, p. 171). Le calcul de la mesure de l'aire d'un rectangle à partir de celle des longueurs des côtés, le calcul de la mesure d'une vitesse connaissant la distance et la durée de déplacement ou la détermination du nombre de tenues différentes qu'on peut faire avec 3 tee-shirts et 2 pantalons, sont des problèmes de ce type.

Izsák et Beckmann (2019), comme d'autres avant eux (Boulet, 1998, par exemple), cherchent à identifier un modèle unificateur des situations multiplicatives. Ils proposent un modèle fondé sur l'identification de deux ordres d'unité[4] : « *Our definition functions as a means for classification: situations are multiplicative if and only if one can identify a base unit and a group such that the equation fits the situation.* » (p. 90). La figure 2 illustre les relations avec les unités de mesure[5] : « *N is the measure of one group in terms of base units, M is the measure of the product amount in terms of groups, and P is the measure of the product amount in terms of base units.* » (p. 91).

N	$\bullet$	M	$=$	P
How many base units make one group exactly?		How many groups make the product amount exactly?		How many base units make the product amount exactly?

Figure 2. Modèle des situations multiplicatives selon Izsák et Beckmann (2019, p. 91)

Pour ces auteurs, chaque situation requiert donc d'identifier clairement ce qu'est une unité de base, un groupe et le produit, et proposent un exemple pour l'illustrer. Dans la situation où 7 assiettes sont fabriquées avec 3 oz d'argile par assiette, si l'once est prise comme *unité de base* et l'assiette comme groupe, alors une *unité de groupe* correspond à la masse d'argile (3 oz) nécessaire pour une assiette. Ainsi, la masse totale d'argile peut être mesurée en assiettes (M = 7) ou en onces (P = 21) et la relation 3 (onces pour faire une assiette) × 7 (assiettes pour faire le total) = 21 (onces pour faire le total) modélise la situation[6].

[4] Notre définition fonctionne comme outil de classification : les situations sont multiplicatives si et seulement si on peut identifier une unité de base et une unité de groupe telles que l'équation associée corresponde à la situation [notre traduction].

[5] N est la mesure d'un groupe en unités de base, M est la mesure du produit en unités de groupes et P est la mesure du produit en unités de base [notre traduction].

[6] Les auteurs poursuivent l'étude de cette situation en faisant varier ce qui est pris comme *unité de base* et *unité de groupe*.

Notons que Bezout (1823, p. 27), déjà, proposait comme exemples d'usage de la multiplication : « trouver, en général, la valeur totale de plusieurs unités, lorsqu'on connaît la valeur de chacune » et « convertir les unités d'une certaine espèce en unités d'une espèce plus petite. ». D'une certaine façon, Izsák et Beckmann (2019) en font un modèle général. Si cette recherche d'un modèle unificateur des situations multiplicatives peut avoir un intérêt sur le plan théorique, cela ne répond pas à notre besoin de caractérisation des praxéologies mathématiques, précisément parce qu'il masque la diversité des types de problèmes multiplicatifs. La classification de Vergnaud nous parait toujours pertinente de ce point de vue. Nous abordons à présent la caractérisation des praxéologies multiplicatives par rapport aux praxéologies additives[7].

2 Distinguer les praxéologies additives et multiplicatives

Les élèves rencontrent des difficultés à opérer la transition entre raisonnements additifs et multiplicatifs, et il existe un large consensus dans la communauté des didacticiens (voir en France, Butlen (1985), Roditi (2002)) pour considérer les limites à définir la multiplication comme seule addition itérée[8] :

> *Much of the research has highlighted challenges that students experience transitioning from additive to multiplicative reasoning and has identified significant limitations of characterizing multiplication as an abbreviated form of repeated addition (e.g., Greer, 1992; Nunes & Bryant, 1996; Simon, Kara, Norton & Placa, 2018; Thompson & Saldanha, 2003).* (Izsák et Beckmann, 2019, p. 83)

Pour Clark et Kamii (1996) et Boulet (1998), qui reprennent notamment les travaux de Piaget, la multiplication implique deux types de relations (voir figure 3). D'une part la correspondance plusieurs/un qui associe 3 *unités de un* à l'*unité de trois* et d'autre part deux relations d'inclusion : une relation d'inclusion (horizontalement) au niveau des *unités de un* où un est dans deux, deux est dans trois, etc. comme dans l'addition, et une relation d'inclusion (verticalement) où 3 *unités de un* sont incluses dans 1 *unité de trois* et 4 *unités de trois* sont incluses dans le produit. Les doubles flèches indiquant que ces relations sont faites simultanément. C'est ainsi la relation entre unité de base et unité de groupe (groupement d'unités de base) qui signe la relation multiplicative et le passage de praxéologies additives vers des praxéologies multiplicatives.

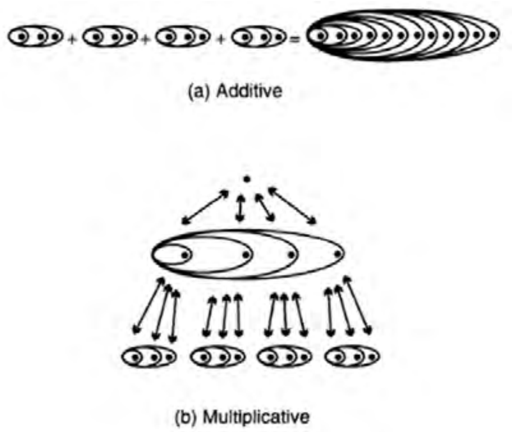


Figure 3. Pensée additive vs multiplicative (Clark et Kamii,1996, p.42).

[7] Certains auteurs parlent de « pensée » additive ou multiplicative. En cohérence avec notre cadre théorique, nous parlerons de praxéologies additives ou multiplicatives dans nos propres analyses.

[8] Beaucoup de recherches ont mis en évidence les difficultés des élèves pour passer d'un raisonnement additif vers un raisonnement multiplicatif et ont identifié les limites importantes d'une caractérisation de la multiplication comme forme abrégée de l'addition itérée [notre traduction].

Selon Jacob et Willis (2003), les recherches s'accordent sur ce qui fait l'essence d'une situation multiplicative[9] : « *identification or construction of the multiplicand and the multiplier within a situation, and the simultaneous coordination of these factors, that signified a multiplicative response to a situation* » (p. 460). Ils identifient cinq phases de développement de la pensée multiplicative : 1) *One-To-One Counting* où les élèves dénombrent un à un sans que les groupements ne fassent sens ; 2) *Additive Composition* où les groupements égaux sont reconnus sans que soit identifié le rôle du multiplicateur ; 3) *Many-To-One Counters* où le rôle du multiplicateur permet de contrôler quand arrêter de compter sans appréhender que la situation relève de la multiplication ou de la division selon la quantité cherchée ; 4) *Multiplicative Relation* où les élèves identifient clairement le nombre de groupements (le multiplicateur), leur cardinal (le multiplicande) et leur total (le produit) tout en coordonnant multiplication et division et utilise opportunément la propriété de commutativité ; 5) *Operating on the Operator* où l'élève peut opérer sur des variables, des opérations et multiplier le multiplicateur, par exemple. Pour ces auteurs, la phase *Many-To-One Counting* participe de la transition entre pensées additives et multiplicatives. De cette petite revue de travaux, nous retenons comme éléments d'analyse :

- les types de problèmes selon la classification de Vergnaud (1994) ;
- l'identification dans les isomorphismes de mesures du rôle des nombres (multiplicande, multiplicateur, produit) ainsi que l'explicitation des différentes unités (*unité de base* ou « *one-as-one* » et *unité de groupe* ou « *many-as-one* ») où l'*unité de groupe* apparaît comme un groupe d'*unités de base* ;
- la définition de la multiplication implicitement ou explicitement convoquée (par récurrence, produit cartésien, addition itérée), l'explicitation et le recours pertinent à ses propriétés (commutativité, associativité) ; les indicateurs d'évolution vers des praxéologies multiplicatives, notamment les techniques pour calculer le produit, enseignées ou mises en œuvre.

III - LE CONTEXTE DES OBSERVATIONS

La séquence considérée ici est faite de sept séances de 20 à 30 minutes dont l'enjeu principal est la multiplication de deux entiers naturels. Elle fait partie d'un corpus de 23 séances filmées avec l'accord du sujet (S) à la fois élève et patient, de ses parents et de l'orthophoniste (O). Seuls S et O étaient présents lors des séances. La caméra était placée en direction de la table de travail, l'enregistrement pouvant être arrêté dès qu'un des acteurs en faisait la demande. Deux entretiens, avant et après les observations, en plus d'entretiens informels après les séances ont été réalisés avec O. Les enregistrements vidéo et audio ont été transcrits.

La première séance s'est déroulée le 12/10/2017 puis, après sept séances sur d'autres thèmes, les séances 2 à 7 ont eu lieu du 18/01/2018 au 28/02/2018, une fois par semaine. Le sujet est un garçon né en 2007 en classe de CM2 (dernière année de l'école élémentaire). Son suivi orthophonique a débuté en 2015 alors qu'il était en CE1 (deuxième année de l'école élémentaire) à l'issue d'un bilan réalisé dans un Centre Référent des Troubles du Langage et des Apprentissages (CRTLA) qui a diagnostiqué des « fragilités logico-mathématiques ». Lorsque O évoque les difficultés de S, elle mentionne les structures logiques (au sens piagétien) et des éléments d'ordre psycho-affectifs, considérant qu'il a beaucoup progressé.

La patientèle de l'orthophoniste O consulte uniquement pour une prise en charge en mathématiques. Cette orthophoniste exerce depuis plus de trente ans et assure l'unité d'enseignement « troubles de la

[9] L'identification ou la construction du multiplicande et du multiplicateur dans une situation, et la coordination simultanée de ces facteurs, qui représentent une réponse multiplicative à une situation.

cognition mathématique » à l'école d'orthophonie de la ville. Elle est formatrice au GEPALM[10] où elle a elle-même été formée, et a cofondé un autre organisme de formation qui s'appuie sur la psychologie développementale piagétienne. En entretien, elle repousse l'approche fondée sur la neuropsychologie et les neurosciences et se réclame de la psychologie développementale piagétienne. Parlant de chercheurs comme Vergnaud ou Brousseau, elle précise : « on n'a pas ces théories-là comme soubassement » (Vergnol, 2021). Du fait de sa longue expérience et de sa place dans la formation initiale (une orthophoniste stagiaire est présente durant certaines séances observées) et continue des orthophonistes, nous faisons l'hypothèse que les pratiques de O sont proches de celles de sa profession, sans en être représentatives.

IV - PRÉSENTATION DE LA RESSOURCE DE L'ORTHOPHONISTE

Au cours d'un entretien, O mentionne qu'elle ne suit pas de plan de rééducation :

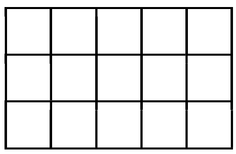
> *J'ai tout dans ma tête, je sais très bien tout ce qu'il faut que je travaille […] mais par exemple, je ne vais pas me dire, cinquième séance, je vais travailler le transcodage, quatrième séance je vais travailler la dizaine-unité, ce n'est pas du tout comme ça que je fonctionne.*

Cependant à l'issue de la séance 3, s'adressant à l'orthophoniste stagiaire qui assiste à la séance, elle fait référence à un ouvrage[11] (Guéritte-Hess et Giraud-Brun, 2016) qu'elle utilise pour nourrir son travail sur la multiplication :

> *Je suis en train d'adapter ce qu'elle dit sur la multiplication pour bosser avec les gamins. Parce que le départ dont ils partent là, en enseignement, c'est beaucoup trop haut pour travailler avec des gamins comme ça. […] Je suis en train de tout changer ça. Et là, elle a super raison Bernadette, je peux pas dire autrement. Il faut pas partir d'un point de vue additif, il faut d'emblée introduire un truc multiplicatif parce que sinon, ils restent coincés sur de l'additif tout l'temps, tout l'temps, tout l'temps et si on leur dit que trois fois quatre c'est quatre plus quatre plus quatre ou trois plus trois plus trois plus trois on décolle pas, donc voilà.*

Bernadette Guéritte-Hess, est une figure du monde orthophonique en France. Cofondatrice du GEPALM, elle est l'auteure de plusieurs ouvrages et précise dans la préface qu'elle a « soixante années de carrière dans la rééducation de la pensée logicomathématique en tant qu'orthophoniste, dont quarante années comme formatrice » (Guéritte-Hess et Giraud-Brun, 2016, p. 31). Cet ouvrage « s'adresse aux non-professionnels : parents, bénévoles d'association […] mais il a été écrit aussi en pensant aux professionnels : enseignants spécialisés ou non, rééducateurs, travailleurs sociaux […] qui pourront y trouver des séquences pédagogiques et leur analyse. » (p. 32). Les auteures de l'ouvrage commentent l'introduction de la multiplication à l'école :

> *Beaucoup de manuels scolaires la présentent par l'addition réitérée : $5 + 5 + 5$ c'est 5×3. Nous connaissons trop bien, de par notre pratique, les confusions que cette présentation entraine durablement. L'apprenant s'agrippe à l'addition et ne peut en décoller puisque tout se voit. […] D'autres auteurs l'introduisent par la méthode par grilles, présentation qui s'appuie sur une des propriétés de cette opération, « la commutativité », conceptuellement inaccessible pour un élève de cet âge :*
>
> $3 \times 5 = 5 \times 3$



[10] Les orthophonistes, comme professionnels de santé ont une obligation de formation continue. Le *Groupe Étude sur la Psychopathologie des Activités Logico-Mathématiques* (GEPALM) est un organisme de formation spécialisé dans les troubles d'apprentissage en mathématiques.

[11] Elle s'y réfère à plusieurs reprises au cours de la séance 5. Les références bibliographiques de l'ouvrage mentionnent J. Piaget, S. Baruk., R. Brissiaud, O. Houdé, A. Lagaranderie, L. Vygotski, entre autres.

> *Ces deux façons d'aborder cette opération font obstacle à sa compréhension parce qu'elles font appel à des structures logicomathématiques non encore maîtrisées. Elles sont trop complexes et aussi réductrices*. (op. cit., p. 18-19)

Pour ces auteures, la multiplication revêt « cinq aspects différents »: le *produit cartésien* qui consiste à considérer des couples d'éléments; la *multiplication temporalisée* qui s'appuie sur la répétition d'une action ; la *multiplication spatialisée* où l'enjeu est de faire apparaître « "le facteur invisible", c'est-à-dire le contenant » (p. 33) nécessitant de percevoir « l'équivalence numérique » entre le contenant et son contenu ; la *multiplication par grille* qui est une multiplication spatialisée que l'on retrouve par exemple avec l'aire d'un carré ; *le rapport à 1* dans les problèmes multiplicatifs qui consiste à identifier le contenu associé à chaque contenant. Ce que les auteures appellent *contenant* et *contenu* sont effectivement des objets matériels qui ont une contenance (assiette, panier, etc.) ou qui peuvent être placés dans ces contenants (jetons, petits objets). Un travail de différenciation des « mots-contenants » et des « mots-contenus » est même préconisé[12]. Dans la ressource, d'une part, ils sont une référence explicite au multiplicateur et au multiplicande et, d'autre part, une manière de représenter ce que les auteures appellent le « facteur invisible ». Nous faisons l'hypothèse que, pour ces auteures, ils permettent de rendre visible une pluralité comme un tout. Afin de faire apparaître le « facteur invisible », il est préconisé de présenter trois tas de cinq jetons puis de cacher chaque tas sous une coupelle : « Cette transformation consiste à faire disparaître le cardinal d'ensembles identiques sous un cardinal d'ensemble d'ensembles. […] L'action qui consiste à cacher le contenu au bénéfice d'un contenant est un moyen d'aider au sens de la multiplication. » (p. 42). Chaque coupelle incarne et représente un groupement de 5 jetons, de sorte que si on isole une coupelle et qu'on demande à un sujet ce qu'il voit, les auteures notent qu'il est enclin à répondre « une coupelle de 5 jetons ». Or pour elles :

> *la réponse experte est la suivante : Si je pense en coupelle, c'est 1 ; si je pense en jetons, c'est 5 » […] et cette capacité à nommer une quantité soit par son contenant (le nombre de coupelles), soit par son contenu (le nombre de jetons) est possible grâce au « double regard ». Le couple « contenant/contenu » ainsi constitué est appelé « couple rapport à 1 ». Nous touchons là l'aspect fondamental de la multiplication*. (op. cit., p. 44)

Ce que les auteures appellent une « équivalence numérique » ou un « rapport à 1 » est une conversion d'unités de mesure qu'on pourrait exprimer par l'égalité 1 coupelle = 5 jetons ou plus généralement 1 contenant = *a* contenus. On retrouve ici les unités de base et les unités de groupe. Notons toutefois qu'il n'est jamais question d'exprimer la quantité totale (le produit) sous la forme d'un nombre de coupelles (mesure en unité de groupe) ou d'un nombre de jetons (mesure en unité de base). C'est ainsi qu'il n'est pas question de relation entre unités mais d'« association » entre unités, c'est-à-dire d'une mise en correspondance. Dans la ressource, le travail autour de la multiplication temporelle (comme avec le mime où on reproduit plusieurs fois le même geste), semble confirmer la recherche d'une incarnation tangible, physique, ostensible du multiplicateur appelé facteur invisible. Les coupelles sont là pour rendre visibles combien de fois il y a 5 jetons. D'ailleurs, pour les auteures « toute multiplication est une règle de trois : l'une des deux entités représentées par un nombre est un rapport à " 1". » (p. 49). Elles en donnent un exemple à travers la demande d'inventer deux énoncés de problèmes dont les réponses seraient respectivement 15 vaches et 15 fermiers, à partir des données 3 fermiers et 5 vaches. Ce qui est visé c'est une manière de déterminer comment remplir un tableau de proportionnalité (voir figure 4). La situation relève de l'isomorphisme de mesures. La recherche du « rapport à 1 » revient à identifier l'image $f(1)$ puis que $f(x) = xf(1)$. Si l'unité vache/fermier apparaît bien sur le dessin où 5 vaches sont associées à 1 fermier, la relation 5 (vaches) $\times$ 3 (fermiers) = 15 (vaches) n'a

[12] O a deux boîtes nommées « contenants » et « uns » pour y ranger des étiquettes relevant de ces deux catégories (voir en annexe 1, photo séance 2).

pas de sens sur le plan relationnel des unités. Il faudrait évidemment écrire : $5\,\frac{\text{vaches}}{\text{fermier}} \times 3$ fermiers = 15 vaches.

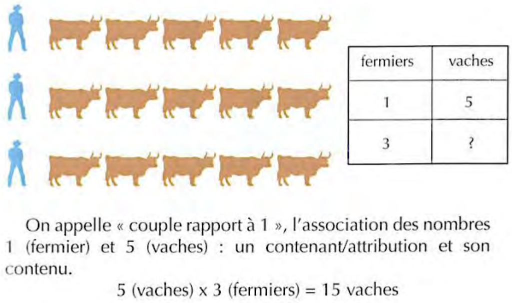


Figure 4. « 3 fermiers ont chacun 5 vaches ». (Gueritte-Hess et Giraud-Brun, 2016, p. 47)

La diversité des situations proposées se nourrit d'un postulat : « travailler les problèmes, c'est passer d'une entrée (consigne) à la réponse en modifiant continuellement les passages, les questions posées, les modes de réponses, les argumentations, et éventuellement en proposant des contre-exemples » (p. 57). Ce qui est appelée ici une « entrée », c'est l'une des dix modalités de présentation d'un problème, d'une consigne ou d'une réponse : objets action ; mots courants ; mots mathématiques ; mime ; nombres ; écriture opératoire ; problème dessiné ; textes problèmes ; algèbre ; formalisation. Soit « 10×10 possibilités d'entrées successives et différentes » (p. 56). Par exemple, un couplage « mime » du côté de la consigne et « objets action » du côté de la réponse pourrait être : « Faites-le avec les objets » tandis que la consigne « installer trois ours autour de la table et aller chercher quatre champignons pour chacun d'eux » est associé à l'entrée « mots courants » côté consigne et « objets action » côté réponse. Nous verrons l'effet de cette préconisation dans la séquence observée par une mise en réseau des types de tâches à travers la circularité des ostensifs.

En résumé, la ressource rejette l'abord de la multiplication comme addition itérée au profit d'un travail sur cinq aspects : le produit cartésien, la multiplication temporelle, la multiplication spatialisée, la multiplication par grille et le rapport à 1. Elle accorde une place essentielle au matériel de type contenant et contenu qui représentent respectivement le multiplicateur et le multiplicande. Elle préconise dans les situations que nous reconnaissons comme relevant d'un isomorphisme de mesures un travail spécifique pour faire percevoir d'une part le « facteur invisible », c'est-à-dire le multiplicateur, et d'autre part l'équivalence numérique (ou rapport à 1) entre les unités. Nous allons voir à présent comment ces éléments ont nourri la séquence orthophonique observée.

V - ANALYSE DIDACTIQUE DE LA SÉQUENCE

Nous présentons les principaux éléments d'analyse de la séquence. Le lecteur trouvera une synthèse des différentes séances dans l'annexe 1 et une analyse détaillée dans Wozniak et Vergnol (2023).

1 L'organisation praxéologique de la séquence : ostensifs et types de tâches

Pour réaliser notre analyse, nous nous appuyons sur la notion d'ostensif qui recouvre tout ce qui a une matérialité et qui peut être manipulé concrètement, physiquement, par la voix ou le regard. Tout ostensif (Bosch et Chevallard, 1999) a une valence sémiotique qui renvoie à ce qu'il signifie et une valence instrumentale qui permet d'agir. Toute personne qui connaît un peu de géométrie reconnait sur les deux dessins de la figure 5 la médiatrice du segment [AB]. Les traces graphiques (arcs de cercle) et symboliques (petits traits doublés, petits segments à angle droit au pied de la droite) sont des ostensifs qui ont une valence sémiotique qui renvoie à la médiatrice mais pas aux mêmes propriétés car leurs valences instrumentales ne sont pas les mêmes. Le dessin de gauche évoque l'équidistance des points aux extrémités du segment [AB], tandis que le dessin de droite évoque la droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu.

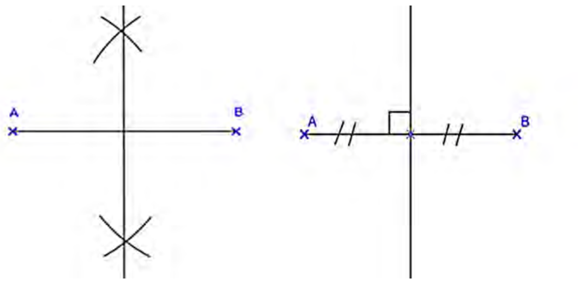


Figure 5. Valences instrumentale et sémiotique des ostensifs

Trois types d'ostensifs sont présents dans la séquence de façon récurrente, nous les nommons *configuration matérielle spatialisée, énoncé langagier multiplicatif* et *multiplication*. Une *configuration matérielle spatialisée* est une organisation spatiale en groupements d'objets de même quantité (il n'y a pas d'organisation en lignes/colonnes dans la séquence). Un *énoncé langagier multiplicatif* est une expression verbale orale ou écrite qui renvoie à une situation multiplicative comme « quatre bonbons, sept fois » ou l'association des nombres 7 et 4 aux étiquettes « smarties dans une boîte » et « boîtes ». Enfin, *multiplication* renvoie à son écriture mathématique et non à son résultat, le produit. La figure 6 illustre ces trois ostensifs.

Configuration matérielle spatialisée

Énoncé langagier multiplicatif : *Machine 4 bonbons 7 fois*

Multiplication

Figure 6. Les trois types d'ostensifs

Dans cette séquence, onze types de tâches sont travaillés, de façon inégale selon les séances (tableau 1).

	S1	**S2**	**S3**	**S4**	**S5**	**S6**	**S7**	**Total**
T1 : représenter une multiplication par une configuration matérielle spatialisée	1	2	1	2	1			**7**
T2 : donner le résultat d'une multiplication	1							**1**
T3 : représenter une configuration matérielle spatialisée par un énoncé langagier multiplicatif	1	1	2					**4**
T4 : représenter un énoncé langagier multiplicatif par une configuration matérielle spatialisée	1		2	1		2		**6**
T5 : dénombrer une configuration matérielle spatialisée	1							**1**
T6 : représenter une configuration matérielle spatialisée par une multiplication	1		2	1		4		**8**
T7 : représenter une multiplication par un énoncé langagier multiplicatif			1		1			**2**
T8 : inventer un énoncé langagier multiplicatif à partir d'une quantité d'objets			1					**1**
T9 : représenter un énoncé langagier multiplicatif par une multiplication			1		7			**8**
T10 : représenter le mime d'une action par une configuration matérielle spatialisée				1				**1**
T11 : appliquer un opérateur scalaire							4	**4**

Tableau 1. Occurrence des types de tâches dans chaque séance (Wozniak et Vergnol, 2023)

Les types de tâches T2 et T5 sont présents uniquement dans la première séance et ont servi à dévoluer le type de problèmes qu'aura à résoudre S : représenter une situation multiplicative. La lecture du tableau 1 montre l'omniprésence de l'ostensif *configuration matérielle spatialisée* : on le retrouve dans six des sept séances, et dans 27 tâches sur 43. Dès la première séance, une configuration matérielle sert à représenter une multiplication (T1) ou un énoncé langagier (T4) et, inversement, multiplication et énoncé langagier doivent représenter une configuration matérielle (T6, T3). Notons que la mise en relation entre énoncé langagier et multiplication (T7 et T9) n'est présente que dans deux séances (S3 et S5) et plus particulièrement dans le sens de la représentation d'un énoncé langagier par une multiplication (T9). Nous avons réalisé une cartographie de l'organisation mathématique de la séquence (figure 7) en utilisant le code suivant : en pointillés, les types de tâches présents une fois (T2, T5, T8, T10) ; le trait continu fin est associé à des types de tâches présents moins de 4 fois dans au moins deux séances différentes (T3, T7) ; le trait épais discontinu correspond à un type de tâches beaucoup travaillé mais dans deux séances (T9) et enfin, le trait épais continu est associé à des types de tâches beaucoup travaillé dans au moins 4 séances (T1, T4, T6). Cette cartographie révèle une que les relations entre les trois ostensifs *Enoncé langagier multiplicatif, configuration matérielle spatialisée* et *multiplication* sont symétriques, elles se réalisent dans les deux sens, pas nécessairement avec la même intensité.

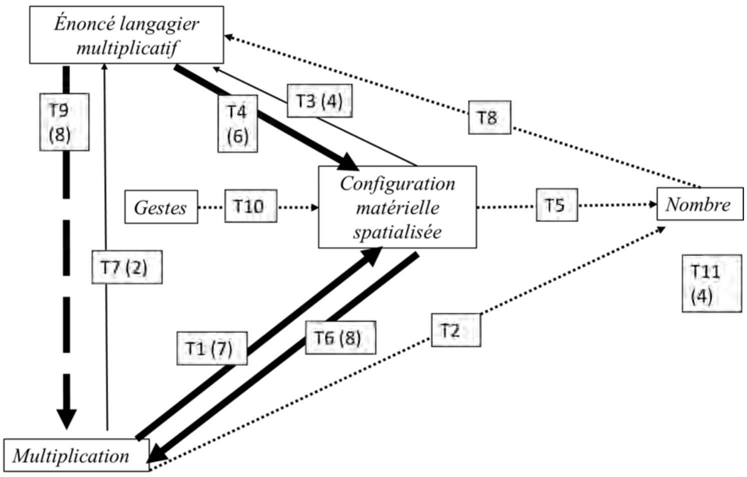


Figure 7. Cartographie des types de tâches (Wozniak et Vergnol, 2023).

Une telle organisation praxéologique s'explique par le concept de *réversibilité* que O mentionne dans un entretien avec l'orthophoniste stagiaire présente lors de la séance 3. Ce concept est issu de la psychologie développementale piagétienne. C'est la « capacité d'exécuter une même action dans les deux sens de parcours, mais en ayant conscience qu'il s'agit de la même action. » (Apostel, Mandelbrot et Piaget, 1957, p. 44), à ne pas confondre avec le *renversable psychologique* qui consiste à réaliser un « retour empirique au point de départ […] sans la conscience de l'identité de l'action » (*op. cit.* p. 44). Pour ces auteurs, cela marquerait l'entrée dans la pensée opératoire et la manipulation d'objets symboliques. Il s'agit là d'un élément structurant dans la construction des séquences orthophoniques :

> *La réversibilité de la pensée est la structure logique qui permet d'utiliser une opération inverse pour retrouver une quantité de départ. […] Le couple "causalité et conséquence" est une relation que l'apprenant ne peut comprendre que s'il a vécu une multitude de situations réversibles. Celles-ci lui permettent de découvrir le lien entre la cause (projet de multiplier, partager, retrancher), les actions (opérer sur les objets) et les conséquences de ces actions (le résultat ou l'état final). Il est à noter que la mobilité de la pensée est nécessaire pour le parcours de tous les possibles. C'est la maîtrise de tous ces aspects épistémologiques qui permet de dire "3 fois 5", d'écrire "3 × 5" ou "5 × 3", et d'en comprendre tout l'implicite ».* (Gueritte-Hess et Giraud-Brun, 2016, p. 35)

Ainsi, les types de tâches sont introduits par paire : T1-T6 et T3-T4 dans la séance 1, T7-T9 dans la séance 3. La mise en réseau des trois ostensifs configuration matérielle spatialisée, énoncé langagier, multiplication qui apparaît comme la conséquence du travail de la réversibilité des différents types de tâches, permet de mettre en relation deux ostensifs en se servant d'un troisième comme intermédiaire. Ainsi, dès la séance 1, souhaitant représenter *une configuration matérielle spatialisée par une multiplication* (T6), l'orthophoniste a exploité la circularité du réseau en faisant un détour par un énoncé langagier multiplicatif : la représentation d'une configuration matérielle par un énoncé langagier (T3) puis la représentation d'un *énoncé langagier multiplicatif par une multiplication (T9*). C'est ce qu'illustre la figure 6. Travaillés pour eux-mêmes dans une séance, les types de tâches deviennent élément d'une technique dans une autre séance.

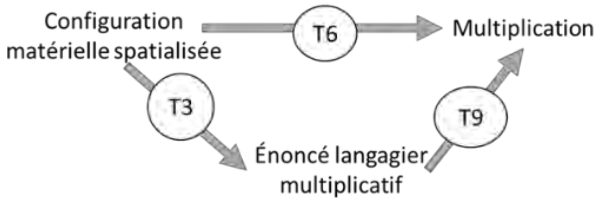


Figure 8. La technique du détour (Wozniak et Vergnol, 2023)

L'analyse praxéologique réalisée en termes de types de tâches travaillées, considérons à présent le matériel utilisé durant la séquence. Comme nous l'avons vu, les configurations matérielles spatialisées sont omniprésentes, mais de quel matériel est-il question ? Quel est son rôle dans l'organisation mathématique du suivi orthophonique ?

2 La place de l'addition itérée

Les contenants et les contenus mentionnés dans la ressource de O jouent bien un rôle épistémique (Vergnol et Wozniak, 2018) : grilles trouées, assiettes, moules, bols, pots, caisses, assiettes (les contenants) représentent autant qu'ils facilitent le groupement de jetons, poissons, nounours, coccinelles, feuilles, bonshommes, billes (objets contenus). Ainsi, le nombre de contenants est le multiplicateur tandis que le nombre d'objets contenus est le multiplicande. C'est ainsi que, lors de la séance 2, O institutionnalise les mots de la multiplication en ces termes :

> *Alors tu vas sortir de là, tu auras deux choses à retenir, première chose les mots magiques de la multiplication […] c'est chaque, chacun, chacune […] ensuite tu vas retenir une deuxième chose, quand il y a une multiplication, il y a deux nombres, les deux nombres ne parlent pas de la même chose, tu vois bien qu'en dessous d'un nombre il y a le mot assiette, en-dessous de l'autre nombre il y a le mot poisson, et c'est toujours comme ça .*

Le tableau 2 énumère le matériel utilisé selon qu'il est associé au multiplicateur ou au multiplicande.

N° séance	(multiplicateur ; multiplicande)
Séance 1	(grilles trouées ; jetons) représentant (boîtes de smarties ; smarties)
Séance 2	(assiettes ; poissons) – (moules cupcake ; nounours)
Séance 3	(étiquettes « glings » ; étiquettes machine/jetons)
Séance 4	(bols ; nounours) – (pots ; coccinelles)
Séance 5	(bols ; poissons) – (moules cupcake ; feuilles) – (caisses ; nounours) – (assiettes ; bonshommes)
Séance 6	(bols ; billes) – (gobelets ; billes) – (gestes ; tapes dans les mains/billes)

Tableau 2. Les matériels utilisés dans les différentes séances de la séquence (Wozniak et Vergnol, 2023)

Nous avons vu comment la mise en réseau et la circularité des types de tâches pouvait favoriser par la technique du détour, la réalisation d'un type de tâches. Cette mise en réseau se réalise en jouant sur la valence sémiotique et instrumentale des ostensifs. Sur les étiquettes sont écrits les types de matériel et chaque matériel renvoie à un facteur de la multiplication. La valence sémiotique des étiquettes s'articule ainsi à la valence instrumentale du matériel qui permet de produire la multiplication puisqu'au cours de la séquence, O va imposer que le premier facteur soit toujours le multiplicateur. Ce faisant, S produit des configurations matérielles spatialisées et ce qui se « voit », ce sont des unités de base (smarties, poissons, nounours, coccinelles, feuilles, bonshommes, billes) organisées en paquets.

Le matériel dirige l'activité vers une répartition spatiale de groupes d'objets de mêmes cardinaux qui servent de référence à l'addition itérée modélisée par une multiplication. C'est d'ailleurs ce que dit Vergnaud (1994, p. 121) : « Partir d'un matériel concret pour enseigner la multiplication revient obligatoirement à introduire la multiplication comme l'addition réitérée d'une même quantité et par conséquent à faire du multiplicande une mesure et du multiplicateur un simple opérateur sans dimension physique. » Analyse que partagent Jacob et Willis (2003)[13] :

> *If this group of children have concrete materials available to them when they solve simple multiplication and division problems, they can lay out the items as described in the problem and count, albeit they may count by two or three. They do not need to keep track of the number of groups because the groups are out there already. They have only to focus on the multiplicand and count.* (Jacob et Willis, 2003, p. 5)

Mais le type de matériel ne suffit pas à interpréter la multiplication comme addition itérée, il faut envisager aussi le traitement des situations. Dans la séquence, il n'y a pas véritablement de problèmes à résoudre, de produits à calculer[14], c'est un travail autour de la représentation qui est attendu. L'enjeu de la séquence est ce qu'on appelle « le sens de l'opération », c'est-à-dire l'appréhension d'une opération comme modèle mathématique associé à certains types de situations. Dans six des sept séances, la situation réfère à un isomorphisme de mesures. Cependant, par les questions posées, O fait glisser ces situations avec deux espaces de mesures, vers l'application d'un opérateur scalaire où un seul espace de mesures est considéré. Prenons, pour l'illustrer, la situation qui inaugure la séquence. Dans cette première séance, il s'agit de représenter la multiplication 7×4 avec des boîtes de smarties et des smarties (des plaques trouées et des jetons). Pointant l'écriture mathématique, O demande : « Est-ce que tu peux faire ça avec les boîtes de smarties ? ». Comme S ne sait pas quoi faire, O demande[15] « combien ça fait 7 fois 4 ? ». La réponse immédiate de S ne débloque pas la situation qui reste figée. C'est alors que O utilise l'expression « 7 fois 4 smarties », puis interroge S « tu as fait quelque chose 7 fois ? ». S finit par interpréter l'écriture multiplicative 7×4 par « il y a 7 fois le 4 ». S prend alors 7 plaques avec 4 trous, ou plutôt, il prend 7 fois une plaque qui a 4 trous. Dans cette situation, l'unité de groupe est la *boîte* (espace M1) et l'unité de base est le *smartie* (espace M2). Il y a 4 smarties dans chaque boîte, de sorte que 1 *boîte* est associé à 4 *smarties*, le coefficient de proportionnalité est smarties/boîte et à 7 boîtes sont associés : 7 boîtes $\times$ 4 smarties/boîte = 7 $\times$ 4 smarties = 28 smarties.

Cependant, en considérant qu'il faut réaliser une action 7 fois, ce n'est pas la relation entre unité de base et unité de groupe qui est convoquée, c'est l'application d'un opérateur scalaire dans le seul espace de mesures des smarties (figure 9). Le coefficient de proportionnalité disparait au profit de la propriété de linéarité multiplicative, il faut 7 fois plus de smarties que ce qu'il y en a quand on prend une seule boîte : 7 $\times$ smarties = 28 smarties.

D'un point de vue calculatoire, ce glissement s'explicite ainsi : considérons qu'à une unité de groupe U_g de l'espace M1 sont associées b unités de base u de l'espace M2, c'est-à-dire que $1.U_g$ associée à $b.u$. L'unité du coefficient de proportionnalité b est u/U_g de sorte que si on cherche la valeur d dans M2 associée à la valeur c dans M1 on a : $d.u = b.u/U_g \times c.U_g = b \times c.u$.n. Cette dernière écriture peut aussi bien modéliser l'application de l'opérateur scalaire b à c unités de base u : on a b fois plus d'unités u que

---

[13] Si des enfants ont du matériel disponible quand ils résolvent des problèmes simples de multiplication ou de division, ils peuvent les utiliser comme décrits dans le problème et compter, même s'ils peuvent compter par deux ou par trois. Ils n'ont pas besoin de prendre en compte le nombre de groupes parce que les groupes sont déjà là. Ils ont seulement à se focaliser sur le multiplicande et compter [notre traduction].

[14] Une seule fois, lors de la première séance, O demande « combien ça fait 7 fois 4 ? » mais c'est pour débloquer la situation car S ne sait pas comment répondre à ses attentes (voir annexe 1).

[15] Ce sera la seule fois dans la séquence.

lorsqu'on avait c unités. Chaque contenant représente l'unité de groupe, chaque élément contenu représente une unité de base. Le nombre d'éléments contenus dans un contenant est le multiplicande et le nombre de contenants est le multiplicateur. C'est ce qu'exprime O lorsqu'elle institutionnalise que « les deux nombres ne parlent pas de la même chose ». Mais dans toutes ces situations, le traitement qui en est fait par O fait glisser l'isomorphisme de mesures vers un problème avec opérateur scalaire. Et parce que les nombres sont des entiers, dès lors que le problème réfère à un opérateur scalaire qui dit un nombre de fois, c'est l'addition itérée qui devient la référence.

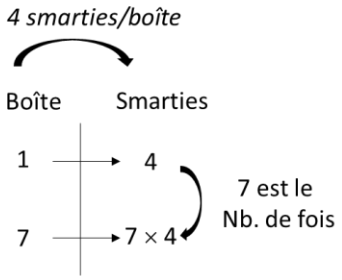


Figure 9. Appliquer un coefficient de proportionnalité vs appliquer la linéarité multiplicative

Dans cette même première séance, le type de tâches T3 consiste à représenter une configuration matérielle spatialisée par un énoncé langagier multiplicatif. Le jeu des étiquettes et la demande de O conduisent à associer 7 à « boîtes » et 4 à « smarties » de sorte que la relation qui se donne à voir, bien qu'elle ne soit pas écrite ainsi, est $7 \text{ boîtes} \times 4 \text{ smarties} = 28 \text{ smarties}$. Or, nous l'avons vu, un des critères des praxéologies multiplicatives est de considérer deux ordres d'unités et une relation qui les lie. Peut-être à l'insu de O, puisque la ressource qu'elle utilise met en garde l'appréhension de la multiplication comme addition itérée, c'est bien ce qui vit dans la séquence observée par l'invariance de l'appui sur « le nombre de fois », indépendamment du type de tâches. En effet, ce que nous avons illustré avec la première séance se retrouve en séance 2 « tu fais 3 fois 9 poissons » avec des assiettes et des poissons, en séance 3 où S doit écrire « machine 4 bonbons 7 fois » et en séance 4 où le mime de 5 tapes dans la main répétée 6 fois est représenté par 6 bols contenant chacun 5 nounours. Dans la séance 5, à l'unité de groupe est associée sa mesure en unité de base (1 fermier → 5 vaches) mais le travail à réaliser est formel : « ce que je veux que tu écrives c'est 1, un mot, la flèche et puis autre chose » avec en dessous la multiplication correspondante sur la base d'énoncés où l'ordre des nombres est toujours le même : le multiplicateur d'abord, le multiplicande ensuite. La tâche ne rend pas le savoir mathématique nécessaire et la réussite est acquise par reproduction du modèle. Dans la séance 6, des « taps » disent combien de tas de billes il faut faire. Enfin, la séance 7 pourrait être modélisée comme une situation qui relève de l'isomorphisme de mesures (les diamants de S en M1, les diamants de O en M2) mais la demande explicite « combien de fois tu as ma part ? » nous conduit à considérer cette situation en lien avec un opérateur scalaire. Après avoir analysé le suivi du point de vue des savoirs en jeu, considérons le point de vue du sujet, à la fois élève à l'élève et patient dans un cabinet d'orthophoniste.

VI - LE POINT DE VUE DE L'ÉLÈVE-PATIENT

1 Le curriculum potentiellement vécu à l'école

S est né en 2007, il était donc au cycle 2 durant les années 2013-2016 et au cycle 3 en CM2 en 2017-2018, année des observations. Lorsque S était dans les trois premières années de l'école élémentaire, la technique opératoire posée de la multiplication était introduite en CE2. Cependant au CP, il devait « connaître la table de multiplication par 2 » (MEN, 2008, p. 33), au CE1 il devait « connaître les doubles et les moitiés des nombres d'usage courant ; mémoriser les tables de multiplication par 2, 3, 4 et 5 ; connaître une technique opératoire de la multiplication et l'utiliser pour effectuer des multiplications par un nombre à un chiffre », mais aussi « approcher la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements ». Concernant l'abord de la multiplication, le document d'accompagnement précisait :

> *En classe de CP, la construction du sens de la multiplication est amorcée. Le problème de multiplication relevant de l'addition réitérée ou du produit de mesures est ainsi privilégié pour une approche de la multiplication qui sera consolidée en CE1.*
>
> *Situation de découverte : combien de stylos ? Il s'agit de chercher le nombre total de stylos. L'enseignant distribue quatre stylos à chaque élève. Il y a huit élèves. Combien a-t-il distribué de stylos en tout ? Problème de multiplication (relevant de l'addition réitérée).*
>
> *La taille des nombres est volontairement choisie de façon à ce que le nombre d'itérations (additions) soit élevé. L'élève va ainsi prendre conscience des limites de la procédure d'addition réitérée en termes d'efficacité et de fiabilité. Cela suppose que l'addition ait été traitée en amont. Cette situation de découverte sera donc proposée de préférence au cours du second semestre de l'année scolaire. Pour faciliter la compréhension du passage de l'addition réitérée à la multiplication, « 4 × 8 » pourra se lire « 4 que je répète 8 fois ». Cette aide à l'identification de la valeur réitérée (ici quatre stylos) permet de lever l'ambiguïté liée à la seule utilisation du mot « fois »*. (Durpaire, Mégard, 2012, p. 69)

C'est donc une définition de la multiplication comme addition itérée qui est préconisée. La définition de la multiplication comme produit de mesures – ou comme produit cartésien en considérant la théorie des ensembles – n'ayant vécu que durant la période de la réforme dite des mathématiques modernes[16]. Notons, au passage, que dans ce document d'accompagnement le premier terme du produit 4 × 8 est le multiplicande alors que dans le séquence orthophonique observée, c'est le multiplicateur.

De façon à compléter notre exploration du curriculum potentiellement vécu par S, nous avons considéré quelques manuels (Vergnol, 2021Ò) qui étaient en vigueur au moment de sa scolarité (voir tableau 3).

Éditeur	Titre de la collection	Date d'édition
Hachette	*À portée de Maths, CE1*	2012
Nathan	*Vivre les MATHS, CE1*	2014
Bordas	*Maths tout terrain, C2*	2013
Hachette	*Pour comprendre les mathématiques, CE2*	2015
Belin	*J'aimes les maths, CM1*	2016
Hatier	*Opérations MATHS, CM1*	2016

Tableau 3. Liste des manuels consultésÒ

Le nombre réduit de manuels ne constitue pas un corpus statistiquement représentatif, même si cinq éditeurs différents sont représentés. Néanmoins, il donne des indications sur le curriculum qu'a pu vivre S autour de la multiplication. En premier lieu, la multiplication est bien introduite comme addition itérée conformément aux préconisations institutionnelles (figure 10).

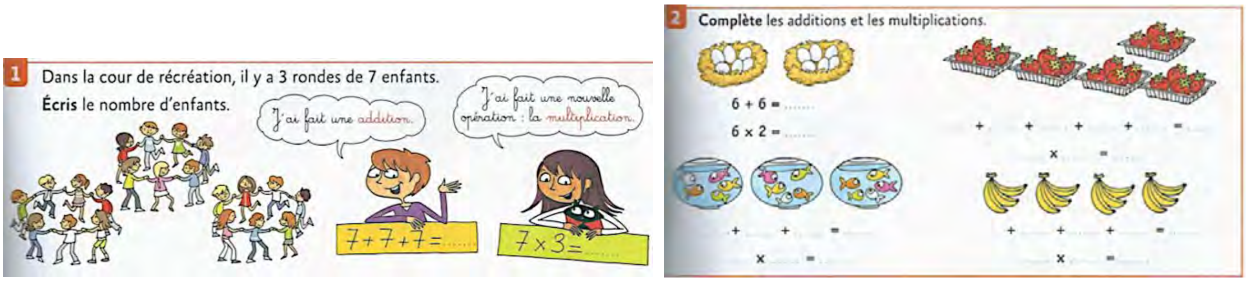
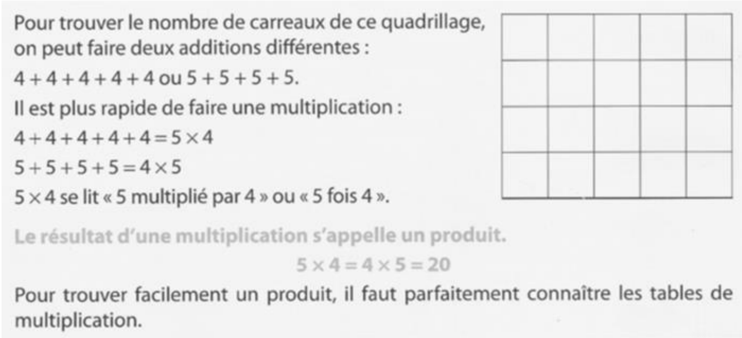


Figure 10. Introduction de la multiplication dans Jardy, Jardy, Rouy et Fayette (2014), p. 60

L'analyse de la structure des problèmes proposés dans notre corpus révèle que sur les 471 problèmes répertoriés en CE1, CE2 et CM1, 38 portent sur un opérateur scalaire (2, 7, 29 respectivement), 432 sur

16 BOEN n°5 du 29 janvier 1970, p. 349-385.

des isomorphismes de mesures (84, 104, 244 respectivement) et un seul en CM1 sur le produit de mesures, même si des configurations rectangulaires sont présentes (figure 11).


Pour trouver le nombre de carreaux de ce quadrillage, on peut faire deux additions différentes :
$4+4+4+4+4$ ou $5+5+5+5$.
Il est plus rapide de faire une multiplication :
$4+4+4+4+4=5\times 4$
$5+5+5+5=4\times 5$
5×4 se lit « 5 multiplié par 4 » ou « 5 fois 4 ».

Le résultat d'une multiplication s'appelle un produit.
$5\times 4=4\times 5=20$

Pour trouver facilement un produit, il faut parfaitement connaître les tables de multiplication.

Figure 11. Introduction de la multiplication dans Lucas, Lucas, Meunier, Olivier et Meunier (2012, p. 64)

L'analyse praxéologique des manuels permet de dresser une cartographie des types de tâches qui mettent en relation les ostensifs du champ multiplicatif à l'école : des énoncés langagiers, des représentations dessinées (sous forme d'objets groupés comme dans la figure 10 ou rectangulaire comme dans la figure 11), des additions itérées et des écritures multiplicatives.

2 Une reprise de l'étude non articulée

Nous l'avons vu, dans le programme d'enseignement, comme dans certains manuels consultés, les termes d'un produit ne sont pas associés au multiplicateur et au multiplicande de la même manière que dans le suivi orthophonique. Or il semble que S a un rapport personnel à la multiplication comme additions itérées qui soit conforme au rapport institutionnel scolaire de son temps. Ainsi, dans la séance 1, alors qu'il doit représenter avec du matériel le produit 7×4, au terme d'un long épisode d'interactions avec O, S donne son interprétation du produit, d'une part en affirmant « le 7 on le prend 4 fois », et d'autre part en posant 4 plaques de 7 trous. Ce qui va amener O à reformuler sa réponse « tu as mis 4 fois des 7 » puis à représenter le produit 7×4 par 7 plaques de 4 trous. Ce type de malentendu se reproduira dans le suivi.

La figure 12 présente une synthèse de la comparaison des organisations mathématique dans le suivi orthophonique et dans les manuels consultés. Les flèches grisées représentent les relations travaillées dans le seul suivi orthophonique observé, les flèches en pointillés celles qui sont travaillées à l'école uniquement et les flèches blanches sont les relations travaillées à l'école et au cours du suivi observé.

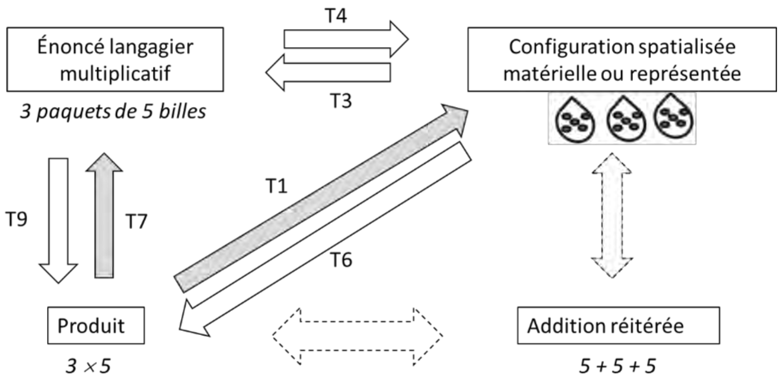


Figure 12. Relations entre ostensifs à l'école et dans le suivi orthophonique.

Ainsi, les types de tâches T1 et T7 (près de 20 % des tâches) consistent à représenter un produit par une configuration matérielle spatialisée ou par un énoncé langagier ne sont pas présents dans les manuels consultés. Pourtant en CE1, 40 tâches sur les 157 recensées sont accompagnées de la représentation de configurations spatialisées (sous forme de collections d'objets groupés ou de réseau d'objets rectangulaires).

D’un autre côté, le rapport à la multiplication comme addition itérée est fortement développé à l’école. Or l’éthos des orthophonistes se fonde sur une mise à distance de l’école (Vergnol et Wozniak, 2021). D’ailleurs, O n’y fait jamais référence et n’a jamais demandé à voir, par exemple, le cahier de S. Ainsi, lorsque le suivi orthophonique porte sur des objets de savoir qui vivent à l’école, S doit identifier quel est le rapport idoine dans l’institution « suivi orthophonique ». Lorsque O annonce que le produit ne l’intéresse pas, S comprend que les attentes de l’école et celles qui ont cours dans un suivi diffèrent. Mais comme O ne prend pas en compte les praxéologies scolaires, ce nécessaire travail d’articulation des différents rapports à la multiplication par l’identification de ce qui les différencie et de ce qui les rapproche est entièrement à la charge du sujet. Nous l’avons vu, par exemple, avec le multiplicande et le multiplicateur, ce rapport peut être différent du rapport idoine dans l’institution scolaire et ce qui est correct ici peut être jugé incorrect là. Un tel état de fait ne peut pas être sans effet sur le rapport personnel que construit S en étant sujet des deux institutions.

VII - CONCLUSION

Le suivi orthophonique observé peut être caractérisé par trois éléments : une reprise des fondements de la multiplication où le calcul n’est pas l’enjeu ; un matériel qui incarne chacun des termes de la multiplication ; des types de tâches nouveaux par rapport aux praxéologies scolaires. La mésogenèse[17] est contrôlée par O du fait du rôle épistémique que joue le matériel, la topogenèse réduit S à l’exécution de tâches par ajustements successifs et du point de vue de la chronogenèse, le suivi orthophonique n’intègre pas les praxéologies scolaires qui sont mises à distance et feintes d’être ignorées. Nous faisons l’hypothèse que cette absence de prise en charge nourrit les malentendus et incompréhensions qui, par ricochet, conduisent à davantage de contrôle de la part de O.

En reprenant les fondements de la multiplication, le suivi orthophonique semble opérer un recul chronogenétique pour le sujet qui est en classe de CM2 alors que l’introduction de la multiplication s’est réalisée au moins deux ans auparavant. Cependant, il ne s’agit pas de refaire ce qui a déjà été fait. Nous l’avons vu (figure 12), il y a aussi un enrichissement praxéologique à travers le travail de nouveaux types de tâches. Ainsi, par exemple, le produit de deux nombres entiers inférieurs à 10 renvoie à la mémorisation des tables de multiplication si on se réfère aux praxéologies scolaires d’un sujet en classe de CM2, alors que dans le cabinet orthophonique, il renvoie à un énoncé langagier spécifique ou à une configuration matérielle spatialisée, mais pas au produit. Nous proposons d’appeler *boucle chronogénétique* la reprise de l’étude d’un objet de savoir ancien à partir de la réalisation d’un ou plusieurs nouveaux types de tâches mettant en œuvre d’anciens ostensifs. Une boucle chronogénétique permet d’enrichir le rapport à cet objet de savoir en développant des praxéologies nouvelles et un aspect (technique ou technologique) de l’organisation mathématique qui n’avaient pas été travaillés auparavant. Une telle boucle produit une avancée du temps didactique. Elle n’est pas un simple recul, ni un retour en arrière puisque l’objet de savoir apparait ni tout à fait le même, ni tout à fait un autre. On peut identifier des boucles chronogénétiques dans l’enseignement dit spiralaire qui organise un curriculum à partir de l’étude récurrente et renouvelée des mêmes objets de savoir. À chaque fois, le développement de nouvelles praxéologies approfondit leur mise en œuvre et/ou leur compréhension. Dans ce type d’enseignement, la programmation des praxéologies enseignées est pensée d’emblée selon une récursivité des objets de savoir étudiés qui élargit progressivement les organisations mathématiques enseignées et repose sur une gestion de la mémoire didactique. Ce n’est pas le cas dans le suivi orthophonique observé.

[17] « La mésogenèse est le procédé par lequel le milieu d’une situation se fabrique, se développe et s’enrichit. La topogenèse est le procédé par lequel la place et les attributions des sujets d’une institution (professeur et élèves au sein d’une situation didactique en classe) sont fixées. La chronogenèse est le procédé par lequel la temporalité de la diffusion et de l’acquisition des savoirs est modifiée. » (Wozniak, 2019).

Trois spécificités du système didactique orthophonique peuvent expliquer l'existence potentielle d'une boucle chronogénétique concernant la multiplication. La première est liée aux référents théoriques de la profession qui diffèrent des référents théoriques soutenant les praxéologies scolaires, ce qui peut conduire à aborder un même objet de savoir avec d'autres enjeux et donc à partir de nouveaux types de tâches; la seconde est la mise à distance assumée des praxéologies scolaires comme élément de différenciation avec l'accompagnement scolaire; la troisième est en lien avec l'enjeu du suivi car il ne s'agit pas d'enseigner une technique opératoire mais d'aborder le concept même de la multiplication qui renvoie au début du temps didactique scolaire. Ces spécificités qui sont autant de contraintes qui pèsent sur le système didactique du suivi ne sont pas sans effet sur le contrat didactique qui se noue dans un suivi orthophonique.

Un tel suivi n'est pas un système didactique auxiliaire au sens de Chevallard (1997) puisque son objet n'est pas de contribuer explicitement au fonctionnement du système didactique principal, la classe. Le temps didactique dans de tels systèmes est en retard sur celui du système didactique principal (Leutenegger, 2000 ; Félix, Saujet et Combes, 2012 ; Assude et al., 2016) et nous venons de voir, qu'il y a aussi du nouveau dans un suivi orthophonique. Néanmoins, en adoptant le point de vue d'un sujet, le suivi orthophonique peut être regardé comme un système auxiliaire du système didactique principal dans le sens où il est convoqué du fait de dysfonctionnements dans le système didactique principal et que, d'une manière ou d'une autre, il doit permettre d'améliorer son fonctionnement pour ce sujet. Or, la classe et le suivi orthophonique forment deux systèmes didactiques indépendants qui ont des chronogénèses et des organisations mathématiques propres mais non disjointes. L'articulation entre ces deux systèmes didactiques n'est pas prise en charge dans le suivi orthophonique, ni à l'école. Il faut donc que le sujet se constitue lui-même en système didactique en identifiant les praxéologies développées au cours du suivi comme des boucles chronogénétiques (reconnaître l'ancien, identifier le nouveau). Sujet de deux institutions qui s'ignorent, cet élève-patient doit se constituer en système didactique propre pour tisser des liens entre deux organisations mathématiques, deux rapports au savoir.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Apostel, L., Mandelbrot, B. et Piaget, J. (1957). *Logique et équilibre*. Paris : Presses Universitaires de France.

Assude, T., Millon-Faure, K., Koudogbo, J., Morin, M.-P., Tambone, J., et Theis, L. (2016). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en didactique des mathématiques, 36*(2), 197-230.

Bezout, É. (1823). *Traité d'arithmétique à l'usage de la marine et de l'artillerie avec des notes et des tables de logarithmes par A. A. L. Reynaud*, 11e édition. Paris : Courcier.

Bosch, M. et Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*(1), 77-124.

Boulet, G. (1998). On the essence of multiplication. *For the Learning of Mathematics*, *18*(3), 12-19.

Butlen, D. (1985). Introductions de la multiplication à l'école primaire : histoire, analyses didactiques, manuels actuels. *Cahier de didactique des mathématiques*. Paris : Irem Paris 7 (19).

Chevallard, Y. (1997). Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*, *17*, 17-54.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*(2), 221-266.

Clark, R.B. et Kamii, C. (1996). Identification of multiplicative thinking in grades 1–5. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(1), 41-51.

Durpaire, J.-L., et Mégard, M. (Dir.). (2012). *Le nombre au cycle 2*. Poitiers : CNDP/Scéren.

Félix, C., Saujat, F., et Combes, C. (2012). Des élèves en difficulté aux dispositifs d'aide : Une nouvelle organisation du travail enseignant ? *Recherches en éducation*, h.s. *4*, 19-30.

Gueritte-Hess, B. et Giraud-Brun, M.-C. (2016). *100 idées pour apprendre à résoudre les problèmes en maths*. Paris : Éditions Tom Pousse.

Izsák, A. et Beckmann, S. (2019). Developing a coherent approach to multiplication and measurement. *Educational Studies in Mathematics, 101*(1), 83-103.

Jacob, L. et Willis, S. G. (2003). The development of multiplicative thinking in young children. Dans L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert, et J. Mousley (dir.), *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity: Proceedings of the 26th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australia* (Vol. 1, 460-467). Melbourne Vic Australia: Deakin University.

Jardy, J., Jardy, J., Rouy, L. et Fayette, S. (2014). *Vivre les maths. CE1. Manuel de l'élève*. Paris : Nathan.

Le Lionnais, F. (ss. dir.) (1983). *Dictionnaire des mathématiques*. Paris : Presses universitaires de France.

Leutenegger, F. (2000). Construction d'une « clinique » pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, *20*(2), 209-250.

Lucas, J., Lucas, J.-C., Meunier, L., Olivier, A., et Meunier, R. (2012). *À portée de maths, CE1*. Paris : Hachette éducation.

Ministère de l'éducation nationale. (2008). Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *Bulletin officiel de l'éducation nationale*, n° 3 du 19 juin 2008.

Morel, S. (2014). *La médicalisation de l'échec scolaire.* Paris : La Dispute.

Roditi, É. (2002). La multiplication des nombres décimaux : enjeux, transpositions didactiques et contraintes d'enseignement. *Cahier de Didirem*, 2002(39).

Vergnaud, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. 5e édition. Bern : Peter Lang.

Vergnol, E. (2019). L'éthos professionnel des orthophonistes prenant en charge la difficulté scolaire en mathématiques. Dans *Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation* (27-36). Bordeaux : Université de Bordeaux.

Vergnol, E. (2021). *Traitement orthophonique de la difficulté scolaire en mathématiques*. Thèse, université de Montpellier.

Vergnol, E. et Wozniak, F. (2018). Manipuler, représenter, communiquer en rééducation orthophonique. Dans *Actes du 45e colloque de la COPIRELEM* (444-457). Blois : ARPEME.

Vergnol, E. et Wozniak, F. (2021). Le rapport des élèves orthophonistes à la difficulté scolaire en mathématiques. *Caminhos da Educação Matemática*, *11*(1), 352-388.

Wozniak, F. (2013). *Instrumental value and semiotic value of ostensives and task design. ICMI Study 22*. Oxford, juillet 2013 (ressource en ligne). url: http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00834054

Wozniak, F. (2019). Fondements du travail épistémologique du professeur*. Recherches en didactique des mathématiques*, *39*(1), 15-50.

Wozniak, F. et Vergnol, E. (2023). Analyse didactique d'une reprise d'étude de la multiplication de deux nombres entiers dans un suivi orthophonique en France. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 23*(4) (resource en ligne). url: https://link.springer.com/article/10.1007/s42330-023-00304-y

ANNEXE 1 PRÉSENTATION SYNTHÉTIQUE DE LA SÉQUENCE

Plusieurs types de tâches sont travaillés dans chaque séance et un type de tâches peut être travaillé plusieurs fois avec différents matériels durant une même séance. Nous ne faisons pas une description de chaque séance mais nous illustrons un moment représentatif.

Séance 1

Représentation d'une multiplication par des groupements d'une même quantité de jetons. Instauration du rôle des termes d'une multiplication : le premier terme est le multiplicateur et le second le multiplicande.

Boîtes de « smarties »
Matériel Numicon Shapes (2001), Oxford University Press.

O : « Est-ce que tu peux faire ça [7 × 4] avec les boîtes de smarties ? ».

S représente le résultat (photo à gauche) puis chaque terme de la multiplication avec deux boîtes de 7 et 4 smarties puis en calculant de 7 en 7, S pose 4 boîtes de 7 smarties.

O : « Tu as déjà fait quelque chose 7 fois ?
Par exemple couru d'un endroit à un autre 7 fois ».

Finalement, c'est O qui représente 7 boîtes de 4 smarties (photo à droite)

Séance 2

Introduction du matériel contenant et contenu pour incarner multiplicateur et multiplicande et des étiquettes associées : « poisson » tirée de la boîte intitulée « uns » et « assiette » tirée de la boîte intitulée « contenants ». Institutionnalisation des « mots magiques » de la multiplication : « chaque, chacun, chacune » et de la différence entre les termes d'une multiplication : « dans une multiplication les deux nombres ne parlent pas de la même chose ».

Boîtes avec étiquettes
« uns » (« poisson »)
« contenants » (« assiette »)

Enoncé langagier multiplicatif
Rejeté:
« il y a trois assiettes avec neuf poissons par-dessus »

Validé :
« il y a neuf poissons dans chacune des assiettes ».

« alors tu vas sortir de là, tu auras deux choses à retenir,
première chose les mots magiques de la multiplication […] c'est chaque, chacun, chacune […]
ensuite tu vas retenir une deuxième chose,
quand il y a une multiplication, il y a deux nombres, les deux nombres ne parlent pas de la même chose, tu vois bien qu'en dessous d'un nombre il y a le mot assiette, en-dessous de l'autre nombre il y a le mot poisson, et c'est toujours comme ça ».

Séance 3

Introduction d'une machine qui distribue un nombre donné de bonbons. Le multiplicateur n'est plus le nombre de contenants mais le nombre de sons symbolisant l'activation de la machine. Travail de la réversibilité des types de tâches :

T3 et T4 (relation énoncé/configuration),

T1 et T6 (relation configuration/produit),

T8 et T10 (relation énoncé/produit).

Présentation de la machine, de l'étiquette « 4 bonbons » et de l'étiquette « 7 glings » et l'élève produit
1) les configurations matérielles spatialisées,
2) la multiplication (étiquette)
3) l'énoncé langagier multiplicatif (feuille)

« 7 glings » : la machine a été actionnée 7 fois.

A chaque gling,
La machine fournit
4 bonbons

Séance 4

Reprise des types de tâches de la séance 3, notamment avec la machine.

Institutionnalisation : Dans 7 × 4, 7 est « un nombre de fois » et 4 « un nombre de bonbons ».

Une nouvelle situation : le mime.

S matérialise avec des nounours et des bols une action mimée par O puis écrit la multiplication correspondante.

Mime de O	*Interprétation de S*
tape dans sa main 4 fois avec un doigt puis verse un contenu imaginaire dans un récipient	4 nounours par bol
Mime répété 7 fois	Il y a 7 bols
Il y a 7 bols avec 4 nounours dans chaque bol	

Séance 5

Reprise des types de tâches. Puis, identification du « rapport à 1 ». La réussite est acquise par application du modèle : associer 1 à la deuxième partie de l'énoncé puis écrire la multiplication en copiant les nombres dans l'ordre de l'énoncé.

Le rapport à 1 à partir d'un énoncé langagier multiplicatif

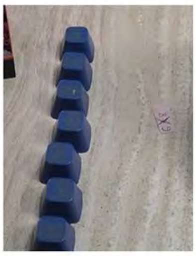
« 3 fermiers ont chacun 5 vaches, cela veut dire que pour un fermier, il y a 5 vaches. Le résultat du calcul c'est 3 × 5 »

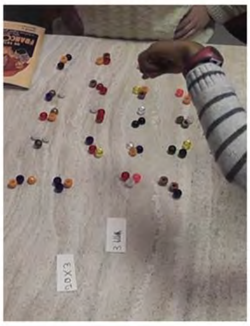
« Ce que je veux que tu écrives c'est 1, un mot, la flèche et puis autre chose »

Reprise avec :
« 6 rangées de 4 verres »,
« 17 rouleaux de 3 mètres chacun »,
« 9 sacs de 5 kilos de pommes de terre »,
« 7 choux-fleurs à 4 euros l'un »,
« 3 douzaines d'œufs »

Séance 6

Une nouvelle mise en scène (une fois au début de la séance) : les billes sont cachées sous les bols et ne sont plus visibles comme habituellement. Puis reprise des types de tâches précédents selon les mêmes modalités.





Séance 7

Abord de la multiplication comme application d'un opérateur scalaire.

La relation entre les quantités de jetons de S et O est présentée sous la forme d'une règle d'action.

Selon le principe de réversibilité, la relation est travaillée dans les deux sens (opérateurs 2 et 1/2).

Règle : « chaque fois que S prend 2 diamants, O en prend 1 »
Application de la règle :
O prend un jeton en disant « hop », S en prend deux.
Après avoir dit 11 fois « hop »,
O : « est-ce que tu sais combien de fois tu as ma part ?
Combien de fois tu as ce que j'ai ? »
→ Ajout de la colonne « nombre de hops »
« Quand moi j'en prends ça [8], toi tu en prends combien ? ».

Chaque fois que [S] prend 2 diamants [O] en prend 1

[S]	[O]	Total
22	11	33

SCHÉMA DYNAMIQUE SUR L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES PAR LA RÉSOLUTION DE PROBLEMES AU PRIMAIRE : LE QUOI, LE POURQUOI ET LE COMMENT

Marie-Pier GOULET
Professeure, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES
Laboratoire sur la recherche-développement au service de la diversité (Lab-RD²)
marie-pier.goulet@uqtr.ca

Marie-Pier FOREST
Doctorante, UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI
marie-pier.forest@uqar.ca

Résumé
Alors que l'engagement des élèves dans leur processus d'apprentissage est une préoccupation importante pour soutenir leur bien-être et leur réussite éducative (Archambault et Olivier, 2018), il y a lieu de s'intéresser aux différentes approches d'enseignement-apprentissage permettant un tel engagement. En mathématiques, l'enseignement *par* la résolution de problèmes (RP) fait partie de ces approches (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000), mais semble peu utilisé dans les classes du primaire (Fagnant et Vlassis, 2010 ; Forest et Voyer, 2022 ; Goulet-Lyle, 2018 ; Sarrazy, 2008 ; Small, 2013). Dans le cadre d'un projet proposant une démarche de recherche-développement (Bergeron et Rousseau, 2021), un schéma dynamique est en cours d'élaboration. Ce schéma visera à comprendre le quoi, le pourquoi et le comment d'une approche d'enseignement-apprentissage *par* la RP. L'objectif du schéma est ainsi de soutenir et d'accompagner les enseignants canadiens francophones du primaire vers l'implantation d'une telle approche dans leur classe. D'une part, ce texte présente les différentes phases du processus de recherche-développement ayant permis au schéma d'évoluer en fonction des besoins du milieu de pratique. D'autre part, il permet de discuter de l'opérationnalisation en classe d'une approche d'enseignement-apprentissage *par* la RP.

I - INTRODUCTION

La recherche-développement (RD) est une méthodologie se caractérisant par une double finalité de développement et de recherche (Bergeron, Rousseau et Bergeron, 2021). L'objectif de développement renvoie à la création d'un produit en réponse aux besoins du milieu de pratique alors que celui de recherche est associé à la production de connaissances scientifiques. Dans ce texte, nous présentons l'état d'avancement d'un projet de RD en cours en nous concentrant sur l'objectif de développement qui est d'élaborer un outil de référence pour soutenir et pour accompagner les enseignants canadiens francophones du primaire dans la mise en œuvre d'une approche d'enseignement-apprentissage des mathématiques *par* la RP. Pour ce faire, les différentes phases de la démarche de RD, vécues ou à venir, seront discutées. À l'heure actuelle, l'outil se présente sous la forme d'un schéma dont le contenu se veut dynamique et orienté vers l'explication du quoi, du pourquoi et du comment d'une approche d'enseignement-apprentissage des mathématiques *par* la RP. Autrement dit, le schéma cherche à clarifier ce qu'est l'approche (qu'est-ce que l'enseignement-apprentissage *par* la RP), pourquoi l'utiliser (quels sont les bienfaits pour les élèves reconnus par les études scientifiques) et comment piloter une activité qui s'inscrit dans cette approche (quelles sont les différentes phases ou étapes d'un enseignement-apprentissage *par* la RP). Notre objectif de recherche, qui est de mieux comprendre les défis perçus par les enseignants du primaire en lien avec le pilotage d'une séance d'enseignement-apprentissage des mathématiques *par* la RP, sera brièvement abordé en fin de texte.

Afin de bien situer ce projet de recherche dans son contexte, deux éléments clés doivent être présentés : le réseau de recherche RÉVERBÈRE ainsi que la démarche de RD proposée par les chercheurs-développeurs de ce réseau.

II - LE RÉVERBÈRE ET LA DEMARCHE DE RD

1 Qu'est-ce que le RÉVERBÈRE ?

Le RÉVERBÈRE est un réseau de recherche et de valorisation de la recherche sur le bien-être et la réussite en contexte de diversité. Il s'agit d'un réseau de recherche pancanadien francophone, c'est-à-dire qui concerne plusieurs provinces canadiennes. Son principal mandat est de favoriser l'utilisation des connaissances issues de la recherche au service du bien-être et de la réussite en contexte de diversité (Borri-Anadon, Desmarais, Rousseau, Giguère et Kenny, 2021). Les chercheurs-développeurs impliqués dans ce réseau de recherche tentent donc de développer des produits vulgarisés, synthétisés et adaptés au contexte des utilisateurs, et ce, par le biais de projets de RD. Les termes « utilisateur » ou « utilisateur cible » sont employés pour identifier les personnes à qui s'adressent spécifiquement les produits développés. Selon le produit, ces utilisateurs peuvent être des enseignants de tous niveaux, des gestionnaires en éducation, d'autres acteurs scolaires ou communautaires, des parents d'élèves, voire même les élèves eux-mêmes. Une particularité intéressante du RÉVERBÈRE est l'accessibilité (et la gratuité) des produits : tout ce qui y est développé est ensuite diffusé gratuitement en libre accès sur la plateforme du RÉVERBÈRE[1].

Une deuxième particularité de ce réseau de recherche est la collaboration étroite établie entre les chercheurs-développeurs et les partenaires du RÉVERBÈRE tout au long du processus de RD. Les partenaires, qui se distinguent des utilisateurs cibles, sont des acteurs des milieux éducatifs scolaires et extrascolaires ayant des expériences et des expertises variées en éducation. Le RÉVERBÈRE regroupe des partenaires universitaires (14 universités canadiennes francophones) et des partenaires scolaires et communautaires (par exemple, des centres de services scolaires ou des regroupements d'organismes communautaires). Une entente de partenariat est signée par les partenaires qui s'engagent à collaborer en vue de l'atteinte de la principale finalité du RÉVERBÈRE qui est « le développement et la mise en place de stratégies de mobilisation de connaissances favorisant l'utilisation des connaissances issues de la recherche (CIR) pour le bien-être et la réussite en contexte de diversité » (RÉVERBÈRE, 2021, p. 5). Cette collaboration peut s'opérationnaliser de différentes façons, que ce soit par un dialogue soutenu entre chercheurs-développeurs et partenaires au regard des besoins prioritaires de leur milieu ou par la participation du partenaire (et les acteurs qu'il représente) lors du processus de coconstruction d'un produit (RÉVERBÈRE, 2021) :

> *Le RÉVERBÈRE se démarque par une volonté forte des chercheurs, des chercheuses et des partenaires d'unir leurs expertises distinctes, mais complémentaires pour faire de la mobilisation des connaissances un terrain propice à la coopération et à la coconstruction en réponse à la diversité des élèves et de leurs besoins.* (RÉVERBÈRE, 2021, p. 5)

Cette brève présentation du RÉVERBÈRE permet de comprendre que les produits qui y sont développés s'appuient sur une démarche de RD. La question qui se pose alors est la suivante : quelle est la démarche de RD privilégiée au RÉVERBÈRE ? Autrement dit, comment sont développés les produits au sein de ce réseau de recherche ?

[1] www.reverbereeducation.com

2 Quelle est la démarche de RD privilégiée au RÉVERBÈRE ?

Au RÉVERBÈRE, la démarche de RD privilégiée permet aux produits en développement d'évoluer selon des phases itératives qui sont présentées dans la figure 1 ci-dessous.

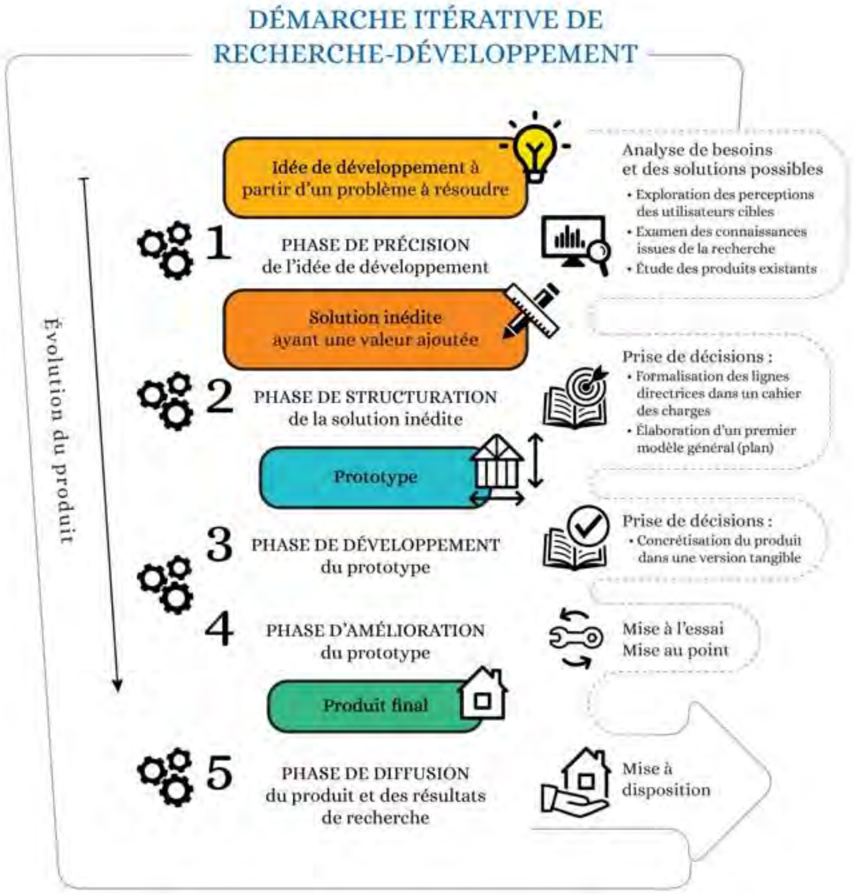


Figure 1. Démarche itérative de RD au RÉVERBÈRE (Bergeron et al., 2020)

Les quatre grands encadrés de couleur représentent l'évolution des produits, passant de l'idée de développement à un produit final et tangible. Pour opérationnaliser cette évolution, on retrouve cinq phases, soit : (1) la phase de précision des idées de développement, (2) la phase de structuration des solutions inédites, (3) la phase de développement des prototypes, (4) la phase d'amélioration des prototypes et (5) la phase de diffusion des produits et des résultats de recherche. À droite du schéma se trouvent des mots-clés visant à clarifier les actions du chercheur-développeur à l'intérieur de chacune de ces phases. Par exemple, à la phase 4, qui est la phase d'amélioration, il est possible de constater que deux principales actions sont attendues, à savoir une mise à l'essai et une mise au point auprès de partenaires volontaires. Par ailleurs, les pointillés utilisés à droite des phases illustrent le caractère itératif de la démarche de RD. Ainsi, le mouvement d'une phase à l'autre peut ou non être accompagné d'allers-retours. Finalement, un dernier élément important à souligner est le caractère participatif de la recherche. Tel que mentionné précédemment, la vision de la RD au RÉVERBÈRE est collaborative. Cette vision se traduit par des produits développés « avec » les acteurs du milieu de pratique plutôt qu'en parallèle, en plaçant les préoccupations de tous au centre de la démarche (Bergeron, Rousseau et Bergeron, 2021). Il y a donc un réel souci de solliciter le plus souvent possible les personnes visées par le produit, à savoir les utilisateurs cibles, afin de partager leur avis. Ainsi, une forte collaboration auprès des partenaires du RÉVERBÈRE est attendue[2].

À la lumière de la figure 1, il est possible de comprendre que le schéma sur lequel nous travaillons actuellement est développé en fonction des cinq phases d'une RD. À ce jour, trois des cinq phases de la démarche ont été vécues et seront présentées plus en détail dans les prochaines sections : la phase de précision, la phase de structuration et la phase de développement.

III - LE DÉVELOPPEMENT DU SCHÉMA SELON LES PHASES DE LA RD

1 La phase de précision de l'idée de développement

Pour ce qui est de la phase de précision de l'idée de développement, différentes actions ont été posées. D'abord, nous avons fait une analyse descriptive des besoins des utilisateurs cibles, dans notre cas, des enseignants du primaire, selon le point de vue des partenaires du RÉVERBÈRE. Rappelons que ces partenaires travaillent tous dans le milieu de l'éducation au sein de différentes provinces canadiennes. En 2021 (moment où nous avons débuté le projet), onze d'entre eux ont été consultés par le biais d'un questionnaire en ligne ayant permis de faire émerger leurs besoins prioritaires. Un de leurs besoins prioritaires était d'engager les élèves dans leur processus d'apprentissage. Plus précisément, différents questionnements ont été soulevés en lien avec ce besoin, dont les suivants :

- Comment maximiser l'engagement des élèves en classe ?
- Comment donner une voix aux élèves dans leur processus d'apprentissage ?

Notre équipe de chercheurs-développeurs étant composée de didacticiens et didacticiennes des mathématiques, nous avons étudié ces questions sous l'angle de la résolution de problèmes mathématiques. Ce choix a été fait considérant que la résolution de problèmes est reconnue pour être au cœur de l'activité mathématique (Lajoie et Bednarz, 2016 ; Theis et Gagnon, 2013) et pour permettre l'engagement des élèves dans leur processus d'apprentissage (NCTM, 2000). Nous nous intéressons ici à la résolution de problèmes au sens large, sans considération particulière au contenu mathématique, étant donné que selon plusieurs chercheurs, « faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes » (Fagnant et Vlassis, 2010, p. 50). Nous avons ainsi réalisé une recension des écrits sur l'activité de résolution de problèmes en s'intéressant plus particulièrement aux différents rôles donnés à cette activité. Dans les écrits scientifiques et ministériels francophones et anglophones consultés, différentes terminologies sont proposées pour décrire ces rôles (Barabé, 2022 ; Charnay, 1992 ; Dionne et Voyer, 2009 ; Fagnant et Vlassis, 2010 ; Houdement, 2017 ; Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur [MEES], 2019 ; Proulx, 2019 ; Schroeder et Lester, 1989 ; Vlassis, Mancuso et Poncelet, 2014). Le tableau 1 ci-dessous, sans être exhaustif, permet de prendre connaissance d'exemples de termes employés par les auteurs pour décrire les rôles accordés à l'activité de résolution de problèmes en mathématiques.

Auteurs/année	Pays	Terminologie employée	Description
Barabé (2022) et Proulx (2019)	Canada (Québec)	Approches	1. L'enseignement via ou par la résolution de problèmes. 2. L'enseignement pour la résolution de problèmes. 3. L'enseignement de la résolution de problèmes. 4. L'approche investigative.
Dionne et Voyer (2009)	Canada (Québec)	Rôles	1. Approche pédagogique.

[2] Pour en savoir plus sur la démarche de RD présentée, nous vous invitons à consulter l'ouvrage de Bergeron et Rousseau (2021).

			2. Objet d'étude.
MEES (2019)	Canada (Québec)	Intentions	1. Apprendre la mathématique PAR la résolution de problèmes. 2. Apprendre la mathématique POUR résoudre des problèmes. 3. Résoudre des problèmes pour apprendre à résoudre des problèmes.
Vlassis, Mancuso et Poncelet (2014)	Luxembourg	Objectifs, fonctions	1. L'apprentissage de nouveaux contenus mathématiques. 2. L'application dans les problèmes des nouveaux savoirs. 3. L'apprentissage des stratégies d'une résolution experte de problèmes.
Fagnant et Vlassis (2010)	Luxembourg	Finalités, approches, fonctions	1. Développer l'apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes. 2. Développer l'apprentissage de démarches et de processus de résolution de problèmes.
Schroeder et Lester (1989)	États-Unis (Indiana)	Approches	1. Teaching via problem solving. 2. Teaching for problem solving. 3. Teaching about problem solving.
Charnay (1992)	France	Objectifs	1. Les problèmes destinés à engager les élèves dans la construction de nouvelles connaissances (souvent appelés situations-problèmes). 2. Les problèmes destinés à permettre aux élèves l'utilisation des connaissances déjà étudiées (souvent appelés les problèmes de réinvestissement). 3. Les problèmes destinés à permettre aux élèves l'extension du champ d'utilisation d'une notion déjà étudiée (parfois appelés problèmes de transfert). 4. Les problèmes plus complexes dans lesquels les élèves doivent utiliser conjointement plusieurs catégories de connaissances (parfois appelés problèmes d'intégration ou de synthèse). 5. Les problèmes dont l'objectif est de permettre au maître et aux élèves de faire le point sur la manière dont les connaissances sont maitrisées (problèmes d'évaluation). 6. Les problèmes destinés à mettre l'élève en situation de recherche et donc de développer des compétences plus méthodologiques (problème ouvert).
Houdement (2017)	France	Objectifs	1. Les problèmes atypiques dont la résolution demande la construction d'une stratégie, à défaut d'une ressemblance que percevrait le sujet avec un problème déjà résolu. 2. Les problèmes basiques dont il est attendu une résolution « automatisée ». 3. Les problèmes complexes, agrégats de problèmes basiques où la construction et la connexion des informations, nécessaires pour la résolution, est à la charge de l'élève.

Tableau 1. Différentes terminologies associées aux rôles de la résolution de problèmes mathématiques

Devant la diversité des termes employés, nous avons retenu le triple rôle de cette activité proposé par les auteurs anglophones Schroeder et Lester (1989) qui parlent de (1) teaching *via* problem solving, (2) teaching *for* problem solving et (3) teaching *about* problem solving, que nous avons respectivement traduit comme étant l'enseignement *par*, *pour* et *de* la RP. Ce choix est notamment justifié par le fait que ces trois rôles sont parfaitement alignés avec ce qui est proposé dans le Référentiel d'intervention en mathématique (RIM), un document ministériel québécois visant à offrir des balises aux acteurs éducatifs afin de mieux répondre aux besoins des élèves en mathématiques (MEES, 2019).

Cette recension des écrits a permis de mettre en évidence que l'activité de résolution de problèmes peut être utilisée comme une approche pédagogique (Dionne et Voyer, 2009), c'est-à-dire une façon de faire des mathématiques.

> *Selon Pallascio (2005), cette approche est liée à une conception instrumentale des mathématiques : les mathématiques sont perçues comme des instruments créés par les êtres humains pour résoudre des problèmes qui se posent à eux. […] C'est par l'activité de recherche impliquée dans la résolution de problèmes que l'enfant apprend les mathématiques et qu'il construit des notions relevant des domaines de contenus spécifiques* (Fagnant et Vlassis, 2010, p. 50-51).

C'est ce que nous entendons par une approche d'enseignement *par* la RP. Autrement dit, une approche d'enseignement *par* la RP vise l'apprentissage d'un nouveau savoir mathématique, que celui-ci soit complètement nouveau (par exemple, introduction des fractions pour la première fois) ou partiellement nouveau (par exemple, introduction à l'addition de fractions n'ayant pas le même dénominateur alors que l'addition de fractions ayant le même dénominateur a déjà été travaillée). Lors d'une séance d'enseignement-apprentissage *par* la RP, les élèves s'engagent dans la résolution d'un problème sans qu'il y ait eu de leçon préalable en lien avec le savoir mathématique en jeu ; celui-ci sera plutôt découvert (parfois en totalité, parfois en partie) par les élèves lors de leurs tentatives de résolution et de leurs échanges avec leurs pairs et leur enseignant. C'est seulement à la fin de la séance, après que les élèves aient exploré le problème mathématique, puis partagé et comparé leurs solutions, qu'est proposée la leçon. Celle-ci se traduit par une mise en évidence des éléments mathématiques clés ayant servi à la résolution du problème et par une explicitation des apprentissages émergents par l'enseignant. De cette manière, l'apprentissage d'un nouveau savoir part du concret, soit un problème mathématique, vers l'abstrait, soit la formalisation des apprentissages.

Depuis plusieurs années, les recherches recommandent de mettre à profit une approche d'enseignement-apprentissage *par* la RP en mathématiques (Kapur, 2014 ; Theis et Gagnon, 2013). Cette recommandation se retrouve aussi dans plusieurs programmes de formation canadiens (MEDPENB, 2016 ; MEES, 2019 ; MEO, 2006). Pourquoi ? Différentes raisons peuvent être avancées, notamment le fait que cette approche soit reconnue pour permettre aux élèves un réel engagement dans la tâche (NCTM, 2000), et ce, même chez les élèves ayant plus de difficultés en mathématiques (Voyer, Lavoie, Goulet et Forest, 2018).

Malgré de telles recommandations, cette approche d'enseignement-apprentissage des mathématiques *par* la RP semble peu présente dans les classes du primaire (Fagnant et Vlassis, 2010 ; Forest et Voyer, 2022 ; Goulet-Lyle, 2018 ; Sarrazy, 2008 ; Small, 2013). Une hypothèse visant à expliquer la rareté de la mise en œuvre d'une telle approche dans les classes est celle de la méconnaissance des différents rôles associés à la résolution de problèmes (Goulet-Lyle, 2018). En effet, les enseignants du primaire ne semblent pas toujours conscients que cette activité joue un triple rôle, dont celui d'approche pédagogique. Un autre constat tiré de la recension des écrits, qui est étroitement lié au précédent, est le fait qu'il semble y avoir peu de recommandations pour les enseignants du primaire afin de les aider à mieux comprendre et à intégrer dans leur pratique d'enseignement des mathématiques une approche *par* la RP (Lajoie et Bednarz, 2014).

2 La phase de structuration de la solution inédite

L'analyse des besoins du milieu de pratique (toujours selon le point de vue des partenaires du RÉVERBÈRE) et l'état des connaissances scientifiques sur le sujet nous ont menés vers la deuxième phase du processus de RD : la phase de structuration de la solution inédite. C'est à ce moment que nous avons décidé de créer un schéma dynamique, une ressource pour soutenir et pour accompagner les enseignants du primaire dans l'activité de résolution de problèmes. Le mot *dynamique* est utilisé pour décrire le caractère non statique du schéma. L'idée est d'avoir un schéma qui se présente sous la forme d'une image, mais dans laquelle plusieurs éléments sont cliquables afin d'accéder à des informations supplémentaires, que ce soit sous la forme écrite, audio ou vidéo, ce qui permet par le fait même une meilleure accessibilité. Rappelons que le schéma sera diffusé gratuitement en libre accès sur la plateforme du RÉVERBÈRE.

La première étape a été de concevoir un plan de développement général qui s'est traduit par l'élaboration du schéma en question, mais dans une « version maison ». Il s'agissait en quelque sorte d'un brouillon nous permettant de concrétiser nos idées et notre vision du schéma. Cela nous a permis de déterminer les caractéristiques souhaitées du schéma et ses modalités d'utilisation. Dans ce premier plan, nous avions décidé de présenter succinctement les trois rôles de l'activité de RP (l'enseignement *de*, *pour* et *par* la RP), puis de porter un regard particulier sur l'un des rôles, à savoir l'enseignement *par* la RP. Le schéma était organisé en deux grandes parties : une brève définition des trois rôles au haut du schéma et un exemple concret de l'opérationnalisation d'une approche d'enseignement-apprentissage *par* la RP au bas du schéma. Cette première version du schéma est présentée en annexe 1 à titre indicatif.

La seconde étape a été la consultation auprès de différents acteurs de l'éducation, incluant des utilisateurs cibles, c'est-à-dire des enseignants du primaire à qui s'adresse le produit en développement, et des partenaires du RÉVERBÈRE. L'objectif de cette consultation était de recueillir l'avis général de personnes ayant des expertises variées et complémentaires afin d'orienter la suite du développement du produit. Soulignons ici que nous n'avons pas récolté de données de recherche à proprement parler, ce qui sera plutôt l'objet de la quatrième phrase, soit l'amélioration du prototype. Nous souhaitions plutôt obtenir une première forme de rétroaction, plus ouverte, pour nous assurer que le produit en cours de développement réponde à un réel besoin. À titre indicatif, afin d'orienter les rétroactions des personnes consultées, des questions ouvertes leur ont été proposées, par exemple :

- Êtes-vous familiers avec les rôles de l'activité de résolution de problèmes ? Si oui, trouvez-vous la description des trois rôles claire et complète ? Si non, est-ce que les informations présentées dans le schéma sont suffisantes pour vous permettre de comprendre les trois rôles ?
- Concernant l'enseignement *par* la résolution de problèmes, les informations présentées dans le schéma sont-elles suffisantes pour vous permettre de bien comprendre comment une approche d'enseignement-apprentissage PAR la résolution de problèmes peut être mise en œuvre en classe ? Il est important de savoir que le schéma sera éventuellement dynamique, c'est-à-dire que l'utilisateur pourra cliquer à différents endroits et accéder à différentes informations supplémentaires.
- Auriez-vous des commentaires ou suggestions pour améliorer le produit qui est en cours de développement ?

La première consultation a eu lieu auprès de trois professeurs en didactique des mathématiques d'universités québécoises différentes ayant accepté de nous faire part de leurs commentaires à l'oral lors d'une rencontre de groupe prévue à cet effet. Ensuite, les commentaires écrits de deux enseignants du primaire ont été recueillis (4^{e} et 5^{e} année du primaire) lors d'échanges par courriels. En troisième lieu, un des auteurs du RIM (MEES, 2019) a été rencontré lors d'un entretien virtuel. Finalement, la dernière consultation a été faite auprès du comité de valorisation du RÉVERBÈRE. Ce comité est composé à la fois de chercheurs-développeurs membres du RÉVERBÈRE et de représentants des partenaires du RÉVERBÈRE. Il faut aussi préciser que les chercheurs-développeurs membres du comité de valorisation n'ont pas nécessairement la didactique des mathématiques en tant que domaine d'expertise. La diversité des spécialistes a donc permis de porter un regard nouveau sur la première version du schéma.

Les commentaires reçus lors de ces quatre moments de consultation ont permis de confirmer la pertinence du produit et son adéquation avec la visée du RÉVERBÈRE, mais ils ont aussi donné lieu à d'importants changements, et ce, à deux égards : le contenu du schéma et son organisation. Concernant le contenu, il a été décidé de présenter un seul rôle, soit l'enseignement *par* la RP, plutôt que les trois rôles initialement présentés. Il a été soulevé que le schéma était chargé en termes d'appropriation de nouvelles connaissances. Le fait d'aborder brièvement les trois rôles alors que ceux-ci ne sont pas nécessairement connus de tous les enseignants pouvait créer de la confusion chez ces derniers plutôt que de les aider. La priorisation de l'enseignement *par* la RP a donc permis de présenter ce rôle plus en profondeur. Celui-ci pourrait non seulement être défini (le quoi), en plus d'expliquer les bienfaits de son utilisation pour les élèves (le pourquoi). Le second changement concerne davantage la forme : l'exemple concret en trois temps était initialement présenté de manière linéaire, laissant croire qu'il s'agit d'un processus séquentiel. L'organisation a donc été revue pour illustrer le processus de manière cyclique et itérative.

3 La phase de développement du prototype

Les changements découlant des consultations réalisées lors de la phase précédente ont donné lieu à une nouvelle version qui correspond cette fois-ci au développement du prototype. Il s'agit de la troisième phase de la démarche de RD du RÉVERBÈRE (voir figure 1). À cette étape, nous avons fait appel à un graphiste pour passer de notre « schéma maison » à une réelle concrétisation de notre produit en une version tangible se rapprochant un peu plus d'une version finale. Cela étant dit, nous préférons parler d'une version « actuelle » puisqu'elle sera assurément appelée à évoluer au cours de la phase d'amélioration (phase 4 à venir). Il s'agit donc d'une version préliminaire, mais suffisamment développée pour être mise à l'essai.

La version actuelle du produit comporte deux éléments : le **schéma** d'enseignement-apprentissage *par* la RP et la **fiche d'animation** qui présente, à l'écrit, une activité concrète d'enseignement-apprentissage selon les différents temps d'enseignement proposés dans le schéma. Éventuellement, ces deux éléments seront combinés puisque la fiche d'animation sera intégrée au schéma. L'utilisateur pourra simplement cliquer sur l'onglet « consulter la fiche d'animation » à même le schéma pour y accéder.

3.1 Le schéma

Le schéma étant toujours en développement, nous proposons de décrire les principaux éléments le constituant tel qu'ils se présentent dans la version actuelle.

En termes d'organisation des informations, le schéma est composé de deux principales sections. La première section, en haut du schéma, présente le quoi, le pourquoi et le comment de l'enseignement-apprentissage *par* la RP. Trois encadrés définissent brièvement (1) ce qu'est l'enseignement-apprentissage *par* la RP, (2) pourquoi utiliser une telle approche et (3) comment la piloter en classe. Le tableau 2 ci-dessous présente brièvement le contenu de ces encadrés.

De plus, des pictogrammes représentant le signe « jouer » (*play*) sont inclus dans les deux premiers encadrés (le quoi et le pourquoi). Ces pictogrammes seront éventuellement cliquables et permettront aux utilisateurs d'accéder à de courtes capsules vidéos dans lesquelles les questions du quoi et du pourquoi seront approfondies. Ainsi, si l'utilisateur juge que les informations proposées à l'écrit ne sont pas suffisantes pour lui permettre de bien comprendre, il aura la possibilité de visionner une capsule vidéo qui propose des explications orales et écrites supplémentaires. Cette option n'est pas disponible pour l'encadré du comment, puisque cette question est au cœur du schéma. En effet, la deuxième section du schéma (donc la partie du bas) propose les trois temps d'un enseignement-apprentissage *par* la RP à propos d'un exemple concret d'animation d'une activité en classe (tel qu'annoncé dans l'encadré du comment). Dans cette section, l'utilisateur peut cliquer sur deux onglets : l'onglet « consulter la fiche d'animation », lui permettant d'accéder au canevas écrit détaillant chaque étape de l'animation en classe, et l'onglet « regarder la vidéo de l'animation en classe », lui permettant de voir concrètement comment l'activité décrite dans la fiche d'animation peut être pilotée dans une classe du primaire.

Qu'est-ce que l'enseignement-apprentissage *par* la RP ?	**Pourquoi** utiliser une approche d'enseignement-apprentissage *par* la RP ?	**Comment** piloter une activité d'enseignement-apprentissage *par* la RP ?
Une approche d'enseignement-apprentissage visant à explorer et à développer des notions ou des processus mathématiques par la résolution d'un problème sans leçon préalable. C'est un MOYEN pour apprendre les mathématiques.	Pour développer une compréhension conceptuelle des notions et des processus mathématiques, pour favoriser l'engagement des élèves, pour favoriser la rétention des apprentissages et pour donner une voix à tous les élèves.	L'approche peut être décrite selon trois temps distincts, mais se veut cyclique et itérative. Le temps d'exploration et de discussion entre les élèves leur permet de s'engager dans la tâche AVANT l'étape de la formalisation des apprentissages. Un exemple présenté à l'écrit (fiche d'animation) et dans un contexte réel de classe (vidéo de l'animation) est proposé.

Tableau 2. Le quoi, le pourquoi et le comment de l'enseignement-apprentissage par la RP

Ainsi, la deuxième section du schéma tente de répondre le plus concrètement possible à la question « comment piloter une activité d'enseignement-apprentissage *par* la RP ? » en explicitant les trois temps d'une telle approche (inspiré du MEES, 2019). Ces trois temps sont décrits dans le tableau 3 ci-dessous.

Temps 1 : POSER et EXPLORER le problème	**Temps 2 : COMPARER et DISCUTER les solutions des élèves**	**Temps 3 : RELIER les solutions d'élèves à un nouvel apprentissage mathématique**	
Préparer les élèves pour la résolution du problème	Donner la parole aux élèves : partage des différentes façons de résoudre le problème	Dégager les éléments mathématiques clés	
Annoncer le problème et vérifier sa représentation initiale par les élèves	Comparer les solutions	Rendre explicites les apprentissages émergents	
Guider les élèves dans leur recherche de solution(s)	Provoquer une confrontation saine des idées		

Tableau 3. Les trois temps d'un enseignement-apprentissage par la RP tel que présenté dans le schéma

Il sera éventuellement possible pour l'utilisateur de cliquer sur chacune de ces étapes (par exemple, préparer les élèves pour la résolution du problème) en vue d'accéder automatiquement à la partie de la vidéo d'animation en classe correspondant à l'étape en question. De cette façon, un utilisateur qui souhaite uniquement voir comment se vit une étape en particulier pourra le faire plutôt que d'avoir à visionner la séance d'animation complète.

3.2 La fiche d'animation

La fiche d'animation proposée à titre d'exemple a été construite en utilisant les mêmes termes que ceux du schéma afin de permettre aux utilisateurs de faire facilement le parallèle entre les deux. Nous y retrouvons donc toutes les étapes présentées dans le tableau 3. La fiche propose une analyse a priori de l'activité en présentant des exemples de questions à poser aux élèves, des exemples de relances et même des propositions de réponses d'élèves, parfois justes, parfois erronées, pour soutenir les enseignants dans le pilotage de l'activité. Il est prévu de bonifier la fiche en fonction des différentes expérimentations qui seront réalisées en classe lors de la phase d'amélioration du produit (phase 4 à venir).

À l'heure actuelle, la fiche est toujours en construction, mais les grandes lignes de l'activité peuvent être décrites à titre indicatif. Nous proposons une activité s'inscrivant dans le champ de la mesure dont l'objectif d'apprentissage est de découvrir que des figures planes ayant le même périmètre n'ont pas nécessairement la même aire (et vice versa). Le problème proposé s'adresse à des élèves de cinquième année du primaire (l'équivalent de CM2) qui connaissent déjà les concepts d'aire et de périmètre. Nous souhaitons donc, par ce problème, aller plus loin en permettant aux élèves de réfléchir à la relation entre l'aire et le périmètre. Pour ce faire, nous leur demandons de faire un choix entre deux options de chambres à coucher :

> Si tu avais à choisir entre les deux options suivantes pour ta propre chambre à coucher, laquelle préfèrerais-tu ?
>
> → **Chambre A** : Une chambre rectangulaire avec une longueur de 7 mètres et un périmètre de 18 mètres ?
>
> → **Chambre B** : Une chambre rectangulaire avec une longueur de 5 mètres et un périmètre de 18 mètres ?
>
> Attention ! Tu dois justifier ton choix à l'aide d'arguments mathématiques.

4 Les phases à venir

Les prochaines étapes du projet incluent les deux dernières phases de la démarche de RD, à savoir la phase d'amélioration, d'une importance indéniable, et la phase de diffusion.

4.1 La phase d'amélioration du prototype

Pour ce qui est de la phase d'amélioration du prototype, quatre boucles de mises à l'essai ont été planifiées : trois mises à l'essai empirique et une mise à l'essai systématique. Lors d'une mise à l'essai empirique, le produit est « soumis à un petit groupe d'utilisateurs cibles en situation d'utilisation réelle » (Harvey et Loiselle, 2009, cité dans Bergeron, Rousseau et Dumont, 2021, p. 37). La mise à l'essai systématique renvoie plutôt à la soumission du produit à un plus large éventail de personnes concernées (Harvey et Loiselle, 2009, cité dans Bergeron, Rousseau et Dumont, 2021). Étant donné que ce qui est vécu dans cette phase dépend de ce qui ressortira de chacune des mises à l'essai, il est évidemment impossible de tout prévoir. Nous sommes donc conscientes que notre planification risque d'être appelée à changer. Cela étant dit, le tableau 4 ci-dessous présente un aperçu de ce qui est prévu à l'heure actuelle.

Les trois premières boucles de mises à l'essai seront vécues de la même façon, à quelques différences près. Les enseignants seront d'abord invités à prendre connaissance du schéma. Il faut préciser que le schéma ne sera pas encore entièrement dynamique ni complet, puisque la séquence vidéo illustrant concrètement comment l'activité est vécue en classe ne sera pas encore intégrée au schéma. Les enseignants consulteront aussi la fiche d'animation de l'activité qu'ils expérimenteront par la suite avec leurs élèves. Une fois ces deux étapes accomplies, nous rencontrerons les enseignants lors d'une courte entrevue individuelle semi-dirigée d'une durée de 15 à 20 minutes. Des changements seront apportés au schéma et à la fiche d'animation en fonction des commentaires des enseignants afin de maximiser l'utilité du produit. Puis, une deuxième boucle de mise à l'essai identique à la première, mais avec de nouveaux enseignants, sera réalisée en utilisant la version améliorée du produit. La même démarche sera mise de l'avant pour les boucles 2 et 3, à l'exception près que lors de la troisième boucle, l'activité vécue en classe avec les élèves sera filmée. Des séquences vidéo seront tirées de ces animations afin d'être intégrées au schéma. La dernière boucle de mise à l'essai sera cette fois systématique par le biais d'un questionnaire autoadministré. Elle sera l'occasion d'avoir l'avis d'un plus grand nombre d'enseignants sur le produit complet, à la fois le format et son contenu, c'est-à-dire le schéma incluant la captation de l'animation en classe et la fiche d'animation. Aucune expérimentation en classe n'est prévue lors de cette dernière boucle de mise à l'essai.

	Boucle 1	**Boucle 2**	**Boucle 3**	**Boucle 4**
Type de mise à l'essai	Empirique	Empirique	Empirique	Systématique
Instrument de collecte de données	Entrevue individuelle semi-dirigée	Entrevue individuelle semi-dirigée	Entrevue individuelle semi-dirigée	Questionnaire autoadministré (questions ouvertes et fermées)
Participants	3 enseignants du primaire	3 (nouveaux) enseignants du primaire	3 (nouveaux) enseignants du primaire	Entre 50 et 80 enseignants du primaire
Explication de la mise à l'essai	Prise de connaissance du schéma et de la fiche d'animation suivie d'une expérimentation en classe	Prise de connaissance du schéma et de la fiche d'animation (**améliorés**) suivie d'une expérimentation en classe	Prise de connaissance du schéma et de la fiche d'animation (**améliorés**) suivie d'une expérimentation en classe **filmée**	Prise de connaissance du **schéma complet** (avec séquences vidéos intégrées) **sans expérimentation** en classe

Tableau 4. Planification des boucles de mises à l'essai

Par ailleurs, il est important de comprendre que l'objectif des boucles de mise à l'essai est double. En effet, les entrevues et le questionnaire permettront d'une part de recueillir les commentaires des enseignants par rapport à la clarté et à la pertinence du produit, c'est-à-dire le schéma et la fiche d'animation, dans une visée d'amélioration et de mise au point, et d'autre part, de recueillir des données pour atteindre notre objectif de recherche qui, rappelons-le, est de mieux comprendre les défis perçus par les enseignants du primaire en lien avec le pilotage d'une séance d'enseignement-apprentissage des mathématiques *par* la RP. Pour atteindre cet objectif, des questions lors des entrevues semi-dirigées porteront spécifiquement sur cet aspect, par exemple : en quoi le produit peut-il vous soutenir pour piloter des activités d'enseignement-apprentissage par la résolution de problèmes ? Selon vous, quelles sont les prises de conscience ou les différentes réflexions que peut susciter le produit chez les enseignants du primaire ? Une analyse thématique des données qualitatives ainsi obtenues permettra de répondre à notre objectif de recherche.

4.2 La phase de diffusion du produit et des résultats de recherche

Lorsque nous aurons atteint une version finale satisfaisante, c'est-à-dire une version du produit qui est adaptée aux besoins réels du milieu de pratique, nous envisageons utiliser quatre canaux de diffusion différents :

- La publication d'articles scientifiques pour présenter les résultats liés à notre objectif de recherche ;

- la réalisation de communications dans des colloques professionnels pour présenter le produit aux enseignants du primaire qui sont nos utilisateurs cibles ;
- la formation initiale pour présenter le produit aux futurs enseignants du primaire dans les cours de didactique des mathématiques ;
- la mise à disposition du produit gratuitement sur la plateforme du RÉVERBÈRE (www.reverbereeducation.com)

IV - CONCLUSION

Considérant le critère de transférabilité qui réfère à l'applicabilité des données et des résultats de recherche dans d'autres contextes ou d'autres situations (Kemp, 2012), il nous apparait important de se questionner et de faire des choix afin de développer un produit qui soit utile non pas seulement à des enseignants canadiens francophones, mais aussi à des enseignants œuvrant dans d'autres régions ou pays francophones. À ce propos, la recension des écrits a permis de constater que les rôles de la RP, parfois appelés intentions, fonctions, visées ou finalités, se retrouvent tout autant dans les écrits scientifiques et ministériels provenant des États-Unis ou de pays européens. À titre d'exemple, Vlassis, Mancuso et Poncelet (2014) expliquent que dans le curriculum luxembourgeois, il y a trois principaux rôles accordés à la RP : (1) l'apprentissage des stratégies d'une résolution experte de problèmes, (2) l'application dans les problèmes des nouveaux savoirs enseignés et (3) l'apprentissage de nouveaux contenus mathématiques. Ces trois rôles correspondent respectivement à l'enseignement *de*, *pour* et *par* la RP décrits dans le cadre de notre recherche. Nous avons donc confiance en l'utilité du schéma que nous développons pour des enseignants qui travaillent à l'extérieur du Canada, pourvu qu'il s'agisse d'un milieu francophone. Bien que cette recherche s'inscrive en contexte canadien, nous tenterons d'aller au-delà de ce contexte lors des différentes boucles de mises à l'essai afin d'obtenir le point de vue d'enseignants de différents endroits et d'assurer au mieux la transférabilité de notre produit. Nous pourrions ainsi prendre en compte différentes réalités de terrain lors de la phase d'amélioration du produit.

V - BIBLIOGRAPHIE

Archambault, I. et Olivier, E. (2018). L'engagement des élèves à l'école : définir et intervenir. Dans N. Rousseau et G. Espinosa (dir.), *Le bien-être à l'école. Enjeux et stratégies gagnantes* (p. 31 – 46). Québec : Presses de l'Université du Québec.

Barabé, G. (2022). *Étude de l'évolution de tâches mathématiques routinières à travers leur exploitation collective en classe* (thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal). Repéré à https://archipel.uqam.ca/16441/

Bergeron, L. et Rousseau, N. (2021). *La recherche-développement en contextes éducatifs : une méthodologie alliant le développement de produits et la production de connaissances scientifiques*. Québec : Presses de l'Université du Québec. https://doi.org/10.2307/j.ctv224v0vg.9

Bergeron, L., Rousseau, N. et Bergeron, G. (2021). Quelques propositions méthodologiques pour une recherche-développement dans les contextes éducatifs. Dans L. Bergeron et N. Rousseau (dir.), *La recherche-développement en contextes éducatifs : une méthodologie alliant le développement de produits et la production de connaissances scientifiques* (p. 3 – 24). Québec : Presses de l'Université du Québec. https://doi.org/10.2307/j.ctv224v0vg.8

Bergeron, L., Rousseau, N. et Dumont, M. (2021). Une opérationnalisation de la recherche-développement menée en contextes éducatifs. Dans L. Bergeron et N. Rousseau (dir.), *La recherche-développement en contextes éducatifs : une méthodologie alliant le développement de produits et la production de connaissances scientifiques* (p. 25 – 43). Québec : Presses de l'Université du Québec. https://doi.org/10.2307/j.ctv224v0vg.9

Bergeron, L., Rousseau, N., Bergeron, G., Dumont, M., Massé, L., St-Vincent, L.-A. et Voyer, D. (2020). *Démarche itérative de recherche-développement*. Document inédit, Laboratoire sur la recherche-développement au service de la diversité, Université du Québec à Trois-Rivières.

Bori-Anadon, C., Desmarais, M.-É., Rousseau, N., Giguère, M.-H. et Kenny, A. (2021). *Le bien-être et la réussite en contexte de diversité : un cadre enrichi pour le RÉVERBÈRE.* https://reverbereeducation.com/wp-content/uploads/2022/02/Cadre-Diversite-réussite-Reverbere-2022_final.pdf

Charnay, R. (1992). Problème ouvert, problème pour chercher. *Grand N, 51*, 77 – 83.

Dionne, J. et Voyer, D. (2009). Conférence d'ouverture : 50 ans d'enseignement des mathématiques au Québec. *Bulletin AMQ, 49*(3), 6 – 26.

Fagnant, A. et Vlassis, J. (2010). Le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques : questions et réflexions. *Éducation Canada*, *50*(1), 50 – 52.

Forest, M.-P. et Voyer, D. (2022). Une approche d'enseignement des mathématiques par la résolution de problèmes : qu'en disent les enseignants du primaire? *Revue canadienne des jeunes chercheures et chercheurs en éducation, 13*(3), 11 – 18. https://journalhosting.ucalgary.ca/index.php/cjnse/article/view/76025

Goulet-Lyle, M.-P. (2018). *Méthodes de résolution de problèmes écrits de mathématiques présentées au primaire : pratiques associées et effets de ces méthodes sur l'activité mathématique des élèves* (thèse de doctorat, Université du Québec à Rimouski). Repéré à http://semaphore.uqar.ca/id/eprint/1541/

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100*, 59 – 78.

Kapur, M. (2014). Productive failure in learning math. *Cognitive science, 38*, 1008 – 1022. https://doi.org/10.1111/cogs.12107

Kemp, S. J. (2012). Constructivist criteria for organising and designing educational research: How might an educational research inquiry be judged from a constructivist perspective? *Constructivist Foundations, 8*(1), 118 – 125. http://constructivist.info/8/1/118

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie, 42*(2), 7 – 23. https://doi.org/10.7202/1027903ar

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2016). La notion de situation-problème en mathématiques au début du XXIe siècle au Québec : rupture ou continuité? *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 16*(1), 1 – 27. https://doi.org/10.1080/14926156.2014.993443

Ministère de l'Éducation de l'Ontario. (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6e année. Fascicule 2*. Gouvernement de l'Ontario.

Ministère de l'Éducation et du Développement de la petite enfance du Nouveau-Brunswick. (2016). *Programme d'études. Mathématiques au primaire*. Gouvernement du Nouveau-Brunswick.

Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement Supérieur. (2019). *Référentiel d'intervention en mathématique*. Gouvernement du Québec. Repéré à http://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/adaptation_serv_compl/Referentiel-mathematique.PDF

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*.

Proulx, J. (2019). *Document de travail pour le cours MAT 3227. Enseignement des mathématiques par résolution de problèmes : approche, fondements et illustrations*. Repéré à http://profmath.uqam.ca/~jproulx/MAT3227.html

RÉVERBÈRE. (2021). *Plan de partenariat et de gouvernance.* Repéré à https://reverbereeducation.com/wp-content/uploads/2022/04/Plan-de-partenariat_2021_final.pdf

Sarrazy, B. (2008). De quelques effets de contrats et du rôle des situations didactiques dans la résolution des problèmes d'arithmétique au cycle 3. *Actes du séminaire national : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire*, 61 – 81.

Schroeder, T. et Lester, F. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. Dans P. R. Trafton et A. P. Shulte (dir.), *New directions for elementary school mathematics* (p. 31 – 42). Reston : National Council of Teachers of Mathematics.

Small, M. (2013). *Making math meaningful to canadian students, K-8*. Toronto : Nelson Education.

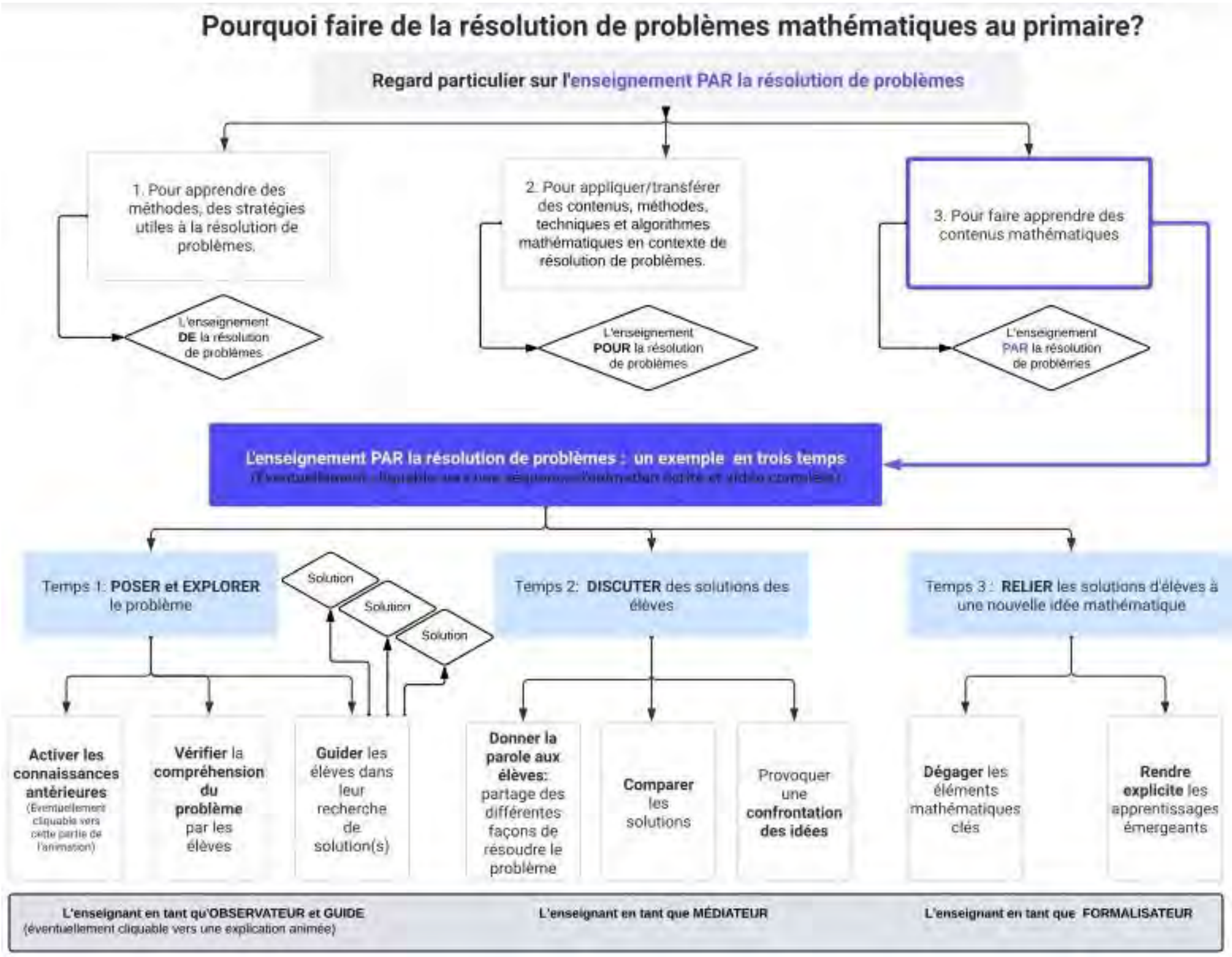
Theis, L. et Gagnon, N. (2013). *L'apprentissage à travers des situations-problèmes mathématiques. Bases théoriques et réalisation pratique*. Québec : Presses de l'Université du Québec.

Vlassis, J., Mancuso, G. et Poncelet, D. (2014). Le rôle des problèmes dans l'enseignement des mathématiques : analyse des croyances d'enseignants du primaire. *Cahiers des Sciences de l'Éducation*, *36*(1), 143 – 175. http://www.aspe.ulg.ac.be/Files/6._vlassis__mancuso__poncelet__pp._143_174_.pdf

Voyer, D., Lavoie, N., Goulet, M.-P. et Forest, M.-P. (2018). La littérature jeunesse pour enseigner les mathématiques : résultats d'une expérimentation en première année. *Revue canadienne de l'éducation, 41*(3), 633 – 660. https://www.jstor.org/stable/26570563

VI - ANNEXE 1

Version initiale du schéma (phase de structuration)



UNE MODALITÉ DE FORMATION DE FORMATEUR.TRICE.S POUR LA PRISE EN COMPTE DES ENJEUX DE L'ÉCOLE INCLUSIVE DANS LA FORMATION INITIALE À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LE PREMIER DEGRÉ

Sonia YVAIN-PREBISKI
MCF, CYU CERGY UNIVERSITÉ, INSPE Versailles
Université Paris Cité, Univ Paris Est Créteil, Univ. Lille, Univ Rouen, LDAR, F-95000 Cergy Pontoise, France
sonia.yvain@cyu.fr

Cécile RAMECOURT
Formatrice éducation inclusive, CYU INSPE VERSAILLES
Cecile.ramecourt@cyu.fr

Gilles MULLER
Formateur en mathématiques, CYU INSPE VERSAILLES
gilles.muller@cyu.fr

Résumé
Dans ce texte, nous présentons un dispositif de formation qui a été proposé à l'ensemble des formateur.trice.s des différents sites de l'INSPE de Versailles, regroupés par discipline. L'objectif principal de ce dispositif est d'amener les formateur.trice.s à mieux prendre en compte les enjeux de l'école inclusive au sein de leurs formations à destination d'étudiants de MEEF1. Nous exposons les concepts directeurs qui ont piloté les contenus de cette formation pour les formateur.trice.s en mathématiques. Ces contenus s'appuient en particulier sur l'accessibilité pédagogique et didactique des savoirs articulés avec le concept de milieu didactique. Nous montrons à partir d'un exemple comment nous avons pensé l'opérationnalisation de cette accessibilité. Le témoignage d'un formateur en mathématiques à l'INSPE de Versailles, ayant participé au dispositif, donne des points d'appui et de vigilance pour s'emparer d'éléments du contenu de cette formation pour élaborer une séance pour des étudiant.e.s en MEEF1 sur la conception d'adaptations pédagogiques et didactiques autour de la résolution de problèmes.

Dans un premier temps, nous explicitons le contexte et l'émergence des formations proposées par le pôle d'éducation inclusive de l'INSPE de Cergy à destination des formateur.trice.s de l'INSPE de Versailles. Ensuite, nous détaillons le contenu de la formation proposée pour les collègues intervenant en mathématiques. Ce contenu s'appuie en particulier sur les travaux d'Assude (2019), de Benoît (2020) et de Million-Fauré & Gombert (2021), articulés au concept de milieu didactique. (Perrin-Glorian & Hersant, 2003). Puis, le témoignage d'un formateur en mathématiques qui s'est emparé d'éléments du contenu de la formation pour élaborer une séance pour des étudiant.e.s en M1 sur la conception d'adaptations pédagogiques et didactiques autour de la résolution de problèmes, permet de questionner l'opérationnalisation d'enjeux de l'école inclusive en formation.

I - LE CONTEXTE ET L'ÉMERGENCE DE LA FORMATION

Dans le code de l'éducation, le service public de l'éducation « reconnaît que tous les enfants partagent la capacité d'apprendre et de progresser. Il veille à la scolarisation inclusive de tous les enfants, sans aucune distinction »[1]. L'engagement institutionnel de « bâtir une école plus inclusive constitue un enjeu fondamental d'équité. Rendre accessibles les savoirs et la connaissance bénéficie à tous les élèves, avec ou sans besoin particulier, reconnu ou non en situation de handicap »[2]. Le but de notre démarche a donc été de construire une culture commune et d'opérationnaliser l'accessibilité des savoirs pour que les professeurs des écoles puissent mettre en œuvre un enseignement inclusif avec l'ensemble des élèves.

Quel est ce socle de culture commune ? En premier lieu, la notion d'inclusion qui met en avant les transformations de l'école et de la classe nécessaires pour permettre l'accueil de l'élève, de tous les élèves. Les déficits de l'élève ne sont plus pointés comme une mesure de sa distance par rapport à la norme scolaire et qui conditionne sa scolarité à sa capacité à s'approcher de cette norme. Ensuite, inclure tous les élèves dans leur diversité implique de les rendre capables de participer aux activités dans la communauté, donc de rendre accessibles l'espace, les tâches, l'activité et par conséquent le savoir.

La nécessité d'apporter en première intention des réponses environnementales pour tous, et non des individualisations centrées sur un élève pour combler un manque, devient évidente :

> *Un élève rencontre un obstacle dans ses apprentissages ou dans sa vie familiale ou sociale, il en résulte un besoin de médiation qui est précisément constitutif du besoin éducatif particulier (Benoît, 2008, p. 102). Ce besoin éducatif, que l'on pourrait désigner par le terme de besoin-obstacle n'est donc pas considéré comme constitué préalablement à la situation d'enseignement-apprentissage, il est le produit des interactions qui la caractérisent ; il n'est pas intrinsèque à l'élève. Il s'agit dès lors pour l'enseignant d'ajuster l'accessibilité des tâches d'apprentissage à partir de l'observation de leur déroulement effectif en situation. En s'organisant autour des obstacles auxquels l'élève se heurte dans son environnement scolaire et sur lesquels l'enseignant intervient dans une visée d'accessibilisation de cet environnement, une telle démarche a vocation à s'instituer comme un élément fort de pratiques professionnelles enseignantes de non-discrimination. Elle s'inscrit de fait dans la conception universelle (ONU, 2006) dans la mesure où les besoins repérés en situation, ou besoins situés, pourraient fonctionner comme un incubateur d'accessibilisation du contexte d'apprentissage pour tous, prévenant ainsi tout risque de stigmatisation et de ségrégation.* (Benoît,2019, p. 77-78)

Prendre en compte la diversité des élèves, pour tendre vers une école inclusive nécessite de s'approprier les processus d'accessibilisation des savoirs. Avec la nouvelle maquette MEEF, les vingt-cinq heures d'éducation inclusive sont réparties sur trois cours magistraux et tissées dans les disciplines. Elles sont donc officiellement l'affaire de tous. Isabelle Dubernard, chargée de mission éducation inclusive au sein de l'INSPE de Versailles, a constitué une équipe de formateur.trice.s et MCF (maître de conférences) volontaires[3] ayant participé à la formation d'enseignants spécialisés au certificat d'aptitude professionnelle pour l'éducation inclusive (CAPPEI), pour réfléchir et répondre à la demande d'Éric de St léger (directeur de l'INSPE de Versailles) et Fanny Marchiano (directrice des études MEEF 1 tous sites) de former les formateur.trice.s par discipline. Nous avons mobilisé nos compétences respectives liées en particulier à nos expériences de formation en CAPPEI et nous avons déplié les lignes directrices visant l'accessibilité des savoirs en mathématiques pour penser comment proposer une culture commune aux futur.es formé.es la conception de la formation de formateur.trice.s en mathématiques.

II - LES MODALITÉS ET LES OBJECTIFS

En suivant ce qu'Ebersold et Feuilladieu (2021) appellent « l'autrement capable » impulsé par « l'ambition inclusive », nous avons fait le choix de nous placer en tant que personne-ressource afin de co-construire

[1] https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article_lc/LEGIARTI000043982767 , version en vigueur depuis le 24 aout 2021

[2] https://eduscol.education.fr/1137/ecole-inclusive , mis à jour juillet 2023

[3] Par ordre alphabétique voici la constitution du pôle éducation inclusive sur Cergy qui a réalisé les formations en arts, français, langues, mathématiques, PSHS, numérique, sciences : Marie-Laetita Danset, Laure Dappe, Isabelle Dubernard (pilote et chargée de mission éducation inclusive à l'INSPE de Versailles), Cécile Ramecourt, Sonia Yvain-Prébiski.

avec les collègues formé.es une démarche pédagogique et didactique visant l'accessibilité des savoirs mathématiques et en cela nous appuyer sur le déjà-là des collègues.

Tous les collègues de MEEF 1 en mathématiques de l'INSPE de Versailles (onze sites) ont été sollicité.es pour participer à cette formation proposée sous la forme de trois sessions en distanciel de 1 h 30 avec en support un Digipad de mutualisation. La première séance a consisté à exposer ce qu'on entend aujourd'hui par école inclusive (telle que nous l'avons explicitée précédemment) afin de permettre l'émergence d'une culture commune au sein des formateur.trice.s de mathématiques de l'INSPE de Versailles. Pour la deuxième séance, nous avons proposé de mettre à l'épreuve le cœur de cible de Benoît (2020) et la hiérarchisation des aides de Million-Fauré et Gombert (2021) dans l'objectif de penser le concept d'accessibilité didactique en mathématiques. La dernière séance a fait l'objet d'une co-analyse d'une proposition de mise en œuvre par un formateur volontaire de mathématique.

Nous décrivons dans la suite des éléments saillants qui ont piloté le contenu de la séance 2 sur lesquels s'est appuyé le collègue expérimentateur.

1 Les éléments saillants de la séance 2

1.1 Le cœur de cible de Benoît

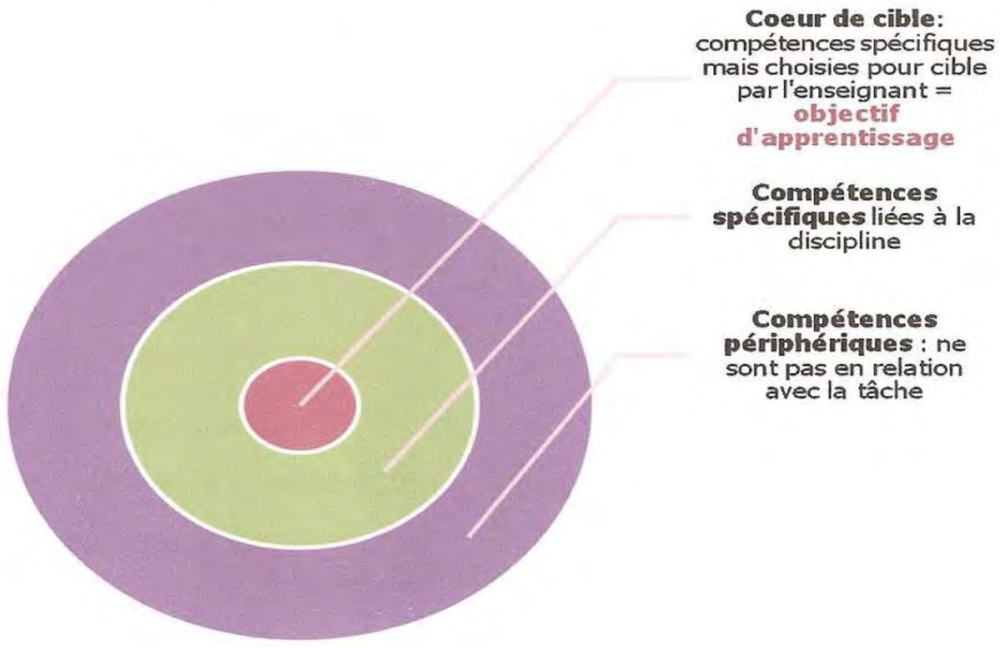


Figure 1 : La cible de Benoît

La cible a été pensée par Benoît comme un modèle de hiérarchisation des enjeux de savoir d'une situation d'enseignement-apprentissage-évaluation. En effet, il précise que parmi les compétences mobilisées dans une tâche scolaire, il en est certaines qui correspondent très précisément aux objectifs d'enseignement visés par l'enseignant, c'est le cœur de cible de la séance. Pour atteindre ce cœur de cible, il faut souvent avoir acquis d'autres compétences (les compétences périphériques) qui sans cette maîtrise vont être un obstacle à l'apprentissage voulu. Benoît donne comme exemple que lire (au sens de décoder) l'énoncé (au sens de texte écrit) d'un problème de mathématique est une compétence accessoirement mobilisée (périphérique), quand l'objectif d'apprentissage est d'activer des processus de résolution.

Lors de notre formation, nous l'avons utilisé comme un « outil » qui pourrait permettre de faire entrer l'enseignant.e dans un processus d'analyse de la tâche pour identifier les leviers d'accessibilité. Le terme de processus est essentiel, car la cible n'est pas une « photo figée » comme un tableau qu'on remplirait.

Elle permet de mettre en évidence les liens et les interactions entre l'entrée par le savoir : « qu'est-ce que l'enseignant.e veut que les élèves apprennent ? », la catégorisation des compétences mobilisées dans la tâche et l'identification des obstacles associés. Nous faisons l'hypothèse que lorsqu'un. e enseignant.e se pose la question « est-ce que les élèves de ma classe en sont capables ? », s'il.elle identifie des besoins-obstacles (Benoît,2020), il.elle va alors travailler sur l'accessibilisation du contexte d'apprentissage pour anticiper les types d'aides à apporter sans se centrer en première intention sur la recherche d'aides individuelles adaptées à chaque élève. La cible semblerait pouvoir fournir à l'enseignant.e un espace de sécurité (savoir ce que les élèves apprennent, identifier comment ils.elles pourraient s'y prendre) et un espace de flexibilité (anticiper des moyens de progression pour atteindre ce cœur de cible).

1.2 La cible élaborée pour la formation

Pour travailler une catégorisation des compétences mobilisées, nous nous sommes appuyés sur une idée d'Isabelle Dubernard et sur le référentiel des potentialités et des besoins de Barry (2011, p. 155-194) en faisant le choix de prendre en compte les champs suivants (voir notre « cible catégorisée » en Figure 2) :

- Le champ cognitif qui correspond à la mobilisation des fonctions cognitives (anticipation, planification, inhibition, mémoire de travail, récupération en mémoire des informations, attention, repérage visuospatial, raisonnement, inférences, autocontrôle, métacognition…).
- Le champ des savoirs et des procédures qui est lié aux différentes disciplines.
- Le champ culturel qui n'est ici pas utilisé dans le sens de Barry (2011), mais qui fait référence aux expériences personnelles et culturelles.
- Le champ moteur qui est associé aux fonctions sensori-motrices (motricité fine, déplacements, vue, l'ouïe…).
- Le champ relationnel qui revêt la signification de Barry, c'est-à-dire toutes les relations à soi, aux autres, à l'apprentissage, à l'apprentissage avec les autres. Il inclut donc les compétences psychosociales.
- Pour finir le champ langagier qui regroupe le codage, le décodage, mais aussi la compréhension d'un texte.

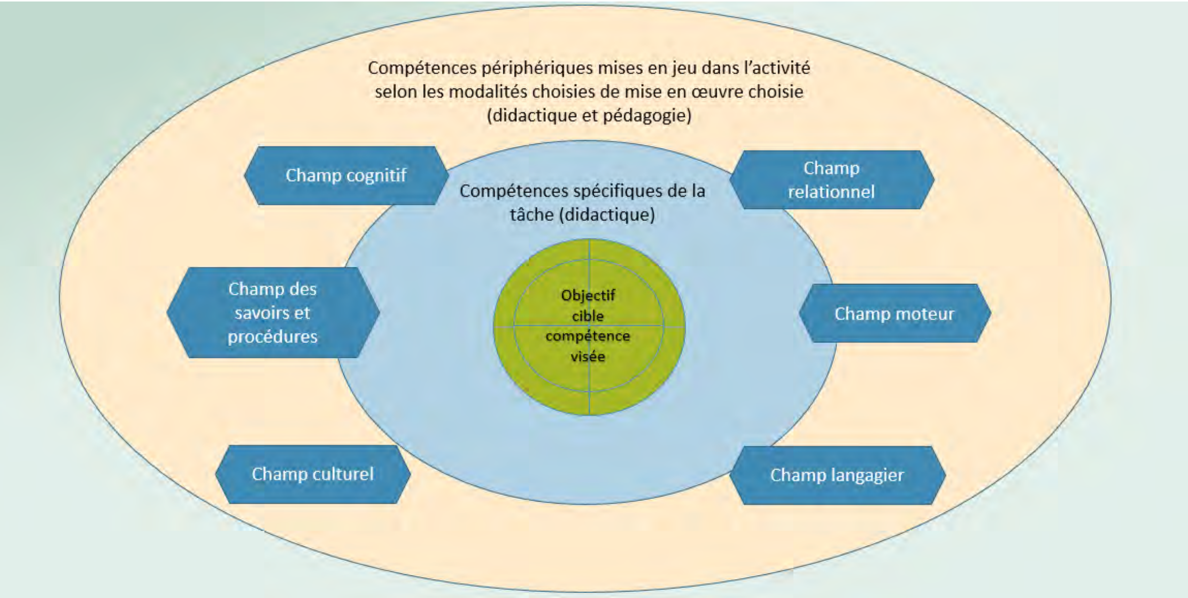


Figure 2 : La cible catégorisée de la formation

1.3 La hiérarchisation des aides

Avec la visée d'anticiper les aides, nous avons aussi proposé aux formateur.trice.s de mettre à l'épreuve la hiérarchisation des aides issue des travaux de Million-Fauré & Gombert (2021) décrite comme ci-dessous :

> *Niveau 1 : les adaptations d'accommodements permettent d'éviter certains obstacles, sans modifier l'objectif d'apprentissage ni la difficulté de la tâche par rapport aux autres élèves de la classe. D'un point de vue didactique, la tâche et la praxéologie associée sont identiques, ou quasiment, à celles de départ.*
>
> *Niveau 2 : Les ajustements conduisent à alléger sensiblement le niveau de difficulté des tâches, sans modifier les contenus de savoirs. Cette fois, la tâche est légèrement différente, mais le type de tâches abordé et les techniques attendues sont les mêmes.*
>
> *Niveau 3 : Les adaptations parallèles conduisent à faire travailler l'élève sur la même situation d'apprentissage que ses camarades, mais avec des objectifs d'apprentissages et/ou des compétences à mobiliser partiellement modifiés.*
>
> *Niveau 4 : Les adaptations coïncidentes portent autant sur le contenu que sur le niveau de difficultés des tâches : l'élève effectuera tout autre chose que ses pairs. Même si la situation travaillée par cet élève conserve des similitudes avec la situation collective*. (Million-Fauré et Gombert, 2021, p. 153-154).

En nous appuyant sur les travaux de Butlen et Masselot (2018), nous faisons l'hypothèse que la difficulté rencontrée par les enseignant.es peut venir du dilemme entre vouloir faire réussir les élèves au risque de prendre en charge tout ou partie de l'objectif d'apprentissage, et vouloir les faire progresser au risque de les démobiliser, car l'apprentissage demande un temps long et de la persévérance. Par exemple, si l'enseignant.e souhaite que les élèves aient accès à des compétences de haut niveau (planification, raisonnement, inférence, compréhension, mise en œuvre de procédures…) et pas seulement à des techniques opératoires, il faut qu'il.elle soit vigilant.e à éviter une surcharge cognitive dès le début de l'activité qui exclurait d'office les élèves qui n'auraient pas automatisé certaines procédures ou qui auraient un déficit au niveau de la mémoire de travail ou qui serait simplement fatigué.es ce jour-là ! Si les futurs enseignant.es ont souvent compris qu'ils.elles devaient avoir un objectif d'apprentissage clair : « ce que je veux que les élèves apprennent », c'est « comment faire pour que tous (ou presque tous) les élèves y accèdent ? » qui reste complexe. La hiérarchisation des aides, croisée avec le cœur de cible, pourrait faire partie de pistes de réponses en formation à cette question complexe du « comment faire ? ». En prenant comme référence la cible de Benoît, le niveau 1 aplanit les obstacles liés aux compétences périphériques. Le niveau 2 peut lui jouer aussi sur les compétences spécifiques (par exemple en modifiant les variables didactiques), mais dans ces deux niveaux, l'objectif d'apprentissage reste identique. En revanche, pour les niveaux 3 et 4, le cœur de cible est modifié.

Nous avons proposé aux formé.es de tester ces supports théoriques sur un exemple pour analyser en quoi ils seraient utiles, utilisables, acceptables et/ou discutables.

2 L'exemple déplié dans le cadre de la formation

Pour cette mise à l'épreuve, nous avons choisi de questionner les formateur.trice.s de la façon suivante : comment, en vous appuyant sur les éléments théoriques exposés, proposez-vous de rendre accessible la situation suivante ?

> Ali et Fatima regardent passer une caravane d'ânes et de chevaux. Il y a aussi des hommes, qui sont tous sur des chevaux. Sur chaque cheval, il y a un seul homme, avec une caisse derrière lui. Sur chaque âne, il y a deux caisses. Ali compte les pattes des animaux, il en trouve 52. Fatima compte les caisses, il y en a 21 en tout. Combien y a-t-il d'hommes dans cette caravane ?

Figure 3 : Extrait 11e Rallye Mathématique Transalpin - Epreuve I- Janvier-Février 2003

2.1 Analyse préalable de la tâche

Avant la formation, nous avons anticipé ce travail en menant une analyse préalable en choisissant pour cœur de cible « mobiliser des démarches de résolution de problèmes de type pré algébriques ». Nous avons synthétisé ce travail en complétant la cible catégorisée (Figure 2) présentée dans la section 1.2.

Dans les rectangles blancs de la figure 4, nous avons identifié les savoirs et les compétences à mobiliser pour résoudre la tâche, catégorisés dans les différents champs. Les étoiles sont associées aux besoins-obstacles des élèves qui souvent les empêchent d'atteindre le cœur de cible, c'est-à-dire l'objectif d'apprentissage.

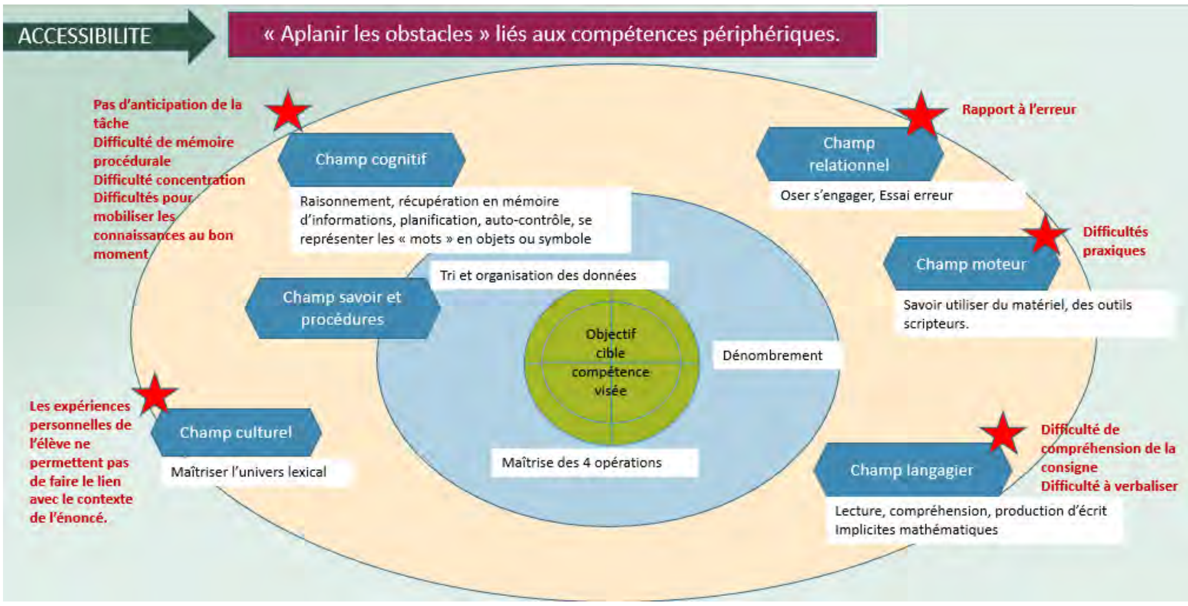


Figure 4 : Analyse de la tâche avec la cible catégorisée.

Nous avons enrichi ce travail d'analyse préalable en identifiant des niveaux d'adaptation selon la hiérarchisation des aides de Million-Fauré et Gombert (Figure 5).

Adaptation niveau 1	- Reformulation du point de vue syntaxique - Lister les variables - Il y a 52 pattes - S'il y a un cheval, combien y a – t-il d'hommes ? de caisses ?
Adaptation niveau 2	- Dire « fais un dessin » - Il y a 13 animaux - Il y a autant d'hommes que de chevaux - Donner accès libre à du matériel - Changer les valeurs de certaines variables didactiques : 16 pattes et 6 caisses - Reformulation (recodage sémantique)
Adaptation niveau 3	- Donner un schéma à compléter - Donner du matériel en amorçant la manipulation
Adaptation niveau 4	- Donner d'abord à résoudre un problème du type « têtes et pattes » ou le pb des pattes de « chats »

Figure 5 : Niveaux d'adaptation à partir des travaux de Million-Fauré et Gombert

2.2 Éléments d'analyse a posteriori

Les propositions pour rendre accessible le problème proposé, travaillées en groupe pendant la formation, ont été mutualisées sur des documents collaboratifs (voir Annexe 1), ce qui nous a permis de faire émerger des premiers constats :

- Les propositions sont nombreuses et relèvent de différents champs.

- Les variables didactiques sont questionnées, les procédures identifiées.
- Des propositions sont formulées pour modifier la forme de l'énoncé : « mise de la question en amont pour une lecture plus centrée. Illustration ou pas ? Choisir des animaux dont les différences sont plus reconnaissables. Raconter la situation aux élèves en notant au tableau les données au fur et à mesure ».
- A un obstacle identifié, une proposition d'accessibilité est associée. Par exemple, quand il faut comprendre l'implicite : « il n'y a pas d'homme sur les ânes, laisser la possibilité de proposer un dessin avec un âne et un cheval ».
- Aucun groupe ne questionne l'objectif d'apprentissage de la situation : qu'est-ce que les élèves vont apprendre en réalisant cette activité ? Nous pouvons faire deux hypothèses sur ce constat. La première est liée à la consigne que nous avons proposée, qui ne demande pas explicitement de préciser le cœur de cible. La seconde hypothèse est le temps nécessaire, en distanciel, pour s'approprier la cible, qui venait d'être découverte pour de nombreux collègues.

Le manque de temps lors de la séance de formation ne nous a pas permis de faire émerger une hiérarchisation des propositions d'aides.

3 Institutionnalisation proposée

Nous avons proposé deux bilans, l'un à propos de l'identification des obstacles récurrents pour les élèves, l'autre en lien avec le concept de milieu didactique (Brousseau 1998).

3.1 Des obstacles récurrents

Les membres du pôle Éducation inclusive ont proposé dans différents cadres (DIU premier degré, CAPPEI par exemple) ce travail d'analyse à partir d'activités en mathématiques (résolution de problème, calcul réfléchi), et aussi en français (compréhension, production d'écrit), EPS (jeu collaboratif), sciences (démarche d'investigation)… Elles ont été analysées au sein du pôle et nous avons pu identifier certains invariants quant aux obstacles potentiellement rencontrés par les élèves. Ces obstacles se situent essentiellement dans les compétences périphériques ce qui laisserait entrevoir qu'une partie de cette anticipation peut être transférable d'une tâche à une autre et aussi entre disciplines. Le tableau suivant synthétise ces éléments invariants et propose des leviers tels que nous les avons présentés en formation.

Champ	Type d'obstacle	Vigilances et aides possibles	Explications
COGNITIF	Surcharge cognitive	Pas trop de texte	Jusqu'à 12 ans l'identification occupe une place importante dans la mémoire de travail, même pour les élèves qui ont une lecture fluide.
		Aides liées à la mémorisation ou aux méthodes	La récupération en mémoire des connaissances ou des capacités n'est pas efficiente chez les élèves en difficulté. La non-automatisation de certaines actions entraîne des doubles tâches.
	Accès à l'autocontrôle et à la métacognition	Observer l'activité réelle des élèves. Utiliser le questionnement en « comment »	Les élèves en grandes difficultés restent dans le faire, ils ne comprennent pas le but de la tâche et les enjeux d'apprentissage : ce sont les malentendus sociocognitifs (Bonnery,2009). Un questionnement de l'enseignant peut aider à passer du tâtonnement à des essais/erreurs orientés vers un but.
SAVOIRS et des PROCÉDURES	Savoirs disciplinaires	Les aides au niveau des connaissances lexicales, du sens des symboles, du	Cet obstacle est aussi lié au champ cognitif. La mémoire didactique ou l'histoire fictive sur savoir (Bloch,2008) est à prendre en charge par l'enseignant.

		lien entre les disciplines	
MOTEUR	L'écrit	Les rendus sont très souvent des écrits	La surcharge de l'écriture ou la forme demandée (exemple : écrire les résultats dans un tableau) sont des obstacles à l'expression d'autres compétences.
LANGAGIER	Lecture/écriture	La lecture peut être prise en charge	Les aller-retour nécessaires entre la consigne et ce que l'élève écrit ne doivent pas le bloquer ou le sortir de la tâche.
CULTUREL	Éloignement de la culture scolaire	Conflit de valeur ou de loyauté. Être explicite pour éviter des incompréhensions réciproques.	Les expériences personnelles des élèves peuvent être éloignées ou non congruentes avec ce qui est enseigné.
RELATIONNEL	L'enrôlement	L'enjeu de la tâche est souvent un impensé	C'est en lien avec le processus de dévolution : qu'est-ce qui fait que mon problème va devenir le problème de l'élève ?

Tableau 1. Obstacles récurrents catégorisés et aides possibles

3.2 Articulation avec le milieu didactique

Nous avons articulé la prise en compte des conditions qui permettent aux élèves d'accéder à l'étude des savoirs au concept de milieu didactique. Nous désignons par milieu tout ce que l'enseignant propose comme environnement à ses élèves pour apprendre (matériel, connaissances, variables didactiques, forme d'étude, etc.). Prendre en compte la diversité des élèves dans un travail préparatoire tel que nous l'avons décrit précédemment rejoint celui d'anticiper l'évolution du milieu d'une situation d'apprentissage. Pour illustrer ce propos nous avons présenté la figure suivante :

Figure 6 : Articulation de la hiérarchisation des aides avec le concept de milieu didactique

Nous avons également mis en perspective le concept de milieu avec la cible de Benoît : penser la dynamique du milieu peut s'articuler avec le travail d'identification des compétences spécifiques et périphériques pour un objectif d'apprentissage donné. (Voir figure 7)

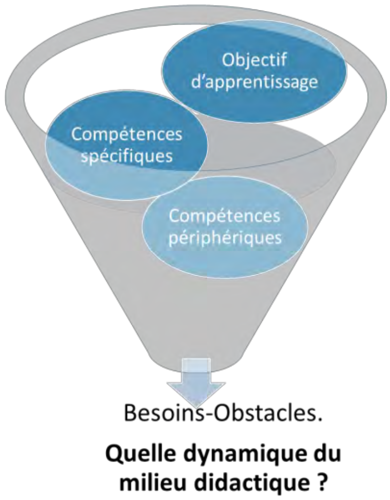


Figure 7 : Articulation du cœur de cible avec le concept de milieu didactique

Ces propositions d'articulation ont fait particulièrement sens pour les formateur.trice.s en mathématiques suivant la formation dans la mesure où cela a résonné avec un « *déjà-là* ». Nous faisons l'hypothèse que cela leur a permis d'envisager que prendre en compte la diversité des élèves dans leur contexte d'enseignement n'est pas si éloigné de leurs pratiques actuelles. Un collègue s'est d'ailleurs rapidement emparé d'éléments de notre formation en Master MEEF1 premier degré. La section suivante est dédiée à son témoignage.

III - TÉMOIGNAGE D'UN FORMATEUR EN MATHÉMATIQUES

1 Les modalités et les objectifs

Les étudiants en master MEEF1 nous font régulièrement part de leurs difficultés à gérer l'hétérogénéité des élèves en classe, notamment lors des séances de mathématiques. Ils constatent que multiplier les individualisations pour répondre aux besoins de tous les élèves est souvent chronophage et peut détourner les élèves de l'objectif d'apprentissage de la séance.

Après avoir assisté à la deuxième journée de la formation de formateur.trice.s, j'ai mis en place une séance sur l'accessibilisation pédagogique et didactique des savoirs, avec deux groupes d'étudiants de M1 du master MEEF1, en m'appuyant sur une résolution de problème avec un double objectif :

- Passer d'une centration sur les besoins des élèves vers une centration sur la tâche et l'accès aux savoirs à acquérir en pensant une variété d'aménagements possibles et en les hiérarchisant.
- Mettre en lien les aides proposées avec l'objectif de la séance de résolution de problème afin de faire prendre conscience que certains aménagements conduisent à un appauvrissement des enjeux de savoirs et à l'éloignement des objectifs d'apprentissage.

Ayant la contrainte de la durée de la séance, 1 h 30, j'ai fait le choix de proposer deux mises en œuvre différentes pour les deux groupes dans l'idée de tester des modalités favorisant l'atteinte de mes objectifs de formation. Pour le premier groupe, j'ai choisi la modalité de la classe entière et j'ai proposé le même énoncé de problème à tout le groupe et pour l'autre groupe, j'ai utilisé une séance en demi-groupe et les étudiants avaient un énoncé à traiter parmi une liste de six énoncés, ces six énoncés étant dérivés du même problème et comportant des variations dans la formulation, la présentation ou la nature des nombres utilisés par exemple.

2 Le déroulé de la séance

L'énoncé du problème a été extrait d'un rallye mathématique de l'académie de Nancy.

MARE À THONS
Aujourd'hui, c'est le jour de la compétition des champions.
Six personnes sont sélectionnées : Marie, Maxou, Laura, Audrey, Laurie et Jean-François. Il leur faut effectuer 42,195 kilomètres chacun.
Sachant que : Audrey effectue 17 km, Marie parcourt le double plus 6,75 km, Laura réalise 7,29 km de moins que Maxou, Laurie accomplit 2,23 km de plus qu'Audrey, Maxou court 9,27 km de moins que Marie et Jean-François 8 km de moins qu'Audrey.
Quelle distance reste-t-il à parcourir pour chaque concurrent ?

Figure 8 : Extrait Rallye Mathématiques Académie de Nancy

La séance, pour les deux groupes, s'est déroulée de la manière suivante :

- Une phase individuelle de résolution d'un problème (5 minutes)
- Une phase en groupe de 30 minutes. Les étudiants devaient répondre par écrit aux trois questions suivantes :
- Quelles compétences, savoirs et savoir-faire sont travaillés dans cette résolution de problèmes ?
- Quels obstacles didactiques ou pédagogiques peut présenter ce problème ?
- Sur quels paramètres peut-on agir pour aider les élèves à besoin éducatif particulier ?
- Un temps de mise en commun et de réflexion autour de l'accessibilisation de ce problème (55 minutes)

La liste des énoncés figure en annexe 2. Les modifications apportées à l'énoncé originel sont l'ajout d'une consigne de schématiser le problème et d'expliciter les choix effectués pour l'énoncé 2, l'utilisation de nombres entiers pour l'énoncé 3, l'ajout d'une question intermédiaire sur la distance parcourue par chaque concurrent pour l'énoncé 4, l'ajout d'une illustration d'une course sur piste pour l'énoncé 5 et le nombre de concurrents qui participent à la course (trois au lieu de six) pour l'énoncé 6.

Le choix pour les énoncés 2 à 6 de supprimer l'image du thon et de modifier le titre en « marathon » est motivé par la non-pertinence du jeu de mots pour la résolution du problème.

3 Éléments de mon analyse préalable

3.1 Difficultés prévisibles

Les difficultés quant à la résolution de ce problème sont liées à la représentation et la modélisation de la situation, à la mise en œuvre d'une stratégie adaptée (organisation des informations sous forme d'un tableau, réorganisation de l'ordre des concurrents…) et au type de nombres utilisés. Les réponses aux trois questions vont être a priori en lien avec les six compétences mathématiques chercher, raisonner, modéliser, représenter, calculer et communiquer.

Les étudiants évoqueront probablement la difficulté de compréhension de l'énoncé et du tri des informations, ainsi que le raisonnement et la maîtrise des calculs. Les aides proposées seront liées au registre extramathématique, au registre des représentations et au registre mathématique. Lors de cette séance, je m'attends également à ce que les étudiants rencontrent des difficultés à analyser les effets produits par les différentes aides proposées notamment sur l'impact que ces aménagements de la tâche ont sur l'objectif de la séance de résolution de problème. Aussi, pour les étudiants, une des difficultés va être de se centrer davantage sur l'accessibilisation de la tâche plutôt que sur les besoins des élèves. En appui sur les contenus de la formation que j'ai suivie, je projette d'expliciter aux étudiants que répondre aux besoins de tous les élèves ne passe pas nécessairement par simplifier la tâche, mais aussi par la rendre accessible par des suppléments, des adaptations ou des modifications.

3.2 Points d'appui et points de vigilance

La résolution de problèmes est une activité complexe qui nécessite la coordination de plusieurs compétences, ici les six compétences mathématiques. Pour moi, l'objectif d'apprentissage au cœur de cible de cette résolution de problème est de décomposer le problème en sous-problèmes et de mettre en relation chaque grandeur. Les types d'aménagements proposés dans les énoncés 2 à 6 ont une influence sur les compétences travaillées, mais ils ont été réfléchis en amont afin d'aplanir les difficultés liées aux compétences périphériques ou spécifiques, en essayant de ne pas s'éloigner de l'objectif de la séance de résolution de problème.

Par exemple, la consigne supplémentaire de l'énoncé 2 pourrait permettre aux étudiants de se focaliser davantage sur la structure du problème et les relations entre les quantités si les représentations faites ne sont pas uniquement liées au contexte du problème.

4 Éléments d'analyse a posteriori

Je n'ai pas à proprement parlé effectuer d'analyse a posteriori. Je fais part ici de quelques réflexions sur mon expérimentation.

Le fait d'avoir proposé moi-même des aménagements pour cet énoncé de problème n'a pas permis d'atteindre mon deuxième objectif, à savoir questionner précisément l'impact des aides proposées sur la résolution de la tâche. Les aides auxquelles j'ai pensé n'ont pas été véritablement situées par rapport aux obstacles anticipés. Une analyse a priori consistante, en amont de la séance et effectuée avec les étudiant.es leur aurait permis de situer précisément des aménagements possibles par rapport aux compétences travaillées et d'en étudier l'impact sur la tâche de manière plus efficiente.

L'analyse a priori est un travail complexe pour des enseignants ou formateurs débutants, mais permet de clarifier la progression des apprentissages jusqu'à l'objectif d'apprentissage visé dans la perspective d'un développement dans un enseignement inclusif et permet de rendre explicite tout ce qui est nécessaire pour les élèves d'avoir acquis ou de pouvoir mobiliser pour réussir la tâche aurait été utile dans un premier temps.

Une de mes préoccupations a été d'être moi-même accessible dans mes formulations auprès de mes étudiant.es. Par exemple, j'utilise les termes « élèves à besoin éducatif particulier » pour rester dans leur zone proximale de développement, mais cela crée une tension entre mon objectif premier qui était justement de se décentrer des besoins des élèves.

La difficulté majeure à laquelle j'ai été confronté a été de construire la séance à la fois en pensant l'analyse a priori et l'accessibilité pédagogique et didactique par rapport à la tâche. Utiliser un problème dont l'analyse a priori a déjà été faite en amont m'aurait permis de me focaliser sur mes deux objectifs en faisant davantage de lien avec le cœur de cible et la hiérarchisation des aides. Une deuxième difficulté a été pour moi la gestion du temps de formation disponible dans le cadre du master MEEF1. En effet, ce master a pour double objectif de préparer les étudiants à la fois au concours de recrutement de professeurs des écoles et au métier. Les contenus des enseignements disciplinaires étant denses, je n'ai pas suffisamment ni régulièrement pris en compte les enjeux de l'école inclusive lors de mes interventions. Inclure cette dimension à tous mes travaux dirigés est un de mes futurs objectifs.

Aussi, mon expérience en tant que formateur à l'INSPE est récente et pour articuler savoirs visés et objectifs de la tâche ou pour rendre accessible la tâche ainsi que le savoir visé, des lectures d'articles en didactique des mathématiques seront nécessaires.

Ce témoignage a permis de mettre en évidence que mettre en lien les enjeux de l'école inclusive avec la nécessité d'engager les étudiants dans des réflexions sur l'analyse des obstacles potentiels associés aux situations travaillées permet aux formateurs.trices de prendre conscience que ce n'est pas si éloigné de leurs pratiques ordinaires. Toutefois, utiliser par exemple la hiérarchisation des aides dans une analyse a priori demande aux formateurs-trices de restructurer leur proposition et cela ne va pas nécessairement de soi. Nous faisons l'hypothèse que favoriser le partage de ressources et le partage d'expériences des formateurs-trices, en renforçant la dialectique formation/recherche permettrait une meilleure opérationnalisation des enjeux de l'école inclusive en formation

IV - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans cette communication nous avons, au travers d'une formation de formateur.trice.s de mathématiques, proposé de tester et de mettre en œuvre une démarche d'enseignement qui vise l'accessibilité pédagogique et didactique des savoirs en lien avec les enjeux de l'école inclusive. En effet, les formateurs.trices ont besoin d'accompagner les enseignant.es et les étudiant.es dans leurs réponses à la prise en compte de la diversité des élèves. Le premier réflexe qui consisterait à toujours individualiser pour compenser un manque n'est pas tenable. Un enseignant ne peut pas se diviser en 25 ! Le pôle Éducation inclusive (EI) de l'INSPE de Cergy a fait le choix de former les collègues des différents sites à une approche environnementale c'est-à-dire à penser l'accessibilité des savoirs en première intention. Cette démarche déployée par le pôle EI de Cergy a également été proposée en formation d'enseignants.es spécialisé.es (CAPPEI) dans différentes disciplines (français, mathématiques, sciences), en enseignement inclusif et dans les formations continues d'enseignants du second degré (spécialisé.es ou non). Les mises en œuvre des enseignant.es dans les classes n'ont, actuellement, pas fait l'objet d'une analyse avec un protocole de recherche. Seuls des feed-back, qualitatifs, lors de visites de classe ou lors de bilan de stage montrent de la part des enseignant.es une volonté de tester la démarche et une posture réflexive qui engendre une évolution de gestes professionnels au bénéfice des élèves. Cette évolution a été observée principalement sur 2 axes. Le premier concerne l'anticipation des aides qui a été favorisée par la prise de conscience des nombreux obstacles récurrents issus de compétences autres que mathématiques. Le second axe, concerne la nécessité de clarifier l'objectif d'apprentissage grâce à la cible catégorisée de Benoit pour permettre la formulation d'un objectif précis, unique et évaluable ainsi qu'une progressivité pour l'atteindre. C'est pourquoi nous pensons que l'utilisation de la cible de Benoît associée à la catégorisation des champs de compétences pour réussir la tâche pourrait être un moyen d'identifier et de hiérarchiser les enjeux de savoir mathématiques. De plus, la mise en évidence des compétences « périphériques » et « spécifiques » qui ne sont pas le cœur de cible (l'objectif d'apprentissage) sont indispensables pour penser l'accessibilité, car ce sont elles qui peuvent faire obstacle à la réussite de l'activité par les élèves. Nous faisons l'hypothèse que le travail préparatoire tel que nous l'avons proposé en formation pourrait être proposé en formation MEEF. Il permettrait aussi d'avoir une vision plus claire de la progressivité des apprentissages jusqu'à l'objectif visé. Nous avons depuis réfléchi à en construire une schématisation qui prend en compte des éléments de notre cible catégorisée et qui rend explicite ce qui est nécessaire pour les élèves d'avoir acquis ou de pouvoir mobiliser pour réussir la tâche. Par exemple, pour le problème proposé lors de la formation, nous avons élaboré le schéma suivant qui mérite sans aucun doute encore d'y réfléchir :

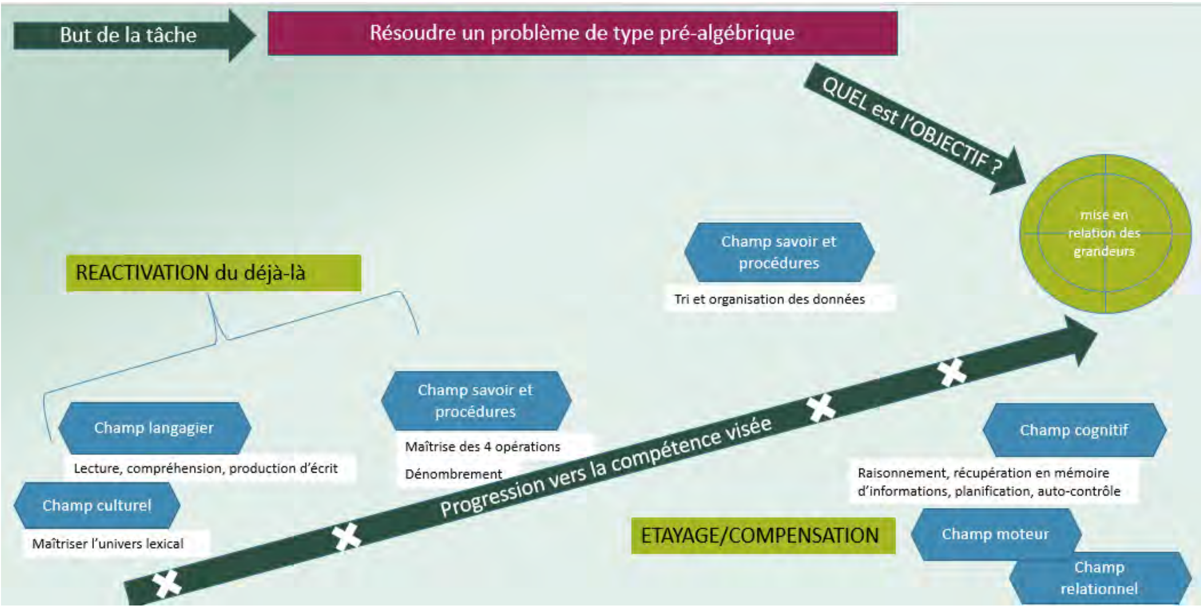


Figure 9 : Progressivité des apprentissages en lien avec le problème donné de la formation

Nous projetons d'enrichir nos réflexions en croisant notre démarche avec les travaux de Yerly (2023) qui envisage « la planification flexible à rebours » des situations d'apprentissage-enseignement-évaluation avec la visée que « les enseignants deviennent des « experts adaptatifs » (Hattie, 2017) qui sont capables de voir l'apprentissage du point de vue des élèves, de les situer par rapport aux cibles d'apprentissage et de flexibiliser leurs stratégies et leurs plans initiaux. Cette flexibilité est rendue possible grâce à une connaissance préalable des attentes et à la maîtrise de différentes stratégies » (Yerly, 2023, p.129).

Il est par conséquent nécessaire de poursuivre les expérimentations pour observer l'opérationnalisation de la cible catégorisée pour anticiper la progressivité des apprentissages des élèves en appui sur la hiérarchisation des aides. Cette poursuite prend différentes formes sur le site de l'INSPE de Cergy, dont celle co-enseignement (formatrice de mathématiques et formatrice éducation inclusive) dans deux groupes de diplôme interuniversitaire (DIU), des formations continues dans le premier et second degré avec des enseignant.es expert.es et/ou spécialisé.es dans les classes. Une perspective est d'identifier comment les enseignant.es en fonction de leur ancienneté ou de leurs gestes professionnels s'emparent de la démarche proposée et de mesurer les effets sur les apprentissages de tous les élèves.

V - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T. (2019). Dynamique inclusive, don et reconnaissance, *Recherche en éducation et pratiques inclusives, La nouvelle revue – Éducation et société inclusives*, 86, p. 13-26.

Benoît, H. (2020). Les besoins éducatifs particuliers sont-ils un frein ou un levier dans la lutte contre les discriminations scolaires ? *Les cahiers de la lutte contre les discriminations*, 11, p. 61-82.

Barry, V. (2011). *Identifier des besoins d'apprentissage*. Paris : L'Harmattan.

Block, I. (2008). Les signes mathématiques dans l'enseignement spécialisé : restauration du processus interpretative. Étude d'une progression sur la multiplication en SEGPA, *Les sciences de l'éducation-Pour l'ère nouvelle,* 41, p. 91-113.

Butlen, D. & Masselot, P. (2018). De la recherche à la formation : enrichir les pratiques des enseignants pour favoriser les apprentissages des élèves en mathématiques, *Recherche et formation*, 87, p. 61-75.

Bonnéry, S. (2009). Scénarisation des dispositifs pédagogiques et inégalités d'apprentissage, *Revue française de pédagogie,* 167, p. 13-23.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* La pensée sauvage.

Ébersold S. & Feuilladieu S. (2021). Pratiques inclusives, innovation ordinaire et l'autrement capable de l'école. *La nouvelle revue - Éducation et société inclusives*, 92, p. 11-22

Hattie, J. (2017). *L'apprentissage visible pour les enseignants. Connaître son impact pour maximiser le rendement des élèves.* Québec : Presses de l'Université du Québec.

Million-Fauré, K., & Gombert, A. (2021). Analyse d'une situation en mathématiques pour une élève dyscalculique. Méthodologie pour la conception d'adaptations pédagogiques et didactiques. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 41(2), p. 143-176.

Perrin-Glorian, M.-J. & Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, Outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(2), 217-276.

Yerly, G. (2023). Comment la planification peut-elle permettre de passer d'une évaluation de l'apprentissage à une évaluation pour l'apprentissage ? *Conférence de consensus du Cnesco l'évaluation en classe, au service de l'apprentissage des élèves : Notes des experts*, p. 126-135.

VI - ANNEXE 1 DOCUMENT DE MUTUALISATION FORMATION DE FORMATEURS (TEMPS 2)

Dans le document ci-dessous, les couleurs correspondent aux retours des différents groupes de formateurs.

La consigne, à partir de l'énoncé du problème, était d'utiliser les cadres proposés pour identifier les obstacles et proposer des aides hiérarchisées. C'est-à-dire celles qui visent l'accessibilité et celles qui vont modifier l'objectif d'apprentissage (le cœur de cible).

Cela dépend des besoins
Ânes et chevaux animaux qui se ressemblent
Choisir des animaux dont les différences sont plus reconnaissables. Par exemple, chameaux et chevaux.

Implicite : Pas d'homme sur les ânes -> Proposer un dessin avec un âne et un cheval.

Procédures :
52 : 4 = 13 donc 13 animaux
21 - 13 = 8 donc 8 ânes
13 - 8 = 5 donc 5 chevaux, donc 5 hommes

En baissant les valeurs, on permet de rendre accessible la procédure de schématisation, mais on change la tâche à réaliser

En prenant un nombre de pattes inférieur à 40 (multiple de 4), on n'a plus besoin d'effectuer une division on se sert des faits numériques connus rendre accessible aux élèves qui ne savent pas effectuer la division

Travailler sur l'énoncé afin de rendre la tâche plus accessible :
- reformulation,
- schématisation, ...

S'approprier la situation, la mimer avec du matériel miniature (avec d'autres nombres plus petits)

caravane ???!!!

Il y a des chevaux et des ânes.
Chaque cheval porte une caisse.
Chaque âne porte deux caisses.
En tout il y a 52 pattes et 21 caisses.
Combien y a-t-il de chevaux ?

Question de la place de la question (en amont du texte pour une lecture plus centrée) :
dans cet exercice, il va falloir trouver le nombre de chevaux .
Reposer la question à la fin ?

Discussion sur le matériel à disposition pour un mode enactif (pour démarrer la "mise en scène" de la situation...) pas tout...
Illustration ou pas ?!!!

Hommes : complexifie de manière inutile, idem avec les pattes, parler des chevaux et caisses et donner le nombre total d'animaux et de caisses (au lieu de pattes et des caisses)
Raisonnement sur caisses et animaux

Simplifier les années numériques avec le même raisonnement arithmétique, pas trop proche du milieu (ânes/chevaux)
Format de l'énoncé :
Donner une représentation imagée du pb : un cheval avec 1 caisse et un âne avec 2 caisses.
Raconter la situation aux élèves et en notant au tableau les données au fur et à mesure.

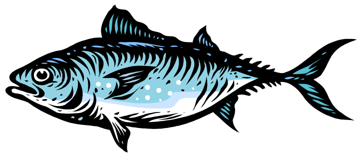
Etape préliminaire :
Au début donner un nb d'ânes et chevaux et demander nb de caisses (et d'hommes, de caisses…)

VII - ANNEXE 2 ÉNONCÉS DE LA SÉANCE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Énoncé 1 : l'original

MARE À THONS

Aujourd'hui, c'est le jour de la compétition des champions.



Six personnes sont sélectionnées : Marie, Maxou, Laura, Audrey, Laurie et Jean-François. Il leur faut effectuer 42,195 kilomètres chacun.

Sachant que : Audrey effectue 17 km, Marie parcourt le double plus 6,75 km, Laura réalise 7,29 km de moins que Maxou, Laurie accomplit 2,23 km de plus qu'Audrey, Maxou court 9,27 km de moins que Marie et Jean-François 8 km de moins qu'Audrey.

Quelle distance reste-t-il à parcourir pour chaque concurrent ?

Énoncé 2 :

MARATHONS

Aujourd'hui, c'est le jour de la compétition des champions.

Six personnes sont sélectionnées : Marie, Maxou, Laura, Audrey, Laurie et Jean-François. Il leur faut effectuer 42,195 kilomètres chacun.

Sachant que : Audrey effectue 17 km, Marie parcourt le double plus 6,75 km, Laura réalise 7,29 km de moins que Maxou, Laurie accomplit 2,23 km de plus qu'Audrey, Maxou court 9,27 km de moins que Marie et Jean-François 8 km de moins qu'Audrey.

Schématiser le problème et expliciter les choix effectués.

Quelle distance reste-t-il à parcourir pour chaque concurrent ?

Énoncé 3 :

MARATHONS

Aujourd'hui, c'est le jour de la compétition des champions.

Six personnes sont sélectionnées : Marie, Maxou, Laura, Audrey, Laurie et Jean-François. Il leur faut effectuer 42 kilomètres chacun.

Sachant que : Audrey effectue 17 km, Marie parcourt le double plus 6 km, Laura réalise 7 km de moins que Maxou, Laurie accomplit 2 km de plus qu'Audrey, Maxou court 9 km de moins que Marie et Jean-François 8 km de moins qu'Audrey.

Quelle distance reste-t-il à parcourir pour chaque concurrent ?

Énoncé 4 :

MARATHONS

Aujourd'hui, c'est le jour de la compétition des champions.

Six personnes sont sélectionnées : Marie, Maxou, Laura, Audrey, Laurie et Jean-François. Il leur faut effectuer 42,195 kilomètres chacun.

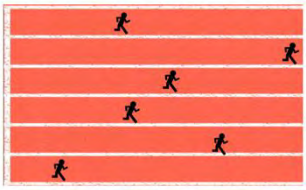
Sachant que : Audrey effectue 17 km, Marie parcourt le double plus 6,75 km, Laura réalise 7,29 km de moins que Maxou, Laurie accomplit 2,23 km de plus qu'Audrey, Maxou court 9,27 km de moins que Marie et Jean-François 8 km de moins qu'Audrey.

Quelle distance parcourt chaque concurrent ?

Quelle distance reste-t-il à parcourir pour chaque concurrent ?

Énoncé 5 :

MARATHONS



Aujourd'hui, c'est le jour de la compétition des champions.

Six personnes sont sélectionnées : Marie, Maxou, Laura, Audrey, Laurie et Jean-François. Il leur faut effectuer 42,195 kilomètres chacun.

Sachant que : Audrey effectue 17 km, Marie parcourt le double plus 6,75 km, Laura réalise 7,29 km de moins que Maxou, Laurie accomplit 2,23 km de plus qu'Audrey, Maxou court 9,27 km de moins que Marie et Jean-François 8 km de moins qu'Audrey.

Quelle distance reste-t-il à parcourir pour chaque concurrent ?

Énoncé 6 :

MARATHONS

Aujourd'hui, c'est le jour de la compétition des champions.

Trois personnes sont sélectionnées : Audrey, Marie et Maxou. Il leur faut effectuer 42 kilomètres chacun.

Sachant que : Audrey effectue 17 km, Marie parcourt le double plus 6,75 km et Maxou court 9,27 km de moins que Marie.

Quelle distance reste-t-il à parcourir pour chaque concurrent ?

LA COPMATHS « AU SERVICE » DES ÉLÈVES EN ÉDUCATION PRIORITAIRE : ET SI ON S'AIDAIT D'UN SCHÉMA POUR MIEUX VOIR CE QUI SE LIT MAL ?

Camille ANQUETIL
Professeur des écoles, académie de Bordeaux
`Camille-Si.Anquetil@ac-bordeaux.fr`

Caroline BULF
Maître de Conférences des Universités en didactique des mathématiques
INSPE de Bordeaux
LaB-E3D EA 7441 - Université de Bordeaux
`caroline.bulf@u-bordeaux.fr`

Résumé
La CoPMaths est une communauté de pratique qui offre à ses membres (enseignant·e·s du CP au CM2, formatrices INSPE ou CPC[1], chercheuse) un espace de collaboration sur l'enseignement de la résolution de problèmes, en se questionnant sur l'enseignement de la schématisation (Anquetil et Bulf, 2023). Les enseignant·e·s de la CoPMaths enseignent toutes et tous dans un établissement de réseau REP ou REP+ (zone urbaine). Des pré-tests menés en 2021 et 2022 permettent de reconnaître qu'une grande partie de leurs élèves mobilisent des « procédures superficielles » de résolution (Fagnant, 2008). Ainsi la CoPMaths cherche-t-elle à construire une progression du CP au CM2 ayant pour objectif de rendre explicite auprès des élèves ce qui est implicite dans l'énoncé textuel (Larkin et Simon, 1987), en élaborant une trace sur laquelle s'appuyer pour parler des liens arithmétiques entre les nombres de l'énoncé (Diezmann, 2002), planifier une procédure de résolution, ou construire un langage commun autour du schéma et de ses codes (van Garderen et Scheuermann, 2015). En appui sur diverses traces d'activité d'élèves de CM1-CM2 (captations audio ou vidéo, productions écrites, entretiens, …) d'une des classes impliquées dans la CoPMaths, notre communication vise à montrer en quoi le passage par la schématisation est une manière d'impliquer les élèves les plus en difficulté.

I - INTRODUCTION : QU'EST-CE-QUE LA COPMATHS ?

1 Origines du dispositif

La CoPMaths est une communauté de pratique créée en 2020 dans le cadre d'un mémoire de recherche de Master PIF[2] (Anquetil, 2021). Pour établir les fondements de cette communauté de pratique, nous nous sommes majoritairement appuyés sur les travaux de Wenger (2005). En voici la définition la plus courante :

> *Les communautés de pratique sont des groupes de personnes qui se rassemblent afin de partager et d'apprendre les uns des autres, face à face ou virtuellement. Ils sont tenus ensemble par un intérêt commun dans un champ de savoir et sont conduits par un désir et un besoin de partager des problèmes, des expériences, des modèles, des outils et les meilleures pratiques. Les membres de la communauté approfondissent leurs connaissances en interagissant sur une base continue et à long terme, ils développent ensemble de bonnes pratiques.* (Wenger, McDermott et Snyder, 2002, p. 32)

[1] INSPE : Institut national supérieur du professorat et de l'éducation.

CPC : conseiller pédagogique de circonscription.

[2] Pratiques et ingénierie de la formation, parcours didactique des disciplines.

Au sens de Wenger, la structure de toute communauté de pratique est la même : une communauté, guidée par un domaine d'intérêt commun, construit une pratique partagée.

Aujourd'hui, la CoPMaths est un groupe de 15 participants issus de l'éducation, de la formation ou de la recherche, qui se réunit au moins une fois tous les deux mois pour collaborer autour du sujet de la schématisation[3]. La CoPMaths s'intéresse tout particulièrement au rôle de la schématisation dans le processus de résolution de problème et sur l'intérêt qu'elle peut représenter pour l'élève lorsqu'elle est le fruit d'un enseignement spécifique. Nous nous sommes accordés au sein de la communauté à employer la définition de schéma selon Diezmann :

> *Un schéma est une représentation visuelle abstraite qui prend sens spatialement et qui permet de rendre compte de structures et de processus complexes dans leur globalité (Winn, 1987). Les schémas sont une représentation externe [au sens de Goldin 1986] permettant de révéler des représentations mentales internes (Presmeg, 1986) offrant un accès privilégié aux connaissances des élèves à travers les connections construites (Bereiter, 1991).* (Diezmann, 1995, p.2)

2 Évolution institutionnelle du dispositif depuis sa création

La CoPMaths est arrivée au terme de sa troisième année d'expérimentation. Elle a vu le jour en 2020 dans le cadre d'une recherche universitaire aboutissant à la rédaction d'un mémoire (Anquetil, 2021) explorant la question suivante : **Dans quelle mesure peut-on envisager la communauté de pratique comme dispositif de formation continue pour les enseignant·e·s ?** Par cette interrogation, nous avions voulu explorer les potentialités d'un accompagnement des enseignant·e·s en appui sur le partage et la collaboration entre pairs, leur pratique étant au centre des échanges. Ce mémoire a été l'occasion d'analyser comment la dynamique se construisait au fil des réunions et des interactions entre les membres. Nous avions aussi détaillé la chronologie de cette première année dans les actes du colloque de Grenoble (Anquetil et Bulf, 2022). Les éléments d'analyse recueillis au sein de ce mémoire ont constitué, dès la rentrée 2021, les fondements de notre projet INSPE-CARDIE[4]. Celui-ci a permis de poursuivre le travail initié pendant les deux années suivantes dans un cadre institutionnel. Nous avons poursuivi nos réunions au même rythme et avons commencé à expérimenter un enseignement autour de la schématisation dans les classes des membres de la CoPMaths, du CP au CM2. Durant ces deux années, nous avons aussi pu mettre en avant notre dispositif et nos expérimentations à diverses occasions : des actions de communication comme lors de la COPIRELEM en 2021 et 2022, lors de la journée de l'innovation CARDIE en 2022 et 2023[5], de la journée IREM en 2022 ou encore pour le séminaire INSPE-CARDIE « Approches innovantes en mathématiques » en 2023. Nous avons été, par ailleurs, invités à intervenir lors de sessions de formation continue du premier degré : d'une part dans le cadre de la formation académique des RMC[6] en 2022 et d'autre part dans le cadre de la formation REP+ du réseau Blanqui en 2023. Ces divers cadres d'(in)formations nous ont donné l'occasion d'accueillir le retour de collègues sur notre projet voire de susciter l'intérêt puis l'adhésion de certain·e·s qui sont par la suite devenu·e·s membres de la CoPmaths. À l'issue de cette troisième année, la CoPMaths a eu l'opportunité

---

[3] Vidéo de présentation du groupe CoPMaths : https://math-interactions.u-bordeaux.fr/Media/Unite-de-formation-de-mathematiques-et-interactions/Irem/Groupes-IREM/Video-Presentation-du-groupe-Cop-Maths

[4] CARDIE : Conseil Académique en Recherche-Développement, Innovation et Expérimentation.

[5] Notre projet a été élu parmi les 5 projets les plus innovants par la CARDIE en 2023 : https://www.ac-bordeaux.fr/jai-2023-retour-sur-cinq-projets-innovants-presents-129206, co-lauréat de l'axe « Travailler les fondamentaux autrement » : https://innovatheque-pub.education.gouv.fr/innovatheque/consultation-action/10111

[6] Référents Mathématiques de Circonscription, selon le plan Villani-Torossian.

https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242 de changer de cadre institutionnel pour passer d'un projet INSPE-CARDIE à un groupe IREM[7]. C'est donc dans ce nouveau contexte que la CoPMaths fera évoluer ses objectifs en septembre 2023.

3 Objectifs, arrière-plans théoriques et méthodologie

Durant ces trois années, trois objectifs principaux ont guidé notre projet collaboratif :

- Favoriser un espace de dialogue et d'échanges entre les membres de la communauté de pratique
- Co-concevoir une progression autour de la schématisation en résolution de problèmes
- L'expérimenter dans les classes et la faire évoluer pour faire progresser les élèves.

En effet, compte tenu de la place qu'occupe une certaine forme de schématisation dans les préconisations institutionnelles pour l'école primaire[8], notre CoPMaths s'est donné comme objectif de chercher à mieux comprendre les conditions d'usage du schéma. En appui sur les travaux de recherche de Fagnant (2008 ; 2023), nous postulons que le schéma peut effectivement être une aide pour la résolution de problèmes mathématiques. Toutefois, comme l'énonce Fagnant elle-même, le *comment* reste à interroger. En se référant aux nombreux autres travaux reconnus et partagés par la communauté didactique à ce sujet (Vergnaud, 1982 ; Julo, 2002 ; Houdement, 2017 ; Laparra et Margolinas, 2009 ; …), l'un de nos objectifs est de co-construire une progression du CP au CM2 qui prenne en charge la schématisation, en partant notamment des productions singulières des élèves face à des types de problèmes spécifiques à l'instar de Demonty et Fagnant (2013).

Par conséquent puisque notre ambition était de partir **des productions singulières des élèves,** nous avions besoin de mieux identifier ces dernières en début de chaque année scolaire, avant de nous lancer dans nos progressions et séquences. Nous avons donc travaillé sur l'élaboration d'un pré-test, proposé en début d'année de chaque année scolaire pour chaque niveau et à chaque élève, et redonné en fin d'année pour comparer les résultats. Suite à ce pré-test, la CoPMaths s'est réunie pour analyser les résultats et définir des objectifs de travail. Tout au long de l'année, les réunions qui ont suivi ont permis de construire collectivement des séquences d'activités en lien avec la schématisation en résolution de problème, mais aussi de les analyser collectivement à partir des traces recueillies en classe pour pouvoir les modifier, les affiner.

II - PRÉTESTS 2022

En septembre 2022, les membres de la CoPMaths ont élaboré un pré-test qui s'adresse à des élèves du CP au CM2. Il comporte une dimension graduelle dans la typologie des problèmes proposés et dans la quantité d'énoncés proposés. Nous avons cherché à élaborer des prétests représentatifs de la diversité des structures de problèmes, au sens de Vergnaud (1982). Sans rentrer plus en détail dans la conception de ce pré-test comprenant essentiellement des problèmes basiques au sens de Houdement (2017) et quelques problèmes à une étape pour les CM (voir (Anquetil et Bulf, 2023) pour consulter les pré-tests dans leur version antérieure de 2021), il nous paraît important de préciser que nous avons cherché à prendre en compte les nombreuses variables didactiques ainsi que certaines difficultés attendues, venant de divers obstacles possibles : des implicites liés au contexte, des mots inducteurs, une familiarisation plus grande avec l'addition, de possibles effets de contrat, les choix des nombres, dans les champs additif ou multiplicatif, … Nous proposons des extraits plus loin.

Ces pré-tests ont été proposés à 152 élèves, en octobre 2022 (35 CP, 24 CE1, 24 CE2, 43 CM1, 26 CM2). L'objectif était d'obtenir, à un moment donné de notre expérimentation, une photographie des procédures des élèves afin de mieux orienter nos choix pour la construction de notre progression, en

[7] IREM : Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques.

[8] Voir les guides : « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP » et « La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen » : https://eduscol.education.fr/3107/guides-fondamentaux-pour-l-enseignement

fonction des difficultés repérées. Nous n'attendions pas particulièrement d'eux qu'ils fassent des schémas sur ce pré-test mais nous souhaitions voir s'ils y avaient recours d'eux-mêmes, sans demande explicite de la part de l'enseignant.

Suite à ces pré-tests, nous avons dressé un tableau des taux de réussite, par problème et par niveau de classe. Pour cette communication, nous nous concentrons uniquement sur les résultats des élèves de CM1 et CM2.

1 Résultats en cycle 3 (Cours Moyen)

Afin de concevoir une progression au plus près des besoins de nos élèves, nous avons choisi d'analyser les différents facteurs d'échec et avons considéré les 7 critères suivants représentés par une couleur différente dans les graphiques de la figure 1 : pas d'entrée dans la recherche, procédure non aboutie, mauvais choix de calcul, résultat erroné, mauvaise interprétation du dessin ou du schéma, pas de phrase de réponse, mauvaise phrase de réponse.

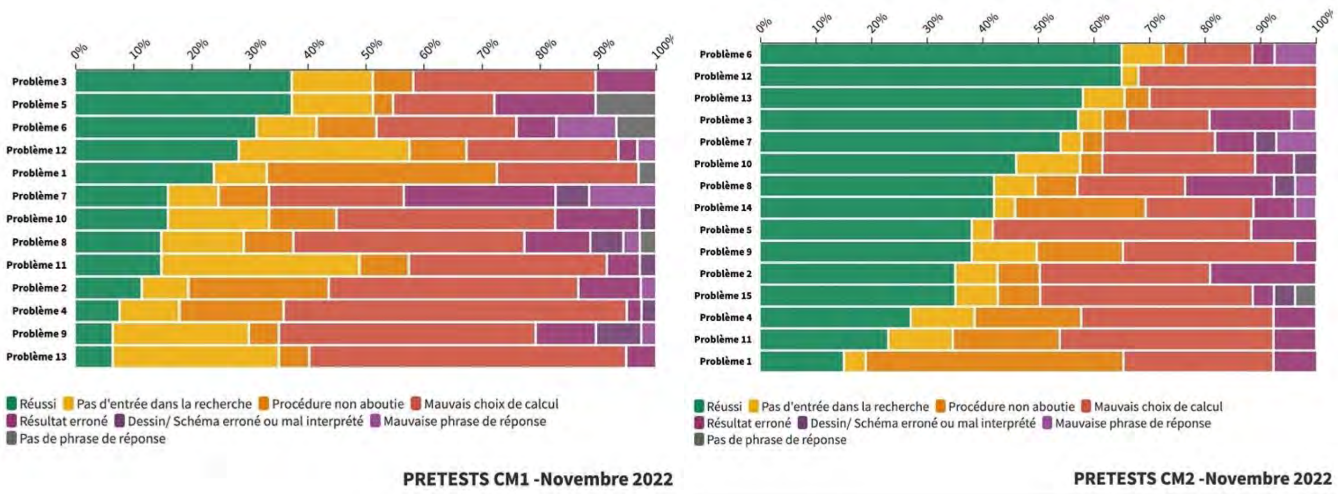


Figure 1. Résultats des CM1 et CM2 aux pré-tests d'octobre-novembre 2022 selon nos 7 critères.

Tout d'abord, nous observons un faible pourcentage global de réussite (couleur verte) en CM1 par rapport aux CM2, ne dépassant pas 38%. Afin de chercher à mieux comprendre pourquoi les élèves ont été en échec, il est nécessaire de regarder plus en détails les proportions qu'occupent les autres couleurs. En comparant avec les résultats du cycle 2, la CoPMaths a noté une difficulté de plus en plus exacerbée à choisir un calcul correct (couleur rouge), que ce soit en CM1 ou CM2. On remarque aussi que les élèves peinent à entrer dans la recherche (couleur jaune) et à développer une procédure aboutie (couleur orange) notamment pour résoudre des problèmes complexes.

2 Des objectifs pour la suite

Au regard des résultats des pré-tests d'octobre 2022, les objectifs prioritaires de la CoPMaths étaient de parvenir, à travers des activités co-conçues puis menées en classe, à gommer un maximum de jaune et de rouge à savoir : favoriser l'entrée dans la recherche et amener à faire un meilleur choix de calcul. En outre, le fait qu'il y ait une part non négligeable de « violet » nous paraît cruciale pour des élèves de Cycle 3 car elle correspond à des difficultés liées à la formulation d'une phrase de réponse valide. Par conséquent, nous visons également un troisième objectif pour les élèves de cycle 3 : évacuer les difficultés liées à la phrase de réponse (qualification et rédaction du résultat). De toute évidence, nous n'avons pas choisi de laisser de côté la proportion signifiante de « résultats erronés » mais nous avons décidé qu'elle serait traitée par ailleurs en dehors de l'activité de résolution de problème, à savoir en calcul. À ce stade de notre travail, notre questionnement principal a été le suivant : **Quel rôle un enseignement autour de la schématisation peut-il avoir dans la poursuite de ces trois objectifs ?**

Compte tenu du thème du colloque de cette année, deux entrées étaient envisageables : se focaliser sur un même type de problème échoué par un grand nombre d'élèves en s'intéressant aux diverses difficultés observables, ou bien se focaliser sur un nombre plus restreint d'élèves en échec sur un grand nombre de problèmes en s'intéressant à leurs diverses procédures. Nous avons choisi la deuxième entrée, en ciblant trois élèves de CM1-CM2, visiblement en grande difficulté sur ce pré-test.

3 Les profils de trois élèves en difficulté sur les prétests

Ces trois élèves sont dans la même classe de double niveau CM1-CM2, en contexte REP+. Nous savons aujourd'hui à quel point les élèves y cumulent souvent des difficultés de natures diverses que ce soit pour entrer dans la lecture ou l'écriture (Butlen, Charles-Pézard et Masselot, 2015 ; Perrin-Glorian, 2013). L'une de nos hypothèses de travail est que le choix de passer par la schématisation peut être un levier pertinent pour ces élèves, qui pour certains, ne savent ni lire ni écrire ni calculer facilement. Voici donc nos trois élèves :

- **EN** est un élève compétent en mathématiques, mais on observe[9] néanmoins des procédures superficielles (Fagnant, 2008) de différentes natures en résolution de problème.
- **MA** est une élève compétente en français et beaucoup moins en mathématiques, elle a une très faible estime de ses capacités dans cette matière et dit ne « rien comprendre ». Elle semble mettre peu de sens en résolution de problème, panique souvent et propose systématiquement un calcul, peu importe son sens et son résultat.
- **FI** est une élève en grande difficulté scolaire, elle a un niveau très faible en français et en mathématiques (niveau CP). Résoudre un problème selon elle, c'est « faire le calcul ».

Les graphiques suivants (Figure 2) représentent leurs résultats au prétest d'octobre-novembre 2022. Ils nous apparaissent assez représentatifs de la diversité des trois profils en question, qui sont donc en difficultés pour des raisons différentes (compte tenu des couleurs différentes).

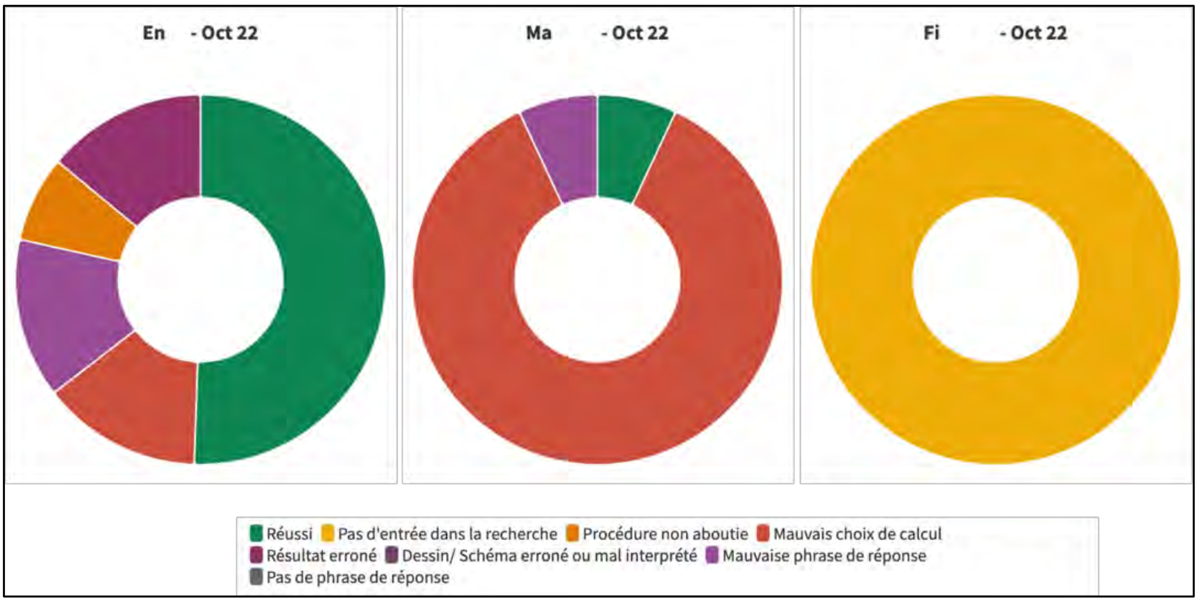
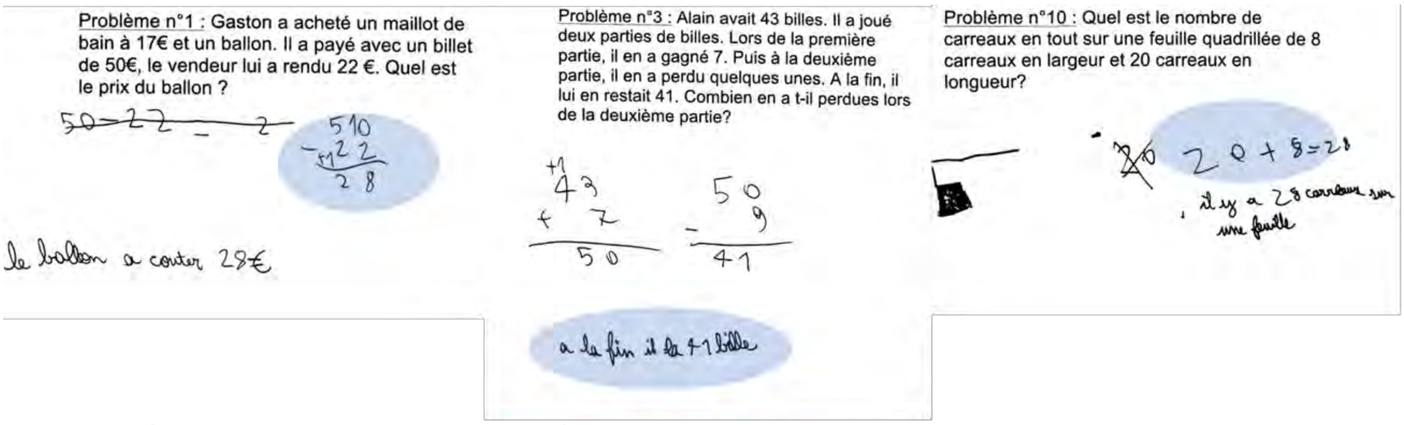


Figure 2. Résultats des prétests des trois élèves EN, MA et FI en octobre 2022.

Afin de mieux cerner leurs difficultés spécifiques, nous avons choisi de présenter et de décrire brièvement quelques productions personnelles de ces trois élèves extraits du pré-test d'octobre-novembre 2022

[9] C. Anquetil, co-auteure est également l'enseignante de la classe CM1-CM2 concernée ici, s'appuie sur ses observations subjectives et objectives tout au long de l'année de ces 3 élèves.

(Figures 3, 4 et 5). Afin de faciliter la lecture, nous proposons une résolution experte en rouge sous chaque extrait.

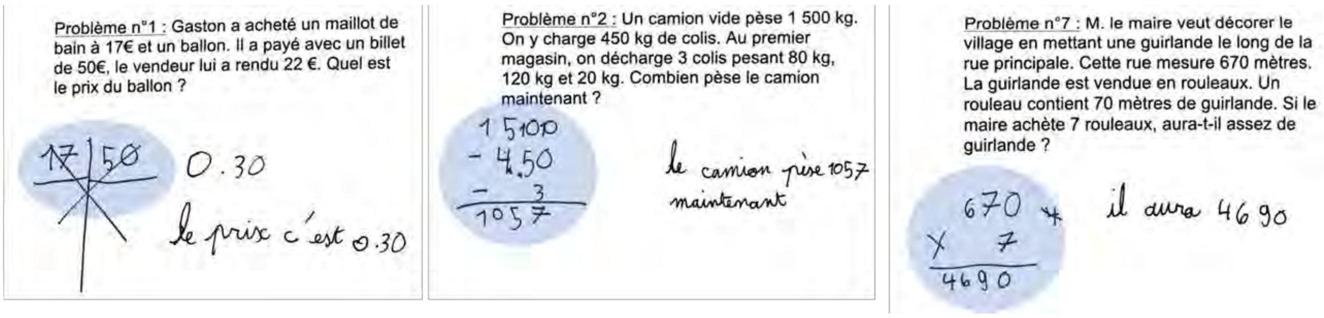


Procédure experte attendue :
17 + ? = 50 – 22
? = 11
Le ballon coûte 11 euro

Procédure experte attendue :
43 + 7 = 50
50 – ? = 41
Il en a perdu 9 lors de la 2de partie

Procédure experte attendue :
8 x 20 = 160
Il y a 160 carreaux

Figure 3. Trois extraits de productions d'EN correspondants à trois problèmes du pré-test d'octobre 2022.

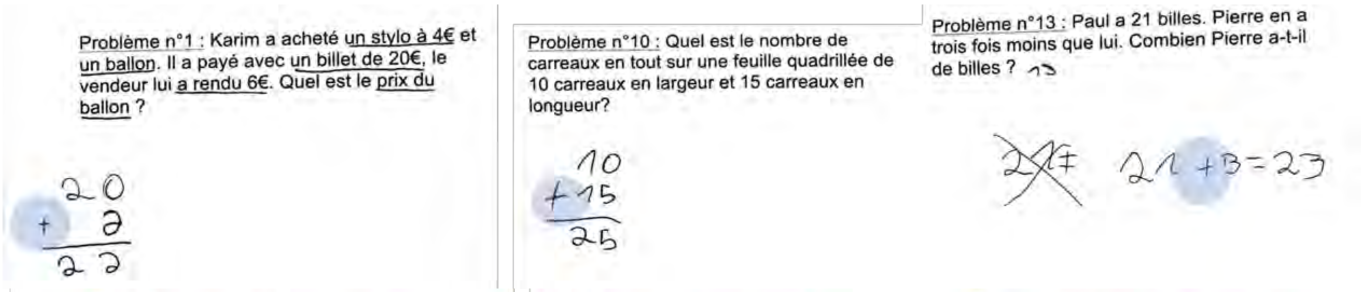


Procédure experte attendue :
17 + ? = 50 – 22
? = 11
Le ballon coûte 11 euro

Procédure experte attendue :
80 + 120 + 20 = 220 kg
450 – 220 = 230 kg
1500 + 230 = 1730 kg
Le camion pèse maintenant 1730 kg.

Procédure experte attendue :
7 x 70 = 490 m
670 > 490
Il n'y aura pas assez de guirlande pour la rue.

Figure 4. Trois extraits de productions de MA à trois problèmes du pré-test d'octobre 2022.



Procédure experte attendue :
4 + ? = 20 – 6
? = 10
Le ballon coûte 10 euro

Procédure experte attendue :
10x15 = 150
Il y a 150 carreaux en tout

Procédure experte attendue :
21:3 = 7
Pierre a 7 billes

Figure 5. Trois extraits de productions de FI à trois problèmes du pré-test d'octobre 2022.

Les trois problèmes choisis pour EN sont assez représentatifs de la diversité de ses erreurs. Parfois, il propose un résultat sans être allé au bout de sa procédure (problème 1), d'autres fois, il interprète ou qualifie mal son résultat (problème 3) ou encore choisit un mauvais calcul (problème 10). MA, quant à elle, semble avoir un problème plus global de sens, ce qu'illustrent les trois problèmes choisis. Les calculs qu'elle met en œuvre pour résoudre les problèmes laissent penser que cette élève ne parvient pas à modéliser voire se représenter les situations proposées. Enfin, on constate dans l'exemple de FI mais aussi tout au long de son prétest qu'elle choisit systématiquement d'additionner deux données de l'énoncé sans jamais proposer de phrase de réponse. Elle ne semble jamais entrer en recherche (en tout cas elle n'en laisse aucune trace).

III - DÉMARCHE DE LA COPMATHS

1 Le schéma pour mieux voir ce qui se lit mal

1.1 Ce qui se lit mal …

Au sein de la CoPMaths, depuis le début, pour envisager le processus de résolution de problème chez les élèves, nous nous appuyons sur le modèle de Verschaffel (2000) (voir Figure 6), repris dans les travaux de Fagnant (2008).

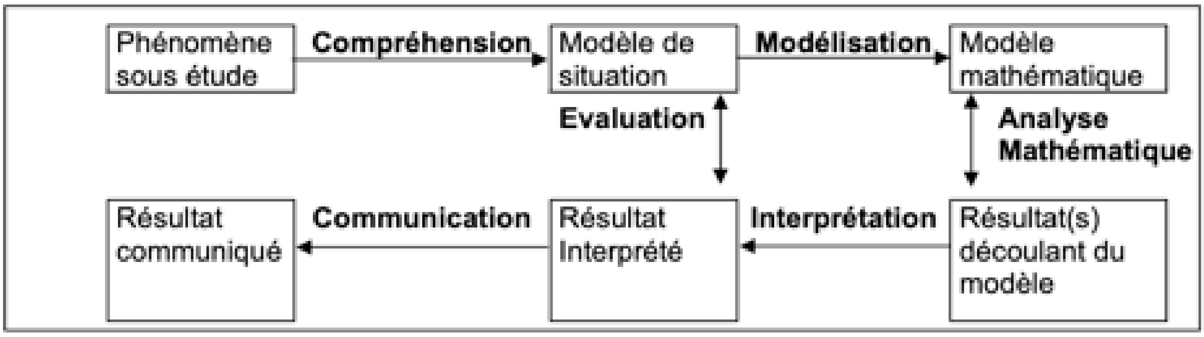


Figure 6. La résolution de problèmes conçue comme un cycle de modélisation mathématique (Verschaffel et al., 2000 in Fagnant, 2008).

Selon cet arrière-plan théorique, l'on peut considérer que les procédures de nos élèves en difficulté s'apparentent à ce que Fagnant appelle « des stratégies ou démarches superficielles » (2008).

> *Les démarches superficielles (…) consistent généralement à négliger une ou plusieurs étapes de cette démarche, généralement les étapes de compréhension, d'interprétation et/ou d'évaluation. (…) Comme leur nom l'indique, ces stratégies consistent à choisir une opération arithmétique formelle sur la base de critères superficiels.* (Fagnant, 2008, p. 69)

Comme nous l'avons déjà évoqué, on peut également faire référence aux travaux de Houdement (2017) pour décrire certaines difficultés, en particulier l'absence de « qualification » des données et de procédures de contrôle du résultat. Nous pensons dès lors que pour les élèves qui ont tendance à adopter des démarches superficielles, le schéma pourrait les aider à *mieux voir ce qui se lit mal*. En effet, en appui sur le modèle de Verschaffel (Figure 6), nous avons identifié deux sources de difficulté potentielles, à l'origine de ce qui semble mal se lire pour nos élèves :

- Le modèle de situation : ce que les mots de l'énoncé disent du contexte, ce que l'on sait et qui est explicite, ce qui est implicite, comme les connaissances du monde réel et ce que l'on cherche, comprendre la question.

- Le modèle mathématique : ce que les mots de l'énoncé disent des nombres pour les qualifier, des liens qui existent entre eux dans un contexte réel, mais aussi en termes de relations mathématiques avec des mots plus ou moins inducteurs.

1.2 Comment mieux voir ce qui se lit mal ?

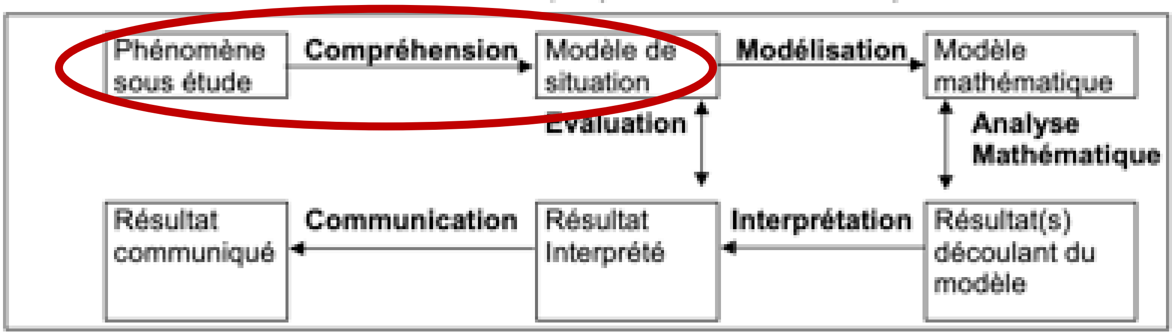


Figure 7. Focus sur l'objectif « mieux comprendre la situation » correspondant à l'étape entourée dans le schéma.

La CoPMaths cherche donc à aider les élèves à **mieux comprendre la situation** (Figure 7) en favorisant une représentation mentale de la situation globale avant même d'envisager une problématisation. Dans notre démarche, l'enseignant appréhende avec ses élèves d'abord l'histoire « complète » c'est-à-dire sans information manquante et donc sans question. Il s'appuie notamment en cycle 2 sur une représentation de cette histoire où l'on s'abstrait des mots et puis on chemine vers sa problématisation en jouant à enlever des informations. Il poursuit avec un travail sur la fabrication d'énoncés de problème écrits, qu'on peut aussi s'amuser à transformer au gré de différentes contraintes imposées. Nous renvoyons le lecteur aux actes de la COPIRELEM de 2022 dans lesquelles nous décrivons nos situations sous forme de triptyque (Anquetil et Bulf, 2023).

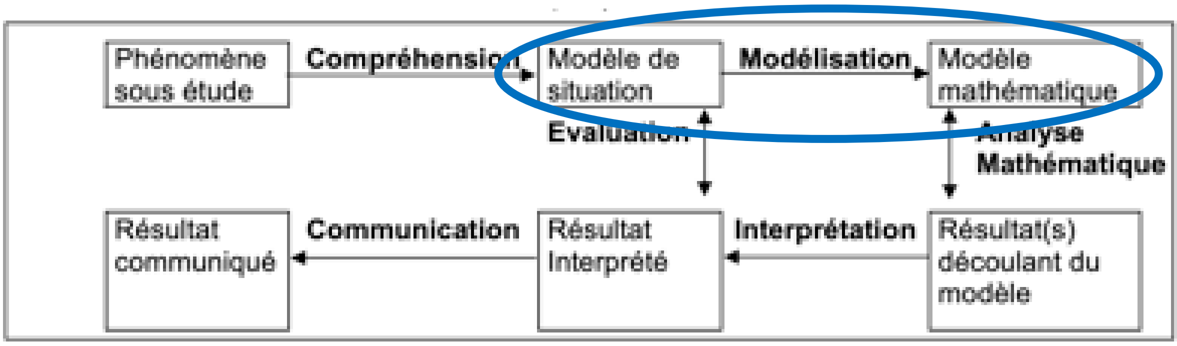


Figure 8. Focus sur l'objectif « modéliser » correspondant à l'étape entourée dans le schéma.

Nous cherchons également à prendre appui sur la schématisation pour rendre plus évident **le modèle mathématique** en jeu (Figure 8), c'est-à-dire les liens arithmétiques entre les nombres. En faisant progressivement la distinction entre dessin et schéma, nous cheminons vers une représentation de plus en plus épurée de l'histoire ou de l'énoncé de problème, notamment par la contrainte « pas de signe opératoire », qui se réfère au Jeu du Capitaine (Polotskaia, 2009). Nous cherchons toujours à tisser des liens entre les problèmes de même catégorie et donc schématiquement semblables ; schémas que nous « rhabillons » alors avec des mots pour construire de nouveaux énoncés de problèmes. Se dessinent alors plus clairement deux aspects essentiels de notre approche et qui constituent le fil rouge de nos séquences d'apprentissage : les situations de communication entre pairs (Anquetil et Bulf, 2023) et la grande place accordée au langage.

1.3 La place fondamentale des interactions langagières dans notre approche

Nous faisons référence aux travaux de Bernié (2002), Jaubert (2007), Jaubert et Rebière (2012 ; 2021) et considérons théoriquement le langage comme fondamental dans le processus d'apprentissage : il est à la fois un lieu et un moyen de construction, de négociation de signification. Considéré comme activité humaine dialogique et culturellement située, nous le distinguons de la langue vue comme un système de signes linguistiques et de codes permettant la communication. Par conséquent nous avons fait le choix de chercher des modalités de travail qui privilégient des interactions langagières entre pairs mais aussi avec l'enseignante, autrement dit des situations de communication, archétypes des situations de formulation au sens de la Théorie des Situations Didactiques de Brousseau (1998) : l'élève formule le modèle implicite de ses actions ; ses connaissances se construisent comme moyen de communication. Ce faisant, nous formulons l'hypothèse (déjà formulée dans Anquetil et Bulf, 2023) qu'un schéma, en tant que production écrite personnelle et singulière des élèves, peut être une voie d'entrée pour ouvrir des espaces dialogiques entre pairs et être propice à la co-construction de savoirs mathématiques qui lui sont attachés. Dès lors, notre collaboration au sein de la CoPMaths est en partie animée par les questionnements suivants : comment les élèves les plus en difficulté se saisissent-ils d'une démarche invitant à schématiser ? En quoi est-ce une aide ? Quelles en sont ses limites ?

2 Exemples de mise en œuvre en CM1-CM2

2.1 Champ additif, séances 1 et 2

Afin d'illustrer notre démarche globale, nous choisissons d'exposer le début de notre séquence : celle-ci est composée d'une dizaine de séances portant sur le champ additif, en CM, et commencée juste après les pré-test, en novembre 2022.

Un premier énoncé, que l'on trouve ci-dessous, est lu à toute la classe. On peut le catégoriser comme une histoire de composition non problématisée :

> *À vide, un camion pèse 1500 kg. Avec un chargement de 350 kg, il pèse 1850 kg.*

Après avoir levé les premiers implicites et difficultés de compréhension possibles, la consigne donnée était la suivante : « Sur votre cahier, représentez cette histoire sans utiliser de mots ». Nous avons observé que les élèves ont tous pris en compte les données numériques de l'histoire, sans qu'il y ait eu besoin de le spécifier. Nous avons affiché par la suite les photos sur TBI de toutes les productions et avons discuté des points communs et des différences dans les représentations. Nous avons ainsi mis en évidence que certaines d'entre elles étaient plus claires que d'autres et avons tenté d'identifier pourquoi.

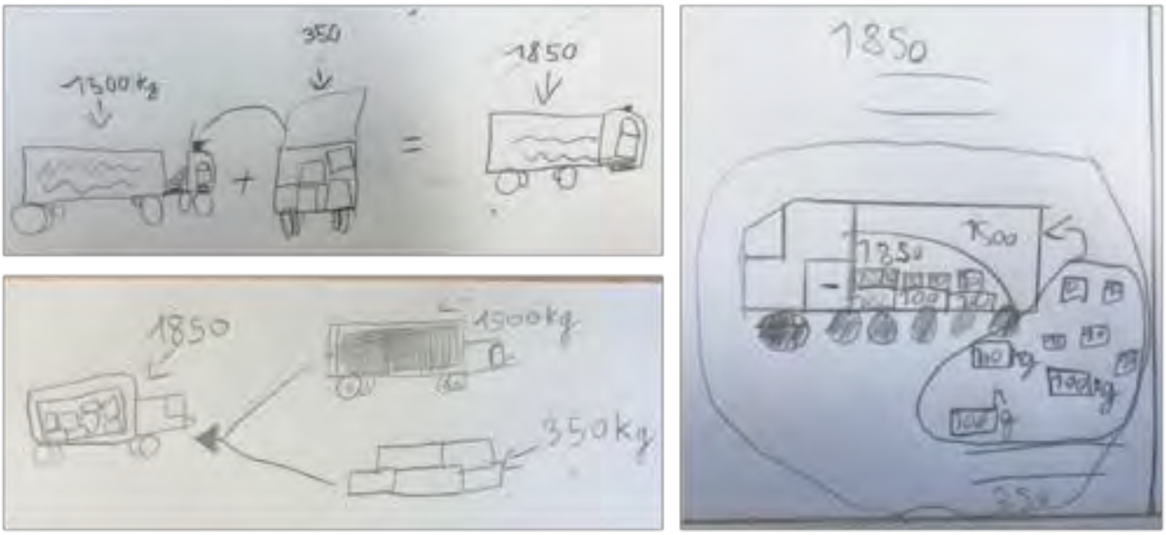


Figure 9. Exemples de productions d'élèves de CM1-CM2, novembre 2022
(9a. en haut à gauche, 9b. en bas à gauche, 9c. à droite).

Il nous semble intéressant de noter que, malgré l'absence de problématisation, les élèves ont mis en lien les données numériques entre elles.

Lors de la mise en commun, nous avons pu identifier une typologie de calculs en ligne « dessinés » (Figure 9a) mais aussi remarqué qu'un dessin n'utilisait pas de signe + ou = (Figure 9b). Nous avons pu discuter du rôle des flèches, et de la signification de ce que nous avons rapidement qualifié de « patate » lorsqu'on entoure des parties du dessin (Figure 9c). Ainsi, en plus d'avoir mis en évidence plusieurs façons de représenter un total, nous avons fait émerger nos critères partagés de compréhension des dessins que nous avons dès lors qualifiés de « mathématiques » : les nombres de l'énoncé doivent apparaître ; les liens entre les nombres doivent être clairs.

Pour terminer cette séance, la classe a été séparée en deux groupes, sans critères particuliers. Chaque moitié avait une histoire de composition différente et devait de la même manière que précédemment, la représenter sans utiliser de mots pour la faire comprendre à un autre élève sans qu'il n'ait à la lire. Néanmoins, puisque nous avions constaté que certains élèves avaient réussi juste avant à ne pas utiliser de signe + ou =, nous avons essayé de relever ce nouveau défi, autrement dit nous avons ajouté cette nouvelle contrainte pour la suite de la séance, à savoir ne pas utiliser de signe symbolique opératoire mathématique. Les élèves ont donc ensuite échangé leurs cahiers[10] deux à deux et tenté de comprendre l'histoire représentée par l'autre. Une mise en commun collective a été l'occasion de débattre des représentations jugées les plus efficaces. Enfin, un affichage public a été réalisé en prenant appui sur les productions des élèves représentant une situation de composition (Figure 10), sur lesquelles le groupe s'est mis d'accord au sein d'interactions langagières évoluant vers des formes de plus en plus partagées.

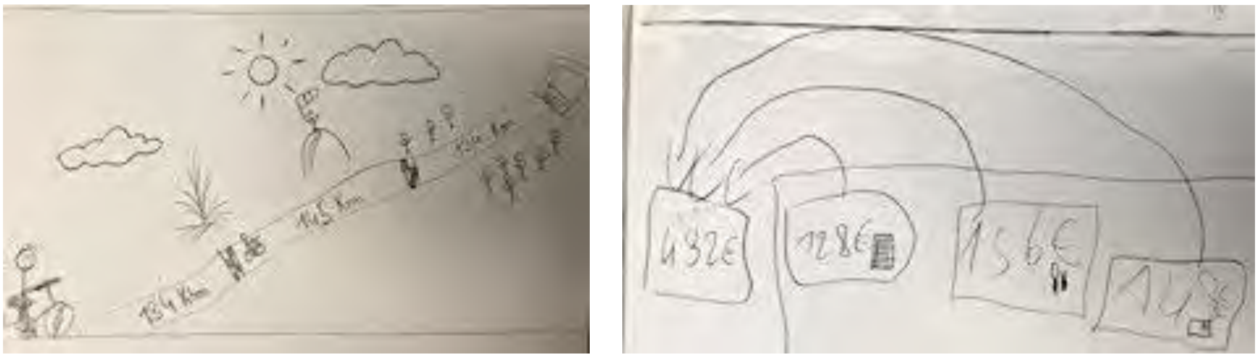


Figure 10. Exemples de productions d'élèves

La deuxième séance ressemblait à la première, mais cette fois, nous cherchions à problématiser une situation donnée sous une forme textuelle :

Hamid achète un jeu vidéo à 49€ et du matériel de dessin à 58€. Il dépense en tout 107€.

En supprimant chaque donnée une à une, nous cherchions ensemble la question correspondante et nous parvenions à trois énoncés de problèmes où la question différait. La mise en commun des dessins a été l'occasion de voir cette fois que les productions changeaient en fonction de l'information manquante. Pour terminer, nous avons proposé une situation de communication avec les mêmes contraintes que pour la première séance (pas de mots ni de signes opératoires) mais avec, cette fois-ci, deux énoncés problématisés. Les élèves devaient deviner, seulement à partir du dessin reçu, quel calcul effectuer pour trouver le bon résultat, à la manière du jeu du capitaine déjà cité précédemment (Polotskaia, 2009). Nous renvoyons à ce sujet le lecteur aux actes de la COPIRELEM de 2022 (Anquetil et Bulf, 2022) dans lesquelles nous décrivons plus en détails certaines séances du champ additif en CM.

2.2 Champ multiplicatif, séance 1

De façon similaire, nous avons co-construit une séquence sur le champ multiplicatif, mise en œuvre à partir de mars 2023. La séquence comporte une dizaine de séances qui ont eu pour finalité la réalisation d'un jeu de plateau en ligne. À ce stade de l'année (mars 2023), les élèves sont bien entrés dans la

[10] Les élèves ont un cahier personnel pour les activités autour de la schématisation, différent du cahier du jour. De grand format, uni, il comporte toutes leurs productions depuis le début de l'année ainsi que les traces d'institutionnalisation collectives. Ils sont parfois amenés à s'échanger leurs cahiers, dans les situations de communication, et à écrire leur réponse sur le cahier d'un autre. Nous revenons plus loin sur cet outil.

démarche de schématisation, ils connaissent la différence entre schéma et dessin[11], et n'ont plus de réticence à ne pas utiliser de signe opératoire. Néanmoins, ils n'ont pas encore travaillé le schéma dans le cadre des problèmes multiplicatifs.

Pour la séance découverte, les élèves ont été mis par binômes de niveaux homogènes et ont reçu une histoire non problématisée. Toutes les histoires distribuées habillaient différemment la relation multiplicative entre 6, 8 et 48. Voici quelques exemples d'histoires données aux élèves :

> *Un lot de 6 crayons pèse 48 g, donc 1 crayon pèse 8 g.*
> *Un jeu coûte 48 euros et l'autre coûte 8 fois moins cher donc 6 euros.*
> *Marie distribue 48 bonbons à ses 8 amis de façon équitable, chacun en reçoit 6.*

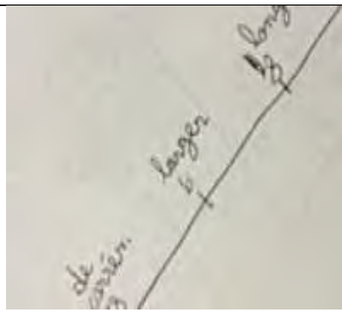
La consigne donnée aux binômes était de se mettre d'accord sur un schéma qui exprimait au mieux les relations entre les nombres de l'histoire sans utiliser de mots, de signes opératoires ou d'autres nombres que ceux de l'histoire. Ils savaient qu'à la fin de la séance, ils viendraient au tableau présenter leur schéma et leur histoire à leurs camarades, en expliquant leurs choix de représentation.

Pour cette activité, FI est avec AL, un élève qui est compétent en mathématiques mais qui rencontre des difficultés à s'exprimer en français (précision importante pour la compréhension de la transcription). Pour rappel, FI est l'élève qui pose systématiquement des additions dans le pré-test.

Dans l'extrait transcrit ci-dessous (intitulé VIDEO 1), il s'agit du premier essai du binôme pour représenter l'histoire qui leur a été donnée sous forme textuelle (sur un petit papier) :

> *Une plaquette de chocolat de 48 carrés, 6 en largeur et 8 en longueur.*

VIDEO 1		
1	**PE**	Est-ce que je peux voir votre histoire ? Une plaquette de chocolat de 48 carrés, 6 en largeur et 8 en longueur. Qu'est-ce que vous avez prévu de faire pour représenter cette histoire ?
2	**AL**	Une flèche !
3	**FI**	Une flèche !
4	**PE**	Pourquoi avez-vous choisi une flèche ?
5	**AL**	Parce que on montre les 48 carrés de chocolat et les 6 en longueur et 8 en largeur.
6	**PE**	Mais la flèche du temps, on l'utilise dans un problème où il se passe des événements. Est-ce qu'il se passe des événements dans cette histoire ?
7	**AL**	Non c'est pas une flèche du temps, c'est comme ça, une fin et un début.
8	**PE**	Donc c'est un trait, une bande graduée. Donc il y a aucun lien entre les 48 carrés de chocolat, les 8 en longueur et 6 en largeur ? Ils sont pas reliés entre eux ?
9	**AL**	Si je vais faire des flèches, après, comme ça.
10	**PE**	Alors... Réfléchissez. Moi quand je regarde votre schéma il faut que je comprenne la même chose que quand je lis cette histoire. Je vous laisse réfléchir.



En lisant ces échanges, on ne peut que constater l'écart des significations (portées par les différentes voix) entre l'énoncé verbal écrit régi par des règles lexicographiques de la langue française et les signes graphiques tracés sur la feuille (une flèche avec trois graduations et textes écrits portés sur cette flèche). En effet, l'on peut supposer que les élèves ont tracé cette flèche par effet de contrat (en considérant le fait que la flèche a été rencontrée à plusieurs reprises en classe : notamment comme aide à la résolution

[11] Lors de la première séquence, autour de la 7ème séance, la différence entre les termes « schéma » et « dessin » a été collectivement négociée, en observant toutes les productions des élèves, catégorisées en deux groupes distincts par l'enseignante. Ces échanges ont permis d'institutionnaliser certains critères de différenciation comme l'absence de détails dans les schémas et donc leur caractère plus universel.

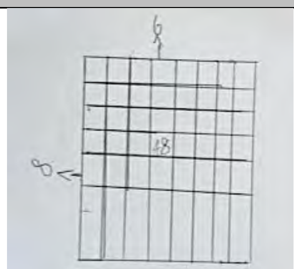
de problèmes de transformation, ou en histoire pour représenter le temps avec la frise chronologique, ou encore si on fait le lien de façon plus générale avec la droite graduée des nombres …). L'on peut également supposer que les élèves aient choisi cette flèche, de par sa dimension linéaire afin de conserver l'ordre dans lequel les données numériques sont énoncés dans le texte. D'autres interprétations sont bien sûr possibles dès lors qu'un schéma, et en particulier, la ligne, est considéré comme un « objet de la littératie » (Laparra et Margolinas, 2009, p. 36).Dans cet extrait, le langage verbal ne permet pas de rendre explicite ce qui ne l'est pas (la relation multiplicative) et ce premier schéma proposé par les élèves non plus ne le permet pas. L'enseignante ne le valide donc pas et exprime dans le langage oral qu'il y a nécessité d'aller vers la construction d'autres codes graphiques qui permettraient de faire du lien entre les données numériques de l'énoncé.

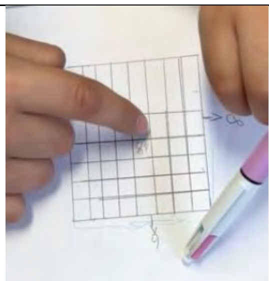
Quelques minutes plus tard, la PE revient vers le binôme (transcription de la VIDEO 2) :

VIDEO 2			
11	**AL**	Quand y a écrit carré ça veut dire un paquet.	
12	**PE**	Non, une plaquette, tu vois une plaquette de chocolat ? C'est ce qu'il y a dans l'emballage quand tu l'achètes au supermarché, avec des petits carrés de chocolat. C'est ça une plaquette de chocolat. Tu vois ce que c'est FI une plaquette de chocolat ?	
13	**FI**	Oui	
14	**PE**	Tu pourrais essayer de dessiner une plaquette de chocolat ? Montre à AL ce que c'est, tu dessines. Comment tu vas dessiner ça ? Là t'as le droit de faire un dessin. (FI prend la feuille) Et à l'intérieur de cette plaquette il y a des …	
15	**FI**	Carreaux.	
16	**PE**	Ou carrés. Tu vois ce que c'est AL une plaquette maintenant ? Alors, on te dit que cette plaquette de chocolat, il y a combien de carrés dedans ? Dans l'histoire ?	
17	**AL**	Il y en a 48.	
18	**PE**	Donc en tout quand tu achètes la plaquette de chocolat, il y aura 48 carrés. Et on te dit que ces 48 carrés ils sont organisés comme ça : 6 en largeur et 8 en longueur. Est-ce que tu ne penses pas que vous pouvez faire évoluer ce dessin pour faire apparaitre les nombres dessus ? Essayez d'oublier un peu la flèche et essayez de faire évoluer ce dessin en schéma.	

Ici, la PE lève l'implicite de la plaquette (terme spécifique du contexte), puis à sa demande, elle impulse une représentation graphique de la situation par un quadrillage (fonction d'illustration). La distinction « dessin ou schéma » est ici explicitement prise en charge par la PE afin d'amener les élèves à faire correspondre les données numériques de l'énoncé écrit verbal. Ce faisant, la PE « force » ainsi l'introduction d'une représentation rendant visible la relation mathématique entre les 3 données numériques (48 étant le résultat du produit 6×8 ou 8×6).

Dans un dernier extrait, on perçoit un malentendu entre les élèves et l'enseignante particulièrement fondateur dans l'évolution du dessin en schéma :

VIDEO 3			
19	**PE**	Alors finalement vous avez fait un autre schéma. Alors vous avez mis 48 à l'intérieur pour montrer quoi ?	
20	**FI**	Ça veut dire que les carreaux, il y en a 48.	
21	**PE**	D'accord. Et là, la flèche qui montre 6.	
22	**FI**	C'est la largeur.	
23	**AL**	Longueur !	
24	**FI**	Largeur !	

25	**PE**	Regarde ce que t'as fait avec ton doigt AL. T'as fait (La PE tourne la feuille et balaie avec son doigt à plusieurs reprises le long du côté du carré où est inscrit 6), t'as dit "C'est la largeur".	
26	**AL**	Non j'ai dit la longueur !	
27	**PE**	D'accord. La longueur ce serait plutôt là, c'est le côté le plus long *(la PE indique l'écriture chiffrée 8 puis l'autre côté en longeant avec l'index)*. Mais regarde ce que t'as fait avec ton doigt. Naturellement, t'as fait ça *(la PE repasse avec le doigt le long du côté doucement).* Alors pourquoi vous avez mis une flèche comme ça ? *(la PE repasse sur la flèche qui désigne 6 et montre un seul carreau)*	
28	**FI**	Pour montrer que c'est la largeur.	
29	**PE**	Elle est juste là la largeur *(la PE place le doigt sur un point du côté*) ? Ou elle est là ? *(la PE repasse avec le doigt le long du côté)*	
30	**FI**	Là *(l'élève repasse avec le doigt le long du côté).*	
31	**PE**	Alors comment vous pourriez modifier cette flèche-là pour comprendre que …	
32	**FI**	Par-là ! *(l'élève avec son stylo, repasse le long du côté)*	
33	**PE**	Allez, vas-y, fait. On va voir.	
34	**FI**	*(l'élève trace une autre petite flèche le long d'un seul carreau de façon orthogonale à la précédente flèche indiquant 6)* Comme ça?	
35	**PE**	Alors elle fait juste ça la largeur ? *(la PE repasse son doigt le long d'un seul carreau)*	
36	**FI**	*(l'élève rallonge la flèche de un carré)* Comme ça?	
37	**PE**	Ah, elle fait juste deux carrés la largeur ?	
38	**FI**	Non !	
39	**PE**	Alors elle va de où à où ? *(FI rallonge la flèche)* Donc elle commence là et *(FI rallonge encore la flèche)* elle va jusque là-bas, d'accord. Et la longueur alors ? Ce ne serait pas juste ce carré-là la longueur si ? (*AL prend le stylo)* Attends, laisse FI faire.	
41	**AL**	La même chose !	
42	**PE**	Tu commences où ? *(FI rallonge d'un côté la flèche)* Et le début alors, il y a pas de début? *(FI rallonge de l'autre côté)* Ah d'accord, je comprends mieux que c'est tout ça *(la PE repasse avec le doigt le long du côté)* qui fait 6 et tout ça qui fait 8 *(la PE repasse avec le doigt le long de l'autre côté)*. Mais dites-moi 1, 2, 3, 4, 5, 6 *(la PE compte les carreaux un par un sur la largeur)* et 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 *(la PE compte les carreaux un par un sur la longueur)*. Vous avez fait 8 carreaux et vous avez marqué 6 et vous avez fait 6 carreaux et vous avez marqué 8.	
43	**FI**	Bah… Ah mais d'accord ! Mais nous on parlait de ce qui était souligné, ici, ça faisait…	
44	**PE**	Ah j'ai mieux compris. Ça veut dire que ça, si tu les additionnes il y en a 6 et ça si tu les additionnes il y en a 8 ?	
45	**FI**	Oui !	
46	**PE**	Mais tu vois c'est pas forcément très clair parce que quand on dit la largeur c'est 6 ben on va faire la largeur *(la PE repasse avec le doigt le long du côté).*	
47	**FI**	Ah, mais du coup on aurait dû inverser !	
48	**PE**	Oui tu peux inverser les nombres peut-être.	

On perçoit ici des codes graphiques partagés entre élèves du binôme qui ne le sont pas avec la PE et des codes universellement partagés par la PE qui ne le sont pas encore par les élèves. En effet, lors du tour de parole 42, la PE comprendra que la flèche écrite par les élèves signifie en réalité pour le binôme le résultat du dénombrement des carreaux de la ligne indiquée par la flèche : « Ça veut dire que ça, si tu les additionnes » (tour de parole 44). C'est bien *dans* et *par* le langage oral et paraverbal que s'articulent, se confrontent et finalement se négocient différentes significations assignées aux codes graphiques. Ici, *la flèche* va progressivement évoluer, sous le contrôle de l'enseignante, vers une forme partagée (Figure 11) qui sera reprise à terme et convoquée dans de nouveaux contextes. Les représentations validées sont celles du quadrillage pour exprimer une relation multiplicative entre deux grandeurs mesurables et celles des doubles flèches pour désigner les grandeurs en jeu. N'est pas ici pris en compte le fait que cette forme de désignation graphique (double-flèche) reste ambiguë car elle peut désigner à la fois une grandeur (la longueur d'un côté du quadrillage) et la mesure (nombre) de cette grandeur.

Figure 11. Schéma validé à l'issue des phases d'interactions décrites dans les vidéos de 1 à 3.

2.3 La mise en commun : vers une institutionnalisation d'un répertoire partagé

Lors des mises en commun, nous recherchons une confrontation systématique des représentations graphiques personnelles des élèves, ce qui permet au groupe de faire émerger plusieurs façons de représenter le même modèle mathématique, de les catégoriser selon différents contextes tout en donnant du sens à chaque élément graphique proposé. Une brève entrée dans le cœur des échanges de la classe, à un moment clé de cette séquence, permettra de comprendre l'importance que nous accordons, dans notre démarche, aux échanges oraux entre les élèves, avec l'accompagnement, le guidage indispensable, de l'enseignant.

Lors de la deuxième séance il a été demandé aux élèves s'ils se souvenaient de tous les schémas qui avaient été présentés à la précédente séance, avec les valeurs numériques 6, 8 et 48 puis de les refaire, de mémoire, dans leur cahier. Au bout de quelques minutes, la classe s'est regroupée face au tableau sur lequel l'enseignante avait tracé huit cases (en vert sur la figure 12) puis huit élèves volontaires sont venus proposer un schéma, autre que celui qu'ils avaient produit. Ils sont parvenus assez facilement à se souvenir des schémas produits par les différents groupes. Puis les élèves ont fait correspondre, collectivement et à l'oral, chaque histoire de la séance précédente avec les schémas du tableau, les affiches produites précédemment ayant servi de validation. Enfin, la classe a collectivement cherché à nommer les différents schémas en fonction de ce qu'ils signifiaient ; les mots écrits en bleu dans un second temps (Figure 12) rendent compte de cette recherche.

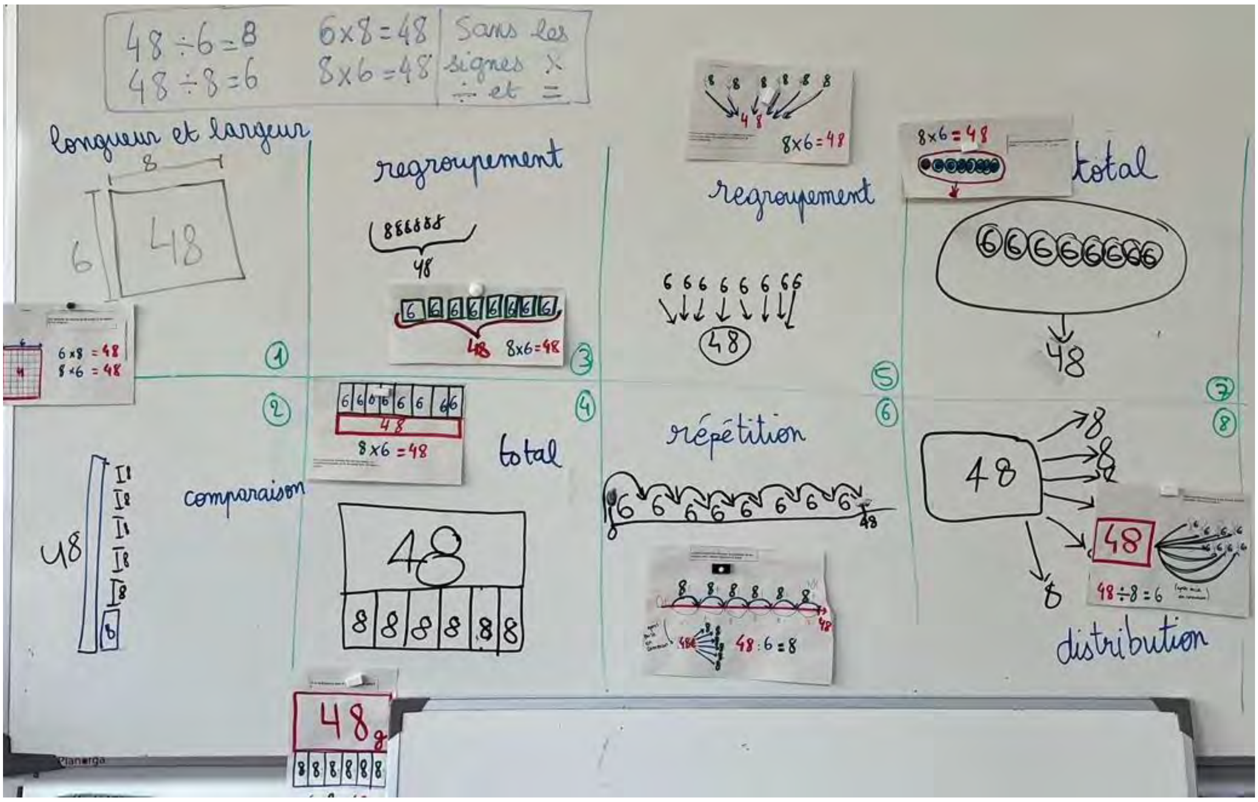


Figure 12. Photographie du tableau blanc à la fin de la mise en commun.

Quelques échanges de cette dernière phase ont été retranscrits ci-dessous (Figure 13) :

Au bout de 2 min 40 s	… suite
1- PE : Est-ce que vous pouvez me dire ce qu'on voit dans ce schéma ? 2- J : on comprend qu'il y a 8 de largeur et 6 de hauteur. … 6- Al : La dernière, la 8, on pourrait dire qu'il y a 48 bonbons et on les distribue en 6. **7- PE : Est-ce qu'un autre schéma vous évoque une distribution ?** 8- Am : Le 5, en fait c'est une distribution et c'est 8 personnes, chacun prend 6 euros et mettent tous dans une cagnotte. **9- PE : Donc s'ils le mettent dans une cagnotte, est-ce qu'ils distribuent quelque chose ?** 10- Classe : Non ! Ils regroupent ! … **12- PE : Est ce qu'il y a un autre schéma qui vous évoque ça, le regroupement ?** 13- F : Celui avec l'accolade. …	15- **PE : Et le 48 dans cette boîte ça représente quoi ?** 16- Af : Le total 17- **PE : Oui, le total. Il y a un autre schéma qui vous évoque cette idée de total ?** 18-Af : Oui, le 7 19- **PE : Qu'on appelle la …** 20- Classe : Patate ! **21-PE : Et alors le 6, qu'est-ce qu'il vous évoque ?** 22- J : La flèche du temps, ce serait une histoire ... par exemple… 23- Sh : Chaque jour, une personne donne 6 bonbons à un enfant, pendant 8 jours, le dernier jour il aura 48 bonbons. **24- PE : Donc il se passe la même chose tous les jours, est ce que quelqu'un a une idée du mot qu'on peut employer pour dire ça?** 25- Classe : À plusieurs reprises ! Plusieurs fois ! **26- PE : Ça se …** 27- Classe : répète ! C'est une répétition.

Figure 13. Extraits choisis de la transcription des échanges langagiers oraux lors de la mise en commun entre les élèves et l'enseignante.

Dans ces moments d'échanges, de confrontation, nous visons constamment une forme de négociation collective d'une façon spécifique de parler du schéma à travers plusieurs prismes : ce que l'élève dit de son dessin/schéma, ce qu'un autre élève en dit, ce que la maitresse en dit, ce qu'une autre classe en dit pour parler sur les nombres en question, qualifier ce qu'ils désignent et les relations qui les unissent. Dans le même temps, un langage spécifique va ainsi s'élaborer, se développer autour de la qualification et la signification des éléments graphiques et de leur disposition spatiale dans les productions des élèves, des choix qui sont indispensables à prendre en compte sous forme argumentée. Autrement dit, il s'agit bien ici de l'instanciation d'une communauté discursive disciplinaire scolaire au sens de Jaubert et Rebière (2012) :

> *Toute classe peut être vue comme une communauté discursive qui apprend à spécialiser son activité (centres d'intérêt, savoirs, valeurs, techniques, …) et notamment ses pratiques langagières (orales et écrites) pour chaque discipline.* (Jaubert et Rebière, 2012, p. 4)

À ce stade, la place de l'affichage devient importante car elle fige des éléments négociés dans un espace commun et public qu'est celui de la classe, à partir des productions des élèves. Aussi, le cahier recense à la fois les productions personnelles des élèves, celles des élèves avec qui il ou elle communique, mais aussi des fiches « leçons » qui décrivent les schémas collectivement négociés et validés selon les différents types de problèmes rencontrés (voir annexe 1).

IV - ÉLÉMENTS DE CONCLUSION

1 Qu'en est-il des trois élèves en fin d'année ?

On peut se demander à ce stade de notre communication où en sont les difficultés de nos élèves en fin d'année afin de questionner notre protocole en termes d'effets potentiels.

Les résultats de ces élèves aux post-tests (Figure 14) nous donnent des indications sur leur évolution sans pour autant bien sûr affirmer qu'elle résulte directement et entièrement de notre protocole. Pour rappel, les énoncés et les données numériques étaient exactement les mêmes qu'au pré-test.

Tout comme leurs profils divergent, leurs évolutions respectives sur l'année ne se ressemblent pas.

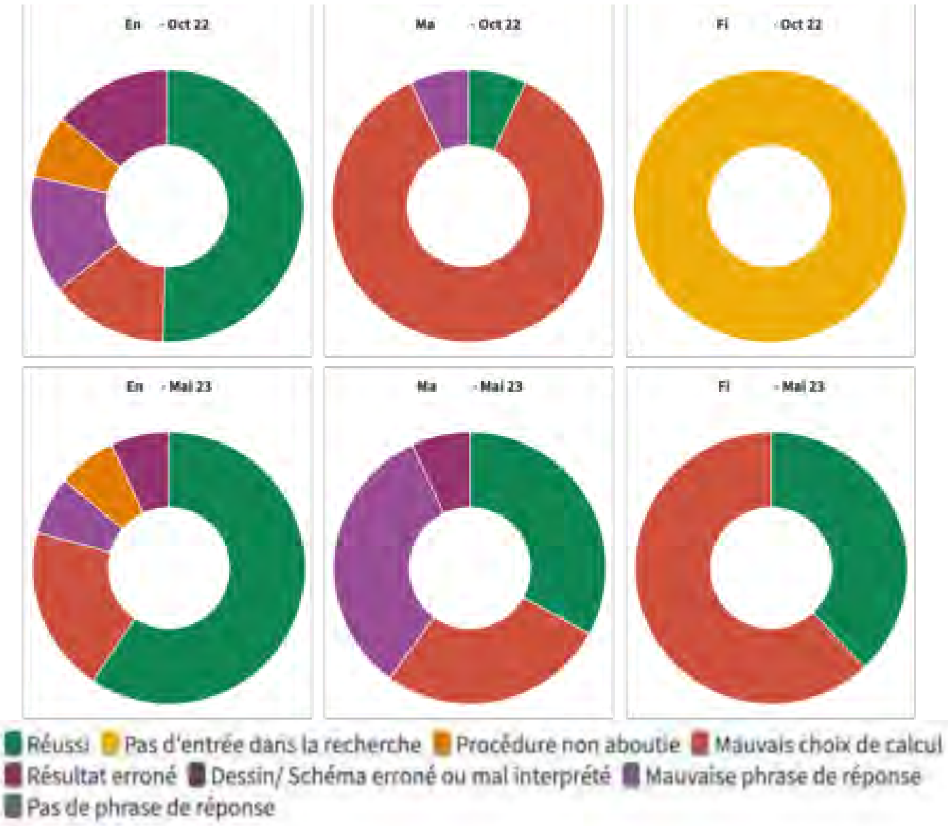


Figure 14. Résultats des prétests (octobre 2022) et des posttests (mai 2023) des trois élèves EN, MA et FI.

On constate chez EN un meilleur taux de réussite qu'en début d'année mais des difficultés de natures diverses persistent. Chez MA, une partie de la « couleur rouge » a disparu pour laisser place à du « violet clair » et du « vert » : autrement dit elle semble faire de meilleurs choix de calculs et trouve plus souvent le bon résultat, justifiant un taux de réussite en hausse ; néanmoins c'est sa difficulté à bien l'interpréter et le qualifier qui semble lui poser des difficultés en fin d'année. FI, quant à elle, semble à ce stade de l'année entrer dans une démarche de recherche, arrivant même à un taux de réussite proche de 30%, les 70% restants étant des erreurs liées à un mauvais choix de calcul. Si nous nous intéressions tout particulièrement à ces trois élèves, nous pouvons néanmoins observer les résultats de leur classe entière pour mesurer l'évolution plus globale après une année d'expérimentations autour du schéma (Figure 15).

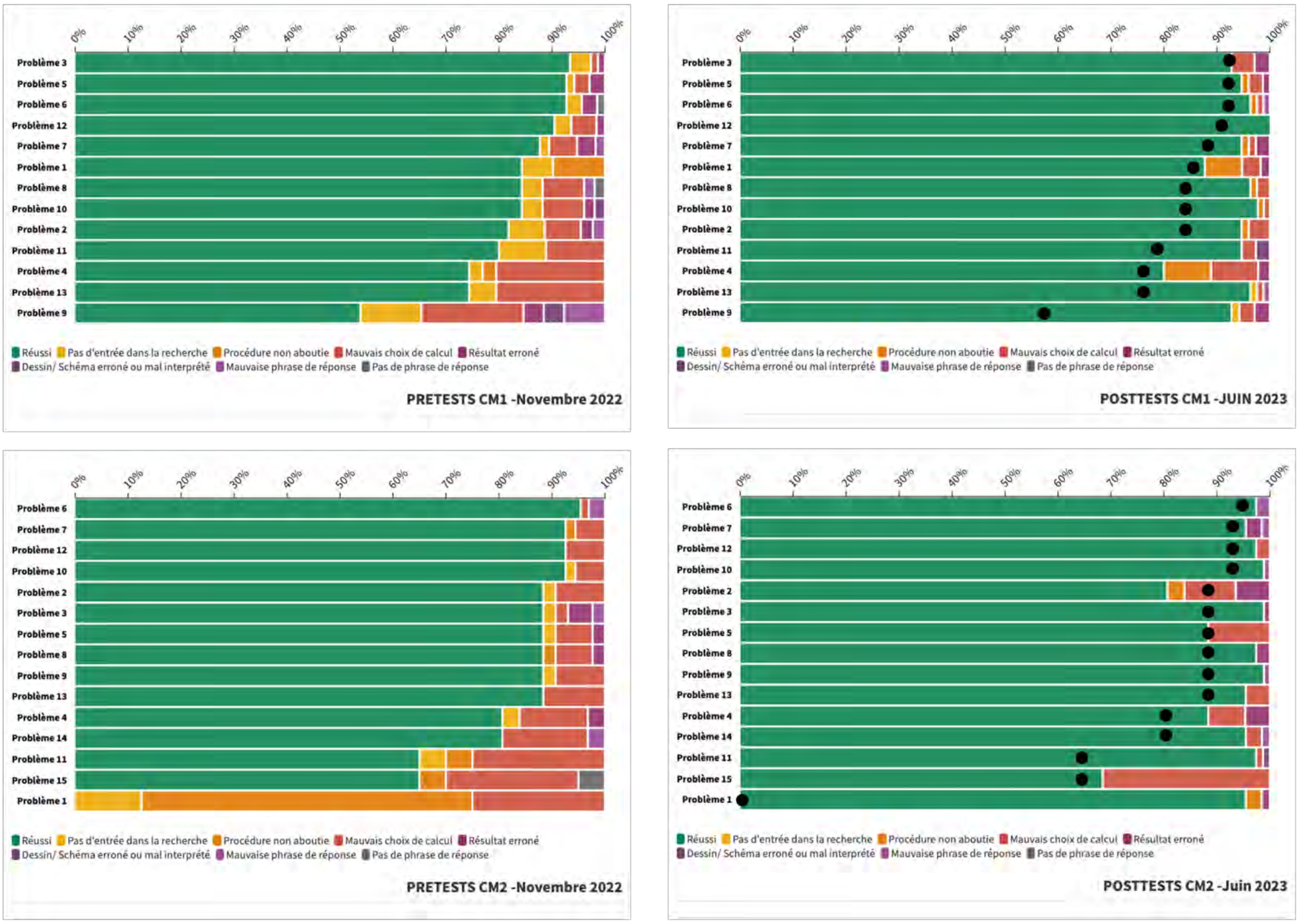


Figure 15. Résultats des prétests et posttests de l'ensemble de la classe de CM1-CM2 de la classe de C. Anquetil (les points noirs étant le pourcentage de réussite au prétest pour chaque problème).

Ce qui semble le plus significatif, en CM1 comme en CM2, est la capacité accrue à entrer en recherche. Les explications peuvent être multiples. En tout cas, nous n'avons pas mis en place d'outils permettant d'établir un lien net entre cette évolution positive et l'usage qui a été fait du schéma en résolution de problème dans cette classe. Par ailleurs, à l'échelle de la classe entière, nous n'avons pas constaté un usage accru du schéma dans les post tests, bien qu'un type de schéma revienne de manière assez récurrente, notamment chez nos trois élèves : celui associé aux problèmes de configuration rectangulaire (Figure 16).

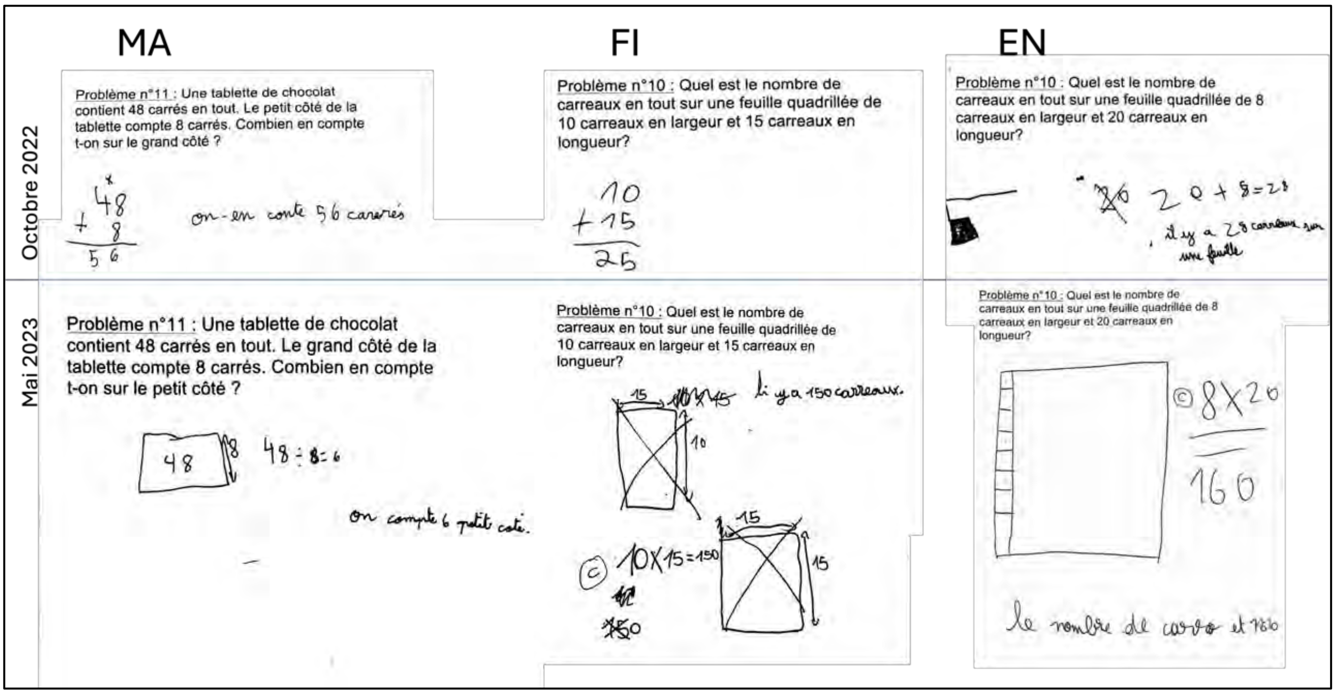


Figure 16. Productions de MA, FI et EN pour résoudre le même problème en octobre et en mai 2023.

Pour rappel, ce schéma rectangulaire est celui qui avait été amené par FI et son binôme lors du travail sur la tablette de chocolat. Nous pouvons dès lors nous interroger sur les raisons de ce recours privilégié à ce type de schéma au-delà des raisons de structure du problème en jeu. Ce questionnement nous amène à évoquer les limites de notre travail.

2 Des limites à notre démarche ?

Au cours d'entretiens individuels avec ces trois élèves courant mai, nous avons pu nous entretenir avec eux sur l'usage et le contenu de leur cahier dédié à la schématisation et des affichages produits en résolution de problème. Plusieurs constats nous amènent à envisager des limites à notre démarche.
Tout d'abord, les propos tenus par certains élèves nous laissent penser que leur répertoire personnel de représentations schématiques s'est étoffé. En effet, les élèves semblent bien identifier l'idée qu'il y a différents schémas pour différents problèmes et perçoivent par cette idée que les énoncés proposés ne correspondent pas tous à la même structure.

« pas les mêmes dessins, pas les mêmes problèmes »

Toutefois, dans leurs propos, on peut percevoir un effet de contrat quant à la production de ces schémas qui sont le plus souvent une demande de l'enseignante à travers différentes consignes.

« on doit faire des schémas », « c'est la maitresse qui dit quand prendre le cahier »

Néanmoins il ne semble pas y avoir de glissement métacognitif, au sens où les élèves perçoivent bien que le schéma n'est pas l'objet d'apprentissage mais un outil : ils formulent explicitement l'idée que c'est une aide pour résoudre des problèmes.

« c'est pour s'aider » « le cahier ça me fait des exemples »

Les affichages tout comme le cahier semblent identifiés comme des outils privilégiés. Néanmoins encore, un écueil par rapport à cette dimension « outil » réside dans le fait que certains élèves semblent considérer le cahier comme un catalogue et choisissent alors l'usage d'un schéma plutôt qu'un autre, pas toujours pour des raisons structurelles mais pouvant être affectives. C'est d'ailleurs clairement énoncé dans l'entretien de FI, qui dit bien « aimer » certains schémas (le quadrillage notamment) et « ne pas en aimer » d'autres, ou encore dans celui d'EN qui affirme « préférer » les schémas du champ multiplicatif.

« je préfère ceux-là, c'est comme ça »

Un des objectifs de la CoPMaths cette année était de construire avec les élèves et à partir de leurs productions un répertoire de schémas sur lequel s'appuyer pour entrer dans la recherche de résolution de problèmes. Si notre objectif était ainsi de les outiller avec des schémas « types », en faisant émerger une certaine catégorisation des structures de problèmes, il était aussi de les aider à esquisser d'eux-mêmes d'autres schémas ou à adapter ceux disponibles à de nouveaux contextes, autrement dit viser une certaine « flexibilité dans l'utilisation des schémas » (Fagnant, 2023). Pour ce faire, la CoPMaths a choisi de consacrer du temps, lors de ce processus, à négocier le sens des différents éléments graphiques utilisés dans les schémas émergents (le sens des flèches, les cercles qui englobent des quantités, les graduations, …) afin que les élèves s'en saisissent personnellement. Or, nous avons remarqué en dehors des entretiens que premièrement, la dimension affective couplée à l'effet de contrat évoqués plus tôt amenaient parfois les élèves les plus en difficulté à « plaquer » un schéma type sans aucun sens vis-à-vis de la situation en jeu (comme c'est le cas par exemple pour le quadrillage). Deuxièmement, en fin d'année et face à un problème résistant, aucun élève ne se lance dans la réflexion et ne progresse dans sa résolution par l'usage de représentations graphiques collectivement négociées. Cela nous amène à ce stade à nous questionner sur la place des problèmes atypiques, que nous n'avons pas encore abordés dans notre démarche expérimentale, pour susciter ce réinvestissement.

3 Nos perspectives

Au terme de la 3e année de notre projet, à la question de savoir comment les élèves en difficulté se saisissent d'une démarche d'enseignement de la schématisation, et compte tenu des limites que nous constatons, nous ne pouvons pas réellement conclure. Nous esquissons néanmoins des perspectives pour la suite. Notre objectif en tant que groupe IREM, dès la rentrée 2023, est de poursuivre la réflexion sur la co-élaboration d'une ressource pour les enseignant·e·s. Nous envisageons aussi de chercher à créer des liens d'une part avec la classe de sixième, notamment pour suivre les élèves de CM2, et d'autre part avec le cycle 1. Par ailleurs, du point de vue du dispositif lui-même, notre problématique est plus large : en quoi notre CoPMaths peut-elle être un dispositif d'accompagnement voire de développement professionnel pour ses membres ? Quels effets sur leurs pratiques ? Quelles traces peut-on chercher, d'un point de vue méthodologique ? Autant de questions qui alimenteront encore l'avancée de la CoPMaths ces prochaines années.

V - BIBLIOGRAPHIE

Anquetil, C. (2021). *La CoP-Maths : un dispositif collaboratif de formation au service de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire*. Mémoire de Master 2 PIF - Pratique et Ingénierie de la Formation. Université de Bordeaux. https://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-03361053/document

Anquetil, C. et Bulf C. (2022). La communauté de pratique comme dispositif horizontal de formation : le cas de la CoP-Maths. Dans *Actes du 47e colloque de la COPIRELEM. Grenoble 2021. Dispositifs et collectifs pour la formation, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques* (616-654). Paris : ARPEME. http://www.arpeme.fr/documents/Actes-Grenoble-e.pdf

Anquetil, C. et Bulf C. (2023). La CoP-Maths : une communauté de pratique « au service » de l'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire. Dans *Actes du 48e colloque de la COPIRELEM. Toulouse 2022. Représenter et modéliser en mathématiques : de l'activité des élèves à la formation des professeurs des écoles* (415-430). Paris : ARPEME. https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/06/ACTES-TOULOUSE-Num-de2s51.pdf

Bernié, J.-P. (2002). L'approche des pratiques langagières scolaires à travers la notion de « communauté discursive » : un apport à la didactique comparée ? *Revue française de pédagogie, 141*, 77-88. http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/revue-francaise-de-pedagogie/INRP_RF141_8.pdf

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : la Pensée Sauvage.

Butlen D., Charles-Pézard M. et Masselot P. (2015). Apprentissage et inégalités au primaire : le cas de l'enseignement des mathématiques en éducation prioritaire. Dans *Rapport scientifique du CNESCO : Comment l'école amplifie les inégalités sociales et migratoires ?* https://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/09/butlen_solo1.pdf

Diezmann, C.M. (1995). Evaluating the effectiveness of the strategy 'Draw a diagram' as a cognitive tool for problem solving. *Proceedings of the 18th Annual Conference of Mathematics Education Research Group of Australasia,* 223-228, Darwin.

Diezmann, C.M (2002). Enhancing students' problem solving through diagram use. *Australian Primary Mathematics Classroom*, *7*(3), 4-8.

Fagnant, A. (2008). Des outils didactiques pour développer la résolution de problèmes dans l'enseignement fondamental. *Cahiers des Sciences de l'Education, 27-28*, 51-94.

Fagnant, A. et Demonty, I. (2013). *Résoudre des problèmes ; pas de problèmes ! 10-12 ans*, Bruxelles : De Boeck.

Fagnant, A. (2023). Résolution de problèmes et schématisations dans l'enseignement primaire : oui, mais comment ? Dans *Actes du 48e colloque de la COPIRELEM. Toulouse 2022. Représenter et modéliser en mathématiques : de l'activité des élèves à la formation des professeurs des écoles* (37-54). Paris : ARPEME. https://www.copirelem.fr/wordpress/wp-content/uploads/2023/06/ACTES-TOULOUSE-Num-de2s51.pdf

Houdement C. (2017) Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100*, 59-78, IREM de Grenoble. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01902810/document

Jaubert, M. (2007). *Langage et construction de connaissances à l'école : un exemple en sciences.* Bordeaux : PUB.

Jaubert, M., Rebiere, M. et Bernié, J.-P. (2012). *Communautés Discursives Disciplinaires Scolaires et construction de savoirs : l'hypothèse énonciative.* forumlecture.ch, plate-forme internet sur la littératie. Consulté en janvier 2024. http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf

Jaubert, M. et Rebiere, M. (2021). Un modèle pour interpréter le travail du langage au sein des « communautés discursives disciplinaires scolaires ». *Pratiques : linguistique, littérature, didactique, 189-190*. ARPEME. https://journals.openedition.org/pratiques/9680

Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, *69,* 31-52, IREM de Grenoble. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/69n4_1555591199676-pdf

Laparra, M. et Margolinas, C. (2009). Le schéma : un écrit de savoir ? *Pratiques : linguistique, littérature, didactique, 143-144 (Numéro spécial : les écrits de savoir),* 51-82. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00722211/document

Larkin, J. et Simon, H. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth ten thousand words ? *Cognitive Science*, *11*(1), 65-99. https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1111/j.1551-6708.1987.tb00863.x

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en Didactique des Mathématiques, 13*(1.2), 5-118.

Polotskaia, E. (2009). Communication de la structure mathématique du problème par les élèves du primaire. Analyse d'un scénario didactique. Dans *Problem Solving and Institutionalization of Knowledge. Proceedings of CIEAEM 61* (178-183). Montréal : G.R.I.M. (Department of Mathematics, University of Palermo, Italy).

Van Garderen D. et Scheuermann A. (2015). Diagramming word problems: a strategic approach for instruction. *ISC, 50*(5), 282-290.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. Dans T.P. Carpenter, J.M. Moser et T. A. Romberd (Eds.), *Addition and substraction : a cognitive perspective*, 39-59. https://gerardvergnaud.files.wordpress.com/2021/09/gvergnaud_1982_cognitive-tasks-operation_addition-subtraction.pdf

Wenger, E., Mc Dermott, R. et Snyder, W. (2002). *Cultivating Communities of Practice: a guide to managing knowledge*. Boston, MA : Harvard Business School Press.

Wenger, E. (2005). *La théorie des communautés de pratique. Apprentissage, sens et identité.* St-Nicolas, QC: Les presses de l'Université Laval.

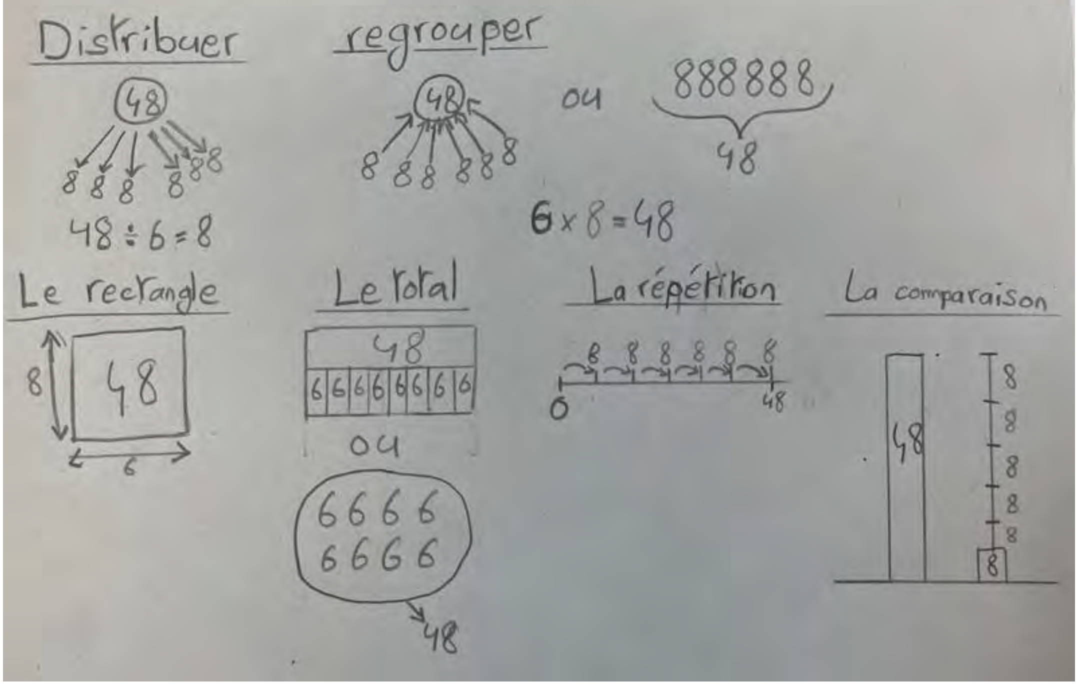
ANNEXE 1 : EXTRAIT D'UNE "LEÇON" DANS LE CAHIER RÉSERVÉ AUX SCHÉMAS

Les schémas multiplicatifs

On peut exprimer différentes significations de la multiplication ou de la division dans nos schémas, en fonction de l'histoire qu'on lit.

Par exemple avec les nombres 6 ; 8 et 48, avec lesquels on peut formuler les calculs 6x8=48 ou 8x6=48 ou 48 :6=8 ou 48 :8=6, il peut exister différents liens entre ces trois nombres. Par exemple :

- On peut les comparer : 48 c'est 8 fois plus grand que 6, qui est 8 fois plus petit que 48
- On peut distribuer 48 en 8 paquets de 6 ou 6 paquets de 8
- On peut regrouper 6 paquets de 8 pour faire 48
- On peut répéter 6 fois le nombre 8 pour aller jusqu'à 48 ou l'inverse
- On peut imaginer 6 rangées de 8, ce qui fait 48 au total
- …



ENJEUX ET PERSPECTIVES POUR LA FORMATION CONTINUE AU CYCLE 3 : CAS D'UNE CONSTELLATION INTER-DEGRÉS SUR LA REPRODUCTION DE FIGURES PLANES

Sylvie GRAU
Maîtresse de conférence, INSPE NANTES UNIVERSITÉ
CREN
Sylvie.grau@univ-nantes.fr

Isabelle MANIEZ
Conseillère Pédagogique de Circonscription et Référente Mathématiques de Circonscription, ACADÉMIE DE NANTES
Circonscription de Pontchâteau
Isabelle.maniez@ac-nantes.fr

Résumé
Dans le cadre de la formation en constellation initiée par le plan Villani-Torossian de 2018, notre recherche vise à comprendre la manière dont les enseignants problématisent leurs pratiques. Au cours d'une constellation expérimentale inter-degrés menée dans l'académie de Nantes en 2021-2022, mise en œuvre par une référente mathématique départementale, le travail dans le domaine de la géométrie s'est focalisé sur la reproduction de figures planes au cycle 3. Cette formation a permis de mettre en évidence des malentendus entre les enseignants du 1er degré et ceux du 2nd degré, les amenant à repérer certaines difficultés que rencontrent les élèves comme relevant de troubles, sans percevoir que des manques dans les enseignements pouvaient devenir des obstacles didactiques pour certains élèves. Sont exposés ici l'organisation de la formation en constellation adaptée à l'inter-degrés, le contexte spécifique, les activités menées en classe en co-observation et leur analyse dans le cadre de l'apprentissage par problématisation (Fabre, 2006 ; Grau, 2023 ; Hersant, 2022). Sont discutés ensuite la pertinence de formations en constellation inter-degrés et les prolongements envisageables au service de la liaison école-collège, en particulier pour ce qui concerne les élèves en difficulté, ainsi que sur les enjeux du travail dans les deux paradigmes GI et GII en cycle 3 (Houdement, 2007).

Le travail présenté ici est un travail en cours, il s'agit d'une recherche que nous avons initiée visant à mener une évaluation qualitative de dispositifs de formation entre pairs. Partant du constat que la formation continue des enseignants en France était descendante et qu'elle ne répondait pas aux attentes et besoins des enseignants, nous souhaitons analyser les effets de nouvelles formes de formation continue plus horizontales initiées depuis 2018 avec le plan Villani-Torossian (2018) mais aussi de formations entre pairs qui existaient déjà depuis de nombreuses années. Dans ce cadre nous avons participé à : une formation de type constellation inter-degrés (animée par Isabelle Maniez, alors référente mathématiques départementale) ; une constellation en cycle 1 (enfants de 3 à 6 ans, constellation menée par un RMC (Référent Mathématique de Circonscription)) ; un groupe de l'IREM des Pays de La Loire ; un Labomaths dans un collège angevin et un groupe autogéré de membres de différentes associations de l'Education Nouvelle (que nous accompagnons avec Claire Burdin, docteure en didactique professionnelle). Nous allons, dans cette communication, nous intéresser uniquement à la constellation inter-degrés.

I - PRÉSENTATION DU DISPOSITIF DE FORMATION EN CONSTELLATION INTER-DEGRÉS EN LOIRE-ATLANTIQUE

Nous allons tout d'abord vous présenter le dispositif de formation en constellation adapté à l'inter-degrés, tel qu'il a été mené en Loire-Atlantique.

1 Spécificités du dispositif en constellation en Loire-Atlantique

L'organisation de formations en constellation − une des 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques du Plan Villani-Torossian (2018) − a commencé dans le premier degré en 2018, puis a largement été développée chaque année, avec l'objectif de former 100% des enseignants du premier degré en 6 ans selon cette modalité. La genèse de la constellation inter-degrés qui nous intéresse s'explique par une forte impulsion de l'Inspectrice de circonscription (IEN), également pilote du plan mathématique sur le département, pour dynamiser la liaison école collège.

Une constellation consiste en un collectif de six à huit enseignants qui définit lui-même son objet de travail, sa problématique, à partir de préoccupations partagées. Ce collectif est accompagné par un RMC, sur un temps long, avec un travail d'analyse de l'activité des élèves et des enseignants à partir du réel de la classe. Accompagner en constellation, c'est donc, pour le RMC, partir des besoins exprimés par les enseignants et nourrir leur réflexion collective, à partir du terrain, en facilitant les échanges dans le groupe et en instaurant un climat de confiance.

Le fait que cette constellation soit inter-degré a bien évidemment rendu nécessaires plusieurs adaptations dont trois qui nous apparaissent majeures :

- L'importance de planifier la constellation : la présentation du projet a été faite aux enseignants lors du conseil école-collège en juin 2021, le pilotage est conjoint entre le premier degré (IEN de la circonscription) et le second degré (chef d'établissement du collège concerné). C'est donc un projet qu'il faut fortement anticiper, planifier et dont il faut définir les enjeux au sein même de la liaison école-collège.
- La réflexion en termes d'acculturation entre le premier et le second degré, les enseignants ayant des cultures professionnelles différentes.
- La nécessité de s'adapter aux préoccupations du collectif inter-degrés, notamment la progressivité des enseignements.

D'autres paramètres plus pragmatiques sont aussi à prendre en compte. Le premier degré dispose de 18 heures de formation continue obligatoires mais ce n'est pas le cas pour le second degré. Cette différence suppose un engagement volontaire des professeurs du collège. Par ailleurs, les temps de formation sont le mercredi après-midi car une des écoles est ouverte et propose des enseignements le mercredi matin, obligeant les enseignants du second degré à venir sur du temps hors présence devant élèves et même hors de la présence habituelle au collège. Pour autant, tous les enseignants ont été présents sur tous les temps de travail de la constellation.

Cette formation en constellation se déroule dans un contexte particulier de liaison école-collège. Tout d'abord la constellation regroupe deux écoles, une école élémentaire à quatorze classes et une école primaire à huit classes. Le collège ferme à la rentrée de septembre 2023, du fait de la construction d'un nouveau collège et d'une réorganisation des secteurs. Le travail collaboratif est donc éphémère. Une des écoles est voisine du collège, l'autre étant à une dizaine de kilomètres dans une zone plus rurale. Les deux enseignants du collège sont volontaires avec une ancienneté dans le métier de 6 ans pour l'un et de 12 ans pour l'autre. L'un (désigné PLC1) a une formation initiale en sciences physiques, est nouveau sur l'académie et n'est pas titulaire de son poste, l'autre (désigné PLC2) a une formation mathématique et est titulaire sur le collège depuis plusieurs années. La formatrice alors conseillère pédagogique départementale en mathématiques, bénéficie d'un statut de formatrice extérieure à la circonscription.

Contrairement aux conseillers pédagogiques de circonscription qui sont parfois vus comme étant au service d'un inspecteur et qui ont l'occasion de visiter et de former régulièrement les enseignants de la circonscription, la formatrice ne connaît pas les collègues et les rencontre pour la première fois, sans avoir connaissance des évaluations effectuées par leur inspectrice. Enfin la spécificité de cette constellation est le travail de recherche qui y est associé. La chercheuse a été présente sur tous les temps collectifs, à la plupart des visites croisées et à quelques entretiens et visites individuelles. Elle a présenté son projet dès la mise en place de la constellation et demandé l'accord de chacun et chacune.

2 Le déroulement de la constellation inter-degrés

En Loire-Atlantique, toutes les constellations ont la même architecture (voir Figure 1), ce n'est pas le cas dans les autres départements ni dans d'autres académies. La formation est basée sur l'alternance de temps en classe et de temps en dehors la classe, de temps individuels et de temps collectifs, d'apports et de co-constructions de séances, de mises en œuvre en co-observation et de temps de co-analyse confrontant ainsi le réel de la classe et les problématiques d'enseignement. La co-problématisation, la co-conception de séances, les co-observations croisées et la co-analyse sont au cœur du dispositif.

Cette organisation n'exclut pas un accompagnement individuel avec des visites et un entretien individuel en début et en fin de constellation. Il s'agit de recueillir les attentes hors du collectif et de mesurer le chemin parcouru. Enfin, les enseignant disposent d'un e-réseau sur Magistère, un espace collaboratif avec un forum, permettant de garder la trace de la constellation et de mutualiser les travaux et documents.

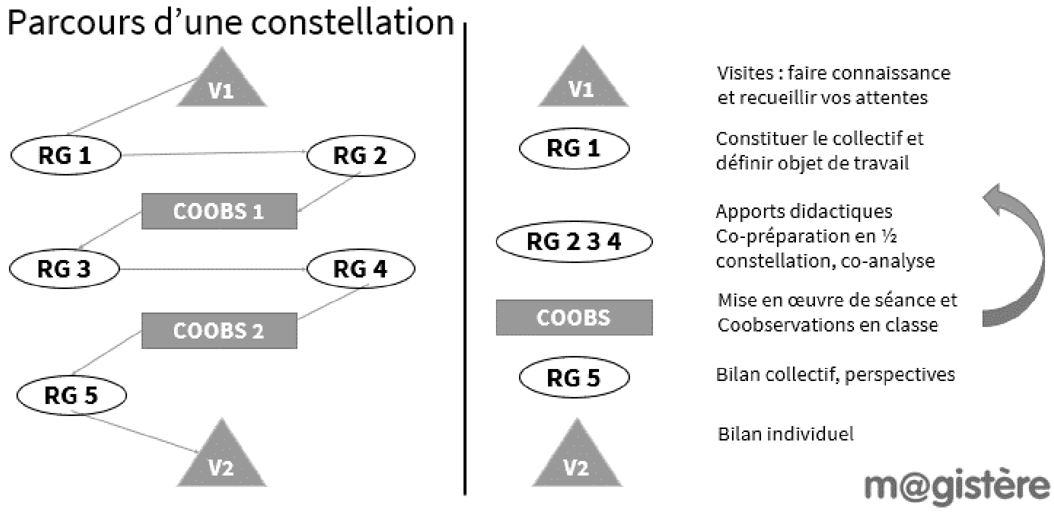


Figure 1 : architecture d'une constellation en Loire-Atlantique

La formation en constellation était initialement prévue de novembre à mars, mais elle a été adaptée du fait des conditions sanitaires qui ont interdit les formations entre décembre et février, nous obligeant à reporter une partie de la formation de mars à juin. Cette contrainte a imposé une rupture dans la formation avec un temps inter-session allongé entre la première co-observation et le troisième regroupement où nous devions faire les analyses de la séance mise en œuvre. La constellation s'est donc étalée sur un temps très long avec une interruption qui s'est, finalement, montrée très propice à la réflexivité (voir figure 2). Tous les regroupements se sont faits dans chacune des écoles et au collège. Les co-observations ont également été réalisées dans toutes les classes. Sur chacune des séances co-observées, chaque enseignant a joué le jeu de l'observation par une partie de ses pairs (deux à quatre observateurs, chacun ayant visité deux classes en dehors de son établissement).

Visite individuelle	Octobre 2021		Observation de classe + entretien individuel
Regroupement Collectif 1	Nov 2021 - 3h	Ecole 1	Faire connaissance, Echanges, définition de la problématique du collectif
Regroupement Collectif 2	Nov 2021 - 3h	Collège	Apports didactiques – Copréparation de séance
Coobservations Séance 1	Déc 2021 - 2 jours	Dans les classes	- Mise en œuvre séance 1 - Coobservations et recueils de traces didactiques dans chacune des classes
… / …	… / …	… / …	… / …
Regroupement Collectif 3	Mars 2022 - 3h	Ecole 2	- Co-analyse de la séance « Rectangle » - Temps de travail sur la progressivité géométrie CM1 CM2 6ème
Regroupement Collectif 4	Mars 2022 - 3h	Ecole 1	- Apports didactiques fractions et décimaux - Co-préparation de séance fractions et décimaux
Coobservations Séance 2	Mai 2022 - 2 jours	Dans toutes les classes	- Mise en œuvre séance 2 - Coobservations et recueils de traces didactiques dans chacune des classes
Regroupement Collectif 5	Mai 2022 - 3h	Collège	- Co-analyse de la séance «scénarii» - Temps de travail sur la progressivité fractions et décimaux CM1 CM2 6ème - Bilan collectif de la formation
Visite individuelle	Mai juin		Visite de classe et/ou entretien

Figure 2 : calendrier de la constellation inter-degrés

3 La construction d'une problématique

Lors du premier regroupement, la constellation doit décider de son objet de travail. Ce temps d'échanges occupe la moitié des 3h du regroupement, le rôle du RMC étant de faciliter les échanges, de les synthétiser sans les influencer. Les différentes thématiques évoquées lors des visites individuelles effectuées par la formatrice au préalable sont présentées au groupe sous la forme d'un nuage de mots avec, dans l'ordre de leur fréquence d'apparition : sens et technique, décimaux, fractions, manipulation, progressivité, résolution de problèmes proportionnalité, droite graduée, lecture d'énoncés, numération etc. Au terme des échanges, le collectif a choisi de travailler sur l'enseignement de la géométrie, alors même que ce thème n'apparaissait pas comme problématique à l'issue des entretiens individuels. Cet effet de surprise n'est pas spécifique à l'inter-degrés, c'est récurrent dans les constellations, car à chaque fois, la problématique collective se construit véritablement dans les échanges du collectif qui permettent de passer de préoccupations individuelles à une préoccupation partagée. Ici, il est apparu une préoccupation majeure pour le second degré et qui a orienté la réflexion collective, celle de la progression des apprentissages sur le cycle. Il nous semblait donc intéressant de mobiliser le cadre de l'apprentissage par problématisation pour mieux comprendre comment s'est construit le problème professionnel des collègues au cours de la constellation.

II - LES ANALYSES DANS LE CADRE DE L'APPRENTISSAGE PAR PROBLÉMATISATION (CAP)

Dans nos recherches, nous utilisons le cadre de l'apprentissage par problématisation (CAP) à deux niveaux : au niveau de l'accompagnement de la constellation pour analyser les apprentissages des élèves en géométrie plane et au niveau de la recherche sur la formation pour analyser les pratiques des enseignants.

1 Analyse des pratiques enseignantes dans le CAP

La recherche vise à mieux comprendre la manière dont les enseignants problématisent leur activité en formation en constellation et comment la formation contribue à développer leurs compétences professionnelles. Pour cela nous considérons l'activité des enseignants comme une réponse à un problème professionnel souvent implicite et non formalisé. Nous considérons que les pratiques sont organisées par des logiques que nous cherchons à comprendre. Pour cela, nous analysons dans le cadre du CAP, les traces de leurs pratiques et essayons de repérer les contraintes qui pèsent sur elles pour accéder aux raisons. Nous considérons comme traces les enregistrements des entretiens, des regroupements, les traces écrites sur l'espace collaboratif du groupe, les préparations des séances et supports donnés aux élèves, les productions des élèves, les photographies des activités menées, les notes prises pendant les observations.

Le losange de problématisation (figure 3) développé par Fabre (2006) modélise d'une part sur l'axe horizontal la résolution du problème (de la question à la solution et sur l'axe vertical la construction du problème (la mise en tension entre les données du problème et les conditions du problème). La problématisation se fait toujours dans un cadre qui, pour ce qui est des pratiques enseignantes, est le système didactique.

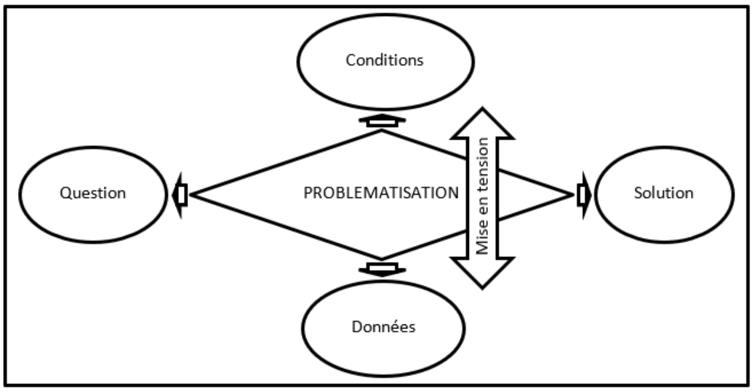


Figure 3 : Losange de problématisation

En nous inspirant des composantes de la double approche ergonomique et didactique (Robert et Rogalski, 2002), nous identifions six domaines de contraintes qui nous permettent de comprendre le poids de ces contraintes sur les choix des enseignants, la manière dont ces domaines interagissent, de caractériser et repérer des tensions. Ces contraintes peuvent ainsi être personnelles, sociales, médiatives, cognitives, institutionnelles ou liées au potentiel d'apprentissage, c'est-à-dire liées à l'évaluation prédictive de la réussite des apprentissages des élèves. Prenons par exemple, l'analyse du verbatim du premier regroupement : nous avons repéré les contraintes évoquées et nous les avons catégorisées à partir des six domaines pour chaque enseignant. A un moment, le professeur de collège PLC2 dit : « *On se retrouve avec des élèves avec nous qui ne devraient pas y être avec les PPRE, PPAP il faudrait 25 progressions différentes. Ils ne devraient pas être avec nous parce qu'il n'y a pas de place pour les accueillir alors qu'ils ont été diagnostiqués.* » Le deuxième professeur de collège PLC1 va renchérir. Le potentiel d'apprentissage est identifié ici comme un frein à l'activité. Une contrainte peut ainsi favoriser ou empêcher l'action, dans l'un ou l'autre cas, nous essayons de reformuler cette contrainte en termes de nécessités. L'analyse globale de ce premier regroupement montre que les domaines sont plus ou moins représentés suivant les enseignants de chaque école et un décalage entre le premier et le second degré. Les prises de paroles sont beaucoup plus importantes pour le second degré avec une prédominance des contraintes institutionnelles (poids des programmes, injonctions à l'inclusion, cycle 3 sur deux degrés). Les deux enseignants de l'école primaire la plus éloignée du collège s'expriment moins mais avec des contraintes beaucoup plus ciblées sur les aspects didactiques et médiatifs. Un enseignant du premier degré montre une certaine homogénéité des domaines de contraintes, alors qu'un autre professeur des écoles montre que trois domaines principaux organisent son activité (les contraintes personnelles, institutionnelles et médiatives).

Les écarts entre les degrés peuvent s'expliquer par des cultures professionnelles différentes, cependant ceux entre professeurs des écoles ou entre professeurs de collège attestent qu'un registre explicatif différent rend compte pour chacun de la cohérence de leurs pratiques. Nous pouvons par exemple comptabiliser le nombre de contraintes par domaine, évoquées lors du premier regroupement et mettre en évidence les tensions qui apparaissent entre ces domaines. Si nous prenons par exemple les professeurs de collège que nous avons désignés PLC1 et PLC2. Pour PLC1 apparait une tension entre le domaine institutionnel et celui du potentiel d'apprentissage : l'écart entre les attentes de l'institution en termes d'apprentissage et ce qu'il pense atteignable pour les élèves des classes de 6^{e} dont il a la responsabilité. Pour PLC2, la tension est plutôt entre le domaine cognitif et celui du potentiel d'apprentissage. Sa représentation de ce qu'un élève est capable d'apprendre et l'organisation mathématique des savoirs enseignés sont en tension, en particulier il remet en cause le dévoilement de certaines notions trop tôt dans la scolarité, cet apprentissage pouvant se dresser ensuite en obstacle à la compréhension des concepts mathématiques. De même si on compare les professeurs des écoles désignés par E1 et E5, la question professionnelle de E1 est de composer entre les contraintes institutionnelles (temps contraint, formation imposée, mutation, administration, Iprof etc.) et ses besoins personnels, l'amenant à penser son enseignement sous forme de routines organisationnelles. Pour E5, ses pratiques professionnelles sont orientées par deux domaines de contraintes : des contraintes sociales, en particulier un besoin de légitimité vis-à-vis du second degré, de sécurité en rapport avec l'évaluation par les pairs possible lors des observations, son sentiment d'efficacité professionnelle ; auxquelles elle répond par des contraintes médiatives avec des dispositifs très structurés et rigoureux. Pour l'un comme pour l'autre, le potentiel d'apprentissage des élèves n'est pas évoqué.

Lors des échanges, le poids de la parole des enseignants du second degré et la contrainte forte du potentiel d'apprentissage des élèves amène à questionner la place de la manipulation et de la progressivité dans la construction du sens. Des exemples en géométrie seront souvent utilisés amenant à poser le problème dans ce cadre mathématique. Les professeurs du collège estiment que les propriétés des polygones étudiées au primaire amènent les élèves à des représentations erronées des objets théoriques. Pour le rectangle, les élèves à l'entrée en 6^{e} le caractérisent par la longueur de ses côtés au détriment de la caractérisation par ses angles droits, il semble très difficile de les amener à regarder autrement cette figure. On comprend que le problème didactique sous-jacent est lié aux paradigmes en géométrie définis par Houdement et Kuzniak (2006). Le problème est formulé ainsi à l'issue du premier regroupement : « quelle est la place de la manipulation dans le processus de construction du sens des notions mathématiques et en particulier les propriétés et définitions des polygones ? »

2 Analyse de l'activité des élèves dans le CAP

La reproduction de figures planes constitue une classe de problèmes au sens de Vergnaud du fait que cette tâche suppose la mise en place de mêmes schèmes malgré toutes les variations sur lesquelles il est possible de jouer (Vergnaud, 1990). De plus, résoudre un problème de géométrie conduit toujours à produire une figure mentalement ou matériellement, la reproduction de figures est donc essentielle (Bulf et Celi, 2016 ; Celi, 2016). Reproduire une figure consiste à réaliser une figure à partir d'un modèle fourni. Les variables didactiques sur lesquelles il est alors possible de jouer sont nombreuses : le modèle peut être accessible ou non, de même taille – donc superposable – ou non, on peut donner une amorce ou non, indiquer ou imposer des instruments, donner un coût d'utilisation des instruments, donner un support de même nature ou non (papier quadrillé par exemple). Cependant, ce type de tâche est rarement proposé dans les pratiques ordinaires des professeurs des écoles (Allard, Winder et Mangiante-Orsola, 2017). L'enjeu est donc de faire évoluer le système de contraintes qui pèse sur les pratiques des enseignants et empêche l'exercice de la vigilance didactique (Butlen, Charles-Pézard et Masselot, 2012).

Dans le CAP, le sens des savoirs est apporté par la construction de nécessités, c'est-à-dire ce qui rend le savoir nécessaire pour résoudre un certain type de problèmes, ce qui fait que le savoir est ce qu'il est et ne peut pas être autre. La spécificité du CAP est de s'intéresser à la construction de ces nécessités. Le problème posé ici est de trouver comment reproduire une figure modèle proposée. La solution pourrait relever d'une technique mais il n'existe pas une technique générale immédiatement transférable à tous les problèmes de reproduction, la technique doit être adaptée au modèle et aux contraintes. Par contre, certaines nécessités peuvent aider à construire les faits permettant de choisir ou adapter les techniques déjà rencontrées. Il s'agit donc de faire construire ces nécessités aux élèves. De quelle nature sont-elles ?

La construction de faits en géométrie dépend du paradigme dans lequel on travaille. Houdement et Kuzniak (2006) en définissent trois : la géométrie « naturelle » G1, la géométrie « axiomatique naturelle » G2 et « l'axiomatique formaliste » G3 qui n'est abordée qu'en études supérieures. Dans le CAP, nous parlons plutôt de REX (registre explicatif), ce registre prenant en compte le paradigme géométrique mais aussi les représentations des élèves, nous allons le préciser après. Si les deux géométries G1 et G2 se distinguent clairement par la nature des objets étudiés, elles ne s'excluent pour autant pas l'une l'autre, au contraire elles se complètent :

- la construction d'une figure complexe (question de géométrie dessinée) peut donner lieu à des raisonnements sur des figures abstraites (incursion en géométrie abstraite) avant de revenir au dessin ;
- pour résoudre une question concernant un objet abstrait, un élève peut commencer par faire une figure qui lui permettra de faire une conjecture (géométrie dessinée) puis effectuer des déductions (phrases ou calculs) à partir de ce qui est connu, seuls arguments acceptables en géométrie abstraite.

Le passage d'un paradigme à l'autre se fait sur un temps d'expérimentation où la géométrie instrumentée va jouer un grand rôle et cet espace d'expérimentation concerne, dans les programmes, les cycles 2 et 3, amenant au cycle 4 à travailler plus systématiquement sur des figures théoriques abstraites.

Lors du second regroupement, la formatrice fait quelques apports didactiques en particulier sur les paradigmes en géométrie à partir des travaux de Houdement et sur les registres sémiotiques, en particulier sur les conversions entre le langage naturel et les schémas codés. Nous, en tant que chercheure, apportons par ailleurs des éléments sur l'approche instrumentale de Rabardel amenant « l'instrumentation, comme processus par lequel les contraintes et les potentialités d'un artefact vont conditionner durablement l'action d'un sujet pour résoudre un problème donné » (Trouche, 2005, p.10) pour parler des instruments de tracés et de mesure que les élèves sont amenés à utiliser, mais aussi les logiciels de géométrie dynamique. Nous avons aussi abordé quelques exemples de déconstructions dimensionnelles, de divisions méréologiques et de déconstructions instrumentales (Duval et Godin, 2005). Un travail plus spécifique est mené pour amener les enseignants à comprendre l'enjeu des positions prototypiques des figures sur les images-concepts des élèves (un triangle ne peut être reconnu que s'il est isocèle et posé sur sa base, un rectangle s'il a ses côtés parallèles au bord de la feuille), et sur l'importance des amorces dans les problèmes de reproduction comme contrainte amenant les élèves à devoir modifier leur regard sur la figure modèle.

Les enseignants doivent alors décider d'un modèle à reproduire pour construire une situation qu'ils vont adapter aux différents niveaux de classe. L'objectif de la co-observation sera de repérer comment un même problème est résolu par les élèves en fonction de ce qu'ils ont déjà appris et vécu. Lors de ce deuxième regroupement collectif, nous avons proposé plusieurs mises en situation et le choix du groupe s'est porté sur un problème de reproduction de deux rectangles emboîtés (figure 4), que nous avions très rapidement évoqué (Mathé, Barrier et Perrin-Glorian, 2020). Le choix s'explique par le fait qu'il s'agit de rectangles, une figure bien connue des élèves mais qu'ils ont tendance à caractériser uniquement par sa longueur et sa largeur. L'analyse *a priori* de la situation amène les enseignants à identifier qu'il faut que les élèves s'autorisent à tracer les diagonales pour voir l'alignement des sommets sur les diagonales. Une chose en effet est de savoir reproduire un rectangle, une autre est de savoir positionner le petit rectangle par rapport au grand rectangle. La division méréologique est donc immédiate, celle dimensionnelle l'est moins et la déconstruction instrumentale est censée être facilitée du fait que tous les élèves ont déjà appris à tracer un rectangle avec la règle et l'équerre. Les variables didactiques sont listées : modèle disponible ou non, validation par calque ou non, instruments autorisés, amorce ou non, papier blanc, quadrillé, tracé avec un logiciel de géométrie dynamique. Chaque enseignant a finalisé la préparation la semaine suivante et nous avons découvert les supports ainsi que les modes de mise en œuvre lors de l'observation, aucun enseignant n'ayant estimé nécessaire de communiquer sur ces éléments avant l'observation sur l'espace numérique de partage.

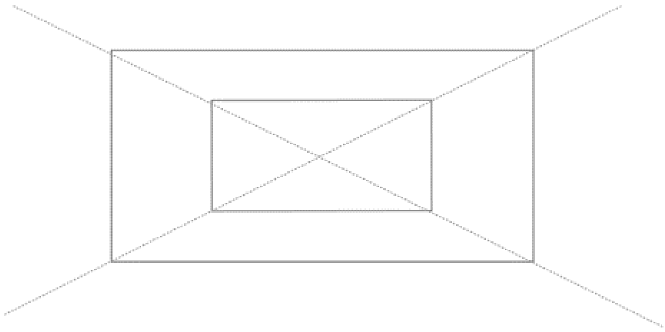


Figure 4 : figure modèle

III - ACTIVITÉS MENEES DANS LES CLASSES EN CO-OBSERVATION 1

Chaque enseignant a adapté la proposition des formatrices en fonction du niveau de classe (annexe). Ces choix n'ont pas été discutés collectivement, ils ont été faits individuellement, nous les avons découvert au moment de la mise en œuvre des séances :

- Au CM1, la figure est donnée sur une feuille A4 et la reproduction est à faire sur une autre feuille A4, la validation se fait par transparence, mais dans un CM1 les rectangles ont bien les mêmes diagonales alors que dans l'autre le rectangle à l'intérieur est décalé.
- Au CM2, la même figure est donnée sur une seule feuille A4, la reproduction doit se faire en dessous et une amorce contraint les élèves à changer l'orientation de la figure. Dans un CM2, il est demandé à l'issu du tracé de rédiger un programme de construction, uniquement pour ceux ayant terminé.
- En 6^{e}, le tracé est commencé sur le logiciel Géogébra, un rectangle a été tracé, il faut réaliser l'autre, plusieurs autres activités sont ensuite proposées pour ceux qui auraient terminé.

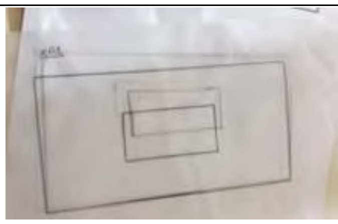
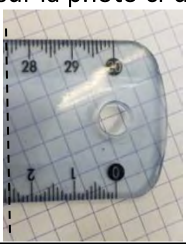
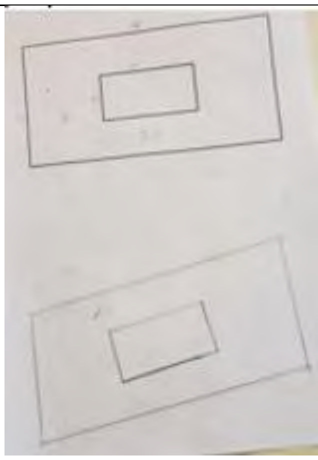
On remarque que tous les modèles ont leurs côtés parallèles aux bords de la feuille, la question des figures prototypiques n'a donc pas été prise en compte par les enseignants. Plus tard, une raison sera évoquée par une professeur des écoles : la difficulté à tourner la figure sur le logiciel de traitement de texte utilisé. Pourtant certains collègues vont lui expliquer comment faire, preuve qu'eux savaient le faire.

Le matériel à disposition, à part le logiciel en 6^{e}, est globalement le même. Il n'est pas donné d'indications ou de limitations, malgré le fait que certains enseignants prennent le temps de vérifier que tout le monde a bien une équerre et une règle avant de commencer.

Pour la consigne, il est demandé de « refaire la même figure » ou de « reproduire à l'identique », « en utilisant le morceau de droite déjà tracé ».

En CM1, les enseignants précisent collectivement qu'il s'agit de deux rectangles, l'un à l'intérieur d'un autre, et que la validation se fera par transparence : la figure obtenue doit se superposer exactement au modèle (par calque ou en superposant les figures sur la vitre d'une fenêtre de la classe).

L'analyse de l'activité des élèves dans le CAP nous a amenées à identifier différents registres explicatifs (REX) caractérisés par les faits construits par les élèves – ce qui est reconnu comme vrai et pris en considération dans la construction du problème, du moins temporairement. Nous synthétisons ces REX dans le tableau 1, en donnant des exemples de production d'élèves.

REX G0 **Perception globale de la figure complexe**	Les élèves considèrent deux quadrilatères ou deux rectangles et les reproduisent au jugé sans prendre d'informations sur le modèle autres que la perception visuelle qu'ils en ont.	 
REX G11 **Vérification des mesures de longueurs des figures isolées**	Les élèves utilisent la règle graduée pour prendre des mesures sur le modèle, mais ils ne s'intéressent qu'aux rectangles pris isolément et ne les positionnent pas précisément l'un par rapport à l'autre	
REX G12 **Contrôle des mesures de longueurs et des angles droits des figures isolées**	Les élèves prennent des mesures à la règle et vérifient les angles droits en utilisant leur équerre toujours de manière isolée pour chaque rectangle.	
REX G21 **Contrôle des propriétés des figures et de leur positionnement respectif.**	Les élèves contrôlent les propriétés des figures et prennent des mesures pour positionner un rectangle par rapport à l'autre. De manière implicite les élèves considèrent des droites parallèles comme étant des droites perpendiculaires à une même troisième, matérialisée parfois par les graduations sur la règle comme sur la photo ci-dessous : 	 

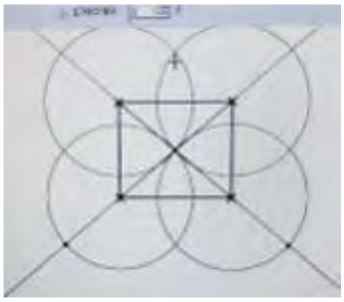
REX G22 **Utilisation de propriétés communes aux deux rectangles**	Les élèves utilisent des propriétés communes des deux rectangles (axes de symétrie, diagonales) et déterminent un système de repérage.	 

Tableau 1 : registres explicatifs en géométrie plane

On peut considérer que les élèves utilisent certains faits, ce qu'ils considèrent comme vrai et qu'ils ne remettent pas en question, pour mettre en œuvre leur solution pour tracer la figure. Ainsi la perception globale de la figure complexe amène les élèves à des tracés uniquement à la règle. Comme la figure a ses côtés parallèles aux bords de la feuille, les élèves arrivent approximativement à tracer des côtés à angle droit et globalement donnent des dimensions proches de la réalité, tant qu'à effacer et recommencer pour ajuster. Au moment de la vérification, ces élèves ont tendance à tout effacer et recommencer sans tirer d'informations supplémentaires des écarts entre ce qu'ils ont produit et le modèle. Dans le REX G11, le tracé est plus instrumenté du fait qu'il y a la prise de mesures de longueurs, mais les élèves en restent à définir le rectangle par sa longueur et sa largeur, seule la règle graduée est utilisée. La position prototypique amène à réussir le tracé d'angles droits sans utilisation de l'équerre. Dans le REX G12, le rectangle est caractérisé par ses quatre angles droits, sa longueur et sa largeur. Une déconstruction instrumentale amène même à le caractériser par trois angles droits, sa longueur et sa largeur. Dans le REX G21, les deux rectangles sont caractérisés par le fait que leurs côtés respectifs sont à la même distance. Dans le REX G22, la figure est caractérisée par ses deux axes de symétrie perpendiculaires et donc son centre de symétrie ou par les diagonales communes. Le REX mobilisé correspond en fait à un usage d'instruments différents et des schèmes différents. Il peut alors être intéressant de penser des contraintes pour amener l'élève à changer de REX.

Comme nous avons pu le voir, ne pas laisser le modèle à disposition peut amener à sortir de G0 en contraignant la construction d'une image mentale. Par ailleurs, ne pas proposer un rectangle dans une position prototypique ou proposer une feuille de format non conventionnel, peut amener à rendre nécessaire la prise en compte des angles droits puisqu'il n'est plus possible d'utiliser les bords de la feuille pour tracer les perpendiculaires de manière perceptive. C'est ce qu'il s'est passé pour les élèves qui avaient une amorce dans une autre orientation et qui devaient tracer sur la même feuille que le modèle. Ils ont alors été contraints de passer au niveau scénographique pour imaginer le déplacement du modèle dans la feuille. Enfin il s'agit d'amener les élèves à faire des tracés supplémentaires sur le modèle et de manière générale à les autoriser à coder, dessiner des sur-figures ou des sous-figures sur le modèle pour construire de nouveaux faits. Ce point a particulièrement intéressé les collègues pour concevoir la deuxième activité, d'autant que l'utilisation de Géogébra pour les élèves de 6e n'a pas été suffisante pour amener les élèves à ces constructions. Au cycle 4, certains élèves restent dans un REX G0, utilisant leur règle pour vérifier un alignement directement en posant la règle sur l'écran de l'ordinateur, ou en construisant des figures non résistantes.

L'idée forte qui a émergé de la co-analyse est que l'analyse de la figure est nécessaire avant de se lancer dans la reproduction. Pour contraindre cette analyse et obliger l'abandon de la géométrie perceptive et instrumentée, les enseignants ont proposé de demander aux élèves de faire des schémas codés ou d'utiliser des descriptions, ou encore des programmes de construction. Ces tâches reviennent à demander à l'élève de formaliser les faits : ce qu'il sait de la figure et ne peut pas être remis en cause.

Pour la deuxième co-observation, la séance a été construite à partir de ce principe : amener les élèves à formaliser ce qu'ils savent de la figure dans un aller-retour entre langage naturel, codage et dessin.

IV - ACTIVITÉS MENÉES DANS LES CLASSES EN CO-OBSERVATION 2

Le groupe a décidé de proposer une figure modèle comprenant un rectangle et deux triangles adjacents. Les élèves doivent la décrire, en faire un schéma à main levée puis faire le tracé. Pour donner du sens à cette activité qui suppose du codage et du décodage, les élèves travaillent sur différents supports qu'ils s'échangent, la figure codée est transmise à un autre élève qui effectue le tracé. La validation peut alors se faire par superposition par rapport au modèle de départ. Les écarts peuvent ainsi être relatifs au codage ou au décodage, amenant à formaliser en classe certaines nécessités liées à l'analyse de la figure.

Les enseignants ont élaboré 6 scénarios d'apprentissage avec :

- des supports de départ différents (figures modèles avec ou sans codage ou description, des schémas à main levée, des programmes de construction) ;
- des tâches différentes en fonction du support de départ : codage, décodage, analyse de la figure en G1 ou G2, schéma à main levée, tracé ;
- des résultats attendus différents en termes de production : figure modèle codée, description, tracé en vrai grandeur, ou programme de construction ;
- un mode de validation entre figure modèle et figure tracée par transparence ou bien encore une confrontation entre programme de construction initial et final.

Sur cette deuxième séance co-préparée, des variantes dans les supports proposés − forme et composition de l'assemblage, des positions non prototypiques, taille du support papier (post-it ou feuille A5 ou A4) − sont apparues, avec une plus grande compréhension des variables didactiques en jeu. C'est-à-dire que ces choix ont été plus raisonnés au sens que les contraintes évoquées dans les échanges sont devenues majoritairement d'ordre cognitives et médiatives, donc en lien avec le savoir.

Dans une classe de CM2, nous avons pu observer un protocole complet. La classe a été divisée en 4 groupes répartis dans 4 secteurs de la classe. Chaque groupe a successivement travaillé sur des feuilles de 4 couleurs différentes correspondant à 4 modèles différents. A la première étape, les élèves ont un premier modèle et font un schéma codé sur une autre feuille de même couleur. A l'étape 2, les élèves rendent le modèle et récupèrent un schéma correspondant à un autre modèle, ils doivent construire la figure sur une feuille de même couleur que le modèle. A l'étape 3, les élèves rendent leur construction et récupèrent un schéma correspondant à un troisième modèle, ils doivent faire une description de la figure sur une feuille de même couleur. A l'étape 4, les élèves rendent leur description et récupèrent la description correspondant au quatrième modèle, ils doivent construire la figure sur une feuille de même couleur. A la fin on valide le résultat avec le modèle d'origine en regroupant toutes les feuilles de même couleur, il est aussi possible de comparer les différentes propositions pour un même modèle. La mise en commun amène à formaliser qu'il ne faut pas indiquer tout ce qu'on sait de la figure mais uniquement ce qui est nécessaire pour la reproduire correctement. La suite du travail va donc amener à expliciter comment on sélectionne les informations nécessaires et suffisantes.

Lors du regroupement suivant, l'analyse des productions permet de mieux repérer les différentes nécessités évoquées lors des apports didactiques. Nous avons listé ces nécessités dans le tableau 2 en donnant un exemple de production d'élève pour illustrer chaque nécessité.

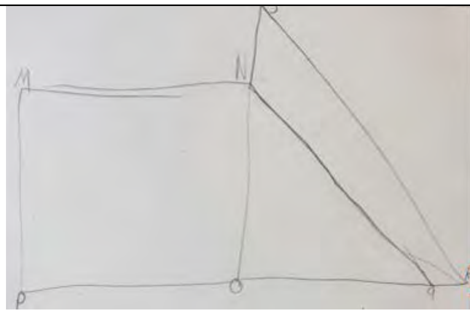
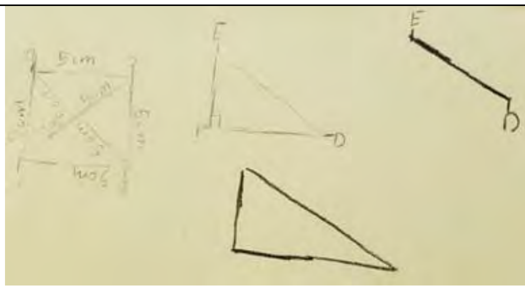
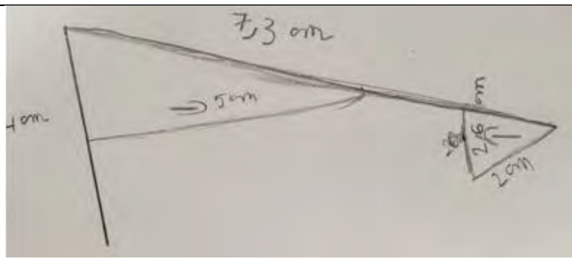
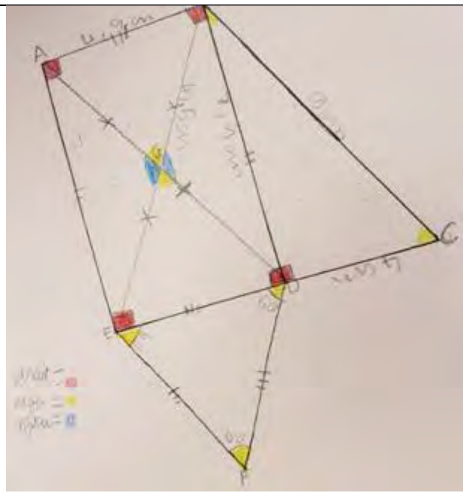
Nécessité d'une analyse de la figure, la perception seule ne permettant pas de la reproduire correctement (exemple de la difficulté à tracer le rectangle adjacent au plus grand côté du triangle qui de fait, n'a plus ses côtés parallèles au bord de la feuille).	
Nécessité de la division méréologique (exemple d'un élève qui trace uniquement le contour de la figure composée d'un triangle et de deux rectangles).	
Nécessité d'une déconstruction dimensionnelle (exemple d'un élève qui ne repère pas les côtés adjacents, les sommets communs, a du mal à voir des surfaces).	
Nécessité d'une déconstruction instrumentale (exemple de difficulté à organiser l'ordre des tracés amène l'élève à ajouter un codage avec des flèches pour indiquer les mesures intermédiaires prises).	
Nécessité de coder les propriétés et de tracer les diagonales (exemple de surcodage d'un élève qui n'a pourtant pas encore travaillé la mesure des angles).	

Tableau 2: construction de nécessités liées à la reproduction de figures planes

Ces nécessités ont été plus ou moins mises en évidence ou explicitées aux élèves au moment de la mise en œuvre. Lors des co-observations, nous avons pu mesurer des écarts importants dans la gestion des mises en commun et sur le processus d'institutionnalisation. Les enseignants ont parfois été démunis face à l'activité des élèves, positivement du fait de leur engagement dans le travail et dans les situations de communications installées, et négativement du fait de la non disponibilité de ce qui avait été enseigné (techniques de tracés, vocabulaire). L'analyse *a posteriori* a permis de mettre en évidence qu'une analyse *a priori* approfondie permet de mieux gérer les feedbacks en situation.

V - PROLONGEMENTS ET DISCUSSION

Le bilan des deux co-observations montre que les élèves ont tous largement progressé dans l'analyse de figures, analyse qui, habituellement, n'était pas travaillée explicitement. Les contraintes posées amènent effectivement les élèves à passer de G0 à G1 ou de G1 à G2. Des obstacles demeurent mais les élèves prennent conscience de manques ou de limites de leurs procédures. L'impossible amène à penser avec eux les nécessités. Enfin le travail de construction des figures ne se limite pas ici à apprendre une technique, d'ailleurs les techniques apprises − comme le tracé du rectangle − n'ont pas été réinvesties lors de la première séance par la plupart des élèves, montrant que ce savoir-faire enseigné n'était pas disponible.

Le recours au cadre d'analyse du CAP, a permis d'enrichir le travail de la constellation. Il a en particulier permis de mieux spécifier les connaissances mobilisées par les élèves en outillant l'analyse de leur activité. Il a permis aux enseignants de mieux comprendre les enjeux des choix qu'ils font pour penser les situations d'enseignement, en lien avec les changements de registres explicatifs que ces situations provoquent chez les élèves. L'utilisation de certains concepts issus du cadre théorique au cours de la constellation, a aussi permis la construction d'une réelle communauté discursive favorable au travail collectif. Les échanges après la seconde co-observation étaient de nature différente, ils étaient plus orientés par un regard didactique et soutenus par un langage plus scientifique.

Du côté des enseignants, ceux-ci peinent à changer certaines routines (orientation des figures, instruments usuels, format des feuilles, mode de validation). Ils acceptent cependant de se lancer, du fait du travail co-construit et donc de la responsabilité partagée dans la conception de la séance. Ils sont surpris par l'activité de leurs élèves et leur engagement, leur résistance au découragement pour obtenir le tracé attendu. Les représentations qu'ils avaient sur le potentiel d'apprentissage de leurs élèves ont bougé, cette contrainte n'est plus évoquée contrairement au premier regroupement. Ils sont tous convaincus qu'une analyse *a priori* plus rigoureuse est nécessaire pour mieux anticiper et pouvoir répondre aux difficultés en situation. A l'issue de la constellation, ils disent vouloir continuer ce travail de co-construction.

La constellation étant proposée une fois tous les six ans, il est difficile de se contenter de cet espace de formation. En Loire atlantique, les enseignants du premier degré ayant suivi une constellation en année *n*, ont la possibilité de consacrer 6 h sur les 18 h de formation continue obligatoire à la poursuite de leur travail en année *n*+1. Suite à cette constellation inter-degrés, les enseignants du collectif ont décidé de poursuivre leur travail collaboratif durant l'année 2022/2023 : 2 mercredis après-midi, 3 temps de 2h de conseil de cycle 3 élargi. Ils ont rédigé un projet transmis pour validation à l'inspection et ce, malgré l'absence d'un enseignant du primaire, la fermeture du collège à la rentrée 2023 et une liaison école-collège absente de ce fait dans les autres disciplines. Un travail conséquent a été fait en autonomie sur la proportionnalité. La formatrice s'est mise à disposition sur des temps où les enseignants en exprimeraient le besoin, pourtant, ils n'ont pas fait appel à la RMC (par défiance institutionnelle du fait qu'elle est devenue la CPC de leur circonscription ou par besoin de travailler entre pairs uniquement). Une visite néanmoins de la formatrice a été acceptée chez un des enseignants de CM2 pour mettre en œuvre une séance sur les fractions et décimaux, peut-être une première étape vers une confiance institutionnelle. Le collectif a produit une préparation sur la reproduction d'une figure à une autre échelle permettant de travailler la proportionnalité. Cette préparation est beaucoup plus riche didactiquement que ce qu'ils avaient produit en début de constellation, s'autorisant à adapter la ressource, faisant apparaître des variables didactiques et utilisant le codage et l'analyse de la figure sur le temps de mise en commun.

Si nous revenons à notre analyse de la construction du problème professionnel de la constellation et aux contraintes qui pèsent sur les pratiques des enseignants, l'analyse du dernier regroupement atteste d'un changement dans le poids des différents domaines. En particulier, nous notons un changement de regard des enseignants sur la difficulté scolaire. C'était la première fois que les élèves étaient tous confrontés à un problème consistant de géométrie et les élèves se sont tous montrés capables d'apprentissages. Les enseignants ont pu prendre ainsi conscience de ce qui doit être enseigné et qui ne l'était pas avant, modifiant la représentation initiale par exemple du travail de la technique avant la construction du sens. Ils sont passés d'une externalisation des difficultés des élèves à la prise de conscience individuelle des effets de leur propre activité sur celle des élèves. Ces écarts ont été observés lors des mises en œuvre dans les classes et analysés en regroupement. Le temps long entre les expérimentations et les analyses sur la première séance, ont finalement permis une prise de recul beaucoup plus importante et la possibilité de tester l'effet de certains changements dans sa pratique sur l'activité des élèves. Par comparaison avec d'autres constellations moins étalées dans le temps, il s'avère que, deux mois après l'expérimentation en classe, les échanges ont plus porté sur ces changements observés et souhaités avec une première décontextualisation et parfois une recontextualisation, permettant d'aller vers plus de généralité. Enfin les enseignants, en particulier ceux du second degré, ont pris conscience de certaines doxas (faire du concret et travailler des situations simples au premier degré et de l'abstrait dans des situations complexe au second). Cela a permis l'émergence de nouvelles préoccupations partagées.

Concernant la recherche, nous envisageons des entretiens pour mesurer les effets un an après et l'analyse de l'évolution du système de contraintes qui organise leur activité. Notre méthodologie appliquée aux différentes formations devra permettre de mieux comprendre les enjeux de ces dispositifs en lien avec le mode d'accompagnement. La constellation inter-degrés analysée ici ne permet en rien de généraliser les résultats aux constellations habituelles. L'accompagnement de la chercheure permet un partage de cadres et outils d'analyse qui intervient dans la formation, de même que les temps d'entretien propres à la recherche permettent un temps réflexif, voire parfois la production d'écrits réflexifs essentiels dans le processus de développement professionnel.

Nous pouvons cependant attester que la présence d'un formateur second degré est indispensable dans l'accompagnement d'une constellation inter-degrés et que les recherches de type collaboratif sont aussi un bon facteur de développement professionnel.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Allard, C., Guille-Biel Winder, C. et Mangiante-Orsola, C. (2017). De l'étude de pratiques enseignantes en géométrie aux possibilités d'enrichissement de ces pratiques : focale sur l'exercice de la vigilance didactique. Dans *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques. 19ème école d'été de didactique des mathématiques*. (p.301-328). Paris, France : La Pensée Sauvage éditions.

Bulf, C., et Celi, V. (2016). Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire. Une transition clé : du gabarit au compas. *Grand N*, 97, 21-58.

Masselot P., Butlen D., Charles-Pézard M. (2012) Deux dimensions de l'activité du professeur des écoles exerçant dans des classes de milieux défavorisés : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. Dans Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (GT2, p. 362–370)

Celi, V. (2016). *Reproduire une figure géométrique plane à l'école primaire : quand ? comment ? pourquoi ?* (ressource en ligne). Consultée le 10/04/2024, url : https://www.unige.ch/fapse/dimage /files/2114/7142/2744/VCeli_geneve_20_mai_2016.pdf

Duval, R. et Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N,* 76,7-27.

Fabre, M. (2006). Analyse des pratiques et problématisation. Quelques remarques épistémologiques. *Recherche et formation,* 51,133-45. doi: 10.4000/rechercheformation.511.

Grau, S. (2023). Analyse de la pratique des enseignants stagiaires dans le cadre de la problématisation : dynamique et obstacles. Dans *Nouvelles perspectives en didactique : la preuve, la modélisation et les technologies numériques*. Vol. 2., p. 90-100. Sainte Marie de Ré : La Pensée Sauvage éditions.

Hersant, M. (2022). Usages et apports du cadre de la problématisation à la didactique des mathématiques. Dans Doussot, S., Hersant, M. Lhoste, Y. et Orange-Ravachol, D. *Le cadre de l'apprentissage par problématisation. Apports aux recherches en didactiques.* Rennes : Presses Universitaires Rennaises.

Houdement, C. (2007). A la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *Repères IREM,* 67, 69-84.

Houdement, C. et Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives* 11, 175.

Mathé, A.-C., Barrier, T. et Perrin-Glorian, M.-J. (2020). *Enseigner la Géometrie Elementaire - Enjeux, Ruptures et Continuites*. Ottignies-Louvain-la-Neuve, Belgique : Academia.

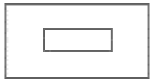
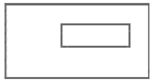
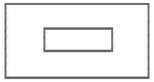
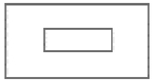
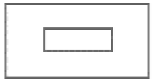
Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques. Une double approche. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education,* 2(4), 505-28.

Trouche, L. (2005). Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. *Le calcul sous toutes ses formes.* Inspection générale de mathématiques, Saint-Flour.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 10(2-3), 133-70.

Villani, C. et Torossian, C. (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. *Ministère de l'Education Nationale et de la Jeunesse*. (ressource en ligne). Consultée le 10/04/2024, url : https://www.education.gouv.fr/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques-3242

ANNEXE : CO-OBSERVATION 1

N°	E1	E5	E2	E3	E4	E5	E6
Niveau	CM1	CM1	CM1-CM2	CM2	CM2	6eA	6eB
Support élève	Feuille modèle (rectangles de mêmes diagonales) + feuille blanche (2 feuilles A4 pour la validation) 	Mesures indiquées Petit rectangle décentré 	CM1 feuille modèle (la même que E1) mais une seule feuille (modèle en haut) CM2 feuille modèle avec amorce en dessous (même que E3)	Côtés du petit rectangle tous à 2cm des côtés du grand. Une feuille A4 et une amorce utilisable pour n'importe quel côté. 	Modèle et amorce sur la même feuille L'amorce suppose de l'utiliser pour une longueur, sinon risque de superposition. 	Deux rectangles de même centre, rapport de longueur × 2 Enoncé de 4 activités sur une même fiche RV 	Idem 6eA
Matériel	Equerre Règle Crayon de bois Gomme Pas de compas (Matériel préparé)	Equerre distribuée à tous	Matériel disponible en classe Pas de check.	Matériel de géométrie de la classe distribué.	Tout le matériel de géométrie dans une pochette individuelle Crayon à papier	Géogébra (un rectangle est déjà dessiné)	Géogébra + matériel géométrie pour analyser la figure
Consigne	Refaire la même figure Une interruption pour la prise d'informations Expliquer comment on a fait (élèves à l'oral au tableau)	Quelle figure ? (Pour qu'ils observent) Rappeler que ce sont des rectangles Dire qu'on peut utiliser l'équerre	Reproduire la figure à l'identique avec le matériel de géométrie Ecrire comment on a fait	Quelles figures ? (Vocabulaire) Reproduire la figure en utilisant le morceau de droite déjà tracé + programme de construction	Pas de description des figures Reproduire la figure en partant du segment	Reproduire le second rectangle à partir du premier	Temps individuel pour analyser la figure Tracer le deuxième rectangle Travail préalable sur les propriétés

CRÉATION-RÉSOLUTION DE PROBLÈMES MULTIPLICATIFS

Francine ATHIAS
MCF, Université Franche-Comté
Laboratoire ELLIAD
francine.athias@univ-fcomte.fr

Olivier LERBOUR
Doctorant, Université Côte d'Azur
Laboratoire LINE
olivier.lerbour@ac-rennes.fr

Serge QUILIO
MCF HDR, Université Côte d'Azur
Laboratoire LINE
Serge.QUILIO@univ-cotedazur.fr

Résumé
Notre communication porte sur l'analyse de la mise en œuvre d'une séquence en classe de création-résolution de problèmes dans une classe de CE1, en appui sur la théorie de l'action conjointe en didactique. Le professeur, membre d'une ingénierie coopérative montre, notamment par une pratique d'exemple travaillé, comment créer puis résoudre un problème mathématique de type multiplicatif à partir d'une situation non problématisée. Les élèves travaillent ensuite individuellement à la création-résolution de problèmes du même type, choisissant cette fois-ci leurs propres nombres.
Notre hypothèse de recherche est que les élèves sont mis en situation de mieux comprendre la structure d'un problème mathématique dans un travail d'enquête mettant en relation les différents systèmes de représentation d'une situation.

Dans le contexte du projet DEEC[1] (Détermination d'Efficacité des Expérimentations Contrôlées en enseignement apprentissage), notre communication s'intéresse à la pratique de création / résolution de problèmes mathématiques (Cai & Leikin, 2020 ; Cai, 2022) dans une classe de CE1 dont le professeur est membre d'une ingénierie coopérative (Sensevy, 2015 ; CDpE, 2024), à savoir un collectif de travail constitué de professeurs, formateurs, chercheurs, doctorants, réunis au sein d'un LéA (Lieu d'Éducation Associé) à l'IFÉ (Institut Français de l'Éducation), le LéA Réseau Écoles Armorique Méditerranée[2]. Ce collectif, travaillant à l'élaboration conjointe de séquences didactiques, mises en œuvre et analysées au sein d'un processus itératif, choisit de passer d'une situation non problématisée à trois situations problématisées pour permettre ensuite à tous les élèves de créer des problèmes. Notre recherche porte sur l'analyse de la mise en œuvre de la situation en classe, en appui sur la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy, 2011 ; CDpE, 2019).

Dans une première partie, nous présenterons rapidement le projet de recherche DEEC. Dans une seconde partie, nous décrirons le dispositif mis en place par le professeur de la classe que nous étudions. La troisième partie sera consacrée aux premiers résultats et analyses que nous pouvons effectuer à la suite de cette étude empirique. Une dernière partie conclusive nous permettra d'envisager des perspectives à ce travail.

[1]Voir le projet plus détaillé ici : http://blog.espe-bretagne.fr/anr-deec-ace/

[2]http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-ecoles-armorique-mediterranee

I - LE PROJET DEEC

Le projet de recherche DEEC (soutenu par l'ANR) vise à définir sur trois années les conditions d'efficacité à grande échelle d'une séquence de création-résolution de problèmes mathématiques au CE1 et au CE2. Pour résoudre ce problème de passage à grande échelle en éducation, le projet prévoit une méthode d'analyse conjointe de la performance des élèves (Evidence Based Practice, Bryk, 2015) et de la documentation des pratiques de mises en œuvre à l'aide de systèmes hypermédias (Practice Based Evidence, Bryk, 2015). Cette méthode d'analyse (Sensevy, 2022) devrait permettre l'amélioration de la séquence d'apprentissage et l'élaboration de systèmes hypermédias appelés SHTIS (Systèmes Hypermédias Texte-Image-Son, Blocher, 2018 ; Blocher et Lefeuvre, 2017 ; Sensevy et al., 2022) pour l'accompagnement des professeurs qui mettent en œuvre le dispositif. Il s'agit d'extraits de films de la pratique, augmentés de commentaires écrits ou oraux, de productions d'élèves, pour rendre compte de moments particuliers dans la mise en œuvre de la séquence. L'hypothèse de recherche est que ce dispositif permettra à terme d'améliorer la compréhension des élèves sur les problèmes additifs et multiplicatifs en mathématiques, cette amélioration s'appuyant sur la mise en place d'une habitude de représentation des problèmes qui permettait ainsi une meilleure compréhension du texte de ces problèmes.

Lors de la première année de la recherche (année en cours), une proto-séquence est mise en œuvre dans les classes des professeurs membres de l'équipe de recherche. Cette proto-séquence est ensuite analysée afin d'élaborer une version S1 de la séquence à mettre en œuvre l'année suivante. Cette proto-séquence permet également de concevoir des systèmes hypermédias, pour l'accompagnement des professeurs lors de la deuxième année de la recherche. Durant la deuxième année de la recherche, la séquence S1 est mise en œuvre par trois groupes : le groupe G1, composé des professeurs de l'équipe de recherche ; le groupe G2, composé de professeurs non acculturés à un tel type de travail, avec un accompagnement spécifique de l'équipe de recherche ; le groupe G3, composé lui aussi de professeurs non acculturés à un tel type de travail, sans accompagnement. Des pré-tests et des post-tests, ainsi que l'analyse des pratiques de mises en œuvre de la séquence, devraient permettre à l'équipe de recherche de déterminer les raisons d'efficacité de la séquence et de travailler à l'élaboration d'une séquence S2 (deuxième version de S1) pour la troisième année de la recherche. La troisième année de la recherche permettra d'affiner la séquence et son modèle d'efficacité.

1 La recherche ACE

Ce projet DEEC est étroitement lié à la recherche ACE (Arithmétique et Compréhension à l'École élémentaire (http://blog.espe-bretagne.fr/ace/) qui vise à la construction collective et la mise en œuvre de progressions en mathématiques au cycle 2. Cette ingénierie coopérative (Sensevy et al., 2013 ; Joffredo Le Brun, 2016 ; Morellato, 2017 ; CDpE, 2024) s'est ensuite développée dans le cadre du LéA ACE Réseau Écoles Bretagne-Provence et donc aujourd'hui du LéA Réseau Écoles Armorique-Méditerranée.

1.1 Les systèmes de représentation

Afin de favoriser une réelle expérience en mathématiques (Joffredo Le Brun, 2016), les élèves travaillent sur un temps long avec un système de représentations qui sont à la fois des moyens de résolution et des preuves. Par exemple, le résultat d'une soustraction sous forme d'égalité peut se justifier par le principe inverse : $9 - 4 = 5$ puisque $5 + 4 = 9$. Dans le même temps cette écriture mathématique doit pouvoir se référer à d'autres représentations, par exemple le schéma-ligne (fig.1). Nous allons montrer dans la suite l'usage qui peut être fait de ces systèmes de représentations (Brousseau, 2004). Une représentation (au sens de Brousseau, 2004) met en présence deux univers, l'un contient la chose représentée et l'autre contient la chose représentante. Ainsi, si l'on écrit $4 \times 20 = 80$, et qu'on représente ce calcul par un nombre rectangle, on a d'une part le représenté 80 (univers des nombres entiers et des représentants : 4×20 (univers de la multiplication) et le nombre rectangle (univers représentant et l'ensemble des nombres rectangles) : « une représentation consiste donc en l'utilisation d'un univers représentant, pour y accomplir une action a priori directement impossible dans un univers représenté, afin de pouvoir, par la suite, ramener dans ce dernier le résultat de cette action » (Brousseau, 2004, p. 249)[3]. Nous allons décrire les différentes représentations des nombres(le schéma-ligne, le nombre rectangle et le schéma-rectangle). Le schéma-ligne (figure 1) permet une conception topologique du nombre. Les nombres sont représentées sur le schéma-ligne par des schéma-ponts, incluant le nombre d'unités correspondant au nombre à représenter. Le schéma-ligne permet de représenter mathématiquement une situation, de comparer des mesures désignées par des nombres, mais peut également permettre aux élèves de calculer, notamment lors de temps de création-résolution de problèmes mathématiques.

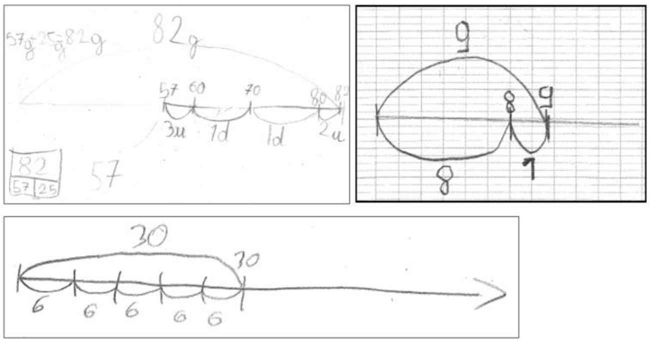


Figure 1. Exemples de schémas-lignes
(avec par exemple 8>1 : le schéma-pont de 8 est plus grand que le schéma-pont de 1)

Le nombre rectangle permet de représenter mathématiquement des situations multiplicatives par une conception rectangulaire (par schéma-rectangle) de celles-ci. Sur le nombre-rectangle de la figure 2, on peut voir que 42 peut être vu à la fois comme 6 fois 7 et comme 7 fois 6. Le nombre rectangle permet ainsi de montrer, par exemple, la commutativité de la multiplication.

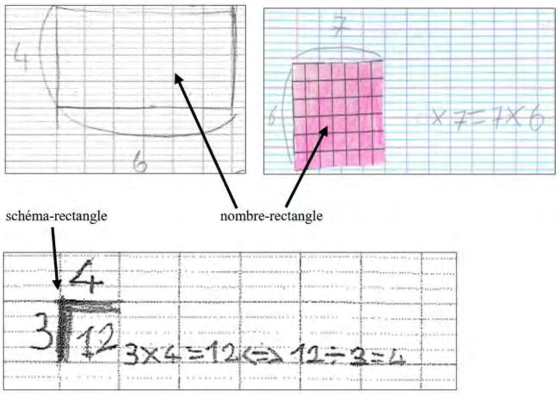


Figure 2. Exemples de nombres rectangles ou schémas-rectangles

Le schéma-boîte donne à voir la réunion de deux ou plusieurs nombres comme nous le montrent les exemples de la figure 3. Les termes de l'addition sont inscrits dans les deux cases inférieures. La somme est inscrite dans la case supérieure. Le schéma-boîte peut permettre aux élèves de dire par exemple que « $5 + 4 = 9$ » mais aussi que « $9 - 4 = 5$ ».

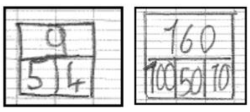


Figure 3. Exemples de schémas-boîtes

[3]Notons que nous travaillons sur diverses représentations, mais nous ne nous intéressons pas au problème cognitif que pose le passage de la représentation d'un objet à une autre représentation de ce même objet, au sens de Duval (2006).

En référence à ce que nous venons de dire, c'est-à-dire que le schéma-boîte permet de dire que $5 + 4 = 9$ mais également que $9 - 4 = 5$, les élèves prennent l'habitude d'utiliser le signe « ⇔ [4]» qui signifie « logiquement équivalent à » (le signe « logiquement équivalent »). Ils s'entraînent ainsi à voir l'addition en même temps que la soustraction, la multiplication en même temps que la division (figure 4).

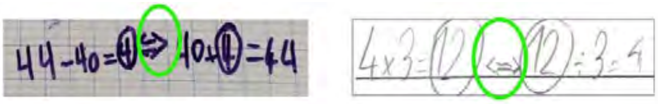


Figure 4. Exemples d'utilisation du signe ⇔

1.2 La traduction des systèmes de représentation

L'importance de ce travail sur les systèmes de représentations consiste surtout en ce que nous appelons la *traduction de ces représentations (Joffredo et al.,* 2019). Ces systèmes de représentations font tous parler la situation d'une manière différente, chacune montrant de la situation ce que les autres montrent moins. Par exemple, dans le schéma-ligne de la figure 1, il est possible de voir que 8>1, dans la mesure où le « pont » est plus grand (ce que l'élève sait lorsqu'il produit ce schéma-ligne). Dans le schéma-boîte de la figure 3, il n'est pas possible de comparer 5 et 4 (contenu dans 9). Enfin, la représentation par le calcul (fig. 4) est une autre manière de rendre compte de la relation entre les nombres. Ce sont précisément ces différentes représentations qui mettent en évidence des relations entre les nombres. Les élèves ont donc l'habitude de travailler sur ces systèmes de représentations simultanément. De même, les professeurs ont l'habitude de faire travailler ces différentes représentations. On voit sur la figure 5 qu'une écriture mathématique doit systématiquement être liée à un ou plusieurs systèmes de représentation.

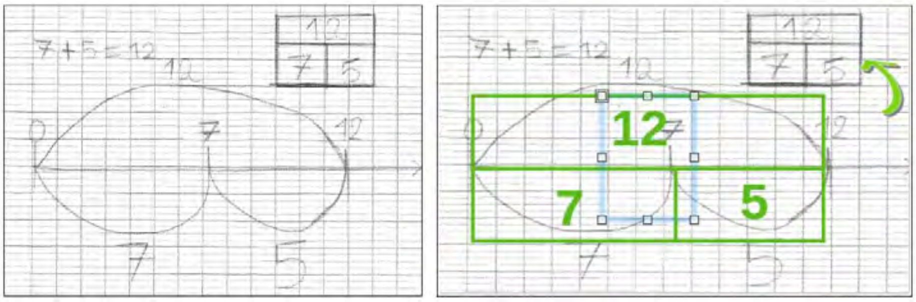


Figure 5. Traduction de systèmes de représentation

2 Description de la séquence DEEC

La séquence DEEC en création-résolution de problèmes mathématiques est composée de 18 séances réparties en 6 unités de 3 séances, sur une durée de 6 semaines. Ces 18 séances couvrent le champ des problèmes additifs et multiplicatifs (Vicente *et al.*, 2022).

Cette séquence, sans la décrire dans son intégralité, est construite sur la base des éléments structuraux fondamentaux suivants :

- des séances d'anticipation régulières avec quelques élèves dont des élèves *moins avancés*, en amont des séances en grand groupe classe ;
- un travail de création et résolution de problèmes en appui sur des *situations non problématisées* provenant de recueils de données réalisés en classe par les élèves et le professeur ; ces situations non problématisées seront représentées de différentes manières (le schéma-ligne, le schéma-boîte, le nombre rectangle éventuellement) ;
- des temps d'exemple travaillé, suivis d'un travail d'imitation et d'analogie, en appui sur les différentes représentations ;

[4] Ce symbole d'équivalence est présenté aux élèves sous la forme suivante : on peut écrire de différentes manières la même chose.

- des recueils de mesures ;
- la mise en œuvre et l'utilisation d'un répertoire-instrument de problèmes mathématiques ;
- un travail systématique de création individuelle de problèmes dans le *journal du* nombre (le journal du nombre fait l'objet d'un module Magistère disponible via le lien suivant : https://magistere.education.fr/dgesco/enrol/index.php?id=1650).

Nous détaillerons certains de ces éléments lors de l'analyse des temps de classe et des travaux des élèves dans les parties qui suivent.

II - DESCRIPTION DU DISPOSITIF DANS LA CLASSE ÉTUDIÉE

Comme nous l'avons précisé en introduction, le projet DEEC est organisé sur trois années. Nous présentons ici la proto-séquence de l'année 1.

1 La proto-séquence

Cette proto-séquence est dénommée ainsi, car elle n'est pas vouée à être conservée sous sa première forme. Il s'agira pour l'équipe de recherche, à la suite de l'analyse de celle-ci, de relever des éléments pertinents pour concevoir une véritable séquence S1, qui sera la première version de la séquence à mener dans les classes lors de l'année 2 de la recherche. La mise en place de la proto-séquence est accompagnée d'un dispositif de recueil de données important permettant d'une part de documenter le dialogue d'ingénierie lors de la conception future de la séquence S1, et d'autre part de fournir les données nécessaires à l'élaboration de systèmes hypermédias pour l'accompagnement de la pratique. Notre communication porte uniquement sur l'analyse de la mise en œuvre de la proto-séquence DEEC dans une des classes. Il s'agit d'une classe de CE1 à Rennes, composée de 22 élèves, elle est encadrée par un des professeurs de l'équipe de recherche.

2 Description d'une séance type

2.1 Des séances d'anticipation

Dans la classe étudiée, le professeur a fait le choix quasi-systématique de mener une séance d'anticipation (Vigot, 2020) avant la séance en classe entière. Une séance d'anticipation consiste à travailler avec un petit groupe de 5-6 élèves sur les éléments qui constitueront le cœur de la séance avec la classe entière. Ce groupe est composé d'élèves dits *moins avancés* et d'élèves dits *avancés.* Le professeur présente à ce groupe la situation telle qu'elle sera travaillée en grand groupe. Il s'agit de la situation non problématisée (telle que nous la présentons ci-dessous). Ce temps d'anticipation est conçu pour permettre aux élèves dits « moins avancés » d'être en avance dans le temps didactique et de devenir lors du travail en classe entière des élèves « émetteurs du savoir » et non plus seulement « récepteurs du savoir ». On voit sur la figure ci-dessous (fig. 6) un élève lors du temps d'anticipation devenir émetteur du savoir lors du temps en classe entière.

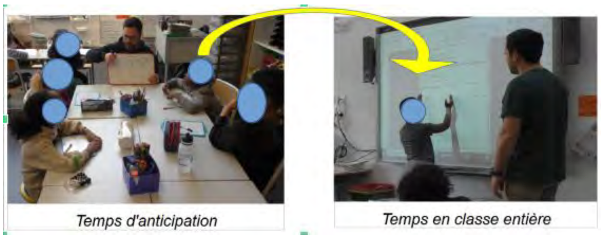


Figure 6. Participation d'un élève au temps d'anticipation puis au temps en classe entière

2.2 Le travail à partir d'une situation non problématisée

Une situation dite « non-problématisée » implique des mesures de grandeurs liées entre elles, où toutes les informations sont connues. Elle fait souvent suite à des mesures réalisées en classe. Dans une situation non problématisée, il n'y a pas de problème mathématique posé au sens traditionnellement défini par l'école. Il n'y a pas de question. Un exemple de situation non problématisée pourrait donc être le suivant : « Mon grand frère a 20 ans. Ma grand-mère a 80 ans. Ma grand-mère est 4 fois plus âgée que mon grand frère. ». Cette situation est alors considérée comme un exemple particulier. Il représente la catégorie des problèmes multiplicatifs de comparaison.

2.3 Des exemples travaillés

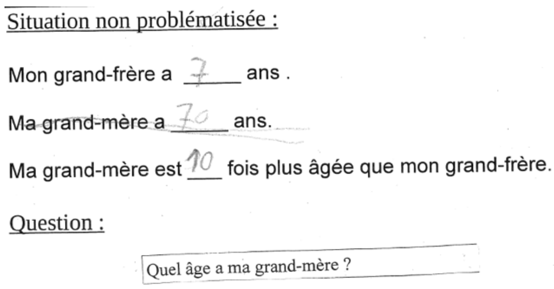
Lors des temps d'exemples travaillés (Sweller, 2006), le professeur « fait » devant les élèves. À partir de la situation non problématisée, il écrit un problème mathématique en conservant deux données. Il écrit une question, dont la troisième donnée sera la réponse. Il résout un problème mathématique en montrant son travail : il explicite les étapes en établissant un lien entre la troisième donnée et la question. Il s'agit donc d'amener les élèves à comprendre la structure profonde d'un problème à énoncé verbal par la création de problèmes que la situation non problématisée suggère. Plus précisément, l'élève est amené à transformer une situation non problématisée en trois problèmes mathématiques qu'il est possible de résoudre. Ce temps de travail d'exemple travaillé est un temps particulier. Il doit être ni trop court (le risque est de manquer des éléments essentiels), ni trop long (le risque est d'avoir une certaine perte d'attention des élèves). Par exemple, le professeur propose la situation non problématisée suivante : Mon grand frère a 20 ans. Ma grand-mère a 80 ans. Ma grand-mère est 4 fois plus âgée que mon grand frère (voir paragraphe 2.2). Le professeur propose différentes représentations de la situation non problématisée, en faisant intervenir les élèves (le schéma-ligne, le nombre rectangle, une écriture mathématique). Puis il raye une ligne et demande aux élèves d'écrire la question, dont la réponse sera donnée par cette ligne manquante. Ainsi, les élèves ont devant eux la situation non problématisée et l'énoncé d'un premier problème. Ils imitent ce qui a été fait avec les représentations, ils marquent par la lettre « x » la quantité manquante sur les représentations. Ils « résolvent » le problème collectivement.

2.4 Création – résolution individuelle de problèmes par les élèves

Des apports de la recherche (Singer *et al.*, 2013 ; Felmer *et al.*, 2016) nous montrent l'intérêt pour les élèves de travailler la création *et* la résolution de problèmes mathématiques et non seulement la résolution de ceux-ci. En occupant une place d'émetteur-producteur (et non seulement de récepteur-résolveur) de problèmes mathématiques, les élèves sont mis en position d'appréhender la structure mathématique du problème qu'ils ont à créer, en lien étroit avec sa catégorisation. Dans la classe qui nous intéresse ici, le professeur demande donc aux élèves de créer et résoudre trois problèmes en appui sur la situation non problématisée. Dans notre exemple, les élèves devaient donc créer et résoudre :

- un problème dans lequel ils recherchaient l'âge de la grand-mère (« le tout ») ;
- un problème dans lequel ils recherchaient l'âge du grand frère (« le nombre d'entités dans un groupe ») ;
- un problème dans lequel ils recherchaient le nombre de fois qu'était contenu l'âge du grand-frère dans l'âge de la grand-mère (« le nombre de groupes »).

Par exemple, un élève s'appuie sur l'exemple travaillé pour produire un problème (fig. 7).


Situation non problématisée :

Mon grand-frère a 7 ans .

~~Ma grand-mère a 70 ans.~~

Ma grand-mère est 10 fois plus âgée que mon grand-frère.

Question :

Quel âge a ma grand-mère ?

Figure 7 . Production d'un élève

2.5 Analyse des productions des élèves par le professeur en vue de la séance suivante

À la suite de la séance, ou en fin de journée, le professeur prend un temps pour étudier les travaux des élèves. Il anticipe notamment la construction de la séance suivante en cherchant à s'appuyer sur les travaux des élèves. Par exemple, un élève propose les représentations suivantes, un schéma-ligne correct et un nombre rectangle peu lisible (figure 8). Le professeur choisit de présenter cette production à la classe comme support des échanges.

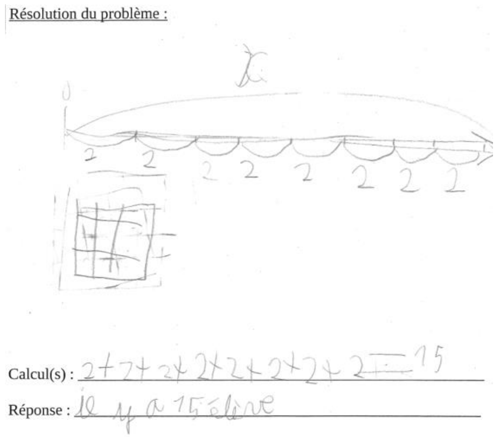


Figure 8 . Une production d'élève support des échanges dans la classe

2.6 Résumé d'une séance dans la classe

La figure suivante 9 montre une vision d'ensemble d'une séance telle qu'elle a été conçue dans cette classe. Les flèches ont ici une fonction chronologique et permettent de montrer l'enchaînement des temps de travail dans une même séance.

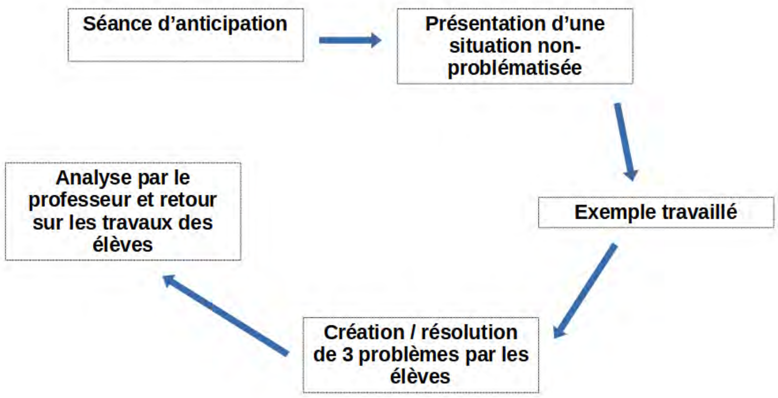


Figure 9. Vue d'ensemble d'une séance de la séquence DEEC

III. PREMIÈRES ANALYSES ET RÉSULTATS

À la suite de la mise en œuvre de la proto-séquence DEEC dans les classes des professeurs de l'équipe de recherche, un travail de recueil de données et d'analyses des séances a été mené par l'ensemble des membres du LéA. Le collectif a produit ces analyses dans le but de construire une nouvelle version S1 de la séquence DEEC. Comme les autres professeurs de l'ingénierie coopérative, le professeur de cette classe de CE1 a mené les 18 séances de la proto-séquence DEEC dans sa classe dans le milieu de l'année scolaire, durant les mois de février et mars 2023. Comme les autres membres de l'ingénierie coopérative, le professeur a participé aux temps de travail et d'échanges de l'équipe de recherche afin de mettre en commun les impressions, observations directes et visionnage des films de classe.

Le premier temps d'analyse a porté sur la *densité épistémique* de chaque séance. En effet, les professeurs ont expliqué l'apport de nouvelles connaissances, à chaque séance. Par exemple, dans la première séance S1, les élèves découvrent les problèmes de « partie-tout » (composition, Vergnaud, 1986). Puis dans la deuxième séance S2, les élèves découvrent les problèmes de comparaison (Vergnaud, 1986). Ce choix permet certes de balayer l'ensemble des catégories de problèmes. Mais dans le même temps, les élèves ont peu de temps pour s'entraîner.

Ce premier temps d'analyse portait également sur *l'organisation effective des séances*. La situation non problématisée avait été choisie par le collectif. Il revenait au professeur d'organiser le moment de présentation des trois problèmes qui en découlaient. Si la création des trois problèmes est triviale (pour le professeur), la mise en œuvre effective en classe a été plus difficile. Par exemple, un professeur a tout écrit au tableau pour que les élèves aient le temps de « mieux voir ». Une lassitude collective a conduit le professeur à faire autrement. Un autre professeur avait préparé sur le tableau numérique interactif de la manière suivante : il y avait la situation non problématisée, qui se transformait en problème en rayant la donnée qu'il fallait chercher ainsi que la question (dont la réponse était dans la phrase rayée).

Ce premier temps d'analyse a porté sur la *difficulté pour un certain nombre d'élèves à créer-résoudre des problèmes mathématiques à l'écrit.* Certains élèves n'arrivaient pas à aller au bout du travail de création-résolution de trois problèmes mathématiques. Le professeur a donc modifié les modalités de travail pour ce temps précis des séances. Après avoir demandé aux élèves, hors de la première séance, d'écrire les énoncés des problèmes, il a choisi pour les séances suivantes d'utiliser des étiquettes pré-remplies et déjà découpées par lui-même pour alléger ce travail d'écriture : par exemple « Quel âge a ma grand-mère ?» (figure7) ou « Quel âge a mon frère ? » ou « Ma grand-mère est combien de fois plus âgée que mon frère ? ». Cet allégement d'écriture va ainsi permettre aux élèves de consacrer davantage leurs réflexions sur le travail d'étude des structures mathématiques des problèmes. Dans une troisième partie de la proto-séquence DEEC, le professeur a de nouveau fait évoluer ces modalités de travail en proposant aux élèves des énoncés « à trous » permettant une création-résolution de problèmes plus « créative » et moins « imitatrice ». La figure 10 tente de montrer l'évolution des modalités de travail, notamment de la production d'énoncés de problèmes par les élèves (le choix est fait ici de proposer les travaux d'un même élève de CE1).

Séance du 28 février 2023	Dans une classe, il y a 20 élèves. 8 élèves mangent à la cantine. 12 élèves ne mangent pas à la cantine. Énoncé du problème : 12 élèves ne mangent pas à la cantine. 8 élèves mangent à la cantine. Combien y a-t-il d'élèves dans la classe ?
Séance du 2 mars 2023	Dans une classe, il y a 17 élèves. 17 élèves mangent à la cantine. 10 élèves ne mangent pas à la cantine. élèves mangent à la cantine. élèves ne mangent pas à la cantine. Combien y a-t-il d'élèves dans la classe ?
Séance du 3 mars 2023	Le matin, il fait 10 degrés. La température augmente de 5 degrés. ~~L'après-midi, il fait 15 degrés~~. Question : Quelle est la température de l'après-midi ?

Figure 10 . Évolution des modalités de création des énoncés de problèmes par les élèves

Ce premier temps d'analyse a montré *une attention de tous les élèves, y compris les moins avancés*. Lorsqu'un élève était dans une « phase de perplexité », le professeur avait toujours la possibilité de l'orienter sur les différentes représentations. Ils n'avaient pas à trouver directement l'opération et à le justifier. Houdement (2017) explique que certains élèves peuvent « voir l'opération » en lisant l'énoncé et posent la question de ceux qui ne « voient » pas. Les différentes représentations semblent être une piste intéressante pour les élèves, en particulier les moins avancés en mathématiques, ainsi que pour les professeurs qui peuvent engager les élèves dans un processus d'enquête. Les premiers résultats semblent montrer que dans le cas de problèmes discordants (Rivier, C., Scheibling-Seve et Sander, 2022), les élèves parviennent à s'engager dans la résolution, y compris les élèves moins avancés (par exemple : « Joe avait des billes. Tom lui en a donné 5. Maintenant, Joe a 8 billes. Combien Joe avait-il de billes au début ? »)

IV. SYNTHÈSE ET PERSPECTIVES

Nous avons montré comment le travail d'enquête sur un temps long permet aux élèves de créer une certaine continuité dans leur expérience mathématique (Joffredo Le Brun, 2016) : ils comprennent la structure des problèmes mathématiques de manière de plus en plus fine, en appui sur les différents exemples travaillés, les problèmes créés et leurs représentations. Ce choix semble permettre à tous les élèves (en particulier les élèves moins avancés) de s'engager dans la création-résolution de problèmes. Dans le même temps, nous rendons compte de la place du professeur dans ce temps d'enquête ainsi que son attention aux élèves moins avancés. La densité du travail lors des séances dont parlent les professeurs sera donc à prendre en compte pour la suite. Notons également que chaque membre de l'ingénierie coopérative s'enrichit du travail des autres (et de leurs analyses).

Pour l'élaboration de la séquence DEEC S1, nous nous appuyons sur les analyses du collectif. Nous cherchons également à mettre en évidence des pratiques et à les partager dans la perspective de la mise en œuvre de la séquence S1 avec un essai randomisé, pour rendre compte de l'amélioration des résultats des élèves en création-résolution de problèmes. L'analyse des résultats des élèves portera sur leur capacité à mieux résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs.

Nous poursuivons notre travail, au sein du collectif d'ingénierie coopérative pour mieux voir et mieux comprendre les enjeux théoriques, méthodologiques et pratiques d'une telle séquence, tant du point de vue des résultats des élèves que de la mise en œuvre des professeurs.

V. BIBLIOGRAPHIE

Blocher, J.-N. (2018). *Comprendre et montrer la transmission du savoir. Les systèmes hybrides comme lieu de production et d'écriture de phénomènes. Illustration en théorie de l'action conjointe en didactique*. Thèse de doctorat. Université de Bretagne Occidentale.

Blocher, J.-N. et Lefeuvre, L. (2017). Le système hybride textes-images-sons : une exploration. *Recherches en didactiques, 23*, 99-132.

Brousseau, G. (2004). Les représentations : Étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation*, *30*(2), 241-277.

Bryk, A. S. (2015). 2014 AERA Distinguished Lecture : Accelerating How We Learn to Improve. *Educational Researcher*, *44*(9), 467-477

Cai, J. (2022). What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. *Éducation & didactique*, *16*, 31-50.

Cai, J. et Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing : conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics, 105*(3), 287-301.

Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE). (2019). *Didactique pour enseigner*. Presses universitaires de Rennes.

Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE). (2024). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives*. Presses Universitaires de Rennes.

Duval, R. (2006). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. *Actes du XXXIIe colloque COPIRELEM*, 67-89.

Felmer, P. (2016). *Posing and solving mathematical problems*. Springer Science+Business Media.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, *100*, 59-78.

Joffredo-Le Brun, S. (2016). Enseignement et apprentissage des mathématiques au CP : continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation, un exemple. *Recherches en éducation, 25*.

Joffredo Le Brun, S., Journal, C. et Le Moal, C. (2019). La production d'un dispositif didactique au sein d'une ingénierie coopérative : Traduction de représentations. Dans C. Goujon (dir.), *La TACD en questions, questions à la didactique* (Vol. 3, p. 82-95).

Morellato, M. (2017). *Travail coopératif entre professeurs et chercheurs dans le cadre d'une ingénierie didactique sur la construction des nombres : Conditions de la constitution de l'expérience collective*. Thèse de doctorat. Université de Bretagne Occidentale.

Rivier, C., Scheibling-Seve, C., & Sander, E. (2022). Études des types de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux proposés dans 12 manuels scolaires français de cycle 2 : Concordance et discordance par rapport à trois formes d'analogies. *Revue francaise de pedagogie*, *216*(3), 101-116.

Sensevy, G. (2011). *Le Sens du Savoir. Éléments pour une Théorie de l'Action Conjointe en Didactique*. De Boeck.

Sensevy, G. (2016). Le collectif en didactique. Quelques remarques. Dans Y. Matheron et al. (dir.), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques* (Vol. 1, p. 223-253). La pensée Sauvage éditions.

Sensevy, G. (2022). Vers une épistémologie des preuves culturelles. *Éducation et didactique, 16*(2), 145-164.

Sensevy, G., Blocher, J.-N., Goujon, C. et Forest, D. (2022). Films d'étude et systèmes hypermédias : le cas des systèmes hybrides texte-image-son (SHTIS). Dans B. Albero et J. Thievenaz (dir.), *Traité de méthodologie en sciences de l'éducation et de la formation* (Vol. 2, p. 637-651).

Singer, F. M., Ellerton, N. et Cai, J. (2013). Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. *Educational Studies in Mathematics, 83*(1), 1–7.

Sweller, J. (2006). The worked example effect and human cognition. *Learning and Instruction, 16*(2), 165–169.

Vergnaud, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : Les structures additives. *Grand N*, *38*, 21-40.

Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R. et Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Educational Studies in Mathematics, 111*(3), 375–397.

Vigot, N. (2020). Les résultats d'un prétest et d'un posttest dans une classe élémentaire : différencier avec le dispositif d'anticipation. *Revue Des Sciences de l'éducation, 46*(1), 172–208.

DIFFÉRENCIATION EN MATHÉMATIQUES ET GESTES PROFESSIONNELS

Jacques DOUAIRE
Équipe ERMEL, Ifé
jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
Université de REIMS, CEREP EA 4692 – équipe ERMEL
fabien.emprin@univ-reims.fr

Henri-Claude ARGAUD
Équipe ERMEL, Ifé
hargaud@gmail.com

Résumé
La prise en compte de la diversité des connaissances, en particulier pour les élèves pour qui elles sont les plus faibles, pose plusieurs questions relatives à la différenciation : Comment en saisir la nécessité ? Selon quels critères la décider ? Sur quels objets peut-elle porter : savoirs, activité de l'élève, … ? Comment l'enseignant peut-il adapter sa pratique ?
La mise en œuvre par l'enseignant de problèmes permettant un saut qualitatif des connaissances et garantissant l'activité mathématique des élèves suppose que ses décisions soient analysées.
Cette communication explicite les pistes de différenciation expérimentées dans les recherches de l'équipe ERMEL. Nous explorerons aussi comment la continuité des progressions sur le long terme de l'école élémentaire facilite la prise en compte de la diversité des connaissances.

I - PRÉSENTATION

1 Finalités de l'intervention

Cette communication de l'équipe ERMEL propose trois buts : d'une part analyser les connaissances, les potentialités, les difficultés des élèves, ce qui, selon nous, constitue une condition nécessaire pour la conception de dispositifs d'enseignement, d'autre part expliciter les choix et les décisions que l'enseignant est amené à prendre lors de la mise en œuvre de ces dispositifs, et enfin s'interroger sur la prise en compte du temps long de certains apprentissages. Notre réflexion développe plus particulièrement ces éléments autour de trois contenus : la découverte du rôle des nombres en Grande Section, les remédiations nécessaires de l'apprentissage de la numération des nombres entiers au CM1 et enfin le développement de l'analyse des figures géométriques de la GS au CE1. Interroger la signification de la notion de différenciation suppose pour chacun de ces contenus de réfléchir en premier à l'articulation entre les connaissances initiales des élèves et les savoirs mathématiques visés : comment ces connaissances sont-elles réellement prises en compte dans les situations d'enseignement. Notre intention est de partager des outils d'analyse portant sur cette notion de différenciation pour pouvoir débattre de la validité de choix d'enseignement.

2 Les recherches de l'équipe ERMEL

Nos recherches poursuivent plusieurs buts : d'une part expliciter les problématiques d'enseignement des mathématiques à l'école primaire, élaborer des situations et des progressions qui visent à y répondre, et mettre à l'épreuve ces dispositifs au moyen d'expérimentations durant plusieurs années dans différents milieux sociaux ; d'autre part, produire des ressources pour les enseignants et les formateurs mettant à leur disposition les résultats de nos recherches. Ces recherches élaborent donc des ingénieries didactiques

(Artigue 2002). Or l'évolution de la formation du 1er degré, tant initiale que continue, nécessite de rendre plus directement accessibles aux enseignants les résultats de ces recherches. Aussi, dans nos publications récentes nous décrivons plus précisément les gestes professionnels nécessaires à la mise en œuvre de situations d'apprentissage ; ces gestes sont parfois délicats notamment pour des enseignants débutants, comme lancer la recherche des élèves sans les guider, conduire des mises en commun sans valider soi-même les réponses, ou prendre en compte les différences de connaissances de ses élèves.

Nos publications *Les Essentielles* ERMEL (CP (2016), CE1 (2017), CE2 (2019), CM1 (2021), CM2 (2022), s'appuient sur des ouvrages plus anciens relatifs à ces niveaux (ERMEL 2005), mais refondent partiellement les progressions alors décrites, compte tenu d'expérimentations ou de résultats de recherches plus récents. Nous avons également choisi, dans ces publications destinées aux enseignants et aux formateurs, une entrée par les situations et non par des parties théoriques préalables, ainsi qu'une description plus précise des situations qui privilégient les sauts qualitatifs de connaissances. La question de la différenciation est une préoccupation ancienne de notre équipe qui avait été aussi explicitement abordée dans la publication « Chacun, tous, différemment… ? » (Charnay, Douaire, Guillaume et Valentin, 1995). Ces choix sont aussi partagés pour les publications faisant suite à notre recherche plus récente sur les apprentissages spatiaux et géométriques de la GS au CE1 : *ERMEL Géométrie CP CE1* (2020) et *ERMEL GS* (2023), cette dernière publication intégrant aussi les apprentissages numériques.

Nous exposons à présent trois situations en explicitant les gestes professionnels nécessaires pour leur mise en œuvre. Sans donner une définition trop stricte à ces geste professionnels ni en suivant un modèle d'analyse nous envisageons les habilités de l'enseignant au-delà des spécificités didactiques (Jorro 2006).

II - LA COMPARAISON DE DEUX COLLECTIONS EN GS

1 L'insertion dans la progression sur les apprentissages numériques

L'année de Grande Section doit permettre à tous les élèves de mieux connaitre les nombres, leurs dénominations orales, leurs écritures chiffrées et les relations entre eux (ordre, décompositions…), et de découvrir leurs potentialités. Les nombres deviennent des outils progressivement efficaces pour réaliser des actions ou préparer des décisions. Par exemple, avec la situation *Feutres et bouchons*, proposée en janvier-février de la GS, les nombres vont permettre de comparer des collections, même quand celles-ci ne sont pas présentes simultanément. Sans revenir en détail sur la progression proposée durant le premier trimestre les élèves développent l'usage des nombres afin de réaliser des actions avec des objets, collections, positions… encore présents sous leurs yeux ; ils construisent alors des procédures numériques. Puis au début du second trimestre, ils vont être amenés à recourir aux nombres pour mémoriser des quantités afin de constituer des collections équipotentes ou comparer des collections, sans disposer simultanément sous leurs yeux de l'ensemble des collections concernées. Enfin les problèmes proposés dans la suite de l'année vont conduire les élèves à effectuer avec des nombres des actions, non plus sur des collections d'objets, mais sur les nombres eux-mêmes : quantification d'un total ou d'un écart, réalisation d'un partage ; ils vont donc pouvoir anticiper mentalement le résultat d'une action qui n'est pas encore réalisée. Ces étapes dans les apprentissages numériques constituent donc deux sauts qualitatifs successifs portant à la fois sur les procédures mentales et les supports symboliques.

2 La situation FEUTRES ET BOUCHONS

La situation *Feutres et bouchons* propose la résolution d'un problème de comparaison entre deux collections, dans un contexte familier aux élèves : reboucher des feutres (ici ce sont des feutres usagés tous identiques ou des images de feutres), ce qui leur permet d'en comprendre le but. Mais, rapidement, au cours de la situation les collections sont éloignées ce qui nécessite de comparer des nombres et non plus de mettre en correspondance terme à terme feutres et bouchons.

2.1 Les trois phases de la situation

Deux collections d'objets sont données côte à côte ; les élèves doivent, dans la première phase, déterminer s'il est possible de boucher tous les feutres. Puis, dans la deuxième phase la même question leur est proposée avec des collections éloignées. Ensuite, dans la troisième phase les deux collections, toujours placées à distance, sont gérées par deux élèves différents, qui doivent répondre seulement à partir des informations prises par chacun d'eux sur la collection dont il est responsable. Dans le premier problème, les élèves peuvent utiliser la correspondance terme à terme, mais dès que les collections sont éloignées, il leur faut quantifier chaque collection. Ainsi, ils vont découvrir ou utiliser des procédures pour comparer du point de vue quantitatif des collections entre elles ou des collections et des nombres ou des nombres oraux ou écrits. Pour effectuer ces comparaisons, il leur est possible de situer chacun des nombres obtenus dans la suite des nombres (orale ou écrite), la bande numérique étant à leur disposition (celle-ci est progressivement enrichie en cours d'année au fur et à mesure de l'évolution des connaissances des élèves). Les élèves vont aussi expliciter et préciser le sens de certaines expressions utilisées par eux et commencer à construire un langage mathématique adapté : « il y a trop de… », « il manque des… », « il y en a pareil »…, mais aussi « il y a autant de… que de … », « il y a plus de… que de … », « il y a moins de … que de … ».

Première phase : Appropriation du problème

Les élèves travaillent individuellement. Dans cette phase destinée à faire comprendre les contraintes du problème, les deux collections de feutres et de bouchons sont présentes simultanément : elles sont placées côte à côte (figure 1). La question posée « Est-ce que l'on peut boucher tous les feutres ? » fait référence à une tâche familière. Pour éviter notamment que se diffuse une réponse commune certains élèves ont davantage de stylos que de capuchons, d'autres moins, d'autres autant.

Figure 1. Dispositif (phase 1)

Le choix de différenciation dans cette première phase porte essentiellement sur le nombre de feutres et de bouchons ; ces nombres sont variables (entre huit et dix-huit) selon l'étendue du champ numérique de chaque élève. La différenciation ne joue pas sur les procédures, dans la mesure où les élèves pouvant reboucher chaque feutre, la correspondance terme à terme est une procédure utilisable pour tous ; l'élève peut toutefois utiliser éventuellement les nombres dans la justification de sa réponse. Tous les élèves alignent les feutres avant de les reboucher. Il n'y a pas d'enjeu dans cette phase visant une évolution des procédures. En fait, dans cette phase, les élèves n'ont que des constats à effectuer : ils n'ont pas à constituer une collection mais à émettre un jugement. Si certains élèves justifient leur réponse (oui ou non) par « parce qu'il avait assez de bouchons et assez de feutres » ou « « il ne reste rien », d'autres, qui ont pu reboucher tous les feutres, disent qu'ils n'ont pas réussi car il reste des bouchons. Cela manifeste une confusion entre la question posée : « Est-ce que l'on peut boucher tous les feutres ? » et une tâche familière : comparer deux collections. Les interventions de l'enseignante dans la mise en commun permettent de recentrer sur la question posée.

Céleste : J'ai pas pu. Il me reste un bouchon.
Enseignante : Qu'est-ce que vous en pensez, les autres ?
Un élève : Elle a réussi.
Enseignante : Elle nous a dit qu'elle n'a pas pu : il lui reste un bouchon.
Arthur : Elle n'a pas menti.
Enseignante : Et pourquoi elle ne pouvait pas, alors ?
Un élève : Parce qu'il lui reste un bouchon et il n'y a plus de stylo.
Enseignante : Vous pouvez répondre : Oui je peux boucher tous les stylos ou non je ne peux pas boucher tous les stylos.

Ces interventions de l'enseignante visent le rappel de la question « Est-ce que tous les stylos ont un bouchon ? » qui s'appuie sur la sollicitation des autres élèves et la demande de justification, mais l'enseignante ne formule ni la réponse ni un jugement sur les réponses. Elle donne aux élèves cette responsabilité.

Deuxième et troisième phases : Les deux collections sont éloignées

À partir de la deuxième phase les collections sont placées à distance l'une de l'autre ; elles ne sont plus visibles simultanément. Dans la deuxième phase chaque élève doit, pour réussir, dénombrer les feutres, puis se déplacer et dénombrer les bouchons et ensuite revenir aux feutres pour formuler sa réponse. Dans cette phase, deux problèmes successifs sont proposés dans le même domaine numérique qu'à la phase précédente : dans le premier tous les feutres peuvent être rebouchés, dans le second non. Dans la troisième phase, les élèves travaillent par binôme : l'un d'entre eux s'occupe de la collection de feutres, l'autre de celle de bouchons ; ils doivent se retrouver dans un troisième lieu, donc sans avoir l'une ou l'autre des collections sous les yeux, pour donner une réponse commune à la question. Le recours à la quantification de chacune des collections est donc nécessaire. Les pistes de différenciation vont porter d'une part sur les quantités qui peuvent être adaptées aux connaissances des élèves, d'autre part sur la prise en compte de la diversité des procédures : comparaison par estimation, appui sur la suite orale ou écrite des nombres et enfin sur les aides proposées, par exemple les outils dont disposent les élèves tels que la bande numérique ou un papier pour noter.

2.2 Les gestes professionnels de l'enseignant

Les interventions de l'enseignant, qui a repéré les procédures utilisées dans la phase de recherche et a proposé éventuellement des aides à l'écriture des résultats, portent aussi sur le rappel de ce qui était cherché : « Je ne vous ai pas dit qu'on pourrait tout le temps... Je vous ai dit "Est-ce que... ?". Vous pouviez répondre "Oui, je peux boucher tous les stylos" ou "Non, je ne peux pas reboucher tous les stylos" ». De plus, lors de la mise en commun, comme à la première phase, l'enseignant est conduit à faire formuler, par les élèves des justifications ; en effet spontanément, certaines sont absentes ou redondantes avec la réponse « *les stylos sont rebouchés »* ou expriment un constat partiel « il reste rien dans les barquettes » ; d'autres s'appuient sur la quantification effective des deux collections. Dans tous les cas la prise de conscience par les élèves de la validité de leur réponse et de l'adéquation ou non de leurs procédures suppose que l'enseignant diffère la validation pratique.

Les gestes professionnels associés à la conduite de cette activité sont donc nombreux (Butlen, Masselot et Pézard, 2003). Leur mise en œuvre suppose la compréhension de l'apprentissage visé : permettre un saut qualitatif des procédures en passant de la correspondance terme à terme de collections aux recours aux nombres pour comparer des collections qui ne sont pas présentes simultanément. L'enseignant doit donc à la fois s'assurer de la compréhension de l'énoncé garantir la possibilité pour chaque élève de se situer dans un champ numérique où il dispose de procédures (dénombrement, mémorisation du nombre). Par ailleurs au moment de la mise en commun l'enseignant dévolue aux élèves la responsabilité de la validation : ce n'est pas lui qui porte un jugement sur la validité des réponses, qu'il est souvent amené à refaire formuler par leur auteur ou par un autre élève. Nous avions déjà identifié dans une recherche précédente (Douaire, Argaud, Dussuc et Hubert, 2003) à un autre niveau que des enseignants ayant quelques années d'exercice et sachant mettre en œuvre avec fluidité ce type de situation didactique, « reprenaient la main » dans les phases de validation : ils n'avaient pas toujours conscience de l'importance de laisser aux élèves la responsabilité d'établir le vrai et le faux. Nous pensons que cette vigilance est nécessaire pour construire, dès le plus jeune âge, un rapport personnel aux mathématiques en donnant aux élèves confiance en leurs capacités de chercher, notamment à ceux dont les connaissances sont les plus faibles.

III - LA CONSOLIDATION DES ACQUIS SUR LA NUMÉRATION ÉCRITE DES NOMBRES ENTIERS AU DÉBUT DU CM1

En maternelle, la numération écrite n'est pas réellement un objet d'étude, même si ses régularités sont identifiées, mais constitue plutôt un outil pour coder et mémoriser des quantités ou des positions, les comparer, ou résoudre, avec des procédures mentales (surcomptage, décomptage, utilisation de résultats mémorisés…) des petits problèmes additifs ou de partage, dont la résolution s'appuie sur la connaissance de la suite orale des nombres. L'analyse des caractéristiques de notre système de numération écrite commence au CP et est poursuivi au CE1 et au CE2. Il porte non seulement sur les règles de l'écriture des nombres et plus largement la connaissance de leurs différentes représentations symboliques ainsi que la signification de chacun des chiffres, mais aussi sur leurs usages dans des tâches notamment de quantification de collections, de constitution de groupements par 10, 100 et donc de nouvelles unités de compte, la dizaine, la centaine… ainsi que les règles de conversion entre ces unités. Ces connaissances sont sollicitées notamment lors de la comparaison de quantités et progressivement à partir du CP pour la maîtrise de l'addition puis au CE de la soustraction et de la multiplication.

Pourtant au début du CM1 le constat est fréquent, que non seulement la signification des chiffres n'est pas acquise pour de nombreux élèves, qui confondent, par exemple le nombre de dizaines (ou de centaines) avec le chiffre des dizaines (ou des centaines) – par exemple « dans 325 il y a deux dizaines » et non 32 dizaines ou qui rencontrent des difficultés pour comparer ou simplement écrire des nombres. Ces constats sont d'autant plus critiques que ces difficultés se sont constituées dès les années précédentes sans qu'elles ne soient traitées efficacement et que, par ailleurs elles vont constituer des obstacles à la compréhension de l'écriture des nombres décimaux, abordés au CM1. Les causes de ces difficultés dans l'enseignement sont multiples : réalisation formelle de groupements sans que leur utilité apparaisse (par exemple sur des petites collections que l'élève sait déjà quantifier), réduction de l'apprentissage à de la manipulation de quantités, suivie de leur représentation et d'un codage, appui sur du matériel qui masque des difficultés (une couleur par groupement, voire par chiffre…) mais aussi la déconnexion fréquente entre les procédures mentales des élèves et certains enseignements des opérations écrites… Aussi il nous semble nécessaire de permettre en premier aux élèves de contrôler leurs productions. De plus cet apprentissage doit être stabilisé avant d'aborder celui des fractions et des nombres décimaux. C'est une des fonctions de la situation *Les trombones* proposée en septembre au CM1.

1 La situation LES TROMBONES

1.1 Les deux phases

L'énoncé de la phase 1 est le suivant :

> *J'ai ici beaucoup de trombones que j'ai commencé à ranger. J'ai fait des colliers de 10 trombones, puis dans les sachets j'ai mis 10 colliers, et enfin dans chaque boite j'ai mis 10 sachets. Je n'ai pas terminé mais j'ai dessiné mon rangement, tel qu'il est maintenant, sur une feuille. Combien ai-je de trombones en tout. ?*

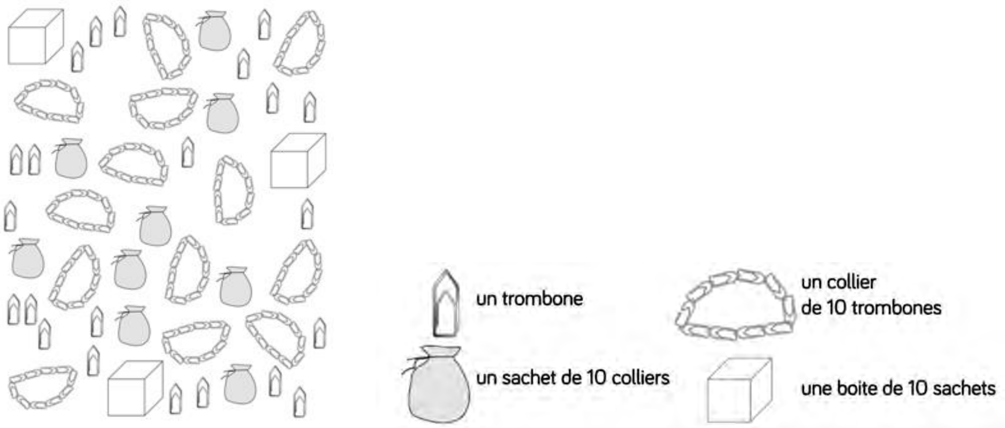
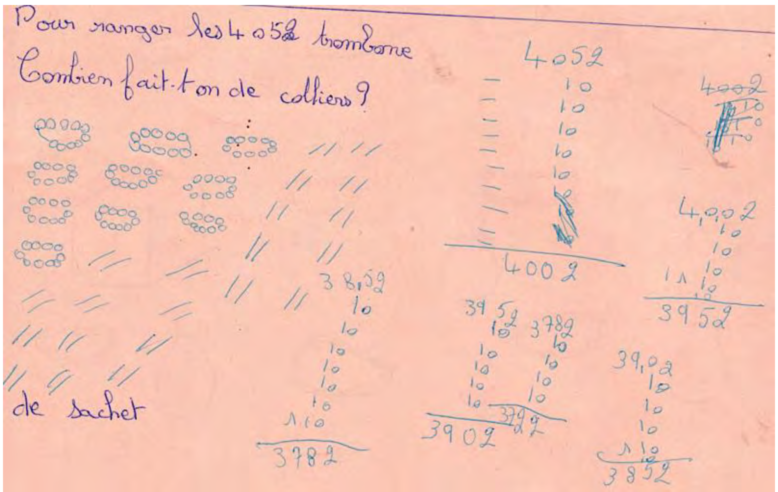


Figure 2. Les différents regroupements par 10 et les objets à quantifier

Puis, dans la phase 2, une nouvelle question est posée : « Pour ranger correctement 4052 trombones, combien faut-t-il fabriquer de colliers ? de sachets ?

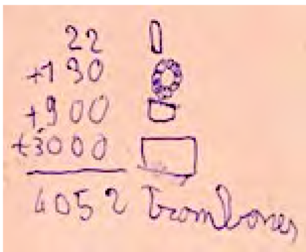
1.2 Exemples de procédures

Nous présentons ci-dessous (figure 3), les types de procédures relevées lors des expérimentations. À partir de cette analyse, la plus proche de l'exhaustivité possible et communiquée à l'enseignant dans la présentation de la situation, nous pouvons analyser les actions possibles de l'enseignant.

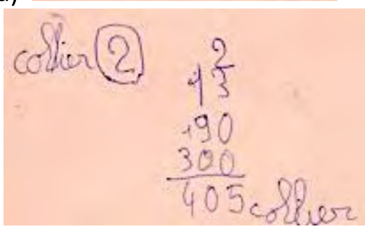


Soustractions pas à pas :
4 052 – 10 – 10 – 10 – 10– 10 = 4 002…

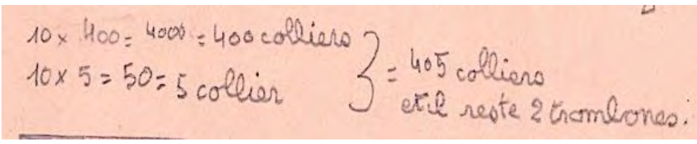
(a)



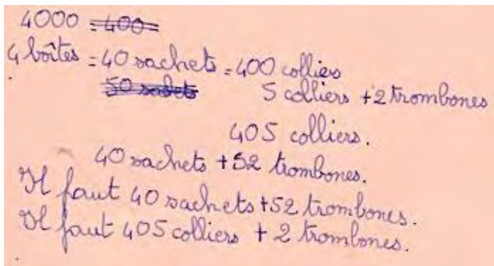
(b)



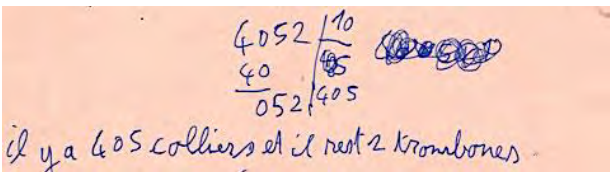
Utilisation de la somme écrite au problème phase 1 (a) et extraction du nombre de colliers de chaque terme (b)



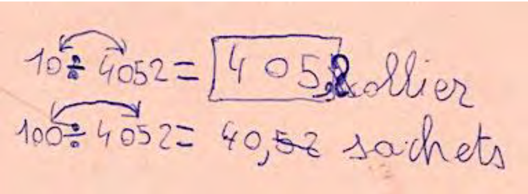
Soustractions pas à pas : Décomposition de 4052 en 400 +50 +2



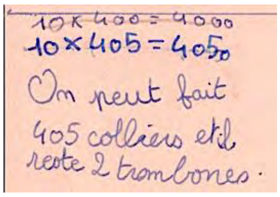
Détermination du nombre de colliers à partir d'un nombre estimé d'unités de rang donné, en commençant par le plus élevé



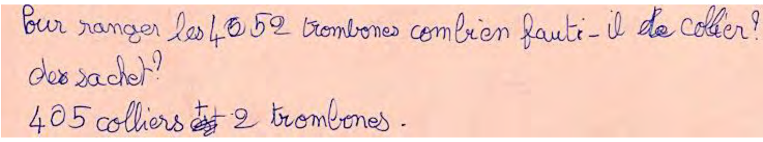
Division par 10



Utilisation de la touche ÷ de la calculette



Identification de 4050 comme étant un multiple de 10



Extraction directe

Figure 3. Procédures d'élèves

2 Les actions de l'enseignant

En amont de la résolution, il est amené à rappeler les composantes du contrat : les élèves doivent élaborer et contrôler leur solution. Ils ont le choix de la procédure… **Dans la phase 1** et uniquement pour les élèves qui en ont temporairement besoin il peut proposer du matériel partiel (une boite, des sachets, des colliers, des trombones) pour qu'ils comprennent les relations entre les groupements (1 collier = 10 trombones, …). Puis **pendant la recherche** : encourager les élèves à chercher, ne pas valider lui-même les productions, repérer les procédures avant la mise en commun… **Lors de la mise en commun** l'enseignant sollicite les élèves qui n'ont pas réussi pour faire reformuler leurs procédures, identifier les erreurs en recourant à des procédures qui semblent les plus élémentaires (usage de l'addition, par exemple) pour vérifier. Il s'adresse aussi au groupe pour faire exprimer des procédures proches pour qu'ils se les approprient ; les modes de calcul plus élaborés sont partagés et contribuent à faire évoluer les procédures. **Lors des entrainements et des situations suivantes l'enseignant peut adapter** les variables des situations pour faire évoluer les procédures : référer ou non au matériel, adapter les nombres.

Aussi il nous paraît nécessaire de proposer un tel problème dès le début d'année. La phase de mise en commun permet de mettre en débat toutes les différentes procédures ou erreurs. Les erreurs sont alors identifiées puis analysées par les élèves pour en trouver les raisons. C'est une première source de traitement de la difficulté. Les procédures qui peuvent sembler les plus frustes renforcent le sens en mettant en rapport les résultats (partiels ou finaux) trouvés avec la réalité ; les différents modes de calcul plus élaborés sont partagés et contribuent à faire évoluer les élèves. Dans cette situation, ainsi que pour d'autres apprentissages à d'autres niveaux, qui auraient dû être stabilisés les années précédentes, nos choix pour les élèves aux connaissances fragiles sont de ne pas « faire une révision », qui consisterait à résumer l'enseignement des années précédentes, ni de simplifier avec des petits nombres ou du matériel, mais proposer des pistes de différenciation qui peuvent être, comme dans cette situation :

- une différenciation par les procédures (accepter que les élèves utilisent des procédures différentes mais compatibles avec les contraintes de la situation) ;
- une différenciation par les variables de la situation (comme la taille des nombres dans la situation feutres et bouchons) ;
- une différenciation par les aides : proposition d'outils, l'accompagnement de l'enseignant pour encourager, rappeler la tâche… mais aussi les aides à la formulation (cf. les différentes chroniques analysées) ;
- une différenciation par les rôles : en particulier dans le choix de groupes homogènes pour la résolution de problèmes, ou hétérogènes dans certains entrainements ;
- une différenciation par la tâche, en proposant par exemple des activités spécifiques aux plus faibles).

IV - LA PRISE EN COMPTE DES CONNAISSANCES DES ÉLÈVES EN GÉOMÉTRIE AU CP, AU CE1 ET EN GS

Les pistes de différenciation que nous venons de présenter, en nous appuyant sur ces deux exemples, met en évidence pour la situation *Feutres et bouchons*, des propositions d'adaptation des variables de la situation didactique en fonction des potentialités des élèves, ici principalement le domaine numérique qu'ils maîtrisent pour un apprentissage nouveau visant un saut qualitatif de procédures. La situation *Les trombones* porte sur un apprentissage qui aurait dû être construit au CP et au CE1 puis stabilisé au CE2 ; l'enseignement a donc à prendre en compte des procédures de résolution erronées, pour lesquelles les élèves n'osent pas mettre en œuvre des moyens de contrôle dont ils disposent mais qui ont pu leur apparaître comme à exclure ; nous avons donc à proposer un dispositif de remédiation. Mais au-delà des adaptations nécessaires des situations, la construction de savoirs suppose la prise en compte des connaissances des élèves. Or celles-ci ne sont pas toujours identifiables au moyen d'expressions langagières dépourvues d'ambiguïté. C'est souvent le cas pour les apprentissages spatiaux et géométriques. Le choix est parfois de procéder comme si les élèves n'avaient pas déjà développé un ensemble de connaissances associés à leur usage des objets. Ignorer ces connaissances conduirait à prendre le risque d'une dissociation entre des connaissances empiriques personnelles et des savoirs scolaires et ainsi à ne pas permettre à la géométrie de contribuer à une modélisation de leur environnement. En effet, les élèves depuis la petite enfance, ont acquis des connaissances sur des objets de l'espace, par exemple dans le cadre de jeux de construction en 3D, d'assemblages de formes en 2D. Leurs gestes avec ces objets (« faire glisser », « tourner », « retourner », « emboîter » …), constituent des actions que l'enfant développe donc, avec l'intention précise de réussir une tâche et dont il peut constater la réussite ou l'échec. Ces gestes sont anticipés, ils sont suivis par un bilan sur leurs effets, sans s'accompagner d'une verbalisation autre que « ça marche » ou « ça ne va pas ». En ce sens ils constituent des procédures (Mazeau et Pouhet, 2014 ; Petitfour, 2017), qui dans le cadre d'une situation didactique peuvent être explicitées et dont les effets peuvent être analysés. Cette analyse des procédures déjà développées par les élèves dans leurs expériences avec les objets du monde physique, constitue selon nous, une composante incontournable de l'étude de la relation entre les actions sur le matériel et l'acquisition de notions géométriques. Or cette prise en compte de connaissances déjà présentes est rarement intégrée dans les dispositifs d'enseignement au début de l'école primaire, où les gestes avec des objets sont souvent perçus à tort comme des « manipulations » dépourvues d'anticipation ou d'intentionnalité. Alors que dans le domaine des apprentissages numériques les connaissances dont disposent les élèves avant d'aborder une notion nouvelle ont été analysées depuis plusieurs dizaines d'années par de nombreux travaux de psychologie ou de didactique. Une conséquence est que les enseignants sont donc souvent démunis en géométrie pour reconnaître les potentialités des élèves, identifier leurs procédures, exploiter les constats qu'ils formulent sur leurs productions.

Nos hypothèses sur les apprentissages en géométrie sont les suivantes :

- il est nécessaire de prendre en compte les connaissances des élèves sur les objets, mises en œuvre dans des apprentissages antérieurs ou dans des activités familières. Or ces connaissances sont issues d'actions similaires sur des objets du monde physique, actions qui restent souvent non verbalisées et mêmes implicites ;
- l'évolution de ces connaissances sur les objets de l'espace ou du plan ne peut pas faire l'économie d'une prise de conscience chez l'élève de l'effet de ces actions. Il est donc nécessaire qu'il résolve des problèmes qui lui permettent de distinguer à travers ses actions les caractéristiques propres des objets étudiés.

En d'autres termes, il nous semble illusoire d'envisager un passage direct de la perception d'objets manipulés ou représentés à l'acquisition, par la répétition, d'une terminologie savante et des propriétés caractéristiques d'un objet géométrique. De plus, ce choix laisserait latent des conceptions erronées ou des confusions, et ne mettrait pas à profit les capacités des élèves. Nous résumons dans ce but deux dispositifs d'apprentissage, l'un au CP ou au CE1, l'autre en GS.

1 Comment s'appuyer sur les gestes pour dépasser des évidences perceptives ?

Pour que la connaissance des propriétés des figures et des solides ne se réduise pas à leur énoncé, formulé parfois sur commande de l'enseignant, elles doivent apparaitre aux élèves comme des nécessités et non des conventions. Une de nos hypothèses est que pour dépasser les ambiguïtés de la perception, (par exemple des rectangles dont la longueur et la largeur ont des dimensions proches sont assimilés à « carrés ») il est préférable de faire émerger les propriétés nécessaires à la distinction d'objets voisins, aux différences difficilement discernables, plutôt que de leur demander de constituer une classification d'objets déjà différents perceptivement.

2 Un problème pour favoriser la distinction entre carré, rectangle et losange : la situation « CARRRÉ ET QUASI CARRÉ »

Les carrés, les rectangles et les losanges ont été rencontrés depuis la maternelle. Les élèves les reconnaissent, davantage selon leur forme générale ou leur position que selon des propriétés géométriques (un rectangle dont la longueur et la largeur sont proches pourra être appelé « carré », un carré « sur la pointe » sera identifié comme un losange). Dans la situation *Carrés ou quasi-carrés* proposée au CP ou au CE1, les élèves ont à produire un assemblage de carrés, de losanges et de rectangles dont les dimensions sont très voisines (4 cm de côté pour le carré et le losange, 4cm ± 3mm pour les côtés des rectangles, un angle de 90 ± 4° pour les coins du losange, figure 4). Cette situation est proposée au CP et au CE1 avec des variations selon chacun des niveaux. Les expérimentations ont montré que ces pièces sont trop ressemblantes pour être distinguées deux à deux : pour les élèves leurs différences sont interprétées comme des imprécisions de découpage. Notre hypothèse est que, grâce à l'assemblage de ces formes peu différentes, les caractéristiques du carré, du losange et du rectangle vont pouvoir être identifiées.

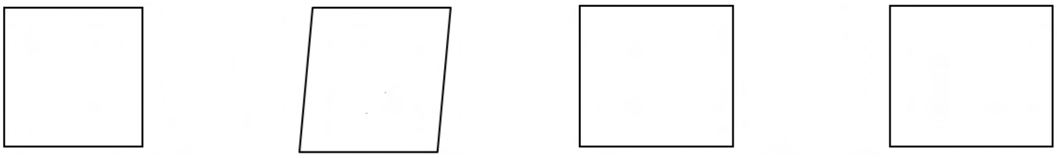


Figure 4. Carré, losange, petit et grand rectangles

Dans un premier problème les élèves ont à produire un assemblage plein, sans laisser d'espace, de quatre pièces (carrés ou losanges) puis à en garder la trace en dessinant le contour (figure 5).

Figure 5. Un exemple d'assemblage (premier problème)

Dans un deuxième problème les élèves doivent chercher un assemblage formé avec trois carrés et un losange. Après plusieurs tentatives, ils constatent l'impossibilité de produire un assemblage qui ne laisse pas un espace vide entre les quatre formes. De nombreux élèves découvrent alors que les angles des losanges ne sont pas les mêmes, qu'ils diffèrent de ceux du carré et que, si on tourne un carré, l'assemblage ne change pas, alors qu'avec le losange il se forme un trou ou un chevauchement.

Dans un troisième problème ils doivent aligner des rectangles et des carrés, pour produire un assemblage le plus long possible (figure 6). Les élèves expriment des constats sur leurs actions comme : « Quand on tourne le rectangle, ça rallonge», ou sur leurs propriétés : « Il y a un côté où c'est long, et un côté où c'est court ». Certains élèves découvrent ainsi ce qui différencie un carré d'un rectangle : « Si on les tourne [les carrés], ça fait toujours pareil » ; « Le carré, ce n'est pas comme le rectangle, ça ne rallonge pas la ligne (sous-entendu en le tournant). Cela permet d'expliciter que les côtés du carré, sont de longueur égale.

Figure 6. Un exemple d'assemblage (troisième problème)

3 Un problème pour favoriser l'analyse des figures géométriques en GS

Le problème retenu consiste à faire « identifier » une forme géométrique plane parmi d'autres. Les élèves doivent retrouver la partie centrale (le cœur) de fleurs stylisées évidées parmi un lot de formes (figures planes) (figure 7).

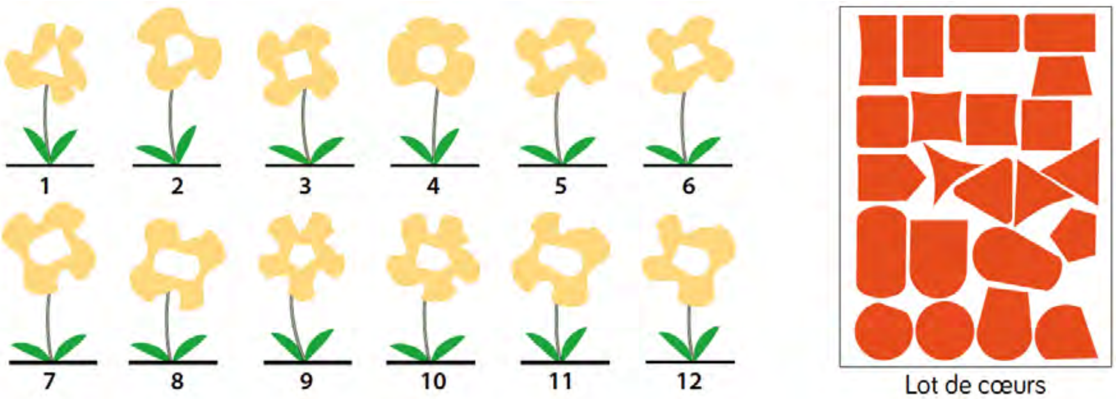


Figure 7. Le lots de formes et le lot de cœurs

Il nous semble important de proposer à chaque étape des formes qui ont « un air de famille » afin d'amener les élèves à les analyser plus précisément et à mettre en échec le recours à la seule reconnaissance visuelle en proposant des formes voisines et en amenant, à en expliciter leurs caractéristiques géométriques. Dans la situation, chaque figure (carré, triangle, rectangle, disque) est « concurrencée » par des figures d'allure générale voisine. Il est donc nécessaire de les analyser et de les décrire de manière plus fine pour pouvoir les distinguer de la figure standard usuelle. Les « rectangles », « carrés », « triangles » et « ronds », sont les quatre types de termes les plus employés par les élèves de Grande Section, et encore au début de l'école élémentaire ; ce sont fréquemment pour eux des termes « fourre-tout » qui leur permettent de nommer des figures qui en ont « l'allure globale » : par exemple, le terme « triangle » pour certaines dont un des côtés sont courbes ou certains sommets « arrondis ». Dans la **phase 1**, les élèves doivent retrouver le cœur d'une fleur, l'ensemble des cœurs et la fleur étant posés côte à côte sur leur table. Dans la **phase 2**, les élèves, en équipes de deux (l'un voyant seulement la fleur, l'autre seulement les cœurs), doivent communiquer (par la parole ou des gestes) pour retrouver le cœur de la fleur, l'ensemble des cœurs étant placé à distance de la fleur.

Aussi, pour faire appréhender les propriétés géométriques des objets, nous proposons des problèmes dans lesquels les élèves ont à expliciter pourquoi, parmi un ensemble d'objets proches, un seul correspond à la solution. Autrement dit, nous nous appuyons sur l'explicitation des différences entre objets voisins, et non sur une ressemblance supposée partagée, pour que les propriétés géométriques visées soient d'abord élaborées comme des outils nécessaires à la recherche de la solution.

V - DIFFÉRENCIATION ET RESSOURCE POUR L'ENSEIGNANT

Celle-ci peut être envisagée du côté des apprentissages, pour lesquels nous essayons d'analyser systématiquement, dans nos recherches, les connaissances initiales des élèves, ainsi que les évolutions dans leurs raisonnements, et plus largement leur propre processus de modélisation en constitution. Mais aussi dans les choix de notre ressource où nous visons, à partir des éléments précédents et de la description de situations, à permettre à l'enseignant de faire évoluer ses propres conceptions de l'enseignement des mathématiques en lui permettant d'analyser sa pratique. En ce sens, l'appropriation par l'enseignant de certains gestes professionnels spécifiques, par exemple les pistes de différenciation, ou les choix de conduite des mises en commun, peut être réinvestie dans un autre domaine que les mathématiques. Elle est aussi fonction de la mutualisation possible au sein d'une école ou d'une formation. La conception de notre ressource, si elle propose un dispositif complet sur l'année, permet une entrée progressive : souvent une situation peut être choisie pour être mise en œuvre isolément ; bien entendu, l'état des connaissances des élèves et leur habitude à chercher conditionnent son efficacité. Une de nos ambitions serait de permettre à l'enseignant de garder une approche critique sur les propositions d'enseignement qui lui sont soumises, y compris celles présentées ici ; aussi, nous essayons d'expliciter ce qui relève d'analyses fondées, en les distinguant de choix discutables de telle ou telle « méthode ».

VI - BIBLIOGRAPHIE

Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche en didactique aujourd'hui, *Revue Internationale des Sciences de l'éducation*, n°8, 59-72.

Argaud, H. -C., Douaire, J. et Emprin, F. (2017). Quelle prise en compte des gestes professionnels du maître dans la production de ressources issues de recherches. *In Actes du XLIIIème colloque international des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques COPIRELEM Le Puy-En-Velay 14, 15 et 16 juin 2016. ARPEME*.

Charnay, R., Douaire, J., Guillaume, J.-C. et Valentin, D. (1995). *Chacun, tous... différemment - Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages*, Rencontres pédagogiques n° 34, Paris: INRP.

Douaire, J., Argaud, H.-C., Emprin, F. et Frémin, M. (2020 à 2023). *ERMEL Géométrie CP-CE1* (2020). *Les essentielles ERMEL CM1* (2021), *Les essentielles ERMEL CM2* (2022), *ERMEL Grande Section* (2023).

Douaire, J., Argaud, H.-C., Dussuc, M.-P. et Hubert C. (2003). « Gestion des mises en commun par des maîtres débutants » in J. Colomb, J. Douaire et R. Noirfalise (dir). *Faire des maths en classe* .

Jorro, A. (2006). L'agir professionnel de l'enseignant. *In Séminaire de recherche du Centre de Recherche sur la formation-CNAM.*

Mazeau, M., et Pouhet, A. (2014). Chapitre 5–Attention et fonctions exécutives. In M. Mazeau et A. Pouhet (dir). *Neuropsychologie et troubles des apprentissages (2e édition). Du symptôme à la rééducation*. Elsevier Masson, 219-89.

Petitfour, E. (2017). Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude de difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie. *Recherches en didactique des mathématiques*.

L'ÉVALUATION ET LA FABRICATION DES DIFFÉRENCES SEXUÉES : COMPARAISON DE CAS EN MATHÉMATIQUES ET EPS À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Mathilde BENMERAH
Doctorante, CERGY UNIVERSITÉ
Laboratoire EMA, école doctorale EDC
mathilde.benmerah@univ-lorraine.fr

Résumé
La question de l'égalité des sexes se révèle être un enjeu de l'école du XXIe siècle. Garantir l'égalité des sexes au sein du système éducatif est une problématique qui interroge non seulement les processus d'apprentissage et leurs caractères potentiellement différentiels, mais également les processus d'enseignement. Les études disponibles sur les liens entre la construction scolaire des différences entre les sexes et les pratiques enseignantes soulignent l'existence d'un traitement différent entre filles et garçons à l'École. Le système scolaire français contribue à la reproduction, voire à la construction des inégalités et à l'existence d'une forme de scolarisation différentielle (Duru-Bellat, 2017, Verscheure et al., 2019a). Peu de recherches se sont penchées sur la construction des inégalités de sexe dans le premier degré en intégrant un point de vue didactique avant les années 2000 (Verscheure et Barale, 2020). Cette communication présente les premiers résultats d'une étude comparative de deux disciplines (les mathématiques et l'Éducation Physique et Sportive) et vise à dresser un constat récent sur un potentiel impact des stéréotypes de genre sur la pratique évaluative des enseignants. Elle repose sur l'étude du cadre didactique en évaluation utilisé dans ces disciplines et plus particulièrement sur une observation des épisodes évaluatifs et de la logique évaluative (Sayac, 2017a).

Le dernier rapport de la DEPP, intitulé « Filles et garçons sur le chemin de l'égalité » et publié en mars 2023, met en évidence des disparités de résultats entre les élèves filles et garçons en mathématiques et en français. Les filles obtiennent de meilleurs résultats en français, tandis que les garçons surpassent les filles en mathématiques. Parallèlement, le rapport souligne une inégalité dans la confiance en soi face aux évaluations. À un niveau de maîtrise équivalent, les élèves garçons présentent un niveau de confiance plus élevé, en particulier en mathématiques. Cette disparité de résultats s'explique en partie par la construction continue, tout au long de la scolarité, du sentiment d'efficacité personnelle, avec des interactions plus longues et formatrices spécifiquement destinées aux élèves garçons (Duru-Bellat, 2004), ainsi que par une surstimulation dans les disciplines dites « masculines » (Duru-Bellat, 2016). La problématique de l'égalité des sexes demeure au cœur de notre système éducatif, et des études révèlent un traitement différencié entre les filles et les garçons à l'école (Duru-Bellat, 2017 ; Verscheure et al., 2019a). Cette recherche découle de questionnements sur l'existence possible d'une dimension genrée dans l'évaluation des savoirs disciplinaires. Elle interroge les pratiques évaluatives enseignantes en fonction du sexe de l'élève évalué(e) et explore l'idée d'un cadre didactique en évaluation différencié. La pratique évaluative, complexe et multidimensionnelle, implique divers éléments tels que la culture de l'évaluation, la posture d'évaluateur, les compétences évaluatives et les gestes évaluatifs. Ces composantes interagissent tout en générant des tensions ou des contradictions (Jorro, 2009), influencées par des facteurs individuels tels que les croyances, les représentations et les expériences (Sayac, 2017b). Cela soulève la question d'une éventuelle corrélation entre la pratique évaluative enseignante et la reproduction de stéréotypes sexués.

Cette communication vise à présenter les premiers résultats d'une étude comparative des pratiques évaluatives dans deux disciplines (les mathématiques et l'EPS), réalisée dans le cadre d'une thèse en sciences de l'éducation. L'objectif est d'observer ou non l'impact des stéréotypes de genre sur la pratique évaluative des enseignant·es du premier degré. La présentation comprend une explicitation des fondements théoriques, la méthodologie utilisée et un extrait des résultats obtenus à travers une comparaison de cas.

I - LE CADRE CONCEPTUEL MOBILISÉ

Cette étude mobilise un cadre conceptuel socio-didactique car elle mobilise à la fois des données relevant de la didactique des mathématiques et de l'EPS mais aussi des données concernant la sociologie comme les représentations, les croyances des enseignant·es et la pression des stéréotypes de genre.

1 L'évaluation des apprentissages dans le premier degré

Il semble pertinent dans un premier temps de revenir sur le concept d'évaluation des connaissances. L'évaluation des connaissances se traduit par toute forme d'appréciation d'un travail scolaire. Dans son ouvrage de 2018, Merle réalise une typologie des différentes évaluations internes présentes dans le système éducatif français. Deux grandes catégories sont identifiées : d'une part les modalités *d'évaluation traditionnelles* comme l'évaluation sommative et d'autre part les *nouvelles formes* d'évaluation comme les évaluations diagnostiques ou formatrices. L'évaluation des apprentissages évolue dans le temps aussi bien sur le fond que sur la forme, passant d'une évaluation plutôt sommative à l'aide d'une notation chiffrée omniprésente à la fin des années 60 à une évaluation formatrice depuis 2005. (Merle, 2018). Un rapport du Centre national d'étude des systèmes scolaires (CNESCO) souligne « une volonté institutionnelle de faire évoluer les pratiques évaluatives » (Lafontaine et Toczek-Capelle, 2023) mais les enseignants français continuent d'élaborer leurs évaluations individuellement et utilisent des ressources très diverses (manuels, sites internet…etc.). En effet, les enquêtes TALIS (*Teaching and Learning International Survey*) (OCDE, 2014, 2019) soulignent une pratique évaluative enseignante conçue et pensée personnellement plutôt qu'une construction professionnelle élaborée en formation (Kiwan-Zacka et Piedfer-Quêney, 2023) : elle est source de malentendus entre les différents acteurs (enseignant, famille, élève). En mathématiques, les recherches réalisées (Sayac, 2017b) montrent que les principales évaluations sont réalisées en fin de séquence. Elles sont plutôt homogènes au regard de la complexité de la tâche proposée, elles offrent toutes un contenu dit « de bas niveaux de complexité et de compétences ». Mais elles sont hétérogènes en termes de conception et de notation utilisées. Concernant l'évaluation en EPS, nous retrouvons la même problématique autour de l'oscillation entre « mesurer et juger » (Crahay, 2006). Cela se traduit par des interprétations individuelles des règles par les enseignants appelés aussi « arrangements évaluatifs » (Merle, 1996), phénomène qui se retrouve également en EPS (David, 2000). Ces arrangements découlent à la fois de l'ambiguïté des textes officiels qui ne précisent pas le terme « investissement de l'élève » et dans les points de vue divergents entre les enseignants et les textes sur les éléments à évaluer (David, 2003).D'autre part, la réussite des élèves en EPS renvoie à des déterminants sociaux et génétiques, tels que la taille, le poids ou l'expérience acquise avec une pratique extra-scolaire. (Cogerino et Mnaffakh, 2008). Les enseignants essaient de minimiser ces répercussions, tout en étant conscients que ces compétences ne sont pas le résultat direct de leur propre enseignement en raison de la relative brièveté des séquences d'apprentissage (Vigneron, 2006). Les « arrangements évaluatifs » en EPS consistent à prendre davantage en considération la participation et l'investissement des élèves car ils sont considérés comme étant le résultat d'une véritable initiative de l'élève alors qu'à l'inverse les capacités physiques sont perçues comme « données » sans que les enseignant·es puissent agir (Cogérino et Mnaffakh, 2008).

2 Le cadre didactique en évaluation

Une des hypothèses posées pour cette étude est l'existence d'une dimension genrée dans l'évaluation des apprentissages des élèves dans le premier degré en mathématiques et EPS. Il est donc nécessaire de se pencher sur la pratique évaluative enseignante dans sa globalité. Pour répondre à cette nécessité, nous utilisons le cadre didactique en évaluation tel qu'il est défini par Sayac (2017a), car il combine à la fois des savoirs scientifiques et didactiques sur l'évaluation. Il s'inscrit dans la double approche de Robert et Rogalski (2002), mais accorde une place plus importante à la dimension personnelle des pratiques évaluatives.

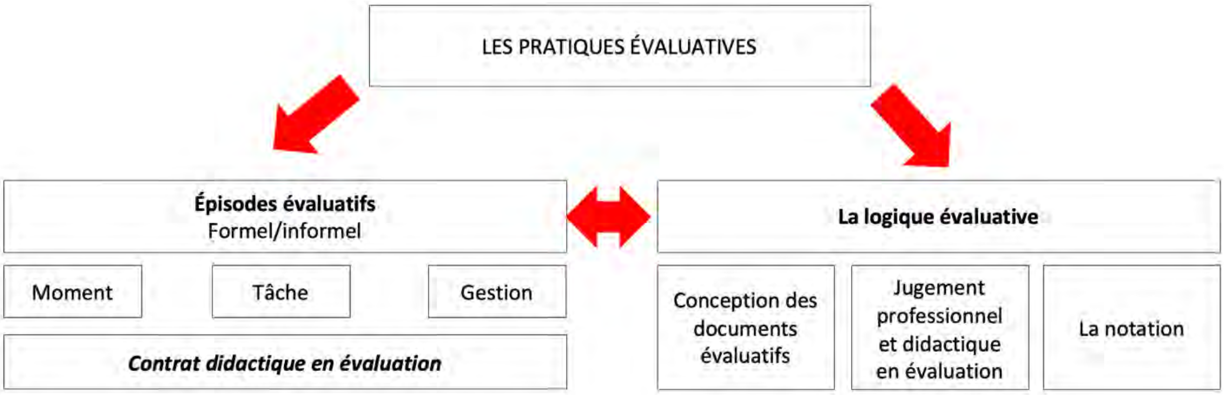


Figure 1. Éléments du cadre didactique en évaluation (Sayac, 2017a) utilisés dans l'étude.

Ce cadre repose sur deux notions. D'une part *l'épisode évaluatif* qui se définit comme un moment où l'enseignant·e porte un jugement formel ou informel sur l'état des connaissances d'un élève par rapport à un savoir ou un savoir-faire visé. Pour le caractériser, il est nécessaire de prendre en compte le moment où il est proposé car cela permet de nous renseigner sur le rôle qu'il va jouer sur le processus d'apprentissage. Mais aussi les tâches qui le constituent qui permettent d'évaluer la pertinence d'un point de vue didactique. Et enfin, la gestion qui l'accompagne car elle met en avant les différents types de régulations et jugements utilisés (Allal, 1988). D'autre part, le cadre comprend la notion de *logique évaluative*, qui permet de prendre en compte la conception des documents évaluatifs, *le jugement professionnel et didactique en évaluation* (JPDE) (Sayac, 2017, 2019) et la notation. Le JPDE est un concept issu des travaux de Sayac (2017,2019), qui permet de souligner que le jugement professionnel des enseignants est influencé par différents facteurs individuels comme les connaissances disciplinaires ou didactiques ou alors les croyances, les représentations et les expériences. La notation, elle, doit être mise en lien avec la manière dont les enseignants vont rendre compte à leurs élèves de la notation attribuée et les jugements évaluatifs associés.

3 Une approche didactique de la reproduction des stéréotypes sexués

3.1 Les notions de sexe et genre : quelles définitions ?

La distinction des notions de sexe et de genre s'avère essentielle, car elles constituent l'un des fondamentaux de notre étude. Une compilation des connaissances scientifiques les plus contemporaines (Couchot-Schiex, 2017a) permet d'affirmer que la conception traditionnelle du sexe, se réduisant à la classification binaire male/femelle, ne parvient pas à englober les divers degrés de sexuation. Les perceptions du sexe sont influencées par les croyances idéologiques et culturelles d'une société. A l'heure actuelle, les préjugés sexospécifiques associés aux femmes sont réfutés par les réalités biologiques (Dayer, 2017). En effet, les femmes sont aujourd'hui médaillées olympiques dans des disciplines sportives dites « masculines » comme l'athlétisme, la boxe alors que le goût de la compétition est socialement attribué aux hommes. Le genre est une construction sociale qui se construit à partir d'éléments culturellement imprégnés par des stéréotypes de genre comme des caractéristiques psychologiques, des activités ou des rôles sociaux (Hurtig, Kail et Rouch, 2002). D'après Dayer (2017), le concept de genre se subdivise en trois notions distinctes : *le rôle de genre* représentant les rôles qui sont attribués socialement ; *l'identité de genre*, décrivant le sentiment d'appartenir au genre féminin ou masculin, aux deux genres, à aucun des deux ou le refus de s'inscrire dans cette distinction. Enfin, *l'expression de genre*, qui révèle comment un individu manifeste ou traduit des traits féminins ou masculins dans un contexte donné. L'adoption du concept de genre permettra de revitaliser la discussion sur la dichotomie nature/culture (Couchot-Schiex, 2017b), de dépasser les stéréotypes liés à « la nature du sexe » car le sexe biologique de l'individu n'intervient aucunement dans la construction du genre mais également d'interroger les notions de *sexe biologique* et de *sexe social.*

3.2 Le contrat didactique différentiel

La notion de contrat didactique émerge des recherches menées par Brousseau (1980) et englobe « les obligations réciproques et les attentes plus ou moins implicites vis-à-vis du savoir en jeu qui déterminent ce que l'enseignant et les élèves doivent assumer et dont ils ont la responsabilité ». En d'autres termes, le contrat didactique englobe tous les éléments contribuants à la construction collaborative des connaissances en classe, impliquant à la fois les élèves et l'enseignant. La dimension différentielle de ce contrat devient saillante vers la fin des années 90 et résulte à la fois de la position scolaire attribuée aux élèves par les enseignants et de la relation des élèves aux connaissances (Schubauer-Léoni, 1996). Cette dernière est également fortement influencée par les méthodes d'enseignements pratiquées et peuvent se traduire par *des positions de genre* (Amade-Escot, Elandoulsi et Verscheure, 2015 ; Verscheure, 2005, 2009). C'est-à-dire que selon le niveau scolaire attribué par l'enseignant et son rapport aux savoirs un élève ne se positionnera pas et ne sera pas sollicité de la même manière par l'enseignant. La prise en compte *des positions de genre* permet une extension du concept de contrat didactique différentiel. Cette extension permettra de mettre en évidence les disparités dans les parcours didactiques entre les élèves de sexe féminin ou masculin. Dans cette étude, nous nous inscrivons dans la lignée des travaux de Sarrazy (1995) et Sayac (2017a) portant sur le contrat didactique dans le contexte de l'évaluation, tout en remettant en question son potentiel caractère différencié. La notion de contrat didactique en évaluation, telle que définie par Sayac (2017a), prend en compte « les spécificités rencontrées », notamment celles liées à l'épisode évaluatif et à sa nature multidimensionnelle. Pour chaque épisode évaluatif, le contrat didactique en évaluation doit être réexaminé, car il influe à la fois sur l'élève (la réponse apportée) et sur l'enseignant·e (la prise en compte pour la progression didactique) (Sayac, 2017a, p. 70).

3.3 L'utilisation du genre dans la Recherche Didactique : état de l'art.

Les études concernant la transmission des connaissances dans le domaine de l'éducation ont été initiés à partir de 1994 en France, principalement par Mosconi (1994) et Duru-Bellat (1995), qui ont soulevé la question de la sous-utilisation de *la variable du sexe* dans les recherches portant sur le système éducatif. Par la suite, Schubauer-Léoni (1996) a employé la notion de genre pour analyser des concepts en didactique, contribuant ainsi à la genèse du concept de contrat didactique différentiel qui a été développé antérieurement. Actuellement, de multiples études ont été menées dans diverses disciplines (Duru-Bellat, 1995 ; Jarlégan 1999 ; Couchot-Schiex, 2019), toutes convergent vers la constatation d'une corrélation entre le curriculum et la perpétuation des inégalités entre les sexes. Les biais de genre sont présents à chaque étape du processus didactique, de la conception à la mise en pratique (Couchot-Schiex, 2019). Nous avons fait le choix de nous focaliser sur les pratiques évaluatives dans les domaines des mathématiques et de l'EPS, car ce sont deux disciplines qui présentent une sensibilité particulière au regard du genre. En effet, diverses observations ont mis en évidence des disparités qualitatives dans les interactions en classe (Duru-Bellat et Jarlégan, 2001), ainsi que des interactions préconçues au sein de la classe, basées sur un modèle implicite des rôles féminins et masculins (Couchot-Schiex, 2013). Par exemple, les garçons bénéficient d'interactions plus poussées du point de vue pédagogique (Duru-Bellat, 2017) : les enseignants les sollicitent plus fréquemment pour des questions et les félicitent pour leurs aptitudes intellectuelles ainsi que pour leurs réponses correctes. En contraste, les filles disposent de moins de temps pour trouver la réponse adéquate, sont confrontées à moins de questions cognitives et sont davantage sollicitées pour rappeler des notions déjà abordées.

II - MÉTHODOLOGIE

L'objectif de notre étude est d'observer et d'analyser, à l'aide des données vidéo et d'entretiens, deux matières scolaires présentant des caractéristiques associées à l'adhésion aux stéréotypes de genre, tant dans le traitement du savoir que dans les perceptions des enseignants et des élèves. Les éléments recueillis concernant la pratique évaluative enseignante seront ensuite examinés sous l'angle du genre, dans le but d'établir des constats quant à l'impact potentiel des stéréotypes de genre sur ces pratiques évaluatives, en mettant particulièrement l'accent sur les épisodes évaluatifs dans les deux matières sélectionnées.

Quatre enseignants en poste dans l'académie Nancy-Metz et plus particulièrement au sein du département des Vosges ont accepté de participer à cette étude. Nous avons réalisé pour chaque enseignant une analyse de sa pratique évaluative à un moment donné autour d'une séance de mathématiques et d'une séance d'EPS.

Enseignants	Date de l'observation	Niveau de la classe	Séance observée en EPS	Séance observée en Mathématiques	Avancée dans la carrière	Nombre d'élèves
1	Janvier 2020	CM1/CM2	Danse contemporaine	Comparaison de fractions décimales	32 ans	27
2	Avril 2021	CE2	Acrosport	Conversions (unité de longueur)	8 ans	21
3	Novembre 2021	CE2	Jeux collectifs sans ballon	Géométrie dans l'espace	3 ans	25
4	Février 2021	CE2	Tennis de table	Les unités de contenance	15 ans	22

Tableau 1 : Récapitulatif du terrain de recherche

En ce qui concerne la collecte des données, chaque enseignant a été soumis à un entretien préalable à la séance dans chaque discipline, suivi d'un entretien d'auto-confrontation (Brière-Guenoun, 2005) après l'observation des deux séances. L'entretien ante-séance, semi-directif, vise à recueillir des éléments implicites et personnels susceptibles de fournir des éclaircissements sur la logique évaluative de l'enseignant (Sayac, 2017). Les conceptions initiales de leur propre pratique les considérations sociales liées à la profession, l'évolution des méthodes et la perception institutionnelle sont recueillies au cours de cet entretien. Avant cela, chaque enseignant établit un portrait global pour chacun de ses élèves, puis un portrait spécifique en mathématiques et en EPS. Ces portraits sont ensuite commentés à voix haute lors de l'entretien ante-séance dans le but de clarifier l'écrit. Chaque enseignant sélectionne ensuite librement six élèves cibles, soit deux en difficulté, deux élèves de niveau moyen et deux élèves très performants. Le choix des élèves cibles demeure ouvert afin de capturer les premières impressions à l'égard des élèves ainsi qu'une éventuelle présence des stéréotypes. Pour chacun de ses élèves, l'enseignant formule un pronostic concernant leur réussite ou échec dans les séances observées en utilisant deux critères de réussite généraux définis par la chercheuse et appliqués à l'ensemble des enseignant·es de l'étude, l'un portant sur la participation et l'autre sur la validation de l'objectif de séance. Ces élèves cibles sont exclusivement utilisés pour la partie pronostics afin d'observer de manière précise un potentiel « regard stéréotypé » enseignant. Quant aux portraits et aux épisodes évaluatifs, l'ensemble de l'échantillon des élèves est pris en compte.

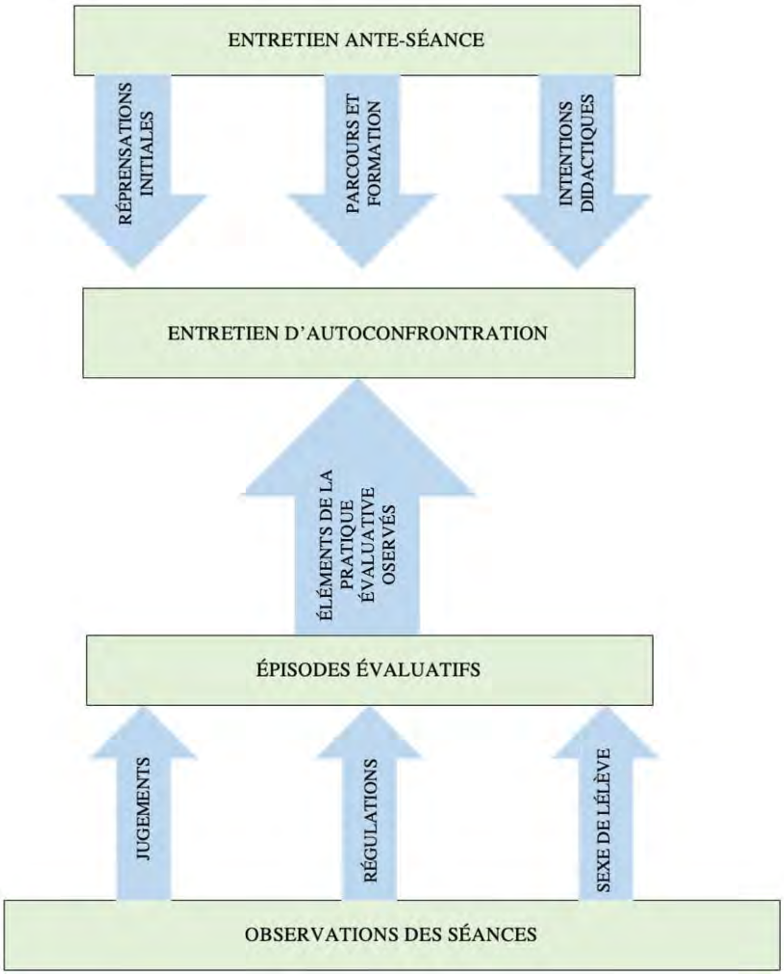


Figure 2 : Articulation utilisée entre le recueil et le traitement des données

Les enregistrements audio et vidéo des séances constituent des outils dans l'identification et la sélection des épisodes évaluatifs par la chercheuse. Deux critères de sélection ont été retenus : l'épisode évaluatif doit présenter un décalage avec les intentions didactiques de l'enseignant (c'est-à-dire la manière dont l'enseignant envisage d'évaluer ses élèves au cours de la séance) ou bien un biais évaluatif sexué. Les épisodes sélectionnés seront ensuite visionnés avec l'enseignant observé au cours d'un entretien d'auto-confrontation, inspiré de ceux utilisés par Brière-Guenoun (2005), il est ici utilisé à des fins compréhensives. Dans un premier temps, l'enseignant commente sa propre démarche en réaction aux images, puis l'échange est approfondi avec des questions relances dans le but de confronter les intentions didactiques évaluatives initiales à la pratique réelle.

En ce qui concerne les données provenant de l'observation des séances, une identification et une classification des épisodes évaluatifs sont réalisées pour chaque séance. Tout d'abord, il s'agit de repérer « les instants » où l'enseignant émet un jugement sur les connaissances d'un ou plusieurs élèves. Une fois l'épisode évaluatif repéré, il convient de caractériser le jugement évaluatif associé ainsi que la régulation mise en œuvre afin de déterminer s'il s'agit d'un épisode évaluatif *formel* ou *informel.* Le jugement évaluatif peut être qualifié *d'appuyé* quand l'enseignant accorde un temps marqué pour poser un jugement ou au contraire le jugement peut être qualifié de *furtif* quand celui-ci n'utilise pas ce temps. (Sayac, 2019). Enfin, il s'agit de considérer si le jugement est *avec ou sans trace* car il permet de préciser les conditions matérielles utilisées pour évaluer l'élève. Autrement dit, il s'agit de déterminer si l'enseignant se sert d'un support matérialisé, comme le remplissage d'une grille, pour consigner son jugement ou non. Pour la régulation adoptée, la classification développée par Allal (1988) sera reprise. Elle peut être à la fois *interactive* (c'est-à-dire qu'il y a interaction entre l'enseignant et l'élève tout au long de la phase d'apprentissage), *rétroactive* (à la fin d'une phase d'apprentissage) ou *proactive* (au moment de l'introduction d'une nouvelle activité didactique). Deux autres indicateurs ont été ajoutés, afin de permettre une analyse transversale au regard du genre : le volume d'interaction didactique et le sexe de l'élève concerné par l'épisode évaluatif.

III - RÉSULTATS

Les résultats sont présentés en deux parties : un premier focus sur les portraits évaluatifs de deux enseignants puis quelques résultats plus globaux autour de la répartition des épisodes évaluatifs, des pronostics et des portraits réalisés par l'ensemble des enseignants de l'étude.

1 Focus sur Anne et Clément[1]

Anne et Clément sont deux enseignants en poste dans le département des Vosges (Académie Nancy-Metz) et ils possèdent des avancées de carrière différents puisque Clément se trouve plutôt en fin de carrière à l'inverse d'Anne qui débute dans le métier. Tous les deux décrivent leurs classes comme étant « très hétérogènes ».

	Anne	Clément
Ancienneté	En poste depuis 4 ans.	En poste depuis 32 ans
Séance de mathématiques	Géométrie dans l'espace : *« Se repérer et se déplacer sur un quadrillage en utilisant des repères et des représentations ».*	Nombres et calculs : *« Comparer des fractions décimales »*
Séance d'EPS	Jeu collectif sans ballon : *« S'informer et prendre des repères pour agir seul ou avec les autres »*	Danse contemporaine : *« Adapter ses mouvements par rapport au tempo »*
Niveau de classe	CE2 : 15 filles et 10 garçons	CM1/CM2 : 12 filles et 14 garçons

Tableau 2. Récapitulatif des séances observées

1.1 Comparaison des portraits évaluatifs

À l'aide des données collectées un portrait évaluatif pour chaque enseignant a pu être réalisé dans les deux disciplines (voir annexes 1 et 2). Nous présentons dans un premier temps les points communs relevés à la suite des observations puis dans un second temps les différences notables.

À l'issue de cette comparaison, plusieurs éléments communs ont été relevés dans la pratique évaluative en mathématiques de ces deux enseignants. Tout d'abord, les épisodes évaluatifs sont souvent orientés vers les élèves garçons. En effet, 25 épisodes évaluatifs sur 41 sont à destination des élèves garçons dans la classe de Clément et 10 sur 17 épisodes évaluatifs pour la classe d'Anne. Dans les deux cas, on observe des jugements évaluatifs *sans trace* et une régulation majoritairement *interactive* ou *proactive.* De plus, le contrat didactique établi offre un environnement où les élèves peuvent présenter leurs erreurs. Nous retrouvons chez ces deux enseignants un sur-guidage pour les élèves filles ainsi que des interactions différentes selon le sexe des élèves. Lors de nos observations dans les deux classes nous avons pu constater que lorsque les élèves (à niveau scolaire égal[2] et face à un même exercice) demandaient de l'aide, la relance apportée n'était pas identique. Les élèves garçons bénéficiaient de relances rapides verbales alors que pour les élèves filles, les enseignants observés apportaient quasi-systématiquement la procédure à utiliser. Pour l'EPS, nous retrouvons des similitudes au niveau de la prédominance d'épisodes évaluatifs à destination des élèves garçons, *sans trace* et d'une régulation *interactive* ou *proactive.* En

[1] Noms fictifs.

[2] Données issues des portraits réalisés lors des entretiens ante-séance.

effet, pour la classe de Clément 17 épisodes évaluatifs sur 27 concernent les élèves garçons et 9 épisodes évaluatifs sur 12 pour la classe d'Anne. De plus, les interactions présentent des nuances qualitatives en fonction du sexe de l'élève. Lors de la séance de danse contemporaine menée par Clément, les *feedbak* apportés aux élèves diffèrent selon le sexe de l'élève. Par exemple, au cours de la séance, Clément demande aux élèves d'inventer leurs propres gestes dansés. Pendant la phase d'exploration, il se dirige vers une élève fille et lui demande « d'être plus gracieuse dans ses gestes [3]». À proximité, un élève garçon qui reproduisait un geste de célébration de footballeur a été félicité par l'enseignant pour son engagement.

Toutefois, nous retrouvons quelques divergences entre les deux enseignants au niveau de la pratique évaluative observée. D'une part en mathématiques, nous constatons une première divergence en termes de quantité. En effet, 17 épisodes évaluatifs ont été relevés chez Anne contre 41 pour Clément. De plus, la nature des jugements évaluatifs diffère également : Anne privilégie des jugements furtifs, tandis que Clément opte pour des jugements plus appuyés. En EPS, nous retrouvons la même différence concernant le nombre d'épisodes évaluatifs, soit 12 pour Anne et 26 pour Clément. Les ressources utilisées pour la construction de la séance sont différentes : Anne se tourne vers Internet alors que Clément s'appuie sur des éléments de formation. De plus, les jugements évaluatifs varient notablement, avec des jugements furtifs pour Anne et des jugements appuyés pour Clément.

Ces nuances apportent des éclairages sur les pratiques évaluatives des deux enseignants. Elles mettent en effet en évidence des éléments communs qui reflètent une pratique évaluative différente selon le sexe de l'élève concerné, mais aussi des divergences qui soulignent un niveau de prise d'information différent entre ces deux enseignants découlant probablement d'une différence d'ancienneté. Cette analyse enrichit notre compréhension des dynamiques sous-jacentes aux interactions évaluatives en classe et de leur éventuel impact sur les performances et les expériences des élèves.

1.2 Comparaison des logiques évaluatives

À l'image des épisodes évaluatifs, une comparaison des logiques évaluatives a été réalisée pour les deux enseignants dans chaque discipline (voir annexes 3 et 4).

Ces enseignants présentent des similitudes marquantes au niveau de leur logique évaluative en mathématiques. En effet, dans les deux cas, la conception des documents pédagogiques est déléguée aux manuels et l'évaluation est réalisée au moyen du cahier du jour. Les enseignants mettent en œuvre un enchainement d'épisodes évaluatifs sans institutionnalisation spécifique. De plus, la plupart des élèves ne bénéficient pas de jugements évaluatifs individuels, témoignant d'une préoccupation commune face à l'hétérogénéité croissante dans les classes (comme énoncé en entretien ante-séance). L'utilisation de la différenciation et l'absence d'utilisation des notes sont également partagées. Concernant l'EPS, nous faisons le même constat au niveau de l'enchainement des épisodes évaluatifs, en notant toujours l'absence d'une phase d'institutionnalisation. L'évaluation repose sur l'observation et la participation active des élèves chez les deux enseignants. De plus, la différenciation n'est utilisée par aucun d'entre eux.

Des différences ont tout de même été relevées en mathématiques. Anne et Clément présentent un niveau de confiance différent envers l'enseignement de la discipline : Clément « n'est à l'aise dans l'enseignement des mathématiques » car « ce n'est pas sa formation initiale » et Anne n'indique pas d'inconfort dans l'enseignement de cette discipline. Les deux enseignants soulignent une conception différente de l'évaluation : Anne adopte une approche diagnostique et axée sur la progression, tandis que Clément opte pour une vérification et une régulation. En EPS toutefois le niveau de confiance dans

[3] Données issues du verbatim de la séance d'EPS observée

l'enseignement de la discipline s'inverse, Clément se caractérisant par un engagement militant affirmé envers la discipline (militant USEP). Les ressources utilisées sont les mêmes qu'en mathématiques.

1.3 Exemples d'épisodes évaluatifs sélectionnés et analyse par Anne

Dans cette partie, deux épisodes évaluatifs ainsi que leurs explicitations par l'enseignante sont présentés tableau 3. Il s'agit d'épisodes marquants soit en termes de décalage didactique et/ou de biais évaluatifs sexués.

Épisodes évaluatifs sélectionnés	**Éclairages obtenus en post-séance**	
	Commentaire	**Réponse de l'enseignante (Anne)**
Épisode évaluatif 1 : Jugement appuyé avec trace. Arrêt sur image, groupes constitués inscrits au tableau. Choix réalisés en amont de la séance de mathématiques. *Décalage didactique + Biais évaluatif sexué*	L'enseignante explique qu'il s'agit de « groupes de niveaux » car cela lui permet de « voir plus facilement les moins bons élèves » et de donner « plus d'autonomie à ceux qui sont bons ». Nous l'interrogeons sur la mixité des groupes : choix délibérés ? Hasard ? Pourquoi ?	L'intention première était le niveau scolaire mais elle s'est rendu compte « d'un gros déséquilibre au niveau de la mixité ». Elle a donc procédé à une nouvelle modification des groupes car « face à certains problèmes les garçons peuvent expliquer des choses aux filles » et « les filles canalisent les garçons ».
Épisode évaluatif 2 : Jugement furtif sans trace 1 fille / 1 garçon, identifié comme ayant un niveau identique en mathématiques. Les deux élèves travaillent sur le même exercice de déplacement sur quadrillage. L'enseignante vient réguler l'activité des deux élèves. *Biais évaluatif sexué*	« Au niveau de Tristan, l'objectif était de lui donner un indice visuel. » ; « Pour Camille, je reconnais qu'il y a eu du sur-guidage ». Nous l'interrogeons sur les raisons de cette régulation différenciée.	« Tristan a juste besoin de petite relance alors que Camille a besoin de plus d'étayage car c'est difficile pour elle ».

Tableau 3. Extraits de deux épisodes évaluatifs analysés en post-séance

Le premier épisode évaluatif sélectionné correspond aux groupes d'élèves affichés au tableau en début de séance par Anne. Nous avons sélectionné cet épisode évaluatif car il souligne à la fois un décalage dans les intentions didactiques et un biais évaluatif sexué. En effet, lors de l'entretien ante-séance Anne déclarait constituer des groupes « afin d'avoir le même nombre d'interaction avec tous » car elle remarquait « passer beaucoup de temps » avec les élèves en difficulté, les groupes lui permettent donc « de pallier cette différence ». Or au moment de l'entretien post-séance, Anne indique dans un premier temps utiliser ce dispositif pour identifier les différents profils d'élèves et de différencier ses interactions en fonction des profils. Le biais évaluatif sexué apparaît lorsque nous poursuivons la réflexion autour de la répartition filles/garçons dans les groupes. En effet, lors de cette réflexion l'enseignante souligne qu'avoir des groupes mixtes permet que « face à certains problèmes les garçons expliquent aux filles » et que « les filles canalisent les garçons ». À travers ces propos, nous constatons que de nouveau les élèves filles sont cantonnées à des tâches organisationnelles ou de régulation du comportement alors que les élèves garçons sont chargés d'apporter des connaissances, d'expliquer en cas de difficulté. Le deuxième épisode évaluatif révèle également un biais évaluatif sexué. Il s'agit d'une séquence vidéo où l'on peut voir deux élèves (une fille et un garçon) travailler sur le même exercice. Ces deux élèves sont décrits par l'enseignante en entretien *ante-séance* « comme ayant un niveau identique en mathématiques, plutôt moyen ». Anne se dirige vers ces deux élèves qui semblent en difficulté sur l'exercice pour autant elle n'apporte pas la même régulation. Au moment de l'auto-confrontation en *post*-séance, l'enseignante nous indique qu'elle a identifié le même type d'erreur chez les deux élèves mais qu'elle a opté pour « *u*n indice visuel » à Tristan et elle reconnait face aux images « avoir été dans le sur-guidage » avec Camille. Nous lui demandons de poursuivre sa réflexion et de nous préciser la raison de cette différence. La réponse apportée est que « Tristan a juste besoin de petite relance », l'enseignante le décrit comme un élève plutôt réactif alors que Camille « a besoin de plus d'étayage car c'est difficile pour elle », et elle est décrite par l'enseignante comme « inhibée face à l'erreur ». C'est une pratique que nous avons pu relever à plusieurs reprises dans les deux disciplines. Il est donc observé ici que l'image qu'un enseignant se forge de son élève est imprégnée de stéréotypes sexués, et cela semble influencer le choix des stratégies de régulation employées. En effet, à niveau scolaire égal, cette enseignante utilisera, lors des deux séances observées, le sur-guidage uniquement pour les élèves filles.

2 Résultats globaux de l'étude

Dans cette sous-partie, il s'agit de présenter des éléments de résultats obtenus avec l'ensemble de l'échantillon d'enseignants observés soit 4 enseignants et 95 élèves. Nous présentons d'abord des éléments autour de la répartition des épisodes évaluatifs dans les deux disciplines concernées, puis dales éléments autour des pronostics émis par les enseignants.

À l'aide d'une grille d'observation, nous avons pu quantifier puis classifier les différents épisodes évaluatifs observés en fonction du sexe des élèves dans les deux disciplines (figure 3). Ces observations, nous permettent de constater une prédominance des épisodes évaluatifs à destination des élèves garçons dans les deux disciplines. En effet, en mathématiques 49 épisodes évaluatifs sur 85 sont à destination des élèves garçons contre 36 pour élèves filles. De même en EPS, 42 épisodes sur 74 sont destinés aux élèves garçons contre 32 sur 74 pour les élèves filles. Il est à noter que les épisodes évaluatifs sont principalement appuyés et sans trace en mathématiques avec une régulation majoritairement proactive. De même en EPS, nous retrouvons la dominance des épisodes évaluatifs appuyés et sans trace mais la régulation est principalement interactive.

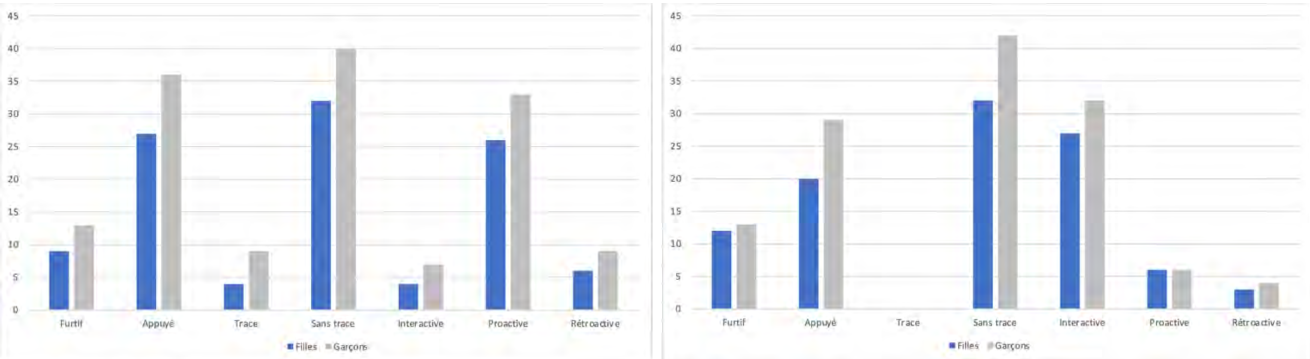


Figure 3 : Répartition des épisodes évaluatifs en mathématiques (a) et en EPS (b)

Les deux tableaux suivants combinent les données issues des entretiens ante-séance autour des portraits (de l'ensemble des élèves de la classe) et des pronostics (pour les élèves cibles) que les enseignants ont réalisés. Nous constatons que les portraits *ante*-séance sont stéréotypés en effet, nous retrouvons principalement les termes « stressée », « souriante », « « réservée, « introvertie », « en difficulté », « chipie » dans les portraits des élèves filles alors que pour les élèves garçons ce sont les termes « performant », « rapide », « turbulent », « désorganisé », « feignant » qui ressortent.

Quant aux pronostics de réussite, ils oscillent entre 30 à 75% pour les élèves filles alors que tous les enseignants déclarent pouvoir atteindre 100% de réussite chez les élèves garçons en EPS, et alors même que certains élèves garçons cibles sont qualifiés comme « en difficulté » lors de l'entretien ante-séance. Pour les mathématiques, les pronostics de réussite pour les élèves filles sont entre 25 et 50% contre 50% à 100% pour les élèves garçons. On remarque donc que les pronostics sont toujours plus défavorables pour les élèves filles dans les deux disciplines.

Enseignants	Enseignant 1 4 filles sélectionnées	Enseignant 2 4 filles sélectionnées	Enseignant 3 3 filles sélectionnées	Enseignant 4 3 filles sélectionnées
Description élèves cibles EPS	Stressée Timide Réservée Souriante	Tonique Réservée Volontaire	Introvertie Discrète	Concentrée Toute gentille Chipie
Description élèves cibles mathématiques	Soigneuse Paniquée Verbalise Manque de confiance	Soigneuse Appliquée Participe	Des difficultés Pas excellente Compris les codes de l'élève	Posée Sérieuse Autonome
Pronostics réussite en EPS	3/4	4/4	1/3	2/3
Pronostics réussite en mathématiques	1/4	2/4	1/3	1/3

Tableau 4. Portraits et pronostics de réussite pour les élèves filles.

Enseignants	Enseignant 1 2 garçons sélectionnés	Enseignant 2 2 garçons sélectionnés	Enseignant 3 3 garçons sélectionnés	Enseignant 4 3 garçons sélectionnés
Description élèves cibles EPS	Très bon Tonique Rapide	Turbulent Bonne capacité	Feignant Hyperactif Performant	Sportif Ne suit pas les règles Performant
Description élèves cibles mathématiques	Désorganisé Excellent	Performant Peu concentré	Ne se donne pas les moyens Veut aller vite Performant	Feignant Performant Logique
Pronostics réussite en EPS	2/2	2/2	3/3	3/3
Pronostics réussite en mathématiques	1/2	2/2	2/3	2/3

Tableau 5. Portraits et pronostics de réussite pour les élèves garçons.

IV - ANALYSES ET DISCUSSION

Les premiers résultats présentent plusieurs aspects. À propos des portraits évaluatifs des enseignants, on peut décrire ces enseignants comme étant préoccupés par la réussite de leurs élèves. Certaines caractéristiques émergent, notamment une utilisation fréquente de jugements appuyés (74% en mathématiques et 66% en EPS) et d'évaluations sans trace (84% des épisodes évaluatifs en mathématiques et 100% en EPS). La régulation varie également selon la discipline, avec une approche plutôt proactive en mathématiques (70% des interactions utilisées) et interactive en EPS (80% des interactions relevées). Par ailleurs, il est intéressant de noter une différence dans la collecte d'informations entre les deux disciplines, avec 85 épisodes évaluatifs relevés en mathématiques contre 74 en EPS. Il est également notable que les épisodes évaluatifs ciblent plutôt les élèves garçons dans les deux disciplines (49 sur 85 en mathématiques et 32 sur 74 en EPS), rejoignant ainsi les constats antérieurs de Verscheure (2005, 2009) sur le contrat didactique différentiel. Les élèves garçons semblent bénéficier d'une meilleure prise d'information sur l'avancée de leurs connaissances dans les deux disciplines observées. En ce qui concerne la complexité des tâches, les activités proposées par Anne semblent de faible complexité probablement liée à sa récente titularisation et à ses appréhensions concernant les besoins des élèves. En revanche, l'activité de Clément est d'un niveau de complexité moyen, bien que ses interactions pédagogiques soient peu approfondies en raison de son inconfort dans cette discipline. Par ailleurs, des éléments indiquent un décalage entre les intentions didactiques évaluatives et les pratiques réelles. Les observations en classe suggèrent une possible influence du genre dans la collecte d'informations en matière d'évaluation, avec une prédominance des épisodes évaluatifs dirigés vers les élèves garçons. Cette observation contraste avec les déclarations des enseignants affirmant évaluer de manière équitable toute la classe. De plus, les épisodes évaluatifs semblent être influencés par des stéréotypes sexués, tant en termes quantitatifs que qualitatifs. En effet, il y a une concentration importante d'épisodes évaluatifs pour les élèves garçons par rapport aux filles dans les deux disciplines. Qualitativement, les épisodes évaluatifs pour les filles sont souvent associés à un sur-guidage ou une sur-validation des élèves garçons, avec un faible niveau pédagogique. Ce constat rejoint des travaux antérieurs (Monnard et Sgard, 2016 ; Jarlégan, 2016), soulignant des différences dans les attentes pédagogiques en fonction du genre. Enfin, une observation pointe vers une « mixité biaisée », où la présence des garçons dans les groupes semble être associée à des attentes de soutien et d'explications envers les filles, tandis que les filles sont perçues comme contribuant à la gestion du groupe. En conclusion, ces premiers résultats suggèrent l'émergence d'un contrat didactique en évaluation différencié, reflétant des stéréotypes sexués dès l'école élémentaire. Cela se traduit par des différences dans les attentes et les retours en fonction du genre de l'élève, générant des inégalités dans l'évaluation finale. Par ailleurs, ces observations renforcent l'idée que la construction de l'égalité des sexes nécessite la sensibilisation des élèves aux questions de genre et surtout la déconstruction des pratiques évaluatives stéréotypées des enseignants. L'auto-confrontation et la construction d'une pratique inclusive par les différents acteurs semblent être des approches à privilégier sur le long terme.

V - BIBLIOGRAPHIE

Allal, L. (1988), Vers un élargissement de la pédagogie de maîtrise : processus de régulation interactive, rétroactive et proactive. Dans Huberman, M. (dir.), *Assurer la réussite des apprentissages scolaires. Les propositions de la pédagogie de maîtrise* (p. 86-126). Paris : Delachaux et Niestlé.

Amade-Escot, C., Elandoulsi, S. et Verscheure, I. (2015). Physical Education in Tunisia: Teachers' Practical Epistemology, Students' Positioning and Gender Issues. *Sport, education and society*, *20*(5), 656-675.

Brière-Guenoun, F. (2005). *De l'observation des pratiques aux connaissances mobilisées par le professeur dans l'interaction didactique. Le cas du franchissement par redressement au saut de cheval*. Thèse de doctorat. Orléans : Université d'Orléans.

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contrat. *Recherches*, *41*, 177-182.

Cogérino, G. et Mnaffakh, H. (2008). Évaluation, équité de la note en éducation physique et norme d'effort. *Revue française de pédagogie*, *164*, 111-122.

Couchot-Schiex, S. (2013). Les normes de sexes dans les interactions enseignant-e et élèves. Deux études de cas en éducation physique et sportive. Dans C. Morin-Messabel et M. Salle (dir.), *À l'école des stéréotypes. Comprendre et déconstruire*. Paris : L'Harmattan.

Couchot-Schiex (dir.) (2017a). *Le genre*. Paris : Editions EP&S.

Couchot-Schiex, S. (2017b). Avec le genre : actualisation du débat nature/culture. Dans S. Couchot-Schiex (dir*.), Le genre* (pp. 47-64). Paris : Editions EP&S.

Couchot-Schiex, S. (2019). *Du genre en éducation. Pour des clés de compréhension d'une structure du social*. Paris : L'Harmattan.

Crahay, M. (2006). *L'évaluation des élèves entre mesure et jugement*. Dans G. Figari et L. Mottier-Lopez (dir.), *Recherche sur l'évaluation en éducation* (p 132-138). Paris : L'Harmattan.

David, B. (2000). *Éducation physique et sportive. La certification au baccalauréat.* Paris : INRP.

David, B. (2003). *La certification en EPS.* Dans C. Amade-Escot *(dir.), Didactique de l'EPS. État des recherches* (p 279-306). Paris : Revue EPS.

Dayer, C. (2017). Quand le sport prend corps : des processus de discrimination aux vecteurs d'égalité. Dans S. Couchot-Schiex (dir.), *Le genre* (p. 47-64). Paris : Editions EP&S.

Duru-Bellat, M. (1995). Note de synthèse Filles et garçons devant l'école. *Revue française de pédagogie*, *110*, 75-109.

Duru-Bellat, M. (2004). *L'école des filles : quelle formation pour quels rôles sociaux ? Deuxième édition revue et actualisée.* Paris : L'Harmattan.

Duru-Bellat, M. (2016). À l'école du genre. *Enfances & Psy*, *69*, 90-100.

Duru-Bellat, M. (2017). *La tyrannie du genre*. Paris : Presse de Sciences Politiques.

Duru-Bellat, M. et Jarlégan, A. (2001). Garçons et filles à l'école primaire et dans le secondaire. Dans T. Blöss (dir.), *La dialectique des rapports hommes-femmes* (p. 73-88). Paris : Presses Universitaires de France.

Hurtig, M.-C., Kail, M. et Rouch, H. (dir.) (2002). *Sexe et genre : de la hiérarchie entre les sexes* (2ème éd.). Paris : CNRS.

Jarlégan, A. (1999). *La fabrication des différences : sexe et mathématiques à l'école élémentaire*. Thèse de doctorat. Dijon : Université de Bourgogne.

Jarlégan, A. (2016). Genre et dynamique interactionnelle dans la salle de classe : permanences et changements dans les modalités de distribution de la parole. *Le français aujourd'hui*, *193*, 77-86.

Jorro, A. (2009). *La reconnaissance professionnelle en éducation : évaluer, valoriser, légitimer*. Ottawa : Presses de l'Université d'Ottawa.

Kiwan-Zacka, M. et Piedfer-Quêney, L. (2023). *L'évaluation scolaire : panorama international des réglementations et des pratiques.* Cnesco-Cnam.

Lafontaine, D. et Toczek-Capelle, M.-C. (2022). L'évaluation en classe au service de l'apprentissage des élèves : rapport de synthèse. CNESCO-CNAM.

Merle, P. (1996). *L'évaluation des élèves. Enquête sur le jugement professoral*. Paris : PUF.

Merle, P. (2018)*. Les pratiques d'évaluation scolaire. Historique, difficultés, perspectives*. Paris : PUF.

Monnard, M. et Sgard, A. (2016). L'usage genré de l'espace scolaire : l'exemple des espaces interstitiels. Dans A. Léchenet (dir.), *Former à l'égalité : défi pour une mixité véritable* (p. 181-194). Paris : L'Harmattan.

Mosconi, N (1994). *Femmes et Savoir. La société, l'école et la division sexuelle des savoirs. Recherche & Formation*, *17*, 163-165.

OCDE (2014). *Les pratiques professionnelles des enseignants.* Rapport TALIS 2013.

OCDE (2019). *Des enseignants et chefs d'établissement en formation à vie.* Rapport TALIS 2018.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *2*(4), 505-528.

Sarrazy, B. (1995). Note de synthèse. Le contrat didactique. *Revue française de pédagogie*, *112*(1), 85-118.

Sayac, N. (2017a). *Approche didactique pour l'évaluation et ses pratiques en mathématiques : enjeux d'apprentissages et de formation*. Note de synthèse pour le diplôme d'Habilitation à diriger des recherches. Paris : Université Paris Diderot.

Sayac, N.(2017b). Étude des pratiques évaluatives en mathématiques des professeurs des écoles en France : une approche didactique à partir de l'analyse des tâches données en évaluation. *Mesure et évaluation en éducation, 40*(2), 1-31.

Sayac, N. (2019). Approche didactique de l'évaluation et de ses pratiques en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 39*(3), 283-329.

Schubauer-Leoni, M.L. (1996). Étude du contrat didactique pour des élèves en difficulté en mathématiques. Problématique didactique et/ou psychosociale. Dans C. Raisky et M. Caillot (dir.), *Au-delà des didactiques, le didactique* (p. 159-189). Bruxelles : De Boeck.

Verscheure, I. (2005). Dynamique différentielle des interactions didactiques et co-construction de la différence des sexes en Education Physique et Sportive. Le cas de l'attaque en volley-ball en lycées agricoles. Thèse de doctorat. Toulouse : Université Toulouse III Paul Sabatier.

Verscheure, I. (2009). Modalités de direction d'étude et apprentissage de l'attaque en volley-ball : quels effets de genre ?. *Ejournal sur la recherche sur l'intervention en éducation physique et sport, 18*. [En ligne].

Verscheure, I. et Barale, C. (2020). Conduire le changement des pratiques didactiques pour lutter contre les inégalités de sexe en EPS : effets d'une recherche collaborative longitudinale. Dans I. Verscheure et I. Collet (dir.), *Genre : Didactique(s) et pratiques d'enseignement. État des recherches francophones*. Berlin : Peter Lang.

Verscheure, I., Debars, C., Amade-Escot, C. et Vinson, M. (2019a). Saisir les co-déterminations du pédagogique et du didactique dans les pratiques d'enseignement. *Revue des sciences de l'éducation, formation et évaluation.*

Vigneron, C. (2006). Les inégalités de réussite en EPS entre filles et garçons : déterminisme biologique ou fabrication scolaire ? *Revue française de pédagogie, 154,* p. 111-124.

ANNEXE 1 : PORTRAITS ÉVALUATIFS EN MATHÉMATIQUES

	ANNE	CLÉMENT
Moments	17 épisodes évaluatifs identifiés 58% pour les garçons	41 épisodes évaluatifs identifiés 61 % pour les garçons
Tâches	Les tâches proposées sont issues de différentes sources : un manuel ; un atelier issu d'une présentation en formation continue par une CPC et 3 ateliers trouvés élaborés à partir d'internet. Complexité variée autour du repérage sur quadrillage et le codage.	La tâche proposée provient du manuel « J'apprends les mahs » de chez Retz. Une activité pour chaque niveau. Les CM1 en autonomie autour de la technique opératoire de la division. Les CM2, correction collective avec le PE d'un exercice de comparaison de fractions décimales. Il s'agit d'une séance d'entrainement pour les deux niveaux ; avec un niveau de complexité moyen.
Gestion Régulation	Beaucoup de jugements furtifs et sans trace. Aucun jugement ne donne lieu à une trace écrite. La régulation est principalement interactive. L'enseignante se déplace de groupe en groupe et en fonction des erreurs et sollicitations des élèves. Rétroactive une fois car une différenciation est proposée car l'élève était trop en difficulté. Quelques régulations proactives après le changement d'atelier.	Beaucoup de jugements appuyés et sans trace. Aucun jugement ne donne lieu à une trace écrite. La régulation est principalement interactive parfois rétroactive quand nécessité de corriger la réponse d'un élève. L'enseignant interroge à tous de rôle les élèves mais ne se déplace pas.
Contrat didactique en évaluation	Le contrat didactique autorise les élèves à poser des questions et montrer leurs erreurs mais très peu leurs procédures. L'enseignante est souvent dans le sur-guidage.	Le contrat didactique autorise les élèves à montrer leurs erreurs mais aucune question de leur part. Une parité quantitative au niveau des interactions mais qualitativement des propositions réalisées par les filles et des validations par les élèves garçons. L'enseignant est dans le surguidage au niveau des procédures notamment pour les élèves filles.

ANNEXE 2 : PORTRAITS ÉVALUATIFS EN EPS

	ANNE	CLÉMENT
Moments	12 épisodes évaluatifs identifiés 75% pour les garçons	26 épisodes évaluatifs identifiés 65% pour les garçons
Tâches	Bas niveau de complexité. La tâche proposée est issue d'internet avec une variation apportée par l'enseignante pour s'adapter à un des thèmes de la période (Halloween). L'activité physique choisie pour la séance est un jeu collectif sans ballon.	Les tâches proposées sont issues d'une séquence obtenue en formation. La thématique de la séance est le tempo (lent/rapide). La séance est découpée en différentes phases : échauffement, rappel de la séance précédente, entrainement spécifique et démonstration devant le reste du groupe.
Gestion Régulation	Beaucoup de jugements furtifs et sans trace. Aucun jugement ne donne lieu à une trace écrite. La régulation est principalement interactive car il y a une mauvaise compréhension des consignes de la part du groupe. Plutôt dans le respect de la règle que dans l'acquisition de compétences physiques.	Beaucoup de jugements appuyés et sans trace. Aucun jugement ne donne lieu à une trace écrite. La régulation est principalement interactive à destination des élèves garçons car beaucoup de problèmes de discipline dans cette séance. L'enseignant se déplace dans la salle en fonction de ses observations et des problèmes de comportement. Un temps dans chaque phase est consacré au placement des élèves garçons. Les interactions avec les filles sont pédagogiquement plus poussées car APSA connotée féminine.
Contrat didactique en évaluation	Le contrat didactique autorise les élèves à poser quelques questions en début de séance et réalisation d'un bilan en fin de séance par les élèves. Durant la séance uniquement l'enseignante intervient, dans le sur-guidage (va tenir une élève pour faire un exemple)	Le contrat didactique n'autorise pas les élèves à poser des questions mais ils peuvent porter un jugement sur les productions présentées lors du temps collectif en fin de séance. L'enseignant n'a pas la même exigence avec les élèves garçons. Forte transformation de la tâche de la part des élèves garçons.

ANNEXE 3 : LOGIQUES ÉVALUATIVES EN MATHÉMATIQUES

	ANNE	CLEMENT
Conception des documents	Le manuel *Outils pour les maths*, Magnard est utilisé pour la majorité des documents. La conception des documents est déléguée au manuel. Les 3 ateliers réalisés par l'enseignante sont de bas niveau de complexité. Ce qui est en lien avec les difficultés à cibler les besoins des élèves exprimées lors de l'entretien.	Le manuel *J'apprends les maths* de chez Retz est utilisé ainsi que le guide du maître associé. La conception des documents est déléguée au manuel. L'enseignant utilise son expérience et les observations réalisées en classe pour adapter la temporalité.
Jugement profession-nel et didactique en évaluation (JPDE)	Pour évaluer les acquis des élèves, elle utilise principalement « le cahier du jour ou des ateliers individuels de manipulation ». Elle « n'aime pas utiliser le terme évaluation » avec ses élèves car « certains craignent l'échec ». La séance est constituée d'épisodes évaluatifs qui s'enchaînent à la suite. Il n'y a pas d'institutionnalisation. L'avancée du temps didactique repose sur les questions et erreurs des groupes et les explications données par l'enseignante à chacun. Il n'y a pas de moment collectif. Les jugements furtifs portés restent superficiels en matière de connaissances didactiques car ils ne sont pas toujours adaptés aux difficultés ou obstacles rencontrés par les élèves. Les jugements évaluatifs appuyés sont principalement à destination des élèves dit en difficulté ou potentiellement en difficulté. La majorité de la classe ne bénéficie pas de jugements évaluatifs permettant à l'enseignante de connaître l'avancée des connaissances de ses élèves.	Pour évaluer les acquis des élèves, il utilise principalement « le cahier du jour avec des exercices ciblés spécifiquement ». Il « n'aime pas utiliser le terme évaluation » car cela déstabilise certains élèves. Il ne suit pas la temporalité du manuel au niveau des évaluations périodiques. La séance est constituée d'épisodes évaluatifs qui s'enchaînent à la suite. Il n'y a pas d'institutionnalisation. L'avancée du temps didactique repose sur les réponses apportées par les élèves et les explications données par l'enseignant à chacun. Les jugements évaluatifs appuyés restent superficiels en matière de connaissances didactiques et il y a une alternance entre les élèves dit en difficulté (principalement des filles) et les bons élèves (principalement des élèves garçons). La majorité de la classe ne bénéficie pas de jugements évaluatifs permettant à l'enseignant de connaître l'avancée des connaissances de ses élèves.
Croyances et représenta-tions	L'enseignante se dit « plutôt à l'aise » pour enseigner la discipline. Elle qualifie l'évaluation comme « un moyen de diagnostiquer, réguler et progresser ». Elle évalue « la progression des élèves », elle reprend plusieurs fois les notions sur l'année pour « permettre à tous de valider à un moment donné » la notion étudiée.	L'enseignant n'est « pas à l'aise » pour enseigner la discipline car il est en difficulté avec l'hétérogénéité du groupe et parce que « ce n'est pas sa formation ». Il qualifie l'évaluation comme « un moyen d'estimer, de vérifier et de réguler ». L'évaluation est pour lui quotidienne.
Caractéristi-ques propres	L'enseignante présente un ensemble de représentations sociales sur les élèves comme un « écart de niveau scolaire entre les catégories sociales opposées », « un manque de mixité sociale dans certaines écoles », « un éloignement des familles par rapport à l'école ». Beaucoup d'importance est accordée aux élèves en difficulté et elle délègue beaucoup à ceux dit en réussite car « elles/ils sont capables de travailler correctement	Il déplore une baisse du niveau social des familles et une hétérogénéité depuis en plus en plus importante entre les élèves. Il se pense vigilant autour de l'égalité des chances. C'est un enseignant qui se décrit comme « militant » sur ces questions dans la vie quotidienne, il fait partie de plusieurs associations.

	en autonomie ». Elle ne s'assure pas forcément de la bonne compréhension de ceux « au milieu ».	
Note	Elle n'utilise pas de note car elle « ne trouve pas cela représentatif et juste » mais plutôt un code couleur et les dénominations utilisées dans le LSU c'est-à-dire A pour Acquis, C pour à consolider, EA pour en voie d'acquisition et NA pour non acquis. L'évaluation différenciée est utilisée en mathématiques pour les élèves qui éprouvent des difficultés (car elle « en ressent plus le besoin au vu de certains profils d'élèves présents dans sa classe »)Pour l'exploitation des évaluations proposées, il n'y a pas vraiment de retour direct avec les élèves, elle les utilise surtout pour avancer ou non dans sa progression. Pour cela, « elle analyse les résultats obtenus par chaque élève et repropose parfois pour certains un nouveau temps d'entrainement si la notion n'a pas été comprise ».	Il n'utilise pas de note mais les lettres A/B/C/D et le LSU qu'il complète à la fin de chaque trimestre. Il évalue régulièrement sans mettre de note. L'évaluation différenciée n'était pas utilisée avant par cette enseignant mais depuis la présence d'une hétérogénéité dans sa classe il a été obligé de l'intégrer dans sa pratique. Mais la différenciation proposée est importante car les élèves très en difficulté ne travaillent même pas sur les mêmes notions cela relève plutôt du plan de travail. Pour l'exploitation des évaluations proposées, il n'y a pas vraiment de retour direct avec les élèves, l'enseignant les utilise surtout pour avancer ou non dans sa progression.

ANNEXE 4 : LOGIQUES ÉVALUATIVES EN EPS

	ANNE	CLEMENT
Conception des documents	Activité issue d'internet.	Séquences obtenues en formation il y a quelques années. L'enseignant s'est constitué un classeur d'APSA qu'il réutilise chaque année.
Jugement profession-nel et didactique en évaluation (JPDE)	La séance est constituée d'épisodes évaluatifs qui s'enchaînent à la suite. L'avancée du temps didactique repose sur les erreurs du groupe et les explications données par l'enseignante. Les jugements furtifs utilisés portent exclusivement sur le respect de la règle ou non. Les jugements évaluatifs appuyés sont principalement à destination des élèves dit en difficulté ou potentiellement en difficulté. La majorité de la classe ne bénéficie pas de jugements évaluatifs permettant à l'enseignante de connaître l'avancée des connaissances de ses élèves.	La séance est constituée d'épisodes évaluatifs qui s'enchaînent à la suite. Il y a une alternance entre les moments collectifs et individuels. Il n'y a pas d'institutionnalisation. L'avancée du temps didactique repose sur les observations réalisées par l'enseignant. L'enseignant identifie en EPS une dimension plaisir importante qu'il est nécessaire de prendre en compte c'est pourquoi son évaluation est basée sur la participation des élèves et non pas sur une performance ou progression. Les épisodes évaluatifs appuyés sont principalement à destination des garçons car ils modifient de manière importante la tâche initiale. Toutefois les interactions sont plus poussées pédagogiquement pour les élèves filles. La majorité de la classe ne bénéficie pas de jugements évaluatifs permettant à l'enseignant de connaître l'avancée des connaissances de ses élèves car les interventions sont principalement réservées à la régulation du comportement d'un groupe d'élève garçon.
Croyances et représenta-tions	L'enseignante se dit « plutôt à l'aise » pour enseigner la discipline « sauf pour quelques APSA comme la natation » par « manque de formation ». Idem concernant le rôle attribué à l'évaluation.	L'enseignant se dit « très à l'aise » dans l'enseignement de l'EPS car cela correspond à sa formation initiale et durant son année de stage il intervenait spécialement en EPS toutes les matinées dans des classes. Il souligne que « l'EPS n'a pas la même valeur dans le cursus scolaire que les mathématiques ».
Caractéris-tiques propres	Idem	Idem L'enseignant est militant USEP, il est investi localement pour la promotion du sport scolaire.
Note	Elle n'utilise pas de note car elle « ne trouve pas cela représentatif et juste » mais plutôt une grille d'observation et les dénominations utilisées dans le LSU c'est-à-dire A pour Acquis, C pour à consolider, EA pour en voie d'acquisition et NA pour non acquis. L'enseignante n'utilise pas l'évaluation différenciée en EPS, c'est-à-dire qu'elle ne propose pas de contenus différents en fonction des élèves pour l'évaluation en EPS. Idem pour l'exploitation des évaluations.	L'enseignant a longtemps utilisé la grille d'observation mais aujourd'hui il base son évaluation sur ses observations. Il complète le LSU à la fin de chaque trimestre. Il n'utilise pas l'évaluation différenciée. Pour la séquence de danse contemporaine l'enseignant réalisé un retour direct aux élèves après les démonstrations de chaque groupe mais c'est une modalité « qu'il utilise exclusivement pour cette APSA ou pour l'acrosport par exemple. »

L'APPRENTISSAGE DES LEÇONS HORS CLASSE EN CYCLE 3

Laure GUÉRIN
Formatrice, IREM Clermont Ferrand
laure-catherine.guerin@ac-clermont.fr

Résumé
À l'école primaire, aucun devoir écrit n'est supposé être demandé hors la classe. Cependant, les enseignants donnent des leçons à relire et à apprendre à la maison. Cette mémorisation peut amener à des résultats bien différents en termes d'apprentissages. L'aide apportée par la famille, souvent par les parents, peut être bénéfique pour l'élève ou l'éloigner des rapports institutionnellement attendus. Pour analyser ce qui se joue dans le travail hors classe, nous avons choisi de modéliser l'étude grâce au *milieu du schéma herbartien* et aux *noyaux cognitifs* (Chevallard, 2020) issus de la Théorie Anthropologique du Didactique. Cette contribution, qui s'appuie sur la thèse, *Le travail personnel des collégiens en mathématiques hors classe : une étude didactique* (Guérin, 2020), propose, dans un premier temps, d'exposer des résultats saillants relatifs à l'apprentissage des leçons hors la classe, en classe de sixième (cycle 3). En particulier, nous développons les spécificités liées aux territoires selon trois types d'établissements : REP (réseau d'éducation prioritaire), urbain et rural non REP. Dans un deuxième temps, nous expliquons comment notre travail peut être transposé dans le premier degré à travers l'impact des organisations mathématiques et didactiques mises en place par l'enseignant dans la classe. Plusieurs cas sur le thème des aires et périmètres sont détaillés.

À l'école primaire est encore en vigueur la circulaire du 28 janvier 1971, réaffirmée récemment, qui stipule qu'« il reste interdit dans l'enseignement élémentaire, de donner des travaux écrits à exécuter à la maison ou en étude. » On peut lire actuellement sur le site du ministère : « Peuvent être donnés à la maison un travail oral (lecture ou recherche par exemple), des leçons à apprendre ». Le travail à la maison à l'école est donc possible, tant qu'il est oral ou dans la mesure où il consiste à apprendre une leçon. Comme le montrent les extraits de cahiers de textes et agendas issus de cours moyens suivants, les enseignants donnent des leçons à lire ou à apprendre : « lire la leçon M5 » ; « apprendre la leçon sur les multiples » ; « relire les nombres décimaux » ; « leçon n°12 ». Il est ainsi légitime de se poser la question du comment apprendre efficacement. Cette ligne de conduite semble pourtant être de plus en plus nuancée depuis l'apparition du dispositif « devoirs faits » en 2017, qui a suscité des interrogations sur les inégalités scolaires. En particulier en CM2, il est aussi autorisé dans le cadre de la préparation à la classe de sixième de donner des exercices comme « introduction du travail écrit ». Notre texte a pour objet d'étude l'apprentissage des leçons hors la classe en cycle 3. Les exemples et les résultats présentés ici sont issus de ma thèse, qui concerne plus largement des élèves de collège, s'intitulant « Le travail personnel des collégiens en mathématiques hors la classe. Une étude didactique ». Dans une première partie, nous présenterons quelques résultats saillants et quelques spécificités de l'apprentissage en fonction des différents territoires. Dans une deuxième partie, nous développerons le travail personnel des élèves de sixième. Plus particulièrement, on s'intéressera à la façon dont les élèves apprennent leurs leçons de mathématiques à la maison en fonction du travail proposé en classe par les professeurs de sixième ainsi qu'en fonction de leur niveau en mathématique : plus ou moins avancé. De nombreux points présentés sur ce niveau de classe peuvent s'appliquer à l'école primaire, notamment en CM2. Nous conclurons ce texte par une possible transposition de ce travail à l'école primaire.

I - LA PROBLÉMATIQUE

1 Le point de vue des enseignants

Une brève enquête auprès de quelques professeurs du secondaire m'a permis d'appréhender la façon dont les enseignants s'emparent de la problématique du travail personnel. À la question « que conseillez-vous à vos élèves pour travailler les mathématiques à la maison ? », on assiste à des non-réponses, à des enseignants qui soufflent ou encore à des réponses du type « Ah ben là je sèche un peu ! », « Euh franchement je n'en sais rien ! ». Ces résultats ne sont pas vraiment étonnants et s'expliquent de par la position des enseignants au sein de l'institution scolaire. En effet, les professeurs ont accès au produit de l'apprentissage des leçons de leurs élèves mais sont privés du regard des gestes de ces mêmes élèves pour réaliser ce travail. Si certains ne savent pas quoi répondre, d'autres se font le relais des conseils émanant du ministère de l'éducation nationale, dans lesquels les représentations sociales ont un poids important.

2 Le point de vue institutionnel

Les dispositifs mis en place par le ministère de l'éducation nationale (MEN) pour réduire les inégalités en termes de travail scolaire à l'école primaire s'appuient en grande partie sur le rapport n°86 de l'inspection générale de l'éducation nationale, paru en 2008. Ce texte met en avant la nécessité du travail à la maison comme un complément au temps scolaire de la classe et la possibilité d'apporter une aide aux écoliers grâce à certaines « bonnes pratiques » pour apprendre les leçons. Ces pratiques sont identifiées dans ce rapport. On peut lire par exemple dans le guide : « Recopier plusieurs fois certains passages ou simplement les informations importantes » ; « Mémoriser lignes par lignes ou paragraphes par paragraphes » ; « Fermer les yeux et revoir la leçon ». Filip, qui est un élève de début de collège considéré comme faible par ses professeurs, répond en tout point aux critères de ces pratiques dites efficaces. Il s'isole face au mur et répète inlassablement « petit bout par petit bout » pendant une heure la définition de la médiatrice d'un segment qu'il doit apprendre pour le lendemain et sur laquelle il sera interrogé. Il ne ménage pas ses efforts. Pourtant, il ne parviendra pas à obtenir plus de 1 sur 10 et déclare « ne plus rien se souvenir le jour du contrôle ». Alors, comment a-t-il appris ? Filip lit les phrases écrites en rouge dans son cahier et fixe un point au mur. On voit ses lèvres bouger et on l'entend murmurer. Il a par exemple découpé la première définition à apprendre, non pas en unités de sens, mais de la façon suivante : « La médiatrice »« d'un segment est »« la droite perpendiculaire »« au segment passant »« par son milieu ». À travers les gestes d'étude de cet élève, on peut entrevoir que le discours très général diffusé par le ministère et relayé par certains enseignants ne permet pas d'armer solidement les élèves face à l'apprentissage des leçons. Au fil de notre recherche nous avons rencontré d'autres élèves, qui, comme Filip, passent plusieurs heures à apprendre, pour une efficacité bien faible.

3 Les questions de recherche

C'est à partir de ces constats que les questions de recherche ont émergé. En premier lieu, quelles sont les techniques d'étude des élèves pour apprendre une leçon en mathématiques développées hors du temps scolaire ? Cette problématique est étudiée dans notre texte en classe de sixième ainsi qu'au regard de trois paramètres, dont on pense qu'ils ont une influence. Tout d'abord, le niveau de l'élève en mathématiques, ce qui nous amène à considérer cette nouvelle question : quelles différences existe-t-il dans la constitution du milieu d'étude de la leçon entre les élèves avancés en mathématiques et ceux moins avancés ? Ensuite on considère le type d'établissement fréquenté par l'élève : réseau d'éducation prioritaire, rural ou urbain. Enfin, on prend en compte le travail réalisé en classe, à travers les organisations mathématique et didactique initiées par le professeur de la classe. Dans la partie suivante, nous vous présentons quelques résultats relatifs à ce questionnement ainsi que les éléments méthodologiques et théoriques qui ont guidé notre analyse.

II - QUELQUES RÉSULTATS SAILLANTS

Pour répondre aux questions de recherche, une approche statistique par questionnaires a été réalisée sur un panel de 786 élèves, représentatif au seuil des 95 % de la région Auvergne en termes de répartition dans les différents types d'établissements : réseau d'éducation prioritaire (REP), rural et urbain. Elle nous a permis d'obtenir une première esquisse du milieu d'étude des collégiens auvergnats.

1 Spécificités en fonction des territoires : zones rurales, urbaines non REP et zones REP

Pour apprendre leurs leçons, les élèves ne se retrouvent pas toujours en autonomie, et certainement encore moins à l'école primaire par rapport aux collégiens. Les parents, les frères et sœurs, les voisins, ou encore des intervenants des dispositifs d'aide aux devoirs, de la garderie du soir, peuvent faire réciter l'enfant, lui expliquer des points non compris, ou encore lui poser des questions. Ils constituent des aides à l'étude. Il existe un fort investissement du milieu familial en classe de sixième, et qui diminue jusqu'en troisième, quel que soit le niveau en mathématiques de l'élève. Dans les zones rurales, cette aide est encore plus importante que dans les autres types d'établissement.

Par exemple, la mère de Bastien explique à son fils comment se souvenir de la formule de calcul de l'aire du parallélogramme plus facilement : il faut déplacer l'aire du triangle vert ci-dessous, comme indiqué par la flèche, afin de recréer un rectangle. On trouve alors la formule "$côté \times hauteur$".

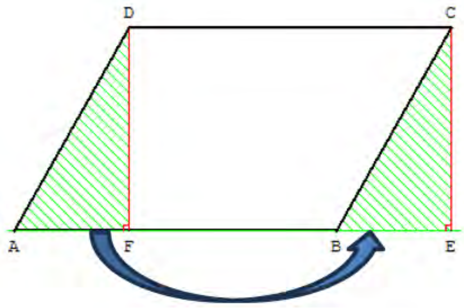


Figure 1. Aire du parallélogramme par découpage

La sœur de Jade, quant à elle, aide Jade à apprendre ses leçons en inventant des histoires pour l'aider à mémoriser : « Elle me raconte des histoires pour apprendre. Le périmètre tu imagines une limace qui veut manger la salade et qui fait le tour de la figure. Et l'aire c'est le hamburger, tu manges ce qu'il y a dedans ».

On entrevoit ici à travers ces deux exemples que les aides à l'étude peuvent s'avérer être plus ou moins pertinentes. On peut rapprocher cette idée des recherches développées par le groupe ESCOL, qui mentionnent de nombreux *brouillages* (Kakpo et Rayou, 2010) créés par le milieu familial. Certains parents pensés comme étant démissionnaires et qui sont, en fait, plutôt missionnaires, perturbent paradoxalement le système didactique (Kakpo et Rayou, 2010). Dans notre étude statistique, l'aide apportée par les familles en classe de sixième reste élevée dans les établissements REP. Il existe cependant une forte disparité entre les aides apportées en zone rurale et celles en zone REP. Lors de notre recherche, nous avons rencontré Anaëlle, issue d'un collège REP, qui nous a expliqué, avec beaucoup de retenue, comme s'il s'agissait d'un interdit, qu'elle partageait ses cours avec une amie appartenant à une autre classe. Elle nous demande alors de donner notre aval quant à cette pratique hautement illicite ! Cette anecdote vient confirmer les pourcentages trouvés : l'entraide entre élèves concerne 58 % en zone rurale contre 34 % en REP. De plus, notons que 51 % des élèves des zones rurales déclarent demander de l'aide aux adultes (hors professeurs) de l'établissement (surveillants, documentaliste) alors que 12 % le font en REP.

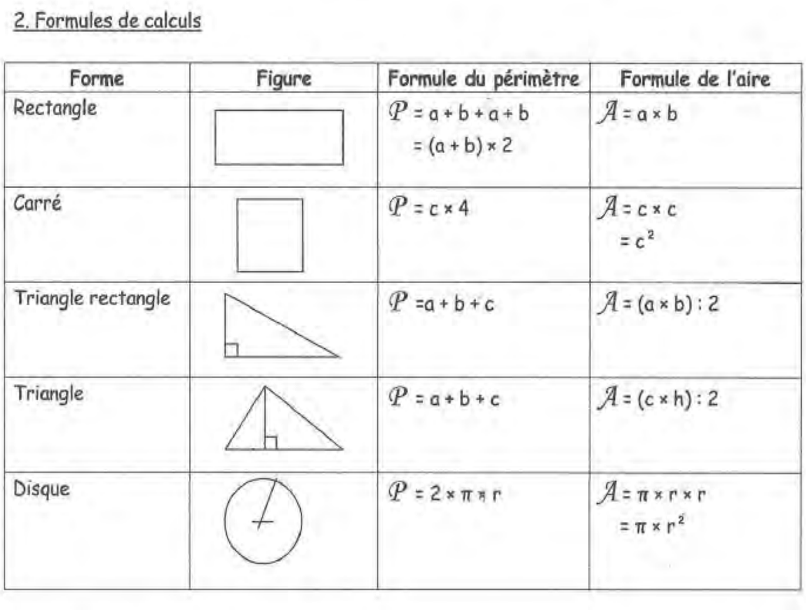
Une deuxième approche qualitative de type clinique nous a permis d'affiner et de compléter les résultats issus des questionnaires. Plus précisément deux entretiens ante-contrôle et post-contrôle ont été organisés dans des classes de sixième. Nous avons questionné les élèves sur leur façon de réviser un contrôle sur les aires et périmètres et nous avons croisé leurs déclarations avec leurs copies. Dans la mesure du possible, nous avons recueilli les supports qu'ils ont utilisés pour travailler. Nous détaillons dans la suite quelques cas d'élèves de sixième issus de cette recherche.

2 Le milieu d'étude en fonction du niveau en mathématiques

Pour apprendre leurs leçons de mathématiques à la maison, que font les élèves ? Déborah écrit sur un brouillon les formules à apprendre. Elle les récite par écrit. Quant à Sarah, elle se pose des questions et son frère lui invente des exercices qu'elle résout. Mathilde imagine en lisant la leçon les exemples qui correspondent aux différentes formules. Elle les récite à voix haute. Calypso lit cinq fois de suite, et Bohren, lui, les lit trois fois. Alizée refait mentalement le début des exemples corrigés qu'elle rencontre dans la leçon et vérifie si elle est capable de les faire. Quant à Coline, elle va chercher sur internet des éléments de compréhension de la leçon. Comme le montrent les exemples ci-dessus, il existe une grande diversité de pratiques des élèves pour apprendre une leçon. Certains élèves récitent les formules à apprendre, refont des exemples, à l'écrit ou à l'oral. D'autres synthétisent ce qu'il faut savoir et savoir faire ou encore cherchent des indications sur internet. On peut conclure, dans chacun de ces cas, que l'élève se crée ou se voit créer par une aide à l'étude, un *milieu d'étude* (Chevallard, 2011). Le terme de *milieu* est à comprendre, non pas comme le *milieu antagoniste* (Brousseau, 1998) mais plutôt au sens de celui qui est donné en Théorie Anthropologique du Didactique, le *milieu du schéma herbartien (Chevallard, 2011)*, notamment à partir de la *dialectique des médias et des milieux* (Chevallard, 2007). Dans ce milieu, on peut trouver pour chacun des élèves interrogés :

- des *œuvres matérielles*, numériques ou non, comme les cahiers, les classeurs, les fichiers (manuels), des sites internet ;
- des *réponses « toutes faites »*, comme les formules des aires et périmètres ;
- des *questions* qu'ils se posent ou qu'on leur pose ;
- des *discussions* (informelles ou non) avec un professeur, un camarade, un frère, une sœur, ou encore un parent.

Pour comprendre ce qui se joue dans l'apprentissage des leçons, nous allons détailler deux cas d'élèves prototypiques, pour Sarah des élèves d'un bon niveau en mathématiques et pour Déborah des élèves d'un niveau moins avancé. Toutes les deux appartiennent à la même classe de sixième et ont suivi le même enseignement. La leçon qu'elles ont à apprendre est la suivante :



2. Formules de calculs

Forme	Figure	Formule du périmètre	Formule de l'aire
Rectangle		$\mathcal{P} = a + b + a + b$ $= (a + b) \times 2$	$\mathcal{A} = a \times b$
Carré		$\mathcal{P} = c \times 4$	$\mathcal{A} = c \times c$ $= c^2$
Triangle rectangle		$\mathcal{P} = a + b + c$	$\mathcal{A} = (a \times b) : 2$
Triangle		$\mathcal{P} = a + b + c$	$\mathcal{A} = (c \times h) : 2$
Disque		$\mathcal{P} = 2 \times \pi \times r$	$\mathcal{A} = \pi \times r \times r$ $= \pi \times r^2$

Figure 2. Leçon de Déborah et de Sarah

2.1 Le cas de Déborah, élève moins avancée en mathématiques

Déborah lit la leçon et mémorise pendant deux heures le tableau des formules par cœur. Elle le récite sur un brouillon « maison ». Voici un extrait de l'entretien avec Déborah :

Q : Comment as-tu révisé ?

D : J'ai appris ma leçon.

Q : Comment ? Tu la lis ?

D : Oui, mot par mot puis la phrase entière.

Q : Tu peux me montrer ?

D : J'ai appris toutes les figures puis toutes les formules puis toutes les aires.

Déborah a donc appris ce tableau colonne par colonne. Elle a mémorisé d'abord tous les noms de figures, puis toutes les figures, puis les formules de périmètres et enfin toutes les formules d'aires. Elle n'a pas compris que ce tableau fonctionnait en ligne. Elle associe, de plus, le mot formule uniquement aux périmètres. Plus loin, lors de l'entretien elle nous parlera de son unique amie, qui est pour elle une aide à l'étude précieuse.

D : Et elle me dit ce qu'il faut savoir, comme le signal Pi.

D : Je sais aussi que le signal Pi c'est 3,14 et si tu l'arrondis c'est pas le même nombre.

Q : C'est-à-dire ?

D : Oui c'est mon amie qui me l'a dit. Des fois c'est 3,1 et des fois c'est 3,5.

Déborah confond les mots signal et symbole. Elle a développé un rapport erroné aux arrondis et au nombre Pi dont elle pense qu'il vaut parfois 3,1 et parfois 3,5.

2.2 Le cas de Sarah, élève avancée en mathématiques

Sarah explique qu'elle lit sa leçon et que sa mère lui pose des questions. Ensuite, son frère lui invente des exercices qui lui permettent de réviser chacune des lignes du tableau : aire et périmètre du rectangle, du carré, du triangle rectangle, du triangle et du disque. En effet, le frère de Sarah, dessine sur un brouillon chacune des figures, que Sarah mesure. Elle donne ensuite les calculs de l'aire et du périmètre de chacun. Lorsqu'elle révise les conversions, Sarah, qui a appris en CM2 à recourir à un tableau de conversion, se rend compte qu'elle n'est pas capable de convertir sans tableau. Elle sollicite donc les intervenants du centre d'aide aux devoirs de son quartier auquel elle participe tous les mercredis. Les explications qu'elle y recueille lui permettent de résoudre son problème.

2.3 Conclusion

Bien que toutes les deux aient suivi le même cours et qu'elles l'aient toutes les deux lu, les résultats en termes d'apprentissage de ces deux élèves sont grandement différents. En effet ces deux élèves accomplissent un ensemble de gestes pour construire et agir sur leur milieu d'étude, qui dans leur constitution, présente des différences notables.

Il existe une déconnexion profonde chez Déborah entre les éléments théoriques (les formules) et les tâches pratiques. Elle ne fait aucun exercice et apprend par cœur des listes de mots, de figures sans savoir à quoi ils servent. Elle développe un rapport à certains éléments théoriques en ne les reliant à aucun type de tâches. Sarah relit la leçon, mais sa maman lui pose des questions pour vérifier qu'elle a bien mémorisé. Quant à son frère, il n'invente pas n'importe quel exercice : ce sont ceux que Sarah lui dicte. Il invente un exemple pour chaque type de tâches. Sarah travaille ainsi l'évaluation de son rapport à l'organisation mathématique visée. Pour mieux appréhender les différences dans les gestes d'étude de Sarah et de Déborah, la notion de *noyau cognitif* (Chevallard, 2020) nous parait pertinente. En effet, un noyau cognitif est un quadruplet composé d'un élève (Sarah ou Déborah), d'un objet d'étude (les aires et les périmètres) d'une position dans l'institution (élève ou professeur) et d'une instance évaluatrice. L'instance évaluatrice permet de juger, dans notre cas, de la maîtrise de l'objet d'étude, les aires et périmètres, par l'élève. Elle se prononce sur la conformité du rapport personnel de l'élève à l'objet, en référence au rapport institutionnellement attendu. Déborah occupe la position exclusive d'élève dans son travail personnel. Le rôle de l'élève perçu par Déborah est celui qui mémorise par cœur. Sarah, quant à elle, occupe deux positions, celle d'élève et celle de professeur, qu'elle partage avec son frère : elle dicte à son frère quels exercices donner. L'instance évaluatrice est jouée par Déborah, qui évalue sur une feuille de brouillon sa capacité à réciter une suite de figures et de formules, alors que Sarah s'évalue à partir de tâches que son frère invente, du même type que celles étudiées en classe. Le tableau de la leçon lui sert donc à déterminer des types de tâches (calculer l'aire du rectangle, du carré…) et à s'auto-évaluer.

III - LIEN ENTRE TRAVAIL DE LA CLASSE ET TRAVAIL HORS CLASSE

L'apprentissage d'une leçon à la maison est toujours initié par un travail mené au sein de la classe. La façon dont l'étude a été dirigée par le professeur a donc une influence sur l'apprentissage en dehors de la classe. Afin de définir de manière plus précise la nature de cet impact, nous allons détailler ci-après les organisations mathématique et didactique de trois classes de début de collège, sur le thème des aires et périmètres. Les deux premières classes sont deux classes de sixième dans un établissement classé REP. L'étude s'est faite avec le même professeur, sur deux ans consécutifs. La troisième est une classe urbaine.

1 La première année en REP

1.1 L'organisation mathématique de la classe

Pour décrire le travail de la classe, nous avons procédé au comptage du nombre de tâches appartenant aux différents types de tâches effectués en classe. Combien de calculs de périmètres du carré ont été réalisés ? Quelle technique a été employée ? Quelles propriétés et formules mathématiques ont été utilisées ? On répond aux mêmes questions pour le rectangle, le triangle, le disque et on réitère cette démarche pour les aires. Voici, par exemple, le tableau récapitulatif de l'organisation mathématique de la classe au niveau des périmètres lors de la première année (tableau 1).

Types de tâches : calculer le périmètre…	**… d'un carré**	**… d'un rectangle**	**… d'un triangle**	**… d'un cercle**	**… d'une figure polygonale**	**Total**
Technique	Appliquer la formule	Appliquer la formule	Appliquer la formule	Appliquer la formule	Faire la somme des longueurs correspondant au pourtour de la figure	
Technologie Théorie	Formule : $4 \times c$ Modélisation avec mesures	Formule : $2 \times (L + l)$ Modélisation avec mesures	Formule : $a + b + c$ Modélisation avec mesures	Formule : $\pi \times 2 \times R$ Modélisation avec mesures	Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs des côtés qui le composent.	
Nombre d'exemplaires	3	5	2	18	9 dont 2 avec comptage de longueurs de carreaux.	**37**

Tableau 1. Récapitulatif des tâches la première année

Dans notre recherche, nous avons pris garde de distinguer deux modélisations distinctes des aires et des périmètres : la modélisation avec mesures (Lebesgue, 1975) et celle sans mesure (Hilbert, 1899).

On parlera d'une modélisation des périmètres sans mesure lorsque le professeur a recours à des comparaisons de périmètres de deux polygones grâce à des reports, au compas ou avec des bandelettes, des longueurs des côtés qui le constituent. Par exemple pour appréhender le périmètre d'un triangle, et pouvoir le comparer à un autre, on peut reporter les trois longueurs « bout à bout » sur une demi-droite située en dessous, sans pour autant les mesurer. On parlera de modélisation des aires sans mesure lorsqu'il y aura recours à l'*équidécomposabilité* (Hilbert, 1899). Par exemple dans la figure 3, l'équidécomposabilité, c'est-à-dire la décomposition en triangles n'empiétant pas l'un sur l'autre, nous permet de conclure que ces deux figures possèdent la même aire, sans recourir aux mesures.

Figure 3. Équidécomposabilité de deux figures

Notons que certaines tâches font appel aux deux modélisations simultanément. L'exemple ci-dessous (figure 4), issu du cahier de la classe, nécessite dans un premier temps de décomposer la figure en sous-figures, ce qui requiert une modélisation sans mesure, puis de calculer, une à une, l'aire de chaque sous-figure pour en faire la somme, ce qui correspond à la modélisation avec mesures. Nous appellerons ces tâches, nécessitant une double modélisation, et qui sont les plus difficiles pour les élèves, les tâches T_9. Les types de tâches T_1 T_2 jusqu'à T_8 concernent les calculs de périmètres et d'aires classiques tels que ceux du carré, du rectangle, du triangle et du disque.

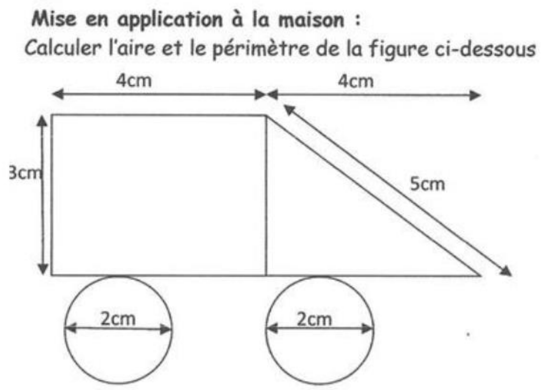


Figure 4. Tâche mobilisant les deux modélisations

L'analyse de l'organisation mathématique lors de la première année (figure 5) nous amène à conclure à plusieurs déséquilibres. D'une part, il existe un écart entre le nombre de tâches travaillées sur les aires et celles sur les périmètres. D'autre part, une différence est notable entre celles avec mesures et celles sans mesure, puisque la modélisation sans mesure est inexistante. Les tâches T_9 sont, quant à elles, peu nombreuses.

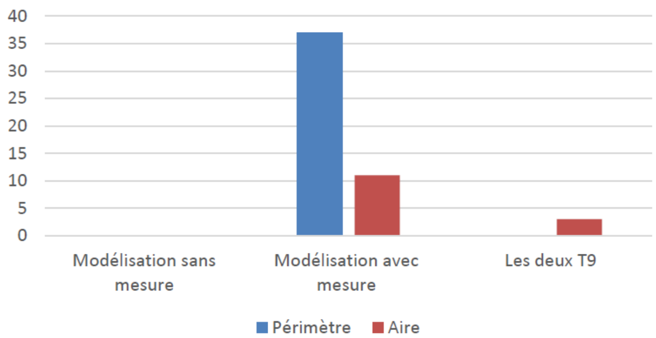


Figure 5. Organisation mathématique (OM) de la première année

1.2 Les effets sur la mémorisation à la maison

Les élèves doivent se souvenir des formules des aires et des périmètres inscrites dans le tableau de la leçon et savoir les appliquer. Le dispositif d'enquête nous a permis de faire émerger deux modèles d'apprentissages de ces formules. Le premier qu'on appellera « praxéologie[1] répétition » consiste à répéter plusieurs fois les formules afin de les apprendre par cœur. Le deuxième qu'on appellera « praxéologie équidécomposabilité » repose sur un apprentissage des formules à partir de leurs justifications. Elle utilise la décomposition de la figure en sous-figures ou une relation avec l'aire d'une sur-figure. Par exemple, pour apprendre la formule "côté × hauteur ÷ 2" qui calcule l'aire du triangle rectangle, on retiendra que lorsqu'on place deux triangles rectangles identiques l'un sur l'autre, on peut former une sur-figure d'aire double : un rectangle (figure 6).

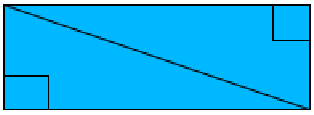


Figure 6. Illustration de la démonstration de l'aire du triangle rectangle

Le tableau récapitulatif 2 retrace les deux praxéologies utilisées par les élèves de notre classe de sixième. Il nous permet de synthétiser les deux façons d'appréhender l'apprentissage des formules hors la classe.

	Praxéologie « répétition »	Praxéologie « équidécomposabilité »
Technique	Apprendre par cœur	Se souvenir grâce aux éléments de justification
Technologie : le pourquoi	Parce que c'est comme ça !	Les justifications permettent de produire la technique
Théorie	On doit apprendre par cœur ses leçons	Elles permettent de soulager la mémoire et de contrôler la technique

Tableau 2. Deux praxéologies d'apprentissage

Voici les résultats pour la première année (tableau 3).

Elève, niveau mathématique	Praxéologie	Provenance
Willane, avancé	Équidécomposabilité et répétition	Mère et classe
Sarah, avancé	Répétition	Classe
Amira, moyen	Répétition	Classe
Marvyn, moyen	Répétition	Classe
Déborah, moins avancé	Répétition	Classe
Jade, moins avancé	Répétition	Classe

Tableau 3. Résultats de la première année

Willane est un bon élève. Sa mère, professeur des écoles, lui a enseigné comment apprendre la formule du triangle rectangle « en collant deux triangles ». Les formules n'ayant pas été démontrées en classe, il s'agit donc de les apprendre par cœur. Le niveau de complexité pour justifier les formules d'aires parait trop élevé pour qu'un élève de cycle 3, ici élève de sixième, puisse prendre en charge de manière autonome cette dimension. Seuls les bons élèves y accèdent par le biais d'aides à l'étude, par exemple, la mère de Willane. Notons que les résultats à l'évaluation de la classe sont faibles.

[1] Le mot praxéologie fait référence au quadruplet (type de tâches, technique, technologie, théorie) défini par Chevallard. Il s'agit ici non pas d'une praxéologie mathématique, mais d'une praxéologie d'étude autodidactique.

2 La deuxième année en REP

2.1 L'organisation mathématique de la classe

Lors de la deuxième année, nous proposons au même professeur un scénario d'enseignement sur les aires et périmètres à partir d'un parcours d'étude et de recherche (PER). Il s'agit de dévoluer aux élèves la recherche de réponses à une question génératrice du secteur des aires et périmètres, la question étant « La Terre, elle est grande comment ? ». Le mot « grande » fait, dans un premier temps, référence à une grandeur mais laquelle ? Au périmètre de l'équateur ? À la masse ? À l'aire de la surface terrestre ? À sa population[2] ? Plusieurs grandeurs sont attachées à la Terre, et les réponses qui s'en suivent sont différentes selon la grandeur choisie. Un travail préalable sur les grandeurs, sans mesure, est alors initié. Le professeur s'attarde ensuite sur deux grandeurs : le périmètre de l'équateur (environ 40 000 km) et l'aire de la surface de la terre (environ 510 millions de km²). Un fil de questions enchainées est déroulé, et amène les élèves à rencontrer l'organisation mathématique visée sur le secteur des aires et périmètres, comme réponses à ces questions.

Voici (figure 7) le graphique représentant l'organisation mathématique de la deuxième année.

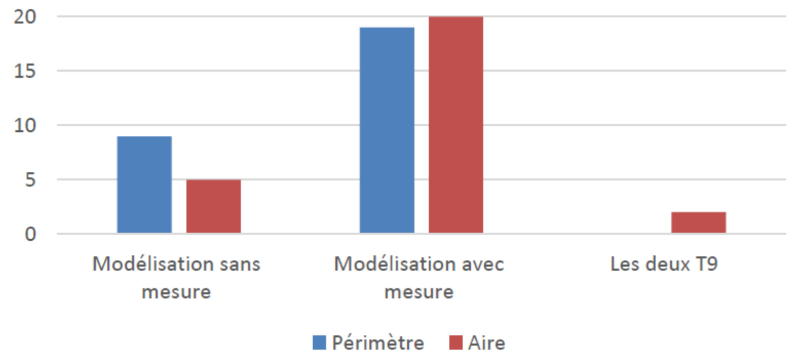


Figure 7. Organisation mathématique (OM) de la deuxième année

On peut remarquer une nette rééquilibration des tâches entre aires et périmètres et la présence cette fois-ci de la modélisation sans mesure. Les formules sont démontrées et ne sont pas laissées à la responsabilité des élèves. Par contre peu de tâches font appel aux deux modélisations. L'accomplissement des tâches du type T_9, engageant plusieurs calculs d'aires, est vécu par les élèves comme étant difficile. Le peu de tâches de ce type nous indique une propension de ce professeur de REP à une simplification des tâches.

2.2 Les effets sur la mémorisation à la maison

Le tableau 4 retrace les praxéologies mises en œuvre à la maison pour mémoriser les formules d'aires et de périmètres.

Elève, niveau mathématique	Praxéologie	Provenance
Enzo, avancé	Répétition	Personnel
Ismael, avancé	Répétition et équidécomposabilité	Classe
Anaelle, moyen	Répétition	Personnel
Bohren, moyen	Répétition et équidécomposabilité	Classe
Coline, moins avancé	Répétition	Classe
Coralie, moins avancé	Répétition	Personnel

Tableau 4. Résultats de la deuxième année

[2] Un élève de la classe proposera la réponse suivante. Elle est assez grande pour accueillir 8 milliards d'êtres humains.

Deux élèves, un bon et un moyen, sur notre échantillon de six élèves, mobilisent des praxéologies *équidécomposabilité* expliquées en classe pour retenir la formule d'aire pour le triangle rectangle. Les autres utilisent les formules apprises par cœur avec une influence des parents, qui leur demandent explicitement d'apprendre par cœur.

Le professeur, la première année, simplifie au maximum et donne un étayage important. Les élèves peuvent s'investir dans le travail sans réellement comprendre les tâches qui leur sont données à réaliser. On peut ainsi formuler une hypothèse explicative au recours à un apprentissage basé sur la répétition. La première année, le professeur décide de s'affranchir des éléments qui justifient les formules, par manque de temps ou pour éviter des tâches difficiles. Aussi, privés d'un milieu familial en REP qui pourrait pallier ce déficit, les élèves n'ont pas d'autre choix que d'apprendre par cœur, ce que nous avons appelé « praxéologie répétition ». La deuxième année, on remarque que la proportion d'élèves à apprendre à l'aide des justifications est en augmentation et touche même un élève moyen. Cependant l'influence des parents, qui s'investissent dans la scolarité de leur enfant, vient *brouillller*, au sens de Kakpo et Rayou (2010), les apprentissages et les renvoient à un apprentissage par cœur. La question de l'organisation mathématique prend en compte le contenu de l'enseignement mais pas la façon dont il a été enseigné. Aussi, l'organisation du milieu d'étude construit en classe est-elle totalement prise en charge par le professeur ou par quelques « bons » élèves de la classe, ou au contraire par un collectif-classe ? La deuxième année, la dynamique de questions ne réussit à vivre qu'au début du parcours. Aussi, cette organisation didactique a eu une influence non négligeable sur les façons d'apprendre des élèves. C'est ce que nous allons pouvoir vérifier grâce à la troisième classe.

3 La troisième classe

Le parcours d'étude et de recherche, décrit précédemment, a été réalisé dans la troisième classe, avec un professeur rompu aux parcours d'étude et de recherche. Un dispositif de questions est créé dans la classe. En effet, un groupe de trois filles est chargé de noter au fur à mesure les questions qui se posent au fil de l'étude des aires et périmètres. Une feuille cartonnée A3, prévue à cet effet, est affichée tout au long du parcours dans la salle de classe (figure 8). Ce sont les questions des élèves qui sont jugées comme problématiques par le groupe-classe.

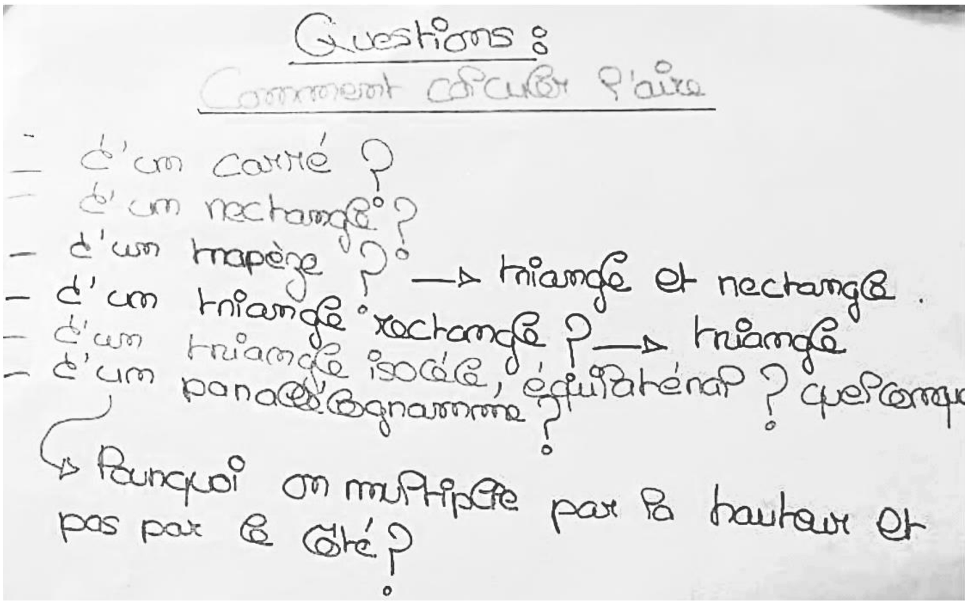


Figure 8. Affiche des questions de la troisième classe

Dans cette troisième classe, la dynamique de questions a vécu.

3.1 L'organisation mathématique de la classe

La figure 9 présente l'organisation mathématique de la troisième classe. L'analyse de l'organisation mathématique nous montre un quasi-équilibre entre les deux modélisations. Même si les tâches relevant des aires sont plus nombreuses, les tâches relevant des périmètres sont travaillées en quantité suffisante. On peut noter davantage de tâches plus difficiles mobilisant les deux modélisations par rapport aux classes précédentes.

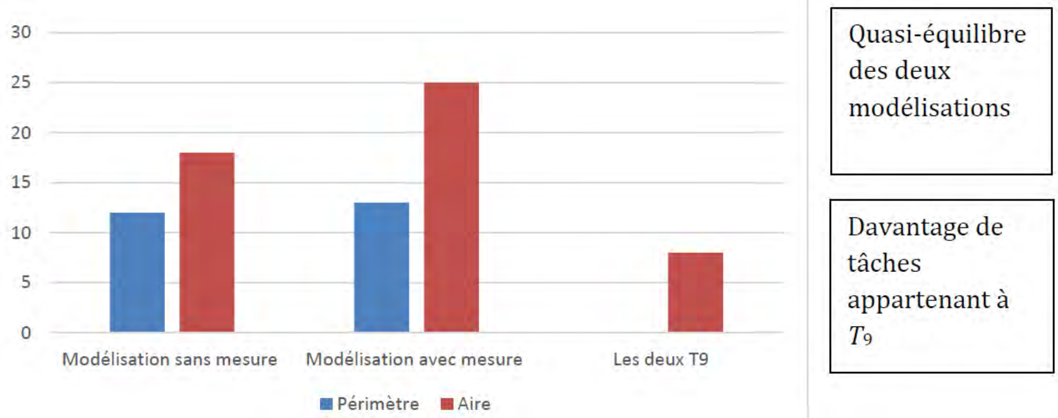


Figure 9. Organisation mathématique (OM) de la troisième classe

3.2 Les effets sur la mémorisation à la maison

Le tableau 5 récapitule les praxéologies utilisées par les élèves.

Elève, niveau mathématique	Praxéologie	Provenance
Alizée, avancé	On ne sait pas.	On ne sait pas. Classe antérieure ?
Alice, avancé	Équidécomposabilité	Classe
Calypso, moyen	Équidécomposabilité et répétition	Classe et personnel
Louis, moyen	Équidécomposabilité	Classe
Emmanuel, moins avancé	Équidécomposabilité	Classe
Léa, moins avancé	Équidécomposabilité	Classe et livre parascolaire

Tableau 5. Résultats de la troisième année

La mémorisation des formules se fait essentiellement en s'appuyant sur les justifications provenant de la classe. Alizée est d'un bon niveau en mathématiques. Elle ne s'appuie pas sur les justifications indiquées en classe, elle utilise les formules qu'elle connait par cœur mais qu'elle a déjà apprises et intégrées l'année antérieure. Elle utilise, par exemple, la formule $2 \times (L + l)$ pour le périmètre du rectangle qui n'est pas la formule donnée en classe. Calypso, élève d'un niveau moyen, se souvient de la formule de l'aire du triangle par répétition, non pas de la formule, mais d'une erreur. En effet, elle sait qu'à chaque fois qu'elle a réalisé les exercices en classe, elle a oublié de diviser par deux pour calculer l'aire du triangle. Elle se souvient donc qu'il ne faut pas se tromper de cette manière. Dans les copies du contrôle sur les aires et périmètres, on remarque des traces de l'utilisation de l'équidécomposabilité. Par exemple sur la copie de Louis, élève moyen, on aperçoit des flèches montrant le déplacement du triangle pour construire un rectangle et le tracé d'un rectangle autour du triangle situé en haut de la figure (figure 10). Louis se sert de l'équidécomposabilité comme moyen de vérification des formules. Il déclare d'ailleurs avoir corrigé son calcul après avoir tracé ces différents éléments. Les contrôles grâce aux éléments de preuves des formules vivent dans cette classe aussi chez les élèves de niveaux moins avancé et moyen.

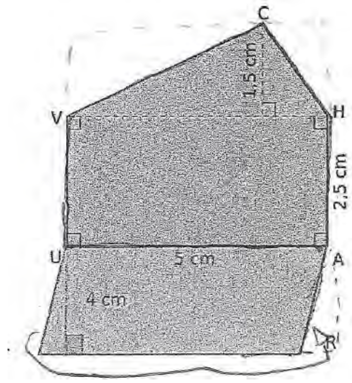


Figure 10. Copie du contrôle de Louis

IV - BILAN ET TRANSPOSITION À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Pour conclure, l'organisation mathématique et l'organisation didactique de la classe ont une influence sur la façon dont les élèves apprennent leur leçon à la maison. Le système didactique auxiliaire créé par le travail scolaire et l'apprentissage des leçons repose sur ce qui est fait dans le système didactique principal, en classe. Certains élèves apprennent les formules sur les aires et périmètres par cœur. D'autres se servent d'éléments théoriques, des éléments de preuve, comme l'équidécomposabilité, pour aider et appuyer la mémorisation. L'équidécomposabilité vit chez les bons élèves en situation de classe ordinaire grâce au milieu familial. La première année, les mots « base » et « hauteur », ne sont pas définis ! Tout semble découler d'une certaine évidence ! Ce qui nous laisse penser qu'il existe la première année des contradictions entre logique de réussite immédiate et logique d'apprentissage (Butlen, Pézard et Masselot, 2011). La deuxième année, lorsque le scénario a été changé, l'équidécomposabilité vit grâce à la classe. Les formules sont démontrées. Une organisation mathématique plus robuste permet une certaine démocratisation des savoirs. Cependant il peut exister *des brouillages* importants créés par le milieu familial. Dans la troisième classe, l'enseignement est réalisé sous la forme d'un parcours d'étude et de recherche. Les élèves s'emparent de questions et y apportent des réponses en classe. L'organisation didactique est changée. L'organisation mathématique faisant intervenir les deux modélisations en quasi-équilibre est construite par les élèves au sein de la classe. On perçoit des traces d'éléments théoriques pour contrôler la technique dans laquelle ils s'engagent et pour apprendre les formules d'aires et de périmètres. Cette façon d'enseigner permet donc aux élèves de bon niveau mais aussi aux élèves de niveau moins avancé d'accéder à la praxéologie d'apprentissage « équidécomposabilité » dans leur travail personnel.

Aussi, il me parait important de sensibiliser les professeurs des écoles à la nécessité de construire des organisations mathématique et didactique qui permettent aux élèves moins avancés d'utiliser des praxéologies d'apprentissage, qui ne soient pas uniquement basées sur du « par cœur », ceci dans l'objectif de réduire les inégalités scolaires en termes de travail à la maison. En effet, le travail d'apprentissage des leçons à la maison semble se trouver grandement facilité :

- Au niveau de l'organisation mathématique, lorsque les élèves s'appuient sur des éléments de preuve ou des éléments théoriques pour mémoriser des résultats et construisent des techniques grâce à ces éléments de preuve. Les écarter en classe, pensant simplifier les savoirs, semble accroître les inégalités entre les élèves selon leur milieu familial.
- Au niveau de l'organisation didactique, lorsque les élèves ont la responsabilité en classe de construire les savoirs et savoir-faire visés, à partir des questions qu'ils se posent dans les activités d'étude et de recherche. Effectivement, l'élaboration des organisations mathématiques à travers le questionnement que le collectif classe a soulevé pendant le temps de classe, au cours du parcours d'étude et de recherche, à travers des essais, des recherches permet aux élèves de

comprendre et de mémoriser les leçons grâce à une organisation mathématique complète, reliant éléments pratiques et éléments théoriques, donc plus robuste.

V - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G., (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Charles-Pézard, M., Butlen, D. et Masselot, P. (2011). *Professeurs des écoles débutants enseignant les mathématiques en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard, Y. (2007). Un concept en émergence : La dialectique des médias et des milieux. Dans G. Gueudet et Y. Matheron (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2007* (345 – 366). Paris : IREM Paris 7.

Chevallard, Y. (2011). *La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder*. *Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD*. Dans C. Margolinas et al. (Éds) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (81 – 108). La Pensée Sauvage éditions.

Chevallard, Y. (2020) *Some sensitives issues in the use and development of the anthropological theory of didactic.* Conférence inaugurale pour CITAF VI.

Guérin, L. (2020). *Le travail personnel des collégiens en mathématiques hors classe. Une étude didactique.* Thèse de l'Université d'Aix-Marseille.

Kakpo, S., et Rayou, P. (2010). *Contrats didactiques et contrats sociaux du travail hors la classe. 4*(2), 57-74. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.807

Textes officiels

Rapport n°2008-086 (2008). IGEN. http://media.education.gouv.fr/file/2008/46/6/2008-086-IGEN_216466.pdf

L'accompagnement éducatif depuis le site du ministère.
https://www.education.gouv.fr/cid5677/accompagnement-educatif.html

RÉFLEXION DIDACTIQUE SUR LES ADAPTATIONS DES SITUATIONS DE RÉFÉRENCE AUX SPÉCIFICITÉS D'APPRENTISSAGES LIÉES AUX TERRITOIRES AFIN DE FAVORISER L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES NOMBRES RATIONNELS ET DÉCIMAUX AU CYCLE 3

Patrick GIBEL
Laboratoire Lab-E3D, Université de Bordeaux
Patrick.Gibel@u-bordeaux.fr

Emilie BOURGUINAT
CPAIEN, circonscription PAU CENTRE
Emilie.Bourguinat@ac-bordeaux.fr

Résumé
Nous présentons une étude extraite d'une recherche-action plus globale intitulée « Rôles et fonctions des situations didactiques et des situations ludiques dans l'appropriation et les usages des nombres rationnels et décimaux au cycle 3 ». Nous avons conduit cette recherche-action durant deux années consécutives (2021-2022 et 2022-2023), dans le cadre d'un projet CARDIE[1]-INSPE[2] de l'académie de Bordeaux, en étroite collaboration avec des enseignants de cycle 3 de plusieurs écoles d'une circonscription paloise. Les temps d'échanges avec les partenaires du projet et de co-construction des situations didactiques, au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), se sont déroulés principalement dans le cadre institutionnel de deux dispositifs distincts de formation continue des professeurs des écoles. Notre écrit vise principalement à présenter l'outillage didactique permettant l'appropriation, la conception et l'adaptation de plusieurs situations d'enseignement-apprentissage à deux pôles d'enseignement distincts, associés à des environnements très différents : d'une part, une école en REP et d'autre part, trois écoles en réseau, relevant de l'environnement semi-rural. L'analyse *a priori* en TSD de situations de référence et la réflexion inhérente à la construction d'une mémoire didactique de chacune d'elles permettent de dégager et de présenter les adaptations qu'il est possible d'envisager à chaque contexte de classe. La mise en œuvre de ces situations de référence dans des parcours d'apprentissage identifiés et la richesse de l'étude menée auprès de publics d'élèves diversifiés contribuent à rendre compte de l'intérêt didactique de ces différentes situations du point de vue des raisonnements produits par les élèves afin de donner du sens au concept de fraction.

Ce texte traite de l'enseignement-apprentissage des nombres rationnels au cycle 3. Lors de la communication nous avons mis la focale sur des éléments de recherche ciblant précisément les rôles et les fonctions des situations de référence (Bueno-Ravel et Le Poche, 2011) visant les premières étapes de la construction du concept de fraction par des élèves de CM1 et CM2. Il s'agit d'essayer d'apporter des éléments de réponses à la question suivante : quel est l'impact des choix didactiques des enseignants, relatifs aux situations de référence choisies et expérimentées, sur les procédures et les raisonnements des élèves appartenant à deux environnements distincts, intégrant des publics d'élèves très différents ? Ce questionnement nous a amenés à étudier plus particulièrement les points suivants : à quelles

[1] Cellule Académique de Recherche Développement, Innovation et Expérimentation.

[2] Institut National Supérieur du Professorat et de l'Éducation.

conditions est-il possible de construire des situations de référence qui soient porteuses d'apprentissages dans des environnements différents en vue de construire le concept de fraction ? Comment les enseignants sont-ils parvenus à réaliser des adaptations appropriées et contextualisées de chacune de ces situations aux différents environnements concernés par l'expérimentation ?

Afin de réaliser l'analyse didactique de ces situations du point de vue du fonctionnement des connaissances du sujet, nous mobilisons un outillage théorique spécifique : la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1988, 1998). Ce cadre théorique nous permet d'analyser plus précisément les connaissances et les savoirs, valides et erronés, mobilisés par les élèves en situation d'apprentissage et également d'étudier la nature et la fonction des raisonnements produits par les élèves (Gibel, 2015, 2018).

I - CARACTÉRISTIQUES ET SPÉCIFICITÉS DU PROJET

Des expérimentations similaires conduites dans deux environnements distincts. La recherche-action présentée a été conduite par les auteurs de cet article et mise en œuvre au sein d'une circonscription de Pau. Elle s'inscrit dans des contextes d'exercices différents, avec des publics d'élèves très diversifiés : le pôle (NP) comprenant une école[3] située en REP et le pôle (ANS) regroupant trois écoles[4] « en réseau » relevant d'un environnement semi-rural.

Une recherche reposant sur la construction progressive d'une culture commune aux différents acteurs. Cette recherche-action, inscrite dans le cadre d'un projet CARDIE-INSPE, émane d'une part d'une demande des enseignants des pôles (NP) et (ANS), de la conseillère pédagogique auprès de l'IEN[5] (CPAIEN) et de l'IEN de la circonscription, et d'autre part de la volonté du chercheur de mettre en exergue la consistance, d'un point de vue didactique, de certaines situations mathématiques, nommées situations de référence, jouant un rôle déterminant dans la construction, par les élèves de CM1-CM2, du sens et de l'usage raisonné du concept de fraction. En tant que chercheur[6] et en tant que formatrice, nous souhaitons constituer un groupe « stable », porteur d'une réelle motivation, en vue de co-construire un outillage didactique et professionnel spécifique et de développer une culture didactique commune. Ainsi, nous avons progressivement, au fil de nos rencontres, bâti avec l'ensemble des participants une communauté de pratique au sens de Wenger, McDermott et Snyder (2002) :

> *Les communautés de pratique sont des groupes de personnes qui se rassemblent afin de partager et d'apprendre les uns des autres, face à face ou virtuellement. Ils sont tenus ensemble par un intérêt commun dans un champ de savoir et sont conduits par un désir et un besoin de partager des problèmes, des expériences, des modèles, des outils et les meilleures pratiques. Les membres de la communauté approfondissent leurs connaissances en interagissant sur une base continue et à long terme, ils développent ensemble de bonnes pratiques. (Wenger, McDermott et Snyder, 2002, p. 4)*

En effet, la participation active de l'ensemble des acteurs aux différentes rencontres organisées dans le cadre de rendez-vous institutionnels a contribué à leur permettre d'être partie prenante d'un processus d'apprentissage en développant et en renforçant leurs acquisitions tant du point de vue mathématique que didactique. Cette démarche s'est inscrite dans le cadre de deux dispositifs de formation continue : le dispositif « constellation[7] » et son prolongement l'année suivante dans le cadre d'une formation d'initiative départementale.

[3] L'école Nandina-Park constitue le pôle (NP).

[4] Les écoles d'Artigueloutan, de Nousty et de Sendets forment le pôle (ANS).

[5] Inspecteur de l'Éducation nationale.

[6] Pour le premier auteur.

[7] La constellation est un groupe d'enseignants constitué spécifiquement en vue d'un travail de formation continue.

Dans notre expérimentation, nous accordons une place importante à chacune des quatre composantes qui caractérisent l'apprentissage au sein d'une communauté de pratique comme le stipule Wenger (2005) sur le schéma ci-dessous (Figure 1).

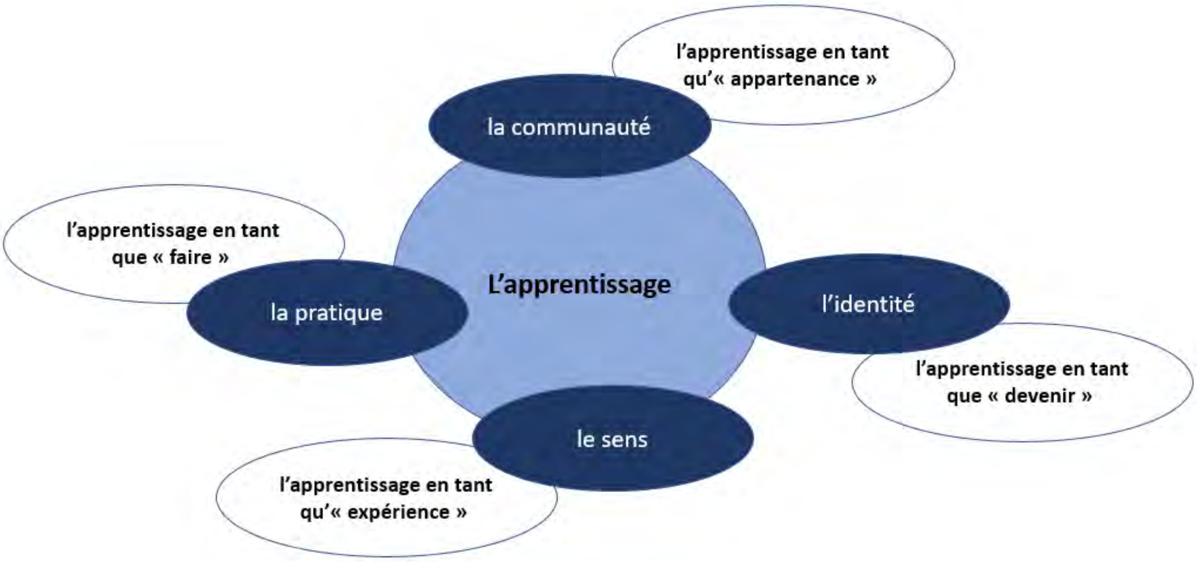


Figure 1. Les composantes de l'apprentissage (Wenger, 2005, p.3)

L'un des enjeux essentiels à la réalisation du projet est l'élaboration progressive d'un répertoire partagé par l'ensemble des membres du projet CARDIE-INSPE. Le répertoire partagé, tel qu'il est visé par les responsables du projet, est constitué de savoirs disciplinaires relatifs au concept de nombre rationnel et décimal, des situations de référence objets d'étude, des savoirs didactiques inhérents à la classification des situations au sens de la TSD (Brousseau, 1998) ainsi que la capacité à produire une analyse *a priori* en TSD de la situation de référence étudiée. Ce répertoire intègre également les connaissances relatives aux gestes professionnels, au sens de Bucheton (2019), essentiels à la mise en œuvre des situations de référence et également la capacité à développer l'observation des comportements et des procédures des élèves. Son élaboration est progressive et il s'enrichit tour à tour, au fil des temps de formation, par les interactions et les échanges entre les différents membres de la communauté de pratique.

Inscription du projet dans un cadre institutionnel porteur : les conditions de sa réalisation. Il nous semble important de préciser qu'avant la mise en œuvre de ce projet, tous les participants ont pris part à deux années d'une formation centrée précisément sur l'enseignement-apprentissage des fractions et des décimaux dans le cadre de la formation continue inter-degré (CM1-CM2-6ème), dispensée par la conseillère pédagogique (lien de tissage constitué, au sens de Bucheton (2019)). De plus, ce projet CARDIE-INSPE repose sur un partenariat entre ses différents acteurs : l'INSPÉ de l'académie de Bordeaux, la DSDEN[8] des Pyrénées Atlantiques et le RECTORAT. Ces derniers permettent l'inscription de cette recherche-action dans le cadre institutionnel de la formation continue[9] : la formation des professeurs des écoles concernés et volontaires pour s'impliquer dans cette démarche.

[8] Direction des Services Départementaux de l'Éducation Nationale.

[9] Nous avons mis à profit les modalités de formation « en constellation » proposées par la circonscription paloise durant l'année 1 (24h) et le cadre des heures de formation « d'initiative départementale » durant l'année 2 (12h en présentiel).

II - CADRES DIDACTIQUES THÉORIQUES CONSTITUANT LES FONDEMENTS DU PROJET CARDIE-INSPÉ

1 Des situations de référence pour donner du sens à un concept mathématique

1.1 Analyse en TSD des raisonnements produits par les élèves

Ce qui caractérise le raisonnement de l'élève en TSD c'est le fait qu'il est produit en situation, c'est-à-dire par confrontation du sujet au milieu antagoniste.

> *La situation est une partie seulement du contexte, ou de l'environnement de l'action de l'élève ou du professeur et elle comprend, mais pas seulement, une sorte de question à laquelle le raisonnement de l'élève est une réponse. Elle n'est réduite ni à l'action du sujet, ni à la connaissance qui la motive mais elle les met en relation rationnelle. Une situation peut expliquer pourquoi un raisonnement faux a été produit par d'autres causes qu'une erreur ou une insuffisance du sujet. (Brousseau et Gibel, 2005, p. 16).*

Comme l'indique Gibel (2018), les raisonnements produits par les élèves en classe de mathématiques ne sont pas des raisonnements mathématiques (ou logiques) *stricto-sensu*, d'où notre décision de choisir une définition plus « large » du terme *raisonnement* dans le cadre des études conduites en didactique des mathématiques de ce projet : « un raisonnement est un enchaînement, une combinaison ou une confrontation d'énoncés ou de représentations respectant des contraintes susceptibles d'être explicitées, et conduits en fonction d'un but » (Oléron, 1977, p. 9). Dans cet article, nous étudions des situations de référence au sens de Bueno-Ravel et Le Poche (2011), c'est-à-dire des situations adidactiques (spécifiques d'une connaissance) qui visent à permettre aux élèves l'accès au sens du concept visé. Pour rappel, Brousseau (1998) effectue, en théorie des situations didactiques (TSD), une classification des situations d'enseignement en définissant ce qu'est une situation adidactique *:*

> *(…) une situation d'enseignement qui apparaît à l'élève comme une situation non didactique, pendant un temps suffisant. Elle nécessite que les élèves renoncent à se préoccuper des intentions didactiques du professeur pour prendre leurs décisions. Les bonnes décisions des élèves, celles qui correspondent au savoir associé, constituent des stratégies rationnelles d'action sur un milieu.* (Brousseau, 1998).

1.2 Intérêt et enjeux de l'analyse a priori *d'une situation*

Du point de vue de la recherche, la possibilité de mesurer les effets d'une situation de référence sur les raisonnements des élèves nécessite de s'être préalablement assuré de la compréhension et de l'appropriation des enjeux mathématiques et didactiques de la situation de référence par tous les acteurs de la communauté, en l'occurrence ici les enseignants, et ainsi de leur offrir la possibilité de percevoir les enjeux du point de vue de l'apprentissage des élèves. L'analyse *a priori* en TSD vise à identifier les compétences majeures (chercher, représenter, modéliser, raisonner, calculer, communiquer), les connaissances et les savoirs qui peuvent être mobilisés par les élèves selon le déroulement de la séquence choisi par l'enseignant. Elle contribue très précisément à anticiper la gestion adéquate du déroulement de la séquence (difficultés envisagées / remédiations / aides). Les contextes d'exercice des praticiens, très diversifiés dans le cadre de notre recherche, nécessitent une adaptation de la situation de référence à la réalité de la classe ; autrement dit de choisir les valeurs des variables didactiques et les modalités pédagogiques de la situation en prenant en considération les difficultés et les habiletés des groupes classes dans lesquels l'expérimentation est réalisée. Il s'agit aussi d'envisager les travaux préalables à sa mise en œuvre et de la positionner de façon appropriée dans une progression sur les fractions. La démarche d'enseignement spiralaire choisie par l'ensemble des praticiens accorde une place importante à la construction d'une mémoire didactique, lien entre les différentes séances permettant une construction progressive et étayée du concept. Ainsi, la réflexion autour de l'analyse *a priori* de la situation de référence a permis aux enseignants de déterminer les éléments qui devaient être institutionnalisés. La notion de parcours d'apprentissage pour les élèves apparaît comme une réflexion nécessaire et cohérente.

2 Spécificités liées au concept de fraction - Conditions préalables au choix des situations de référence

En préambule, nous souhaitons mettre en exergue le principe de l'introduction des fractions comme de nouveaux « nombres ». Elles sont introduites suite au constat que le mesurage de différentes grandeurs (longueur, aire) ne peut pas toujours être réalisé en utilisant seulement les nombres entiers, d'où la nécessité de construire de nouveaux nombres pour pallier les insuffisances des entiers. En vue de favoriser la construction du concept de fraction, nous avons pris soin, suite à l'étude de différentes situations, de sélectionner celles qui permettent d'anticiper ou de répondre aux principales difficultés et aux obstacles inhérents au concept de fraction par les élèves. C'est la raison pour laquelle, elles devaient nécessairement répondre aux cinq principes, désignés par (P1), (P2), (P3), (P4) et (P5) énumérés ci-dessous :

(P1) : La fraction est utilisée lorsque les entiers ne suffisent pas (principe de base).

(P2) : La fraction est un nombre associé à une mesure de grandeur (aire, longueur).

(P3) : Les fractions utilisées par les élèves, par confrontation aux situations de référence, doivent être inférieures à l'unité, égales à l'unité, strictement supérieures à l'unité.

(P4) : Une fraction - associée à une mesure de grandeur – doit être nécessairement représentée dans différents registres de représentation (iconiques, symboliques, registre de langue orale) au sens de Duval (2006).

(P5) : Les écritures fractionnaires objets d'études peuvent être associées à plusieurs écritures fractionnaires équivalentes.

Ainsi pour tenir compte des difficultés des élèves liées à la construction du concept, le choix ainsi que la conception de la situation objet d'étude intègrent les principes cités précédemment.

III - MÉTHODOLOGIE DES EXPÉRIMENTATIONS RÉALISÉES

Dans le cadre de cet écrit, nous nous intéressons plus particulièrement à trois classes de cycle 3. Les trois enseignants en charge de ces dernières exercent dans les deux environnements différents considérés : deux sont enseignants en écoles rurales et appartiennent au pôle (ANS) (précisons que l'enseignant, désigné par GUE, a 10 ans d'ancienneté et que l'enseignant désigné par ERA en a 34), le troisième est enseignant du pôle (ANS) en Réseau d'Education Prioritaire, dans un milieu urbain (STI a 22 ans d'ancienneté). GUE a un parcours universitaire en mathématiques, les deux autres enseignants n'ont pas de formation particulière dans ce domaine. Lors de l'année 1 du projet, l'enseignant en Réseau d'Education Prioritaire sur le pôle (NP) désigné par STI, décrit sa classe comme étant très hétérogène ; nombreux sont les élèves de sa classe qui ne maitrisent pas les compétences liées à la compréhension de la numération décimale (nombres entiers). En milieu semi-rural, autrement dit sur le pôle (ANS), les deux enseignants, ERA et GUE, dans un contexte de classes plutôt homogènes, identifient un nombre beaucoup plus restreint d'élèves concernés par ces difficultés. La gestion des élèves à besoins particuliers dans ces deux classes constitue, cependant, une réelle préoccupation des enseignants.

1 Principes de la méthodologie utilisée

Identifier l'outillage didactique à co-construire au sein de la communauté de pratique. Les besoins spécifiques ont été conjointement identifiés lors des premières rencontres entre partenaires du projet : l'étude de situations de référence permettant la construction raisonnée du sens des entiers, puis des fractions et ensuite des décimaux, et la nécessité de développer des savoirs didactiques inhérents aux enjeux et aux étapes de l'apprentissage. Les enseignants nous ont aussi fait part de leur volonté de développer la maîtrise des gestes professionnels, au sens de Bucheton (2019), dans le but d'être plus performants dans la conduite des situations de référence. Cette demande nous a amenés à effectuer des analyses *a priori* et *a posteriori* de leurs pratiques, ciblant précisément les gestes professionnels, dans le cadre de visites croisées réalisées sur chacun des pôles. Cependant, ces expérimentations ont joué un rôle important dans l'évolution des pratiques et dans la capacité des enseignants à conduire des phases d'exposition des procédures en prenant en compte les difficultés liées à la communication des raisonnements qui sous-tendent les procédures.

Élaborer conjointement un dispositif didactique. En nous appuyant sur les outils et les avancées de la recherche dans le domaine de l'apprentissage des fractions, nous avons élaboré les temps de formation en mettant en œuvre la méthodologie présentée dans la suite de cette section. Nous avons, dans un premier temps, pris connaissance et analysé les situations mathématiques utilisées par les praticiens en vue de permettre l'acquisition des fractions et nous avons ensuite complété ce panel par certaines situations de référence robustes et facilitant l'accès au sens des fractions. Ensuite, nous avons co-construit et fait évoluer au fil des rencontres, en partenariat avec les membres de la communauté, un outil d'analyse correspondant à l'élaboration d'une analyse *a priori* en TSD de chacune des situations de référence proposées aux enseignants. Les discussions collectives et les débats ont permis de mettre en lumière les enjeux didactiques des différentes phases de la séquence au regard du projet initial. Nous avons manifesté auprès des praticiens la nécessité de recueillir des observables (vidéos, enregistrements audio et photographies) inhérents à la mise en œuvre de chaque situation expérimentée dans plusieurs classes. Le recueil de ces observables nous a permis d'analyser, au sein de la communauté de pratique, les connaissances et les savoirs valides et erronés mobilisés par les élèves en situation d'apprentissage, ainsi que les différentes formes de raisonnements produits au cours des différentes phases de la séquence (phase de recherche, phase d'exposition des procédures, phase de débat) et ainsi de mettre en lumière leurs différentes fonctions. Ainsi, nous avons pu fixer des axes de travail avec les partenaires du projet concernant le pilotage de la situation didactique : décider des actions de régulation, de soutien et d'accompagnement des élèves compte-tenu des analyses effectuées et des évaluations proposées. Lors des temps d'échanges au sein de la communauté de pratique, une attention particulière a été donnée aux effets attendus, à savoir :

- Accorder une place importante aux moments de formulation et de débat de manière à donner au langage une place centrale dans l'acquisition et les usages du concept de nombre rationnel et décimal (précision du lexique utilisé et articulation et développement des différents registres de représentation) ;
- Établir un lien de tissage, au sens de Bucheton (2019), entre les différentes situations d'action, de formulation et de validation pour un même support et entre les différentes situations qui contribuent à l'élaboration et à l'enrichissement du répertoire didactique de la classe.

2 Analyse des raisonnements

Afin de déterminer en quoi la confrontation des élèves de cycle 3 à des situations de référence élaborées, analysées et adaptées par les enseignants aux spécificités des classes favorise l'élaboration de raisonnements en situation permettant aux élèves de donner du sens au concept de fraction, nous avons procédé à l'étude d'une même séquence mise en œuvre sur les 2 pôles (NP) et (ANS). Dans la progression choisie, nous situons cette séquence en CM1, après avoir proposé aux élèves des situations de référence visant l'appropriation des fractions dans le domaine de la mesure de longueur (la figure 4 rend compte des parcours pour lesquels les grandeurs longueur et aire sont alternativement étudiées).

2.1 La séquence objet d'étude

La séquence objet d'étude a été initialement conçue par les auteurs, Patrick Gibel et Emilie Bourguinat. Elle vise à construire et à renforcer le concept de fraction chez les élèves de cycle 3 : il s'agit d'utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs (des aires). Les compétences en jeu relèvent alors de trois domaines mathématiques : nombres et calculs, grandeurs et mesures (aires), géométrie (figures planes). La progression construite est une progression spiralaire (Astolfi, 1992 ; Bruner, 1966 ; Taveau, 2022). Le schéma ci-dessous rend compte de la progression construite dans le cadre du projet CARDIE-INSPE :

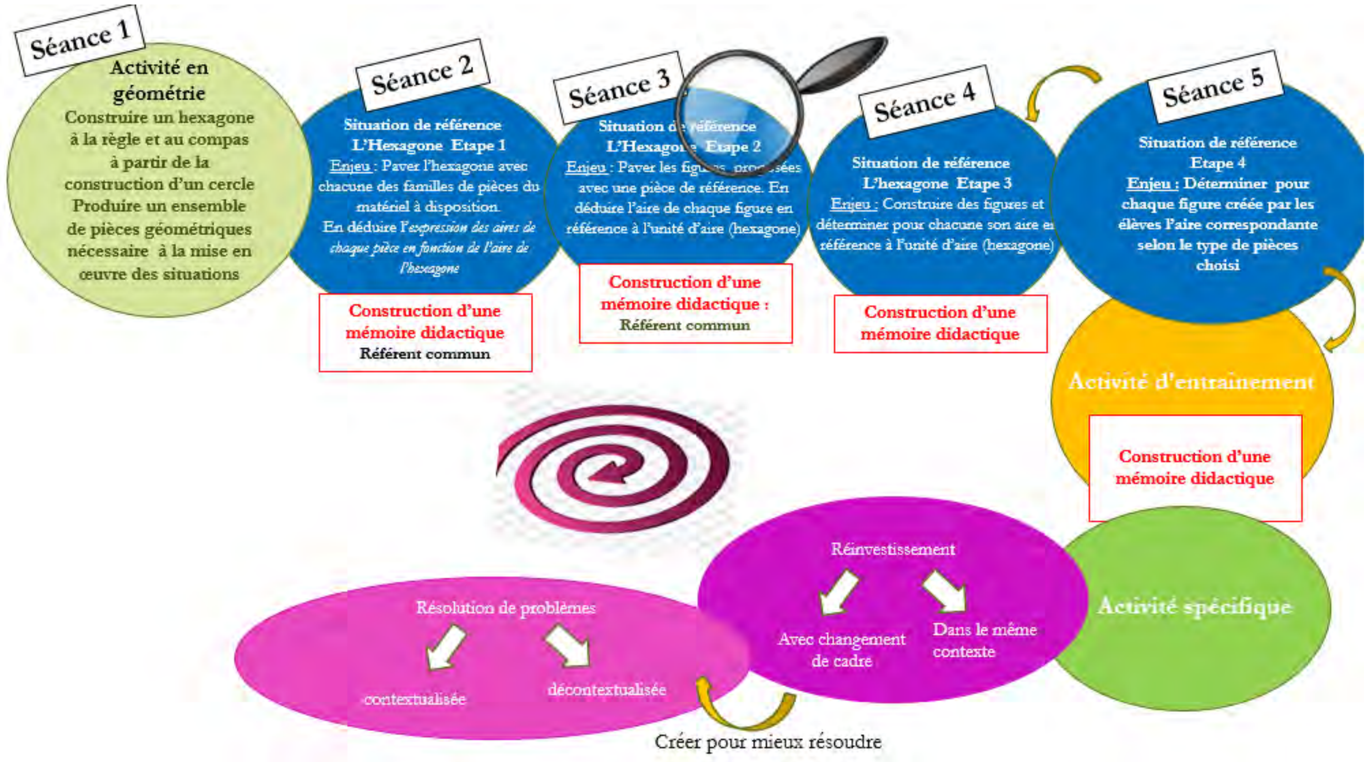


Figure 2. Enseignement et apprentissage des fractions – d'après la situation de référence « L'Hexagone »

La construction de la séquence « L'Hexagone » illustre la mise en œuvre des principes cités dans la partie III.2 et que nous reprenons dans ce qui suit.

(P1) Les élèves donnent du sens aux aires des sous-figures de l'hexagone en pavant l'hexagone avec des pièces identiques (6 triangles équilatéraux, 3 losanges superposables, 2 trapèzes superposables) et en mettant ainsi en évidence les fractions $\frac{1}{2}\mathrm{A}$, $\frac{1}{3}\mathrm{A}$ et $\frac{1}{6}\mathrm{A}$, A étant l'aire de l'hexagone. Nous considérons ainsi que la séance 1 de cette séquence, séance de géométrie, est essentielle à mettre en œuvre dans chaque classe afin que les élèves prennent conscience que les pièces résultent d'un partage en parts égales. Ainsi, ils seront davantage à même d'associer une mesure fractionnaire à chacune des pièces qui constituent le matériel de base lors de la construction du concept de fraction.

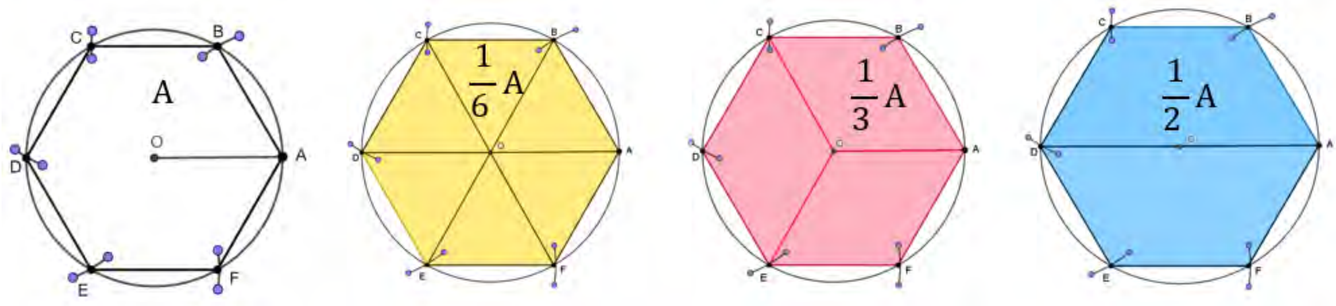


Figure 3. Matériel de référence – Situation de référence « L'Hexagone »

(P2) Il s'agit, dans cette séquence, de travailler sur la grandeur « aire » d'une surface en référence à une unité choisie (A) qui désigne l'aire de l'hexagone. Par exemple, à la séance 2, les élèves doivent paver l'hexagone avec chacune des familles de pièces à disposition et en déduire l'expression de l'aire de chaque pièce en fonction de l'aire de l'hexagone.

(P3) Au fil des séances, les élèves découvrent des fractions inférieures à l'unité (A), égales à l'unité, supérieures à l'unité. Dans la séance 3 de la séquence étudiée, les élèves doivent paver les figures proposées, toutes supérieures à l'unité, avec une pièce de référence et en déduire l'aire de chaque figure en référence à l'unité d'aire (hexagone) (voir Figure 7).

(P4) Grâce aux matériels de base construits, aux traces des réponses élaborées par les élèves et aux modalités pédagogiques mises en œuvre par les enseignants (travail de groupe favorisant les interactions, mises en commun débouchant sur l'institutionnalisation), les fractions, associées à une mesure de grandeur, sont nécessairement représentées dans différents registres de représentation (iconiques, symboliques, registre de langue orale) au sens de Duval (2006).

(P5) Le choix des figures proposées à la séance 3, influencé par la possibilité de les paver différemment avec un seul type de pièce, permet aux élèves de travailler sur différentes désignations du nombre et de découvrir des écritures fractionnaires équivalentes. La figure 4 illustre l'utilisation par les élèves des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder des mesures d'aires, une unité d'aire étant choisie (l'hexagone).

Figure 4. Classe de GUE – pôle (ANS) – Production d'écritures fractionnaires équivalentes

2.2 Déroulement et analyse a priori de la séquence

Place de la séquence dans la progression sur les fractions

De façon générale, à partir de l'analyse des enjeux didactiques des situations de référence réalisée au sein de la communauté, les parcours d'apprentissage sont élaborés par les enseignants en fonction de leur profil de classe, notamment simple ou double niveau correspondant aux cours moyens première année et deuxième année (élèves de 9-10 ans) et des difficultés évaluées des élèves. Une contrainte relative aux choix des situations est cependant imposée aux enseignants, celle de mettre en jeu des grandeurs différentes (mesure de longueur, mesure d'aire) dans l'élaboration du parcours d'apprentissage. La figure 5 ci-dessous présente les parcours d'apprentissage et la succession des situations construits par les trois enseignants. L'enseignant désigné par STI est sur le pôle (NP), les enseignants désignés par ERA et GUE relèvent quant à eux du pôle (ANS).

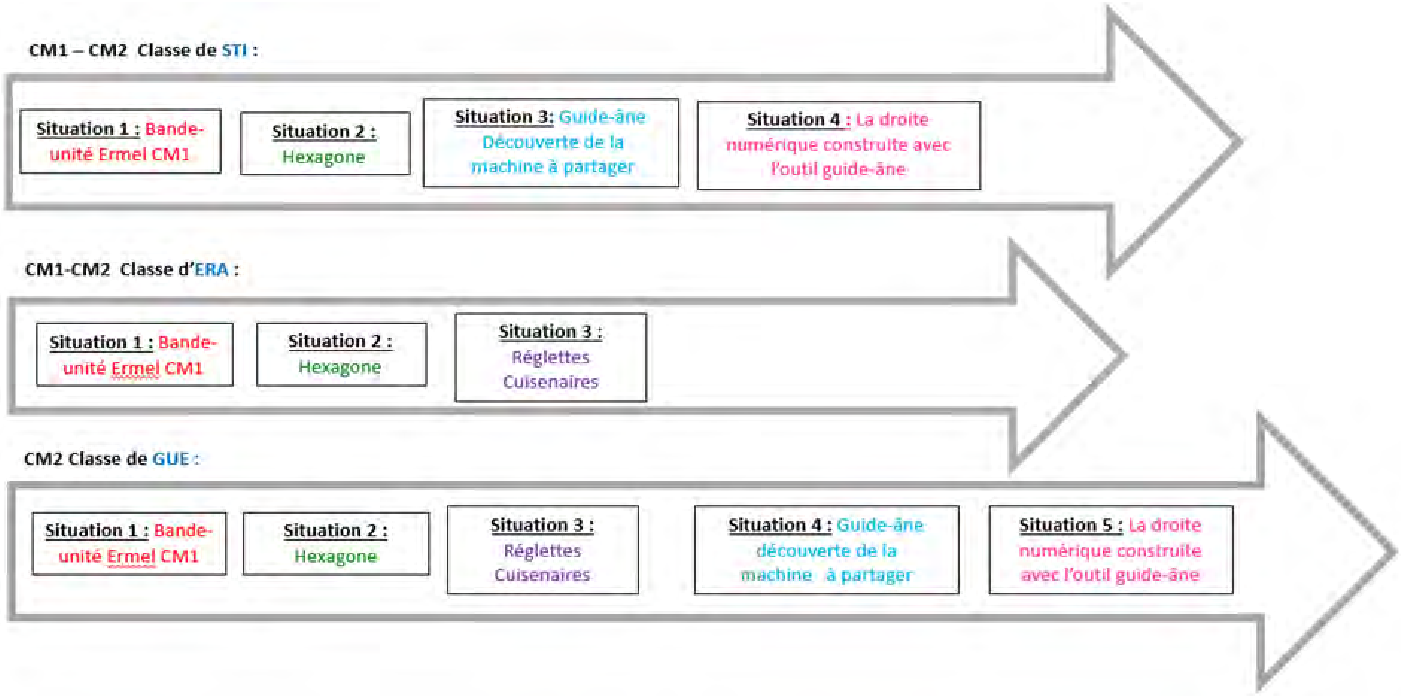


Figure 5. Les différents choix de parcours d'apprentissage effectués par les enseignants des 2 pôles.

Analyse a priori de la séquence

Le matériel à disposition des élèves est constitué de trois jeux de pièces à disposition de chaque trinôme : jeu 1 (un hexagone et N triangles équilatéraux découpés) - jeu 2 (un hexagone et L losanges découpés) - jeu 3 (un hexagone et M trapèzes découpés). Les figures à étudier ainsi que les triangles, les losanges et les trapèzes sont découpés dans du carton. Il est cependant important de préciser que les entiers N, L et M peuvent prendre des valeurs différentes selon les choix des enseignants, nous précisons qu'*a minima* : N prend la valeur 6, L prend la valeur 3 et M prend la valeur 2 (voir Figure 6).

Figure 6. Exemple de matériel à disposition (N=6, L=3, M=2) - Séquence de l'hexagone – séance 3 - Classe de GUE

Variables didactiques et pédagogiques de la situation

Afin de faire évoluer les procédures des élèves et d'adapter le choix des valeurs aux différentes classes, nous avons identifié les principales variables didactiques de la situation. La première variable didactique désigne la complexité de la figure à étudier et ce d'un double point de vue : il est possible de réaliser un pavage uniquement avec le jeu 1 (triangles équilatéraux), ou il est possible de paver la figure avec le jeu 1 et ensuite avec le jeu 2 (losanges), ou encore avec le jeu 1 (triangles), ensuite avec le jeu 2 (losanges) et également avec le jeu 3 (trapèzes). La complexité du pavage dépend également du nombre de pièces identiques nécessaires au recouvrement.

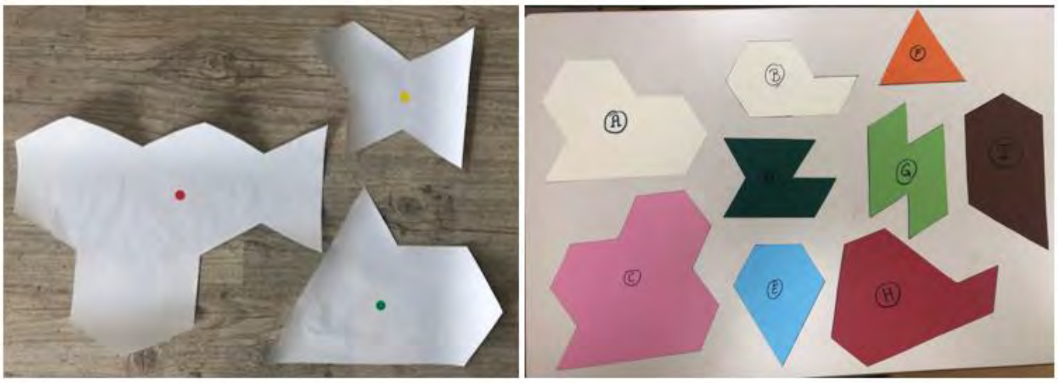


Figure 7. Exemples de figures à étudier classe CM2 de GUE (3 figures) et classe de CM1-CM2 d'ERA (9 figures)

La seconde variable didactique correspond au nombre de pièces à disposition associé à chaque jeu de figures. La limitation du nombre de pièces de chaque jeu rend nécessaire la représentation des contours des pièces qui constituent le pavage. La représentation des différents contours de chaque type de pièces pour une même figure « donne à voir » l'équivalence des écritures fractionnaires.

De plus selon les contextes de classe, l'enseignant peut jouer sur d'autres variables, de nature pédagogique, visant à mettre en place une différenciation des procédures. Il s'agit par exemple du choix de faire figurer ou non sur chaque jeu de pièces l'écriture mathématique associée à la mesure de l'aire de la pièce. La présence de cette écriture rend plus aisé le calcul de l'aire de la figure étudiée en référence au jeu de pièces utilisé.

De même la possibilité de mettre à disposition des élèves des feutres de couleurs permet de mettre en évidence l'équivalence des écritures fractionnaires. En effet, si chaque pavage, associé à chaque type de pièces (trapèze ou triangle ou losange), est réalisé en utilisant les couleurs de feutres correspondant aux couleurs des pièces (trapèze ou triangle ou losange), les élèves percevront plus aisément les rapports entre les différentes écritures fractionnaires équivalentes.

Les procédures susceptibles d'être produites par les élèves

Nous décrivons ci-dessous les principales procédures de résolution susceptibles d'être observées par les enseignants.

Procédure 1 (procédure incomplète) : à partir d'un jeu de pièces donné, l'élève positionne une pièce et la déplace en traçant systématiquement le contour. Il effectue ensuite le dénombrement des pièces représentées. L'élève note ensuite le nombre de pièces utilisées ainsi que leur nature. On relève cependant l'absence de rédaction d'une conclusion relative à la mesure de l'aire de la figure exprimée en référence à l'unité.

Procédure 2 (procédure complète) : à partir d'un jeu de pièces donné, l'élève positionne une pièce et la déplace en traçant systématiquement le contour. Il effectue ensuite le dénombrement des pièces représentées. L'élève note ensuite le nombre de pièces utilisées ainsi que leur nature. Il produit alors une formulation de la conclusion relative à la mesure de l'aire de la figure en référence à l'unité A (formulée explicitement ou non).

Procédure 3 (procédure incomplète) : à partir d'un jeu de pièces donné, l'élève positionne toutes les pièces à disposition et si cela s'avère nécessaire pour terminer le pavage, il déplace l'une d'elles en traçant systématiquement le contour. Il effectue un dénombrement de l'ensemble des pièces (matérielles et représentées). Ensuite il inscrit le nombre de pièces utilisées ainsi que leur nature pour effectuer le pavage. On relève cependant une absence de conclusion relative à la mesure de l'aire de la figure.

Procédure 4 (procédure complète) : à partir d'un jeu de pièces donné, l'élève positionne toutes les pièces à disposition et si cela s'avère nécessaire pour terminer le pavage, alors il déplace l'une d'elles en traçant systématiquement le contour. Il effectue un dénombrement de l'ensemble des pièces (matérielles et représentées). Ensuite il inscrit le nombre de pièces utilisées ainsi que leur nature pour effectuer le pavage. Il rédige ensuite la conclusion relative à la mesure de l'aire de la figure en référence à l'unité A (formulée explicitement ou non).

Procédure 5 (procédure complète) : lors de la recherche d'une nouvelle formulation du résultat, l'élève repère et dénombre les unités de référence présentes dans la figure (hexagone) directement ou par pavage avec l'hexagone. Il détermine ensuite le pavage de la partie restante par le choix d'une pièce appropriée. Ceci conduit à exprimer le résultat sous la forme $m\mathrm{A} + \frac{\mathrm{n}}{\mathrm{d}}\mathrm{A}$.

Les modalités pédagogiques

Pour les modalités de travail présentées aux élèves, la phase de recherche peut être effectuée selon deux modalités au choix : dès le début de l'activité constitution de trinômes, supposés « homogènes » par l'enseignant, ou recherche individuelle puis constitution de trinômes « homogènes » réalisés en tenant compte des procédures mises en œuvre par les élèves. La phase d'exposition des procédures est collective au sein du groupe classe. Les élèves ont à disposition le référent collectif produit à l'étape 1 de la séquence (Figure 8) dont l'enjeu est de paver l'hexagone avec chacune des familles de pièces du matériel à disposition. Les élèves doivent en déduire l'expression des aires de chaque pièce en fonction de l'aire de l'hexagone. Ce référent aura été construit de façon à ce que les pièces soient déplaçables et que l'aire de chacune d'elle soit écrite (dessus) sous forme fractionnaire.

Les difficultés envisagées

Au regard de la situation d'apprentissage proposée, nous avons envisagé des difficultés que les élèves pourraient rencontrer dans les différentes phases de la recherche :

- Respecter la consigne : la figure doit être « pavée » en utilisant <u>un seul type de pièces</u>.

- A partir du pavage de la figure réalisé en utilisant un seul type de pièces, déduire l'aire de la figure étudiée ; plus précisément la formuler dans un registre verbal, puis dans un registre symbolique en produisant sa mesure sous la forme d'une écriture fractionnaire.
- Mentionner le résultat de la mesure de l'aire en indiquant l'unité d'aire (A).
- Percevoir les raisons de l'équivalence des écritures fractionnaires obtenues en utilisant tour à tour chaque type de pièces.

Aides proposées

Afin d'aider tous les élèves à réaliser les pavages et à en déduire les écritures mathématiques correspondantes, des aides peuvent être proposées :

- Le premier type d'aide est de nature matérielle. Il s'agit de proposer, pour chaque jeu, un nombre de pièces à disposition permettant d'effectuer le pavage dans sa totalité (recouvrement total de la figure étudiée). L'ajout des fractions de même dénominateur sera ainsi facilité.
- Le deuxième type d'aide est de nature sémiotique. Elle consiste à faire figurer, sur chaque pièce, l'aire de cette dernière sous forme d'une fraction en référence à l'aire de l'hexagone.
- Le troisième type est de nature matérielle et consiste à mettre à disposition des élèves des feutres de couleurs. Les élèves pourront ainsi tracer les contours des différentes pièces (en utilisant les couleurs de feutres correspondantes). Ainsi, ils visualiseront simultanément sur la figure étudiée les différents pavages réalisés et établiront l'équivalence des écritures fractionnaires associées.

Moyen de validation

Les élèves peuvent valider leur résultat en réalisant un recouvrement de la figure étudiée.

IV - ANALYSE DES RÉSULTATS – ÉTUDE DES EFFETS DES CHOIX DIDACTIQUES ADAPTÉS AUX DIFFÉRENTS ENVIRONNEMENTS

1 Effets des choix didactiques sur les pratiques du raisonnement

À partir de l'analyse *a priori* de la situation de référence « L'hexagone », culture commune à l'ensemble des acteurs du projet, les enseignants ont effectué des choix didactiques, adaptés, selon eux, à leur contexte d'exercice ainsi qu'à leur compréhension des enjeux de la séquence. Nous focalisons notre analyse sur l'observation en classe des choix didactiques effectués lors de la séance 3 (Figure 2) et leurs effets sur les conceptions des élèves et leurs pratiques du raisonnement. Nous rappelons que l'enjeu de cette séance est de paver les figures proposées avec une pièce de référence et d'en déduire l'aire de chaque figure en référence à l'unité d'aire (hexagone).

1.1 Effets des outils et des instruments mis à disposition des élèves sur les procédures des élèves

Lors des expérimentations réalisées, la séance 2 a eu pour finalité de déterminer l'aire de chacune des pièces (triangle équilatéral, losange et trapèze) en fonction de l'aire de l'unité (hexagone). La figure 8 ci-dessous montre deux choix distincts effectués par deux enseignants lors de la construction de la trace écrite ; d'une part (sur la figure située à gauche) la trace produite dans la classe de GUE (classe de CM2, pôle ANS), d'autre part (sur la figure de droite) la trace produite par STI (classe de CM1-CM2, pôle NP). Lors de la séance 3, les jeux de pièces à disposition des élèves comportaient sur chacune d'elles la fraction correspondante dans la classe de GUE, et ne comportaient aucune indication dans la classe de STI. L'observation a montré, conformément à l'analyse *a priori* réalisée, que ce choix de valeur de variable pédagogique (présence ou non de la mesure de l'aire de la pièce) simplifiait ou complexifiait véritablement la tâche des élèves.

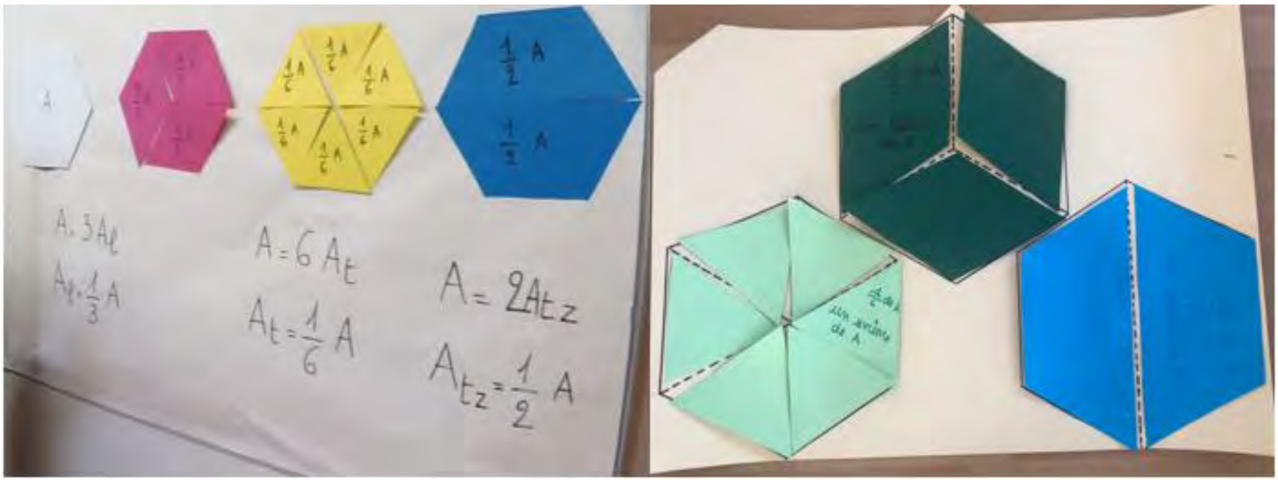


Figure 8. Traces écrites produites à l'issue de la séance 2 (classe de GUE – classe de STI)

En ce qui concerne la nature des figures à étudier par les élèves, tous les enseignants ont perçu la nécessité de proposer des figures permettant de mettre en valeur des écritures fractionnaires supérieures à l'unité (c'est-à-dire à l'aire de l'hexagone), mais aussi de générer des écritures équivalentes puisque les élèves ont la possibilité de paver avec le jeu 1, avec les jeux 1 et 2, avec les jeux 1, 2 et 3 des types de pièces à disposition.

Des choix différents sur le nombre de pièces à disposition pour paver ont induit des procédures et des apprentissages différents chez les élèves. Permettre aux élèves d'utiliser autant de jeux de pièces que voulu (Figure 9) n'a pas permis de faire évoluer chez certains élèves la procédure de dénombrement et d'addition de fractions de même dénominateur à une reconnaissance de l'unité de référence et du pavage de la partie restante par le choix d'une pièce appropriée (mise en évidence d'écritures équivalentes).

Figure 9. Exemples de figures à étudier (classe d'ERA et classe de GUE)

Enfin, comme l'illustre la figure 10, le matériel de tracé mis à disposition dans la classe de GUE donne la possibilité aux élèves de tracer le pavage. L'usage des couleurs des types de pièces est une aide méthodologique à une meilleure lisibilité des écritures équivalentes liées aux pavages successifs réalisés.

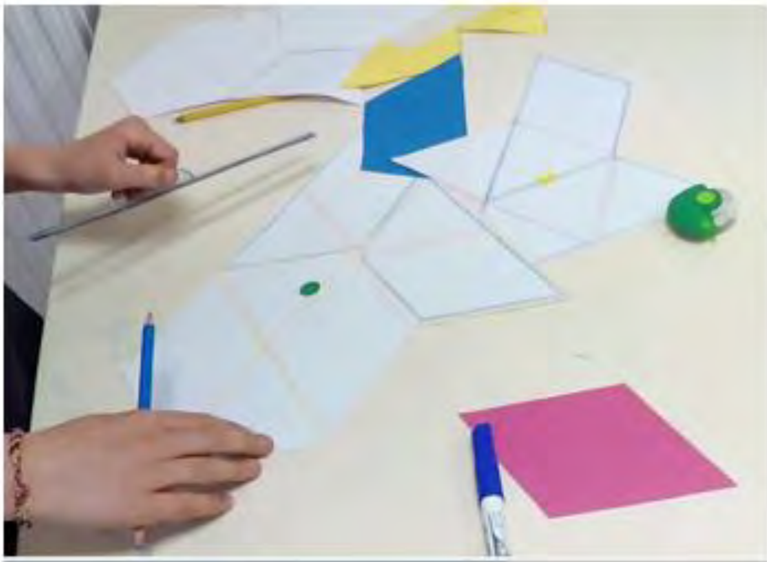


Figure 10. Pavages successifs par utilisation alternative des jeux de pièces et mise en valeur des écritures équivalentes - Classe de GUE – pôle (ANS)

C'est dans la classe de STI, en REP, que l'aide de l'enseignante à la formulation des procédures semble la plus nécessaire pour un nombre important d'élèves. La mise en valeur des écritures fractionnaires équivalentes devant être très explicite, l'enseignante a dû, dans certains cas, faire appel au pliage en situation de l'hexagone (lien de tissage avec la situation de la bande unité d'Ermel), à la superposition des pièces (Figure 11). Le choix de faire figurer sur chaque jeu de pièces l'écriture fractionnaire associée à la mesure de l'aire de la pièce aurait permis de soutenir les explicitations orales et ainsi la compréhension des effets des choix de pièces pour paver sur les écritures mathématiques correspondantes et sur la mise en évidence des équivalences d'écritures. Cette démarche aurait aussi permis d'articuler les différents registres pour représenter une fraction (registre iconique, registre symbolique, registre de la langue orale).

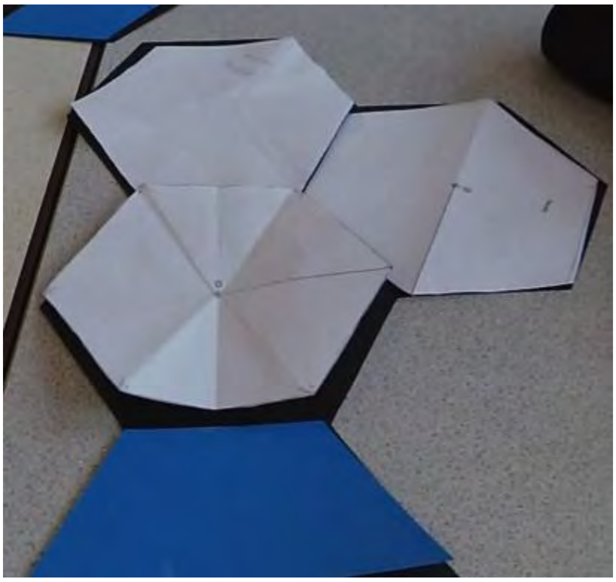


Figure 11. Aide à la formulation de procédures – classe de STI - pôle (NP)

1.2 Effets du choix des valeurs des variables didactiques et des modalités pédagogiques expérimentées

Le choix de la modalité de travail en groupe a été unanime pour favoriser les interactions et les débats lors des phases de recherche (trinômes dans la classe de GUE, binômes dans les classes de STI et d'ERA). La modalité de travail en trinôme, avec les trois figures à étudier distribuées simultanément et une feuille de recueils de résultats pour le groupe (Figure 12, classe de GUE), ouvre le champ des possibles en permettant aux élèves de se répartir l'étude des figures ou de toutes les analyser ensemble et de se rendre compte d'une grande diversité des écritures équivalentes.

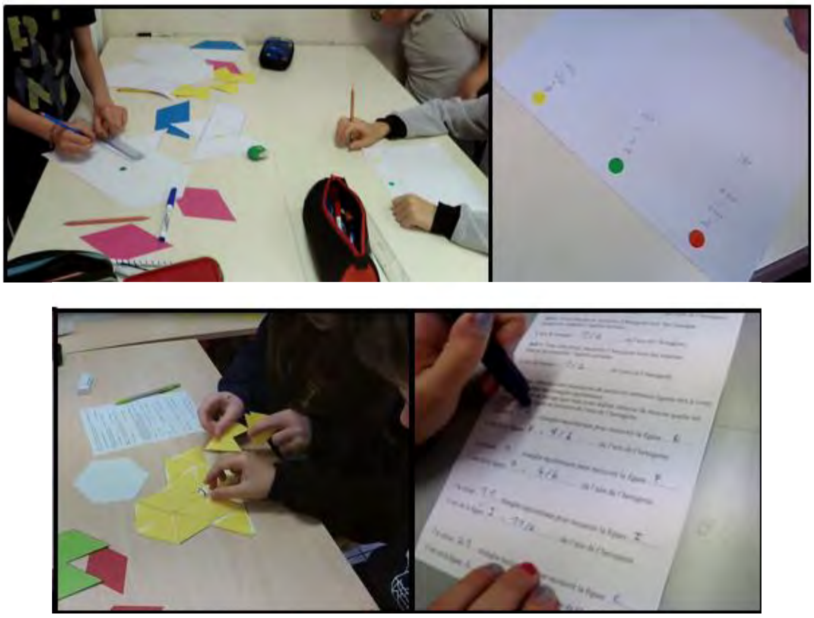


Figure 12. Classe de GUE travail en trinômes – Classe d'ERA travail en binômes ; une figure à étudier à la fois

2 Situation de l'hexagone : analyse des raisonnements produits par les élèves

L'observation des procédures des élèves nous a permis à la fois de traduire leurs conceptions sur le concept de fraction mais aussi d'identifier les différentes fonctions de leurs raisonnements. Lors de la confrontation de l'élève à la situation de référence, les élèves ont produit différents raisonnements recouvrant différentes fonctions que nous allons à présent caractériser :

- A partir du choix d'une pièce, l'élève décide de la réalisation des premières actions. Certains élèves sont également en mesure d'anticiper le résultat final de la suite d'actions en représentant sur la figure étudiée le résultat du pavage anticipé.
- L'élève interprète le résultat de la représentation du pavage afin d'en déduire la mesure de l'aire en référence à l'unité d'aire (A).
- L'élève contrôle la vraisemblance des différentes mesures obtenues en mettant en relation les pavages produits pour chaque jeu de pièces.

Lors de la communication des procédures, les élèves ont produit différents raisonnements visant à justifier la validité de leur résultat en formulant les étapes de leur procédure, à produire un argument (sémantique ou pragmatique) pour questionner la validité d'une procédure, et à fournir une explication pour établir la pertinence et la validité de sa procédure. Lors de la phase de débat relative à la validité des procédures présentées, l'élève peut produire différents raisonnements recouvrant différentes fonctions : invalider une procédure en identifiant l'origine de l'erreur dans la procédure utilisée ou remettre en cause une procédure en ayant recours à un argument pragmatique.

V - CONCLUSION

Le projet CARDIE-INSPE a permis aux enseignants de faire vivre à leurs élèves des situations de référence en les adaptant à l'environnement considéré et à la spécificité de leur classe. Cette démarche a permis aux élèves de donner du sens aux nombres rationnels : d'une part en percevant les conditions dans lesquelles leurs utilisations s'avèrent pertinentes, et d'autre part en leur offrant la possibilité d'accéder à leurs différentes représentations en référence aux différents registres (iconiques, symboliques, registre de langue orale) au sens de Duval (2006). L'enjeu principal des situations de référence est également de favoriser la pratique du raisonnement et de permettre au chercheur d'identifier ses différentes fonctions : décider de l'utilisation d'une connaissance, interpréter des actions ou des suites d'actions, interpréter des calculs, produire une explication, justifier la validité d'une procédure, produire un argument visant à invalider un résultat. Les usages du raisonnement en situation de communication et en situation de débat ont également largement contribué à développer les pratiques langagières, notamment dans le pôle (NP) où ces dernières doivent nécessairement être au centre des préoccupations des enseignants.

Du point de vue de l'évolution des pratiques enseignantes, le projet a contribué principalement à réaliser un état des lieux des pratiques initiales sur chacun des pôles (NP) et (ANS), à permettre une prise de conscience, par l'ensemble des partenaires, des difficultés didactiques et professionnelles inhérentes au pôle (NP) et des spécificités de chacun des pôles (NP) et (ANS), à faire prendre conscience de l'intérêt de partager une culture didactique commune - concepts didactiques partagés (définition, champs d'utilisation), outillage spécifique pour la conduite de classe et pour l'analyse de pratiques permettant de faire évoluer sa pratique professionnelle - et enfin à prendre appui sur la visualisation et l'analyse didactique des expérimentations menées dans différentes classes pour reconsidérer sa gestion de la situation. Chaque enseignant, ayant perçu l'évolution du projet sur deux années, a développé une attitude réflexive en reconsidérant les choix didactiques et pédagogiques effectués en amont. La fréquence des rencontres en groupe restreint, autrement dit sur chaque pôle, a permis d'identifier les raisons de leurs choix didactiques et pédagogiques. Les temps de mutualisation entre les deux pôles ont mis en valeur des temps d'échanges sur les situations, la construction et l'articulation de séances, des débats sur l'importance de chaque phase et les spécificités de chaque pôle (contrastes, manières de différencier). Dans le cadre didactique de choix de situations de référence communes, cette complémentarité des approches a permis un accompagnement spécifique dans chaque territoire par la co-construction d'éléments de réponse adaptés aux besoins régulièrement évalués (enseignement, apprentissage). L'adaptation des situations dans le contexte du pôle (NP) a nécessité d'engager au sein de la communauté de pratiques des travaux didactiques sur trois axes. Le premier axe est le choix et l'appropriation des situations de référence (sur les plans mathématique et didactique). Le deuxième axe concerne l'identification des éléments didactiques (choix des valeurs des variables didactiques, modalités, gestes professionnels) en vue d'une adaptation à chaque classe (éléments de différenciation qui ne dénaturent pas la situation). Le troisième axe réfère à l'évolution nécessaire des progressions relatives à la numération sur les cycles 2 et 3.

En guise de conclusion, nous proposons de cibler les trois principaux éléments didactiques qui ont nécessité un accompagnement plus spécifique et de nombreuses interactions entre partenaires de la communauté de pratiques, dans les deux environnements (NP) et (ANS), en vue de mettre en œuvre les situations de référence montrant ainsi leur intérêt didactique et leur robustesse. Le premier est la gestion didactique des différentes phases du déroulement de la séquence, notamment la place accordée à l'activité de « recherche ». Le second est la détection et l'interprétation des formes de raisonnements produites par les élèves. Le troisième est la prise en compte et le traitement des raisonnements dans l'avancée de la situation didactique.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Astolfi, J.-P. (1992). *L'école pour apprendre*. Paris : ESF éditeur.

Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'Association des Mathématiciens Québécois*, *23,* 14-24.

Brousseau, G., (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. et Gibel, P. (2005). Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. Dans C. Laborde C., M.-J. Perrin Glorian et A. Sierpinska (Eds), *Beyond the apparent banality of the mathematics classroom*, (13-58). New York : Springer.

Bruner, J. (1966). *Toward a Theory of Instruction.* Cambridge : Harvard University Press.

Bucheton, D. (2019). *Les gestes professionnels dans la classe. Éthique et pratiques pour les temps qui viennent*. Paris : ESF éditeur.

Bueno-Ravel, L. et Le Poche, G. (2011). Situations de "référence" pour enseigner le numérique au cycle 2. Dans *Actes du XXXVIIIème colloque COPIRELEM. Dijon 2011. Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*. Dijon : IREM de Dijon.

Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques ? *Relime*, Numéro spécial, 45-81.

Gibel, P. (2015). Mise en œuvre d'un modèle d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques à l'école primaire. *Éducation et Didactique*, *9*(2), 51-72.

Gibel, P. (2018). *Elaboration et usages d'un modèle multidimensionnel d'analyse des raisonnements en classe de mathématiques*. Note de synthèse de l'Habilitation à Diriger les Recherches. Pau : Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Oléron, P. (1977). *Le raisonnement.* Paris : Presses Universitaires de France.

Taveau, C., (2020). La co-construction de dispositifs de formation à distance : la spirale de Dordogne. Dans *Actes du 46e colloque COPIRELEM. Lausanne 2019. Dispositifs de formation à l'enseignement des mathématiques au XXIe siècle, un regard international sur les connaissances, les continuités, les innovations et les difficultés* (478-486). Paris : ARPEME.

Wenger, E., Mc Dermott, R. et Snyder, W. (2002). *Cultivating Communities of Practice: a guide to managing knowledge*. Boston, MA : Harvard Business School Press.

Wenger, E. (2005). *La théorie des communautés de pratique. Apprentissage, sens et identité.* St-Nicolas, QC: Les presses de l'Université Laval.

AIDE À L'ÉTUDE DE PROBLÈMES ADDITIFS DE TRANSFORMATION D'ÉTATS
EXEMPLE DE DEUX DISPOSITIFS

Christophe DRACOS
Conseiller pédagogique départemental mathématiques
Laboratoire ADEF
christophe.dracos@ac-aix-marseille.fr

Résumé

Cette communication porte sur deux dispositifs différents d'aide à l'étude dans la résolution de problèmes additifs de transformation d'états, mis en œuvre dans deux classes de CE2. Le premier est *un dispositif de type préventif* (Assude et al., 2016 a et b ; Millon-Fauré et al., 2018 a et b), qui se déroule lors d'une séance d'APC (Activités pédagogiques complémentaires). Habituellement, ces séances d'APC ont pour objectif de remédier à des difficultés constatées des élèves. Au contraire, il s'agit ici de préparer à une séance en classe entière, un groupe restreint d'élèves risquant de rencontrer des difficultés. Le deuxième dispositif comporte des séances de courtes durées portant sur la résolution de problèmes de transformation en anglais puis en français, avec recherche de l'état final (MENJ, 2020), dans le cadre d'un enseignement au sein d'une *DNL (Discipline Non Linguistique).* Il concerne alors l'ensemble du groupe classe. Ces séances portent sur le lexique, les structures syntaxiques, la compréhension, la création de problèmes, la représentation et la modélisation de la situation du problème en anglais. Nous cherchons à étudier les effets de ces dispositifs sur l'activité mathématique des élèves.

I - INTRODUCTION

Enquêtes après enquêtes, qu'elles soient nationales et internationales, le constat reste similaire : les écoliers français sont en difficultés dans les tâches de résolution de problèmes. Bien que devant être au centre des activités mathématiques, la résolution de problèmes est un champ pour lequel les enseignants éprouvent des difficultés à construire un enseignement répondant aux besoins des élèves. Ceci n'est pas une particularité uniquement française, mais « les enquêtes nationales et internationales mettent régulièrement en lumière que la situation est inquiétante pour les élèves de France. » (MENJ, 2022, p. 8). Au-delà de la performance se pose la question de l'origine des difficultés, celles-ci sont multifactorielles, mais le premier obstacle rencontré par les élèves reste la compréhension du problème et sa modélisation. Ce que confirment les réponses de 54 enseignants de cycle 2 et 3 à un questionnaire à choix multiples donné lors d'un temps de formation continue dans l'académie d'Aix-Marseille, où 80 % des participants déclarent que la difficulté principale est de comprendre le texte de l'énoncé du problème. 43 % d'entre eux indiquent faire résoudre plusieurs problèmes par semaine et 36 % mettent en place une séance spécifique de résolution de problème par semaine.

Notre recherche porte sur des dispositifs d'aide à l'étude de problèmes additifs de transformation d'états et plus exactement leurs effets sur l'activité mathématique des élèves, particulièrement au niveau de la compréhension des problèmes et de la modélisation. Le champ d'étude se limite aux problèmes verbaux à données numériques, car ils sont omniprésents à l'école primaire, et plus exactement, pour cette communication, aux problèmes de transformations d'états. Le premier dispositif est de type préventif. Il ne concerne qu'un groupe restreint d'élèves repérés comme étant en difficultés en mathématiques par l'enseignante et il se déroule lors de séances d'APC (Activités pédagogiques complémentaires). Ces séances sont des temps qui se situent hors du temps en classe entière et qui sont, généralement, des temps de remédiation, de reprise des objets étudiés avec le groupe classe. Elles interviennent donc a posteriori de l'introduction de nouvelles notions, il s'agit ici de préparer un groupe d'élèves en difficultés à une séance qui va se dérouler en classe entière. Quant au second dispositif, il comporte des séances courtes dans le cadre d'un enseignement en anglais au sein d'une discipline non linguistique (DNL), ici les mathématiques. Pour ce faire, nous menons une recherche collaborative avec deux enseignantes de CE2 d'écoles différentes.

Nous présentons d'abord nos appuis théoriques et notre méthodologie, avant d'analyser les effets de ces deux dispositifs sur l'activité mathématique des élèves.

II - CONTEXTE THÉORIQUE

1 La modélisation

Modéliser est l'une des compétences majeures en mathématiques. Cependant, plusieurs définitions cohabitent dans l'enseignement des mathématiques, il convient donc de préciser ce que nous entendons par le verbe « modéliser ». Chevallard (1989) identifie trois étapes dans le processus de modélisation : l'identification des variables pertinentes et la construction d'un modèle en établissant les relations entre ces variables (domaine de réalité du problème) ainsi que la production de connaissances sur le système en « travaillant » sur le modèle (domaine des mathématiques). Ainsi, nous définissons la modélisation comme étant l'identification des variables pertinentes pour l'étude du problème et l'établissement des relations entre ces variables permettant de traiter mathématiquement le problème afin de le résoudre.

2 Le dispositif préventif d'aide aux élèves en difficulté

Notre recherche se positionne dans le cadre plus général de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1998). Le premier dispositif d'aide a fait l'objet de plusieurs publications (Assude et al., 2016 a et b ; Millon-Fauré et al., 2018 a et b ; Theis et al., 2014 et 2016). Nous présentons, ici, seulement les éléments nécessaires à sa compréhension et renvoyons le lecteur vers ces autres articles pour plus de détails sur ce dispositif.

2.1 Les systèmes didactiques

Notre dispositif d'aide est composé de systèmes didactiques : un système didactique principal (SDP) et deux systèmes didactiques auxiliaires (SDA) au sens de Chevallard (1999). Le SDP est constitué du groupe classe, de l'enseignant, des enjeux de savoir et des relations entre les trois éléments du système didactique. Quant aux SDA, ils comportent un intervenant (ici l'enseignant de la classe) et un groupe restreint d'élèves. Dans cette étude, les deux SDA se déroulent durant les temps d'activités pédagogiques complémentaires (APC) : l'un en amont du SDP et l'autre en aval. Pour des questions pratiques, dans la suite, nous nommons SDA celui qui se situe avant la séance en classe entière et SDA post celui qui a lieu après (figure 1).

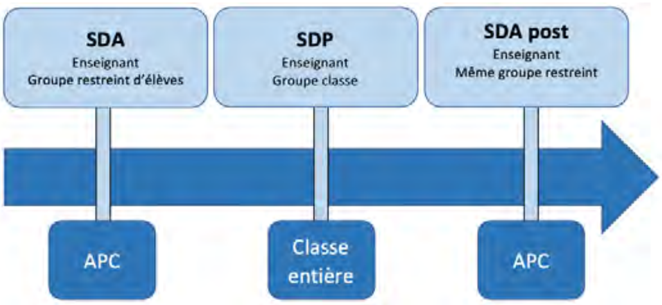


Figure 1. Organisation des dispositifs préventifs

Les systèmes auxiliaires dépendent du SDP au niveau des savoirs en jeu. Les séances habituelles d'APC font suite à une séance en classe entière et sont de la remédiation des objets étudiés lors des SDP. Ici, le SDA, au contraire, se situe avant le SDP. L'objectif est de préparer les élèves à entrer dans la situation qui sera proposée en classe entière afin qu'ils engagent un processus de compréhension. Il ne s'agit pas de résoudre la tâche, ce sera l'objectif du SDP. Le SDA permet de découvrir « avant », le milieu de la situation du SDP et notamment les règles définitoires du problème : de quoi s'agit-il ? Que doit-on faire ? Ainsi, ces élèves en difficultés pourront s'engager, en même temps que le groupe entier, dans la compréhension de la situation proposée. Ils se synchronisent avec les autres élèves de la classe. L'objectif du SDA post se situe davantage dans le fait de s'assurer que les savoirs rencontrés sont bien assimilés et sont transférables. Pour cet article, nous nous focalisons sur le SDA et le SDP.

2.2 Les fonctions du dispositif

Parmi les fonctions du dispositif (Theis et al., 2014 et 2016 ; Assude et al., 2016 a et b), nous en distinguons particulièrement trois et nous utilisons le triplet des genèses (Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni, 2000) pour les décrire. Ces fonctions vont permettre d'étudier l'activité des élèves.

La fonction mésogénétique. Lors du SDA, les élèves découvrent le milieu de la situation et travaillent sur les objets de celle-ci. Ils peuvent évoquer les techniques possibles pour résoudre le type de tâches qu'ils rencontreront lors du SDP ou encore convoquer les savoirs anciens nécessaires à la compréhension afin de les rendre disponibles. Concernant ces derniers, l'enseignant considère que les élèves en ont un niveau d'acquisition suffisant pour les rendre mobilisables dans la résolution sans qu'il soit nécessaire de les convoquer explicitement en collectif ou de les réactiver par une tâche spécifique. En tant que tels, ces savoirs anciens peuvent donc servir de point d'appui aux élèves pour construire une praxéologie nouvelle relative au type de tâches considéré. Cependant, il a été observé que ce n'est pas toujours le cas pour les élèves identifiés comme étant en difficultés par les enseignantes.

La fonction chronogénétique. Les élèves en difficultés sont, en général, en décalage avec le temps didactique de la classe. Le SDA doit donc permettre à ces élèves de se synchroniser avec le reste de la classe lors du SDP, de connaître « un peu avant, mais pas trop », de leur donner de l'avance par rapport aux autres élèves, mais sans introduire de savoirs nouveaux. Ainsi, le temps didactique n'avance pas. Pour ce faire, durant le SDA, il ne doit pas y avoir de rétroactions de l'enseignant sur les techniques évoquées, ni du milieu et donc aucune institutionnalisation. Inversement, le temps praxéologique (Assude et al., 2016 b) progresse lors du SDA avec la découverte de la situation du problème du SDP et/ou une réflexion sur les techniques possibles. Nous mesurons donc la progression du temps didactique par l'évolution d'au moins l'une des composantes de la praxéologie (Chevallard, 1999) relative à un type donné de tâches : les techniques, les technologies ou encore les théories. Au sein de l'institution qu'est la classe, Tambone (2014) précise que « c'est en principe la valeur scolaire qui fonde la reconnaissance de soi à laquelle une personne peut s'attendre – lorsqu'elle y vient en position d'élève. » mais cette valeur scolaire « se gagne dans la classe en développant un rapport adéquat au temps didactique officiel » (Theis & al., 2014, p.163). Ainsi, dans nos observations, les élèves en difficultés ne sont pas identifiés comme pouvant faire avancer le temps didactique, ni par l'enseignant, ni par les autres élèves, ni par eux-mêmes bien souvent.

La fonction topogénétique. Ce dispositif contribue à aider les élèves à (re)prendre une place d'élève aussi bien dans le SDA qu'au sein du groupe classe. Ayant rencontré la situation en amont, les élèves du SDA peuvent proposer des techniques possibles. Ils changent souvent de position par rapport aux enjeux des phases collectives en y étant actifs, ou en tout cas davantage que dans leurs habitudes. C'est-à-dire retrouver de la « valeur scolaire » en étant davantage synchrone avec le temps didactique de la classe.

3 Le dispositif d'enseignement dans les disciplines non linguistiques (DNL)

3.1 Généralités

Dans cette partie, nous traitons un deuxième dispositif d'enseignement des mathématiques en DNL. Notre choix s'est porté sur ce dernier pour son potentiel déclaré dans les textes officiels : « La langue est un **outil** essentiel pour atteindre le but fixé, et […] cet outil est à la fois **le moyen et l'objet d'apprentissage**. »

(MENJ, 2019, p. 5). De plus, la résolution de problèmes se prête bien « à un traitement discursif en langue étrangère et offre des possibilités de verbalisation, d'explicitation et de médiation (entre élèves ou entre le(s) professeur(s) et les élèves). » (MENJ, 2020, p. 42). Nous ne développons pas, dans cet article, les compétences liées à la langue, l'anglais dans notre cas, lors de la pratique de séances en DNL. Pour les mathématiques, l'attention et l'intérêt des élèves sont renforcés par la découverte ou la redécouverte de notions à travers l'utilisation d'une autre langue. En effet, dans notre étude, nous avons pu observer que la découverte d'un album en anglais puis la résolution de problèmes en anglais et en français ont été des situations motivantes pour les élèves. De plus, cette forme d'enseignement est propice à la pratique de l'oral en mathématiques. Dans certains cas, les termes mathématiques utilisés dans une autre langue peuvent même favoriser la compréhension et l'apprentissage de concepts, citons par exemple les nombres ayant 7 dizaines qui ont un mot spécifique en anglais (« seventy ») et ne sont pas une composition de deux mots déjà rencontrés par les élèves (« soixante » et « dix »), source de confusion en français.

L'enseignement dans une langue étrangère oblige l'enseignant à une nécessaire explicitation des situations-problèmes. Au-delà du lexique et des structures langagières, les éventuels implicites présents dans les textes, doivent être traités pour permettre aux élèves de comprendre la situation avec un étayage explicite. Dans ce dispositif, les objets enseignés sont introduits progressivement avec des activités ritualisées qui en assurent la maîtrise.

3.2 L'organisation des séances en DNL mathématiques

L'amorce se fait à partir d'un album de jeunesse qui va fournir le scénario, le lexique et les structures syntaxiques. Il s'agit d'un bus transportant des chiens et des chats qui montent ou descendent à chaque arrêt. Pour représenter la situation de l'album, l'enseignante utilise un schéma d'une ligne du temps avec un bus au départ, des arrêts, un bus à l'arrivée ainsi que des flèches qui symbolisent la montée ou la descente. Des espaces sont réservés, à chaque étape, pour écrire le nombre de personnages (figure 2)

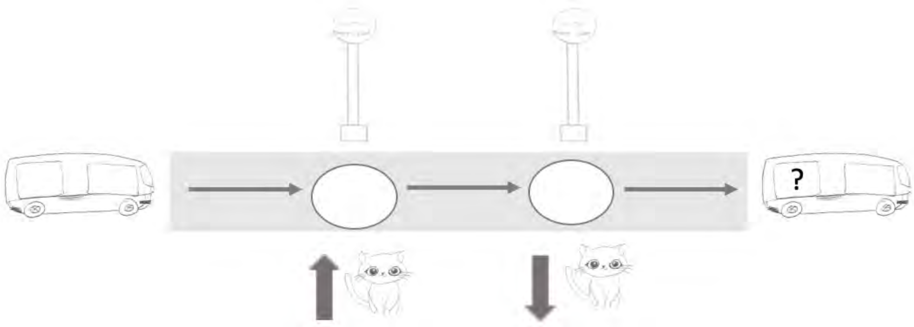


Figure 2. Schéma représentant deux étapes avec deux transformations (positive et négative) et recherche de l'état final (réalisé à partir du matériel utilisé en classe)

L'explicitation de la situation va prendre plusieurs séances en amont de la séance de mathématiques pour être analysée étape par étape, afin d'introduire le vocabulaire nécessaire, notamment avec l'utilisation du schéma décrit ci-dessus. Les élèves jouent la scène à l'aide d'images et de pictogrammes. Afin que les élèves soient en capacité de participer à une séance de mathématiques dans une langue autre que le français, l'anglais dans le cas présent, il est nécessaire qu'un travail préalable soit fait au niveau langagier. Ainsi, cinq séances de courtes durées ont été mises en place avec des objectifs langagiers, mais également un objectif mathématique de révision des nombres en anglais (annexe 1). Lors de ces séances, le lexique spécifique et les structures syntaxiques sont explicités, les situations sont mimées. Pour ce faire, l'enseignante introduit progressivement des pictogrammes (reproduits d'après les pictogrammes utilisés dans la classe) qui vont permettre aux élèves de comprendre et parler en utilisant des phrases en anglais (figure 3).

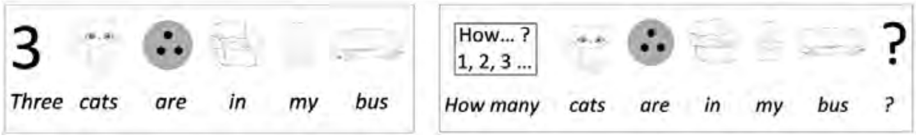


Figure 3. Pictogrammes permettant aux élèves de formuler des phrases en anglais

Les séances en anglais de cette séquence sont de courtes durées et ont un même format : rituel de début de séance – brassage de notions – découverte – retour réflexif sur ce qui vient d'être appris dans la séance. Chaque jour, l'enseignante propose un problème en anglais ou en français. Dans ce dernier cas, l'enseignante précise :

> *En français, je fais varier l'habillage du problème pour ne pas que les élèves associent je monte et je descends à ce type de résolution, il y a d'autres types de transformations. Donc on a fait des billes, j'ajoute ou j'enlève à une quantité, je perds ou je gagne…*

Les séances 6, 8 et 9 (annexe 1) sont des séances de mathématiques, même si des objectifs langagiers sont toujours identifiés. À partir de la séance 6, l'enseignante introduit un schéma qui va permettre aux élèves de se représenter la situation du bus et être un support pour la création orale de problèmes mathématiques en anglais (figure 3). Ce schéma est décliné en plusieurs versions selon certaines variables des problèmes : nombre de transformations positives ou négatives et nombre d'étapes.

III - MÉTHODOLOGIE

1 Organisation générale

Notre étude collaborative s'est déroulée avec deux enseignantes de CE2 durant l'année scolaire 2022 – 2023. L'échantillon comprend 53 élèves au total (28 élèves pour la classe 1 et 25 pour la classe 2 qui se situe dans une zone d'éducation prioritaire). L'indice de position sociale (IPS) pour la rentrée scolaire 2021-2022 est de 97,5 pour la classe 1 et 84,3 sur 158 pour la classe 2. Il « permet d'appréhender le statut social des élèves à partir des professions et catégories sociales (PCS) de leurs parents. »[1] Chaque enseignante a été accompagnée de manière individualisée. L'enseignante de la classe 1 a été formée au dispositif préventif d'aide pour les élèves en difficultés. Ce temps a été pris en charge par un chercheur en appui sur des exemples concrets de mises en œuvre. Quant à l'enseignante de la classe 2, elle a été accompagnée par un chercheur et un conseiller pédagogique en langue vivante, au niveau de la conception de la séquence avec une formation sur l'enseignement de la résolution des problèmes de transformation : spécificité, obstacles prévisibles, progression des types de tâches. Des temps d'échanges entre enseignantes et chercheur, ont été programmés régulièrement. Les situations, en langue française, sont les mêmes dans les deux classes. Les problèmes étudiés se basent sur la classification de Vergnaud (1990). Nous considérons le type de tâches que nous nommerons T : *résoudre un problème de transformation d'états avec recherche de l'état final.* Les deux enseignantes ont accepté que les séances de classe et d'APC soient enregistrées pour être analysées. Afin de compléter les données pour cette communication, les productions des élèves ont été recueillies.

2 Les tests et les techniques de résolution des problèmes comme indicateurs des effets des dispositifs

L'étude porte sur les effets de deux dispositifs sur l'activité mathématique des élèves. Ainsi, plusieurs indicateurs sont analysés pour en mesurer la portée. Des prétests et post-tests ont été réalisés afin de mesurer les effets de chacun des dispositifs au sein d'une même classe (annexe 2). Ces deux tests portent

[1] DEPP - Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse - Données originales téléchargées sur http://www.data.gouv.fr/fr/datasets/, mises à jour du 2 juin 2023 métadonnées.

sur les problèmes de transformation d'états avec recherche de l'état final, de la transformation ou de l'état initial. Les énoncés des problèmes sont similaires dans les deux tests.

Puis, concernant plus spécifiquement le type de tâches T, la position des élèves dans la classe, le pourcentage de réussite dans la résolution des problèmes proposés en classe ainsi que les techniques utilisées par les élèves sont des éléments utiles à l'analyse des effets des dispositifs d'aide à l'étude.

IV - LA CLASSE 1 : LE DISPOSITIF PRÉVENTIF D'AIDE AUX ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

1 Les choix du SDA

Pour rappel, le SDA ne concerne qu'un petit groupe restreint d'élèves identifiés, par l'enseignante, comme étant en difficultés en mathématiques dans les tâches de résolution de problèmes. Il se déroule le même jour que le SDP, durant le temps d'APC. L'enseignante fait le choix de présenter aux élèves l'objectif du SDA, c'est-à-dire d'en savoir plus avant le travail avec les autres élèves, cependant « pas assez pour résoudre le problème, mais juste un petit peu pour vous permettre de rentrer dans le problème. ». Puis, elle précise : « On va faire 2 problèmes qui ressemblent à ce que vous allez voir après. ». Pour chacun des problèmes, le même procédé est engagé : lecture individuelle de l'énoncé, reprise du texte en groupe, explicitation du contexte du problème, représentation/modélisation du problème et résolution. L'enseignante précise : « j'ai pris des nombres simples car ce qui nous intéresse c'est de comprendre. ». Elle choisit le problème suivant qui est écrit sur une feuille A4, les élèves disposent de leur ardoise : « *Léo a 15 billes. À la récréation, il perd 7 billes. Combien a-t-il de billes après la récréation ?* »

Lors de l'échange en groupe, l'enseignante demande aux élèves de raconter l'histoire de ce problème.

E1 : « lui, Léo, il avait 15 billes et après, à la récréation il en prend 7 de billes.

PE : Est-ce que tu es d'accord avec (E1) ? » (E2 confirme par l'affirmative avec un signe de tête) « Il en prend, moi je ne vois pas qu'il en prend, je vois plutôt qu'il perd (l'enseignante entoure en rouge le mot perd), ça veut dire quoi, il perd ?

E3 (instantanément) : ah, il perd 7 billes.

PE : c'est-à-dire, que veut dire il perd, qu'est-ce qu'il s'est passé ?

E1 reprend son explication : en gros, il avait 15 billes au début et là, maintenant il perd 7 billes. Maintenant, on nous demande combien il a de billes maintenant. »

Cet échange a surpris l'enseignante qui avait créé un énoncé avec une seule reprise anaphorique (*il* pour remplacer *Léo*), pensant qu'aucun obstacle n'était présent dans la compréhension du texte et que la seule difficulté se situerait au niveau de la modélisation. Pourtant, bien que la signification du verbe *perdre* soit connue, cela a entraîné une interprétation erronée en première lecture.

PE : tu as raison, comment vous feriez pour résoudre ce problème ? »

E1 (spontanément) : on peut faire un calcul. [L'élève dessine un schéma en barres (figure 4a) par effet de contrat didactique car celui-ci a été étudié en classe.]

Les bandes qui sont dessinées par l'élève ne correspondent pas au contexte du problème. Les nombres sont écrits dans l'ordre d'énonciation. La perte de la visualisation de la chronologie dans ce schéma en barres est une difficulté et particulièrement pour les élèves du SDA qui l'utilisent tel qu'ils l'ont systématisé en classe avec la recherche du tout à partir de la connaissance de deux parties. L'enseignante débute donc une construction avec les élèves d'un schéma en barres, concordant avec la situation (figure 4 b), par une série de questions pour identifier la plus grande quantité : « est-ce qu'elle est connue ou est-ce que c'est ce que je la cherche ? ».

(a)

15	**7**

(b)

15	
7	**?**

Figure 4.

*(a) Schéma en barres proposé par un élève **;** (b) Schéma 1 élaboré par le groupe restreint lors du SDA*

Puis elle engage une discussion sur l'utilisation d'un tel schéma qui représente mathématiquement le problème. Devant les réponses très hésitantes des élèves, elle leur demande s'ils peuvent proposer une autre façon de représenter le problème. Bien que cette représentation ait été initiée par un élève, elle ne semble pas utile aux élèves du SDA qui n'arrivent pas à s'en emparer pour modéliser. E4 propose d'utiliser le tableau de numération qu'il possède en version réduite et plastifiée dans son bureau, mais n'arrive pas à trouver le résultat attendu, tandis que E2 propose un schéma avec des bulles que le groupe complète collectivement avec les données de l'énoncé. Dans la bulle symbolisant la transformation, E2 veut écrire 7. L'enseignant demande alors comment identifier s'il s'agit d'une perte ou d'un gain. E2 propose de mettre une croix. La négociation pour mettre des signes qui explicite la perte ou le gain conduit à la figure 5.

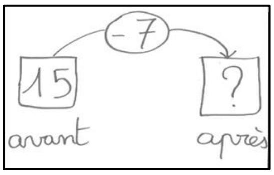


Figure 5. Schéma 2 élaboré par le groupe restreint lors du SDA

Trois techniques de calcul ont émergé que les élèves verbalisent :

E1 : ah oui, 8, 7+8

E2, j'ai fait 15 et j'ai tout mis à l'envers, 15, 14, 13…8 donc ça fait 8

PE : tu as fait 15-7

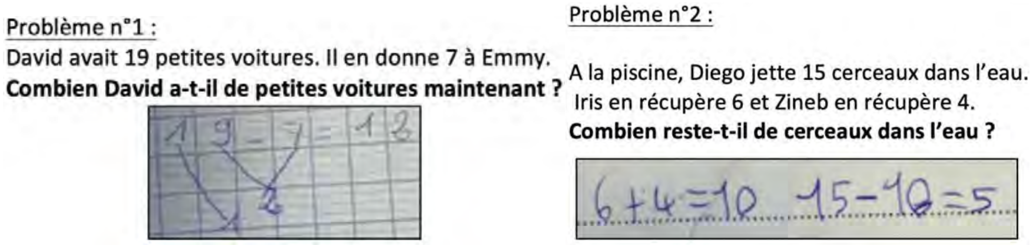
E1 : bravo (E2)

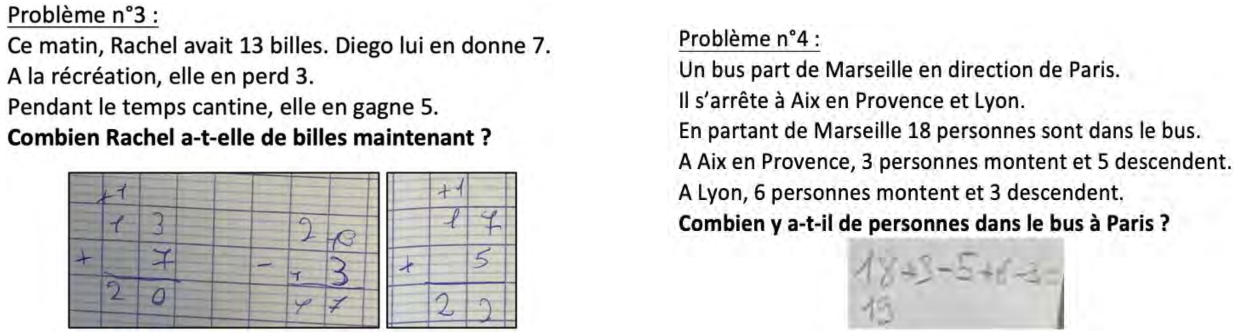
E3 : on peut aussi partir de 7 et aller jusqu'à 15.

Le deuxième problème traité se situe dans un contexte de bus et deux arrêts. L'enseignante fait le choix d'utiliser du matériel tangible (boîte et jetons) pour simuler le problème.

2 Les techniques des élèves lors du SDP

Lors de la séance en classe entière, les énoncés des problèmes sont donnés aux élèves avec pour consigne : « Vous devez résoudre les problèmes et écrire comment vous avez fait. Vous pouvez écrire un calcul, faire un schéma, ce que vous voulez ». Nous pouvons constater qu'une majorité d'élèves, en dehors des élèves du SDA, emploient des représentations symboliques pour tous les problèmes (figure 6).




Problème n°3 :
Ce matin, Rachel avait 13 billes. Diego lui en donne 7.
A la récréation, elle en perd 3.
Pendant le temps cantine, elle en gagne 5.
Combien Rachel a-t-elle de billes maintenant ?

Problème n°4 :
Un bus part de Marseille en direction de Paris.
Il s'arrête à Aix en Provence et Lyon.
En partant de Marseille 18 personnes sont dans le bus.
A Aix en Provence, 3 personnes montent et 5 descendent.
A Lyon, 6 personnes montent et 3 descendent.
Combien y a-t-il de personnes dans le bus à Paris ?

Figure 6. Modélisations des élèves hors SDA pour T

Les énoncés des problèmes 1 et 2 comportent uniquement des transformations négatives avec une ou deux étapes. Les problèmes 3 et 4 utilisent des transformations positives et négatives avec plusieurs étapes. Ainsi, les problèmes 3 et 4, voire le 2, peuvent être qualifiés de problèmes complexes, au sens de Houdement (2017), en opposition au problème 1, basique, dont il peut être attendu un traitement automatisé à la fin du cycle 2. Concernant les élèves du SDA, E2 et E3 utilisent des représentations iconiques pour l'ensemble des problèmes alors que E1 et E4 essaient d'utiliser une technique institutionnalisée (schéma en barres) ou introduite lors du SDA (schéma utilisant des bulles qui représentent l'état initial et la transformation) (Tableau 1).

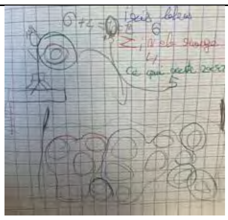
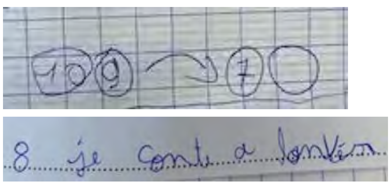
	Productions élèves	Commentaires
E1		L'élève E1 utilise un schéma en barres qu'il ne maîtrise pas pour le problème 1. Il s'est enfermé dans cette représentation et n'a pu en sortir. Il n'a traité qu'un seul problème sur les 6 proposés.
E2		La représentation utilisée pour le problème 2 est également iconique, mais avec un niveau d'abstraction supérieure car les cerceaux sont identifiés par de simples barres qui ne sont pas différenciées par des couleurs en fonction des personnages. E2 considère donc seulement la perte d'objets par rapport à la quantité de départ, indépendamment du personnage concerné. Il trouve un résultat correct.
E3		E3 utilise une représentation iconique dans le problème 2. Cependant, il a ressenti le besoin de dessiner un personnage et de simuler le problème en attribuant, à l'aide de couleurs différentes, des objets aux personnages. Il trouve un résultat correct pour ce problème.
E4		L'élève E4 tente d'utiliser le schéma étudié lors du SDA, mais n'arrive pas au bout du calcul du premier problème. Dans la suite, il fonctionnera uniquement en annonçant qu'il compte à rebours, même si la technique utilisée additionne des termes, avec des erreurs de calculs.

Tableau 1. Quelques schémas produits par les élèves du groupe restreint lors du SDP

Lors du SDA post, certains problèmes ont été repris en partant des schémas des élèves, pour les faire évoluer vers une modélisation des problèmes considérés.

3 Observations des élèves du SDA

Du point de vue topogénétique, lors de la séance en classe entière, les quatre élèves du SDA occupent une position d'élève qui est médiane, voire haute dans la classe. Deux élèves sur quatre sollicitent la parole dans les phases d'échanges collectives, mais tous semblent investis dans ces temps collectifs, ce qui n'est pas leur cas d'habitude. Nous pouvons constater une synchronisation de trois élèves sur quatre du SDA avec les autres élèves du groupe classe. Ils sont entrés dans la recherche de la résolution des problèmes, même si les procédures de dénombrement sont omniprésentes pour les élèves E2 et E3. En revanche, les représentations mathématiques des problèmes pour les élèves E1 et E4 ne sont, globalement, pas pertinentes ; ils n'ont pas résolu correctement ces problèmes. E1 n'a traité que le premier problème et E4 les trois premiers. Contrairement aux autres élèves du groupe classe qui utilisent des représentations symboliques pour modéliser les situations, deux élèves du SDA utilisent des schématisations iconiques pour représenter les différentes situations des énoncés. Ces techniques doivent évoluer, mais elles leur ont tout de même permis de résoudre correctement les trois premiers problèmes. Ceci étant, l'enseignante indique que ces élèves du groupe restreint sont, d'ordinaire, très passifs et ne produisent quasiment aucune recherche dans les activités mathématiques de résolution de problèmes. Ce dispositif a permis pour, au moins 3 élèves, d'être actifs et de s'engager dans la résolution des problèmes avec des techniques de résolution de la tâche efficace pour deux d'entre eux.

La comparaison du prétest et du post-test montre une augmentation du taux de réussite lors du post-test (figure 7). On peut y voir les effets du dispositif préventif sur les élèves du groupe restreint. En effet, l'analyse des post-tests montre que, seul l'élève E1 n'a pas répondu correctement à la recherche de l'état final dans un problème de transformation car il a utilisé un schéma en barres non correct. E4 a utilisé un schéma similaire à celui étudié dans le SDA. E2 et E3 ont effectué uniquement un calcul et ont renoncé à dessiner ou symboliser les objets par des barres pour représenter la situation dans le cadre d'un problème basique à une étape.

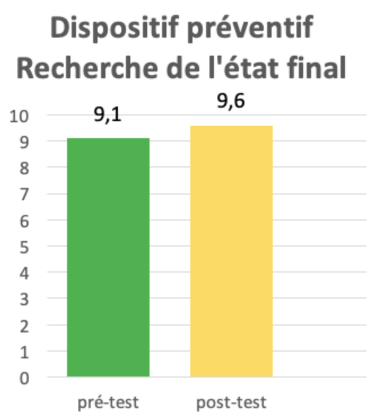


Figure 7. Prétest et post-test pour le type de tâche T dans le dispositif préventif

V - LA CLASSE 2 : LE DISPOSITIF DNL

1 Les séances 6, 8 et 9 de mathématiques du dispositif DNL

Dans ce dispositif, nous présentons uniquement les séances 6, 8 et 9 du dispositif (annexe 1) car ce sont des séances de mathématiques.

Lors de la séance 6, l'enseignante écrit un énoncé de problème au tableau :

This is my bus. There are 9 cats in my bus. At my fist stop 2 cats get on my bus. At my second stop 7 cats get on my bus. At my last stop 3 cats get on my bus.

Les élèves vont, dans un premier temps, proposer une question en anglais à ce problème : *How many cats are in my bus?* Puis, le groupe classe entre dans une phase d'explicitation de la situation au travers de questions/réponses. Les questions de compréhension et les consignes sont énoncées en anglais par l'enseignante qui reprend des explications en français lorsque cela s'avère nécessaire. Les élèves répondent essentiellement en français. Après une recherche individuelle, une mise en commun va permettre de mettre en évidence différentes procédures de résolution. Ensuite, les élèves s'entraînent à résoudre puis créer des problèmes de transformations. Pour ces tâches de création de problèmes, les élèves sont placés par binômes. À tour de rôle, l'un crée un problème en complétant une fiche support similaire à celle de la figure 3 et l'autre le résout. Les élèves utilisent les pictogrammes, qui ont été introduits progressivement dans les premières séances du dispositif, pour communiquer en anglais.

La séance 7 est une séance de langue qui introduit la transformation négative (gets/get off).

La séance 8 est similaire à la séance 6 avec des transformations positives et négatives. Lors de la mise en commun, les techniques utilisées par les élèves pour résoudre le problème sont institutionnalisées et hiérarchisées. Elles constituent une trace écrite relative à un problème de référence qui est distribuée à chaque élève au début de la séance 9. La séance 9 se déroule en langue française avec des énoncés qui sont similaires à ceux utilisés pour la classe 1 (figure 6). Les élèves vont résoudre des problèmes en français. Ils ont à leur disposition un schéma similaire à celui de la figure 3 et la trace écrite avec les techniques institutionnalisées (figure 8) qui a servi de mémoire de la classe pour faire un retour en début de séance sur le travail effectué précédemment. La recherche est individuelle.

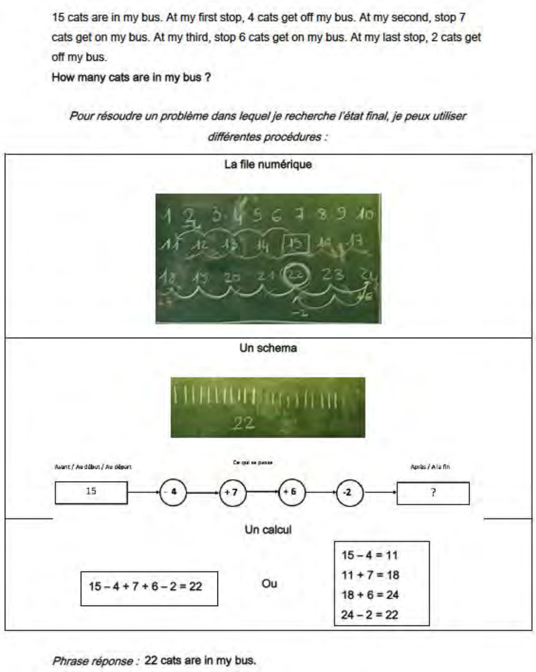


Figure 8. Trace écrite de différentes techniques de résolution d'un problème de référence dans le dispositif DNL

2 Les techniques utilisées par les élèves lors de la séance 9

Une majorité d'élèves recourent à des représentations symboliques, certaines proches des objets tangibles des énoncés et d'autres plus abstraites avec des schémas ou des écritures mathématiques (annexe 3). Une institutionnalisation a été faite avant cette séance (figure 8). Elle met en référence l'utilisation de différentes techniques de résolution : l'utilisation d'une file numérique, d'une représentation avec des barres associée à une procédure de dénombrement, d'un schéma avec des bulles et d'un calcul. Ainsi, les productions des élèves sont issues directement des schémas institutionnalisés pour le problème de transformation d'états de référence dans un contexte de bus avec des arrêts. L'analyse des productions des élèves montre qu'une partie des élèves continue d'utiliser des représentations analogiques, avec des barres, des croix ou des ronds, alors que d'autres emploient des représentations plus élaborées avec des schémas utilisant une ligne du temps et symbolisant les différentes étapes par des bulles, notamment pour les problèmes 3 et 4. Enfin, on peut relever que seulement quelques élèves utilisent des opérations en lignes ou en colonnes. Quel que soit le mode de représentation des énoncés des problèmes, une majorité d'élèves symbolisent les étapes du problème au fur et à mesure de la lecture, voire les modélisent. Voici quelques exemples de productions d'élèves.

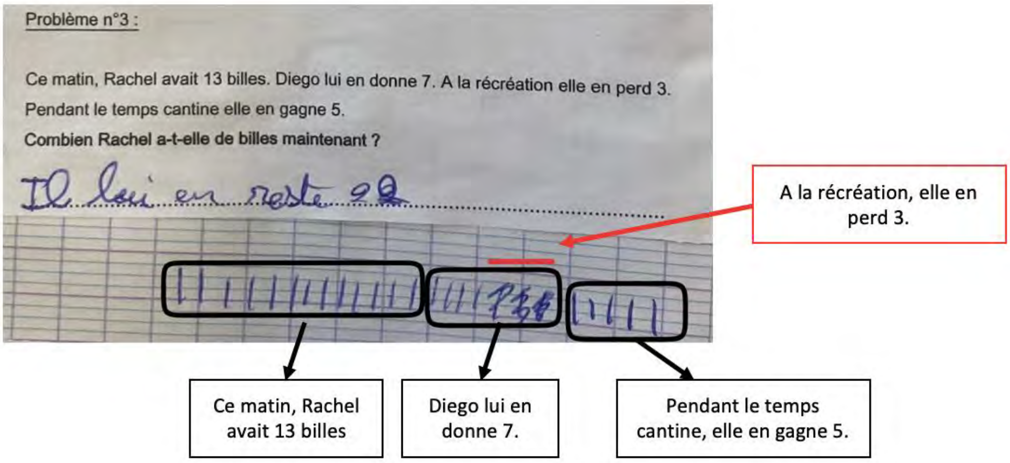


Figure 9. Production d'un élève pour la résolution du problème 3

Dans la figure 9, l'élève représente une bille par une barre. Il ajoute des barres lorsqu'il y a un gain et les hachure lorsqu'il y a une perte. Il suit l'ordre d'énonciation du texte et schématise les actions du personnage au fur et à mesure de l'histoire du texte du problème. Puis, il compte le nombre de barres restantes pour communiquer une réponse correcte.

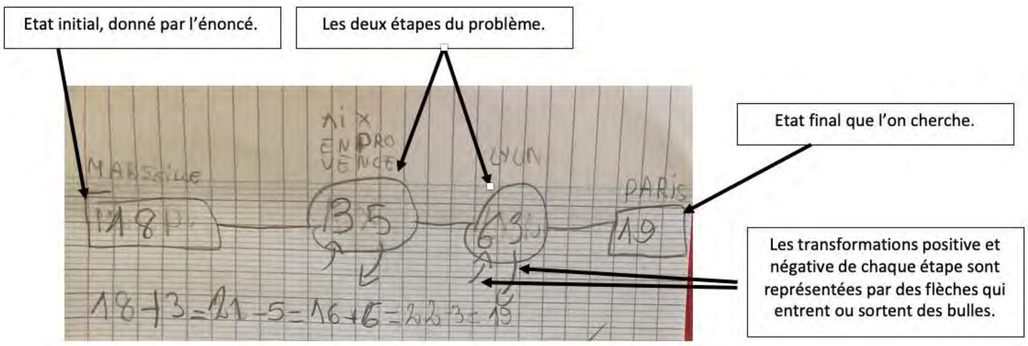


Figure 10. Production d'un élève pour la résolution du problème 4

La production de l'élève, dans la figure 10, montre l'utilisation d'une ligne du temps avec une représentation de l'état initial et de l'état final par des formes rectangulaires et des formes arrondies pour les deux étapes. Les transformations positives sont représentées par des flèches qui entrent dans les formes arrondies et les transformations négatives par des flèches qui en sortent. L'élève écrit une série d'opérations pour trouver le résultat correct qu'il écrit ensuite dans la case de l'état final. Ces calculs ne sont pas correctement écrits d'un point de vue strictement mathématiquement, mais ils traduisent le chemin de pensée de l'élève. En effet, ce dernier a calculé les résultats intermédiaires, à savoir le nombre de personnes présentes dans le bus après chacune des transformations. Ces écritures sont reprises ultérieurement par l'enseignante pour les faire évoluer vers des écritures correctes.

Nous pouvons relever la production d'un élève qui a résolu le problème 4 en langue française en utilisant le vocabulaire anglais (figure 11).

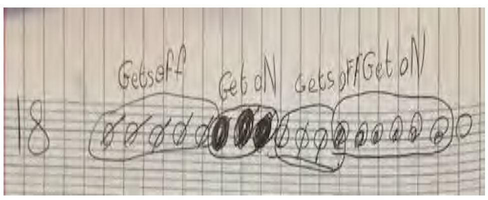


Figure 11. Production d'un élève pour résoudre le problème 4, donné en langue française

À la fin de la séance, certaines techniques sont reprises en collectif pour être explicitées et discutées quant à leur efficacité, notamment leur temps de réalisation. Puis, elles sont traduites par une écriture mathématique utilisant des symboles et des chiffres si ce n'était pas le cas.

Les élèves ont donc utilisé des techniques de résolution de la tâche T qui permettent une résolution des problèmes avec une efficacité de 100 %, 78 %, 64 % et 67 % respectivement pour les problèmes 1 ; 2 ; 3 et 4. La comparaison entre le prétest et le post-test (figure 12) montre une augmentation importante du taux de réussite pour les élèves de la classe 2 dans le dispositif DNL. Nous pouvons y voir un effet du dispositif. La forme des énoncés en anglais, les outils et les activités de compréhension de la situation des problèmes, l'utilisation d'un schéma pour représenter ou créer des énoncés des problèmes lors d'activités ritualisées, ont eu un impact sur l'élaboration de praxéologies pour le type de tâche T (*résoudre un problème de transformation avec recherche de l'état final*).

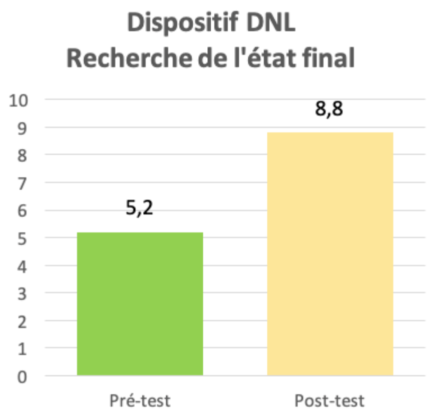


Figure 12. Prétest et post-test pour le type de tâche T dans le dispositif DNL

3 Les énoncés et les outils

En anglais, le nombre de mots connus des élèves est très limité, ainsi les textes des énoncés des problèmes en anglais sont constitués de mots simples et n'utilisent pas de reprises anaphoriques car ce vocabulaire n'est pas enseigné aux élèves à ce niveau de classe. Par conséquent, certains implicites, qui pourraient apparaître avec ces substituts, sont évités. Les énoncés sont donc, dans un premier temps en anglais, simples et n'utilisent aucun substitut pour évoluer, dans un deuxième temps en français, vers des structures plus complexes, notamment avec l'emploi de « en » comme substitut pour éviter des répétitions. Les structures langagières et le vocabulaire font l'objet de séances spécifiques en langue avant les séances de mathématiques. De plus, le travail dans la langue anglaise nécessite, pour que les élèves comprennent, que la situation du problème soit théâtralisée, à travers le mime par exemple. Ce qui contribue à lever des implicites dans la compréhension et expliciter les énoncés des problèmes. Des activités ritualisées sont donc mises en place où les élèves résolvent ou créent des problèmes en anglais. Pour ce faire, ils utilisent des pictogrammes qui leur permettent d'utiliser des phrases en anglais (répondre à une question, lire une question ou encore décrire une situation) et un schéma (figure 3) qui permet de visualiser l'ensemble des états et des transformations.

VI - ÉLÉMENTS DE CONCLUSION

1 Bilan des effets des dispositifs pour les élèves des deux classes

La comparaison entre les prétests et post-tests ainsi que l'analyse des productions des élèves dans la résolution des problèmes relatifs à T montrent que chaque dispositif a eu des effets positifs sur les performances des élèves dans la résolution de problèmes de transformation.

Dans le dispositif préventif, la rencontre avec des milieux similaires à ceux du SDP semble avoir permis à 3 élèves en difficulté sur 4 d'entrer dans la situation lors de la séance en classe entière alors qu'ils sont, à l'ordinaire, passifs lors des tâches de résolution de problèmes. Ces trois élèves se sont davantage synchronisés à l'ensemble du groupe classe en étant actifs et en entrant dans un processus de compréhension et de résolution. Les objets désensibilisés, considérés par l'enseignant, comme maîtrisés pour les élèves et pouvant servir d'appui, ne le sont pas complètement par ces élèves. Le travail en amont a permis d'en mobiliser certains pour une meilleure appréhension. Cependant, cela nécessite plus de temps et s'inscrit dans une démarche au long terme de réactivation et d'explicitation supplémentaire des objets déjà rencontrés en classe. Il semble également important de prendre en compte les obstacles liés aux calculs qui empêchent certains élèves en difficultés ne serait-ce que d'entrer dans les énoncés de problèmes. En effet, les élèves E1 et E4 sont persuadés qu'il est inutile d'essayer de résoudre un problème puisqu'ils ne maîtrisent pas les calculs qui sont travaillés en classe. Cela passe par un travail spécifique plus important sur les calculs, mais également par des adaptations ponctuelles (calculette, tables d'addition ou de multiplication…) qui allégeraient la tâche de l'élève, notamment lors des moments de première rencontre avec de nouveaux objets mathématiques.

Dans le dispositif DNL, l'ensemble de ce qui a été mis en place pour rendre possibles les séances de mathématiques en anglais a permis à un nombre conséquent d'élèves de la classe 2 de comprendre les situations des problèmes et d'élaborer des procédures efficaces pour la résolution de problèmes de transformation d'états avec la recherche de l'état final. Le nécessaire travail d'explicitation des séances en DNL au niveau du lexique, des implicites du texte et donc de la compréhension du problème a un impact sur le coût temporel total de l'ensemble des activités liées au type de tâches considéré. Cependant, cela a eu un effet sur les praxéologies élaborées par les élèves relativement à ce même type de tâches. Les techniques institutionnalisées, notamment celles liées au dénombrement, doivent cependant évoluer vers d'autres plus efficientes.

2 Que retirer de cette expérimentation ?

Cette étude montre que le travail dans les deux dispositifs a aidé les élèves à entrer dans la compréhension des énoncés. Il a eu un effet sur la résolution de problèmes et donc sur l'activité mathématique des élèves. Cependant, les schémas institutionnalisés tels que le schéma en barres dans la classe 1, n'ont pas été une aide pour des élèves qui sont en difficultés car ils n'en ont pas une maîtrise suffisante et l'utilisent parfois par effet de contrat didactique. Le travail dans le SDA du dispositif préventif a fait émerger une représentation d'un élève que le groupe restreint a fait évoluer pour la rendre efficace. Nous pouvons retrouver cette même idée de partir des représentations des élèves dans la classe 2 avec la trace écrite qui est proposée pour un problème de référence. En effet, celle-ci institutionnalise l'ensemble des procédures proposées par les élèves en les hiérarchisant de la moins experte à la plus experte. Il paraît très intéressant de partir des représentations et des procédures des élèves puis de les faire évoluer vers des modélisations plus efficientes. Les élèves pourraient choisir un type de représentations parmi un ensemble de possibilités sans qu'un schéma unique ne soit imposé. Le processus de modélisation doit donc s'inscrire dans un temps long pour l'ensemble du groupe classe. Ces objets pourraient ensuite être repris dans un système didactique auxiliaire tel que proposé dans le dispositif préventif pour des élèves identifiés comme étant en difficultés.

Dans le dispositif DNL, nous pouvons noter la multiplicité et la répétition des activités permettant aux élèves de s'approprier progressivement les étapes des problèmes de transformation ainsi que la création de problèmes et le brassage des notions dans des temps ritualisés en début de chaque séance. Lors d'un entretien, l'enseignante du dispositif DNL pointe le fait que, paradoxalement, les élèves rencontrent beaucoup moins de difficultés de lecture et de compréhension (décodage et implicite du texte) lorsqu'ils sont en anglais par rapport aux situations-problèmes qu'elles utilisaient en langue française car chaque étape est décomposée avant la séance de mathématique. De plus, les situations sont mimées et représentées sur un schéma. Un travail langagier précède une séance de mathématiques et l'enseignante dispose donc de temps pour expliciter une notion ou un mot. Les énoncés utilisés dans ce dispositif emploient, dans un premier temps, un vocabulaire anglais simple et sans reprises anaphoriques pour évoluer vers des énoncés plus complexes en français, lorsque les élèves ont déjà acquis une certaine maîtrise de la résolution de ces problèmes. Les valeurs numériques utilisées en anglais sont inférieures à 25, ainsi les difficultés liées à la gestion des calculs sont diminuées.

Il semble donc que ces deux dispositifs apportent quelques éléments de réflexion à l'enseignement-apprentissage de la résolution de problèmes en général et plus particulièrement des problèmes de transformation d'états.

Cette étude collaborative a nécessité un suivi individualisé des enseignantes qui leur a permis de mener une réflexion sur la planification de l'enseignement et l'accompagnement de leurs élèves dans la compréhension et la modélisation de problèmes arithmétiques de transformation d'états. Cette expérimentation a été également l'occasion d'étudier les difficultés rencontrées par les enseignantes dans l'enseignement de la résolution de problèmes.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T., Koudogbo, J., Million-Fauré, K., Morin, M.-P., Tambone, J. et Theis, L. (2016 a). Mise à l'épreuve des fonctions d'un dispositif d'aide aux élèves en difficultés en mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education* 16(1), 1-35.

Assude, T., Million-Fauré, K., Koudogbo, J., Morin, M.-P., Tambone, J. et Theis, L. (2016 b). Du rapport entre temps didactique et temps praxéologique dans des dispositifs d'aide associés à une classe. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 36 (2), 197-226.

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. *Petit* x, 19, 43-72.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Actes de l'Université d'été,* 4 – 11 juillet 1998, La Rochelle, IREM de Clermont-Ferrand, 91-120.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19 (2), 221-266.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78.

Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse. (2020). Guide pour l'enseignement des langues vivantes. Cycles 2 et 3. (ressource en ligne, consultée le 01/09/2023),

Url : https://eduscol.education.fr/164/langues-vivantes-cycles-2-3-et-4

Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse. (2020). Guide pour l'enseignement en langue vivante étrangère de l'école au lycée. (ressource en ligne, consultée le 01/09/2023), Url : https://eduscol.education.fr/366/guide-pour-l-enseignement-en-langue-vivante-etrangere-de-l-ecole-au-lycee

Ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse. (2022). La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen. (ressource en ligne, consultée le 01/09/2023),

Url : https://eduscol.education.fr/3107/guides-fondamentaux-pour-l-enseignement

Million-Fauré, K., Theis, L., Assude, T., Koudogbo, J., Tambone, J. et Morin, M.-P. (2018 a). Comparaison des mises en œuvre d'un même dispositif d'aide dans des contextes différents. *Éducation et didactique,* 12 (3), 43-64.

Million-Fauré, K., Theis, L., Tambone, J., Koudogbo, J., Assude, T. et Hamel, V. (2018 b). Appropriation par un enseignant d'un dispositif d'aide pour l'enseignement des mathématiques. *Spirale, revue de recherches en Éducation*. Supplément électronique au N° 61, 41-56.

Sensevy, G., Mercier, A. et Schubauer-Leoni, L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. À propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques,* 20 (3), 263-304.

Tambone, J. (2014). Enseigner dans un dispositif auxiliaire : le cas du regroupement d'adaptation et de sa relation avec la classe d'origine de l'élève. *Les sciences de l'Education-pour l'ère nouvelle,* 47(2), 51-71.

Theis, L., Assude, T., Tambone, J., Morin, M.-P., Koudogbo, J., et Marchand, P. (2014). Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire ? *Éducation et Francophonie,* 42 (2), 160-174.

Theis, L., Morin, M.-P., Tambone, J., Assude, T., Koudogbo, J., et Million-Fauré, K. (2016). Quelles fonctions de deux systèmes didactiques auxiliaires destinés à des élèves en difficulté lors de la résolution d'une situation-problème mathématique ? *Annales de didactique et de sciences cognitives. Revue Internationale de Didactique des Mathématiques,* 21, 9-38.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 10(2-3), 133-170.

ANNEXE 1 : EXTRAIT DE LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT DU DISPOSITIF DNL

	Objectifs langagiers	Objectifs mathématiques
Séance 1 Vocabulaire	Comprendre et utiliser le lexique : dog, cat, car, bus, in, my. Utiliser le pluriel des noms.	Révision : écrire les nombres en anglais de 1 à 5.
Séance 2 Découverte de l'album	Découverte de l'album. Connaître le lexique : at first, second, third, last, stop.	Écrire les nombres en anglais de 6 à 10.
Séance 3 « Gets/get on »	Comprendre la règle de formation du verbe à la troisième personne du singulier : to get on.	Écrire les nombres en anglais de 10 à 15.
Séance 4 « answer in a problem »	Comprendre la règle de formation de pluriel du verbe être : is/are. Connaître le lexique : and.	Écrire les nombres en anglais de 15 à 20.
Séance 5 « How many »	Utiliser la question du problème : how many cats and dogs are in my bus?	Champ additif jusqu'à 25.
Séance 6 Recherche de l'état final après transformations positives	Utiliser le vocabulaire et les structures grammaticales travaillées pour comprendre un énoncé.	Rechercher l'état final après plusieurs transformations positives : problème de référence. Champ numérique jusqu'à 25. Coder le champ numérique en utilisant des signes et des symboles mathématiques. Utiliser un schéma pour soutenir sa compréhension.
Séance 7 « Gets/get off »	Comprendre la règle de formation du verbe à la troisième personne du singulier : to get off. Produire un énoncé « Nombre + animal gets/get off my bus ».	Champ additif jusqu'à 25.
Séance 8 Recherche de l'état final après transformations négatives	Utiliser le vocabulaire et les structures grammaticales travaillées pour comprendre un énoncé.	Recherche de l'état final avec transformations positives et négatives : problème de référence. Champ numérique jusqu'à 25. Coder le champ numérique en utilisant des signes et des symboles mathématiques. Utiliser un schéma pour soutenir sa compréhension.
Séance 9 Recherche de l'état final après transformations positives et négatives	Utiliser le vocabulaire et les structures grammaticales travaillées pour comprendre un énoncé.	Utiliser les procédures dans la résolution de problème avec recherche de l'état final après transformation positive ou négative (une ou plusieurs étapes). Champ numérique 1 à 25. Utiliser un schéma pour soutenir sa compréhension.

ANNEXE 2 : PRE-TESTS ET POST-TESTS

Prét test_Problèmes de transformation_CE2
(basés sur la classification de Vergnaud)

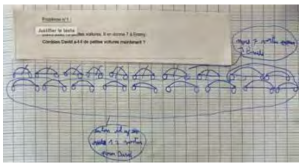
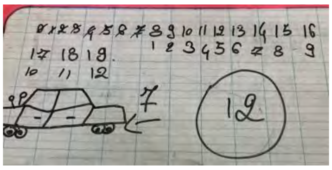
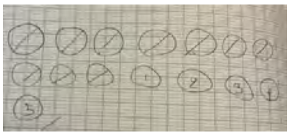
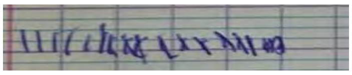
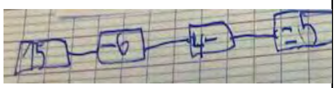
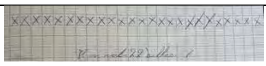
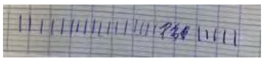
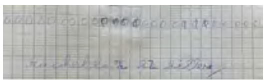
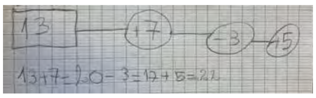
Types de problèmes	Recherche		Problèmes
Transformation état	Etat final (transformation positive)	P1	Léa a 80 billes ce matin. A la récréation, elle gagne 29 billes. Combien Léa a-t-elle de billes après la récréation ?
	Etat initial (transformation positive)	P2	Alex achète des bonbons. Il paie 43 € pour les bonbons. Après les achats, il lui reste encore 89 € dans sa poche. Combien avait-il d'argent avant d'acheter les bonbons ?
	Transformation (positive)	P3	Avant la cantine, Léo avait 112 billes. Après la cantine, il a 232 billes. Combien de billes a-t-il gagné ?
	Etat initial (transformation négative)	P4	Pierre avait des billes. Il a joué et perdu 55 billes pendant la récréation. Il a maintenant 130 billes. Combien avait-il de billes avant la récréation ?

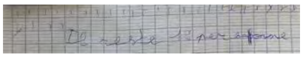
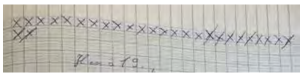
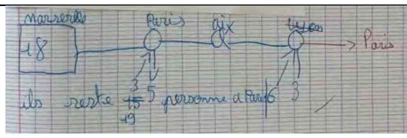
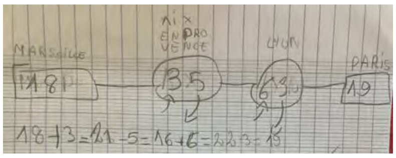
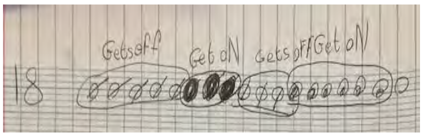
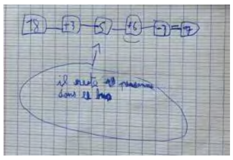
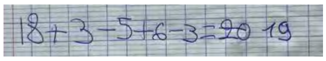
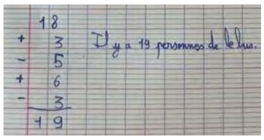
Post test_Problèmes de transformation_CE2
(basés sur la classification de Vergnaud)

Types de problèmes	Recherche		Problèmes
Transformation état	Etat final (transformation positive)	P5	Léa a 100 billes ce matin. A la récréation, elle gagne 35 billes. Combien Léa a-t-elle de billes après la récréation ?
	Etat initial (transformation positive)	P6	A l'arrêt de bus, 54 personnes montent dans le bus. Après l'arrêt, il y a 95 personnes dans le bus. Combien y avait-il de personnes dans le bus avant l'arrêt ?
	Transformation (positive)	P7	Avant la récréation, Axel avait 120 billes. Après la récréation, il a 325 billes. Combien de billes a-t-il gagnées ou perdues ?
	Etat initial (transformation négative)	P8	Sarah avait des billes avant la récréation. Elle a perdu 75 billes pendant la récréation. Elle a maintenant 150 billes. Combien avait-elle de billes avant la récréation ?

ANNEXE 3 : PRODUCTIONS DES ÉLÈVES DE LA CLASSE 2 LORS DE LA SÉANCE 9 (DISPOSITIF DNL)

Problème n° 1 : David avait 19 petites voitures. Il en donne 7 à Emmy. Combien David a-t-il de petites voitures maintenant ?	Problème n° 2 : À la piscine, Diego jette 15 cerceaux dans l'eau. Iris en récupère 6 et Zineb en récupère 4. Combien reste-t-il de cerceaux dans l'eau ?
Problème n° 3 : Ce matin, Rachel avait 13 billes. Diego lui en donne 7. À la récréation, elle en perd 3. Pendant le temps de cantine, elle en gagne 5. Combien Rachel a-t-elle de billes maintenant	Problème n° 4 : Un bus part de Marseille en direction de Paris. Il s'arrête à Aix-en-Provence et Lyon. En partant de Marseille 18 personnes sont dans le bus. À Aix-en-Provence, 3 personnes montent et 5 descendent. À Lyon, 6 personnes montent et 3 descendent. Combien y a-t-il de personnes dans le bus à Paris ?

Problèmes		Productions d'élèves		
numéro	taux de réussite			
1	100 %			
2	78 %		 	
3		  		

4	67 %	  	  	  

ACCOMPAGNER LES PROFESSEURS DES ÉCOLES À LA PRISE EN COMPTE DE LA DIVERSITÉ DE L'ACTIVITÉ DES ÉLÈVES EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES : POTENTIALITÉS ET LIMITES D'USAGES DU MODÈLE DE VERSCHAFFEL ET DE CORTE (2008)

David BEYLOT
Formateur en mathématiques, INSPE de Créteil
david.beylot@u-pec.fr

Aline BLANCHOUIN
MCF en sciences de l'éducation, INSPE de Bretagne
CREAD
aline.blanchouin@inspe-bretagne.fr

Françoise CHENEVOTOT
MCF en didactique des mathématiques, INSPE de Lille
LDAR
francoise.chenevotot@univ-lille.fr

Nadine GRAPIN
MCF en didactique des mathématiques, INSPE de Créteil
LDAR
nadine.grapin@u-pec.fr

Laurence LEDAN
Formatrice en mathématiques, INSPE de Toulouse
laurence.ledan@univ-tlse2.fr

Éric MOUNIER
MCF en didactique des mathématiques, INSPE de Créteil
LDAR
eric.mounier@u-pec.fr

Résumé

Notre objectif est de présenter et analyser un outil pour la formation continue des professeurs des écoles (PE) concernant la résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux (RPAV) (Houdement, 2017). Cette formation s'appuie sur un modèle de l'activité en RPAV adapté de celui de Verschaffel et De Corte (2008) qui est cité dans la documentation institutionnelle récente (MEN, 2022). Selon nous, ce modèle fait apparaitre les multiples facettes de l'activité de l'élève et, en miroir, met en lumière la complexité du travail du PE pour définir *a priori* les enjeux d'apprentissage prenant en compte la diversité des connaissances des élèves. Dans la communication, nous explicitons ce modèle ainsi que nos adaptations (Chenevotot-Quentin, Ledan, Beylot, Mounier, Blanchouin et Grapin, 2023 ; Mounier et al., soumis) et donnons un exemple de son potentiel pour éclairer des démarches singulières d'élèves. Nous présentons et analysons un scénario de formation à destination d'enseignants des cycles 2 et 3. À partir, entre autres, de notre vécu en formation, nous concluons sur l'intérêt et les limites du modèle et de ses usages dans des formations initiales et continues qui visent à outiller les PE ou futurs PE à prendre en compte la diversité de l'activité des élèves.

I - PROBLÉMATISATION

1 Introduction

Nous nous intéressons à l'activité[1] des élèves en résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux (RPAV) à l'école élémentaire (élèves âgés de 6 à 11 ans). Nous les définissons comme des « *problèmes numériques, résolubles avec une (ou plusieurs) des quatre opérations usuelles et dont l'énoncé est un texte, plutôt écrit* » (Houdement, 2011, p. 68) qui « *racontent des histoires. Ils sont donnés avec des mots et font intervenir peu de symbolisme mathématique* » (Feyfant, 2015, p.9). Ces problèmes relèvent des structures additives et multiplicatives (Vergnaud, 1990 ; Pfaff et Fénichel, 2005).

La figure 1 donne à voir les productions écrites d'un élève de début CE1 relativement à deux problèmes proposés deux jours différents de la même semaine. On lui a lu le problème, mais il disposait aussi du texte, ainsi que d'un espace pour sa recherche qu'il pouvait utiliser selon ses besoins. Il devait compléter une phrase de réponse. On ne lui demandait pas d'indiquer comment il avait fait, et donc de laisser des traces de sa réflexion. Comme on le voit, l'activité déployée par un élève laisse parfois peu de trace, ce qui rend difficile son identification par le professeur des écoles (PE). En outre, l'activité apparait très sensible à certains éléments comme la taille des nombres.

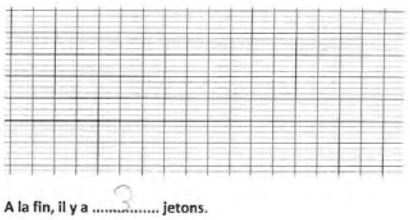
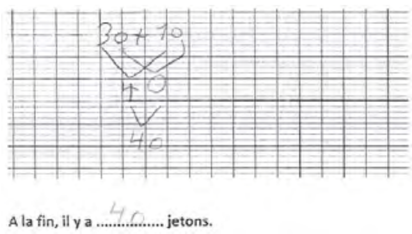
<table>
<tr><th>Problème A</th><th>Problème B</th></tr>
<tr><td>On a une boîte et des jetons. Au début, il y a 5 jetons dans la boîte. Je prends 2 jetons dans la boîte. Quel est le nombre de jetons dans la boîte à la fin ?

</td><td>On a une boîte et des jetons. Au début, il y a 30 jetons dans la boîte. Je prends 10 jetons dans la boîte. Quel est le nombre de jetons dans la boîte à la fin ?

</td></tr>
</table>

Figure 1. Trace de l'activité d'un élève résolvant deux problèmes similaires

On peut parfois ne voir qu'une trace du calcul mené, voire uniquement la réponse au problème. Mais quelle activité se cache derrière ces observables ? Dans un contexte institutionnel portant attention à l'enseignement de la RPAV (Villani et Torossian, 2018 ; MEN, 2022), notre question initiale est la suivante : comment, dans le cadre d'une formation continue (FC), aider les professeurs des écoles (PE) à « lire » l'activité de leurs élèves en RPAV ?

2 Nos partis-pris concernant la formation continue des PE

2.1 *Généralités*

Nos travaux s'inscrivent dans un contexte institutionnel d'évolution de la FC qui se caractérise par la mise à distance par les PE de leurs pratiques ordinaires pour les transformer, mais aussi par l'adossement à la recherche (Rapports Filâtre, 2016 et 2018 ; CNESCO, 2021). Enseignants comme formateurs, nous considérons ainsi que l'activité réflexive est au cœur du développement de l'activité professionnelle (Blanchouin, Grapin, Mounier et Sayac, 2022 ; Blanchouin et al., 2021 ; Blanchouin, Grapin et Mounier, 2021). Il s'agit en particulier d'enrichir le répertoire de gestes professionnels en classe (Blanchouin, Grapin et Mounier, 2022 et 2023). Dans le cadre de notre questionnement, nous voulons outiller les PE d'une grille de lecture, afin qu'ils puissent mieux avoir accès à l'activité des élèves

[1] Nous distinguons tâche et activité. « *La tâche est ce qu'il y a à faire ; le « but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions » […] L'activité est ce que développe le sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi des inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, la manière dont il gère son temps, mais aussi son état personnel […].* » (Rogalski, 2003, p. 349-350).

lorsqu'ils sont en RPAV. L'objectif est que chaque PE puisse identifier ses propres gestes professionnels (Jorro, 2016) ajustés aux connaissances disponibles de l'élève (prises d'information, hypothèses, choix de régulation) pour s'engager dans un projet de transformation de sa pratique, conduisant notamment à construire un autre rapport avec les résultats de la recherche, quels que soient leurs modes de diffusion (orale par des formateurs-traducteurs, (Jorro, 2016) ; écrite via des articles de vulgarisation scientifique ou non, des rapports…).

2.2 L'outil mobilisé pour analyser l'activité en RPAV

L'activité en résolution de problèmes peut être envisagée comme un processus de modélisation mathématique (Verschaffel et De Corte, 2008 ; Yvain, 2018). C'est le point de vue adopté par le document institutionnel sur la résolution de problèmes paru fin 2021 (MEN, 2022, p. 38-39). C'est aussi celui que nous avons choisi, ce qui nous a conduit à une réinterprétation pour l'adapter à nos recherches sur la RPAV à l'école élémentaire (figure 2 ; Chenevotot-Quentin, Ledan, Beylot, Mounier, Blanchouin et Grapin, 2023 ; Mounier et al., soumis).

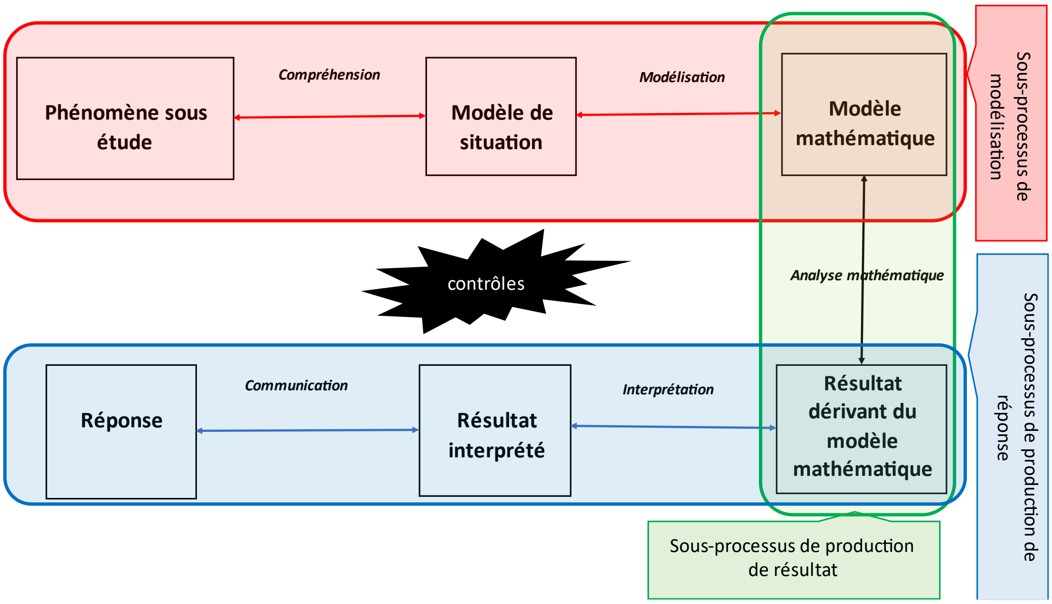


Figure 2. Notre réinterprétation du schéma de Verschaffel et De Corte (2008) en trois sous-processus

Plusieurs éléments nous semblent importants à relever pour le PE. Le processus décrit une activité complexe, non linéaire, comportant en particulier des contrôles (Margolinas, 1993 ; Burgermeister et Coray[2], 2008 ; Houdement, 2011) et plus largement des stratégies d'autorégulation cognitive (Focant et Grégoire, 2008) menant à des allers-retours entre les sous-processus. Ainsi, par exemple, s'il n'est pas uniquement question de savoir lire le texte du problème (compréhension dans le sous-processus de modélisation), ni uniquement de calculer ou compter (sous-processus de production de résultat) ou encore de vérifier que le résultat obtenu après un calcul est une réponse plausible au problème (sous processus de production de réponse), l'activité de l'élève peut cependant se centrer davantage sur l'un des trois sous-processus. Quant aux contrôles, ils peuvent intervenir aux différentes étapes de cette modélisation. Résoudre un problème nécessite alors une posture de chercheur qui s'acquiert sur un temps long, ce qui peut rompre avec les contrats didactiques usuels en mathématiques. En effet, Verschaffel et De Corte (2008, p. 162 - 167) font une synthèse d'études concordantes sur ce point : en France, la RPAV est présentée le plus souvent via des textes sémantiquement pauvres ; les élèves et

[2] Burgermeister et Coray appellent processus de contrôle « *[…] l'ensemble des moyens, adéquats ou pas, efficaces ou non, mis en œuvre par l'élève en situation de résolution de problèmes pour répondre à ses doutes quant à sa résolution en voie d'élaboration.* » (Burgermeister et Coray, 2008, p. 68).

leurs enseignants sont habitués au fait que la solution existe toujours et peut s'obtenir en effectuant des calculs simples avec tous les nombres présents dans ce texte ; en outre on observe ceci très tôt dans le cursus scolaire.

Les démarches superficielles (Verschaffel, Greer et De Corte, 2000 ; Van Dooren, Verschaffel, Greer, De Bock et Crahay, 2015 ; Fagnant, 2018 ; Mounier et al., soumis), schématisées dans la figure 3 ci-après, décrivent l'activité déployée en RPAV lorsqu'elle est réduite au seul sous-processus de production de résultat. Par exemple, l'élève peut avoir entrepris un calcul ou un comptage en se fiant à un mot du texte du problème qui induit chez lui une opération (le terme « ajouter » engagerait une addition) puis, après avoir obtenu un résultat numérique, le fournir comme réponse sans en avoir vérifié la vraisemblance. Cela pourrait être le cas de l'élève (figure 1) dans le problème A, mais aussi dans le problème B, pour lequel la seule procédure mise en œuvre avec les nombres du texte est celle de « l'arbre à calcul » (Mounier et al., soumis).

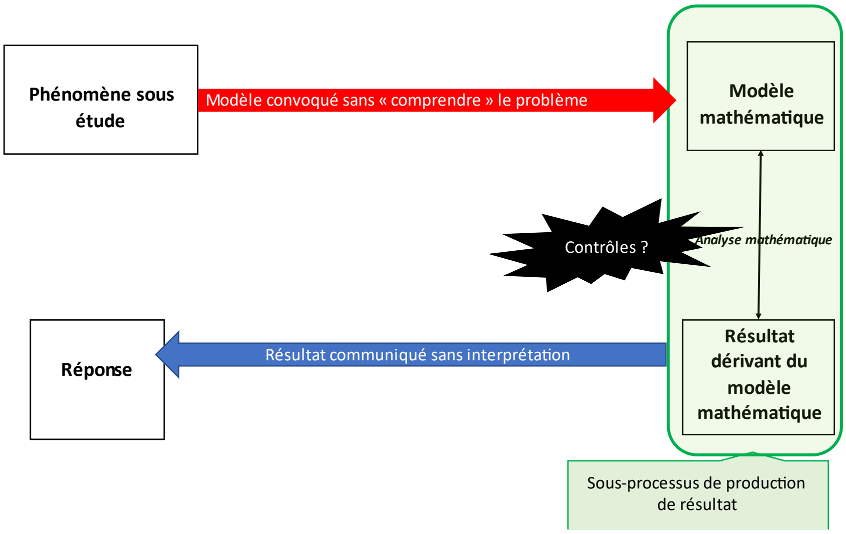


Figure 3. Démarche superficielle reprise de Van Dooren, Verschaffel, Greer, De Bock et Crahay (2015) et Fagnant (2018)

3 Questionnement

Nos hypothèses de travail viennent en partie de notre fréquentation des élèves et des PE (dans et hors la classe, en formation ou non). Du côté des classes, les élèves nous semblent en effet perçus par leur enseignant comme en difficulté en RPAV, ce qui va dans le sens des évaluations nationales (Andreu et al., 2022). Ils y déploient des activités diverses qui laissent des traces difficiles à interpréter. De ce fait nous avons rencontré beaucoup de PE se sentant démunis pour agir, alors que la documentation institutionnelle est actuellement importante sur la résolution de problèmes (cf. par exemple, MEN, 2022 ; CNESCO, 2016 et 2017 ; MEN, 2020). Du côté de la recherche, nous avons développé des éléments théoriques (cf. paragraphe précédent) qui permettent d'éclairer l'activité en RPAV, en nous appuyant sur les travaux mentionnés aussi par le ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse (MEN, 2022). Notre question est alors : quelle ingénierie proposer en FC pour que le modèle de Verschaffel et De Corte (2008), tel que nous l'avons réinterprété, aide le PE à prendre en compte la diversité de l'activité des élèves ? Il s'agirait ainsi de permettre aux PE en formation de mieux comprendre l'activité des élèves repérés comme fragiles en RPAV ou refusant de s'y engager *a priori*, mais aussi les contre-performances d'élèves repérés comme performants par ailleurs en mathématiques et en français (CNESCO, 2016 et 2017).

Pour répondre à cette question, nous nous sommes appuyés sur l'analyse d'une formation continue menée en 2022-2023 ainsi que sur des entretiens avec des PE.

II - MÉTHODOLOGIE D'ANALYSE DE LA FORMATION

1 Présentation de la formation et du matériau à disposition pour l'analyse

Il s'agit d'une animation pédagogique intitulée « Maths-Résolution de Problèmes en cycles 2 et 3 » qui s'est déroulée lors de deux séances de 3 heures en présentiel espacées de 4 semaines à la fin du premier semestre de l'année scolaire 2022-2023. Elle a été conçue et animée par deux chercheurs-formateurs en INSPE (Éric Mounier - EM* et Nathalie Pfaff - NP*) en réponse à une sollicitation de la CPC[3] de la circonscription en juin 2022 laissant « *toute marge de manœuvre à NP** » (entretien avec NP*, mai 2023). Elle a concerné une vingtaine de PE exerçant en cycles 2 et 3 dans trois écoles de petite et moyenne taille (140 à 210 élèves) rattachées pour deux d'entre elles à un PIAL (pôle inclusif d'accompagnement localisé pour les élèves en situation de handicap) dans le cadre d'un parcours de formation continue obligatoire. En plus de ces 6 heures, le parcours comprenait la participation à l'enquête de l'observatoire académique des mathématiques[4] pour les enseignants de deux des trois écoles (75 % des enseignants), ces écoles présentant de « bons résultats » aux évaluations d'entrée en 6e. Cette participation a d'ailleurs eu des incidences sur les besoins exprimés par les enseignants en fin de séance 1, avec comme conséquence une place plus importante accordée à la schématisation lors de la séance 2. Les objectifs de la formation définis par les deux formateurs dans leurs documents préparatoires sont : en séance 1 s'arrêter sur « *qu'est-ce que résoudre un problème arithmétique verbal ?* » et en séance 2 « *donner des outils pour la classe* ».

Le matériau principal concernant l'activité des deux formateurs est constitué : des traces de conception, sous la forme de fiches de préparation détaillées des deux séances et des diaporamas projetés ; de traces d'activité réflexive, lors d'entretiens entre les deux concepteurs et un enseignant-chercheur en sciences de l'éducation et de la formation du groupe (Aline Blanchouin - AB*), à partir des documents préparatoires pour accéder à leur vécu mais aussi aux écarts avec ce contenu (entre avril et mai 2023). En effet, n'ayant pas anticipé le statut de terrain d'enquête de cette formation, nous n'avions pas procédé à des formes de recueil de traces *in situ* (photos, audios, films) ou d'analyse *a posteriori* (bilan écrit, audio, échanges).Ce matériau a été complété avec le point de vue d'enseignants : un enseignant de CM1 (Y) ayant participé à la formation analysée (ANNEXES A et E) avec lequel des entretiens ont été réalisés, ainsi que les propos des PE que nous rencontrons dans le cadre du groupe IREM de Paris Nord en recherche-formation sur la résolution de problèmes (séance collective de mars 2023, dans la continuité de deux séances en 2022 vécues par certains ou non). L'ensemble a été exploité dans les parties 3 et 4 de ce texte.

2 Traitement du matériau

2.1 Méthodologie

L'enjeu est de caractériser le potentiel de notre réinterprétation du modèle théorique de Verschaffel et al.[5] pour l'accompagnement des PE dans leur enseignement quotidien de la résolution de problèmes. Pour ce faire, nous avons dégagé deux types de tâches données par les concepteurs de la FC pour

---

[3] Conseillère Pédagogique de Circonscription.

[4] https://www.dsden94.ac-creteil.fr/IMG/pdf/maths2022_livretobservatoirepratiquesmaths_presentationobservables.pdf repéré 18.09.2023

[5] Désormais nous écrirons « Verschaffel et al. », sans mettre les années des articles, pour indiquer la référence aux articles déjà cités (Verschaffel et al., 2000 ; Verschaffel et De Corte, 2008 ; Van Dooren et al.,2015) qui prennent leur source dans des travaux autour de la modélisation de l'activité en résolution de problèmes datant des années 90. Signalons que cette approche peut être complétée par d'autres, comme celle de Jean Julo et plus récemment celle de Catherine Houdement, mais aussi par les travaux de l'équipe autour de Carine Reydy (Reydy, 2022 ; Foulquier, Lambert, Laroche, Reydy et Urruty, 2023), de celle autour de Caroline Bulf (Anquetil et Bulf, 2022 et 2023) et de Annie Camenisch et Serge Petit (Camenisch et Petit, 2023).

renseigner de façon située le déroulement de l'entièreté de la formation, en nous référant à la théorie de l'activité (Rogalski, 2003) : les tâches pour introduire la référence à Verschaffel et al. ; les tâches proposées explicitement ou non par les formateurs pour l'utiliser.

Deux grilles complémentaires de lecture d'une formation ont été mobilisées, aussi bien pour la phase de conception d'une formation (analyse *a priori*) que pour en faire un bilan réflexif après la formation (analyse *a posteriori*). Nous avons tout d'abord procédé à une analyse des traces de conception des formateurs, commentées de façon différée, pour constituer les données à l'échelle globale de l'animation pédagogique à partir des « *5 directions pour une formation continue* » (Serres et Moussay, 2016 ; Centre Alain Savary IFÉ, 2019). Cela nous a permis de sélectionner les moments de l'animation pédagogique à investiguer à partir du « *cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles en mathématiques développé par des membres de la COPIRELEM* » (Mangiante et al., 2016) pour prendre en compte de façon explicite la dimension mathématique des enjeux de formation. La figure 4 ci-dessous résume la méthodologie générale :

Figure 4. Méthodologie générale fondée sur la complémentarité des deux grilles de lecture

La suite de la section est dévolue à la présentation successive de ces deux grilles de lecture que nous désignerons dorénavant par « *grille de lecture IFÉ-CAS* » et « *grille de lecture COPIRELEM* ».

2.2 La grille de lecture IFÉ-CAS

Dès 2016, Serres et Moussay, dans un ouvrage dirigé par Ria à destination des formateurs, constataient que « *les formateurs sont le plus souvent amenés à concevoir des interventions destinées à des collectifs et/ou accompagner des individus ou des collectifs dans une logique de conseil* » (Serres et Moussay, 2016, p. 154). Faisant référence aux analyses de pratiques conduites avec des formateurs et formalisées par Picard[6] en 2014 dans la première version du dossier IFÉ-CAS (Picard, 2014), les auteurs soulignaient la nécessité de développer chez les formateurs d'enseignants des compétences professionnelles autour de *cinq domaines* :

- Faire connaître le prescrit (textes officiels, etc.) ;

- Aider à lire le réel et à problématiser les difficultés professionnelles rencontrées par les formés, identifier les dilemmes professionnels ;

[6] Patrick Picard était responsable du Centre Alain Savary au moment de la publication du dossier. Ancien instituteur, nourri par les travaux de sociologie, de psychologie sociale, d'ergonomie, de didactiques, il réalise un master Ingénierie de la formation, suit le séminaire d'Yves Clot et devient coordonnateur en réseau d'éducation prioritaire (REP) puis ingénieur de formations avant d'être recruté par le centre Alain-Savary dont il devient directeur, contribuant à la création de la plateforme Néopass@ction puis à de nombreuses actions de formation de formateurs.

- Partager les références théoriques, mettre des mots sur les situations et les ressentis, avec l'appui de différents modèles explicatifs issus des savoirs de recherche (différentes branches de la psychologie, didactiques, sociologie, analyse du travail, pédagogie…) ;

- Proposer des outils, faire connaître ce qui existe dans le métier, partager les ressources ;

- Accompagner dans la durée pour développer la confiance, le pouvoir d'agir en prenant le temps d'allers retours entre travail en classe et groupe de formation, soit en présentiel, soit en utilisant des modalités hybrides désormais possibles, en synchrone et asynchrone (p. 154-155).

C'est dans une même perspective d'analyse du travail de l'enseignant que nous nous inscrivons (Blanchouin, Grapin, Mounier et Sayac, 2022) et que nous nous sommes appropriés cette référence. Notre instrumentation (Rabardel, 1995) a consisté à préciser chacun des *domaines*, requalifiés de *directions* dans la version 2019 de l'IFÉ-CAS, en formulant une question et en définissant des catégories d'analyse de contenu de la formation. Pour les identifier, nous avons d'une part appréhendé la formation avec le modèle ternaire de l'approche sociotechnique d'un dispositif d'Albéro (2010 ; repris dans Ravez, 2023, p. 12), et d'autre part pris en compte le contexte global institutionnel de la formation continue en France (section I.2.1) et les recommandations des travaux de la conférence de consensus sur la formation des enseignants en France (Mons, Chesné et Piedfer-Quêney, 2021). La figure 5 donne à voir les cinq directions de l'IFÉ-CAS telles que nous nous en sommes saisis pour étudier chronologiquement le déroulement de la formation au regard des objectifs poursuivis par les formateurs.

Lire le réel : quelles modalité(s) d'ancrage dans le vécu quotidien des PE ?
Objet du réel : conception, interaction, analyse a posteriori des enseignants
Source : classes des stagiaires / des professionnels au sens large / d'un sous-groupe de professionnels (rep, débutant…cycle, formateurs en classe…) ?
Traces pour la formation : vidéo-photo vs discours ; documents de conception ; documents de bilan

Accompagner dans la durée : quel(s) empan(s) temporel(s) ?
-**Globalement** : modalités (présentiel, à distance, co-modal) ; fréquence
-**Au sein de chacun des « moments » (présentiel ; inter session)** : durée des temps relativement aux enjeux de formation

Outils : quels « moyens d'action pour la classe » mutualisés, co-construits, introduits par les F ?
- **Nature :** empirique ; empirico-théorique ; théorique
-**Acteur à l'initiative de l'introduction/de la production** : formateur, PE, un collectif de PE
-**Modalités d'introduction/de production et d'usages en lien avec une problématique métier**

Références : quel (s) recours aux écrits de la recherche ?
Prescrit : quel(s) recours aux écrits institutionnels cadrant le métier ?
-L'**objet** : à propos de quoi ?
-**Motif d'introduction / d'exploitation :** au regard des objectifs de la formation ; au regard de problématiques professionnelles
-**Acteur** : formateur, PE, un collectif de PE
-**Moment** dans la formation (début vs fin) ; **fréquence** (ponctuelle vs continue)
-**Modalités d'introduction (degré de traduction) et d'usages en lien avec une problématique métier**
-**Rapport de l'acteur aux références/au prescrit introduit :** auteur ou non

Figure 5. Appropriation de la grille de lecture IFÉ-CAS

2.3 La grille de lecture COPIRELEM

Le cadre développé par des formateurs et des enseignants-chercheurs investis dans la COPIRELEM (Mangiante et al., 2016 ; Guille-Biel Winder, Mangiante - Orsola, Masselot, Petitfour et Simard, 2019) pour analyser des scénarios et des situations de formation des PE en mathématiques a plusieurs visées : « identifier les potentialités », « cerner les savoirs potentiellement mis en jeux ainsi que leur articulation », « clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre » (Guille-Biel Winder, Petitfour, Masselot et Girmens, 2016, p. 160). Ce cadre s'intéresse tout d'abord à la nature de l'activité du formé au sens de Rogalski, c'est-à-dire à « ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche » (Rogalski, 2003, p. 349). Cinq types d'activités (colonne 2 de la figure 6) sont distingués :

l'activité mathématique (faire des mathématiques dans la résolution d'une tâche mathématique) ; l'activité d'analyse mathématique (analyser les mathématiques en jeu dans la résolution d'une tâche mathématique) ; l'activité didactique et/ou pédagogique (mettre en lumière les choix didactiques et/ou pédagogiques liés à la tâche mathématique) ; l'activité d'analyse didactique et/ou pédagogique (analyser ces choix didactiques et/ou pédagogiques) ; l'activité de problématisation (identifier et investiguer une question professionnelle, en mobilisant des concepts mathématiques, didactiques et pédagogiques). Chaque type d'activité est ensuite caractérisé selon trois critères : le type et le degré de décontextualisation des connaissances convoquées (colonnes 4 et 5) ainsi que la posture du formé dans l'activité (colonne 3).

Houdement (2013) et Simard, Masselot, Imbert et Ouvrier-Buffet (2012) ont identifié trois types de savoir utiles pour enseigner : le savoir mathématique correspond aux mathématiques nécessaires à l'enseignant pour préparer, réguler et évaluer sa séance et ses élèves ; le savoir didactique, qui se nourrit des recherches en didactique des mathématiques pour l'école primaire ; le savoir pédagogique ou d'expérience. Dans une situation de formation, les formés développent différents types de connaissances relatives à ces savoirs : des connaissances mathématiques (savoirs mathématiques que les formés enseigneront à leurs élèves ainsi que ceux non enseignés aux élèves mais nécessaires aux formés pour enseigner) ; des connaissances pédagogiques (conceptions de l'apprentissage, de l'organisation et de la gestion de la classe, indépendamment des contenus disciplinaires) ; des connaissances didactiques (spécifiques du contenu mathématique enseigné, connaissances pour l'enseignant). Brousseau (1988) et Douady (1986) ont déterminé trois degrés de décontextualisation d'une connaissance mathématique (colonne 4 de la figure 6) : mobilisée en contexte implicitement (en acte) ; mobilisée en contexte explicitement ; décontextualisée (pour devenir mobilisable dans d'autres contextes). Les trois degrés de décontextualisation d'une connaissance mathématique ont été transposés aux connaissances didactiques et pédagogiques (colonne 5 de la figure 6) : mobilisées en acte dans l'identification par le formé des choix didactiques ou pédagogiques effectués dans l'activité mathématique considérée ; explicitées en contexte dans l'analyse des implications de ces choix ; décontextualisées dans la mise en évidence et l'explicitation des concepts didactiques ou pédagogiques sous-jacents.

En appui sur des travaux de Sayac (2010), plusieurs postures spécifiques du formé sont attendues par le formateur (colonne 3 de la figure 6) : posture d'élève (réalise la tâche mathématique ou s'intéresse aux connaissances mathématiques décontextualisées mobilisées dans la réalisation de la tâche) ; posture d'élève-enseignant (étudie des activités à destination des élèves ou des productions d'élèves, analyse les conditions de mise en œuvre en classe de la tâche mathématique considérée) ; posture d'enseignant (entre dans un questionnement plus large sur les pratiques de classe ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques) ; posture de praticien-chercheur (problématise une question professionnelle en lien avec les pratiques de classe et les enjeux d'apprentissage).

Finalement, les différentes tâches proposées dans une situation de formation peuvent se répartir dans cinq paliers (colonne 1 de la figure 6) caractérisés par la nature de l'activité du formé (Mangiante et al., 2016). Le palier 0 correspond à l'activité mathématique ; la tâche mathématique peut être vécue ou évoquée ; le formé est placé en posture d'élève (par rapport aux connaissances mathématiques) ; les connaissances mathématiques convoquées (implicites ou explicites) sont contextualisées. Le palier 1 concerne l'activité d'analyse mathématique liée à l'activité du palier 0 ; les connaissances mathématiques sont décontextualisées, ce qui place le formé en posture d'élève apprenant les mathématiques ; les connaissances didactiques et/ou pédagogiques en acte initient le changement de posture du formé vers une posture d'élève-enseignant. Au palier 2 (activité didactique et/ou pédagogique liée à l'activité du palier 1), l'analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou seulement anticipée) de la tâche mathématique nécessite une posture d'élève - enseignant de la part du formé ; les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont explicitées en contexte. Le palier 3 est en rapport avec l'activité d'analyse didactique et/ou pédagogique de l'activité de palier 2 ; elle conduit à la décontextualisation des connaissances didactiques et/ou pédagogiques ; elle peut se présenter sous la forme d'un questionnement sur les pratiques de classe (gestes professionnels) ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou plusieurs contenus (programmes, progressions) ou encore sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (types de tâches) ; le formé a une posture d'enseignant. Enfin, au palier 4, l'activité de problématisation de questions professionnelles est en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique ; elle permet une posture de praticien-chercheur, notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse ou d'inférer des résultats. Les cinq paliers, organisés de manière hiérarchique et non chronologique, sont imbriqués et peuvent donc se chevaucher.

<table>
<tr><th rowspan="2">Palier</th><th rowspan="2">Nature de l'activité</th><th rowspan="2">Posture du formé</th><th colspan="3">Connaissances</th></tr>
<tr><th>mathématiques</th><th>didactiques</th><th>pédagogiques</th></tr>
<tr><td>4</td><td>Activité de problématisation de questions professionnelles</td><td>Praticien-chercheur</td><td rowspan="4">Décontextualisées</td><td colspan="2" rowspan="2">Décontextualisées</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Activité d'analyse de l'activité didactique et/ou pédagogique de l'activité du palier 2</td><td>Enseignant</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Analyse didactique et/ou pédagogique liée à l'activité du palier 0</td><td>Élève-enseignant.</td><td colspan="2">Explicitées en contexte</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Activité d'analyse mathématique liée à l'activité du palier 0</td><td>Élève-enseignant Élève (apprenant les math.)</td><td colspan="2">En acte (implicitement mobilisées en contexte)</td></tr>
<tr><td>0</td><td>Activité mathématique</td><td>Élève (par rapport aux connaissances math.)</td><td>Contextualisées Implicites ou explicites</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Figure 6. La grille de lecture COPIRELEM (Guille-Biel Winder et al., 2019)

III - CARACTÉRISATION DE LA FORMATION

Nous commençons par étudier le contenu global de l'animation pédagogique à partir des cinq directions de la grille de lecture IFÉ-CAS (échelle 1). Ceci nous permet de dégager le contexte d'introduction et de mobilisation du modèle de Verschaffel et al. et de cibler les moments de la formation étudiés complémentairement avec la grille de lecture COPIRELEM (échelle 2).

1 Le contenu global de l'animation pédagogique

1.1 Les choix de conception à partir de la grille de lecture IFÉ-CAS

Le matériau composite recueilli a été traité à partir des cinq directions de la grille IFÉ-CAS, au grain des tâches proposées tout au long du dispositif. Nous avons caractérisé l'architecture temporelle générale (temps des séances et temps les encadrant) ainsi que de chaque séance, en découpant des unités de temps à partir des enjeux déclarés (par écrit et lors des entretiens) par les formateurs. L'annexe B donne à voir le déroulé reconstitué, épuré de la description des tâches. Nous avons caractérisé aussi les contextes d'introduction et d'utilisation du modèle réinterprété de Verschaffel et al. en revenant aux objectifs de la formation. Une illustration du codage pour deux des cinq directions figure en annexe C. Le code couleur utilisé (en annexe comme ci-après) renvoie aux cinq directions de la grille IFÉ-CAS : lire le réel, accompagner dans la durée, outils, références, prescrit.

Les objectifs de la formation ont tout d'abord été définis par les deux formateurs sur l'ensemble des 6 heures. Après la séance 1, ils ont été réajustés pour la séance 2 afin de mieux prendre en compte les difficultés exprimées par certains PE concernant l'emploi de schémas en RPAV[7]. Cela a conduit à accorder une place prépondérante aux schémas (près de 2 heures) en n'abordant pas, ou de façon survolée, les autres outils prévus en séance 2. La réintroduction du modèle réinterprété de Verschaffel et al. y a cependant été maintenue. Elle a été effectuée lors de la mise en commun après résolution par les PE d'un problème de cycle 3, qui a aussi été l'occasion de rediscuter des schémas. Après les deux séances, les objectifs ont été poursuivis avec l'envoi par mail par les formateurs de références scientifiques (dont l'article de référence de Verschaffel), mais aussi en proposant aux PE, à la fin de la séance 2, de contacter un des formateurs pour continuer à réfléchir à la place des données inutiles (aucun PE ne le fera).

Les tâches proposées lors de la formation ont été le plus souvent réalisées en petits groupes, ponctuées par des mises en commun et articulées à des moments de travail en oral collectif. Elles placent les PE dans une activité réflexive de leurs pratiques d'enseignement/apprentissage de la résolution de problèmes C2-C3, via l'évocation de séances de RPAV en classe, sans partir des traces effectives des PE impliqués dans la formation. Plus précisément, elles les mettent dans une posture réflexive sur leur enseignement à partir de mutualisations, de mises à distance, par l'étude de productions d'élèves ou de schémas, en les confrontant à leurs propres connaissances en résolvant eux-mêmes des problèmes, etc.

Le prescrit est ponctuellement mobilisé pour justifier et introduire la réflexion à propos d'outils pour la classe (construction de programmations en séance 1 ; études de schémas en séance 2), alors que les références scientifiques (et/ou expériences de recherche des deux formateurs) sont régulièrement proposées tout au long des deux séances. Les références concernent des connaissances relatives au processus général de la RPAV (figures 2 et 3), aux classes de problèmes (Vergnaud, 1990 ; Pfaff et Fénichel, 2005), aux schémas (Auquière, Demonty et Fagnant, 2018 ; Gervais, Savard et Polotskaia, 2013) et à la compréhension de textes (Marin et Legros, 2008). Les références servent à lancer un travail en sous-groupe ou à conclure après une mise en commun (institutionnaliser le point de vue des formateurs, faire un apport) ou encore à conduire un moment collectif oral. Elles sont introduites à partir d'une citation commentée et/ou d'un récit d'une recherche, mis à part le modèle théorique de Verschaffel et al. qui, lui, est introduit dans une version réinterprétée (figure 2) *via* une tâche de résolution de problèmes effectuée par les PE. Enfin, deux outils ont été introduits par les formateurs pour être manipulés : le modèle réinterprété de Verschaffel et al. ; une programmation en résolution de problèmes par cycle, croisant classes de problèmes et procédures personnelles *vs* attendues. Des pistes pour que les PE de retour en classe élaborent d'autres outils ont été proposées collectivement en fin de séance 2. Des réflexions portant sur le contenu type d'un affichage mural de référence (institutionnalisation) et les types et le nombre de schémas à utiliser ont ainsi été amorcées.

Le modèle de Verschaffel et al. n'est donc ni la seule référence ni l'enjeu principal pour les formateurs. De façon réinterprétée, c'est un moyen mobilisé à plusieurs reprises pour atteindre leurs deux objectifs articulés, qui sont de *« faire connaitre au PE le processus de RPAV afin ensuite d'aller sur des outils »*, en indiquant simplement son existence dans une ressource institutionnelle (MEN, 2022).

1.2 Les moments de la formation, objets de l'analyse ciblée

L'introduction de la référence au modèle de Verschaffel et al. s'effectue après la résolution d'un problème de niveau *adulte* dans la première partie de la séance 1 sous sa forme réinterprétée (présentée en figure 2, section I.2.1) en tant que moyen pour décrire le processus de résolution de

[7] Précisons que ces difficultés exprimées à propos des schémas (notamment du recours unique au schémas « en barres ») émanaient des échanges que certains PE avaient eus avec les formateurs « de l'observatoire des pratiques Maths » venus les voir peu avant la séance 1.

problèmes. Cette référence est amenée progressivement, sous-processus par sous-processus, de manière dynamique, tandis que les contrôles en jeu dans la RPAV y sont présentés. Cette référence est immédiatement mobilisée comme outil pour analyser les productions d'un élève (*interpréter des traces écrites ; faire des hypothèses sur la réussite de l'élève dans d'autres résolutions*). En début de séance 2, l'outil est convoqué formellement par les formateurs lors de la première mise en commun (les PE devaient résoudre un problème de niveau *cycle 3*) et informellement lors du temps principal concernant l'étude de schémas.

N'ayant pas de traces des échanges lors des deux séances, nous avons sélectionné les trois premiers temps (qui correspondent aux deux tiers) de la séance 1 (figure 7 ci-dessous) pour caractériser le contenu mathématique du contexte d'introduction du modèle réinterprété de Verschaffel et al. et de son utilisation explicite par les formateurs.

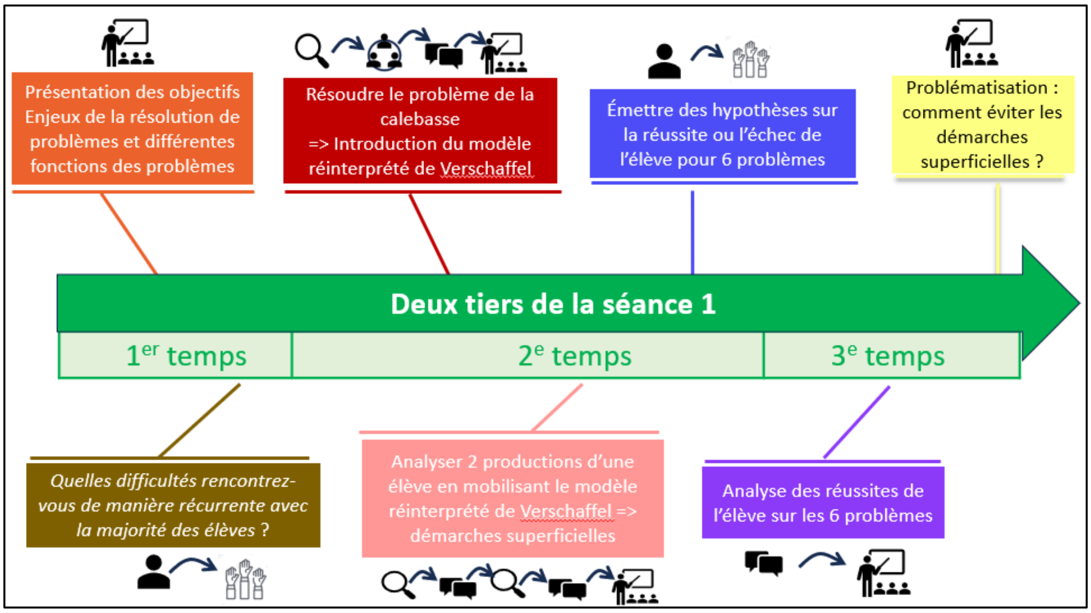


Figure 7. Mise en récit des trois premiers temps de la séance 1 sélectionnés pour l'analyse ciblée

2 Focale sur les trois premiers temps de la séance 1

2.1 Présentation des tâches successives (en appui de la figure 7)

Lors du premier temps, les objectifs de la formation et les enjeux de la résolution de problèmes sont présentés, ainsi que les différentes fonctions des problèmes (« situations problèmes » pour introduire une nouvelle notion, problèmes « pour chercher », « problèmes arithmétiques verbaux » pour donner du sens aux opérations arithmétiques). Suite à cela, il est demandé aux formés : « *Quelles difficultés rencontrez-vous de manière récurrente avec la majorité des élèves ?* » ; une réponse écrite individuelle précède une mise en commun à bras levés.

Lors du deuxième temps, trois tâches sont proposées. La première tâche consiste à résoudre individuellement, puis en petits groupes, un problème mobilisant des connaissances qui ne sont pas nécessairement disponibles pour tous les participants (ANNEXE D). Enfin, après une mise en commun sur les différentes réponses et l'activité déployée pour résoudre le problème, suit une synthèse introduisant le modèle de Verschaffel. Lors de la seconde tâche (qui sera analysée par la suite), une première production d'élève (problème A de transformation négative avec recherche d'état final avec des petits nombres présenté en figure 1) est montrée aux formés qui doivent l'analyser en convoquant le modèle réinterprété de Verschaffel et al. Une mise en commun est faite avec de potentielles hypothèses sur l'activité de l'élève dans chacun des sous-processus. Il est ensuite demandé de réaliser la même analyse avec une seconde production du même élève (problème B du même type avec de plus grands nombres, cf. figure 1). Cette tâche aboutit à une synthèse portant sur la notion de démarche superficielle (figure 3). La dernière tâche consiste à demander aux formés : « *Est-ce qu'un élève peut réussir avec une démarche superficielle ?* » ; elle est suivie d'une mise en commun à bras levés.

Le troisième temps débute par une mise en commun et une synthèse à propos de la tâche précédente. Il s'agit d'amener le formé à prendre conscience que, selon le type de problème de transformation (recherche de l'état final après retrait, après ajout, recherche de la transformation après ajout), et selon le type de nombres, une démarche superficielle peut mener à la réussite à beaucoup d'exercices et que les habiletés en calcul peuvent cacher ces démarches. Un tableau récapitulatif propose les pronostics de réussite d'un élève à partir de démarches superficielles sur un problème additif, selon le type de nombres.

2.2 Caractérisation avec la grille de lecture COPIRELEM en termes d'activités inférées pour les enseignants

La figure 8 donne à voir au grain fin les variations d'activités (*paliers*) des PE inférées à partir des tâches proposées successivement (évoquée précédemment succinctement) lors des trois temps du début de la formation.

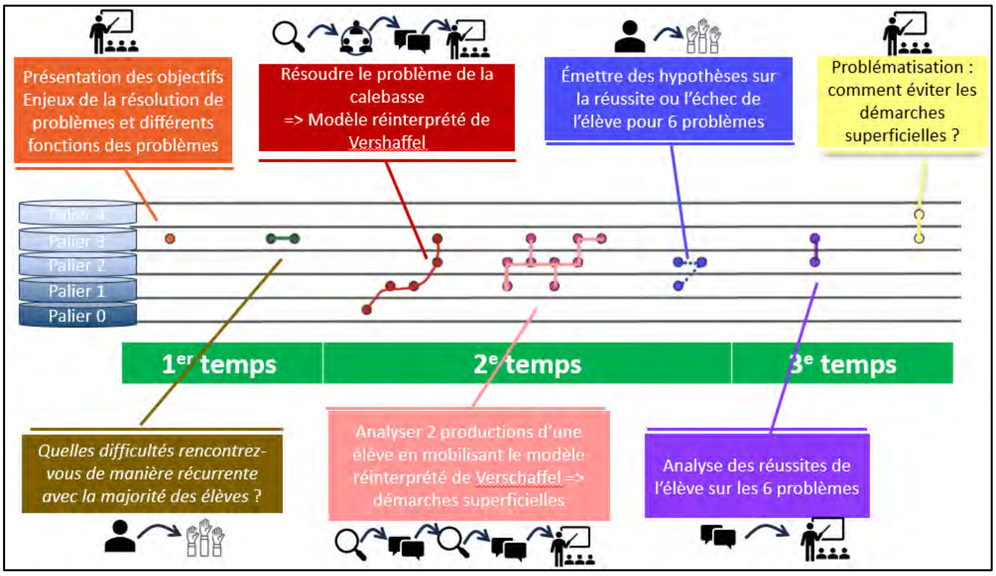


Figure 8. Caractérisation des trois temps de la formation avec le cadre COPIRELEM

À l'aide de la figure 9, nous explicitons pour la tâche 2 du deuxième temps comment nous avons inféré la nature des activités des enseignants.

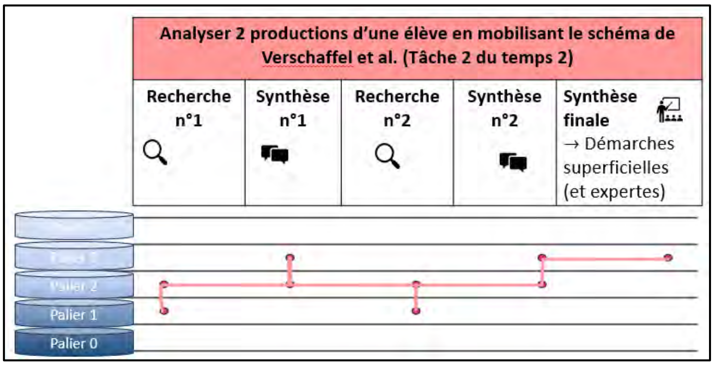


Figure 9. Les trois premiers temps de la séance 1 de l'analyse avec le cadre COPIRELEM

Lors des *recherches* n°1 et n°2, nous avons inféré une potentielle activité des enseignants aux paliers 1 et/ou 2, car il leur est explicitement demandé de convoquer le modèle réinterprété de Verschaffel et al. (vu précédemment de manière décontextualisée et déjà illustré sur leur propre activité lors de la résolution du problème *adulte*), ici de façon recontextualisée (palier 2). Mais, parallèlement, les PE peuvent aussi convoquer des connaissances personnelles implicites, comme, par exemple, le fait que les mots du texte du problème peuvent induire chez l'élève une opération, ce qui relèverait du palier 1. Concernant les *synthèses* (n°1, n°2 et finale), nous avons inféré des activités des formés relevant des paliers 2 et 3 : le palier 2 correspondant à la recontextualisation du modèle réinterprété de Verschaffel ; le palier 3 correspondant au fait de s'en servir en tant qu'enseignant comme outil d'analyse de l'activité d'un élève. Enfin, *la synthèse finale* correspond à une activité de palier 3, car il s'agit explicitement de questionner l'outil d'analyse pour le professeur des écoles en classe, en lien avec l'activité des élèves ; il y a généralisation et décontextualisation des démarches superficielles selon le type de nombres.

Globalement, nous voyons que l'enrôlement des formés (1er temps) se situe au palier 3 (figure 8, point orange), en les plaçant directement en posture d'enseignant à partir de connaissances présentées par les formateurs de façon décontextualisée. À noter que, lors du premier temps, les questionnements des formés peuvent rester naïfs, et donc l'activité sous-jacente pourrait être très implicite. Nous remarquons ensuite (2e et 3e temps) que les paliers rencontrés sont majoritairement plutôt élevés (2 ou supérieurs). De façon plus fine, au grain de la succession des tâches, nous constatons que la lecture que les formés ont de ce modèle est évolutive. Chaque nouvelle activité débute à partir d'activités de paliers 0, 1 ou 2. Le modèle réinterprété de Verschaffel et al. leur est finalement présenté en tant qu'objet (Douady, 1986), puis comme outil pour comprendre l'activité d'un élève. Cela leur permet de compléter la lecture qu'ils ont du modèle (objet) et d'engager une réflexion sur son exploitation en tant que grille de lecture (outil) de l'activité des élèves de leur classe (palier 4). Il faut noter que les passages des paliers 2 à 3 ou 3 à 4 ne sont pas liés à une activité prescrite d'analyse didactique ou de problématisation du formé mais se font lors des mises en commun et synthèses gérées au moins en partie par les formateurs.

3 Caractérisation du mode d'introduction et des contextes d'utilisation

Voici ce que nous permet de dire le recours à nos deux grilles de lecture pour documenter à deux échelles différentes (globale ; ciblée sur les trois premiers temps de la séance 1) le dispositif « animation pédagogique de 6 heures ».

L'introduction du modèle de Verschaffel et al. se fait juste à la suite du début de la séance 1 (donc au début du deuxième temps) permettant aux formateurs de circonscrire l'objectif du travail (RPAV) et aux formés de s'exprimer sur les principales difficultés qu'ils rencontrent en classe (palier 3). Cette introduction s'effectue par une situation d'homologie (Houdement, 1996), à partir d'un problème de mathématiques au niveau formé, qui engage *a priori* successivement les formés dans des activités qui relèvent des quatre premiers paliers (paliers 0 à 3). Cette introduction est immédiatement suivie de tâches invitant à mobiliser le modèle.

Concernant les contextes d'utilisation, plusieurs tâches sont successivement proposées.

Lors du deuxième temps, les PE sont amenés à analyser deux productions réelles d'élèves (figure 9). Le déroulement global conduit successivement à engager les PE dans des activités de paliers (1)-2-3, sans attendre explicitement une activité de palier 0. La notion de démarche superficielle, en appui sur deux références, est introduite en tant qu'outil pour (ré)interpréter les deux productions, puis réinvestie (paliers 2 et 3) pour pronostiquer la réussite ou l'échec du même élève à six autres problèmes.

Lors du troisième temps, à partir d'une synthèse s'appuyant sur les résultats réels de l'élève (paliers 2 et 3), les formateurs problématisent autour des apprentissages des élèves en RPAV, en s'appuyant sur la notion de démarche superficielle. Les PE sont potentiellement engagés dans une activité de problématisation de questions professionnelles (palier 4). Cela se fait sans articulation explicite au prescrit, qui est rappelé lors du dernier temps suivant consacré à la construction de programmations.

Les caractéristiques mises à jour des modalités d'introduction et d'utilisation du modèle de Verschaffel et al. réinterprété lors de l'animation pédagogique, éclairées par l'entretien réalisé avec un des participants (Y – annexe E**)**, constituent nos données pour apporter au début de la partie suivante des éléments de réponse, non exhaustifs et exploratoires, à la question formulée en début d'article « Quelle ingénierie proposer en FC pour que le modèle de Verschaffel et al., tel que nous l'avons réinterprété, aide le PE à prendre en compte la diversité de l'activité des élèves ? ».

IV - PARTIE CONCLUSIVE

1 Réponse à la question

Nous abordons tour à tour ce qui pourrait justifier de recourir au modèle réinterprété de Verschaffel et al. en formation, puis des points de vigilance pour que les enseignants puissent s'en emparer pour enseigner.

1.1 Pourquoi recourir au modèle réinterprété de Verschaffel et al. en formation ?

Cette question interroge plus particulièrement l'*utilité* (Tricot et al., 2003) pour le formateur à recourir au modèle réinterprété de Verschaffel et al. EM* et NP*, les formateurs de l'animation pédagogique étudiée, déclarent après coup (mai 2023, entretiens avec AB*) que le modèle réinterprété de Verschaffel et al. a été un moyen pour atteindre et articuler leurs deux objectifs : *«* faire connaitre aux PE le processus de RPAV, la place du calcul et de la ``compréhension'' du texte en français, les démarches superficielles, la place des schémas […], afin ensuite d'aller sur des outils ». Il a donc constitué un fil rouge tout au long des deux demi-journées lorsqu'ils évoquaient avec les enseignants l'activité de l'élève en RPAV. Nous en inférons que la fonction attribuée ici au modèle par les formateurs, relativement au travail d'enseignement/apprentissage des enseignants, est de les aider à la compréhension du processus de résolution de problèmes et des différents types de démarches, de la place du calcul et de la « compréhension » du texte en français, de la place des schémas, etc., selon les objectifs de la formation.

L'entretien avec Y (annexe E), un des PE ayant suivi la formation, a permis de faire émerger deux autres fonctions possibles :

- *Aide à la conception* (*a priori ; a posteriori*) *de dispositifs d'enseignement* (tâches et déroulement séquentiel ainsi que l'ensemble du contexte matériel, humain, temporel, spatial) et à la régulation en classe. C'est un moyen pour repérer dans le cheminement de l'élève « où ça coince » (expressions utilisées spontanément par Y mais aussi par deux PE du groupe IREM Paris Nord dans lequel nous travaillons) et donc où rétroagir. Cela rejoint le travail que nous menons avec des PE en recherche/formation et qui nous a notamment amenés à préciser notre conception des gestes évaluatifs (Blanchouin, Grapin et Mounier, 2022).

- *Aide à l'autorégulation de l'élève et à sa participation au processus de contrôle.* Cette fonction a émergé lors de l'entretien entre [Y-AB*]. Y (PE en CM1) évoque « une liste à checker par l'élève » ; AB* surenchérit sur le fait de la construire possiblement avec les élèves et d'en faire une grille de repérage de son cheminement.

Il nous semble qu'au regard des caractéristiques des publics en formation, chacune des trois fonctions du modèle réinterprété de Verschaffel et al. pourrait venir soutenir le dessein des formateurs d'approfondir des connaissances disciplinaires ou didactiques concernant la résolution de problèmes et/ou une évaluation soutien aux apprentissages des élèves (Mottier-Lopez, 2015).

1.2 Quelle vigilance pour que les enseignants instrumentalisent le modèle de Verschaffel et al. pour enseigner ?

Cette question interroge plus particulièrement l'*utilisabilité et l'acceptabilité* (Tricot et al., 2003) pour les formés à recourir au modèle réinterprété de Verschaffel et al. dans leurs pratiques. La caractérisation de l'animation pédagogique (section 3.3.), croisée avec l'entretien entre [Y-AB*] et le vécu de certains des auteurs de ce texte (EM* - Nadine Grapin - AB*) de trois séances collectives avec 5 à 8 PE de cycle 2 du groupe IREM Paris Nord, nous conduisent à dégager cinq points de vigilance, afin que le modèle réinterprété de Verschaffel et al. puisse être instrumentalisé (Rabardel, 1995) par les enseignants, au service de l'apprendre de tous leurs élèves en résolution de problèmes. Nous les présentons en proposant, pour chacun, des leviers identifiés lors de l'animation pédagogique étudiée en section III et des limites ou perspectives.

a) Explicitation de l'enjeu professionnel au regard de la spécificité du public de FC (animation pédagogique-constellation)

Leviers	Limites identifiées /perspectives
Convoquer le caractère utile pour le PE à faire son travail auprès de tous les élèves : cf. l'introduction de la notion de démarche superficielle lors du 2^{e} temps de la séance 1 permettant un ancrage professionnel (cf. III-2.2).	- L'introduction du modèle ne correspond pas nécessairement à l'urgence de la classe pour le PE. Inversement, des réponses peuvent être trouvées par le PE dans la formation, sans qu'il n'y ait de lien avec le modèle, ou sans qu'elles ne correspondent à des questions envisagées par les formateurs. - Un sentiment de complexité du modèle « embarque » la représentation d'un changement à réaliser dans sa pratique nécessitant du temps et de l'énergie : Y° dit envisager « *d'y réfléchir plus tard pendant les vacances d'été ».*

b) Présentation formelle de l'introduction du modèle réinterprété de V.

Leviers	Limites identifiées /perspectives
L'utilisation de blocs de couleur et la dimension dynamique.	- Se pose la question de la densité d'informations et du choix du niveau de formulation à adapter éventuellement au public de formés. - Un modèle possiblement difficile à prendre en main pendant la formation ou après, avec un lexique requérant de tisser du lien avec celui employé par le PE (avec ses élèves, ses collègues) et qui peut nécessiter que le PE y revienne de sa propre initiative lors de la suite de la formation lorsqu'il n'est pas mobilisé explicitement, mais aussi de le consulter entre les deux séances de la formation. Par exemple, Y° nous fait part d'une tension entre « *noter un certain nombre de choses [pendant la formation]* » et « *pouvoir suivre parce qu'on perd des choses quand on est en train d'écrire* ».

c) Traces du modèle réinterprété de Verschaffel et al. mises à disposition des formés pour la suite

Leviers	Limites identifiées /perspectives
Une présentation visuelle *via* un diaporama projeté que ce soit lors de l'introduction ou après.	Transmettre un document papier qui pourrait être annoté et remobilisé régulièrement lors de la formation. À charge pour les enseignants n'utilisant que l'ordinateur de scanner/photographier ou de récupérer le fichier numérique.

d) Modalités d'introduction (tâches proposées par les formateurs)

Leviers	Limites identifiées /perspectives
À partir de l'analyse par le formé de sa propre activité de résolution de problèmes (situations d'homologie), en tenant compte de son sentiment de compétences en mathématiques pour le choix de l'énoncé. À partir de ce qui se passe réellement dans les classes (activité de l'élève, activité de l'enseignant), proche des conditions d'exercices professionnels des	Une introduction du modèle *perçue comme possiblement utile* pour prendre en compte la diversité de l'activité des élèves. Par exemple, Y envisage que le modèle puisse l'aider « à voir à quel instant du cheminement [de la résolution de problèmes] ça coince pour l'élève et l'aider à l'endroit où ça bloque ». Une introduction qui peut rester difficile d'accès ou qui ne garantit pas que les PE s'emparent du modèle tout de suite et donc qui n'apparait pas significativement pertinente professionnellement à l'instant de la formation.

formés. *Ces deux modalités d'introduction combinées (comme en séance 1) nous semblent particulièrement fécondes car elles mettent en jeu le modèle à différents degrés de décontextualisation et invitent le formé à des changements de postures.*	

e) Fréquence de rencontre au cours de la formation du modèle réinterprété de V.

Leviers	**Limites identifiées /perspectives**
Bains réguliers en y faisant explicitement référence lors des différents contextes d'échanges (collectifs, petits groupes, en individuel) et lors des différentes tâches où il peut être mobilisé. Y : « [Les formateurs] revenaient souvent [au modèle] quand on faisait un exemple. Après ça avait été détaillé voilà ce qu'on fait ici. C'est pas juste un schéma qu'on montre comme ça une fois. Voilà juste une page et puis après on passe à autre chose. Y'avait des exemples et même quand je vois les diapositives suivantes (au schéma vide statique) après y'a une explication de chacune des parties ce n'était pas juste pour montrer ça rapidement. **Si j'en avais un souvenir c'est bien parce que cela avait été détaillé, ce n'est pas seulement les couleurs, les 3 parties,** mais aussi parce qu'en détail on avait vu ce que cela pouvait être dans la résolution d'un problème particulier, les différentes étapes ce qui se passait et que. Oui il a vraiment été utilisé, **c'était pas juste on vous montre ça comme ça comme un exemple et puis après on passe à autre chose** et donc oui ça c'était quand même. **Pour moi ça aurait été difficile de sortir de l'animation sans se souvenir de ça ».**	Mieux exploiter l'intersession entre les deux séances : inviter le PE de façon facultative à utiliser le modèle à partir d'une consigne précise communiquée en fin de session.

Ces cinq points de vigilance pour que le recours au modèle de Verschaffel et al. soit *utile, utilisable et acceptable* (opus cité) pour les PE ne sont pas exhaustifs. Les grilles de lecture utilisées nous invitent à proposer des points complémentaires. Relativement à la grille IFÉ-CAS, nous en identifions trois autres : réfléchir à faire explicitement du lien entre les auteurs du modèle, le prescrit institutionnel (document EDUSCOL ressource pour enseigner) et/ou des références professionnelles (guides mathématiques les plus utilisés par les enseignants / par les enseignants de la formation) ; communiquer le statut privilégié de cette référence parmi les autres références qui seraient proposées au regard des enjeux de formation du moment ; partir de traces de ce qui se passe dans les classes des enseignants (photos, films ou audios courts, récits de pratique…), d'autant plus lors d'une FC en constellation. Relativement à la grille COPIRELEM, nous en identifions deux : naviguer vers le « haut des paliers » pour éclairer l'utilité ressentie du PE (problématique professionnelle) ; varier les contextes de rencontre avec le modèle réinterprété de Verschaffel et al. pour éclairer l'acceptabilité de s'en saisir (temps cognitif d'appropriation ; traductions concrètes pour la conception pour une analyse *a priori* des problèmes proposés ; etc.) conduisant les enseignants à expérimenter différentes postures (élève-enseignant-praticien-chercheur), en mobilisant / approfondissant lors de la formation des connaissances de différents types (mathématiques, didactiques, pédagogiques) pour réaliser les tâches prescrites par les formateurs (relatives aux cinq natures d'activités).

2 Considérations méthodologiques concernant les grilles de lectures utilisées

2.1 La grille COPIRELEM

Lorsque notre collectif d'auteurs (pluri catégoriel et pluri disciplinaire) de cette communication a utilisé cette grille pour décrire et comprendre l'animation pédagogique étudiée, nous avons eu besoin de revenir régulièrement aux articles (section 2.3.), en confrontant le développement des aspects théoriques aux exemples d'analyses de formation qui étaient proposés par les différents auteurs de la grille COPIRELEM. En effet, la détermination des *paliers d'activité* inférés par les tâches proposées par les formateurs n'a pas toujours été facile à réaliser. Nous avons d'ailleurs décidé, dans certains cas, de conserver deux paliers pour un même moment (deux points l'un au-dessus de l'autre dans la figure 8) : lors de l'institutionnalisation d'une connaissance (précisée dans le scénario ou parfois inférée) ; lors d'une activité mettant en jeu des connaissances didactiques ou pédagogiques de manière implicite et qui ne sont pas explicitables par les formés ou qui ne sont pas explicitées par les formateurs. Nous faisons l'hypothèse que nos professionnalités différentes de formateurs en INSPE (impliqués dans la formation initiale en mathématiques des PE ou non, dans la formation de formateurs ou pas, chercheur en didactique des mathématiques ou pas) ont pu jouer sur nos interprétations individuelles et décisions collectives de détermination des paliers d'activités des enseignants en formation.

Soulignons que l'étude micrologique au grain des action principales des formateurs au cours des tâches successives nous semble la plus féconde. En outre, il est important de considérer les moments de recherche des PE mais aussi les moments collectifs post recherche (mise en commun, bilan, institutionnalisation). Ainsi, sans la prise en compte des moments collectifs dans l'analyse, les paliers élevés n'auraient pas été atteints. Par exemple, l'analyse de l'activité des formés lors du 1er temps conduirait à une navigation entre les paliers 0-1-2-3, ou encore l'analyse de l'activité des formés lors du 2e temps n'aurait pas fait apparaître les paliers élevés (3-4).

Nous retenons donc que l'usage de la grille COPIRELEM pour décrire un contenu de formation conduit moins à arrêter une définition de paliers d'activités des formés qu'à repérer et caractériser des navigations entre les paliers. À ce titre, les représentations graphiques (type « partition musicale », cf. figures 8-9) que nous ont inspirés les auteurs des articles lus, nous paraissent éclairantes pour rendre compte de façon dynamique de l'engagement mathématique potentiel des formés.

2.2 La complémentarité des deux grilles

Au terme de l'article, il nous semble que nous avons montré l'intérêt d'utiliser complémentairement les deux grilles de lecture : la grille IFÉ-CAS permet d'accéder et de situer les analyses faites avec la grille COPIRELEM dans le contexte global de la situation de formation ; les analyses avec la grille COPIRELEM permettent de documenter l'activité potentielle des formés au service de leur formation à enseigner les mathématiques aux élèves. Ajoutons qu'un tel croisement entre une grille de lecture plus « disciplinaire - mathématiques » (COPIRELEM) et une grille de lecture « ergonomique concernant le travail de l'enseignant » (IFÉ-CAS) nous semblerait intéressant à creuser pour la formation de formateurs, notamment lors de l'accompagnement aux examens du CAFFA et du CAFIPEMF, et pour la formation des Référents mathématiques de Circonscription en charge de la formation continue en mathématiques en constellation.

V - BIBLIOGRAPHIE

Albéro, B. (2010). Une approche sociotechnique des environnements de formation. *Éducation et didactique*, 4(1), 7-24.

Andreu S. et al. (2022). Évaluations de début de sixième en 2021 : des performances en légère hausse en français et des progrès plus marqués en éducation prioritaire renforcé (REP+) y compris en mathématiques. *Note d'Information* n° 22.04, DEPP. https://doi.org/10.48464/ni-22-04

Anquetil, C. et Bulf, C. (2022). La communauté de pratique comme dispositif horizontal de formation : le cas de la CoP-Maths. *Actes du colloque de la Copirelem 2021*, 616-654. Grenoble : ARPEME. http://www.arpeme.fr/documents/Actes-Grenoble-e.pd

Anquetil, C. et Bulf, C. (2023). La CoP-Maths : une communauté de pratique « au service » de l'enseignement de la résolution de problèmes à l'école élémentaire. *Actes du colloque de la Copirelem 2022*, 415-430. Toulouse : ARPEME. https://www.copirelem.fr/colloques/actes/

Auquière, A., Demonty, I. et Fagnant, A. (2018). Impact des structures sémantiques et de l'introduction de schématisations sur les performances et les démarches de résolution de problèmes. *Annales de Didactique et de sciences cognitives, 23*. Strasbourg : IREM de Strasbourg.

Blanchouin, A., Grapin, N. et Mounier, E. (2021). Collaboration entre enseignants et chercheurs au cycle 2 autour des apprentissages numériques : effets sur la professionnalité de chacun des acteurs. *Actes du deuxième Congrès International de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique. Pour une reconstruction de la forme scolaire. Nancy 29 et 30 juin 2021.*

Blanchouin, A., Grapin, N. et Mounier, E. (2022). Documenter l'activité évaluative des professeurs des écoles à partir de leurs gestes évaluatifs. Étude de cas en mathématiques. *Évaluer - Journal international de recherche en éducation et formation* [En ligne], 8(1), 3-28. https://journal.admee.org/index.php/ejiref/issue/view/28.

Blanchouin, A., Grapin, N. et Mounier, E. (2023). Gestes évaluatifs en contexte d'ingénierie évaluative : exemples d'études en mathématiques à l'école élémentaire. *Actes du 33e Colloque de l'ADMEE - Europe-Guadeloupe, avril 2022.*

Blanchouin, A., Grapin, N., Mounier, E., Angelis, M., Bourouah, C., Prigent, E. et Prigent, L. (2021). Collaboration entre enseignants et chercheurs au cycle 2 autour des apprentissages numériques : les effets sur la professionnalité de chacun des acteurs. Dans M.-J. Gremmo, L. Lisec (Éds), *Actes du deuxième Congrès International de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique*, 7, 2-27. http://tacd.espe-bretagne.fr/2021/10/13/2021-publication-des-actes-du-2eme-congres-tacd/.

Blanchouin, A., Grapin, N., Mounier, E. et Sayac, N. (2022). Les pratiques d'évaluation en mathématiques à l'école primaire : deux dispositifs de recherche formation. *Éducation et didactique* [En ligne], 16-1. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.9660.

Brousseau (1988). Les différents rôles du maitre. *Bulletin de l'A.M.Q.*, 23, 14-24.

Burgermeister, P.-F. et Coray, M. (2008). Processus de contrôle en résolution de problèmes dans le cadre de la proportionnalité des grandeurs : une analyse descriptive. *Recherches en Didactique des mathématiques, 28*(1), 63-106.

Camenisch, A. et Petit, S. (2023). Représenter, modéliser. Quelles conséquences sur les résultats d'élèves en résolution de problèmes additifs. *Actes du colloque de la Copirelem 2022*, 492-505. Toulouse : ARPEME. https://www.copirelem.fr/colloques/actes/

Centre Alain-Savary, Institut Français de l'Éducation (2019). *Concevoir des formations pour aider les enseignants à faire réussir tous les élèves. Une synthèse de réflexions et des outils du centre Alain Savary au service des formateurs.* Lyon : Université de Lyon - ENS de Lyon.

Chenevotot-Quentin, F., Ledan, L., Beylot, D., Mounier, E., Blanchouin, A. et Grapin, N. (2023). Analyser des connaissances en calcul mental additif au début du cycle 2 pour mieux comprendre l'activité de l'élève en résolution de problèmes. *Actes du colloque de la Copirelem 2022*, 234-257. Toulouse : ARPEME. https://www.copirelem.fr/colloques/actes/

CNESCO (2016). *Compréhension en lecture.* Conférence de consensus. Centre National d'Étude des Systèmes Scolaires. https://www.cnesco.fr/lecture/

CNESCO (2017). *Différenciation pédagogique.* Conférence de consensus. Centre National d'Étude des Systèmes Scolaires. https://www.cnesco.fr/differenciation-pedagogique/

CNESCO (2021). *La formation continue et le développement professionnel des personnels d'éducation.* Conférence internationale. Centre National d'Étude des Systèmes Scolaires. https://www.cnesco.fr/conference-de-comparaisons-internationales-2020-la-formation-continue-et-le-developpement-professionnel-des-personnels-deducation/

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-32.

Fagnant, A. (2018). Des illustrations qui accompagnent les problèmes à la construction de représentations schématiques par les élèves : quels enjeux face aux problèmes standards et problématiques ? Dans J. Pilet et C. Vendeira (dir), *Actes du séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM* (p. 94-113). Paris : IREM de Paris.

Feyfant, A. (2015). La résolution de problèmes de mathématiques au primaire. *Dossier de veille de l'IFÉ*, 105, novembre 2015. Lyon : ENS de Lyon.

Focant, J. et Grégoire, J. (2008). Les stratégies d'autorégulation cognitive : une aide à la résolution de problèmes arithmétiques. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte et J. Grégoire (dir). *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?,* 201-221. Louvain-la-Neuve : De Boeck Supérieur.

Foulquier, L., Lambert, P., Laroche, C., Reydy, C. et Urruty, P. (2023). Un projet de formation - Recherche sur la mémorisation et la mobilisation des faits numériques pour la résolution de problèmes arithmétiques élémentaires. *Actes du colloque de la Copirelem 2022*, 352-365. Toulouse : ARPEME. https://www.copirelem.fr/colloques/actes/

Gervais, C., Savard, A., Polotskaia, E. (2013). La résolution de problèmes de structures additives chez les élèves du premier cycle du primaire : le développement du raisonnement. *Bulletin de l'A.M.Q., Vol. LIII n°3*.

Guille-Biel Winder, C., Petitfour, E., Masselot, P. et Girmens, Y. (2016). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs de écoles. Pluralités culturelles et universalités des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. In Theis, L. (dir.), *Mathématiques en scène, des ponts entre les disciplines, Actes du 6e colloque Espace Mathématique Francophone* (EMF 2015 – GT2, 10-14 octobre 2015) (pp. 159–171). Alger, Algérie.

Guille-Biel Winder, C., Mangiante-Orsola, C., Masselot, P., Petitfour, E. et Simard, A. (2019). Identification des potentialités d'un jeu de rôle dans le cadre d'une formation de professeur des écoles. Dans Abboud, M. (dir.), *Mathématiques en scène, des ponts entre les disciplines, Actes du 7e colloque Espace Mathématique Francophone* (EMF 2018 – GT1, 22-26 octobre 2018) (pp. 171–179). Paris : IREM de Paris.

Houdement, C. (1996). Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques. *Actes du colloque de la Copirelem 1995*, 23-32. ARPEME.

Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, *16*, 67 - 96. Strasbourg : IREM de Strasbourg.

Houdement (2013). Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques. *Note d'habilitation à diriger des recherches*. Université Paris Diderot – Université de Rouen.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N,* 100, 59 - 78.

Jorro, A. (2016). Postures et gestes professionnels de formateurs dans l'accompagnement professionnel d'enseignants du premier degré. *eJRIEPS*, 38, avril 2016.

Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A., Tempier, F. et Winder, C. (2016). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. Dans C. Amade-Escot et P. Venturini (dir.), *Analyses didactiques des pratiques d'enseignement et de formation : quelles perspectives ?* Actes du 4e colloque Association pour les Recherches Comparatistes en Didactique (ARCD 2016 – Atelier 13, 8 - 11 mars 2016). Toulouse.

Margolinas, M. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Marin, B. et Legros, D. (2008). Psycholinguistique cognitive de la compréhension de textes. *Psycholinguistique cognitive. Lecture, compréhension et production de texte.* Louvain-la-Neuve : De Boeck Supérieur.

MEN (2020). Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP. *Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse.* https://eduscol.education.fr/3107/guides-fondamentaux-pour-l-enseignement

MEN (2022). La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen. *Ministère de l'Éducation Nationale et de la Jeunesse.* https://eduscol.education.fr/251/mathematiques-cycle-3.

Mons, N., Chesné, J.-F. et Piedfer-Quêney, L. (2021). Comment améliorer les politiques de formation continue et de développement professionnel des personnels d'éducation ? Dossier de synthèse. Paris : Cnesco.

Mottier-Lopez, L. (2015). *Évaluations formative et certificative des apprentissages*. Louvain-la-Neuve : De Boeck. https://doi.org/10.7202/1038472ar

Mounier, E., Beylot, D., Blanchouin, A., Chenevotot-Quentin, F., Grapin, N. et Ledan, L. (soumis). Repérer les démarches en résolution de problèmes d'élèves de grade 2 par l'analyse de leurs procédures : méthodologie et étude de cas. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.* Strasbourg : IREM de Strasbourg.

Pfaff, N. et Fénichel, M. (2005). *Donner du sens aux mathématiques*. Tome 2. Paris : Bordas.

Picard, P. (2014). Former des formateurs pour mieux accompagner les enseignants à faire réussir les élèves : quatre propositions. *Ressources du centre Alain Savary*.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Rapport Filâtre (2016). *Vers un nouveau modèle de formation tout au long de la vie », Rapport sur la formation continue. Comité national de suivi de la réforme de la formation des enseignants et personnels d'éducation.* http://cache.media.education.gouv.fr/file/2016/19/2/Formation_des_enseignants_Rapport_N6_FTLV_674192.pdf

Rapport Filâtre (2018). *Améliorer la formation initiale des professeurs des écoles. Comité national de suivi de la réforme de la formation des enseignants et personnels d'éducation.* https://www.education.gouv.fr/media/21677/download

Ravez, C. (2023). Former à enseigner : activité(s), mutations, tensions. *Dossier de veille de l'IFÉ*, 143, Mai 2023. Lyon : ENS de Lyon.

Reydy, C. (2022). Études de gestes professionnels didactiques d'enseignants de Cours Préparatoire en séance de résolution de problèmes. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* 27, 53-88. Strasbourg : IREM de Strasbourg. https://doi.org/10.4000/adsc.1282

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 23(3), 343-388.

Sayac, N. (2010). Appréhender la formation des professeurs des écoles en France à travers les pratiques des formateurs en mathématiques. *Actes du congrès de l'AREF*, pp. 1 - 9. Suisse : Université de Genève.

Serres, G. et Moussay, S. (2016). L'activité des formateurs en tension pour lier travail et formation. Dans L. Ria, *Former les enseignants au XXIe siècle - Professionnalité des enseignants et des formateurs*, 151 - 157. Bruxelles : De Boeck.

Simard, A., Masselot, P., Imbert, J.-L. et Ouvrier-Buffet, C. (2012). Quelles modalités de contrôle des connaissances dans la formation en mathématiques des professeurs des écoles *? Actes du colloque de la Copirelem 2011*. Dijon : ARPEME. https://www.copirelem.fr/colloques/actes/

Tricot, A., Plégat-Soutjis, F., Camps, J-F., Amiel, A. et Lutz, G. (2003). Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les relations entre trois dimensions de l'évaluation des EIAH. Dans C. Desmoulins, P. Marquet, D. Bouhineau, *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain* 2003, Avril 2003. Strasbourg, France. ATIEF.

Van Dooren, W., Verschaffel, L., Greer, B., De Bock, D. et Crahay, M. (2015). La modélisation des problèmes mathématiques. *Psychologie des apprentissages scolaires, 8*, 199-219.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2.3), 133-170.

Verschaffel, E. et De Corte, L. (2008). La modélisation et la résolution des problèmes d'application : de l'analyse à l'utilisation efficace. Dans M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte, J. Grégoire (dir.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* Bruxelles : De Boeck.

Verschaffel, L., Greer, B. et De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems.* Lisse, Hollande : Swets & Zeitlinger.

Villani, C. et Torossian, C. (2018). *21 mesures pour l'enseignement des mathématiques*. Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche.

Yvain, S. (2018). *Vers une possible dévolution de la mathématisation dans un processus de modélisation.* Dans Y. Matheron et al. (dir) Enjeux et débats en didactique des mathématiques, *Actes de la XVIIIe école d'été de didactique des mathématiques*, 734-743. Grenoble : La Pensée Sauvage.

ANNEXE A : LE PROTOCOLE D'ENTRETIEN AVEC UN ENSEIGNANT DE CM1 (Y) AYANT PARTICIPÉ À LA FORMATION

1er temps en avril 2023 (avant les vacances de Pâques de la région parisienne) : AB* via sa messagerie professionnelle lance un appel auprès de trois PE d'une même école identifiés grâce à la feuille d'émargement récupérée auprès des deux formateurs avant les vacances de Pâques ainsi qu'à l'IEN[8].

2e temps le 10 mai 2023 : réponse favorable d'un PE (Y°, CM1) en appelant téléphoniquement AB*

« Le PE a une voix d'homme. Elle est tremblotante [je pense qu'il est certainement « impressionné » par le fait « qu'il va parler à un chercheur »] et en même temps il est tout de suite volubile et parle immédiatement de la formation [donc investi dans l'objet de l'échange]. Je dois le couper en lui disant que je rentre en « cours » et lui propose de nous donner rendez-vous vers 13 h pour 30' si c'est possible. Ce qu'il accepte » AB, journal de bord du protocole.*

3e temps du 10 au 17mai 2023 : le dispositif des échanges mis en œuvre effectivement par AB*

Entretien 1-10 mai **40 min : 13 h - 14 h 40**	**Inter-entretien**	**Entretien 2 - 17 mai** **1 h 06 : 9 h 30 - 10 h 35**
Guide de départ **Questions pour avoir des informations** sur son parcours professionnel, le public « élèves » de l'école, son motif d'engagement dans la formation et le vécu dans le cadre de l'observatoire des Maths. **Question ouverte à propos de la formation** : de quoi tu te souviens, alors que la formation s'est déroulée en décembre et janvier / qu'est-ce qui t'a marqué ? **Zoomer sur Verschaffel** s'il en parle, sinon poser une question de type « te souviens-tu dans la formation, Éric et Nathalie ont proposé un schéma… » puis continuer par : 1) Qu'est-ce qui fait que tu as retenu / pas retenu ce schéma ? 2) Potentialités vues / potentialités qu'il verrait maintenant ?	Envoi des deux diaporamas avec le mot suivant avec en Cc les deux formateurs (EM* et NP*) pour repréciser l'enjeu le samedi 13 mai : « Y°, tout d'abord, je vous remercie pour l'échange téléphonique de mercredi. Pour poursuivre notre entretien mercredi prochain 17 mai toujours au téléphone à 9 h 30, je vous envoie comme convenu les deux diaporamas de la formation. Ils pourraient nous servir afin d'approfondir votre "sentiment" sur la formation, "ce que vous en avez retiré" mais surtout aborder plus précisément le "fameux schéma" dont nous avons parlé mercredi. Bon week end et début de semaine, Aline Blanchouin NB : je vous transmets pour information le résumé de la communication orale que nous allons faire à laquelle est associée indirectement Nathalie Pfaff ». Et son retour 2 heures après, sans retour à tous (seulement à moi) : « Bonjour Aline, J'ai bien reçu les trois documents, merci. Bon weekend à vous également et à mercredi, Y°»	Guide de départ 1) S'appuyer sur le contenu des deux diaporamas pour : - Mieux comprendre le fait qu'il ressente que sa préoccupation de départ a été prise en compte (contenu du 10 mai). - Approfondir à présent qu'il a « le visuel du modèle réinterprété sous les yeux » sa compréhension et les potentialités qu'il lui accorderait pour enseigner. 2) Dégager avec lui si une suite autour de l'exploitation du modèle serait possible l'an prochain. 3) Mieux comprendre son expérience vécue avec les acteurs de l'observatoire des mathématiques.

[8] Inspecteur de l'Éducation Nationale.

ANNEXE B : CODAGE AU GRAIN DES TÂCHES DE L'ENSEMBLE DU DISPOSITIF

OBJECTIFS de l'ensemble de la Formation

Résolution de Problèmes Cycles 2 et 3 (prescrit national)

En arrière-plan, les Formateurs sans commande de la part de la circonscription désiraient aborder plus ou moins directement leurs objets d'étude du moment concernant l'apprentissage des élèves de la Résolution de Problèmes

Séance 1 (3h 07.12.2022)

Objectifs

-Préciser le type de résolution de problèmes vécu par les élèves (RPAV) étudié lors des 2 séances
-Se mettre d'accord sur ce qu'est résoudre RPAV à l'école élémentaire
-Institutionnaliser des moyens d'actions pour la classe concernant la programmation au sein d'un cycle des problèmes additifs (C2) et multiplicatifs (C3)

***Inter séances** (5 semaines environ de classe en fin de 1er T-début du second)* : **pas d'expériences proposées à réaliser / de recueil de ce qui se passe en classe ?**

Séance 2 (3h 18.01.2023)

Objectifs

-Asseoir une problématique professionnelle autour du recours au schémas en revenant à des éléments de la séance 1 (difficultés PE ; retour sur Verschaffel)
-Etudier 18 schémas de manuels pour les types problèmes additifs C2 (dont les schémas en barres) et institutionnaliser des principes
-Aborder les conséquences pour les moments de bilan et les affichages de références
-Aborder l'intérêt des données inutiles en lien avec le questionnement des PE

Post session 2

-Envoi aux PE **des références théoriques utilisées** en formation
-Proposition faite **aux PE pour étudier les « données inutiles » en lien avec la compréhension de l'énoncé** (*aucun PE ne sollicitera les F*)
-Pas de relations post entre [F-CPC nouvellement arrivé-IEN]

Accompagner dans la durée ; partir du réel de la classe ; objectifs/enjeux formatifs

SEANCE 1

1er temps : poser le problème professionnel et comment il va être abordé tâches de départ

Les formateurs précisent l'objet étudié de la pratique **en différenciant 3 contextes de RP**
Les formateurs demandent aux PE **de formuler puis de mutualiser les difficultés qu'ils éprouvent en RPAV.** Ils précisent qu'au cours de la formation ils chercheront à y répondre.

2e temps : comprendre l'activité en RPAV

Phase 1-Introduction du modèle théorique de Verschaffel tâche 1
Phase 2-Utilisation du modèle interprété pour analyser la production d'une élève tâche 2
Phase 3- Utilisation du modèle interprété pour prédire les résultats de la même élève à un autre problème tâche 3

3ème temps : conclusion en oral collectif dialogué tâches suivantes

Phase 1-Conclusion en référence à leurs propres recherches

« Bilan : Une démarche superficielle peut mener à la réussite de beaucoup d'exercices. ***Les habiletés en calcul*** *peuvent cacher ces démarches superficielles ».*

Phase 2-Formulation de la **problématique professionnelle** qui se pose : *« comment éviter que les élèves ne recourent à des stratégies superficielles* (Verschaffel, autre chercheur) »

Phase 3-Enoncé de l'enjeu de la suite de la formation aborder des outils pour la classe : programmation (abordée au temps 4) ; travailler de façon ritualisée ; schémas pour aider à résoudre (abordés en séance 2) ; rôle des affiches (abordé en séance 2).

4e temps : Envisager une progression par cycle

Phase 1-Introduction de 2 critères : le type de Problèmes (Vergnaud) ; la distinction entre procédures personnelles et expertes (**prescrit** et didactique)

Phases suivantes (recherche en groupe, mise en commun et institutionnalisation) à propos de la production **d'une programmation-repère** pour chaque niveau de classe en croisant les 2 critères

SEANCE 2

1er temps : introduction **de la problématique professionnelle** liée au recours aux schémas (tâche 1-Résolution d'un problèmes Mesures de Masses-Problème de proportionnalité)

Nb : prétexte pris pour revenir sur la grille de lecture de Verschaffel.

2e temps : intérêt des **schémas et choix de schémas** (tâche 2)

Phase 1 : Etude de 18 schémas **de manuels** pour **les types problèmes additifs C2** (6 pour chaque dont le schéma en barres) **en lien avec leurs pratiques C2 ou C3** à partir d'une consigne de groupe : « *pour chaque type de problème, quel(s) schéma(s) vous semble(nt) intéressant(s) à proposer ?* »

Phase 2 : institutionnalisation concernant le fait de proposer plusieurs schémas (intérêts, limites) / limites d'un seul schéma pour tous les problèmes avec **référence au guide de problèmes cycle 3.**

Phase 3 : introduction, commentaire de l'étude de Augière, Demonty, Fagnant (2018) à propos de l'impact des schémas « range-tout » sur les démarches des élèves de 9-10ans et conclusion

3e temps : **recourir aux schémas dans le bilan de séance et dans l'institutionnalisation** (tâche 3 concernant la réalisation de l'affiche non faite : oral collectif en s'appuyant sur les échanges du temps 2)

« *L'opération doit être vue comme un moyen de modéliser mathématiquement, mais cela demande de chercher avant, de se représenter la situation* (grille de lecture de Verschaffel) ».

4e temps : **intérêt des données inutiles** (tâche 4 non faite)

Récit d'une étude faite par une des deux F avec des élèves de CE2 en RP fin d'année

5e temps : améliorer la posture de chercheur de l'élève Non abordé

ANNEXE C : EXEMPLE DE CODAGES PAR DIRECTION

Quels outils échangés, coconstruits, introduits par les formateurs pour enseigner la résolution de problèmes ? *quoi ? quand ? comment ? avec quelles participations des PE ?*

Renseigner cette dimension est compliquée car cela demande de circonscrire ce qu'est un « outil »… Si on utilise une définition large comme « un moyen d'action » pour faire son travail d'enseignant, on peut identifier

4 outils introduits et manipulés ou pour lesquels la réflexion a été amorcée.

2 outils introduits par les formateurs et « manipulés » par les PE

- Grille de lecture de l'activité de l'élève à partir de la traduction du modèle de V. et de la notion de démarches superficielles (en lien avec les travaux de Fagnant notamment). C'est celui-ci qui est étudié plus particulièrement dans la communication (cf la suite) (tâches 2-3-4 S1 ; tâche 1 S2 ; oralement en cours de S2 notamment tâche 3)
- Cadre formel pour construire une programmation « résolution de problèmes par cycle en introduisant 2 critères (type de problèmes, la distinction procédures personnelles/attendues) (tâche 5-S1)

2 outils à construire suite à la formation après une première réflexion collective débouchant sur des pistes

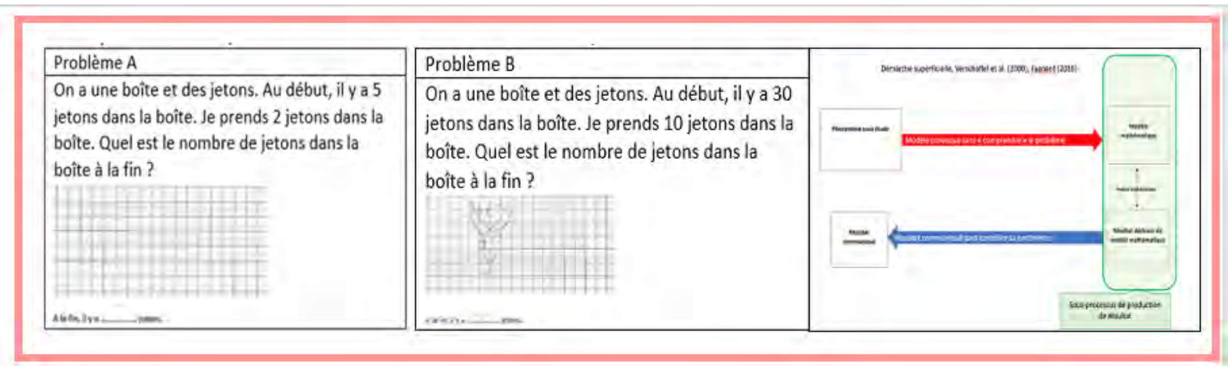
- Contenu d'un affichage classe pour soutenir un bilan/une institutionnalisation : place & fonction de l'exemple ; place & nature de l'écriture de l'opération (tâche 3 en S2)
- Types de schémas à choisir à partir de 2 règles : limites d'un schéma « unique » ; limites de la schématisation en barres (problèmes multiplicatifs) (tâche 1-2 en S2 ; informellement en S1 tâches 2-3-4)

ANNEXE D : LES SUPPORTS DES TÂCHES PROPOSÉES ANALYSÉS AVEC LA GRILLE DE LECTURE COPIRELEM

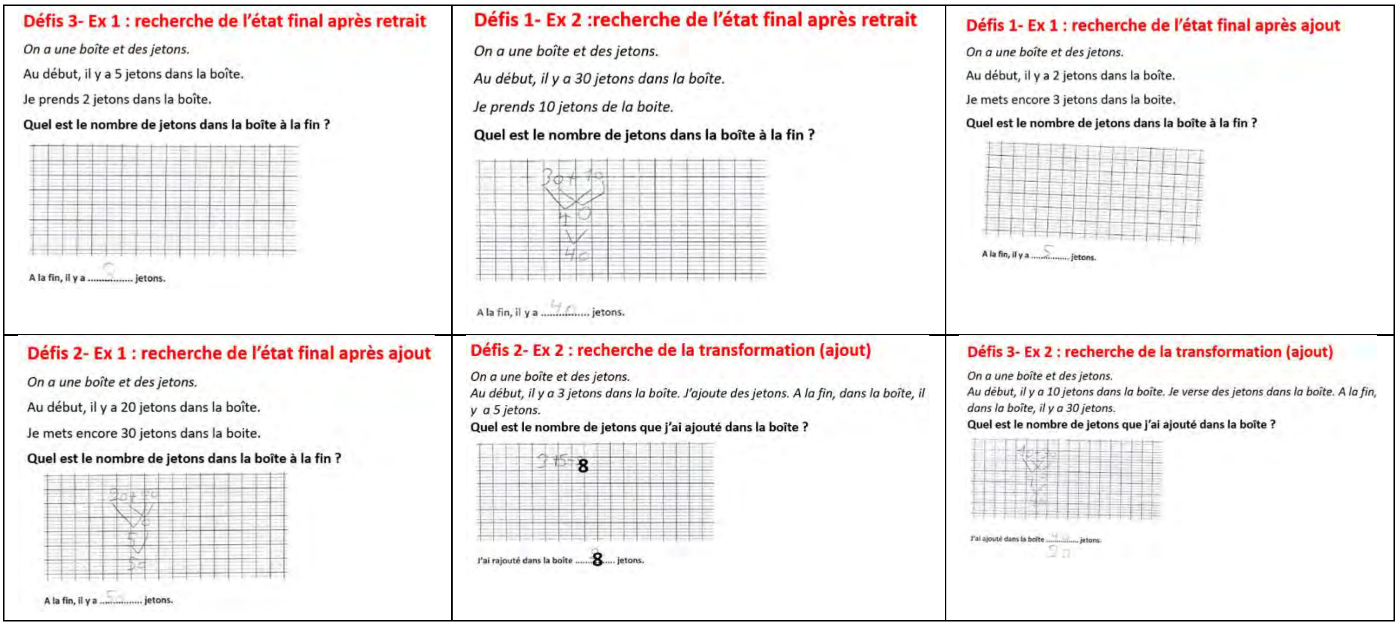
Temps 1 : problème de la calebasse

« Deux enfants congolais jouent avec une calebasse dans laquelle ils ont mis des graines de manioc et des graines de banane plantain. Un des enfants tire, sans regarder, une graine. Si c'est une graine de manioc, il gagne 10 points. Si c'est une graine de banane, il ne gagne rien. Dans tous les cas, il remet la graine dans la calebasse. L'enfant gagne la partie s'il a au moins 20 points en tirant trois fois de suite. Sachant qu'il y a 8 graines de manioc et 8 graines de banane plantain, quelles sont les chances que l'enfant qui joue en premier gagne sa partie ? »

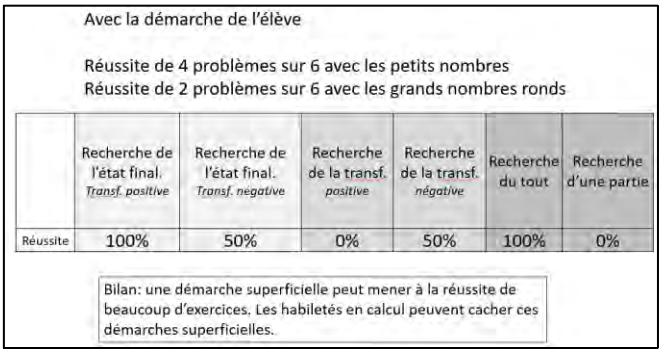
Temps 2 : les copies d'élèves et le visuel du bilan final



Temps 3 : les résultats de l'élève aux six défis (extraction du diaporama des formateurs de la séance 1)



Synthèse : diapositive n°30 - diaporama de la séance 1



ANNEXE E : PRÉSENTATION DE Y

- **Parcours professionnel, situation professionnelle, enseignement des mathématiques**

  - Ancienneté 21 ans PE dont 3 premières années de 1/3 temps de décharge PEMF ; beaucoup de CP ; CM1 : expériences d'avant cette année 2009-2011 ; a fait un CM2.

  - Il a un « bon groupe d'élèves » de CM1 (n = 23) avec une élève fille en grande difficulté.

  - L'école comporte 6 classes et a fait partie des 2 écoles choisies par la circonscription pour « l'observatoire des Maths » car les résultats des élèves à l'entrée de 6^{e} étaient parmi les meilleurs de la circonscription.

  - Il s'appuie sur « Ermel » et « J'apprends les Maths » pour construire les séquences, les supports, le contenu des institutionnalisations. Il travaille l'été pour préparer le « gros de l'année » et ne faire que des ajustements, « petits changements en cours d'année ».

- **Contexte de participation à la formation**

- Il vient avec **une confiance dans la formatrice NP*** qu'il connaissait : « j'avais un a priori positif parce que j'avais déjà eu 2 animations avec elle et que cela allait être bien (…) que cela allait m'apporter » (Entretien du 10 mai, 12'40-12'53).

- Il vient avec **une question précise à laquelle il obtient une réponse :** il est conforté dans l'idée de ne *pas proposer 14 classes de problèmes en référence* : « la formation m'a apporté les réponses que je souhaitais, j'ai été très satisfait » (début de l'entretien du 10 mai). « Contrairement à d'autres fois, là je me doutais que j'allais avoir des billes pour avancer et des réponses forcément sur le fait par exemple que je m'interrogeais sur le nombre de situations de référence pour pas perdre les élèves, car si il en a de trop ils ne vont pas reconnaître le problème qu'il sont en train de résoudre, si ils doivent chercher parmi 14 situations différentes et moi justement j'ai un collègue qui m'avait passé quelque chose où il y avait 14 situations différentes et je me disais. Je me doutais que j'allais avoir des réponses là-dessus. » (Entretien du 10 mai, 13'50-14'40).

Ce sentiment apparaît lié à la tâche de fin de séance 1 à propos de la programmation qui permet d'aborder son questionnement, mais surtout en séance 2 aux tâches concernant l'analyse des différents schémas, la problématisation concernant l'introduction des schémas (en avoir des différents mais pas trop ; qu'un même schéma peut ne pas convenir à tout le monde) et le début de réflexion sur les affiches d'institutionnalisation. De façon générale, la communication de résultats récents de la recherche pour mieux comprendre ce qui est « fortement conseillé » en plus de l'éclairer, lui a permis d'avoir « des arguments » en faveur de sa pratique d'utiliser quelques schémas différents pour couvrir les classes de problèmes.

- **Éléments principaux concernant la référence à Verschaffel**

Quant à la présentation du modèle réinterprété de Verschaffel, il en a un « vague souvenir » mais en dégage spontanément la fonction régulatrice pour son action « voir à quel instant du cheminement (de l'élève, de la résolution de problèmes) ça coince pour l'élève et l'aider à l'endroit où ça bloque ». Au départ, il a le souvenir d'un « outil complexe », puis en le revoyant (Entretien du 10 mai, 22'-31' ; Entretien du 17 mai, 29'30-32'20) il le trouve finalement logique et clair, correspondant bien à ce que doivent faire ses élèves. Il a donc construit une idée de « à quoi il pourrait servir ». Dans un second temps, en essayant d'interpréter « le bloc contrôle - Figure 2, page 3) », on dégage ensemble une fonction potentielle pour les élèves : créer un guide d'auto-évaluation pour les élèves en imaginant des consignes de vérification de type :

> *« Je vérifie que le résultat trouvé est possible par rapport au texte du problème » (mise en relation des 2 premiers sous-processus avant celui de communication).*
>
> *« Je vérifie mon calcul avec la calculatrice » (au sein du sous-processus de calcul).*

L'entretien n°2 du 17 mai après visionnage du diaporama le conduit à formuler deux nouvelles réflexions par rapport au 1er entretien :

- Relative à la présentation formelle du modèle réinterprété :

> *« Je me souvenais du schéma avec les couleurs, les différentes parties mais je n'avais pas noté tout le détail. Là c'est plus clair. J'en avais un souvenir un peu vague dans le sens je ne me souvenais pas de ce qui était écrit tout du long dans le schéma. C'est beaucoup mieux. Et en fait c'est là où je me rends compte que ça fait moins compliqué quand on l'a comme ça. Ça me semblait plus complexe dans mon souvenir au fait de l'avoir là. Quand je vois là c'est pas si complexe que ça dans le sens où. Enfin. Voilà, phénomène sous étude, modèle de situation enfin ça va c'est pas des termes non plus hein compréhension, modélisation c'est pas des termes. Vu que je ne me souvenais plus de ce qui avait été écrit, je me souvenais de quelque chose qui pouvait faire un peu, assez complexe. » (Entretien du 17 mai, 2'30-3'28).*
>
> *(grâce aux couleurs)*
>
> *Comme je n'avais pas pu noter, j'avais juste le souvenir de ces 3 parties, de ce cheminement-là, sans qu'il me reste le détail. Après certaines fois en formation, je veux noter pour avoir un certain nombre de choses et en même temps je veux pouvoir suivre parce qu'on perd des choses quand on est en train d'écrire. (4'45 - 5'08).*

- Relative aux retours réguliers au modèle réinterprété effectués par les formateurs après son introduction :

« Parce que Nathalie Pfaff et Éric Mounier ils y revenaient souvent quand on faisait un exemple. Après ça avait été détaillé voilà ce qu'on fait ici. C'est pas juste un schéma qu'on montre comme ça une fois. Voilà juste une page et puis après on passe à autre chose. Y'avait des exemples et même quand je vois les diapositives suivantes (au schéma vide statique) après y'a une explication de chacune des parties c'était pas juste pour montrer ça rapidement. ***Si j'en avais un souvenir c'est bien parce que cela avait été détaillé aussi ça pas seulement les couleurs, les 3 parties aussi parce que en détail on avait vu ce que cela pouvait être dans la résolution d'un problème particulier,*** *les différentes étapes ce qui se passait et que. Oui il a vraiment été utilisé* ***c'était pas juste on vous montre ça comme ça comme un exemple et puis après on passe à autre chose*** *et donc oui ça c'était quand même.* ***Pour moi ça aurait été difficile de sortir de l'animation sans se souvenir de ça****. » (6'08-7'27).*

DESCRIPTION D'UN DISPOSITIF DIDACTIQUE EN CRÉATION ET RÉSOLUTION DE PROBLÈMES AU CE1

Florence DOUARIN
Professeure des écoles, EEP Guillevic, Rennes
LéA-Ifé ARMED
Florence.douarin@ac-rennes.fr

Résumé

Notre contribution interroge un dispositif en création-résolution de problème (CRdP) élaboré selon les principes de la recherche Arithmétique et Compréhension à l'École, ACE Arithmécole, au sein d'un collectif composé de professeur·e·s et de chercheur·e·s agissant dans le Lieu d'Éducation Associé (LéA) à l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ) Armorique-Méditerranée (Armed). Ce dispositif est mis en œuvre dans la perspective du projet ANR « Détermination d'efficacité des expérimentations contrôlées en enseignement-apprentissage » (DEEC) dans une classe de cycle 2. Nous décrirons la façon dont ce dispositif structure l'enseignement en CRdP pour une acculturation progressive des élèves à la catégorisation dynamique des problèmes (Vicente et al, 2022) en appui sur des systèmes de représentation de situations mathématisées, problématisées ou non. Puis nous montrerons comment ce dispositif fait de la traduction des représentations un outil majeur pour conduire les élèves à penser par analogie (Sander, 2014) ; quels sont les comportements concrets qu'il va façonner et de quelle manière ils seront façonnés, c'est à dire comment ce dispositif va agir sur les élèves, en particulier les moins avancés d'entre eux, pour qu'ils se comportent de manière adéquate en création de problèmes (Caï, 2022) et en résolution. Enfin nous préciserons en quoi ce dispositif peut contribuer à la *reconstruction de la forme scolaire* en s'efforçant d'offrir aux élèves un *milieu* d'enquête émancipateur. (Sensevy, 2011, 2019, CdpE, 2024)

I - LES CONDITIONS D'ÉLABORATION DE CE DISPOSITIF

Notre contribution consiste à décrire une pratique d'enseignement-apprentissage en création et résolution de problèmes au cycle 2, à décrire le dispositif didactique conçu et mis en œuvre par une professeure dans un contexte de recherche. Ce travail se situe dans le cadre du développement de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique, TACD (Sensevy, 2011). Le dispositif est adossé à la recherche ANR-DEEC[1] coordonnée par Gérard Sensevy[2] et financé par L'Agence Nationale de Recherche. Cette recherche a pour objectif de déterminer ce qui est efficace dans une séquence d'enseignement et de le documenter. L'équipe de recherche, composée de professeur·e·s et de chercheur·e·s, analyse de manière conjointe les films de la mise en œuvre de pratiques professorales et détermine les raisons de l'efficacité de ces pratiques. Cette recherche est en lien étroit avec la recherche coopérative ACE[3] (Arithmétique et Compréhension à l'École élémentaire) soutenue par la DGESCO (Direction Générale des Enseignements Scolaires). Elle réunit une trentaine d'enseignant·e·s chercheur·e·s, de professeur·e·s d'écoles et autres membres de la communauté académique, notamment au sein du Lieu d'Éducation Associé (LéA) à l'Institut Français de l'Education (IFÉ), le LéA-Ifé Réseau Écoles Armorique-Méditerranée (Armed)[4]. La

[1] Blog de la recherche DEEC-ANR-22-CE41-0020 : ANR-DEEC-ACE – Determining the Effectiveness of Controlled Trials in Teaching and Learning (espe-bretagne.fr)

[2] Page personnelle de Gérard Sensevy pour le Créad : https://www.cread-bretagne.fr/author/gerard-sensevy/

[3] Site de la recherche ACE : Recherche ACE – Arithmétique et Compréhension à l'Ecole élémentaire (espe-bretagne.fr)

[4] Réseau Écoles Armorique Méditerranée — LéA (ens-lyon.fr).

conception du dispositif, des principaux éléments qui le structurent et que nous nommerons principes, s'ancre dans le travail coopératif mené avec ce LéA selon des hypothèses de travail qu'il se donne et que le dispositif met à l'épreuve. Il s'agit de travailler pour une acculturation progressive des élèves à la catégorisation de problèmes (Vicente et al, 2022) en appui sur des systèmes de représentation de situations mathématisées, problématisées ou non. Il s'agit aussi de faire de la traduction de représentations, c'est à dire du « travail sur des systèmes de représentations mis en correspondance » (Sensevy, 2019, p.170), un outil majeur pour conduire les élèves à penser par analogie (Sander, 2014). Nous prenons également appui sur les apports des recherches de Caï, (2022) selon lesquels l'activité de création de problèmes contribuerait à l'amélioration des compétences des élèves en résolution de problème. Enfin, ce dispositif tente de contribuer à la *reconstruction de la forme scolaire* (Sensevy, 2019) en s'efforçant d'offrir aux élèves un *milieu* d'enquête émancipateur. Il est mis en œuvre par une professeure membre de l'équipe de recherche dans une classe de CE1 dédoublée d'une école située en Réseau d'éducation prioritaire renforcée, Rep+ (Réseau d'éducation Prioritaire Renforcée).

II - QUELQUES PRINCIPES DU DISPOSITIF, GUIDES DE L'ACTION DE LA PROFESSEURE ET DES ÉLÈVES

La description du dispositif s'appuie sur la présentation des éléments qui le structurent, des principes qui guident l'action de la professeure et des élèves. Ces principes d'action sont sous-tendus par les hypothèses de travail développées au sein du collectif de recherche ou par les apports de la recherche que nous énonçons ci-dessous :

a) Prendre appui sur des situations de la vie quotidienne des écoliers, des situations qui leur sont familières, des situations sur lesquelles ils auront pu effectuer des mesures, devrait permettre aux élèves d'entrer plus aisément dans l'étude de ces situations d'un point de vue mathématique ;
b) s'appuyer sur le récit de ces situations et sur leurs différentes représentations pour les problématiser c'est-à-dire les transformer en un énoncé de problème, devrait également leur permettre une meilleure compréhension de la structure profonde d'un énoncé de problème ;
c) représenter ces situations à l'aide de différents systèmes de représentations, montrer ce que chacun de ces systèmes dit de la situation, comment ils sont liés, devrait leur permettre de mieux comprendre les relations entre les quantités, les nombres en jeu dans la situation ;
d) répertorier ces situations et les énoncés de problèmes qui s'y rattachent selon leurs catégories devrait faciliter l'entrée dans des activités de création et de résolution de problèmes ;
e) ritualiser le travail en création et résolution de problèmes devrait leur permettre de s'entraîner à repérer et énoncer les similitudes et différences entre divers types de problèmes, à raisonner par analogie.

Ces hypothèses de travail qui s'actualisent sous forme de principes d'action sont mises à l'épreuve au sein de notre dispositif de création et résolution de problèmes.

1 Repérer des situations familières aux élèves

Un premier principe consiste pour la professeure, à repérer des situations familières aux élèves et au potentiel mathématisable, comme celles liées à leur expérience d'écolier. Par exemple identifier puis quantifier parmi les élèves d'une classe, des filles ou des garçons, (c'est l'exemple retenu ci-après), des présents ou des absents, des élèves mangeant ou non à la cantine. Ces situations pour lesquelles le lexique, les formes syntaxiques et structures textuelles qui permettent de décrire la situation et de la comprendre sont déjà là. D'autres situations, mises à l'étude par la professeure (la température de l'air, la masse d'objets, leur taille, etc), ont vocation à répondre au même principe. Selon notre hypothèse a) présentée ci-dessus, ces situations vécues, observées, décrites, propices à des relevés de mesures, vont devenir suffisamment familières aux élèves, pour qu'ils puissent les comprendre et ainsi mieux saisir les relations entre les données numériques que chaque situation contient.

2 Représenter la situation avec des systèmes de représentation analogiques et la modéliser avec des écritures symboliques

Un deuxième principe consiste à représenter (CdpE, 2024) la situation avec des schémas puis à la modéliser avec des écritures symboliques liées entre elles par le signe de l'équivalence logique. Nous utilisons comme systèmes de représentation le schéma-ligne, c'est-à-dire une droite numérique sur laquelle les nombres sont représentés par une longueur ; le schéma-boîte qui donne à voir la réunion de deux nombres ou plus ; le schéma de transformation que je présenterai plus loin. La figure 1 montre la représentation avec un schéma-ligne, un schéma-boîte et des écritures symboliques de la situation énoncée ainsi : « Dans notre classe, il y a 14 élèves. Il y a 6 filles et 8 garçons. ». Nous appelons cette situation *situation non-problématisée*, dans la mesure où il n'y a rien à chercher, il n'y a pas de problème au sens mathématique du terme.

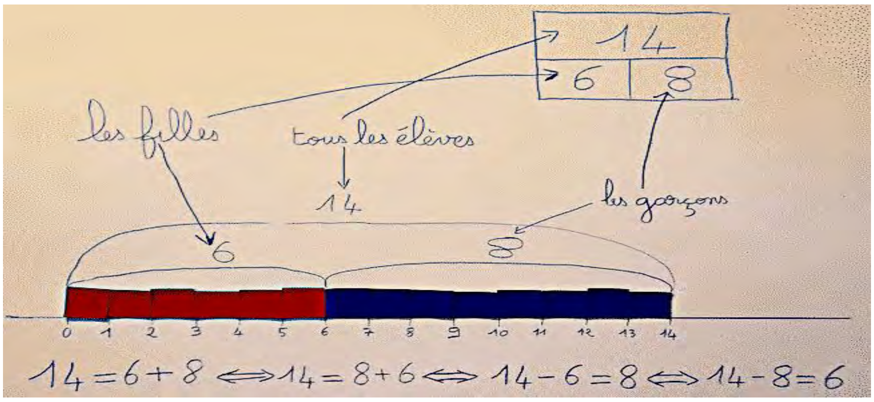


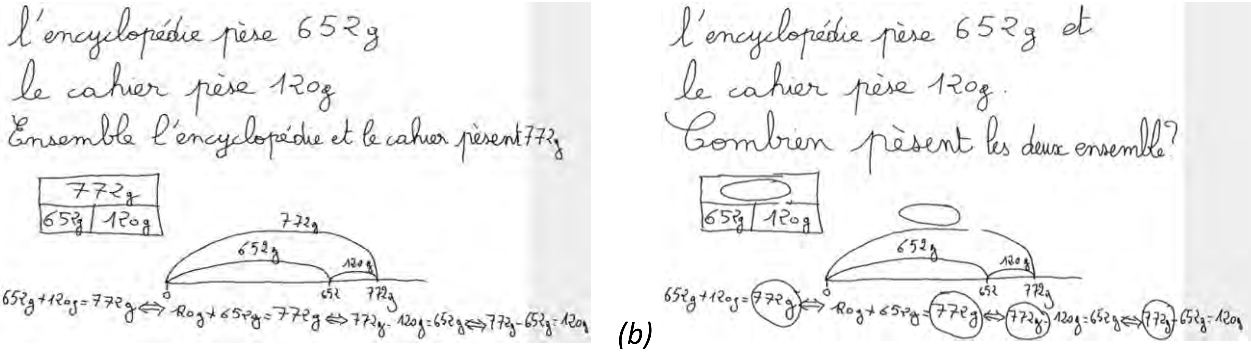
Figure 1. Représentation analogique et symbolique d'une situation non-problématisée

3 Traduire les représentations de la situation

Un troisième principe consiste en une traduction des représentations (Duval, 2006 ; CdpE, 2024), c'est-à-dire à spécifier ce à quoi réfère chaque nombre. Dans l'exemple donné (figure 1), la phrase du texte de la situation « il y a 6 filles » est représentée sur le schéma-ligne par le nombre 6 écrit au-dessus d'un pont inclus dans un plus grand, cette même phrase est représentée par ce même nombre, 6 dans l'une des cases inférieures du schéma-boîte, et dans les écritures algébriques. Ces différentes occurrences d'une même donnée numérique dans les différents systèmes sémiotiques, sont reliées entre elles autant que possible soit par le tracé de flèches comme dans l'exemple de la figure 1, soit par leur surlignage au moyen d'une même couleur. Il est ainsi mis en évidence qu'ils dénotent la même chose ; dans cet exemple, une partie d'un tout.

4 Problématiser la situation

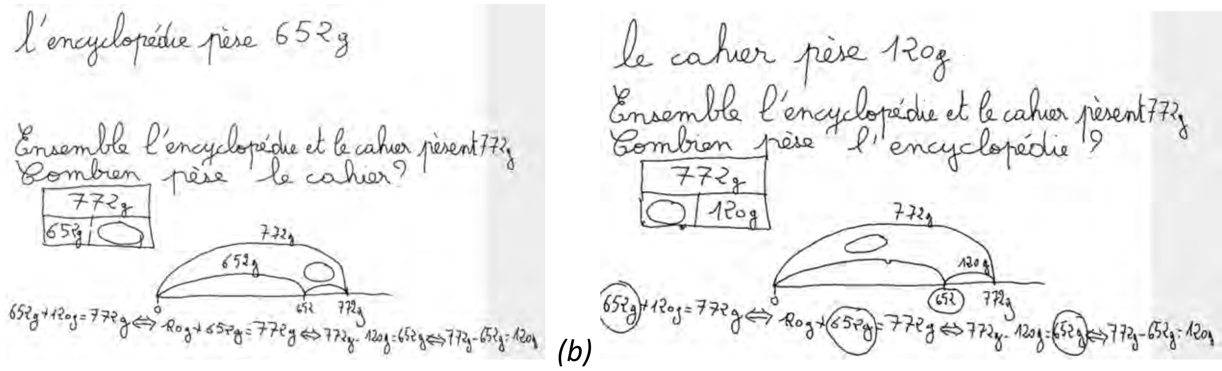
Un quatrième principe consiste à problématiser la situation et donc à passer d'une situation que l'on a appelé situation non-problématisée parce que tout est dit, il n'y a rien à chercher, (figure 2a) à un énoncé de problème (figure 2b). Il s'agit, selon notre hypothèse de travail, d'amener les élèves à comprendre, par contraste, la structure profonde d'un énoncé de problème. Pour réaliser cette action, collectivement dans l'exemple de la figure 2, la professeure supprime l'une des données numériques désignée par les élèves et la remplace sur les schémas dans un premier temps, par un signe qui symbolise l'inconnue ; il peut s'agir d'un cercle vide, d'un point d'interrogation, de la lettre x progressivement. L'inconnue étant identifiée sur les schémas, la professeure demande alors aux élèves de modifier (collectivement dans notre exemple), le texte de la situation non- problématisée, d'identifier les phrases à conserver et à transformer la phrase affirmative correspondant à l'inconnue en une phrase interrogative.



(a) *(b)*

Figure 2. (a) Représentation d'une situation non-problématisée (b) Problématisation de la situation

Lorsqu'un premier énoncé de problème a été créé de la sorte, un deuxième puis un troisième sont ensuite créés selon les mêmes modalités (figures 3a et 3b). La catégorie de problème à laquelle la situation et les énoncés de problèmes produits renvoient est identifiée et nommée.



(a) *(b)*

Figure 3. Problématisation de la situation – (a) Problème de recherche d'une partie, (b) Problème de recherche de l'autre partie

5 Construire un répertoire-instrument de problèmes

Un cinquième principe consiste à conserver la mémoire des situations travaillées, des problèmes qui s'y rattachent dans un répertoire que l'on nommera répertoire-instrument de problèmes. Il est construit progressivement selon la variété des catégories de problèmes étudiées (Vergnaud, 1994 ; Vicente et al, 2022). Il participe à conduire le raisonnement par analogie des élèves de telle sorte qu'ils puissent aborder une nouvelle situation en se référant à une situation similaire déjà rencontrée, à aborder un nouveau problème mathématique à résoudre en se référant à un ancien problème similaire résolu correctement. Le terme *instrument* renvoie plus spécifiquement à son utilisation par l'élève lors des activités de création de problèmes. La figure 4 présente 2 feuillets du répertoire instrument associés à la situation non-problématisée des filles-garçons de la classe et rattachés à la catégorie des problèmes nommés « Problèmes de partie-tout », l'un correspondant à un problème de recherche d'une partie, l'autre d'un tout. Les catégories, d'abord introduites en substance par la professeure et de manière relativement générale, prennent forme dans le travail des problèmes, sur une certaine longue durée, jusqu'à être appropriées par les élèves.

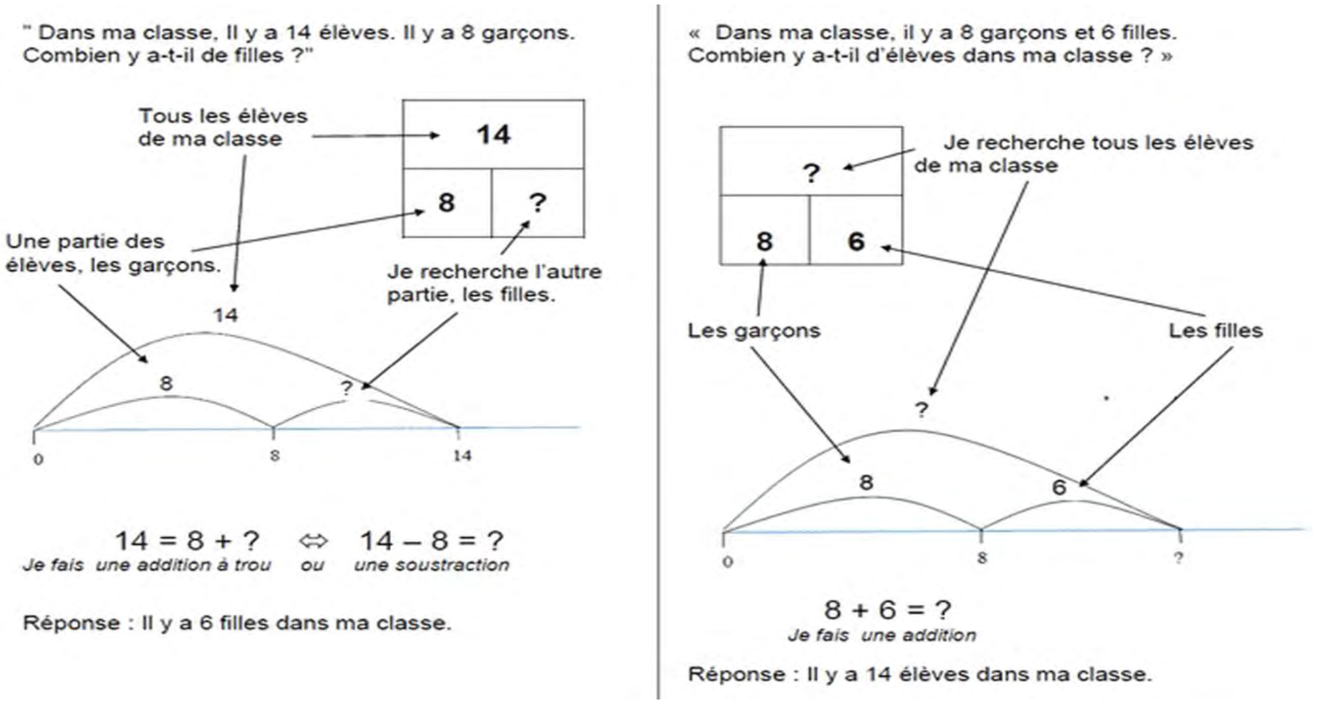


Figure 4. Deux pages du répertoire instrument dans la catégorie de problèmes de type partie-tout

6 Élaborer des relevés de mesures

Un sixième principe consiste à collecter des données correspondant à des relevés de mesures de différentes grandeurs. Ces données sont conservées dans des documents dont les intitulés et les formes peuvent varier. La figure 5 présente un relevé des effectifs des classes de l'école sous forme d'un tableau en lien avec la situation garçons-filles de la classe.

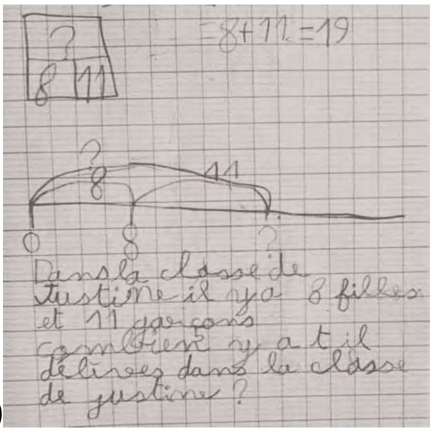
Classes	Elèves	Filles	Garçons
CP 1 – Mathieu Cantin	11	5	6
CP 2 – Carole Elleouet	11	5	6
CP 3 – Marie Lamperin	11	5	6
CP 4 – Marie-Pierre Pecourt	11	5	6
CP 5 – Estelle Roger	11	4	7
CE1 A – Ingrid Demeure	13	8	5
CE1 B – Florence Douarin	14	6	8
CE1 C – Flora Huez	14	9	5
CE1 D – Evelyne Lacroix	14	9	5
CE2 A – Justine Coconnier	19	8	11
CE2 B – Maelen Leroux	21	9	12
CE2 C – Iwan Mevel	20	13	7
CM1 A – Valérie Couapel	24	11	13
CM1 B – Fabienne Goupil	24	10	14
CM1 - CM2 C Catherine Coulon	6 CM1 14 CM2 20 élèves	3 Filles CM1 6 filles CM2 9 filles	3 Garçons CM1 8 garçons CM2 11 garçons
CM2 B Sébastien Aubry	24	10	14

Figure 5. Le relevé des effectifs de l'école

Pour exemple, la mesure de la température relevée quotidiennement sera conservée dans un tableau intitulé « Relevé des températures du mois ». Les mesures de masses d'objets de la classe seront conservées dans un document intitulé « Relevé de mesures de masses », etc

7 Créer des énoncés de problèmes dans le Journal du nombre[5]

Un septième principe consiste à organiser les activités de création de problèmes (Caï, 2022) en appui sur un relevé de mesures et le répertoire-instrument. Outillés de ces documents, les élèves vont créer des énoncés de problèmes originaux dans un cahier que l'on appelle le *Journal du Nombre*. Produit au sein de la recherche ACE, le texte suivant introduit le *Journal du Nombre*, et peut constituer sa raison d'être. « J'écris des mathématiques pour mieux comprendre les nombres et les signes mathématiques, pour mieux m'en servir, et pour que la classe comprenne mieux les nombres et les signes mathématiques, pour mieux s'en servir ». La figure 6 montre deux productions d'un élève répondant à la consigne suivante de la professeure : « Utilise le relevé des effectifs de l'école pour créer un énoncé de problème de recherche d'un tout et un énoncé de problème de recherche d'une partie. Tu peux t'aider de ton répertoire-instrument. ». Il a écrit l'énoncé d'un problème de recherche d'un tout (figure 6a) : « Dans la classe de Justine, il y a 8 filles et 11 garçons. Combien y a-t-il d'élèves dans la classe de Justine ? » et l'énoncé d'un problème de recherche d'une partie (figure 6b) « Dans la classe de Fabienne Goupil il y a 24 élèves. Il y a 14 garçons. Combien y a-t-il de filles ? ». On remarque dans les deux productions que pour entrer dans l'activité l'élève commence par tracer les schémas boîte et ligne puis qu'il les fait « parler » pour produire le texte de l'énoncé d'un problème.

(a) 

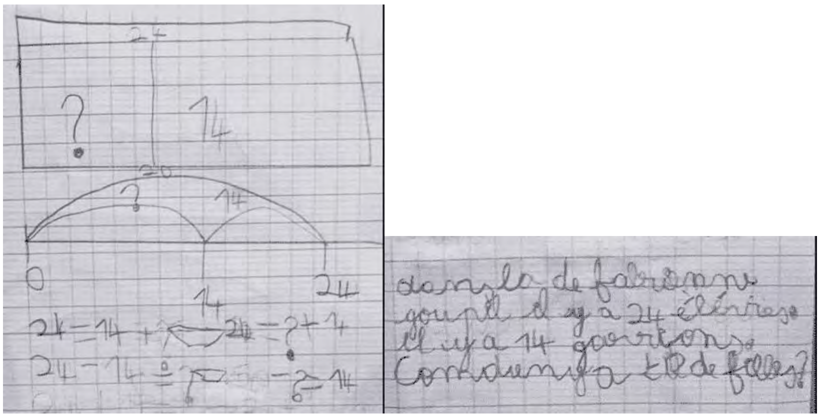
(b) 

Figure 6. (a) Problème de recherche d'un tout ; (b) Problème de recherche d'une partie

8 Résoudre des problèmes créés par des pairs

Un huitième principe consiste à résoudre des problèmes ainsi créés par d'autres élèves de la classe de telle sorte que le travail en résolution de problème s'effectue dans le sens « résolution sur création ». Ce travail de résolution peut être collectif comme nous allons le voir ci-après, ou individuel, comme on le verra plus loin. La Figure 7 montre deux pages du tableau interactif après un travail de résolution en groupe classe. L'énoncé du problème est affiché au tableau. L'élève auteur énonce son problème à la classe. La professeure précise les étapes à suivre pour résoudre un problème : « À quel problème déjà résolu celui-ci me fait-il penser ? Comment le représenter schématiquement ? Quelle écriture mathématique correspond à cette représentation ? » Après un temps de recherche individuel sur ardoise, un élève propose sa résolution au tableau. Au fur et à mesure de l'activité de l'élève au tableau, les tracés progressifs de ses schémas sont « parlés », « traduits » soit par l'élève lui-même, soit par un autre élève de la classe. La professeure peut également prendre cette lecture en charge pour laisser l'élève se concentrer sur son geste graphique en le soulageant de cette autre activité cognitive qui consiste à oraliser son geste. Cela permet également de montrer aux autres élèves que ce qu'un élève écrit schématiquement peut être lu et parlé et de les initier à passer du texte d'un énoncé à un schéma et d'un

---

[5] Texte de présentation du dispositif *Journal du nombre* issu de module M@gistère qui lui a été consacré : http://blog.espe-bretagne.fr/ace/wp-content/uploads/Pre%cc%81sentation-du-Journal-du-Nombre.pdf.

schéma à une verbalisation. La production d'une phrase-réponse orale peut être écrite soit par l'élève lui-même, comme sur la page de droite, soit par la professeure, comme sur la page de gauche. Le problème résolu est comparé à un ou des problèmes analogues précédemment travaillés. Ces problèmes analogues sont identifiés comme appartenant à un même ensemble, une même catégorie dont la dénomination est partagée par la classe. Ajoutons pour préciser l'hypothèse de travail d) présentée au début de cet article que la possibilité de parler les situations avec un « langage catégorial » approprié sur le temps long par les élèves va leur permettre de faire des liens avec des problèmes précédemment résolus avec encore plus de force.

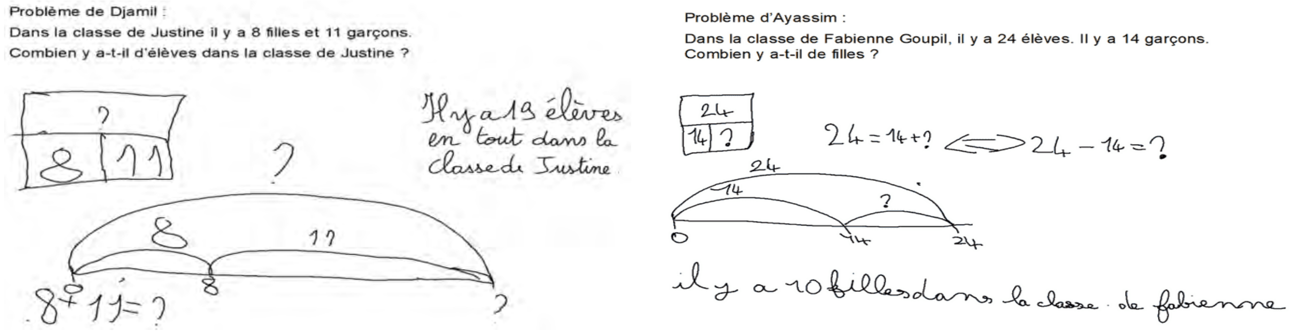


Figure 7. Résolution collective de problèmes créés par des pairs

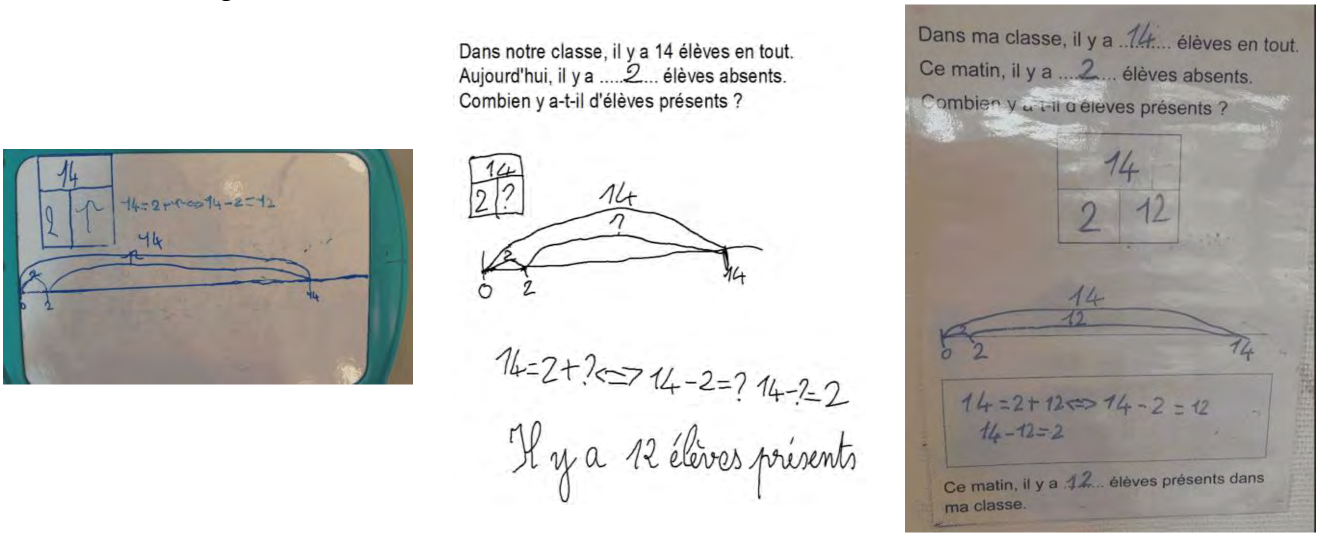
9 Ritualiser la création-résolution de problèmes

9.1 Le rituel des Présents/Absents

L'un des rituels concerne la situation des élèves de la classe, selon qu'ils soient présents ou absents. Chaque matin, les élèves signalent leur présence en déplaçant leur étiquette prénom sur une affiche à trois cases selon le modèle de la boîte : « Tous les élèves de la classe », « Présents » et « Absents ». Un rituel consiste en la résolution d'un problème sous-tendu par l'affiche : « Dans notre classe, il y a 14 élèves en tout. Aujourd'hui, il y a X élèves absents. Combien y a-t-il d'élèves présents ? » L'énoncé du problème est lu et complété par la professeure, puis par un élève au fil des jours. Après un temps de recherche individuel sur ardoise, un élève vient proposer sa résolution. Cette résolution instaure une démarche qui se ritualise. Elle passe par la représentation du problème à l'aide des schémas boîte et ligne, des écritures algébriques utiles puis de la formulation d'une phrase réponse. Lorsque ce rituel est bien installé, la professeure énonce de nouveaux problèmes relevant toujours de la situation des présents/absents mais concernant des élèves d'autres classes de l'école, alternant problèmes de recherche du tout et problèmes de recherche d'une partie. Ainsi se construit un *voir* tel problème *comme* un problème de recherche du tout et tel autre problème *comme* un problème de recherche d'une partie. Dans un cas la solution du problème sera le résultat d'une addition, dans l'autre celui d'une soustraction. Selon l'hypothèse e) présentée plus haut, entraîner systématiquement les élèves à repérer et énoncer les similitudes et différences entre divers types de problèmes devrait favoriser chez les élèves, les possibilités d'analogie entre différents types de problèmes.

Progressivement, un élève de la classe devient responsable de ce rituel avant qu'un autre le remplace. Il résout le problème sur une affiche A3 plastifiée, où figurent le texte lacunaire du problème, un schéma-boîte, un schéma-ligne, un encart destiné aux écritures mathématiques, une phrase réponse lacunaire. L'affiche est visible de tous pour la journée. La Figure 8 présente trois moments de la mise en place de ce rituel. Selon le même déroulé et dans le même temps se met en place un rituel concernant la situation des élèves mangeant ou non à la cantine, un autre concernant ceux allant ou non à l'étude du soir. Ces situations deviennent emblématiques des situations de type partie-tout. Il est possible de s'y référer à tout moment. Les problèmes étudiés, emblématiques de la situation, complètent le répertoire-instrument, et sous-tendent la création de problèmes selon un processus auquel les élèves se familiarisent progressivement.

Figure 8. Trois moments de la mise en œuvre du rituel Présents-Absents



9.2 Le rituel température

Après avoir travaillé sur la température, sur l'utilisation du thermomètre comme outil de mesure de la température de l'air, les élèves et leur professeure conviennent de relever chaque matin et chaque après-midi, la température extérieure, de notifier sa mesure dans un tableau intitulé « Le relevé des températures du mois de....... ». La température intérieure, celle de la classe, sera aussi lue quotidiennement mais non reportée dans un tableau de relevé de mesures dédié. Cette *pratique culturelle* d'observation d'un élément météorologique, réalisée quotidiennement, sera représentée puis modélisée, donnant à voir soit la variation de la température dans le temps, soit l'écart de température entre deux lieux (l'extérieur et l'intérieur, la classe). Un nouveau rituel se met en place dans la classe : Il s'agit ici de comparer la température du jour relevée à l'extérieur avec celle relevée au même moment dans la classe, à l'intérieur donc, les termes synonymes dehors/à l'extérieur, dans la classe/à l'intérieur, étant utilisés. Un problème de comparaison, avec recherche de la comparaison, s'énonce ainsi quotidiennement : « Dans la classe, il fait X degrés. Dehors, il fait X degrés. Où fait-il le plus chaud ? Combien de plus ? » tel qu'on peut le voir sur la Figure 9.

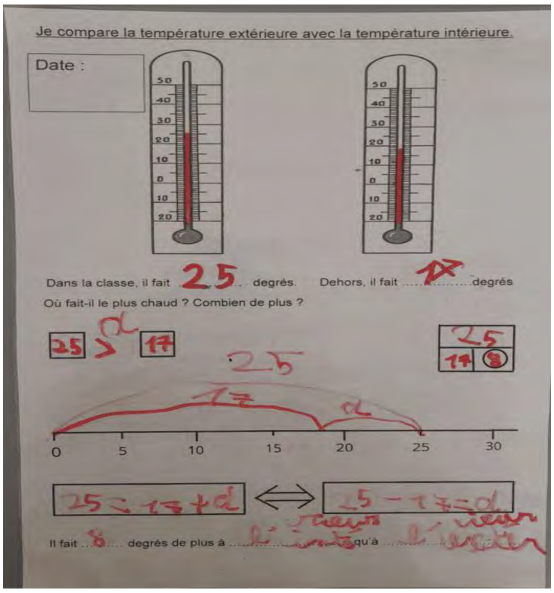


Figure 9. Rituel comparaison des températures intérieure et extérieure

La résolution du problème passe par l'utilisation des signes de la comparaison entre les deux températures relevées, en référence à la question « Où fait-il le plus chaud/le plus froid ? », par la représentation dans les schémas boîte et ligne, l'écriture d'une addition à trou et celle d'une soustraction, deux écritures reliées entre elles par le signe de l'équivalence logique, puis par une phrase réponse à compléter : « Il fait y degrés de.......... à.......... qu'à .... » Des formulations synonymes sont utilisées telles que « Il fait X degrés de plus à l'intérieur qu'à l'extérieur. » ou bien « Il fait X degrés de moins à l'extérieur qu'à l'intérieur. » Comme dans la mise en œuvre des rituels précédents, celui-ci est d'abord traité collectivement au tableau sur une période donnée avant d'être placé sous la responsabilité d'un élève puis d'un autre et ainsi de suite. Il deviendra possible de se référer à ce rituel emblématique des situations de comparaison lors de la résolution collective ou individuelle d'autres problèmes pour de possibles analogies. Par exemple, dans une situation de comparaison de masses, de tailles, d'âges, etc., la professeure dans un premier temps, puis les élèves progressivement pourront dire « c'est comme quand on compare la température de la classe et celle de dehors ».

Un autre rituel qui consiste à rendre compte de la variation de température entre deux moments est engagé. Pour représenter la temporalité de cette situation la classe utilise un schéma nommé schéma de transformation. Ce schéma, tel qu'on peut le voir sur la figure 10, permet de suivre l'ordre chronologique du temps qui passe. Pour introduire ce schéma, la professeure s'exprime ainsi : « Je trace une case, cette case nous dit ce qu'il y avait au début, avant, c'est-à-dire l'état initial, la température d'hier. Puis je trace une deuxième case qui nous dit ce qu'il y a maintenant, à la fin, c'est-à-dire l'état final, la température d'aujourd'hui. Entre les deux cases, je trace une flèche qui montre que du temps a passé entre le début et la fin, entre l'état initial et l'état final, entre hier et aujourd'hui. Dans les cases, on écrit la mesure de la température et au-dessus de la flèche, on écrit ce qu'il s'est passé, la transformation, l'augmentation ou la diminution de la température entre ces deux moments. »

(a) 

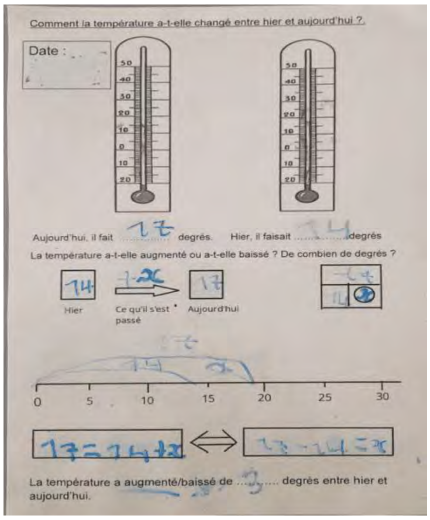
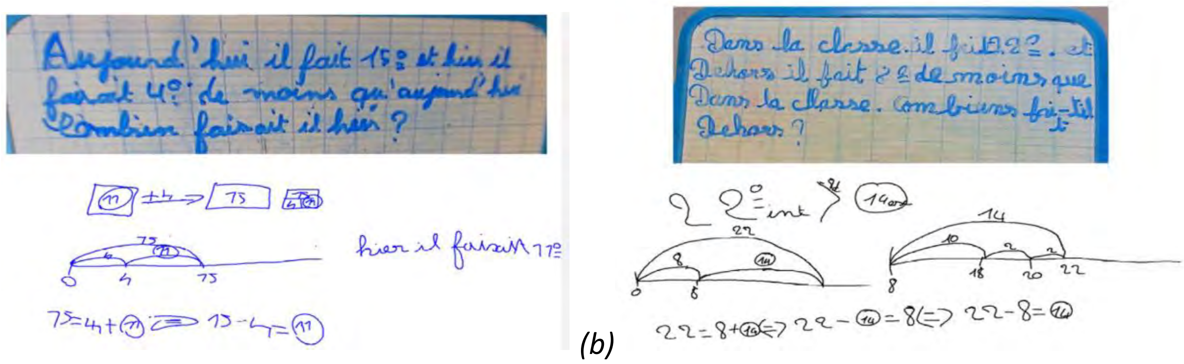
(b) 

Figure 10. (a) Relevé de températures ; (b) Rituel changement de température entre deux moments

La lecture d'un tableau de relevés des températures tel que celui présenté sur la figure 10, permet la production d'énoncés de problèmes qui peuvent se représenter avec ce schéma. Le rituel consiste le matin, à résoudre un problème de transformation/changement de température entre la veille et le jour même. L'après-midi, il consiste à calculer le changement de température entre le matin et l'après-midi. Toujours sur la figure 10 on peut lire : « Hier, il faisait 14 degrés, aujourd'hui, il fait 17 degrés. La température a-t-elle augmenté ou a-t-elle baissé ? De combien de degrés ? ». La résolution de ce problème passe par sa représentation à l'aide du schéma de transformation tel que présenté ci-dessus, du schéma boîte et du schéma-ligne, des écritures algébriques liées entre elles par le signe de l'équivalence logique, puis par une phrase réponse à compléter « La température a augmenté/baissé de .... degrés entre hier et aujourd'hui. » Il deviendra possible de se référer à ce rituel emblématique des situations de transformation lors de la résolution collective ou individuelle d'autres problèmes pour de possibles analogies. Par exemple, dans une situation de transformation de masse, de taille, d'âge, etc., la professeure ou les élèves pourront dire par exemple : « c'est comme quand on regarde la température d'hier et celle d'aujourd'hui, ou celle de ce matin et celle de cet après-midi ».

Dans ces rituels, il s'agit toujours dans un premier temps, de résoudre le même type de problème. Soit un problème de variation de la température entre deux moments avec recherche de la variation, de la transformation. Soit un problème de comparaison de températures avec recherche de la comparaison. À partir de ces problèmes résolus, la professeure demande à chaque élève responsable d'un rituel de composer sur ardoise un nouvel énoncé de problème à soumettre à la classe. Il s'agira, pour l'un des élèves, de faire rechercher soit la température de la veille c'est à dire l'état initial, soit la température du jour, c'est à dire l'état final. Pour l'autre, il s'agira de créer un problème dont la question porte sur la recherche de l'une des deux températures comparées.

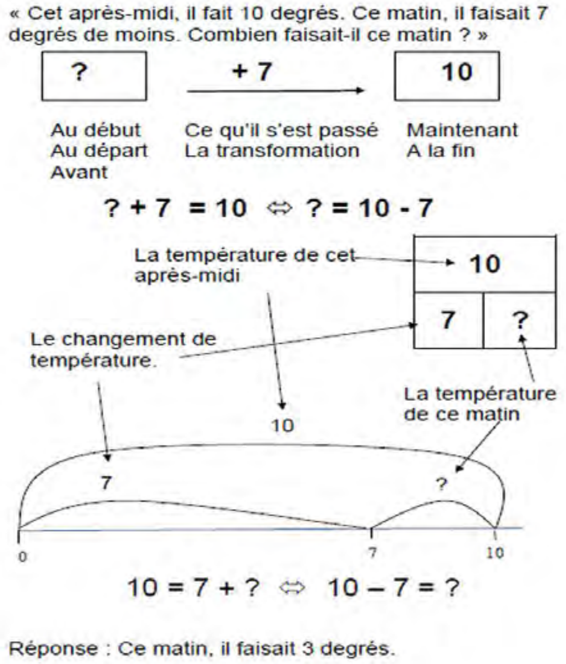
La figure 11a présente un problème créé par l'élève responsable du rituel « changement de température entre la veille et le jour même ». À la suite de la résolution du problème en rituel, il a créé un problème de transformation avec recherche de l'état initial. « Aujourd'hui il fait 15° et hier il faisait 4° de moins qu'aujourd'hui. Combien faisait-il hier ? ». Après un temps de recherche sur ardoise, le problème ainsi soumis à la classe est résolu par un autre élève au tableau. En résolution, l'élève mobilise les schémas qui lui permettent de représenter le type de problème qu'il a identifié. Sur la figure 11b, on peut lire un problème créé sur son ardoise par l'élève responsable du rituel « Comparaison de température entre l'intérieur et l'extérieur ». À la suite de la résolution du problème en rituel, l'élève créé un problème de comparaison avec recherche d'un comparé. « Dans la classe, il fait 22° et dehors il fait 8° de moins que dans la classe. Combien fait-il dehors ? » L'élève qui vient résoudre le problème au tableau l'identifie comme un problème de comparaison, utilise les schémas pour représenter le problème et « localiser » l'inconnue, puis il utilise le schéma-ligne pour calculer à l'aide d'une addition à trou en s'appuyant sur la ligne numérique, pour aller de 8 à 22.



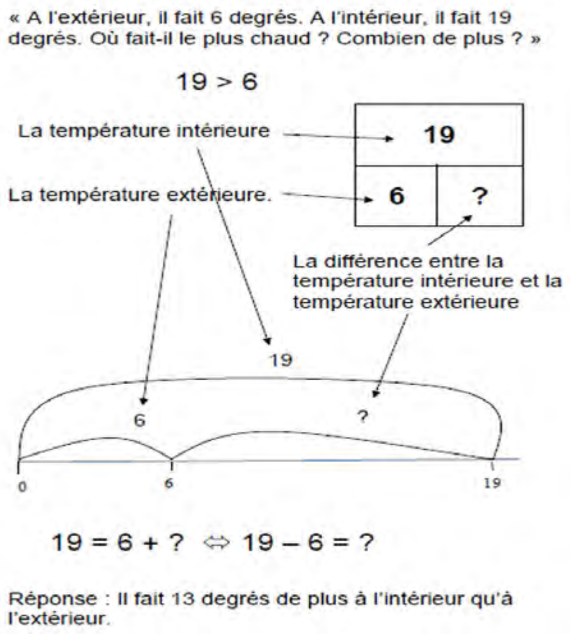
(a) (b)

Figure 11. Deux problèmes individuels créés à partir du rituel température, proposés à la résolution collective

Les rituels présentés sont travaillés selon l'ensemble des principes qui guident l'action de la professeure et des élèves dans le dispositif didactique, tels qu'ils ont été présentés jusqu'alors. À chacun d'entre eux est donc associé un relevé de mesures, des problèmes de référence, c'est-à-dire des exemples exemplaires (Kuhn, 1990) qui seront répertoriés dans le répertoire-instrument, comme sur la figure 12 pour la grandeur température.



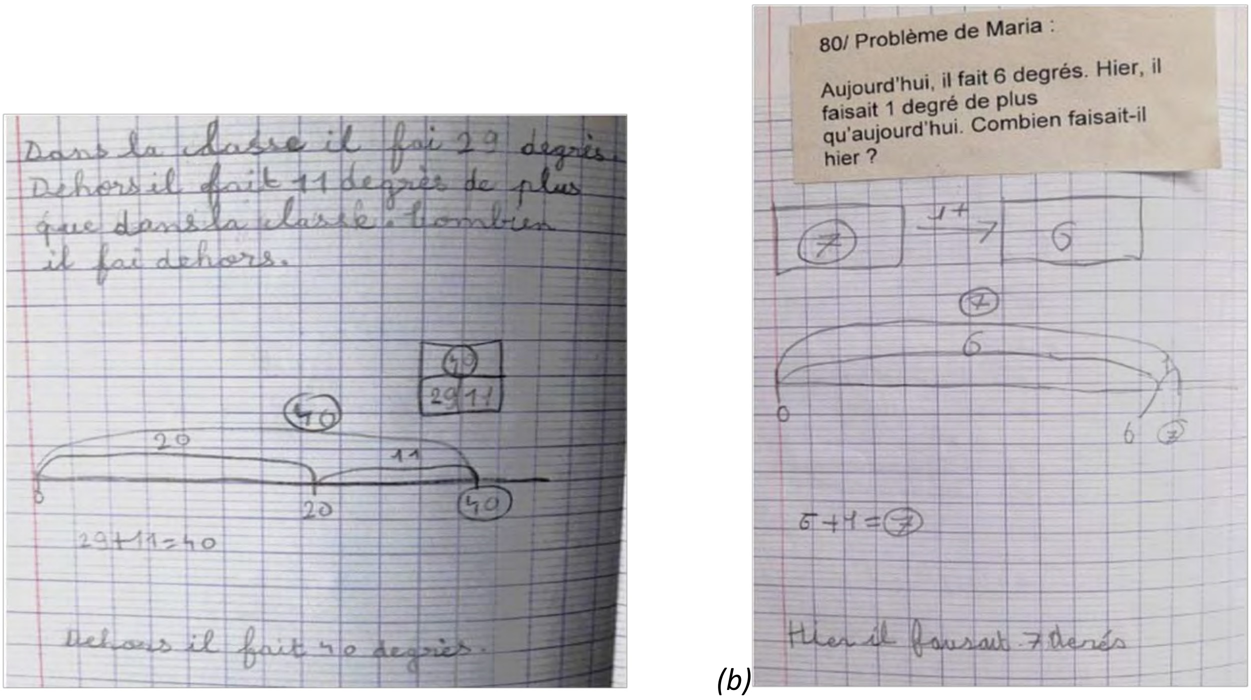
(a)



(b)

Figure 12. Deux feuillets du répertoire-instrument présentant deux problèmes exemplaires dans la situation des températures (a) Transformation avec recherche de l'état initial ; (b) comparaison avec recherche de la comparaison

Ces situations permettent la création de problèmes originaux dans le journal du nombre (figure 13a) : « Dans la classe, il fait 29 degrés, dehors il fait 11 degrés de plus que dans la classe. Combien il fait (fait-il) dehors ? ». Puis l'élève résout son problème en utilisant ici, le schéma-ligne, la boîte et une addition. Il conclut par une phrase : « Dehors il fait 40 degrés. ». La figure 13b présente la résolution d'un élève, dans son journal du nombre, d'un problème créé par un autre. L'élève reconnaît un problème de transformation, il trace le schéma de transformation, le fait fonctionner pour repérer la place de l'inconnue qu'il symbolise d'un rond. Il représente également le problème sur le schéma-ligne et produit l'écriture additive qui convient. Il termine par une phrase en réponse à la question : « Hier il faisait 7 degrés. » Remarquons le "1 +" placé au-dessus de la flèche qui va de 7 vers 6 telle une courte paraphrase, trouvée par l'élève, de l'énoncé du problème (1 degré de plus).

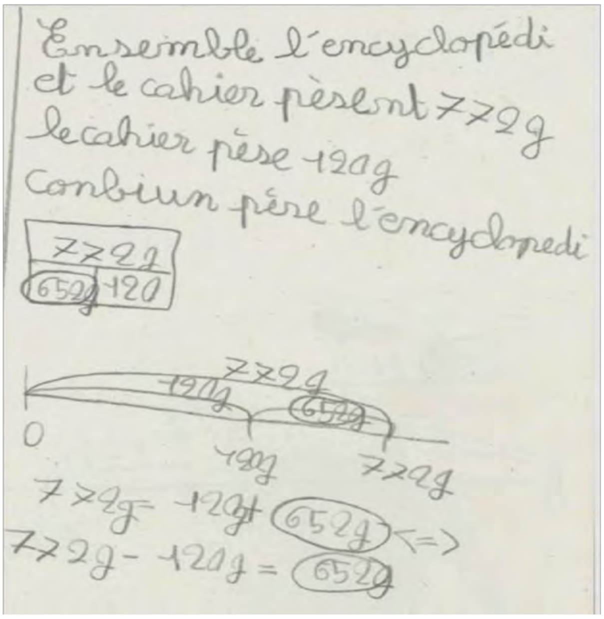


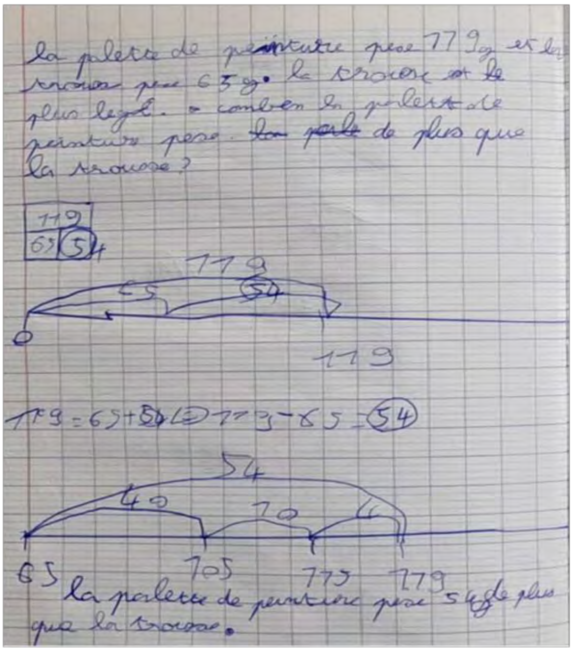
(a) (b)

Figure 13. Création (a) puis résolution de problèmes (b) dans le Journal du nombre

10 Recourir à l'analogie avec des problèmes emblématiques pour créer et résoudre des problèmes impliquant différentes grandeurs

L'étude de différentes situations impliquant un « nombre d'entités » a permis d'étudier différentes catégories de problèmes relevant de structures additives, étude que les élèves continuent d'éprouver dans les rituels présentés. Dans de nouvelles situations qui pourront impliquer les grandeurs de température, de masse, de longueur, de durée, de monnaie, ils peuvent donc, avec leur professeure, s'appuyer sur les problèmes emblématiques, les exemples exemplaires de la classe (ceux conservés notamment dans le répertoire-instrument), pour travailler en *analogie* et continuer ainsi l'enquête menée dans l'action conjointe de la professeure et des élèves sur la catégorisation de problème. Ils peuvent ainsi *voir* une situation de composition de masses *comme* la situation des élèves de la classe présents/absents ; *voir* une situation de comparaison de masses *comme* la situation de comparaison de températures ; *voir* une situation de transformation de masses *comme* la situation de variation de température. Mais ils peuvent aussi, au sein de cette catégorisation, et grâce aux systèmes de représentation, *voir* des problèmes de transformation *comme* des problèmes de partie-tout ou *comme* des problèmes de comparaison. Prenons par exemple le problème de composition de masses tel qu'on peut le lire figure 14a : « Ensemble, l'encyclopédie et le cahier pèsent 772g. Le cahier pèse 120g. Combien pèse l'encyclopédie ? » Ce problème peut être vu comme un problème de type partie-tout dans lequel on recherche une partie par analogie au problème de recherche d'une partie des élèves de la classe. Mais il peut également être vu comme un problème de comparaison de masses dont on recherche la comparaison, (comparaison de la masse totale avec la masse d'un seul objet) par analogie au problème de comparaison de températures, comme dans le problème énoncé figure 14b : « La palette de peinture pèse 119g et la trousse pèse 65g. La trousse est le plus léger. Combien la palette pèse de plus que la trousse ? » ou comme un problème de transformation négative de masse dans lequel on recherche la transformation, par analogie au problème de variation de température, comme dans le problème de la figure 14c : « La trousse pleine pèse 213g. Je prends les crayons. Maintenant, la trousse pèse 155g. Combien pèsent les crayons ? ». Dans ces trois problèmes, l'inconnue est représentée de différentes manières : dans l'une des cases de la partie inférieure de la boîte, dans un pont inclus dans un plus grand sur le schéma-ligne, dans une écriture symbolique.

(a) 

(b) 

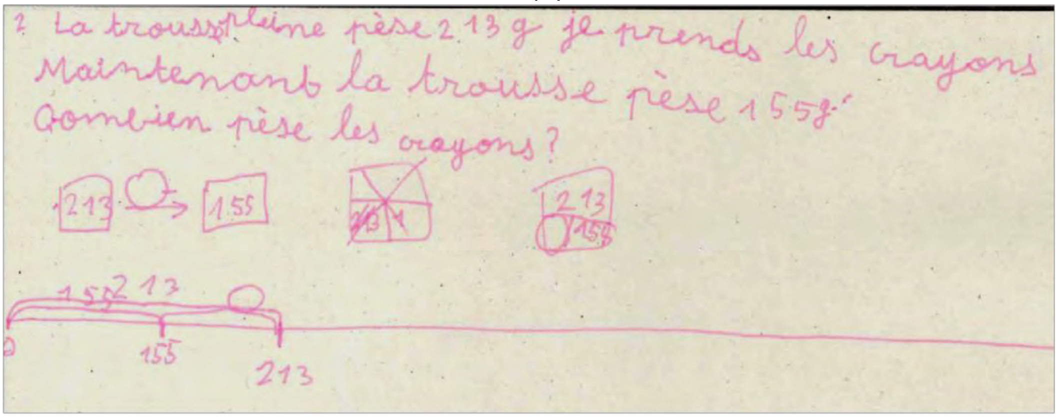
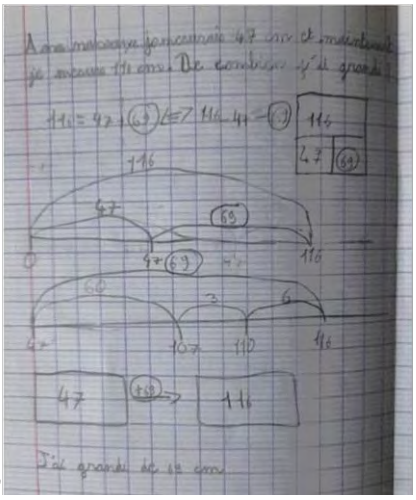
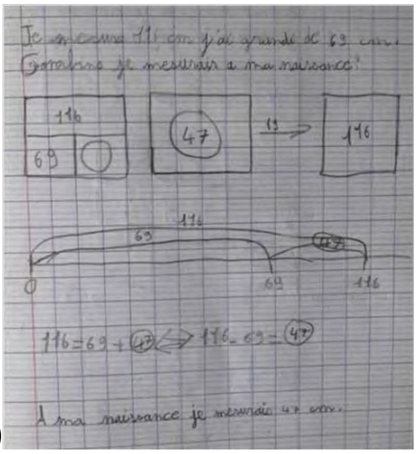
(c) 

Figure 14. Création d'un problème de composition (a), de comparaison de masses (b), de transformation de masses (a)

Cette mise en évidence des analogies et de possibles changements de *voir-comme* est sous-tendue par le jeu de traduction des différents systèmes de représentation. Prenons, par exemple, cette situation de transformation de taille à partir de laquelle un élève créé trois énoncés de problèmes (figure 15). L'état initial énoncé dans la première phrase de l'énoncé du premier problème (« à ma naissance je mesurais 47 cm »), est représenté 1/par le nombre correspondant à la valeur de cet état initial dans la première case du schéma de transformation 2/dans l'une des cases inférieures de la boîte 3/par un pont inclus dans un plus grand sur le schéma-ligne, 4/dans les écritures algébriques, par une addition à trou ou une soustraction. L'état final énoncé dans la deuxième partie de l'énoncé du problème (« maintenant je mesure 116 cm »), est représenté 1/par le nombre correspondant à la valeur de cet état final dans la dernière case du schéma de transformation 2/ dans la case supérieure de la boîte 3/par un pont incluant deux autres ponts sur le schéma-ligne, 4/dans les écritures algébriques, par la somme d'une addition à trou ou le premier terme d'une soustraction. L'inconnue est représentée selon le même principe.

(a) 

(b) 

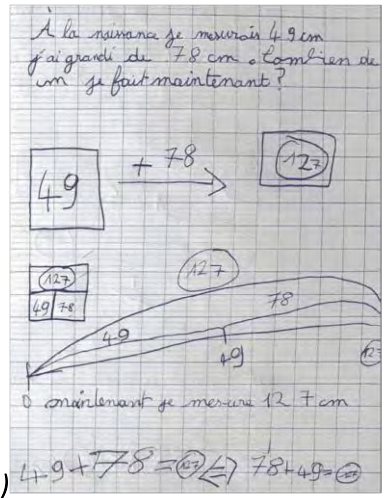
(c) 

Figure 15. Création de trois problèmes de transformation dans la grandeur taille

III - QUELQUES ÉLÉMENTS DE SYNTHÈSE

Le dispositif didactique décrit dans cette communication organise, au moyen des principes qui le structurent, l'expérience mathématique des élèves. Il leur propose de considérer des situations de la vie courante pour enquêter, collectivement et personnellement, en mathématiques. Il les conduit ainsi à construire un rapport culturellement dense aux mathématiques, à entrer dans une culture mathématique. Nous citons Sensevy (2021) pour préciser la notion de culture mathématique : « Dans une perspective générale, au CP (première primaire) comme au CE1 (deuxième primaire), il s'agit de mettre en place des situations évolutives, sur la longue durée, qui doivent agir non seulement sur les capacités mathématiques des élèves mais encore sur leur rapport aux mathématiques. Ces deux notions (« capacités » et « rapport à ») sont en étroite consonance avec les deux finalités principales que nous fixons à l'étude du savoir dans les ingénieries coopératives. En effet, les capacités renvoient aux manières de faire adéquates à une situation, donc aux puissances d'agir efficaces que le savoir autorise et qui concrétisent ce savoir. La notion de « rapport à », elle, réfère, dans notre conceptualisation, à la culture dont l'élève se rend familier lorsqu'il étudie. » (Sensevy , 2021, p.199). Le travail sur les situations inclut la réalisation de relevés de mesures et donne lieu à une représentation de relations possibles entre des données chiffrées. Cette représentation s'effectue à l'aide de différents systèmes de représentations au moyen desquels une situation concrète est représentée. Ces systèmes de représentations d'une situation peuvent prendre une forme textuelle, schématique ou symbolique. Progressivement, les élèves de la classe se familiarisent avec ces différents systèmes, les lisent ou les produisent avec de plus en plus d'habileté. Ces représentations sont un moyen de continuer l'enquête à travers le principe de traduction. Ce jeu de traduction de représentations qui consiste à mettre en relation différentes représentations d'une même situation à les comparer, conduit progressivement les élèves à reconnaître les différences et les similitudes entre ces représentations, à raisonner par analogie.

En orientant l'enquête vers la création et la résolution de problèmes, les élèves deviennent capables de créer et de résoudre des problèmes dans des contextes spécifiques qui leur sont familiers. Les systèmes de représentation qui font partie de la culture mathématique de la classe sont mobilisés pour représenter des énoncés de problèmes verbaux en vue de leur résolution. D'une certaine manière, les représentations concrétisent des énoncés abstraits. Elles permettent aux élèves d'enquêter sur la catégorisation de problèmes, et de s'acculturer progressivement à une catégorisation non pas figée mais dynamique des problèmes. Représentations et catégorisation permettent un travail en analogie : considérer un nouveau problème sur la base d'un plus ancien similaire, mais aussi repérer des analogies entre catégories de problèmes. En proposant un milieu favorable à l'enquête en création et résolution de problèmes, ce dispositif ambitionne de contribuer à une nouvelle forme scolaire (Sensevy, 2019) telle qu' « elle n'aliène pas les enfants devenus élèves à l'emprise du défilé des objets de savoir mais se soucie de leur expérience d'enfance. » (CDpE, 2024, p.395).

IV - BIBLIOGRAPHIE

Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE). (2024). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives*. Presses Universitaires de Rennes.

Cai, J. (2022). What Research Says About Teaching Mathematics Through Problem Posing. *Éducation & didactique*, 16, 31-50. https://doi.org/10.4000/educationdidactique.10642

Douarin, F. (2023) *Créer une culture de la création de problèmes. Enquête et rituels mathématiques au CE1.* Mémoire de master 2. Rennes : Université de Bretagne Occidentale

Duval, R. (2006). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. In *Actes du XXXIIe colloque COPIRELEM* (p. 67-89). IREM de Strasbourg.

Kuhn, T. (1990). En repensant aux paradigmes. In T. Kuhn, *La tension essentielle : Tradition et changement dans les sciences* (p. 391-423). Gallimard.

Sander, E. (2014). Penser par analogie. Dans : Jean-François Dortier éd., *Le cerveau et la pensée: Le nouvel âge des sciences cognitives* (p. 345-353). Auxerre: Éditions Sciences Humaines.

Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir: Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck Supérieur. https://doi.org/10.3917/dbu.sense.2011.01

Sensevy, G. (2019). Forme scolaire et temps didactique. *Le Télémaque*, 55, 93-112.

Sensevy, G. (2021). Des sciences interventionnelles ancrées sur des alliances entre recherche et terrain ? Le cas des ingénieries coopératives. *Raisons éducatives,* 25, 163–194. https://doi.org/10.3917/raised.025.0163

Vergnaud, G. (1994). *L'enfant, la mathématique et la réalité : Problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.* P. Lang.

Vicente, S., Verschaffel, L., Sánchez, R., & Múñez, D. (2022). Arithmetic word problem solving. Analysis of Singaporean and Spanish textbooks. *Éducational Studies in Mathematics*, *111*(3), 375-397.

DIMENSIONS LINGUISTIQUES, DISCURSIVES ET CULTURELLES DE L'APPRENTISSAGE PAR LES ÉLÈVES ALLOPHONES

Karine MILLON FAURE
Aix-Marseille Université
ADEF
karine.millon-faure@univ-amu.fr

Catherine MENDONÇA DIAS
Université Sorbonne Nouvelle
DILTEC,
catherine.mendonca-dias@sorbonne-nouvelle.fr

Résumé

Enseigner les mathématiques aux élèves allophones ? C'est parfois un défi, car ces élèves exigent de nous une vigilance toute particulière sur le langage mobilisé en classe et les dimensions culturelles qui sont à l'œuvre dans la façon d'aborder les notions, les activités… (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023). L'allophonie (Mendonça Dias, 2022) conduit les enseignants à développer souvent des gestes professionnels d'adaptation, également profitable aux élèves natifs (Mendonça Dias et al., 2022). C'est sur cet enseignement que porte cet article écrit par deux chercheures, relevant du champ de la didactique des mathématiques et de la didactique des langues.

Dans l'enseignement des mathématiques, les discours font appel à un usage communicatif du français mais se spécifient aussi dans leur organisation interne, leur rhétorique, leur syntaxe, leurs implicites et leurs lexiques. C'est un premier point que nous souhaitons rappeler.

Ceci-dit, la charge n'est pas seulement langagière, elle est aussi culturelle, d'une culture façonnée par une formation partagée par les enseignants, des outils communs, des pratiques mathématiques marquées aussi (inter)culturellement. C'est ainsi que l'enseignement aux élèves allophones met en contrepoint nos habitudes.

I - INTRODUCTION

Chaque année, plus de 64 000 élèves arrivent en France (Brun, 2022). Leurs pays d'origine sont divers ; la plupart d'entre eux ne parlent pas encore le français, d'autres l'ont étudié en langue vivante et certains viennent de pays francophones. Près de la moitié de ces élèves sont accueillis en école primaire et un nombre équivalent arrivent directement dans le secondaire. Là, ils sont scolarisés en classe ordinaire et bénéficient généralement d'un accompagnement plus ou moins conséquent en UPE2A (Unité pédagogique pour élèves allophones arrivants) afin de leur permettre d'acquérir rapidement le français en tant que langue seconde. Malgré cela, leur parcours scolaire s'avère souvent plus compliqué que celui de leurs camarades autochtones.

Effectivement, les résultats obtenus lors de la recherche Evascol, qui a permis le recueil de données sur leurs performances en langue et en mathématiques (présentée ci-après), mettent en évidence des besoins avérés sur plan linguistique. C'est à la suite de ces observations que nous avons voulu mieux comprendre les obstacles que rencontraient ces jeunes et nous nous sommes tournées d'une part vers l'analyse des discours mathématiques au niveau linguistique, culturel et d'autre part vers l'analyse des profils scolaires des élèves, de sorte à faire saillir la complexité de leur apprentissage et renseigner ainsi les enseignants. Ce sont ces différents aspects, précédemment abordés lors d'autres études (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023), qui seront respectivement abordés dans cet article, en vue *in fine* de réfléchir à des pistes didactiques susceptibles de les aider.

II. CONSTATS DE DÉPARTS À PARTIR DES COMPÉTENCES DES ÉLÈVES

En 2015, un projet a été lancé par le Défenseur des droits afin d'étudier les conditions d'accueil et de scolarisation des élèves allophones. Il s'agit du projet Evascol (Armagnague et al., 2018) auquel ont participé des chercheurs issus de différentes disciplines (sociologie, anthropologie et didactique). Un des axes consistait à recueillir et analyser des données sur les performances des élèves allophones en français et en mathématiques. En ce qui concerne cette dernière discipline, nous avons mis en place différents tests (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2018 ; Mendonça Dias, 2020 ; Millon-Fauré, 2020) :

- un test de mathématiques dont les consignes étaient rédigées dans la langue première de l'élève. Il s'agissait d'un QCM en ligne portant sur les compétences mathématiques travaillées dans les écoles françaises. Ce test a été proposé au premier trimestre (donc peu de temps après leur arrivée en France)

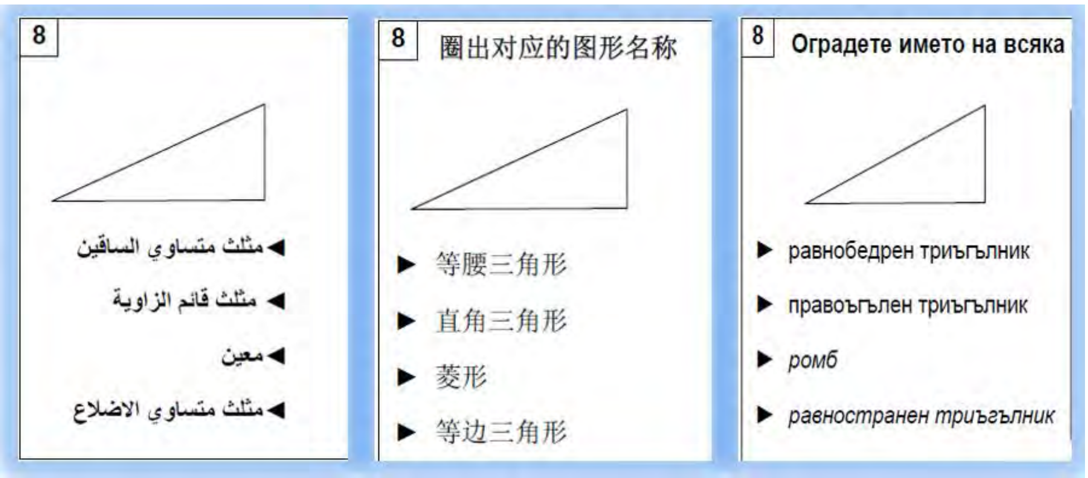


Figure 1 : exemples d'exercices proposés dans le premier test en fonction de la langue d'origine de l'élève

- le même test de mathématiques mais cette fois les consignes sont rédigées en français. Ce test a été proposé en juin, après environ neuf mois dans le système éducatif français. 177 élèves allophones ont effectué ces deux premiers tests.
- un test « papier-crayon » portant sur des types de tâches difficiles à évaluer en ligne (notamment en ce qui concerne les constructions de figures). Les consignes étaient rédigées en français et ce test a été proposé à 26 élèves de la cohorte, relevant du cycle 3 ou 4. Les passations se sont déroulées sous forme d'entretiens individuels, en présence d'un observateur.

L'étude des résultats du premier test nous apporte un premier élément de réflexion : plus de la moitié des élèves interrogés ne disposaient pas des prérequis mathématiques nécessaires pour suivre dans la classe dans laquelle ils avaient été scolarisés (pour établir ce résultat, nous nous sommes basées sur la comparaison de leurs résultats avec des scores moyens d'élèves natifs). Rappelons que les consignes étaient ici rédigées dans la langue d'origine : par conséquent leurs difficultés pour effectuer ces exercices ne pouvaient être dues à leurs lacunes éventuelles dans la maitrise du français.

La comparaison entre les résultats obtenus par un même élève au premier et au second test nous conduit à un second constat : un tiers des élèves environ ont obtenu un moins bon résultat lors de la seconde passation (en dépit des huit mois supplémentaires de cours de mathématiques qu'ils ont eus depuis). Comme les énoncés étaient identiques (mis à part la langue de rédaction des consignes : dans la langue d'origine pour le premier, en français pour le second), cela nous montre que les difficultés observées sont cette fois dues à des lacunes langagières qui ont empêché ces élèves d'exploiter leurs compétences en mathématiques. Ainsi beaucoup d'élèves allophones ne parviendraient pas à réaliser les tâches mathématiques parce qu'ils sont en cours d'apprentissage du français. Remarquons que ce test a été proposé en fin d'année scolaire, ce qui correspond pour beaucoup d'élèves allophones à la fin de l'accompagnement proposé en UPE2A. À la rentrée scolaire suivante, ils sont généralement inclus à plein temps dans des classes ordinaires, alors que de toutes évidences, leurs compétences en langue de scolarisation entravent encore leur activité dans les autres disciplines (et notamment en mathématiques).

Enfin, lors de l'analyse du test « papier crayon », nous avons pu noter les difficultés de beaucoup d'élèves allophones dans le maniement des instruments de géométrie comme la règle graduée ou le compas (y compris en cycle 3 ou 4). Par ailleurs, nous avons choisi neuf termes du lexique spécifique aux mathématiques qui apparaissaient dans les consignes proposées et nous avons cherché à déterminer si ces termes évoquaient bien pour ces élèves les notions attendues. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Cycle 4	symétrie centrale	0 sur 15
Cycle 3	parallèle	6 sur 26
	perpendiculaire	5 sur 26
	symétrie axiale	20 sur 25
Cycle 2	mesurer	22 sur 26
	tracer	22 sur 26
	carré	20 sur 26
	cercle	20 sur 26
	triangle	19 sur 22

Figure 2 : tableau synthétisant les résultats obtenus lors du test portant sur la compréhension du lexique mathématique

Nous avons ainsi pu constater que six élèves parmi les vingt-six interrogés ne comprenaient pas des termes comme « carré » et « cercle ». En outre, seuls six élèves connaissaient le terme « parallèle » et cinq celui de « perpendiculaire » … Ces expressions sont pourtant très régulièrement utilisées dans les cours de mathématiques, à l'école primaire ou au collège et on peut alors se demander comment ces élèves peuvent suivre les enseignements qui leur sont proposés dans cette discipline. Notons que ces résultats confirment ceux mis en évidence dans des recherches précédentes (par exemple Millon-Fauré, 2011).

III - S'APPROPRIER LES « PRATIQUES LANGAGIÈRES DES MATHÉMATICIENS »

1 L'appropriation linguistique en langue seconde

Relativisons les résultats obtenus car tout ce qui reste à être appris occulte parfois tout ce qui vient d'être appris ! Il est normal que des élèves mettent du temps à s'approprier les discours scolaires avec une langue seconde. Bien souvent d'ailleurs, pour des jeunes au départ non francophones, la première phase est celle silencieuse de la pré-production avant la production précoce et l'émergence de la parole (Krashen, Terrell, 1983). Qui plus est, ces jeunes élèves plurilingues sont exposés à une densité linguistique à chaque heure de cours. La réflexion vise à améliorer l'accompagnement de ce processus acquisitionnel pour l'activité mathématique.

Pour donner quelques repères dans ce rythme, nous pouvons nous reporter aux travaux de Jim Cummins (1979) fréquemment convoqués en didactique des langues pour attirer l'attention sur les distinctions à opérer entre les compétences plutôt communicatives et celles plutôt académiques à des fins d'apprentissage scolaire. En effet, Cummins faisait la différence entre ce qu'il désignait : les *Basic interpersonal communicative skills* (BICS) permettent de soutenir une conversion usuelle ; les *Cognitive academic language proficiency* (CALP) sont mises en jeu lors des tâches scolaires. Cette distinction lui a notamment permis de mettre en évidence que le rythme pour s'approprier ces compétences n'est pas forcément analogue : estimé autour de 3 ans pour les BICS et au moins de 7 ans pour les CALP pour disposer de compétences analogues à un celles d'un natif. Ce rythme est corroboré par d'autres recherches anglophones (Collier et Thomas, 1989 ; Thomas et Collier, 2002). En France, un suivi de cohorte (Mendonça Dias, 2012) laisse penser qu'il faudrait souvent près de 3 ans pour que des élèves au départ non locuteurs de la langue puissent avoir un niveau d'utilisateur indépendant pour la communication courante à l'oral et l'écrit (d'après le référentiel du Cadre européen commun de référence pour les langues du Conseil de l'Europe, 2001).

Ceci-dit, l'activité mathématique sollicite ces deux compétences linguistiques, communicatives *et* académiques, qui vont être mobilisées différemment par les élèves (voir Millon-Fauré, 2011). Ainsi, il arrive que des élèves s'expriment très bien en français usuel, mais ne connaissent pas les termes les plus élémentaires du lexique mathématique (c'est que nous avons exposé précédemment à travers les résultats d'Evascol). Mais il arrive également que d'autres rencontrent de grandes difficultés pour soutenir une conversation courante en production orale, mais parviennent à comprendre et produire, notamment à l'écrit, des énoncés mathématiques (et sont parfois férus de la discipline), en s'appuyant sur leurs compétences disciplinaires préalables et différents registres mis en œuvre dans l'activité. Dans l'un et l'autre cas, il est nécessaire de prendre en compte que le développement langagier se réalise de façon concomitante à la compréhension des notions et compétences mathématiques, et de l'appétence à cette discipline, etc. Plusieurs paramètres sont ainsi à l'œuvre et nous allons explorer justement quelques facteurs, sans exhaustivité, en commençant par les caractéristiques des discours mathématiques.

2 La complexité linguistique, discursive et sémiotique des discours mathématiques

De notre point de vue, il n'y a pas à proprement parler de « langue des mathématiques ». Nous parlons plutôt de discours mathématiques (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023). Ceux-ci comportent peu d'unité lexicale monosémique telle que « factoriser », « polygone »..., peu de syntaxe singulière (« soit le cercle C de rayon O »…) et de rhétorique singulière (le raisonnement par l'absurde…). Qui plus est, des termes, tels que « cercles » connotés comme relevant des mathématiques, sont finalement extrêmement populaires dans des disciplines en sciences humaines (géographie, politique, philosophie…), ce que peut faire apparaitre une analyse en lexicométrie, si bien qu'il est très difficile de lui attribuer un domaine de spécialité. Certes, les expressions symboliques distinguent le codage écrit mathématique par rapport à d'autres champs disciplinaires.

S'il n'y a pas de « langue des mathématiques », il y a néanmoins des usages de la langue dans l'activité mathématique, qui correspondent à des pratiques sociales qui évoluent (dans le temps, ou d'une spécialité à l'autre : algèbre, géométrie, sciences physiques, commerce…). C'est ce que Christophe Hache, didacticien des mathématiques, désigne comme « pratiques langagières des mathématiciens » (Hache, 2019), en montrant qu'il y a plusieurs façons de dire les mathématiques, et justement une comparaison de l'activité mathématique dans des langues et cultures différentes permet de mettre en évidence ces potentialités dans la façon de décrire des objets mathématiques par exemple.

Ces « pratiques langagières » se réalisent au niveau linguistique, verbal, mais aussi sur d'autres registres. Ainsi, la complexité des discours mathématiques ne peut pas être résolue par la seule traduction littérale, en atteste ce schéma que nous avons produit pour faire apparaitre différents registres (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023, p. 66). Ce schéma reprend l'idée de « registre » de Duval (1995) adaptée en s'appuyant sur une typologie de Prediger, Clarkson et Bose (2016).

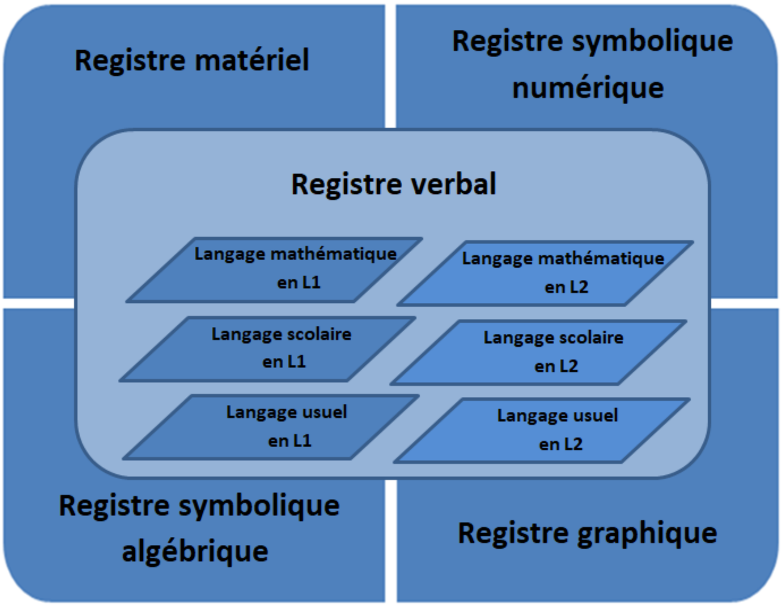


Figure 3 : Schéma des registres des discours mathématiques (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023, p. 66)

Pour expliciter ce schéma, nous avions donné l'exemple du problème suivant « Il faut constituer 3 tours de même hauteur à partir de 50 briques identiques. Combien de briques au maximum peut contenir chacune de ces tours ? » (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023). Pour que les enfants résolvent ce problème, il est possible de leur donner de petites briques et qu'ils tâtonnent et manipulent pour trouver une réponse. Ils peuvent également poser en ligne le calcul 3x16 = 48 et 3x17=51, ou bien faire une représentation graphique ou dessinée, ou encore proposer une solution algébrique $3x \leq 50$.

Au registre verbal, des enfants apporteront alors leurs réponses avec leurs propres mots « y a trois tours mais je peux pas poser ces deux briques ». Et l'enseignant, à partir de ces discours premiers, de tendre vers une « secondarisation » des discours (Bautier et Goigoux, 2004 : 91 ; Jaubert et al., 2022). L'intention est alors d'accompagner les élèves vers une verbalisation plus académique telle que « chaque tour contient 16 briques », voire davantage abstraite et décontextualisée « Le quotient de la division euclidienne de 50 par 3 est 16 ».

Ainsi, s'il y a plusieurs modalités sémiotiques pour représenter un énoncé mathématique, celui-ci compte plusieurs manières de le verbaliser. Pour l'élève natif et *a fortiori* pour l'élève allophone, cet accès passe par un travail assidu sur la reformulation et la compréhension des différents registres. C'est ainsi que, au-delà de simples aspects verbaux inhérents à cette nouvelle langue française, se pose la complexité de suivre un cours de mathématiques, d'autant que nous verrons que les cultures éducatives dont les jeunes migrants précèdent peuvent être très variées.

3 L'exemple de la polysémie

3.1 La circulation des sens entre usage courant et usage mathématique

Pour donner un exemple de la complexité linguistique du niveau verbal, nous avons retenu ici le cas du lexique et de sa polysémie, entre autres aspects. L'expérience sémantique que les jeunes ont de la langue dans la vie quotidienne nourrit leur appropriation linguistique des notions et des compétences mathématiques. L'exemple nous en est donné avec l'arc de cercle et la corde qui reprend le champ lexical de l'arc (en tant qu'objet matériel). Cette circulation des sens par métaphore est rendue visible dans l'exemple ci-dessous où un élève cherche le terme « corde » pour décrire les caractéristiques du cercle. L'enseignant s'appuie explicitement sur l' « arc », conçu dans son emploi courant (« un arc quand il est tendu il est tendu par quoi ? ») pour amener les élèves à faire le cheminement métaphorique vers l'objet géométrique (de la corde de l'arc à la corde de l'arc… de cercle). Deux élèves vont faire émerger deux termes synonymes concurrents (« corde » et « ficelle ») dont un seul est valable dans un discours spécialisé en géométrie.

Rémi : à un arc ↑ / et un arc quand il est tendu il est tendu par quoi* ?*
Élève : <u>une corde</u>
Élève : <u>une ficelle</u>
Rémi : par une ficelle on peut dire aussi par une corde ↑ / […] ouais i(l) faudra pas tout mélanger quand même hein / ne m(e) dites pas qu'il y a des ficelles dans un cercle (Beaugrand et al., 2021)

Figure 4 : Interactions entre un enseignant de mathématiques, Rémi, et des élèves de 6e

Cette circulation entre sens courant et sens spécialisé, c'est un déplacement que doivent opérer les élèves, parfois avec quelques difficultés, à l'instar de cette jeune collégienne de 6e en réussite scolaire mais qui, pour le problème suivant, se trouve en difficulté et exprime son incompréhension.

2 Un marchand de primeurs propose des pommes de terre pour faire des frites au détail à 1,60 € le kilogramme ou en filets de 5 kg à 8 €.
1. Quelles sont les deux grandeurs qui interviennent dans cette situation ?
2. Ces grandeurs sont-elles proportionnelles ?

Figure 5 : Problème de mathématiques extrait d'un manuel de 6e

La première question invite l'élève à identifier les grandeurs, mais dans l'usage quotidien qu'en a la jeune fille, « grandeur » réfère plutôt à une mesure de longueur (la taille, comme dans les expressions « c'est grand », « j'ai grandi » … etc., voire la superficie « la maison est grande » et potentiellement l'âge « je suis grande », voire la connotation laudative de « grandeur » au sens de la « noblesse » de cœur ou de statut, etc.). Or, ici n'apparaissent que des kilos (le poids) et des euros (le prix) qui ne concordent pas avec la représentation qu'elle a de la notion. C'est par l'explicitation sémantique du terme de « grandeur » dans son usage spécialisé, qu'elle peut accepter que ce concept puisse recouvrir ce qui est mesurable et exprimable en unité de mesure, que ce soit des kilogrammes ou des euros. Ce glissement de sens se fait parfois implicitement, mais non sans quelques « résistances cognitives » pour certains jeunes (Mendonça Dias, à paraitre).

Fort heureusement, certains posent directement la question à l'enseignante ce qui permet de lever l'ambiguïté, souvent invisibilisée dans les silences des élèves. C'est ainsi qu'une élève allophone, après avoir entendu la professeure de mathématiques parler à plusieurs reprises du « milieu », devient incertaine du sens à lui attribuer (Mendonça Dias, 2021). Dans le tour de parole 60, l'enseignante crée un brouillage sur la signification de « milieu » par « déplacement du contexte interprétatif » (Coulange, 2014, p. 16) :

59. Élève : < qui lit la consigne > (placez) le point o au milieu de a b

*60. Professeur : voilà vous me placez le point **o au milieu de a b** / allez le mot « milieu » / on souligne le mot « milieu » […] tu vas me mettre **au milieu de la feuille** / allez recommence /*

61. Élève : madame xxx

62. Professeur : là c'est le point o

63. Élève : madame ***c'est quoi milieu ?***

L'expérience des élèves allophones met en évidence l'étrangeté de nos usages lexicaux, auxquels nous sommes habitués, mais qui concernent n'importe quel locuteur, même natif. Il n'est pas inhabituel de voir un enfant désigner comme « sommet » un seul point quand on lui présente un triangle dans sa position prototypique. Effectivement, il est entendu, dans le sens commun, que le sommet est le point ou l'endroit le plus élevé que ce soit le sommet de la montagne ou le sommet de la tête. Certes, que l'on tourne le triangle dans un sens ou l'autre, chaque sommet peut répondre à cette définition. Ceci-dit, si on se reporte à la figure ci-dessous, le sommet D montre que la définition n'est pas opérationnelle et qu'en mathématique, un sommet désigne l'intersection de deux côtés (d'un angle, d'un polygone…).

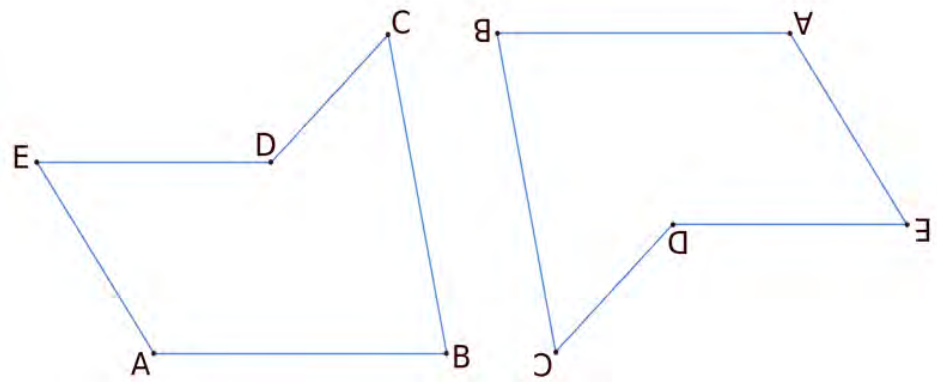


Figure 6 : Figure géométrique avec 5 sommets

De la sorte, le terme fonctionne comme homonyme car le sens n'est pas transposable suivant qu'il s'agit d'une colline ou une figure géométrique. Ainsi, les termes dans leur usage courant peuvent être contre-intuitifs : les rayons d'un magasin sont généralement parallèles, tandis que les rayons d'un cercle ont, par définition, une extrémité commune. Et les exemples de se multiplier…

Notons que si les mots dans leur usage courant sont captés dans les discours mathématiques en se spécialisant, réciproquement il arrive que des mots d'un usage plutôt mathématique entre dans les discours courants (déterminologisation) : par exemple **«** Prendre la tangente ». Quoi qu'il en soit, pour les élèves, en général, le sens usuel préexiste au sens mathématique (ou de spécialité).

3.2 La polysémie d'une discipline à l'autre et la polysémie interne aux discours mathématiques

Terminons le propos en soulignant une généralité bien connue désormais : les mots n'ont pas le même emploi d'une discipline à l'autre. En effet, les sens peuvent changer : le « milieu » sera différent suivant qu'on est en classe de mathématiques, ou en cours de chimie ou de géographie, etc. L'exemple nous est apporté par cet échange avec un élève allophone dont il est difficile de savoir s'il joue ou se perd sur les mots (Faupin, 2013) :

> PROFESSEUR : vous devez décrire [la figure géométrique ci-dessous], vous devez dire ce que vous voyez.
>
> ÉLÈVE : elle est belle

Effectivement, la description attendue est distincte si on se projette dans un cours de français, d'arts, ou de mathématiques. Et cette mouvance du sens est également active au sein d'une même discipline. Nous parlons alors de polysémie interne à la discipline. Le terme « base » nous offre un exemple de cette richesse sémantique qui peut parfois être perturbante. Une enseignante s'adressait à un élève de CM2 pour faire un calcul mystère et lui expliquait : « ça, c'est ton nombre de base » pour lui rappeler que c'était le nombre de départ, pour mener le calcul. Or ce même terme se retrouve quand on parle du système duodécimal qui concerne l'écriture des nombres en « base » 12 ainsi qu'en géométrie où la « base » est une surface ou une aire quand il s'agit d'une pyramide ou une longueur ou un segment si c'est la base d'un triangle.

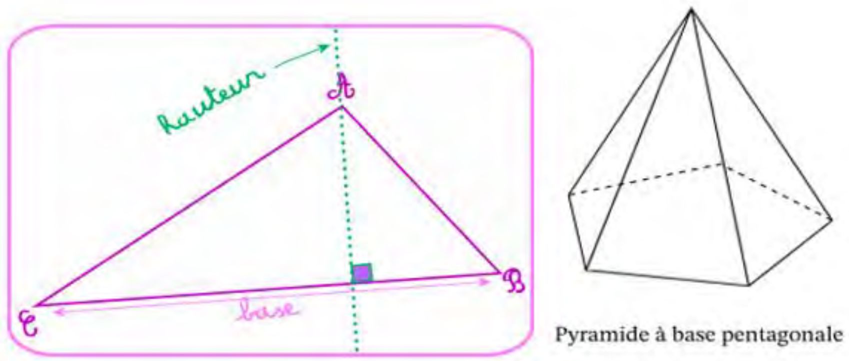


Figure 7 : Polysémie du terme « base »

Pour un élève allophone qui est exposé ainsi aux discours scolaires denses tout le long de la journée, d'un cours à l'autre, difficile de se saisir et de mémoriser un terme et sa signification parfois métamorphe… S'il peut s'appuyer sur le « faire » dans la pratique mathématique, ce n'est pas non plus si évident car il peut venir d'une culture éducative différente. C'est ce que nous allons voir maintenant.

IV - UNE CULTURE DIFFÉRENTE

Même si les mathématiques sont souvent considérées comme universelles, un bref tour d'horizon nous permet de réaliser les différences qui peuvent apparaître dans les pratiques et les enseignements. Par conséquent un élève ayant commencé sa scolarité dans un autre pays peut avoir rencontré, pour un même type de tâche, des techniques différentes de celles enseignées en France.

1 La dactylonomie

Une action *a priori* aussi naturelle que le fait de compter sur ses doigts peut s'effectuer de manière très différente en fonction de la culture d'origine, d'hier à aujourd'hui. Par exemple, en Papouasie, pour effectuer un dénombrement, on utilisait non seulement ses doigts, mais également ses orteils, ce qui permettait de compter jusqu'à 20. En Afrique subsaharienne, on rencontre encore des personnes qui pointent avec le pouce chacune des douze phalanges : en mémorisant le nombre de douzaines sur une main et le nombre d'unités sur l'autre, on peut ainsi compter jusqu'à 156… De nos jours, même si le système décimal est désormais commun, la façon de compter sur les doigts n'est quant à elle pas uniformisée : ainsi aux États-Unis, la manière d'utiliser ses doigts diffère quelque peu (voir ci-dessous).

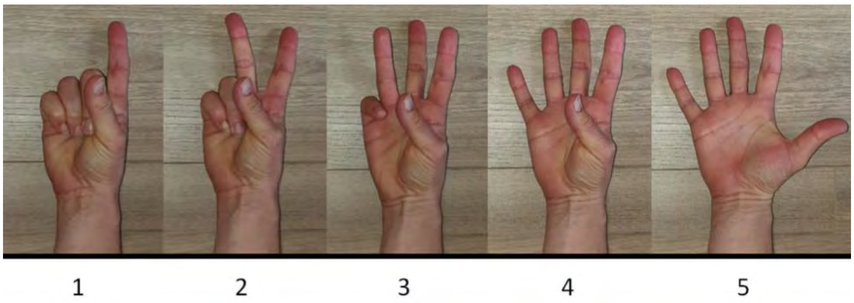


Figure 8 : Comptage sur les doigts aux États Unis (extrait de Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023, p. 125)

2 Des écritures chiffrées différentes

Là encore des différences culturelles apparaissent. Si les chiffres dits « indo-arabes » (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9) sont connus dans la plupart des pays, on trouve parfois d'autres symboles pour écrire les nombres.

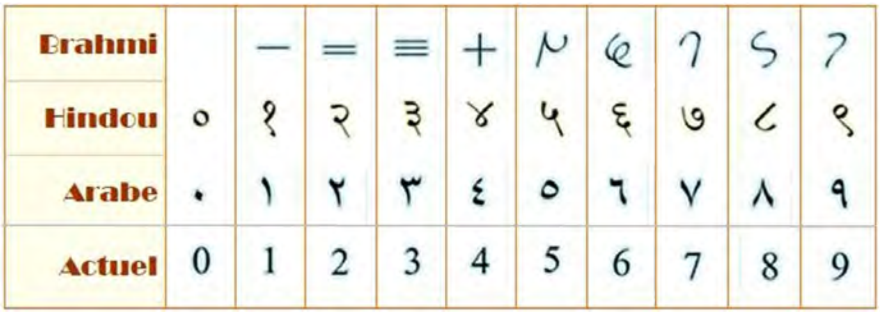


Figure 9 : Plusieurs systèmes de numération[1]

Ceci peut conduire à des confusions, par exemple lorsqu'un élève ayant appris les chiffres arabes, arrive dans une école française, car entre ces deux systèmes d'écritures chiffrées, de nombreuses similitudes existent sans pour autant systématiquement représenter le même chiffre. Ainsi le symbole ٥ correspond à notre chiffre cinq et non à notre zéro, auquel il ressemble graphiquement… De même le symbole ٦ correspond à notre chiffre six et non au 7…

Au-delà des chiffres, d'autres différences apparaissent dans l'écriture des nombres. Ainsi, en France, s'il suffit d'un espace pour marquer le début de la classe des milliers, il faut, dans d'autres pays, utiliser le point ou la virgule : en France, on écrira 23 389, mais 23.389 en Angleterre et 23,389 ailleurs. Ces pratiques sont d'autant plus déroutantes qu'en France on utilise la virgule pour séparer la partie entière de la partie décimale et que le point joue parfois ce rôle sur certaines machines à calculer ou logiciels…

Enfin, l'écriture en « mixed numbers » (par exemple 6 $\frac{1}{2}$), présente dans les pays anglo-saxons, n'est quasiment pas utilisée en France et risque d'être interprétée comme une multiplication (6 x $\frac{1}{2}$) alors qu'elle correspond à une addition (6 + $\frac{1}{2}$). On mesure là encore les difficultés que pourrait rencontrer un élève ayant été scolarisé dans un système éducatif anglo-saxon pour interpréter ou produire un énoncé mathématique conforme aux attentes de l'école française…

3 Diverses procédures pour effectuer une multiplication

Il existe également de multiples algorithmes opératoires utilisables pour effectuer une opération. Regardons par exemple diverses manières de poser la multiplication 2358 x 47 (Girodet, 1996 ; Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023, p. 134).

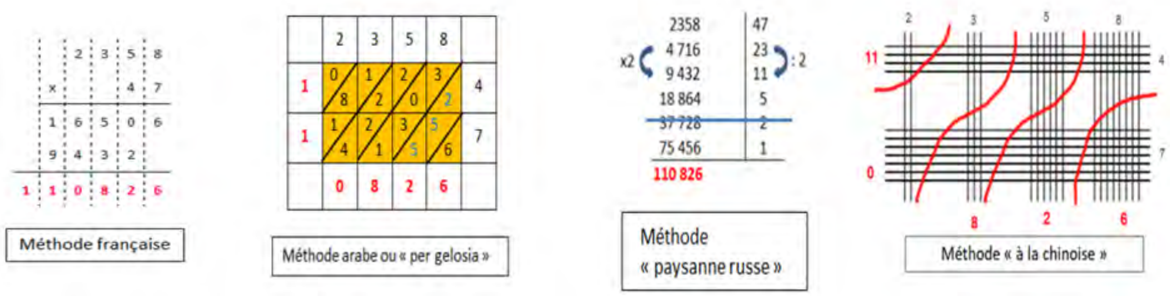


Figure 10 : 5 algorithmes opératoires différents pour effectuer 2358 x 47

Dès le premier regard nous percevons toutes les différences qui existent avec notre algorithme opératoire traditionnel, tant dans la forme que dans les calculs mis en jeu. Ainsi pour réaliser une multiplication dite « à la russe », nul besoin de connaître ses tables de multiplication : il suffit de savoir prendre le double ou la moitié d'une quantité. La méthode « chinoise », elle, ne nécessite aucun calcul : il faut juste avoir la patience de tracer toutes les droites horizontales et verticales avant de compter leurs points

[1] D'après : http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvmm/Numerati/NumHisto.htm

d'intersection. Quant à la multiplication per gelosia (« par jalousie »), elle permet d'éviter bon nombre de retenues puisque tous les produits partiels sont écrits en entier, avant d'effectuer les sommes des chiffres alignés sur la même diagonale.

Cette comparaison des différents algorithmes peut se révéler particulièrement riche sur le plan mathématique. Toutefois, elle s'avère délicate à mener pour un élève qui arrive en France sans jamais avoir rencontré les algorithmes enseignés dans ce pays.

V - DES PRÉREQUIS PAS TOUJOURS MOBILISABLES…

Au-delà des difficultés d'ordre langagier ou culturel, d'autres problèmes peuvent surgir et entraver l'activité mathématique de l'élève allophone. Ainsi, nous avons pu observer (notamment lors de l'analyse du test Evascol proposé dans la langue d'origine) que la moitié des élèves allophones ne disposaient pas des prérequis nécessaires pour suivre dans la classe dans laquelle ils ont été scolarisés en France. Étudions de plus près les facteurs qui peuvent expliquer un tel phénomène.

1 Une scolarité lacunaire

Parmi les élèves allophones, certains sont catégorisés NSA (« non scolarisés antérieurement »). Si l'expression est quelque peu trompeuse (en réalité, rares sont les élèves qui ne sont jamais entrés dans une école avant leur arrivée en France), elle regroupe des élèves qui n'ont pas eu la chance de pouvoir profiter d'un enseignement digne de ce nom. En effet, dans certains pays le manque de matériel ou de moyens humains amène les enseignants à faire cours dans des conditions difficilement imaginables. De plus, certains élèves n'ont pas pu se rendre régulièrement dans les classes pour diverses raisons : aucune école proche du domicile, conflits armés, conditions économiques qui contraignent les enfants à travailler ou à s'occuper des frères et sœurs plus jeunes pendant que les parents travaillent… Par ailleurs, il arrive que ces élèves aient été amenés à déménager plusieurs fois avant leur arrivée en France, changeant à chaque fois d'école, voire de systèmes éducatifs pour les élèves allophones qui ont traversé plusieurs pays. Cette discontinuité et ce manque de cohérence entre les diverses progressions rencontrées fragilisent les apprentissages, créant parfois des redondances mais surtout des lacunes dans le curriculum de chacun …

2 Des programmes différents

D'autres problèmes peuvent également apparaître. En effet, une scolarité continue et de qualité dans le pays d'origine ne garantit pas pour autant la construction des prérequis nécessaires pour suivre dans les classes françaises. D'un pays à l'autre, les objectifs ciblés dans les programmes scolaires changent et il arrive que certains savoirs rencontrés dans les écoles françaises ne soient pas enseignés dans un autre pays (et réciproquement il peut arriver qu'un élève allophone aient appris dans son pays d'origine des savoirs que les élèves français ne rencontreront jamais). Les progressions choisies diffèrent également si bien que certains enseignements au programme de l'école primaire en France ne seront présentés que beaucoup plus tard dans d'autres pays. Ainsi les figures géométriques qui sont travaillées dès le début du cycle 2 en France ne font pas toujours l'objet d'un enseignement aussi précoce et on observe chez certains élèves allophones des difficultés particulières dans le maniement des instruments de géométrie. Une élève de fin de cycle 3 nous expliquait d'ailleurs ne jamais avoir utilisé de compas avant son arrivée en France, moins d'un an auparavant. Par ailleurs, même lorsque l'élève a rencontré avant sa migration les mêmes types de tâches que ceux enseignés en France, il n'a pas forcément appris les mêmes techniques pour les résoudre (comme cela peut être le cas pour les algorithmes opératoires). De même les unités manipulées en classe reflètent les usages de la vie courante et ceux-ci peuvent varier en fonction des pays. Par conséquent certains élèves risquent de ne jamais avoir entendu parler de notre système métrique, ce qui peut expliquer les difficultés particulières que nous avons observées dans la réalisation des exercices de conversion.

3 Un réinvestissement difficile…

Nous avons par ailleurs pu observer que certains élèves éprouvaient des difficultés pour réutiliser une fois arrivés en France, les savoirs rencontrés dans les pays d'origine. Une expérience menée en 2005 (Millon-Fauré, 2010) auprès de 55 élèves ayant récemment immigré, illustre ce phénomène. Il leur avait été demandé de poser de diverses manières trois opérations (315 + 627 ; 537 – 354 ; 632 x 53). Comme parmi cet échantillon, 42 élèves étaient originaires de pays du Maghreb et que l'algorithme de la multiplication per gelosia y est souvent enseigné, nous pensions voir apparaître ce type de méthode dans les productions des élèves. Pourtant tel n'a pas été le cas : tous les élèves ont uniquement posé la multiplication « à l'occidentale ». Lorsque l'enseignant a commencé à tracer le tableau caractéristique de la multiplication per gelosia, treize élèves ont reconnu avoir appris cette technique dans leur pays d'origine et parmi eux, cinq sont parvenus à la mettre en œuvre. Ceci nous montre que, même peu de temps après leur arrivée en France, certains élèves ne sont plus en mesure de mobiliser certaines techniques apprises avant leur arrivée en France (moins de la moitié de ceux qui avaient appris cette technique dans leur pays d'origine ont été capables de l'appliquer à nouveau). Par ailleurs même ceux qui s'en souviennent n'y ont pas forcément recours spontanément dans leur pays d'accueil. En effet, interrogés à ce sujet, les élèves expliquent ne jamais avoir réutilisé ce type de technique depuis leur arrivée en France. Certains précisent qu'ils ont eu peur que l'enseignant ne les « gronde ». On sent dans leur discours la volonté de se conformer aux attentes du système éducatif du pays d'accueil et de n'utiliser que les savoirs présentés par les enseignants français. Ainsi le transfert d'une institution à l'autre des savoirs appris précédemment paraît particulièrement complexe et l'on peut imaginer les difficultés que ces élèves vont rencontrer s'ils s'interdisent plus ou moins consciemment de recourir aux savoirs appris dans leur pays d'origine.

VI – CONCLUSIONS SUR DES PROPOSITIONS PÉDAGOGIQUES

Notre présentation visait à prendre la mesure de la complexité des tâches mathématiques auxquelles les élèves allophones nouvellement arrivés étaient confrontés. Pour ce faire, nous avons envisagé le processus d'appropriation linguistique des discours mathématiques en langue seconde, en appréhendant ces derniers non sur le seul registre verbal mais en rappelant qu'ils s'accompagnent d'autres formes de représentations et s'appuient sur des connaissances et des compétences pré-requises. Cet article a permis de présenter, de façon non exhaustive, quelques exemples pour caractériser des paramètres des conditions d'apprentissage et des difficultés susceptibles d'être rencontrées par ces jeunes en classe de mathématiques. De tels constats amènent à se décentrer de l'expérience des élèves et encouragent à la patience car le temps est nécessaire à l'entrée dans la langue seconde, à la prise de parole au vu des détours plurilingues, cognitifs, culturels, référentiels… De la sorte, quelques propositions pédagogiques (Mendonça Dias et al., 2022) peuvent faciliter la compréhension : débit de parole ralenti, reformulation adaptée linguistiquement, enregistrement multimodaux de soutien – notamment vidéos ou numériques[2] –, accès au support écrit du cours pouvant être traduit, travail avec les pairs, recours aux langues premières, encouragements pour utiliser les techniques acquises antérieurement, différenciation pédagogique (par l'adaptation du support, ou des modalités de son exploitation en laissant du temps en amont ou après, l'accès à un dictionnaire en ligne, etc.)... De même, la production des élèves appelle une certaine adaptation que ce soit pour l'oral (travail en groupe pour sécuriser la prise de parole, ralentissement pour laisser la parole, individualisation pour aller écouter l'élève, travail de reformulation favorisé avec l'élève…) et pour l'écrit (donner des « boites à mots » avec du lexique ou des structures d'expression, prendre en compte l'interlangue, laisser écrire dans sa langue en début d'apprentissage pour ne pas inhiber le travail, travailler de façon interdisciplinaire en français, faire des dictées à l'adulte…) qui

[2] Le site Binogi est conçu pour permettre aux élèves plurilingues de visionner des capsules scientifiques et faire des exercices dans la langue de leur choix (Le Pichon-Vorstman et al. 2022).

s'appuie sur la collaboration avec l'équipe éducative, notamment le professeur de français, mais aussi les intervenants périscolaires (Mendonça Dias, Millon-Fauré, 2023).

Par ailleurs, c'est également une chance d'accueillir des élèves qui ont d'autres expériences scolaires de l'activité mathématique, que ce soit au niveau de la langue et des procédures. Ainsi, ponctuellement certaines occasions, par la comparaison des langues et des techniques, pourraient permettre d'enrichir la compréhension des notions mathématiques en les appréhendant autrement. C'est ainsi que Caroline Poisard, didacticienne des mathématiques, a proposé en classe ordinaire une comparaison des façons de dire les nombres dans différentes langues et de les écrire de façon chiffrée pour travailler sur la notion du nombre avec de jeunes élèves de primaire (Poisard et al., 2022). Dans le manuel de primaire Euromania (Escudé, dir., 2008), quatre séquences mathématiques avec des exercices et leçons proposées en sept langues romanes visaient à faire travailler les mathématiques tout en développant des compétences plurilingues qui s'appuient sur l'intercompréhension. Autant de possibilités de voir l'arrivée d'un élève allophone migrant comme une rencontre interculturelle qui nous amène à plus d'attention sur notre façon de dire les mathématiques, et ce pour le profit du plus grand nombre.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Armagnague, M., Cossée C., Mendonça Dias, C., Rigoni I. Tersigni, S. (2018). Rapport de recherches EVASCOL Étude sur la scolarisation des élèves allophones nouvellement arrivés (EANA) et des enfants issus de familles itinérantes et de voyageurs (EFIV), Défenseur des droits & INSHEA.

Bautier, E., Goigoux, R. (2004). « Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle ». *Revue française de pédagogie*, 148, p. 89-100.

Beaugrand, C., Mendonça Dias, C., Bulf, C., Celi, V., Millon-Fauré, K. (2021). « Tracé du cercle et circulation des discours (deuxième partie). Approche linguistique des interactions verbales », *Petit x*, n° 114.

Brun, L. (2022). « 64 564 élèves allophones nouvellement arrivés en 2020-2021 : neuf sur dix bénéficient d'un soutien linguistique ou d'une scolarité dans un dispositif spécifique », Note d'Information, n° 22.27, DEPP.

Collier Virginia, P., Thomas Wayne, P. (1989). « How quickly can immigrants become proficient in school English? », *Journal of Educational Issues of Language Minority Students*, 5, p. 26–38.

Conseil de l'Europe (2001). Cadre européen commun de références pour les langues. [en ligne]

Coulange, L., (2014). « Les pratiques langagières au cœur de l'institutionnalisation de savoirs mathématiques », in Barrier t. et Mathé A.-C. (dir.), « Langage, apprentissage et enseignement des mathématiques », Spirale. *Revue de recherches en éducation*, n°54, p. 9-27.

Cummins, J. (1979). « Cognitive/academic language proficiency, linguistic interdependence, the optimum age question and some other matters », *Working Papers on Bilingualism* 19, p. 121–129.

Duval, R. (1995). *Semiosys et pensée humaine*, Peter Lang.

Escudé, P. (dir.) (2008). Euro-mania, « j'apprends par les langues, 8-11 ans », méthode d'apprentissage disciplinaire en intercompréhension des langues romanes – programme européen euro-mania, manuels en 6 éditions de langues différentes. EACEA /CNDP, lidel, humanitas.

Faupin, E. (2015). *Prendre la parole en classe, une gageure pour les élèves allophones arrivants : le cas des cours de français, mathématiques et histoire-géographie*. Linguistique. Doctorat Université Nice Sophia Antipolis.

Girodet, M.-A. (1996). *L'influence des cultures sur les pratiques quotidiennes de calcul*, Didier, coll. CREDIF essais.

Hache, C. (2019). *Questions langagières dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques*, Note de synthèse d'habilitation à diriger des recherches, Université Paris Diderot https://hal.archivesouvertes.fr/tel-02420979/document.

Jaubert, M., Rebière, M. (2022). « Langage et construction de savoirs dans les disciplines scolaires : communauté discursive, positionnement énonciatif et secondarisation », dans Hache C., Mendonça Dias C. (dir.), *Plurilinguisme et enseignement des mathématiques*, Lambert Lucas.

Krashen, S. D., Terrell, T. D. (1983). The Natural Approach: Language Acquisition in the Classroom. Hemel Hempstead: Prentice Hall International English Language Teaching.

Le Pichon-Vorstman, E., Cavalcante, A., Cummins, J. (2022). « L'apport de la technologie pour l'enseignement des mathématiques en contexte plurilingue canadien : une pédagogie revisitée », dans Hache, C., Mendonça Dias, C. (dir.), *Plurilinguisme et enseignement des mathématiques*, Lambert Lucas.

Mendonça Dias, C. (2012). *Les progressions linguistiques des collégiens nouvellement arrivés en France*. Villeneuve d'Ascq, publication ANRT.

Mendonça Dias, C. (2020). « Implications didactiques de l'appropriation du français sur une année scolaire, par les élèves allophones », dans Mendonça Dias C., Azaoui B., Chnane-Davin F., Allophonie. *Inclusion et langues des enfants migrants à l'école*, éd. Lambert Lucas, p. 187-201.

Mendonça Dias, C. (2021) « Les mathématiques sont une chanson douce », dans Proscolli A., Nikou C., Tsakagiannis S., Regards croisés sur la place du français dans des sociétés en mutation, *Actes du 3ème Congrès européen de la Fédération Internationale des Professeurs de Français (FIPF)*, Athènes, 4-8 septembre 2019, Dialogues et cultures, n° 66, p. 163-180.

Mendonça Dias, C. (2022). « Allophonie », dans Geiger-Jaillet A., Fonseca Favre M., Vaissière S., Verney Y. (dir.) (2022). *Abécédaire des gestes professionnels dans l'enseignement bi/plurilingue*, ADEB. [En ligne]

Mendonça Dias, C. (à paraitre). *Appropriations linguistiques et enseignements en langue seconde*. Note de synthèse d'habilitation à diriger des recherches, en sciences du langage, AMU, ADEF.

Mendonça Dias, C., Millon-Fauré, K. (2018). « French as an additional language for mathematics' purposes », dans Monnier (ed.), *Language for specific purposes in History*, Cambridge Scholars Publishing.

Mendonça Dias, C., Millon-Fauré, K., Smythe, F. (2022). « "Je comprends mais je sais pas le dire". Le cas des élèves allophones », *Au fil des maths*.

Mendonça Dias, C., Millon-Fauré, K. (2023). *Mathématiques en français langue seconde et en langues étrangères*. Collection F, Hachette FLE.

Millon-Fauré, K. (2010). « Un phénomène d'oubli au début du collège chez les élèves migrants : source de difficultés pour les apprentissages ? », *Petit x*, Irem de Grenoble, (83), p. 5-26.

Millon-Fauré, K. (2011). *Les répercussions des difficultés langagières des élèves sur l'activité mathématique en classe : le cas des élèves migrants.* Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille I, Marseille.

Millon-Fauré, K. (2020). « Analyse quantitative et qualitative des difficultés rencontrées par les élèves allophones dans leurs apprentissages mathématiques », dans Mendonça Dias C., Azaoui B., Chnane-Davin F. (coord.), *Allophonie. Inclusion et langues des enfants migrants à l'école*, Limoges, éd. Lambert Lucas, p. 203-216.

Poisard, C., D'hondt, D., Moumin, E., & Surget, E. (2022). L'éveil aux langues pour travailler sur la construction du nombre à l'école. In C. Hache, & C. Mendonça Dias. (dir). *Plurilinguisme et enseignement des mathématiques*. Éditions Lambert Lucas.

Prediger, S., Clarkson, P., Bose, A. (2016). « Purposefully relating multilingual registers: Building theory and teaching strategies for bilingual learners based on an integration of three traditions », In R. Barwell et al. (Eds.), *Mathematics education and language diversity*: The 21st ICMI Study, Cham et al., Springer, pp. 193–215.

Thomas, W., Collier, V. (2002). *A National Study of School Effectiveness for Language Minority Students' Long-Term Academic Achievement*, Final Reports, Center for Research on Education, Diversity and Excellence, UC Berkeley.

ALGORITHMIQUE AU PRIMAIRE PREMIERS RÉSULTATS D'UNE RECHERCHE EN COURS

Michèle Couderette
Enseignante chercheuse, UPEC
Laboratoire de didactique André Revuz
I IRL CRM-CNRS, Université de Montréal,
et Centre National de la Recherche Scientifique
michele.couderette@u-pec.fr

Marine VENISSE
Professeur des Ecoles, Education Nationale
EEA MOLIERE Le Mée sur Seine
marine.venisse@ac-creteil.fr

Xavier SAVY
Professeur des Ecoles Maître Formateur, Education Nationale
EEA MOLIERE Le Mée sur Seine/INSPE 77
xavier.savy@ac-creteil.fr

Clotilde ABOUT-CHEVROLLIER
Directrice Ecole Application Maître formatrice, Education Nationale
EEA MOLIERE Le Mée sur Seine/INSPE 77
clotilde.chevrollier@ac-creteil.fr

Résumé
Alors qu'au cycle 4 la programmation est un thème d'étude à part entière, au primaire algorithmique et programmation sont inscrits dans le champ des mathématiques ou des sciences et technologies, au travers d'activités de codage, de repérage et déplacements dans l'espace. Dans notre communication, nous présentons les premiers résultats d'une recherche collaborative en cours engageant plusieurs professeures d'écoles au cycle 2. Nous montrons des élèves tentant de programmer des robots de planchers pour résoudre deux situations-problèmes. Le réseau quadrillé, souvent introduit comme outil pour se repérer, devient ici objet d'étude. Nous mettons en évidence la manière dont les participants à la recherche collaborative dénouent les difficultés inhérentes à l'interdisciplinarité en élaborant un scénario autour d'un « pas de deux » (au sens gymnique du terme), les disciplines contribuant l'une à l'autre sans pour autant affaiblir les visées didactiques spécifiques à chacune.

Notre communication a porté sur un travail mené au sein d'une recherche collaborative. Celle-ci a engagé trois professeurs d'école et une chercheure en didactique des mathématiques. Cette recherche a pour but de développer des compétences professionnelles par la recherche ainsi que de produire des ressources pour la classe. Dans ces actes, nous reprenons le plan de la communication telle que nous l'avons développée lors du colloque. Nous présentons le contexte de la recherche, puis le déroulement expérimental et enfin les situations. Nous revenons enfin sur les premiers observables lors de la mise en œuvre des situations.

I - CONTEXTE DE LA RECHERCHE COLLABORATIVE

Depuis la rentrée 2016, une initiation à la programmation informatique est inscrite dans les programmes d'école primaire. Si au cycle 4, la programmation est un thème d'étude à part entière, au primaire algorithmique et programmation sont désignés comme des objets transversaux pouvant être travaillés dans le champ des mathématiques, des sciences et technologie, du langage, de la géographie… Le document *Initiation à la programmation aux cycles 2 et 3* (Éduscol) livre quelques précisions aux enseignants :

> *L'initiation à la programmation pourra être une opportunité pour des travaux interdisciplinaires : avec le champ questionner le monde au cycle 2, par exemple, autour de la question du repérage ou avec le français, dans le développement des usages du langage oral ou écrit, notamment en créant des histoires illustrées par de courtes animations créées par les élèves* (MEN, 2016, p. 1)

Au-delà du fait que l'initiation à la programmation est ici pointée comme une *opportunité* favorisant l'interdisciplinarité et que les disciplines évoquées relèvent du français et des mathématiques, on peut s'interroger sur la réception de ces préconisations par des professeurs d'école. Les enseignants perçoivent-ils cette introduction dans les programmes comme l'enseignement apprentissage de concepts informatiques ou bien comme un prétexte à la consolidation d'apprentissages « fondamentaux » ? Plusieurs recherches (Vandevelde & Fluckiger, 2020 ; Spach, 2017 ; Villemonteix, 2018) montrent que les professeurs d'école se tournent souvent vers des ressources clés en main, sans être en mesure d'identifier clairement les enjeux de savoir, privilégiant une « intention à produire chez les élèves un rapport à la découverte » (Villemonteix,2018) ou recherchant « une compatibilité avec des enseignements légitimes » (*Ibid.)* D'autres recherches (Couderette, 2016 ; Devos-Prieur & Grandaty, 2011 ; Schubauer-Léoni, Leutenegger & Forget, 2007) montrent les difficultés à mener un projet d'enseignement sous couvert de plusieurs disciplines et ce d'autant plus s'il y a un déficit de formation dans l'une des disciplines, informatique en l'occurrence (Briant, 2013 ; Couderette, 2016).

Notre recherche s'inscrit donc dans le fil de ces constats — développer des connaissances théoriques, c'est-à-dire relevant de savoirs *à* enseigner et *pour* enseigner — mais ayant aussi pour ambition de produire des ressources pour la classe. Les dispositifs construits tout au long de la recherche ont été expérimentés dans deux classes d'une école se trouvant dans un réseau d'éducation prioritaire (REP). Une des classes est un cours double CP/CE1 dirigé par une enseignante débutante (moins de 8 d'ancienneté), l'autre est un CE2 dirigé par un enseignant chevronné (plus de trente ans d'ancienneté).

II - DÉROULEMENT EXPÉRIMENTAL

Le choix des participants à la recherche collaborative a été de suivre les préconisations institutionnelles en s'inscrivant dans le transversal : les situations proposées aux élèves s'adossent à plusieurs disciplines, principalement à l'informatique, aux sciences et aux mathématiques. Nous avons utilisé des robots de plancher, des Blue-Bots, pour les potentialités rétroactives lors de l'étude de l'objet technologique en lui-même, de l'introduction de concepts algorithmiques, de l'introduction du quadrillage comme outil modélisant les déplacements du robot.

Les deux premières séances (S1 et S2) ont porté sur l'étude de l'objet technologique et l'élaboration d'un codage des déplacements du robot commun à l'ensemble des élèves. Les deux séances suivantes (S3 et S4) ont mis les élèves en situation de résolution d'un problème « programmer un Blue-Bot pour qu'il traverse un tunnel ». Enfin la dernière séance (S5) demandait aux élèves de programmer le Blue-Bot pour qu'il suive une ligne polygonale. Bien que notre communication ait porté plus particulièrement sur les séances 3 et 4, nous présentons brièvement dans la section suivante les séances ante et post pour mieux appréhender la cohérence du dispositif. La figure 1 représente le déroulement temporel des expérimentations.

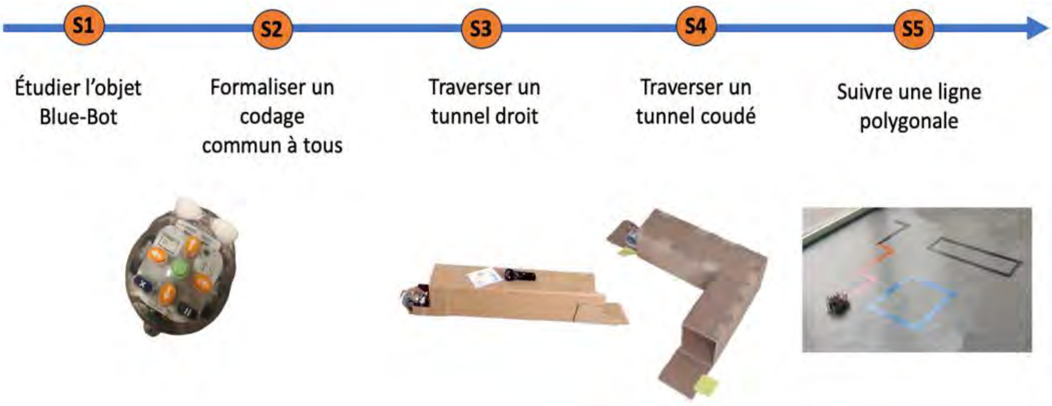
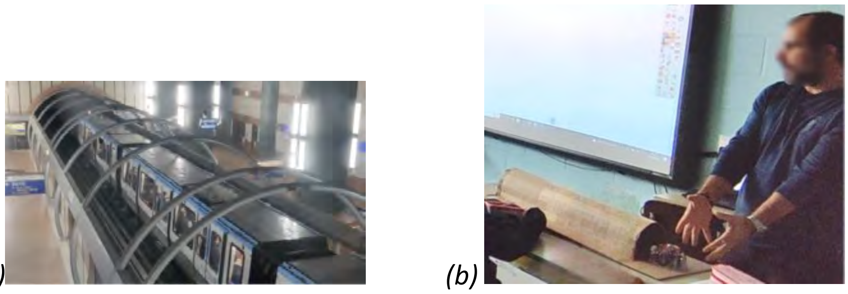


Figure 1. Déroulement temporel des expérimentations

III - PRÉSENTATION DU DISPOSITIF DIDACTIQUE

Nous avons demandé aux élèves de résoudre deux tâches, relevant d'une même situation « déplacer un robot d'un point A à un point B ». Les tâches consistaient à programmer un Blue-Bot pour qu'il traverse un tunnel droit (tâche 1) ou un tunnel coudé (tâche 2). Précisons que la visée est d'une part d'introduire des concepts informatiques, d'autre part de questionner la possibilité d'introduire une activité de modélisation au cycle 2. Dans un premier temps, une vidéo d'un métro automatique entrant dans un tunnel a été présentée aux élèves, vidéo montrant clairement l'absence de conducteur. Cette mise en contexte a permis aux élèves d'entrer plus rapidement dans la compréhension des tâches telles qu'elles ont été énoncées aux élèves :

> *On a créé en 1998 des lignes de métro automatiques. La ligne automatique, elle est programmée pour fonctionner toute seule : s'arrêter à une station, se déplacer dans un tunnel, et s'arrêter à une autre station. Regardez bien [figure 2a]. Il n'y a plus de conducteur, ça s'arrête tout seul. Votre mission, votre problème, c'est comment on programme une ligne de métro. Le métro automatique, c'est comme un robot.*
>
> *Je vous présente le métro Blue-Bot [figure 2b]. Je ne peux pas creuser en souterrain pour faire un tunnel. Je vous propose... un tunnel de métro. On est bien d'accord que votre métro, enfin je veux dire le Blue-Bot, il va devoir partir de notre station, une station A, il va falloir qu'on le programme pour qu'il se déplace dans le tunnel et qu'il arrive pile à la station B. On ne veut pas qu'il arrive ailleurs que dans cette zone-là. Le petit problème, c'est qu'il ne faut pas notre Blue-Bot reste bloqué dans le tunnel. Donc il va falloir trouver quelque chose pour essayer en un seul essai d'arriver à la station B.*



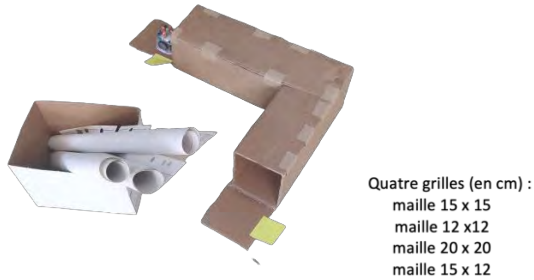
(a) (b)

Figure 2. Extrait de la vidéo (a) et présentation du métro Blue-Bot (b)

Les tunnels proposés aux élèves ont été fabriqués de manière contraignante : (i) en carton sans la moindre marque pouvant indiquer leur longueur, (ii) suffisamment longs pour que les élèves ne puissent pas agir sur le Blue-Bot au cours de son déplacement. De ce fait, les élèves étaient amenés à anticiper les déplacements dans leur entièreté et donc à produire puis tester un programme complet. Ce faisant, ils répondaient à un premier principe au cœur de la programmation, l'anticipation.

Pour résoudre les deux problèmes, les élèves avaient à leur disposition des bandes ou plans quadrillés selon des unités de mesure différentes (figure 3). Seule une bande ou un plan permettait d'obtenir un programme correct.

(a)



(b)

Figure 3. Tunnel droit et bandes graduée (a) ; tunnel coudé et plans quadrillés (b)

Les bandes et plans quadrillés ont été construits de telle façon qu'ils pouvaient tous convenir pour mesurer les tunnels. Ainsi, par exemple, pour la première tâche, toutes les bandes proposées aux élèves permettaient de mesurer les tunnels, mais une seule était en « pas Blue-Bot » ! L'opportunité d'un prêt de « robot-souris » en fin de séquence, d'un pas différent de celui du Blue-Bot, a montré que la mesure des tunnels dépendait de l'étalon choisi, et que cette donnée était particulièrement importante pour programmer les robots.

IV - PREMIERS OBSERVABLES LORS DES EXPÉRIMENTATIONS

1 Un objet se révélant problématique : le Blue-Bot !

Signalons tout d'abord que le Blue-Bot, bien que son nom sous-entende qu'il soit un robot, est un automate. Il réagit à la pression de touches positionnées sur le capot et non à des évènements provenant de son environnement. Par commodité, nous garderons cette terminologie. La manipulation du Blue-Bot fait apparaitre plusieurs sources potentielles de difficultés pour des élèves de cycle 2.

Les Blue-Bots sont des objets orientés ce qui demande à l'élève de *repérer chaque déplacement dans le repère du Blue-Bot* et non pas par rapport à lui-même.

Les déplacements sont commandés différemment selon que l'on change de direction ou pas : pour avancer et reculer, une seule commande suffit alors que tourner, deux sont nécessaires, l'une pour indiquer la direction (pivoter à droite ou à gauche) l'autre pour avancer.

Vider la mémoire s'opère par la touche « X ». Si la mémoire contient un premier programme, les nouvelles instructions se rajoutent à celles du programme initial. Or rien ne permet à l'élève de savoir si la mémoire est vide. Cet *aspect cumulatif de saisie des commandes* ne facilite ainsi pas l'interprétation des rétroactions du Blue-Bot.

Enfin, *la longueur du pas du Blue-Bot est très proche de sa taille* ce qui, nous le verrons par la suite, induira une technique non attendue de résolution du problème « traversée du tunnel droit ».

2 Vivre l'interdisciplinarité : quel dispositif mésogénétique ?

Dans cette section, nous décrivons les dispositifs didactiques et cherchons à préciser pour chacune des séances, l'enjeu principal ainsi que les disciplines contribuant à la construction des savoirs.

Les deux premières séances avaient pour but d'étudier l'objet technologique (séance 1) et de formaliser un code commun à tous pour décrire les déplacements du Blue-Bot (séance 2). Si la fonction des actionneurs pour avancer ou reculer est apparue évidente pour les élèves, celle pour pivoter à droite ou à gauche fut moins immédiate et celle du bouton permettant de vider la mémoire du robot plus difficile à comprendre. Or ces connaissances, et particulièrement celles relatives à la notion de mémoire informatique, étaient nécessaires pour que les rétroactions du Blue-Bot soit interprétables. La communication entre élèves d'un programme demandait l'élaboration d'un langage commun à la classe. Ces deux séances ont de ce fait fourni les ingrédients nécessaires aux milieux didactiques des séances suivantes.

La tâche de la troisième séance consistait à programmer le robot pour qu'il se déplace d'une station A à une station B en traversant un tunnel droit. Si pour les élèves, il s'agissait d'agir sur le Blue-Bot et de le programmer, la visée didactique principale des enseignants était autre et s'inscrivait dans le champ des mathématiques, en particulier celui de la mesure : mesurer dans des systèmes non conventionnels et investiguer pour déterminer la bande utile à la programmation du robot (figure 4).

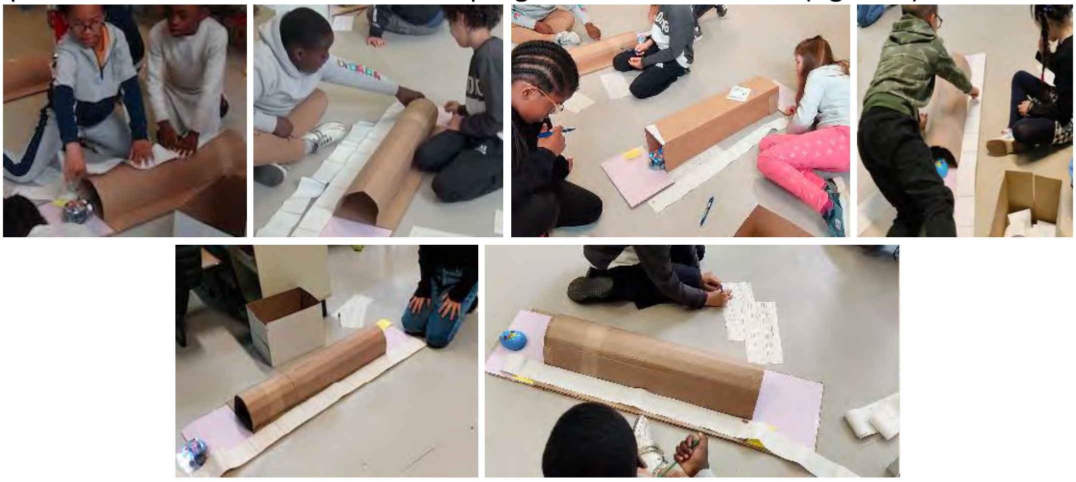


Figure 4. Recherche de la mesure des tunnels en pas Blue-Bot par les élèves

Nous avons observé des élèves prendre en compte l'ensemble du dispositif (quais et tunnel) pour ensuite se rendre compte que seule la mesure du tunnel importait, d'autres placer au hasard la bande sur le tunnel sans tenir compte du quadrillage, d'autres encore expliquer à leurs camarades les moment clés dans l'activité de mesurage. La notion de mesure et d'étalon a pu être approchée (CP/ CE1) ou consolidée (CE2) : avec la bande A, le tunnel mesure 4, mais avec la bande B, il mesure 3 et avec la bande C, il mesure 5. Enfin, nous avons observé les élèves développer une démarche d'investigation par essai/erreur pour déterminer la bande adéquate. Ce faisant, en cherchant à résoudre une tâche de programmation simple, les élèves ont travaillé principalement des compétences et savoirs mathématiques, savoirs qu'ils ont pu réinvestir dans les séances suivantes. Dans la mesure où l'anticipation est un principe premier de la programmation informatique**,** nous aurions pu prolonger la séance en demandant aux élèves d'écrire un programme pour une traversée d'un tunnel de longueur n dans les mêmes conditions (Blue-Bot à l'entrée et la sortie du tunnel) et observer si les élèves auraient été capables de prévoir un déplacement de n+1 sans manipulation. Ce prolongement sera expérimenté lors de la poursuite de la recherche.

Lors de la quatrième séance, il s'agissait de programmer un robot pour qu'il se déplace d'une station A à une station B mais cette fois-ci en traversant un tunnel coudé. Les élèves avaient à leur disposition plusieurs plans quadrillés (figure 5). Si pour les élèves, la tâche restait identique — programmer le Blue-Bot —, les connaissances et compétences travaillées lors de la troisième séance ont permis de s'orienter vers des objectifs informatiques : notions de programme informatique, de codage, d'instruction, de mémoire. Nous avons observé des élèves réinvestir et améliorer les procédures de la séance précédente : (i) test des plans quadrillés par déplacement d'un Blue-Bot sur chacun, écriture du programme pour le quadrillage retenu puis test du programme dans le tunnel, d'autres plaçaient le plan sur ou sous le tunnel, écrivaient un programme pour chacun puis testaient avec le Blue-Bot, d'autres encore se contentaient de vérifier que les mailles du plan correspondaient sensiblement à la longueur du Blue-Bot pour déterminer le plan puis écrivaient un programme.

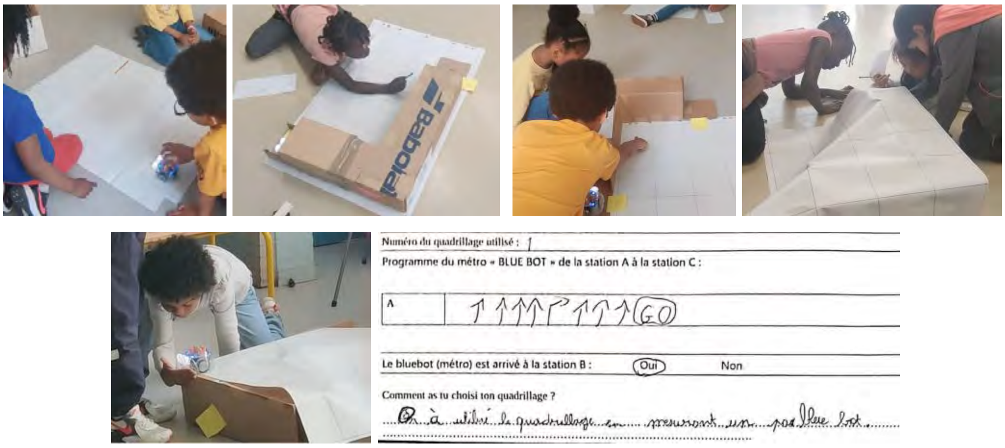


Figure 5. Recherche du programme en pas Blue-Bot pour la traversée du tunnel

Cette dernière procédure nous semble problématique (*cf.* section précédente). Ainsi que le fait remarquer un des participants à la recherche :

> *Certains élèves se servent de la taille du robot pour choisir la bande [quadrillage] quadrillée. Et comme leur taille correspond à leur déplacement, les élèves ont raison. Le problème c'est que le matériel risque de leur donner une mauvaise représentation de ce qui se joue ici : la taille du robot ne devrait avoir aucun rapport avec la longueur de son déplacement : un petit robot peut très bien faire un pas plus grand qu'un grand robot.* (Ens1, mai 2023).

La principale difficulté des élèves pour programmer le Blue-Bot s'est située au niveau du pivotement. Sur quelle case prévoir le pivotement ? Mettre le tunnel sur le quadrillage ou du côté intérieur du tunnel ne les a pas dépêtrés : le Blue-Bot entrait en collision dans le tunnel… Une solution est venue d'un groupe d'élèves qui a proposé de placer le quadrillage sur le tunnel. L'utilisation du côté d'un quadrillage comme d'une bande déplacée le long du tunnel du côté extérieur a ensuite permis de dénouer cette difficulté (figure 6).

Figure 6. Déplacement d'un plan sur le côté extérieur du tunnel

La cinquième séance était tournée vers des objectifs informatiques : il s'agissait de simuler une instruction « répéter » en utilisant la mémoire de la Blue-Bot. Nous avons proposé aux élèves de programmer un robot pour qu'il suive des lignes polygonales. Afin d'aider les élèves à repérer les récurrences, deux lignes polygonales étaient tricolores et non fermées et deux autres représentaient un rectangle et un carré de couleur noire. Les élèves avaient à disposition des bandes quadrillées dans le pas du robot (figure 7).

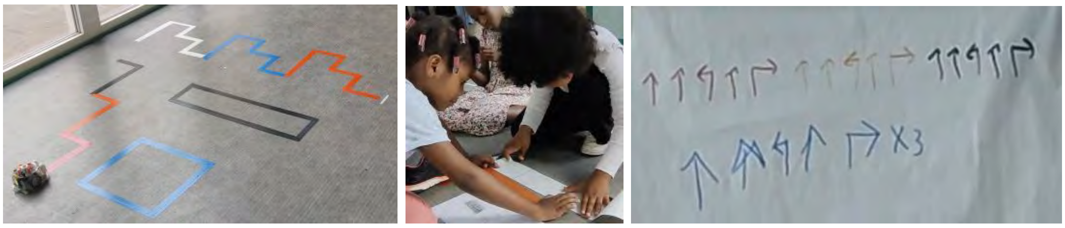


Figure 7. Programmation de motifs récurrents

Seule la classe de CP/ CE1 a eu le temps d'expérimenter. La plupart des élèves ont parcouru les parcours colorés. Deux binômes de CE1 ont réussi les quatre parcours en tenant compte des instructions se répétant pour programmer les circuits carrés et rectangulaires : les élèves ont appuyé sur la touche GO pour effectuer la répétition des instructions. Cette manière de faire a permis d'affiner la compréhension de la notion de mémoire informatique qui demeurait encore obscure pour beaucoup d'élèves. En effet, lors des séances précédentes, ainsi que l'observe les enseignants, « les élèves [appuient] systématiquement [sur la touche « croix *»] sans forcément réfléchir à l'utilité de garder un programme en mémoire pour tester les bandes* ».

Finalement, au terme de la séquence, plusieurs disciplines ont été convoquées : mathématiques, informatique, technologie et langage. Le tableau 1 résume les notions et concepts travaillés.

Mathématiques	*Grandeurs et mesures, démarche d'investigation* Utiliser une bande graduée : quelle unité de mesure ? Utiliser un quadrillage : quel système de lignes et pourquoi ? Mesurer dans un système non conventionnel.
Informatique	Anticipation. Algorithme : écriture en langage naturel du déplacement visé. Programme : écriture dans le langage du robot du déplacement visé. Mémoire informatique. Itération.
Technologie	Fonctionnement des robots. Fonction des actionneurs.
Langage	Codage

Tableau 1. Enjeux de savoir visés pour chacune des disciplines

V - BRÈVE CONCLUSION

Dans cette communication, nous avons cherché comment, tout en restant dans l'esprit du programme, dénouer les difficultés inhérentes à un projet engageant plusieurs disciplines. La figure conclusive (figure 8) précise les disciplines engagées dans chacune des séances ainsi que, en gras, la discipline principale en termes de savoirs visés. Nous montrons ainsi la manière dont nous avons construit le scénario pour que, d'une séance à la suivante, chacune des disciplines fournisse à la suivante les éléments nécessaires à la construction de savoirs, que ceux-ci soient mathématique ou informatique.

Figure 8. Scénario global de la séquence

Pour conclure, nos résultats rejoignent ceux de travaux récents (Mari, 2022 ; Mari et al., 2022 ; Mari, 2023) montrant qu'un « entrelacement » entre savoirs instrumentaux, savoirs mathématiques et savoirs informatiques en permettant une autre approche, favorisent la construction de savoirs et compétences dans le domaine de la géométrie spatiale.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Briant N., (2013). Étude didactique de la reprise de l'algèbre par l'introduction de l'algorithmique au niveau de la classe de seconde du lycée français. Thèse de doctorat. Université Montpellier 2.

Couderette M. (2016). Enseignement de l'algorithmique en classe de seconde : une introduction curriculaire problématique, Annales de didactiques et de sciences cognitives, 21, 267-296

Mari. E (2022). Potentialités de la robotique pédagogique pour le développement de connaissances spatiales à l’école. Education. Aix Marseille Université (AMU), Marseille, FRA. ⟨NNT : ⟩. ⟨tel-03872631⟩

Mari, E., Millon-Faure, K., & Assude, T. (2022). Programmable Floor Robots and Spatial Knowledge with 6-7-year-old Students. International Journal for Technology in Mathematics Education, 29(2), pp. 87-96. [Catégorie SJR : Computational Theory and Mathematics]

Mari, E. (2023). Robotique et connaissances spatiales. Dans Guille-Biel Winder C., Assude T. (coord.) Articulations espace sensible, espace graphique, espace géométrique. Ressources, pratiques et formation (pp.129-138). Londres : ISTE Science Publishing.

Devos, O., Grandaty, M. (2011). Les retombées de la formation continue : étude comparée des contenus enseignés en EPS et en ML chez un PEMF et un PE. 2e Colloque international de l’ARCD “ Les contenus disciplinaires”, Lille 3, 20-22 Janvier

Schubauer-Leoni, M.L., Leutenegger, F. , Forget, A. (2007). L'accès aux pratiques de fabrication de traces scripturales convenues aux commencements de la forme scolaire : interrogations théoriques et épistémologiques. Éducation & didactique, 1(2), 7-35

Spach M. (2017). Activités robotiques à l’école primaire et apprentissage de concepts informatiques : quelle place du scénario pédagogique ? Les limites du co-apprentissage. Université Sorbonne Paris Cité, 2017. Français.

Vandevelde I., Fluckiger C. (2020). L'informatique prescrite à l'école primaire. Analyse de programmes, ouvrages d'enseignement et discours institutionnels. Colloque Didapro-Didastic 8, Lille, France.

Villemonteix F. (2018). Entre savoir-faire et devoir-faire, quelle légitimation des pratiques pédagogiques de l’informatique à l’école primaire ? 5e colloque international en éducation. Symposium « Enseignement et apprentissage de l’informatique à l’école primaire », Montréal, Canada.

PRATIQUES ENSEIGNANTES EN MATHEMATIQUES DANS UN CONTEXTE DE CLASSES A SUREFFECTIF AU BENIN

Jeanne KOUDOGBO
Professeure agrégée, Université de Sherbrooke, Canada
Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage - CREA
Jeanne.Koudogbo@USherbrooke.ca

Henri DANDJINOU
Université d'Abomey-Calavi (UAC), Bénin,
Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques (IMSP)
henri.dandjinou@imsp-uac.org

Résumé

Cet article présente les résultats préliminaires d'une recherche sur les pratiques enseignantes (PE) en mathématiques dans un contexte de classe à sureffectif au Bénin. Pour cela, l'étude réfère aux travaux sur les PE (Robert, 2010 ; Rogalski, 2008) et ce qui les caractérise : l'action pédagogique, la tâche et l'activité mathématique (enseignant, élève). Une recension des écrits montre que les PE sont un sujet qui est absent dans les recherches réalisées en Afrique subsaharienne, celles-ci correspondant à des rapports de recherche (Koffi, Golly, Aby et al, 2021) ou portant sur la pédagogie des grands groupes (Conombo, Ouattara, Tapsoba, et Pottiez, 1996). Il s'avère pertinent de décrire les PE, en ce qu'elles peuvent faire voir dans le contexte d'enseignement dans la scolarité obligatoire au Bénin, vu l'insuffisance en formation continue et en ressources didactiques et les adaptations pouvant y prévaloir. À cela s'ajoutent des contraintes pour répondre aux besoins mathématiques des élèves, favoriser l'accès au savoir et les apprentissages. Ainsi, à partir d'une recherche qualitative (Paillé & Mucchielli, 2021), les verbatim des données collectées (vidéos d'une séance en 5^{e} année primaire, entretiens, traces écrites d'élèves et captures du tableau noir) ont fait l'objet d'analyses didactiques et mathématiques (analyse des tâches planifiées et de la séance et des interactions). Les résultats issus de la recherche éclaireront, d'une part, les PE en contexte de classes à sureffectif, les enrichissant sur le plan de l'avancement des connaissances et, d'autre part, la formation initiale et continue, avec des retombées sur les PE et l'apprentissage des élèves.

I - INTRODUCTION ET PROBLEMATIQUE

Cet article découle d'un projet plus large de recherche collaborative concernant les pratiques enseignantes (lire désormais PE) en mathématiques telles que mises en œuvre dans des contextes particuliers d'enseignement, les classes à sureffectif des écoles élémentaires et collégiales en Afrique, au Bénin. Particulièrement, c'est à la suite d'un séjour scientifique au Bénin de la première autrice de cet article, que le besoin s'est fait sentir d'approfondir la collaboration autour d'un tel projet de recherche sur les PE. Or, en matière de PE, chaque contexte a sa propre réalité, son programme de formation mathématique, entre autres, de telle sorte qu'une recherche exploratoire s'impose. C'est de cette dernière que traite notre article, la recherche collaborative plus élargie fera l'objet d'un autre article.

Étant donné que les PE s'imprègnent des réalités du milieu dans lequel elles s'actualisent et que la recherche se réalise au Bénin, un pays en développement, diverses contraintes institutionnelles, personnelles, sociales, peuvent les influencer. Par exemple, l'importance des effectifs des classes est notable. En effet, les problématiques liées aux classes à sureffectif, à grand groupe, avec un nombre pléthorique d'élèves, supérieur à 50, voire 120, dans certains cas sont présentes. Ce qui n'est pas le cas des pays, comme le Canada ou la France, où l'effectif tourne autour de 25, voire 30 élèves. Dans ces classes, la présence d'élèves scolarisés en français, une langue autre que celle maternelle, peut engendrer des difficultés à cause de la barrière langagière et de l'hétérogénéité des élèves et influer sur le processus d'enseignement-apprentissage, à l'instar des classes d'accueil, au Québec et en France où sont scolarisés les élèves allophones (Koudogbo et al., 2016 ; Millon-Fauré, 2011).

Des études ont montré par ailleurs que la formation initiale ne prépare pas assez les enseignants à la gestion de l'hétérogénéité. Pour Moussi et Luczak (2020), 78% des enseignants expérimentés déclarent s'y être autoformés et les débutants (35%) déplorent le manque d'exemples concrets. Ils interviennent alors par tâtonnements selon leur expérience (Chaudet et Galasso-Chaudet, 2015) ou se centrent sur les approches traditionnelles visant le groupe-classe (Bergeron, Rousseau et Leclerc, 2011). De surcroit, si les mathématiques sont une discipline incontournable dans la formation obligatoire des élèves (UNESCO, 2023), son enseignement pose aux enseignants des problèmes de compréhension et de maîtrise des concepts (Adihou, 2011 ; Morin, 2008) et son apprentissage, des difficultés aux élèves.

En mathématiques, résoudre des problèmes est une des compétences promues par les programmes d'études de plusieurs pays, incluant le Bénin. La résolution de problèmes peut être enseignée comme un objet d'apprentissage, à partir d'une démarche de résolution avec des étapes, comme celles introduites dans les études de Polya (1945) : la compréhension du problème, la conception d'un plan, l'exécution du plan élaboré suivie de l'obtention de la solution, sa vérification ou validation. Cependant, résoudre un problème ne se limite pas à apprendre une démarche de résolution ou un processus. Mercier (2008) évoque une certaine « démathématisation » où résoudre des problèmes équivaudrait à apprendre à résoudre un problème ou résoudre pour résoudre. Des techniques ou trucs mathématiques (Adihou et Marchand, 2019) sont alors utilisés pour être appliqués par l'élève. Mais résoudre un problème, c'est aussi un moyen pour apprendre des concepts et pour donner du sens aux mathématiques, par une appropriation du problème et sa compréhension. C'est pourquoi, Radford (1996) précise qu' :

> *[..] on ne peut pas demander à l'élève d'avancer un plan suite à la lecture du problème. La compréhension et l'élaboration d'un plan ne sont pas des « étapes » indépendantes ; ce sont des processus interreliés. Probablement qu'il serait plus fructueux de demander à l'élève d'essayer de plonger dans le problème, d'essayer des solutions possibles »* (p. 28-29).

Si la résolution de problèmes est considérée comme un objet d'apprentissage et un moyen pédagogique pour apprendre les mathématiques, elle peut s'avérer, pour Koudogbo et al., (2016) et Theis et al., (2014) un défi pour les élèves en général et, davantage encore, pour ceux en difficulté ou à besoins particuliers. En effet, résoudre un problème nécessite, pour l'élève, les prérequis notionnels, l'accès à la consigne et l'engagement dans la tâche. D'où l'importance de faire un rappel des connaissances pour favoriser chez les élèves l'accessibilité au problème (Jackson et al., 2012). Pour l'enseignant, se posent des défis mathématiques, didactiques et pédagogiques liés au choix ou à la conception des problèmes, leur planification et mise en œuvre en classe pour que les élèves les résolvent et apprennent. Ces questions touchent les PE : ce que les enseignants disent et font "avant, pendant et après la session".

À la lumière de ce qui précède, enseigner les mathématiques dans un contexte de classe à sureffectif rime avec des attentes et diverses contraintes, dont celles institutionnelles (programme scolaire, documents officiels prescrits, ressources didactiques) et impose des adaptations en fonction des réalités qui prévalent et qui peuvent influencer les PE. Dans ces conditions, les PE en mathématiques, notamment, soulèvent des interrogations, car elles semblent très peu documentées, voire quasi inexistantes dans la recension des écrits scientifiques des pays en développement. En effet, les travaux disponibles consistent plutôt en des rapports de recherche (Koffi et al., 2021) ou visent des pratiques d'enseignement ou pratiques de classes ou encore s'inscrivent plutôt en pédagogie des grands groupes (Conombo et al., 1996) et non en didactique des mathématiques.

En ce sens, il s'avère pertinent de réaliser cette étude qui présente un fort intérêt en didactique des mathématiques pour comprendre les PE, en ce qu'elles peuvent faire voir dans le contexte d'enseignement dans la scolarité obligatoire au Bénin. Dans ce contexte, l'apprentissage des mathématiques y est incontournable dans la réussite scolaire, avec l'importance de la résolution de problèmes. Cependant, il y a une insuffisance en formation continue et en ressources didactiques. À cela s'ajoutent les contraintes et les adaptations pour satisfaire les besoins mathématiques de chaque élève et ceux du groupe-classe.

Pour ce faire, la question générale est la suivante : Que nous renseignent les pratiques enseignantes en mathématiques mises en œuvre autour de la résolution de problèmes dans un contexte de classe à sureffectif au primaire ? L'objectif général qui en découle est de documenter les pratiques enseignantes en mathématiques mises en œuvre autour de la résolution de problème dans un contexte de classe à sureffectif. Ainsi, deux objectifs spécifiques émergent : 1) Décrire les tâches proposées pour planifier la situation d'enseignement-apprentissage autour de la résolution de problèmes. 2) Analyser les pratiques enseignantes lors de la mise en œuvre de la situation d'enseignement-apprentissage.

Dans les sections qui suivent, nous présenterons d'abord les assises théoriques fondant l'étude. Ensuite, nous exposerons les éléments méthodologiques. Enfin, les résultats et leurs discussions seront introduits avant d'ouvrir sur les éléments conclusifs dont les retombées et perspectives de l'étude.

II - ELEMENTS THEORIQUES

L'étude s'appuie sur la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2010 ; Rogalski, 2008) qui permet l'analyse des PE selon l'action pédagogique, la tâche et l'activité et les composantes des PE.

1 Les pratiques enseignantes (PE) et l'action pédagogique

D'emblée, les PE sont l'ensemble des pratiques dans leur globalité à la fois les pratiques d'enseignement et d'apprentissage telles que mises en œuvre en classe et les pratiques telles qu'elles se déroulent en dehors de la classe, avec le travail que fait l'enseignant, en interdépendance avec ce qui se fait en classe. Elles concernent ce que dit et fait l'enseignant avant, pendant et après la classe. Les PE sont un objet emblématique des sciences de l'éducation. Elles sont étudiées par plusieurs chercheurs en didactique des mathématiques. Au cœur des PE se trouve l'action pédagogique.

L'**action pédagogique** s'inscrit dans les phases préactives, interactives et postactives pendant lesquelles l'enseignant prend des décisions et effectue des choix (Cloes et al., 1991). La phase préactive équivaut à la planification ; ce sont les décisions concernant l'enseignement-apprentissage d'un concept, la progression et l'articulation des tâches proposées aux élèves ainsi que les choix didactiques qui en découlent. La phase interactive renvoie au déroulement de l'action pédagogique, aux pratiques d'enseignement en classe, lorsque l'enseignant met en œuvre ce qu'il a planifié et gère les interactions avec les élèves. La phase postactive repose sur l'analyse de ce qui s'est passé pour évaluer les résultats de l'action pédagogique en vue d'assurer la continuité et l'amélioration de l'enseignement. En gros, les PE englobent la planification des séances, la gestion pédagogique et le retour réflexif (Robert, 2010 ; Rogalski, 2008 ; Robert et Rogalski, 2002a et b).

Par ailleurs, au cœur de l'action pédagogique, il y a lieu de distinguer la **tâche** et l'**activité**. **La tâche relève des élèves.** C'est ce qu'ils doivent faire, mathématiquement, ce qu'ils doivent résoudre du point de vue des mathématiques. **L'activité – mathématique –** c'est ce que les élèves pensent, disent ou écrivent lorsqu'ils résolvent une tâche (Robert et Rogalski, 2002a et b ; Rogalski, 2008). Ce sont donc les actions observables ou non (invisibles) induites par une tâche. Celles-ci consistent en **la tache effective**, laquelle influence les apprentissages. Quant à **l'activité de l'enseignant**, elle repose sur sa médiation en classe, quand les élèves résolvent la tâche. Cette médiation s'insère dans l'une des cinq composantes des PE qui sont développées dans la section suivante. De plus, l'activité de l'enseignant comporte une dimension invisible à l'observateur. C'est « le réel de l'activité qui correspond au versant cognitif de l'activité de l'enseignant, à la dimension invisible ou cachée de cette activité » (Altet et al., 2004, p.110)

2 Les cinq composantes des pratiques enseignantes

Dans les PE, cinq composantes interreliées déterminent les choix des contenus, leur structuration et leur pilotage en classe (Robert, 2010 ; Robert et Rogalski, 2002a et b). La composante cognitive concerne la planification des tâches à proposer aux élèves pour les amener à utiliser et à construire des connaissances. Elle fonde les choix de l'enseignant des contenus et des tâches, leur organisation et progression, ainsi que les anticipations liées à la mise en œuvre de la séance. La composante médiative est tout ce que fait l'enseignant comme médiateur entre le savoir et les élèves : l'organisation du travail des élèves, le discours qu'il tient en classe et l'accompagnement (Chesnais, 2020). Elle s'ancre ainsi dans le déroulement de la séance en classe, au cours duquel peuvent être mis en œuvre, les processus de dévolution et d'institutionnalisation développés dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), notamment. Les trois autres composantes aident à saisir comment l'enseignant investit des contraintes qui influencent ses pratiques selon l'exercice de son métier. Ce sont, les composantes institutionnelles imposant un certain nombre de prescriptions (programme, horaires et ressources...), personnelles (parcours personnel, formation, représentations) et sociales (milieu social des élèves, travail avec les pairs, choix collectifs et habitudes professionnelles).

III - ELEMENTS METHODOLOGIQUES

1 Type de recherche et processus

Les données collectées et analysées s'insèrent dans une recherche collaborative plus large comme nous l'avions précisé. Mais pour atteindre l'objectif général, documenter les PE en mathématiques telles que mises en œuvre dans un contexte de classes à sureffectif, une recherche exploratoire qualitative (Paillé & Mucchielli, 2021) s'impose. Considérant cet objectif, l'étude s'inscrit dans une visée herméneutique pour comprendre les PE, les rendre intelligibles par l'observation. Celle-ci permet de s'imprégner de la situation (Patton, 2015) effectivement mise en œuvre en contexte d'enseignement et d'apprentissage.

Concernant le **processus de la recherche**, nous avons d'abord eu une rencontre avec les participants, dont Isa, pour initier la recherche, présenter le processus et les attentes réciproques. Puis, nous avons traité les considérations d'ordre éthique (caractère volontaire, libre et éclairé de la participation, bénéfices potentiels pouvant en être tirés, anonymat, confidentialité, conservation des données, utilisation, diffusion et formulaires de consentements). Enfin, nous avons collecté les données en mars-avril 2023. Pour ce faire, nous avons eu un premier séjour dans la classe d'Isa, enseignante sélectionnée parmi les participants, pour observer une séance de mathématiques sans la filmer. Le but étant, pour la chercheuse principale, de se familiariser avec le milieu d'étude. Nous avons après réalisé l'observation d'une séance ordinaire et des entretiens que nous détaillons plus loin.

2 Site, participants, collectes et traitements des données

Nous avons recueilli les données lors de la résolution de tâches mathématiques sur la mesure d'aire, dans une classe de 5e année du primaire, cours moyen - CM1, au Bénin. C'est la classe de l'enseignante Isa, un pseudonyme que nous lui avons attribué pour garantir l'anonymat. Isa a 16 années d'expérience en enseignement au primaire et a reçu une formation initiale et quelques formations continues. La classe compte 56 élèves, dont 31 filles et 25 garçons, âgés de 10 à 11 ans, scolarisés en français, une langue autre que celle maternelle. Plusieurs hétérogénéités caractérisent ces élèves : linguistiques, niveaux en mathématiques, leurs parents issus de milieux socio-professionnels défavorisés ou moyens et certains d'entre eux sont affectés par l'analphabétisme ou un rapport mitigé aux mathématiques. Par ailleurs, vu la particularité du contexte de classe à sureffectif, il s'avère opportun de dresser un panorama de la salle de classe.

La configuration et l'organisation spatiale de la classe diffèrent sensiblement selon d'autres contextes d'enseignement en Occident (Québec, France ou Suisse...). Selon les normes institutionnelles, elle s'étend environ sur une soixantaine de mètres carrés (9mx7m). Le bureau d'Isa se trouve à l'entrée de la salle. Un grand tableau noir couvre chacun des deux murs opposés. Les meubles sont juxtaposés et organisés en trois rangées : ce sont de grandes tables avec de longs bancs qui y sont fixés. Le nombre d'élèves par table varie ($n \leq 6$) selon la grandeur des bancs et des tables. Néanmoins, outre les allées, il n'y a pas d'espace entre les bancs pour permettre d'accéder aisément à ce que font ou disent les élèves, lorsqu'ils résolvent des tâches.

En outre, le choix du corpus des données tient compte de la visée herméneutique de l'étude. Ainsi, une importance est apportée aux différentes traces et aux observables pour documenter les PE : les gestes professionnels, les interactions langagières au sein de la classe entre Isa et les élèves. Pour cela, nous avons réalisé l'enregistrement vidéo d'une séance portant sur la mesure à partir de tâches de conversion d'unités de mesure et d'une résolution de problème sur la mesure d'aire dont la visée principale est la démarche sous-jacente. L'objectif est de saisir l'activité effective en classe, durant la phase interactive. L'observation a été réalisée par la chercheuse principale, à partir d'un enregistreur vidéo et audio. Mais pour mieux documenter les pratiques, il a été nécessaire de considérer d'autres traces. Ainsi, la chercheuse principale a réalisé des discussions sous formes d'entretiens semi-dirigés pré et post séance auprès d'Isa. Ceux-ci visent à saisir le rationnel guidant la planification de la séance et recueillir ses intentions : tâches à proposer aux élèves, ses attentes sur la mise en œuvre en classe et son retour réflexif sur ce qui a été joué finalement. Notons que les données d'observation et d'entretiens ont d'abord été transcrites en verbatim, puis traitées, par leur mise à plat et la construction du déroulement chronologique de la séance. Ces données ont été exploitées et découpées en phases en vue des analyses, avec le repérage de faits emblématiques pouvant éclairer les PE en fonction des trois phases de l'action pédagogique des PE, leurs composantes et leurs interrelations.

Pour compléter les données, nous avons pris en compte la documentation : la fiche pédagogique de la séance planifiée par Isa, les photos que nous avons prises des traces écrites sur l'ardoise des élèves et celles inscrites au tableau noir, des captures d'écran d'extraits de vidéo et les notes de terrain du journal de bord lors de l'observation de la séance. Cela nous a permis de capter les informations pouvant éclairer les interactions didactiques, les actions faites par Isa ou par l'un(e) ou l'autre des élèves.

3 Analyse des données

Pour analyser les PE, nous avons privilégié deux points de vue interreliés à la fois didactique et ergonomique, pour les contenus et les interactions didactiques. Ainsi, en vue de documenter les trois phases de la PE (Altet, 2002; Robert, 2010; Rogalski, 2008), nous avons réalisé des analyses liées aux trois des composantes des PE et leur articulation : 1) la composante institutionnelle pour une analyse préliminaire des mathématiques à enseigner prescrites, les savoirs en jeu et les visées et contraintes; 2) celle cognitive liée aux analyses de la séance selon le projet d'enseignement autour des tâches proposées dans la fiche pédagogique par Isa ; et 3) la composante médiative grâce aux analyses de la mise en œuvre en classe, par les interactions en classe et l'activité générée. Par conséquent, il est possible de conjuguer le travail de l'enseignant avec les aspects didactiques de la TSD (Brousseau, 1998).

Nous avons analysé la séance selon les tâches proposées et les interactions didactiques les fondant, en décrivant l'activité d'Isa et celle des élèves. Il a ainsi été possible d'analyser les moments de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation, grâce aux observables (actions, verbalisations, écrits), en plus de la planification qui les préside, selon les éléments conceptuels des PE. Bien évidemment les composantes personnelles et sociales sont considérées pour trianguler les données, grâce à l'analyse réflexive d'Isa sur la séance et aux effets potentiels du contexte de classe à sureffectif. Dans la prochaine section nous présentons les résultats pour chacun des objectifs et en fonction des unités de sens des PE.

IV - RÉSULTATS

Pour répondre au premier objectif de la recherche, nous considérons la phase préactive et les composantes institutionnelles et cognitives, à travers la présentation des résultats par deux entrées : l'analyse institutionnelle des savoirs en jeu et celle de la conception et la planification de la séance. Pour répondre au deuxième objectif de la recherche, nous analysons la mise en œuvre ou la pratique d'enseignement en classe autour de la résolution des tâches proposées lors de la phase interactive.

1 Savoir en jeu et contraintes institutionnelles

La séance planifiée et mise en œuvre a porté sur l'utilisation de la mesure d'aire à travers la résolution d'un problème additif. Les programmes d'études du primaire, au Bénin, accordent une place importante à la résolution de problèmes, qu'elles classent parmi les valeurs d'ordre intellectuel (Institut National pour la formation et la recherche en éducation - INFRE, 2002, p. 5) :

> *[..] Elles ont trait à : […] l'aptitude à la résolution de problèmes, c'est-à-dire savoir distinguer les causes des effets, formuler des hypothèses et les discuter, faire le choix des solutions et les soutenir, développer l'activité mentale, favoriser l'imagination, l'abstraction, l'intuition, l'invention, former à l'esprit scientifique : objectivité, goût de recherche et production de connaissances.*

Ainsi, une des trois compétences disciplinaires porte sur la résolution de problèmes : « résoudre des problèmes d'ordre mathématique présents dans la vie quotidienne ». Concrètement l'enseignant doit aider les élèves à résoudre différents problèmes, défis et énigmes pouvant les engager dans des processus devant leur permettre de se familiariser aux situations de la vie quotidienne. De plus, l'enseignement de la démarche de résolution de problèmes est recommandé en début d'année pour permettre aux élèves de s'exercer à la résolution de problèmes durant l'année scolaire aussi bien en mathématiques que dans les autres disciplines enseignées. C'est une contrainte institutionnelle qui influence d'ailleurs l'intention didactique d'Isa, comme nous le développons plus loin (voir 2.2).

Au CM1, les savoirs sur lesquels les problèmes doivent porter relèvent des différents domaines mathématiques selon le découpage suivant : l'arithmétique, la mesure, les figures et les solides géométriques ainsi que les transformations. La mesure d'aire est étudiée au même titre que les mesures des autres grandeurs (longueur, capacité, masse, durée, volume et angle). Les notions étudiées pour la mesure d'aire sont le calcul d'aires de figures planes et les unités d'aires (cm^2, dm^2, m^2, dam^2, hm^2, km^2).

Une autre contrainte institutionnelle importante est la démarche d'enseignement-apprentissage, constituée de quatre moments : le calcul mental, l'introduction, la réalisation et le retour-projection (INFRE, 2021). Le calcul mental permet de développer les habiletés de rétention des faits additifs et multiplicatifs en mémoire, ce qui en retour, peut, selon Butlen et Pezard (2000), aider à la résolution de problèmes. L'introduction est le moment d'activation des savoirs antérieurs en vue de l'engagement des élèves dans la construction de nouveaux savoirs. La réalisation est l'étape de la construction de nouveaux savoirs à partir de la résolution de problèmes. Quant au retour-projection, elle comprend l'objectivation, suivie de l'évaluation et des activités de réinvestissement sur les acquis des élèves. Enfin, les modalités de travail ou stratégies d'enseignement-apprentissage prescrites sont : le travail individuel suivi du travail collectif ou inversement ; le jeu de rôle suivi du travail collectif ; le travail individuel suivi du travail en groupe puis du travail collectif ou inversement (INFRE, 2021).

Dans ce qui précède, il ressort que les contraintes institutionnelles ne prennent pas assez en compte le contexte spécifique des classes à effectifs pléthoriques. En effet, en dehors de la modalité de travailler en groupe, qui pourrait être exploitée pour la gestion des classes à sureffectif, aucune autre indication pédagogique ne fait allusion à ce contexte.

2 Conception et planification de la séance

La situation d'enseignement-apprentissage est planifiée dans la fiche pédagogique par Isa en fonction des contraintes institutionnelles. Elle comporte les quatre moments précédemment développés. Nous analysons chacun de ces moments suivant deux points de vue : les tâches et concepts et les gestes potentiels de l'enseignante et son rapport au savoir en jeu. De plus, nous considérons la configuration spatiale de la salle de classe pour formuler des hypothèses liées au déroulement effectif de la séance.

2.1 Moments de calcul mental et d'introduction

Pour le calcul mental, il est prévu que les élèves : a) effectuent sur l'ardoise les opérations 5×3, 5×9 et 5×10; b) récitent la table de multiplication par 6; c) effectuent sur l'ardoise les opérations (5+8)×2, (7+5)×10 et (6×12)+10 ; et d) résolvent sur l'ardoise au moins un des deux problèmes suivants pour apprendre la règle de multiplication par 25 :

> *[..] <u>Problème 1</u> : Un cultivateur a 30 palmiers. Chacun des palmiers donne 25 noix de palme. Combien de noix de palme aura-t-il au total ?*
>
> *<u>Problème 2</u> : Dossou a 20 poules qui pondent chacune 25 œufs. Combien d'œufs aura-t-il au total ?*

Par ces tâches, d'abord, les élèves ont à montrer leurs connaissances des tables de multiplication par 2, 3, 5, 6, 10 et 12, avant d'étudier la règle de multiplication par 25. La règle de multiplication par 25 ne figure pas dans la fiche pédagogique ; les réponses qui y sont proposées montrent les connaissances mathématiques nécessaires selon Isa pour la conduite du moment de calcul mental.

Pour le moment d'introduction, Isa a prévu trois phases : 1) le rappel des savoirs antérieurs ; 2) la mise en situation et la prise en compte des acquis antérieurs ; et 3) l'annonce de l'objectif d'apprentissage. La situation de rappel comporte les éléments suivants : « Rappelle la leçon de la séance passée ; quelles sont les multiples et sous-multiples de l'unité principale des mesures de surfaces ? trace le tableau de correspondance (conversion). »

Quant à la mise en situation, Isa prévoit la résolution d'une situation-problème :

> *Papa va au champ avec son fils René, un enfant de la même classe que toi. Il dit qu'il veut utiliser l'espace pour planter différents arbres fruitiers. Comment va-t-il procéder pour trouver l'espace qu'il va utiliser pour chaque arbre fruitier ? Dis ce qu'ils peuvent faire.*

Cette situation, dont l'énoncé ne comporte aucune donnée numérique (le nombre de types d'arbres fruitiers), ni ne précise comment se fera le partage du champ, ne devrait pas empêcher la compréhension de l'énoncé par les élèves. Car, selon Isa, il semble y avoir un implicite grâce aux acquis antérieurs des élèves sur les problèmes de partage égal. Enfin, pour Isa, l'annonce de l'objectif d'apprentissage devrait consister à préciser aux élèves ce sur quoi l'étude portera, à savoir, la résolution d'un problème sur la mesure d'aire et l'importance de la démarche de résolution.

2.2 Moments de réalisation et de retour-projection

Les prévisions du moment de réalisation concernent la résolution d'un problème sur la mesure d'aire.

Avant d'introduire le problème, il semble pertinent de préciser principalement que l'intention d'Isa porte sur la démarche de résolution de problème, comme nous l'exposons dans la section 3. Ainsi, dans cette phase de réalisation, c'est plutôt l'importance qui sera accordée à « comment résoudre un problème ». De plus, un accent sera mis sur ce qu'Isa appelle le *tableau de correspondance* pour désigner le tableau de conversion des unités/sous-unités d'aire.

L'énoncé du problème à proposer aux élèves est le suivant : « *Une concession a une surface de 9,25 dam². La maison occupe 110 m² et la cour 635m². Quelle est la surface occupée par les dépendances et le jardin ?* » Par une analyse de l'énoncé de ce problème, du côté d'Isa, il est attendu que les élèves identifient les données et l'inconnue, qu'ils convertissent par exemple 9,25 dam² en m², qu'ils calculent l'aire de la surface occupée par la maison et la cour réunies et qu'ils retranchent cette aire des 925 m² pour trouver l'aire occupée par les dépendances et le jardin.

Mathématiquement, notons qu'une résolution experte de la part de certains élèves est possible. Pour cela, il y a lieu d'établir, selon nous, de manière appropriée les calculs relationnels (compréhension du sens du problème pour se le représenter) et numériques (opérations sur les données numériques). De plus, l'unité de mesure d'aire, le m², est importante pour quantifier l'aire des dépendances et du jardin et ainsi donner du sens à la réponse au problème de façon conventionnelle et contextuelle ; même si mathématiquement, on pourrait l'exprimer en dam². Enfin, si les calculs relationnels ou numériques sont inadéquats, des difficultés entraveront la résolution du problème. Par exemple, une réussite dans la conversion des unités/sous-unités de mesure ne suffit pas à elle seule à solutionner le problème.

En outre, à propos du déroulement prévu, l'extrait suivant révèle certaines prévisions d'Isa pour résoudre le problème :

> *Lis le problème en silence. De quoi s'agit-il ? Lis à haute voix comme la maîtresse. Dis-ce que tu as compris. Quel est le mot qui te parait difficile et qui t'empêche de bien comprendre. Suis l'explication du mot. Relève les données et précise les inconnues. Résous le problème. En groupe, trouve la solution et la réponse à ce problème. Rend compte de la production de ton groupe. Suis attentivement la correction collective au tableau.*

Enfin, Isa prévoit trois phases pour le moment de retour-projection : l'objectivation, l'évaluation et la projection. Pour l'objectivation, les élèves feront le point sur leur apprentissage selon ces questions : « Dis ce que tu as appris. Dis comment tu l'as appris. ». La phase d'évaluation renvoie au manuel scolaire sans aucune précision de ce qui est à faire par les élèves. Pour la projection, les élèves préciseront ce qu'ils feront avec ce qui est appris : « À quelle occasion utiliseras-tu ce que tu as appris ? »

Pour conclure, les choix préalables d'Isa sont susceptibles d'influer sur le déroulement de la séance et nécessiteraient des adaptations en fonction des contraintes qui émergeront in-situ. D'ailleurs, ses prévisions semblent rejoindre celles qu'on pourrait avoir pour une classe ordinaire, nonobstant la quantité des tâches prévues. Il se pose effectivement la question suivante : parviendrait-elle à les mettre en œuvre dans la durée réglementaire d'une heure pour une séance de mathématique ? Seule la durée de la séance entière est inscrite dans la fiche pédagogique ; celle des différentes phases étant ignorées. Enfin, la modalité de travail en petits groupes qui pourrait permettre éventuellement de gérer le grand groupe est prévue pour la résolution du problème. Cependant, Isa ne semble pas avoir pris en compte comment mieux gérer l'organisation spatiale de la salle de classe en fonction de l'effectif pléthorique des élèves. Vu le panorama dressé de la classe, nous formulons l'hypothèse que l'environnement de la salle pourrait jouer sur les interactions didactiques entre Isa et les élèves, voire sur l'activité effective.

Pour répondre au deuxième objectif de la recherche, nous présentons les résultats émergeant de la pratique d'enseignement, dans la phase interactive lors de la résolution des tâches soumises aux élèves.

3 Pratique d'enseignement en classe

D'une durée totale 73 minutes (une séance dure environ une heure), la séance se décompose en quatre phases principales : le rappel, la mise en situation, la résolution du problème et l'objectivation. Ainsi, le rappel (d'une durée de 12min 45s) et la mise en situation (5min) relèvent du moment d'introduction, celle de la résolution du problème (55min 50s) correspond au moment de réalisation et la phase d'objectivation au retour-projection (1min). Dans notre analyse, nous nous focalisons essentiellement sur les moments de rappel et de réalisation/résolution qui ont rapport directement à la mesure d'aire.

3.1 Moment de rappel : autour de la résolution de trois tâches

Le rappel est organisé autour de trois tâches : T1 : « Donner la mesure principale de surface » ; T2 : « Citer les multiples et sous-multiples du mètre carré » et T3 : « Convertir 12 m² en dm² ». Si T1 et T2, sont explicitement prévues dans la fiche pédagogique d'Isa, il n'en est pas de même pour T3, qui est une tâche plus complexe que celle prévue. En effet, pour résoudre T3, il faut saisir la structure hiérarchique multiplicative sous-jacente au concept de mesure d'aire (multiples et sous-multiples) : 100 fois plus/100 fois moins. Autrement, le recours au tableau de conversion peut conduire certains élèves à appliquer des trucs mathématiques (Adihou et Marchand, 2014, 2019) : structurer le tableau de conversion selon deux colonnes (100 fois plus/100 fois moins), ajouter des zéros, ou l'organiser selon une colonne (10 fois plus/dix fois moins) à l'image du tableau de conversion pour la mesure de longueur, ou encore confondre les multiples/sous-multiples de l'unité de mesure d'aire. L'intention didactique d'Isa qui ressort de l'entretien post est d'amener les élèves à comprendre et à construire le tableau de conversion des unités d'aire et à pouvoir utiliser cette connaissance lors de la résolution du problème.

Pour résoudre T1 et T2, Isa a guidé les élèves en leur posant des questions, circulant dans les allées de la classe, accédant difficilement aux productions écrites de bon nombre d'élèves, vu la configuration spatiale de la salle. C'est un constat relié au fait d'exercer en classe à effectif pléthorique. La configuration spatiale, la présence de nombreux tables et bancs, en plus de l'effectif pléthorique semblent restreindre la mobilité d'Isa. De plus une distance se crée entre elle et les élèves. Cela pourrait influer sur les interactions didactiques et sur l'activité des élèves. Par conséquent, il semble difficile d'aider les élèves en difficulté. D'ailleurs, le propos d'Isa lors de l'entretien post-séance est très édifiant :

> *Ah, il y a aussi la difficulté liée à l'espace. Il manque d'espace dans la classe et on ne parvient pas à aider un élève ; tu es obligé de rester au loin et de lui dire, fais ceci, fais-cela... Ce sont des difficultés que nous rencontrons, surtout en mathématiques tu as besoin d'approcher l'enfant, de voir ses difficultés et de l'aider... Selon moi, il y a le temps, il y a l'espace, et il y a le niveau, le passage systématique qui nous dérange beaucoup.*

En gros, ces tâches ont été exécutées dans un temps de travail collectif : les élèves désignés ont rapidement donné les réponses attendues. Cependant, pour T3, elle a laissé les élèves travailler individuellement pendant 1min 14s, avant de conduire le temps du travail collectif d'une durée de 6min 6s, en les relançant régulièrement par des questionnements de type maïeutique, en utilisant le tableau noir et en recourant à différents élèves pour y coconstruire d'abord le tableau de conversion et résoudre ensuite la tâche. Les interactions ci-dessous révèlent la nature de l'activité mathématique mobilisée par des élèves (e1 et e2) dont la confusion des ordres de grandeurs, dam² /cm² :

> *Isa (Lire E) : Vient le faire au tableau, e1.*
>
> *e1: (Il arrive au tableau et se fait aider par Isa pour construire le tableau de conversion à l'aide d'une équerre). Il écrit dans les colonnes concernées les unités et sous unités de la mesure d'aire, mais il rencontre des difficultés : il écrit km², hm² et cm au lieu de dam². Isa appelle une autre élève (e2) pour aider e1.*
>
> *e2 : Il corrige cm et écrit dam². Il poursuit « m², dm², cm², mm² ».*
>
> *E : Bien. Maintenant toi (e1) tu convertis, tu mets dans le tableau 12m²... Tu veux convertir en quoi ?*
>
> *e1 : dm²*
>
> *E : Tu veux convertir ça en quoi ?*
>
> *e1 : 12*
>
> *E : 12 quoi ?*
>
> *e1 : 12 dm.*
>
> *E: 12 dm ?*
>
> *e1 : 12 dm²*

Finalement, e1 fait la conversion et trouve 1200 dm², au tableau noir (voir Annexe 1).

Dans ce qui précède, il s'avère pertinent de montrer qu'en marge de l'activité de résolution de T3 au tableau noir, on observe lors du travail individuel, sur les ardoises des élèves, différentes stratégies et réponses. En effet, ils ont recouru, soit à une « conversion mentale » (donner le résultat de la conversion sans réaliser le tableau de conversion des unités d'aire), soit à une « conversion par tableau » en réalisant et en exploitant le tableau de conversion. La réponse attendue, 1200 dm², est trouvée par plusieurs élèves quelle que soit leur stratégie de résolution. Sur les ardoises des élèves ayant opté pour la technique « conversion par tableau », certains ont trouvé la réponse correcte mais le plus grand nombre n'a pas pu finir de réaliser le tableau de conversion avant l'arrêt du travail individuel. Parmi ceux qui ont réalisé le tableau de conversion, il y en a qui ont réservé une seule colonne par unité d'aire au lieu de deux. Ces derniers ont confondu la mesure d'aire avec celle de longueur. Comme nous l'avions anticipé en amont, certains élèves n'ont pas précisé l'unité de mesure pour quantifier 1200.

Un phénomène emblématique mérite d'être analysé. En effet, à la suite de la correction collective de T3, après que tous les élèves ont montré leur ardoise, ceux qui n'ont pas pu trouver la réponse attendue (1200 dm²), ont le devoir de se mettre debout à leur place et de remontrer leur ardoise. Ils doivent alors effacer leur réponse incorrecte pour y recopier la réponse trouvée au tableau noir, comme l'indique cet extrait portant sur des interactions entre Isa et plusieurs élèves :

> *Isa (lire E) : Toi (s'adressant à une élève, e3), tu reprends le tableau, reprends le tableau. Je suis en train de constater quelque chose. Il y a combien de colonnes, pour une unité, e3 ?*
>
> *e3 : Deux.*
>
> *Isa : Deux, pour une unité, nous avons toujours deux colonnes. Ceux qui n'ont pas trouvé, corrige. On a corrigé ?*
>
> *Élèves : Oui, maîtresse. (Les élèves répondent en cœur.)*
>
> *E : Montrez.*
>
> *Élèves : Certains se lèvent et montrent le tableau de conversion sur leur ardoise... (Nous avons appris en entretien post que les élèves avec une réponse erronée devaient se lever et montrer le corrigé sur l'ardoise.)*
>
> *E : Assis ! (Les élèves s'asseyent, après qu'Isa le leur demande.)*

L'usage de l'ardoise paraît de prime abord être un moyen pour avoir accès aux réponses de tous les élèves, sans nécessairement accéder aux processus et raisonnements sous-jacents à la résolution des tâches et au langage mathématique de chaque élève. Dans ce cadre, il semble se poser la question quant à la pertinence de l'utilité de ce support en matière d'apprentissage véritable du côté de l'élève et sa portée dans la gestion des classes à effectif pléthorique. Isa reconnaît explicitement lors de l'entretien post, l'inconvénient de l'ardoise. Ses propos, rapportés ci-dessous, illustrent très bien les effets de l'utilisation de l'ardoise sur le statut de l'erreur.

> *Avec l'ardoise et la craie, le chiffon à côté, l'enfant arrive à vite écrire la réponse à la question. Et quand on lui demande de montrer, quand il montre, on voit automatiquement s'il a trouvé ou pas. Et s'il n'a pas trouvé, le chiffon est là pour effacer et il corrige ce qu'il a mal fait. [...] il y plus d'inconvénients pour l'utilisation de l'ardoise [...] parce que parfois, nos ardoises ici, l'espace est tellement petit, et l'enfant est obligé de faire avec...*

3.2 Réalisation ou résolution de la tâche principale

Elle concerne l'introduction au problème, la compréhension de l'énoncé et la résolution du problème.

Introduction au problème

Pour introduire le problème, Isa annonce aux élèves son intention liée à la démarche de résolution de problème portant sur la mesure d'aire, étudiée la veille. Cela étant, Isa présente le problème au tableau, mais en le cachant, grâce à du *papier ciment* (Annexe 2) ; puis elle interagit avec les mêmes élèves que précédemment (e1, e2 et e3) :

Isa (lire E) : Aujourd'hui, ***nous allons apprendre à résoudre un problème. [...]*** *nous allons apprendre à résoudre un problème qui porte sur les mesures de surface. Qui va me dire ce qu'il veut apprendre ?*

e1 : Aujourd'hui, je veux apprendre les mesures de la surface.

E : Et qu'est-ce qu'on veut apprendre concrètement sur les mesures de surface ?

e2 : On va résoudre des problèmes.

E : Un problème sur les mesures de surface.... Qui va me dire ce qu'on fait quand on veut résoudre un problème ? ... Comment on peut résoudre un problème ?

e1 (élève 1) : En réfléchissant.

E : Avant de réfléchir qu'est-ce que tu dois d'abord faire ? Il faut d'abord chercher à connaître quoi ?

e2 : La surface

E : Attention je n'ai pas encore parlé de surface. J'ai posé une question.

e3 : Les nombres.

E : Quels nombres ?

e3 : Les données.

E : Les données, d'accord, nous allons voir ça tout à l'heure.

Enfin, Isa dévoile au tableau noir l'énoncé du problème, en enlevant le papier ciment (voir Annexe 3).

Compréhension de l'énoncé du problème

L'énoncé précis du problème donné est : « Une concession a une surface de 9,25 dam². La maison occupe 110 m² et la cour 635 m². Quelle est la surface occupée par les dépendances et le jardin ? » La compréhension du problème a consisté pour Isa à le faire lire silencieusement puis à haute voix, à s'enquérir de la compréhension qu'ont les élèves et à faire relever les données et l'inconnue du problème durant 21 min 16s. Nous rapportons certaines interactions autour des composantes contextuelles et numériques du problème à résoudre.

Isa (E) : Lisez maintenant en silence ; chacun lit... On nous parle de quoi ... dans le problème ?

e1: On nous parle d'une maison.

e4 : On parle de la surface.

E : On parle de la surface de quoi ?

e5 : On parle du jardin.

E : Écoutez la lecture du texte. Vous me suivez attentivement. Tout le monde suit au tableau, attention derrière (Elle lit la consigne). Qui va lire exactement comme moi ? (Elle fait lire la consigne par trois élèves successivement, les amenant à bien prononcer certains mots.)

E : Maintenant on me suit correctement. Quelle est la surface de la concession ?

e1: 9,25 dam²

E: La maison occupe quelle surface ?

e2: la maison occupe 110 dam²

E: Maintenant la cour occupe quoi ?

e3: La cour occupe 635 m².

E: La cour occupe 635 m²; et on nous demande quoi ?

e2: quelle est la surface occupée par les dépendances et le jardin?

En somme, si Isa s'est donnée pour rôle de vérifier la compréhension du problème par les élèves, contrairement à sa prévision, elle n'a pas cherché à clarifier les mots difficiles pour faciliter la compréhension du problème au niveau des apprenants avant la dévolution de la tâche. Soulignons que ce qui importe, pour Isa, c'est d'amener les élèves à la fin de la séance, à apprendre la démarche de résolution de problème, les différentes étapes. C'est ce que nous traitons dans ce qui suit.

Résolution de la tâche principale, une démarche pour résoudre le problème posé

La résolution du problème a commencé par un rappel de la démarche de résolution de problèmes, d'une durée de 6 min 23 s. Isa a d'abord amené les élèves à réaliser sur leur ardoise un tableau de trois colonnes qui sert de cadre pour la résolution de problèmes. Elle leur précise alors : « Maintenant tu as lu le problème, je t'ai posé des questions, tu m'as donné des réponses. Tu es maintenant prêt pour résoudre le problème ». Les élèves travaillent individuellement pour amorcer la résolution du problème en écrivant sur leur ardoise les données numériques, contextuelles ou relationnelles (voir Annexe 4).

Finalement, Isa se sert du tableau noir pour enseigner la démarche de résolution aux élèves, en alternant le travail individuel et celui collectif (21 min 42s). En ce sens, elle aide une élève à construire les éléments constitutifs de la démarche au tableau noir, comme illustré par les interactions suivantes.

> *Isa (E) : Qu'est-ce que je vais écrire au tableau pour commencer le travail ? Qu'est-ce que je dois écrire pour trouver la solution ? Et on passe à l'opération, on écrit l'équation...*
>
> *é1: Solution, j'écris solution, résultat, réponse.*
>
> *E: Un autre pour reprendre ça de façon plus claire au tableau ? (Elle invite é2 au tableau).*
>
> *é2: J'écris solution, résultat, opérations au tableau. (Il construit 3 colonnes et y inscrit les mots énoncés).*
>
> *E: [...] donc nous avons déjà Solution, Résultat, Opérations; et nous allons commencer. (Elle demande aux élèves d'effacer les données écrites sur leur ardoise.). Tu trouves maintenant la solution et l'opération qui doit suivre...* ***c'est ce que nous devons faire pour calculer, fais, en même temps*** *!*

En gros, la démarche de résolution est spatialement organisée en 3 colonnes nommées « Solution-Résultats-Opérations » (Annexes 5 et 6). En fait, la colonne « Réponse » sert plutôt à l'écriture des données numériques et contextuelles ; la colonne «Résultat», pour inscrire le résultat obtenu (réponse ou solution au problème); et «Opérations», pour poser et effectuer les opérations (calculs ou algorithmes).

Un retour aux différentes modalités pour résoudre le problème montre que le « travail individuel » est consacré à la résolution individuelle, tandis que la « correction collective » a consisté pour Isa à amener les élèves à construire la démarche au tableau et y rédiger la résolution du problème attendue. Notons que l'unique tâche de la phase de réalisation est celle mise en exergue en amont. Rien n'indique dans le problème que la concession est composée d'une maison, d'une cour, d'un jardin et des dépendances. Cependant, par contrat didactique, les élèves l'ont compris ainsi. Il importe de noter que la clarification de certains mots est nécessaire pour la compréhension du problème par les élèves. Isa en était d'ailleurs consciente, puisqu'elle a prévu, dans la fiche pédagogique et dans l'entretien pré, de demander aux élèves les mots qui empêchent la compréhension de la consigne, en vue de les clarifier. Toutefois, in-situ, de telles clarifications n'ont pas été apportées, nonobstant la présence de mots moins usuels (concession, dépendances) dans la consigne, surtout que le français n'est pas la langue maternelle des élèves. Ce travail de clarification aurait pu être réalisé lors de la phase introduisant l'énoncé du problème.

Par ailleurs, à partir des traces écrites des élèves sur leur ardoise et leur explications orales, nous observons qu'ils ont résolu de trois manières la tâche : soit par ce que nous désignons « Conversion-Somme-Soustraction (CSS) », « Conversion somme ou produit (CSP) » et « Somme ou produit (SP) ». Ainsi, la CSS consiste à convertir 9,25 dam² en m², à calculer la somme des aires de la maison et de la cour, puis à soustraire cette somme de l'aire convertie de la concession. C'est la résolution experte, réellement observée lors du temps de travail collectif. La CSP consiste à convertir 9,25 dam² en m² et à utiliser le résultat trouvé pour faire la somme ou le produit d'au moins deux des données du problème. Quant à la SP, elle consiste à effectuer la somme ou le produit de deux au moins des trois données.

Enfin, la durée du travail individuel n'a pas permis à bon nombre d'élèves d'achever leur résolution. Dans le temps de travail collectif, elle a conduit les élèves à la résolution correcte du problème, à l'aide des questionnements de type maïeutique. La phase s'est achevée par le point des tâches exécutées pour résoudre le problème, comme montré dans cet extrait.

Isa : Qui va nous dire comment nous avons fait pour résoudre le problème.

e2 : En lisant la question.

Isa : En lisant la question, oui qui d'autre ?

e15 : En lisant la solution.

Isa : En lisant la solution ? Toi, puisque tu as dit non.

e2 : On a converti 9,25 dam² en m² et on a calculé la surface de la maison et la cour. Et on a encore calculé la surface occupée par les dépendances et le jardin pour trouver la réponse.

Isa : Très bien. Deux bancs pour lui (les élèves ont acclamé deux fois). Il nous a retracé comme ça comment nous avons résolu ce problème-là. C'est compris ?

Elèves : Oui, maîtresse.

Comme on pouvait s'y attendre, Isa n'a pas pu tenir sa séance dans le temps prévu. Contrairement à sa prévision, elle n'a pas pu faire travailler les élèves en petit groupe non plus avant de passer à la correction collective. L'usage de l'ardoise n'est pas adapté à la tâche prescrite dans la phase, car la surface de l'ardoise est trop petite par rapport à la quantité d'écrits qu'exige la résolution du problème.

Pour clore la présentation des résultats, notons que grâce aux deux entretiens réalisés, il a été possible d'accéder à d'autres composantes des PE, non visibles à l'observation. Nous avons pu saisir ce que pense Isa de l'enseignement des mathématiques en contexte de classe à effectif pléthorique qui soulève des défis (manque de ressources matériels et didactiques et de temps). Nous avons également appréhendé la logique sous-jacente aux tâches planifiées et aux adaptations constatées. Il a été aussi possible de saisir les défis qu'elle rencontre dans l'exercice de son métier et les besoins à combler par l'institution pour amener les élèves à s'engager dans une activité mathématique et à apprendre dans des conditions optimales. Ces éléments ont permis de compléter les analyses, grâce à quelques extraits des déclarations d'Isa, et approfondir les résultats liés aux observables.

V - DISCUSSION DES RÉSULTATS

A la lumière de ce qui précède, en vue de répondre au **premier objectif de recherche**, nous avons procédé en deux étapes. D'abord, nous avons décrit et analysé les prescriptions dans le programme officiel de mathématiques du Bénin, en focalisant l'accent sur le niveau scolaire en jeu, la classe de CM1 en lien avec le savoir sur **la mesure d'aire et les contraintes institutionnelles**. Nous avons ensuite décrit et analysé les contenus de la fiche pédagogique d'Isa pour circonscrire les tâches à proposer aux élèves d'une part et l'intention didactique de l'enseignante d'autre part. Pour ce faire, nous avons circonscrit le concept de la mesure d'aire, pour éclairer le savoir en jeu, ainsi que certaines dimensions des PE liées à la phase préactive de l'action pédagogique. Ainsi, nous avons mis en lumière la planification des tâches, en plus de leur mise en scène envisagée. Plusieurs faits méritent d'être discutés.

Du point de vue des **composantes institutionnelle et cognitive**, il est à remarquer que le choix de la résolution de problèmes comme stratégie d'enseignement-apprentissage est de nature à favoriser les apprentissages, aussi bien des savoirs mathématiques qu'une démarche de résolution de problèmes. Cela permet d'atteindre la double finalité liée à l'enseignement par la résolution de problèmes qui est le développement de l'apprentissage des mathématiques et de l'apprentissage du processus de résolution de problèmes (Demonty et Fagnant, 2012). Le maintien du calcul mental dans les curricula actuels et sa pratique régulière recommandée constituent une aide importante à la résolution des problèmes numériques (Butlen et Pezard, 2000). Il importe également de reconnaître le respect par Isa de la démarche d'enseignement-apprentissage recommandée.

Toutefois, dans un contexte de classes à sureffectif, cette démarche, composée de quatre moments de travail, est susceptible d'entrainer une insuffisance du temps d'étude des nouveaux savoirs. En effet, le moment du calcul mental (des opérations à effectuer mentalement, une table de multiplication à réciter et des problèmes à résoudre) et le moment d'introduction (rappel des acquis antérieurs, mise en situation pour les nouveaux savoirs et annonce des objectifs) semblent prendre une bonne partie du temps sur les 60 minutes requises pour une séance de mathématiques. Aussi, les élèves devraient-ils mobiliser suffisamment leur attention au cours de ces moments, ce qui peut altérer leur niveau de concentration et être une source de surcharge cognitive au moment de l'étude des nouveaux savoirs.

C'est d'ailleurs le cas avec la séance d'Isa qui a pris environ 17 min pour la mise en œuvre du moment d'introduction. Si on ajoutait la douzaine de minutes qu'a duré le moment de rappel, on se serait retrouvé à près d'une demi-heure sans pouvoir aborder les nouveaux savoirs. Il resterait logiquement moins d'une demi-heure pour les moments de réalisation et de retour et projection. D'ailleurs, même sans le calcul mental, Isa est allée à près de 75 minutes sans pouvoir réaliser la phase d'évaluation du moment de retour-projection.

Également, pour répondre au **deuxième objectif de recherche**, nous avons réalisé différentes analyses selon les points de vue retenus des moments emblématiques lors des interactions didactiques en classe entre Isa et ses élèves durant la phase interactive. Considérant **la composante médiative** des PE et leurs **interrelations avec celles cognitive et sociale**, plusieurs constats ont émergé et sont discutés.

D'abord, si l'enseignement de la **démarche de résolution** est l'objectif visé, il n'en demeure pas moins que les injonctions d'Isa et ses monstrations ne favorisent pas toujours l'activité mathématique du côté des élèves. Isa avait de la difficulté à arrimer cette visée à l'enjeu mathématique de la mesure d'aire. Nous pouvons constater que l'accent mis sur cette visée de la résolution – un objet d'apprentissage – influence négativement l'activité – mathématique - des élèves, réduisant ainsi leur accès à la tâche effective, au savoir en jeu et donc les privant de l'opportunité de faire des mathématiques. Par conséquent, il apparaît clairement que cela influence le degré d'accessibilité aux mathématiques présentes dans la tâche principale soumise aux élèves et particulièrement la construction des savoirs en vue d'une conceptualisation robuste. Le **processus de dévolution** en est affecté, conséquemment, en plus de la gestion didactique d'Isa qui guide les actions des élèves tout le long de la séance.

Par ailleurs, en ce qui concerne le **processus d'institutionnalisation**, il semble implicitement porter sur la démarche de résolution de problèmes, en lien avec des techniques ou procédures pour résoudre un problème. D'ailleurs, certains moments d'institutionnalisation se sont transformés en un résumé de tâches intermédiaires accomplies pour résoudre le problème proposé. En effet, si l'objectif d'apprentissage est clairement annoncé en début de séance, c'est par le point des tâches simples accomplies pour résoudre le problème que s'est achevé le moment de réalisation. La démarche de résolution de problèmes n'est clarifiée nulle part de façon explicite dans la séance. Toutefois l'usage du tableau noir concerne de micro-institutionnalisation du tableau de conversion ou de la démarche qui se résume à trois éléments dans trois colonnes. Des deux fonctions de la résolution de problèmes (Chanudet, 2019), seule celle lui conférant un caractère d'objet est perçue explicitement dans la séance.

Dans un autre ordre d'idée, le **statut de l'erreur sur l'ardoise** pose un problème pouvant affecter l'engagement de l'élève dans la tâche, son activité mathématique. En effet, les élèves sont gênés de se lever dans la classe pour montrer leur ardoise. Par conséquent, ils « se débarrassent spontanément » de leurs erreurs, les effaçant pour y écrire la réponse attendue ». D'ailleurs les propos d'Isa rapportés dans la présentation des résultats (voir 3.1) illustrent très bien ce phénomène.

En dehors de la gestion inadéquate de l'erreur relevant de l'utilisation de l'ardoise, on peut retenir de ces propos que l'ardoise n'est pas adaptée pour des tâches complexes. Il y a sans contredit, une certaine tension entre une logique de la bonne réponse et celle des apprentissages ; cette logique ne rime pas avec la réussite en mathématiques.

D'autre part les résultats nous renseignent sur les incidences d'une classe à effectif pléthorique sur la gestion de la résolution des tâches lors des interactions en classe. En ce sens, nonobstant qu'Isa avait prévu un travail en groupe, en matière de tâches effectives ou d'activités réelles, plusieurs adaptations et modifications ont été apportées in-situ. Ces dernières témoignent des effets de la classe à effectif pléthorique, tout en renseignant sur les marges de manœuvre dont dispose Isa dans l'exercice de son métier, son travail d'enseignant.

En outre, **l'effectif pléthorique des élèves** joue sur les PE en matière de réponse aux besoins spécifiques d'élèves en difficulté dans la classe. D'ailleurs la configuration spatiale et les nombreux bancs et tables des élèves ne permettent pas à l'enseignant de mieux circuler dans la salle et d'avoir accès à l'activité mathématique de l'élève. Isa semble n'avoir aucune solution pour la gestion des classes à effectif pléthorique, en dehors de la modalité de travail en petit groupe, prévue mais non utilisée.

En somme les résultats amènent à envisager des alternatives en vue d'amoindrir de possibles incidences du contexte de classes à sureffectif sur la mise en œuvre de séances de mathématiques et la possibilité pour l'élève de développer une réelle activité mathématique. Pour favoriser l'accessibilité au savoir, une prise en compte des dimensions pédagogiques et didactiques adaptées dans les phases préactive et interactive pourrait être envisageable. Quelques pistes à explorer : réaliser la dévolution de la tâche en collectif, la faire résoudre en petit groupe, fournir du matériel approprié (grande ardoise, planche ou tableau en bois travaillé ou en papier cartonné, craie ou stylos effaçables). Des rôles pourraient être attribués aux membres des groupes. Ce faisant, les élèves pourraient être au centre de leur apprentissage et rendre plus visibles leurs processus, leurs calculs et réponses. De plus la classe pourrait être mieux structurée spatialement, avec des groupements d'élèves aidant à rendre accessibles ceux et celles ayant de grandes difficultés. Il serait possible d'orchestrer les phases interactives en promouvant l'activité mathématique, le débat, un statut positif de l'erreur et une institutionnalisation conséquente. Enfin, pour limiter l'écriture au tableau noir de tout le contenu des séances et gagner du temps, il serait possible de concevoir des documents à afficher au tableau ou avec un rétroprojecteur.

VI - CONCLUSION

Au terme de cette étude, dont le but est de documenter les PE en mathématiques dans un contexte de classe à sureffectif, il nous semble opportun de revenir sur (1) ce qu'il est possible de questionner et qui relèverait à la fois des invariants dans les PE et des contraintes institutionnelles en fonction des tâches proposées dans la planification lors de la phase préactive de l'action pédagogique et de l'organisation des étapes et de leur mise en œuvre et, en revanche, sur (2) ce qui peut être rattaché à l'enseignement en classe à sureffectif et donc pouvant être des faits emblématiques dans la phase interactive en matière d'effets potentiels d'un tel contexte.

Tout d'abord, par rapport au premier point, les contraintes institutionnelles qui pèsent sur les PE en classe à sureffectif justifient les tâches proposées, principalement, la résolution de problèmes enseignée à partir de la démarche qui la sous-tend. Ces contraintes touchent la composante institutionnelle des PE. Les domaines et concepts en jeu (géométrie-mesure d'aire) sont prescripts par l'institution scolaire au travers du programme d'études du Bénin. Ainsi, toute PE est empreinte de cette composante. Par ailleurs, il apparaît clairement que les visées que l'enseignante confère à la résolution de problèmes, avec un accent sur la démarche, influence le degré d'accessibilité aux mathématiques présentes dans la tâche principale soumise aux élèves et plus particulièrement à la construction des savoirs en jeu en vue du développement d'une conceptualisation robuste et des compétences censées être mobilisées.

En ce qui concerne le deuxième point, le fait d'exercer en classe à sureffectif, le premier constat émergent est, sans contredit, la centration des activités au tableau noir, en avant de la classe. En effet, le nombre pléthorique d'élèves impose la présence de plusieurs tables et bancs dans la classe, réduisant par le fait même la mobilité de l'enseignante pour accéder aisément aux raisonnements et productions des élèves. Ce qui aurait permis de mieux saisir les difficultés in-situ et favoriser des interactions plus enrichies et mieux contribuer à enrichir l'activité mathématique des élèves. Mais vu que les temps institutionnel et d'enseignement pèsent sur les PE, d'une part, et qu'Isa veut amener les élèves à apprendre la démarche de résolution, d'autre part, le tableau devient un allié pour ce faire.

En outre, l'ardoise semble occuper une place importante dans l'apprentissage des mathématiques au primaire, dans le contexte étudié. Elle sert de support de rédaction aux élèves pour l'accomplissement des tâches, aussi bien individuellement qu'en petit groupe. Elle permet notamment à l'enseignant d'avoir accès, plutôt à la réponse attendue, amoindrissant par le fait même l'activité de l'élève, à cause de l'espace disponible sur l'ardoise, mais aussi le statut négatif conféré à l'erreur. Tout cela rend difficile l'accomplissement des tâches complexes et des apprentissages conceptuellement robustes. Le statut de l'ardoise mériterait d'être clarifié de sorte à préciser les conditions de son utilisation pour l'optimisation des apprentissages dans le contexte de classe à effectif pléthorique.

À l'évidence, beaucoup reste à faire dans les recherches futures plus approfondies pour rendre plus intelligibles les PE et pour les renouveler dans ce contexte à effectif pléthorique. En effet, la présente étude donne de nouvelles pistes de recherche. Nos analyses ne touchant que les PE au Bénin, il serait pertinent d'approfondir les incidences possibles de ce contexte d'enseignement sur les PE dans d'autres pays en Afrique subsaharienne présentant des caractéristiques similaires. Quelles pourraient être également les possibles incidences sur l'apprentissage des mathématiques chez les élèves ? Quelles pourraient être les adaptations réalisées par les enseignants pour relever les défis qui se posent ?

En matière de perspectives, il serait alors pertinent de poursuivre de telles recherches en contexte de classes à effectifs pléthoriques, un contexte difficile, auprès de plusieurs enseignants pour documenter les PE, saisir comment font les enseignants dans ces classes à sureffectif, en mathématiques. Les résultats éclaireraient ces enseignants qui semblent démunis face aux contraintes liées au manque de précisions dans les programmes d'études pour enseigner dans ces contextes. Les résultats, en plus de ceux liés à la recherche plus large en cours pourraient permettre de mieux saisir les conditions favorisant l'accès aux mathématiques à des élèves. Ils enrichiraient les connaissances sur les PE en mathématiques dans un contexte de classes à sureffectif peu documenté, mais aussi la formation des enseignants, avec l'incidence sur les PE et les apprentissages des élèves.

VII - BIBLIOGRAPHIE

Adihou, A. (2011). Enseignement/apprentissage des mathématiques et souffrance à l'école. *Actes du Premier colloque international « La souffrance à l'école » du Cercle interdisciplinaire de recherches phénoménologiques. Les Collectifs du Cirp, 2*, 90-102. http://www.cirp.uqam.ca/documents%20pdf/collectifs/10_Adihou_A.pdf

Adihou, A. et Marchand, P. (2019*). Les trucs mathématiques au primaire : Et si on leur donnait du sens !* Montréal : Les Éditions JFD.

Adihou, A. et Marchand, P. (2014). Les trucs en classe de mathématiques : quand et pourquoi ? *Math-École*, 221, 35-40.

Altet, M. (2002). Une démarche de recherche sur la pratique enseignante : L'analyse plurielle. *Revue française de pédagogie, 138*, 85–93.

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Altet, M., Bru, M. et Blanchard-Laville, C. (2004). (Dir.). *Observer les pratiques enseignantes*. L'Harmattan.

Bergeron, L., Rousseau, N. et Leclerc, M. (2011). La pédagogie universelle: au cœur de la planification de l'inclusion scolaire. *Éducation et francophonie, 39(2)*, 87-104.

Butlen, D., Pezard, M. (2000), Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège, *REPERES - IREM. N° 41 - octobre 2000*, 5-23.

Chanudet, M. (2019). *Étude des pratiques évaluatives des enseignants dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes en mathématiques* (Thèse). Université de Genève, 489 pages.

Chaudet, V. et Galasso-Chaudet, N. (2015). L'inclusion scolaire en question(s). Impacts sur les pratiques enseignantes. *Vie sociale, 3(11)*, 127-145.

Chesnais, A. (2020). L'apport d'un point de vue de didactique des mathématiques sur la question des inégalités scolaires. *Éducation & Didactique, 14(1)*, 49-79.

Cloes, M., Zabus, A. et Piéron, M. (1991). Analyse de stratégies pédagogiques de l'enseignement des activités physiques : Influence des décisions pré-actives de l'enseignant dans l'émission de réactions à la prestation. Dans Jonnaert, P. (Ed.). *Les didactiques, similitudes et spécificités* (195-207). Bruxelles: Plantyn. http://hdl.handle.net/2268/125580

Conombo, E.T., Ouattara, S., Tapsoba, K. et Pottiez, L. (1996). *La pédagogie des grands groupes au Burkina Faso*. *Fichier pratique*. Ouagadougou, Burkina Faso.

Demonty, I., Fagnant, A. (2012). Les différentes fonctions de la résolution de problèmes sont-elles présentes dans l'enseignement primaire en communauté française de Belgique ? In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (SPE3*, pp. 1752–1760). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

INFRE (2002*). Programme d'études, Enseignement primaire, Champ de formation Mathématique, Cours moyen première année (CM1)*, Porto-Novo : Institut National pour la Formation et la Recherche en Education, Direction de l'enseignement primaire.

INFRE (2021). *Guide de l'enseignant, Cours d'initiation (CI). Institut National pour la Formation et la Recherche en Education, Direction de l'enseignement primaire*. Porto-Novo: Les Editions TUNDE.

Jackson, K. J., Shahan, E. C., Gibbons, L. K. et Cobb, P. A. (2012). Launching complex tasks. Consider four important elements of setting up challenging mathematics problems to support all students' learning. *Mathematics Teaching in the Middle School, 18(1)*, 24-29.

Koffi, K. I., Golly, K. L., Aby, M'B. P., Yao, K. E. et Aya, A. (2021). Analyse des pratiques enseignantes en sciences et en mathématiques dans les collèges publics et privés de Côte d'Ivoire. *Documenter et éclairer les politiques éducatives en Afrique francophone. Enseignement des sciences et des mathématiques*. *Programme APPRENDRE, AUF, AFD*, 1-237. Abidjan : École normale supérieure d'Abidjan.

Koudogbo, J., Theis, L., Morin, M.-P. (2016). Quelle gestion didactique de la résolution de tâches mathématiques en classe d'accueil ? *Revue internationale de communication et socialisation, 3(2),* 215-238.

Mercier, A. (2008). Une question curriculaire de l'enseignement élémentaire des mathématiques : La résolution de problèmes. *Actes du séminaire national L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, Paris le 13 et 14 novembre 2007*. Ministère de l'Education, Eduscol, 93-116.

Millon-Fauré, K. (2011). *Les répercussions des difficultés langagières des élèves sur l'activité mathématique en classe : le cas des élèves migrants* (Thèse). Université d'Aix-Marseille 1.

Morin, M.-P. (2008). Les connaissances mathématiques et didactiques chez les futurs maîtres du primaire : quatre études de cas. *Canadian Journal of Education, 31(3),* 537-566.

Moussi, D. et Luczak, C. (2020). La gestion de l'hétérogénéité des élèves par des enseignants débutants. *Spirale - Revue de Recherches en Éducation, Association pour la Recherche en Éducation (ARED), 65(2)*, 25-38.

Patton, M. (2015). *Qualitative Research and Evaluation Method*s (4th Edition). Thousand Oaks: Sage Publications.

Paillé, P. et Mucchielli, A. (2021). *L'analyse qualitative en sciences humaines et sociales (5e édition)*. Paris: Armand Colin.

Polya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method.* With a foreword by John H. Conway. (reissued in 2014). Princeton, New Jersey: Princeton Science Library.

Radford, L. (1996). La résolution de problèmes : comprendre puis résoudre ? *Bulletin de l'Association mathématique du Québec (AMQ), 36(3*), 19-30.

Robert, A. (2010). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In F. Vandebrouck (Éd.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 59-65). Toulouse : Octarès.

Robert, A., et Rogalski, J. (2002a). Comment peut-on varier les activités mathématiques des élèves sur les exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. *Petit x, 60*, 6-25.

Robert, A., et Rogalski, J. (2002b). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La Revue Canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies (RCESMT / CJSMTE), 2(4)*, 505-528.

Rogalski, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Dans F. Vandebrouck (éd.), *La classe de mathématiques : des activités des élèves et pratiques des enseignants* (23-30). Toulouse: Octarès.

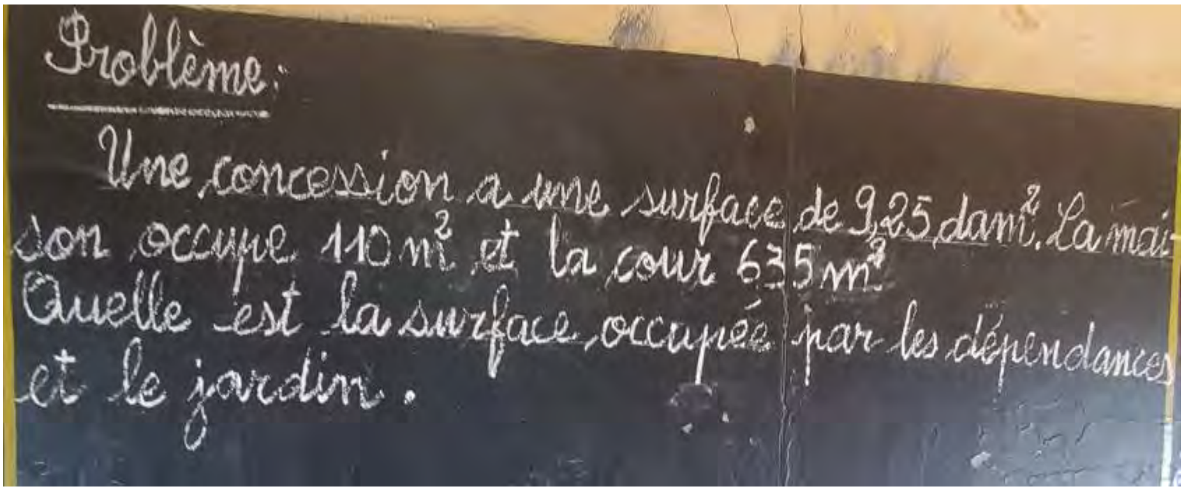
Theis, L., Assude, T., Tambone, J., Morin, M.-P., Koudogbo, J. et Marchand, P. (2014). Quelles fonctions potentielles d'un dispositif d'aide pour soutenir la résolution d'une situation-problème mathématique chez des élèves en difficulté du primaire ? *Résolution de problèmes en mathématiques : un outil pour enseigner et un objet d'apprentissage. Éducation et francophonie, XLII(2),* 158-172.

UNESCO (2023). *DES MATHS POUR AGIR. Accompagner la prise de décision par la science*. Paris : UNESCO.

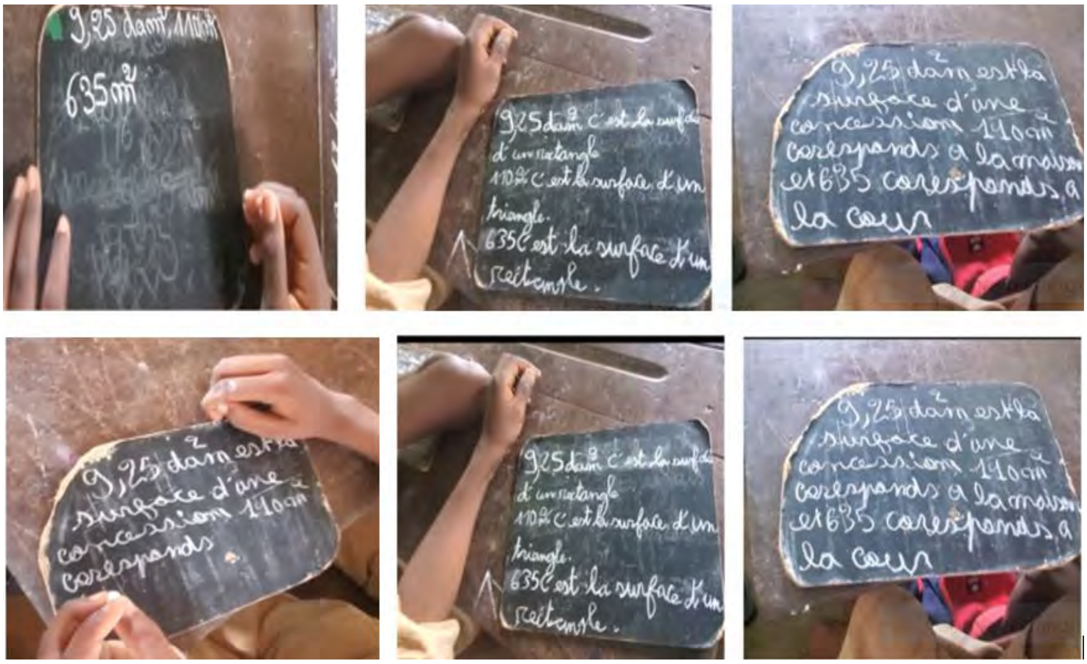
ANNEXE 1 - TABLEAU DE CONVERSION CO-CONSTRUIT ET RESOLUTION DE T3 AU TABLEAU NOIR

ANNEXE 2 - PROBLÈME À RÉSOUDRE CACHÉ AU TABLEAU NOIR

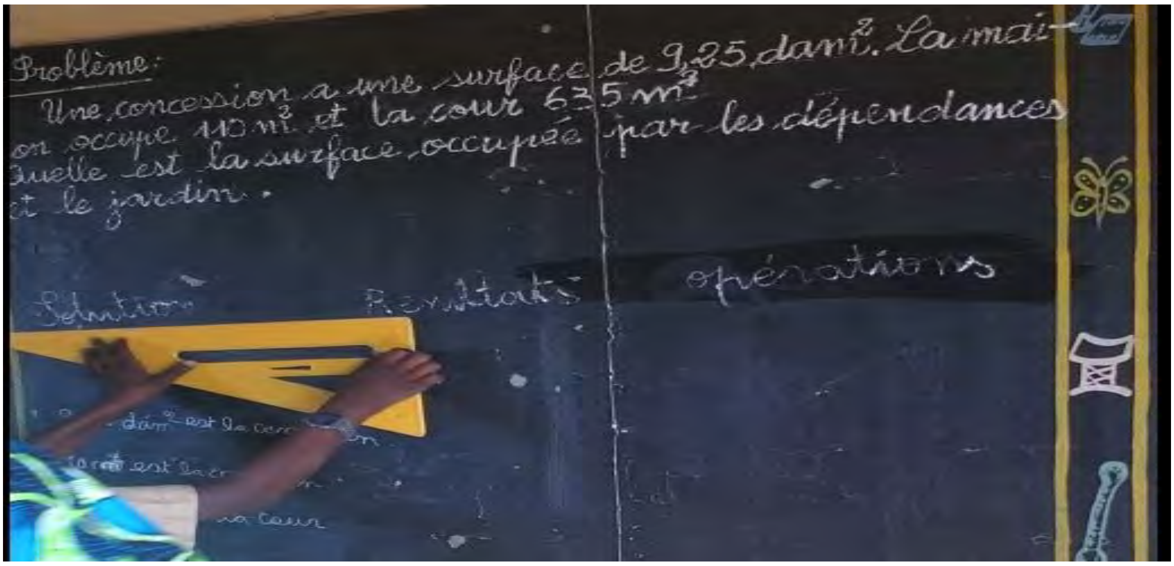
ANNEXE 3 - PROBLÈME À RÉSOUDRE DÉVOILÉ AU TABLEAU NOIR



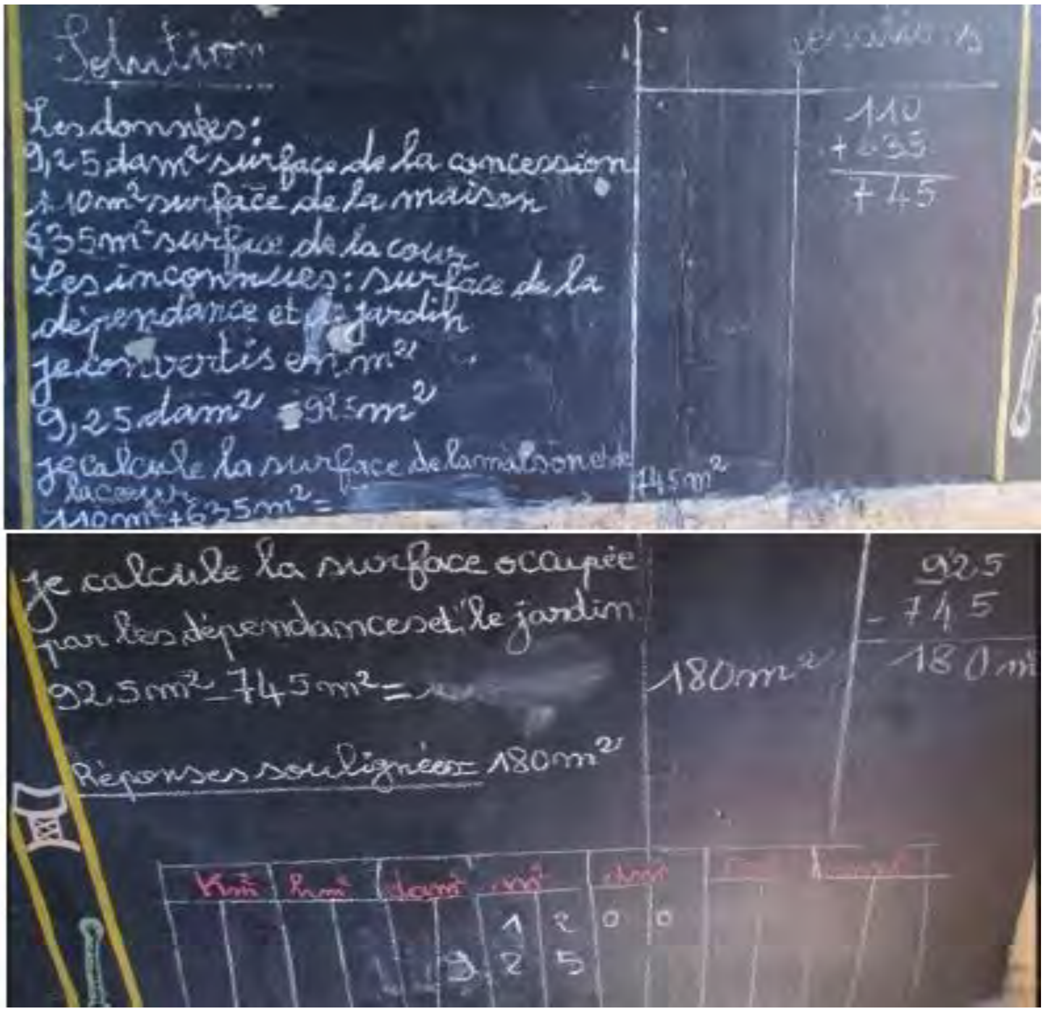
ANNEXE 4 - TRACES ÉCRITES SUR LES ARDOISES : LES DONNÉES POUR RÉSOUDRE LE PROBLÈME



ANNEXE 5 - DÉMARCHE EN 3 COLONNES CO-CONSTRUITE AU TABLEAU NOIR: SOLUTION-RÉSULTATS-OPÉRATIONS



ANNEXE 6 - DÉMARCHE EN 3 COLONNES : TRACES ÉCRITES AU TABLEAU NOIR LORS DE LA RÉSOLUTION PAR DEUX ÉLÈVES



ATELIER DISCIPLINAIRE DANS LE PARCOURS DE FORMATION DES ENSEIGNANT.ES SPÉCIALISÉ.ES DANS LE CANTON DE VAUD : ENTRE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET MANIPULATION

Francesca GREGORIO
Chargée d'enseignement, HEP VAUD
UER MS
francesca.gregorio@hepl.ch

Résumé
La formation des enseignants spécialisés touche un public assez particulier en ce qui concerne les difficultés d'apprentissage en mathématiques. D'une part, une fois diplômés, ces enseignants devront accompagner des élèves en difficulté en mathématiques tout au long de leur carrière. D'autre part, les enseignants spécialisés en formation se déclarent eux-mêmes généralement en difficultés en mathématiques. Pour remédier à ce point de friction, à partir du semestre d'automne 2022, la HEP Vaud (Lausanne, Suisse) offre un atelier à choix qui aborde différents contenus disciplinaires nécessaires pour l'enseignement des mathématiques à l'école obligatoire. Les principes qui ont guidé la conception de l'atelier se basent sur la résolution de problèmes (Houdement, 2009) et la manipulation (Dias, 2017). L'atelier mené en automne 2022 montre l'intérêt de cette approche avec des enseignantes en formation en difficulté en mathématiques. Au cours de la communication orale, la structure de l'atelier et un exemple précis de séance avec le détail des tâches proposées seront présentés et discutés.

I - INTRODUCTION

Cette communication présente une expérience de formation initiale effectuée à la Haute École Pédagogique du canton de Vaud (HEP Vaud), en Suisse romande, pour de futurs enseignants spécialisés. Avec l'objectif de renforcer leurs compétences mathématiques, nous avons proposé un atelier disciplinaire basé sur la résolution de problèmes et la manipulation.

À la HEP Vaud, la formation pour l'enseignement spécialisé est effectuée *via* trois ans de master en emploi (HEP Vaud, 2023c), pendant lequel les étudiants ont une charge considérable d'heures en classe avec les élèves. Pour accéder à ce cursus d'études, il est nécessaire d'être en possession d'un diplôme au minimum de niveau bachelor[1] parmi les suivants : diplôme d'enseignement pour les classes ordinaires ; diplôme en logopédie ou en psychomotricité ; diplôme dans un domaine d'études voisin (par exemple sciences de l'éducation, travail social, pédagogie spécialisée, psychologie, etc). Le diplôme cité au premier point de la liste est obtenu à la suite d'un parcours d'études expressément conçu pour l'enseignement. Une grande partie des inscrits au master en enseignement spécialisé à la HEP Vaud est en possession du diplôme de bachelor en enseignement primaire, reçu après trois ans de formation initiale. En général, les diplômes qui donnent accès au master en enseignement spécialisé n'offrent pas beaucoup de crédits de mathématiques, et même le parcours le plus orienté enseignement, le diplôme d'enseignement pour les

[1] Dans le canton de Vaud, le bachelor correspond à un niveau Bac+3 français.

classes ordinaires, n'a que douze crédits[2] obligatoires en cette discipline (HEP Vaud, 2023a). Par conséquent souvent, même si pas toujours, les étudiants en enseignement spécialisé ont peu de connaissances en mathématiques et des lacunes importantes qui peuvent entrainer des difficultés considérables et un rapport difficile avec la discipline.

Les enseignants spécialisés sont formés pour enseigner à des élèves de quatre à quinze ans, abordant donc un programme de mathématiques assez étendu. Ils seront amenés à intervenir principalement avec des élèves en situation de handicap ou à besoin spécifique (en milieu ordinaire ou spécialisé, avec des besoins variés qui ne relèvent pas forcément d'un handicap, mais qui peuvent être liés au contexte socio-éducatif, à l'allophonie, à des difficultés persistantes d'origine inconnue, etc. ; DFJC, 2019). En plus, les mathématiques sont une des disciplines avec le plus d'heures à l'école obligatoire et qui pose le plus fréquemment de difficultés aux élèves. Les enseignants spécialisés seront donc largement appelés à intervenir en mathématiques auprès d'élèves en difficulté. Pour enseigner à ce public d'élèves il s'avère donc particulièrement important d'avoir de bonnes bases disciplinaires pour pouvoir mettre en place des enseignements et des interventions appropriées à leurs difficultés.

Pour résumer, ces enseignants en formation sont destinés à travailler principalement avec des élèves en difficulté en mathématiques, mais eux-mêmes sont souvent en difficulté en mathématiques. Le programme d'études du master en enseignement spécialisé offre des crédits en didactique des mathématiques : trois crédits obligatoires et trois crédits au choix[3] sur les 120 crédits totaux de formation (HEP Vaud, 2023b). Le poids de cette discipline reste donc assez partiel dans le cursus d'études. Ce fait, combiné aux compétences mathématiques faibles en entrée d'une partie des inscrits, a comme résultat que les étudiants se trouvent parfois démunis devant la discipline, pendant la formation et de manière plus inquiétante dans l'exercice de leur profession. Dans cette optique, à partir de l'année académique 2022-23, il a été créé l'atelier disciplinaire de mathématiques au premier semestre de formation. L'objectif principal de ce module de formation facultatif est d'offrir aux étudiants en enseignement spécialisé une mise à niveau sur les contenus mathématiques du primaire et du secondaire avant de suivre les modules en didactique. Un objectif secondaire de l'atelier disciplinaire était de changer l'image des mathématiques des participants, qui ont souvent une compréhension instrumentale de la discipline afin de leur en faire acquérir une compréhension relationnelle (Skemp, 1976). Nous avions fait l'hypothèse qu'accomplir ces deux objectifs peut permettre de reconstruire le rapport avec la discipline, en retrouvant du plaisir à faire des maths et en construisant une image positive de soi, aspects qui ne peuvent que participer favorablement à l'enseignement des mathématiques. En cohérence avec ces objectifs et afin de favoriser le focus des étudiants sur les contenus mathématiques et non sur la réussite, l'atelier disciplinaire ne comportait pas d'évaluation certificative. Des retours formatifs ont été offerts aux participants tout au long des séances.

Ce texte porte d'abord sur les appuis théoriques qui ont inspiré le format de formation, en particulier nous nous concentrons sur la manipulation, la résolution de problèmes et les laboratoires de mathématiques. Ensuite, nous présentons l'atelier disciplinaire à la HEP Vaud : sa conception à partir des appuis théoriques et un exemple de mise en pratique.

II - APPUIS THÉORIQUES

Pour répondre aux attentes institutionnelles d'amélioration du rapport aux mathématiques d'adultes en difficulté et en même temps leur offrir des bases disciplinaires, la littérature en didactique des

[2] Pour le diplôme d'enseignement pour les classes ordinaires, douze crédits correspondent environ à 108 périodes d'enseignement en classe (une période étant équivalente à 45 minutes).

[3] Pour cette formation, trois crédits correspondent environ à 26 périodes d'enseignement en classe (une période étant équivalente à 45 minutes).

mathématiques offre plusieurs pistes de réflexion. Nous nous sommes intéressés à la manipulation et à la résolution de problèmes.

1 La manipulation

Un premier axe concerne la manipulation et l'importance qu'elle peut avoir pour les apprentissages mathématiques. « *Mathematical manipulatives are artifacts used in mathematics education: they are handled by students in order to explore, acquire, or investigate mathematical concepts or processes and to perform problem-solving activities drawing on perceptual (visual, tactile, or, more generally, sensory) evidence* » (Bartolini et Martignone, 2021). Il existe des artefacts de manipulation concrets (Bartolini et Martignone, 2021), comme le boulier, ou virtuels, par exemple des logiciels de géométrie dynamique. Par ailleurs, ils peuvent avoir une origine historico-culturelle, comme l'abaque, ou avoir été créés artificiellement avec des finalités didactiques, comme les réglettes Cuisenaire.

Plusieurs théories de l'apprentissage se fondent explicitement ou implicitement sur l'utilisation de matériel à manipuler (Corriveau et Jeanotte, 2019). Nous en avons un premier indice dans le constructivisme, selon lequel « l'élève ne s'approprie que les connaissances qu'il produit lui-même » (Brousseau, 2010). Le matériel didactique à manipuler ferait donc en ce sens partie du milieu qui permettrait à l'élève de construire ses propres connaissances. Nous en retrouvons également des traces dans le cognitivisme grâce à l'importance donnée dans ce courant à l'aspect affectif de l'apprentissage et en particulier à la motivation des élèves qui pourrait être favorisée à travers la manipulation de matériel (Corriveau et Jeanotte, 2019).

Une première raison pour manipuler lors de l'apprentissage concerne le développement de l'abstraction. Selon certaines théories du développement (par exemple celles de Bruner, Montessori et Piaget), les enfants sont censés tirer des avantages cognitifs de l'exploration des concepts mathématiques à l'aide de matériel de manipulation (Carbonneau, Marley et Selig, 2013). Et cela est particulièrement vrai pour les jeunes enfants, qui s'appuient davantage sur l'interaction physique avec leur environnement pour construire du sens. Selon ces théories, la capacité des enfants à bénéficier des représentations visuelles précéderait celle à partir des représentations symboliques. Par conséquent, plus les élèves sont âgés et ont pu développer une capacité de raisonnement abstraite, plus elles et ils peuvent profiter d'un enseignement qui consiste exclusivement en une représentation symbolique. En plus, le fait d'avoir à disposition du matériel de manipulation permet d'accéder à une représentation d'un objet mathématique, ce qui est essentiel pour pouvoir faire des mathématiques (Croset et Gardes, 2022). Bruner décrit trois modes de représentations des objets mathématiques. Pour les expliciter, nous utilisons en guise d'exemple la situation classique de la course à 20 (Figure 1). Le mode est énactif lorsqu'on agit sur les objets, dans notre exemple lorsqu'on manipule des jetons pour jouer à la course à 20. Le mode iconique intervient lorsque l'on utilise une représentation des objets : par exemple, on peut représenter les jetons avec des ronds en couleur pour mettre en évidence les positions gagnantes. L'on recourt au mode symbolique lorsqu'on désigne ces objets par des symboles conventionnels : par exemple si l'on utilise la division euclidienne pour trouver la suite des positions gagnantes. Ces trois modes sont complémentaires et les trois nécessaires pour une montée dans le processus d'abstraction. Recourir à du matériel de manipulation aiderait donc ce processus.

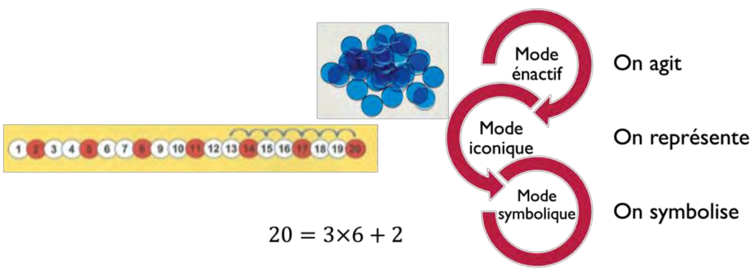


Figure 1. Les trois modes de Bruner et leur exemplification via la course à 20 (Croset et Gardes, 2022)

Une deuxième raison pour manipuler concerne le fait qu'elle permet aux élèves de tirer parti de leurs connaissances pratiques et de leur connaissance du monde réel, même si un matériel perceptivement riche risque de devenir un distracteur par rapport à du matériel épuré (Carbonneau, Marley et Selig, 2013). Le rôle des sens et du corps dans la manipulation en constitue le troisième avantage (Carbonneau, Marley et Selig, 2013), et cela est spécialement vrai pour une grande partie des élèves en difficulté. En effet, la mise en œuvre physique peut étayer l'apprentissage : les représentations verbales et non verbales sont stockées à des endroits différents de la mémoire à long terme, mais connectés. Par conséquent, l'activation d'une forme de représentation entraîne l'activation de l'autre, ce qui favorise la récupération des informations.

Malgré les avantages que l'utilisation de matériel de manipulation peut avoir dans l'apprentissage des mathématiques, il peut parfois être créateur de difficultés. Par exemple, Houdement et Petitfour (2020) ont montré qu'un même type de matériel peut être utile pour certains élèves, superflu pour d'autres ou même ajouter des difficultés pour d'autres encore. Le résultat de l'utilisation du matériel dépend également de la manière dont l'enseignant l'introduit en classe, du niveau de guidage pédagogique sur son utilisation et des relances et interventions. Or, bien que le matériel puisse contribuer à l'apprentissage, son utilisation ou non n'est pas suffisante pour construire des connaissances mathématiques (Dias, 2017). En effet Croset et Gardes (2022) suggèrent de distinguer entre manipulation *passive* et manipulation *active*. Dans celle passive, l'on manipule sans intentionnalité vis-à-vis de l'objet d'apprentissage ciblé ou de la résolution du problème. Il n'y a pas d'anticipation, on est dans le « faire », et elle peut être une étape intermédiaire permettant d'aboutir à la manipulation active (par exemple elle peut servir à observer la situation, à comprendre les règles, etc.). Lors de la manipulation active, au contraire, on manipule avec anticipation et intentionnalité d'apprentissage. Elle ne garantit pas l'apprentissage, mais peut enclencher le processus.

2 La résolution de problèmes

Si d'un côté la manipulation a différents avantages comme le soutien du développement de l'abstraction, le fait de s'appuyer sur les connaissances du monde réel et l'engagement du corps et des sens de la personne qui manipule, de l'autre côté elle n'est pas suffisante pour construire des apprentissages. Nous nous sommes donc demandé comment la rendre efficace, et la littérature en didactique des mathématiques propose des leviers. Un levier concerne la situation mathématique travaillée en classe : le fait de proposer un problème à résoudre peut motiver et justifier l'apprentissage visé aux yeux des élèves. Si les problèmes jouent un rôle central pour l'entrée dans une manipulation active, il faut encore comprendre ce que l'on entend avec le terme « problème ». Sans prétendre ici à l'exhaustivité sur un sujet très débattu, nous nous contentons dans ces lignes de donner la définition de problème qui a été adoptée pour le module de formation présenté dans ce texte. Nous en avons choisi une qui a au cœur le fait de mettre l'élève en position de chercheur en mathématiques, en lui permettant de mener lui-même une partie de l'activité mathématique réelle du mathématicien, qui consiste à tâtonner, chercher, recommencer, etc. (Gardes, 2018 ; Houdement, 2009). Par ailleurs, les didacticiens attachent une grande importance à la résolution de problème en mathématiques. Comme le dit Brousseau (1998), on ne fait des mathématiques que lorsqu'on s'occupe de problèmes. Mais si on met au centre l'élève et ce que l'élève fait face à un problème, la définition même de problème dépend de l'élève et de ses connaissances au moment de la résolution du problème. Brun (1990) définit les problèmes comme « une situation initiale avec un but à atteindre, demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire » (p. 2). Pour résumer, avec problème nous entendons une situation mathématique à résoudre dont nous ne disposons pas de la solution *a priori*. Tisseron (1998) distingue entre : problèmes pour *apprendre* (de nouvelles notions), problèmes *d'application* (d'entraînement ou de réinvestissement d'une connaissance apprise) et problèmes pour *chercher* (sans viser l'acquisition d'une connaissance notionnelle particulière ; Houdement, 2009). Comme mieux détaillé dans les sections suivantes, nous nous sommes servi des trois types de problème pour la conception de l'atelier disciplinaire présenté dans ce texte.

3 Les laboratoires de mathématiques

Les deux concepts sur lesquels nous avons porté l'attention dans ce texte sont la manipulation et la résolution de problèmes. Ce binôme fait écho à ce qui est dit par différents chercheurs :

- la démarche expérimentale, caractérisée par des va-et-vient constants entre la théorie et l'expérience, pour laquelle le matériel de manipulation est central (Gardes, 2018). Elle se réalise par des rétroactions de trois processus : expérimentation, formulation et validation (au sens de Brousseau ; Dias, De Souza et Serment, 2022) ;
- le récent développement des laboratoires de mathématiques, qui ont été définis théoriquement comme une activité de type expérimental dans un environnement propice à l'apparition de connaissances en actes (Dias, De Souza et Serment, 2022).

Dias, De Souza et Serment (2022) identifient sept moments-clé pour la mise en place d'une situation didactique fondée sur la démarche expérimentale (Figure 2). Lors de la conception de la situation, l'enseignant conduit une réflexion didactique sur la base d'une analyse *a priori*. L'activité avec les élèves débute avec l'appropriation du problème, grâce à la dévolution de l'enseignant qui s'assure de sa bonne compréhension. Les élèves formulent alors leurs hypothèses et conjectures, qui peuvent naître lors de la phase de manipulation et expérimentation via le matériel à disposition. Cela amène les élèves à être en mesure de mettre en mot leurs raisonnements dans la phase d'échanges argumentés. Pour terminer l'activité de laboratoire, l'enseignant structure les savoirs via le recueil et partage des stratégies et l'institutionnalisation des connaissances.

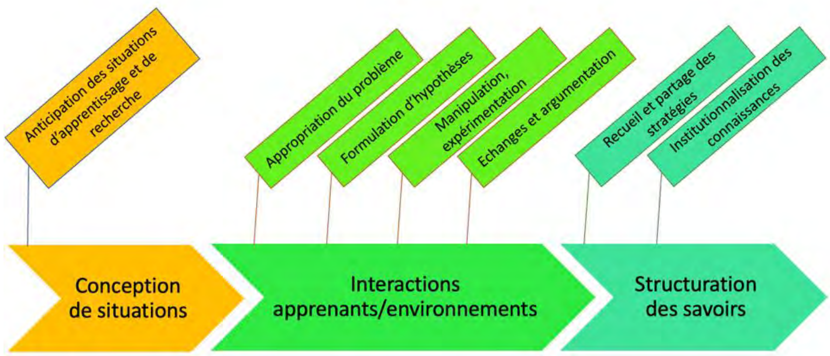


Figure 2. Les sept moments clés pour la mise en place d'une situation didactique fondée sur la démarche expérimentale (Dias, De Souza et Serment, 2022, p. 17)

III - L'ATELIER DISCIPLINAIRE À LA HEP VAUD

1 La conception de l'atelier disciplinaire

Ces fondements didactiques ont donc guidé le choix des modalités de l'atelier disciplinaire introduit dans la première section de ce texte. Nous avions à disposition treize séances d'une heure et demie chacune. Les contenus mathématiques ont été choisis afin de préparer les participants au module de didactique des mathématiques. En plus, ils ont été sélectionnés afin d'aborder les sujets principaux de l'école « nécessaires à l'enseignant pour préparer, réguler et évaluer la séance et les élèves » (Houdement, 2013, p. 12), en privilégiant les chapitres à la frontière entre le primaire et le secondaire : polygones et polyèdres ; construction du nombre ; multiplication et division ; rationnels, fractions et décimaux ; proportionnalité ; pensée algébrique.

Pour chacun de ces contenus mathématiques, nous avons construit ou choisi des problèmes existants pour les enseignants en formation. Il s'agissait parfois de problèmes d'application (Tisseron, 1998), car les étudiantes participant à ce module étaient des adultes qui avaient déjà rencontré dans leur scolarité les contenus mathématiques traités. Nous avons également utilisé des problèmes pour chercher, car un des objectifs de cette formation était aussi de faire changer l'image des maths des participants, qui est souvent mécanique et instrumentale pour la faire devenir relationnelle (Skemp, 1976). Parfois, les problèmes proposés ont été utilisés pour apprendre (Tisseron, 1998), car les connaissances mathématiques des participants étaient dans certains cas si instables que les situations vécues en classe se sont rapprochées de celles dont on pourrait faire expérience lors de l'introduction de nouveaux concepts. De surcroît, lors de la conception des séances, quand c'était possible, nous avons maximisé le recours à la manipulation de matériel didactique et nous avons favorisé la mise en place d'une manipulation active (Croset et Gardes, 2022). La manipulation a pu mettre en évidence que certains contenus étaient peut-être maîtrisés d'un point de vue instrumental, mais non de leur compréhension relationnelle. L'introduction de matériel à manipuler a permis ainsi de problématiser une tâche mathématique qui autrement n'aurait pas été un vrai problème pour les étudiants en formation. Pour résumer, l'entrée principale des séances d'atelier a été les contenus mathématiques à aborder, autour desquels nous avons conçu des problèmes et du matériel de manipulation (ou utilisé des dispositifs déjà existants). Les étudiants ont donc expérimenté dans leur formation des enseignements similaires à ceux que nous souhaiterons voir dans leur enseignement en classe avec les élèves. En d'autres termes, la formation proposée relève d'une situation d'homologie (Houdement et Kuzniak, 1996)[4].

Chaque séance a été organisée en suivant les sept principes de Dias, De Souza et Serment (2022), avec un focus particulier sur la mise en activité des étudiants dans le cadre d'une situation problème et sur l'institutionnalisation finale des connaissances travaillées. En particulier, les étudiants en formation ont été amenés à formuler leurs hypothèses, les tester et les prouver à travers la communication, les échanges, l'argumentation, la justification. Une séance classique s'est déroulée comme il suit :

- Environ cinq minutes : explication en commun du travail de la séance
- Environ une heure : travail par groupes de 3 ou 4
    - Résolution de problèmes mathématiques
    - Utilisation de matériel de manipulation
    - Focus sur la justification, les processus, etc.
- Vingt/trente minutes : mise en commun des résolutions et institutionnalisation des contenus mathématiques subjacents

Dans la prochaine section, nous présentons un exemple de séance concernant les nombres rationnels.

2 Exemple d'une séance d'atelier : les nombres rationnels

Les heures de l'atelier dédiées aux rationnels, fractions et décimaux se fondent sur différents travaux en didactique des mathématiques (par exemple Bartolini Bussi, Baccaglini-Frank et Ramploud, 2014 ; Campolucci et al., 2006 ; Iuculano et Butterworth, 2011 ; Kieren, 1980 ; Ni et Zhou, 2005). Nous présentons dans le détail la dernière séance sur les rationnels, qui a été inspirée principalement d'une ingénierie didactique d'un groupe de recherche italien conduit par la chercheuse Robotti (Robotti et al., 2016 ; Robotti, Peloso et Grange, 2019). Les semaines précédentes, les enseignantes en formation avaient pu travailler sur les unités fractionnaires et sur les fractions inférieures à 1 dans leur représentation comme partie d'un tout (rectangle) et sur celles supérieures à 1 sur la bande de papier. La hauteur de la bande de papier a été réduite petit à petit jusqu'à perdre perceptivement une dimension et devenir très

[4] Les étudiants n'ont pas vécu une formation par transposition (Houdement et Kuzniak, 1996) où les éléments théoriques didactiques sont explicités, car le focus de l'atelier était disciplinaire et non pas didactique.

similaire à une ligne des nombres. Le point de départ a donc été les nombres rationnels sous leur représentation fractionnaire.

La fiche distribuée aux participantes à l'atelier est à disposition en Annexe 1. La situation proposée a été conçue en anticipant les procédures, difficultés et relances, sur la base d'une analyse *a priori* et sur le travail de l'équipe de Robotti. Le matériel de manipulation était composé par un fil attaché à deux extrémités de la salle de classe, des cartes, des crochets et des Post-it de différentes couleurs (Figure 3).

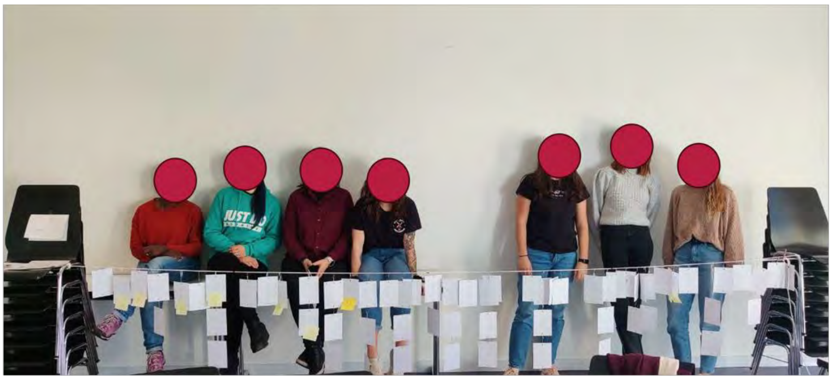


Figure 3. Le matériel de manipulation utilisé lors de la dernière séance sur les nombres rationnels

La première tâche pour les enseignantes en formation consiste à créer une carte représentant un nombre entier et la placer correctement dans l'ordre sur le fil. Ici la manipulation est passive et vise surtout à faire apprendre comment le matériel de manipulation fonctionne. Cette étape est nécessaire pour permettre une manipulation active lors des points successifs de la fiche.

La tâche b) demande aux étudiantes en formation d'écrire dix fractions différentes sur dix cartes et de les placer correctement sur le fil. À chaque groupe, nous avions assigné deux ou trois nombres à utiliser comme dénominateurs. Les dénominateurs choisis grâce à l'analyse *a priori* ont été : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10. À la fin de cette phase, plusieurs fractions étaient placées sur le fil, en obligeant les étudiantes à s'interroger sur l'ordre entre fractions, les fractions équivalentes et la différence entre l'objet nombre et ses différentes représentations. Pour cette phase, le matériel à disposition est porteur de sens mathématique. En effet, les cartes sont placées à droite ou à gauche de celles déjà existantes en fonction de l'ordre. Il faut toutefois remarquer que via ce matériel de manipulation l'on représente l'ordre des nombres sans respecter une distance entre les cartes proportionnelle à celle entre leurs valeurs absolues. Vu le grand nombre de fractions en jeu et le choix des dénominateurs effectué lors de l'analyse *a* priori, il est souvent arrivé d'avoir à placer sur le fil une fraction équivalente à une déjà présente. Quand deux fractions sont équivalentes, il est possible de positionner les cartes en vertical (Figure 3), grâce aux crochets et aux doubles trous des cartes : la verticalité répond au besoin de représenter des fractions équivalentes. Grâce aux crochets, il est toujours possible de faire glisser les cartes et créer de la place entre deux fractions déjà existantes. Cette caractéristique du matériel reprend la densité de $\mathbb{Q}$, ce qui différencie cet ensemble des entiers et pose souvent des difficultés aux élèves : entre deux nombres rationnels, il y a toujours un rationnel, par conséquent la notion de nombre successeur n'est pas pertinente pour $\mathbb{Q}$. Cette propriété des rationnels est donc interprétée par le geste de déplacer deux cartes pour faire de l'espace et en placer une troisième, ce qui devient nécessaire dès que les fractions présentes sur le fil sont nombreuses.

Les tâches c), d) et e) de la fiche demandent aux participantes d'écrire au verso des cartes les représentations décimales des fractions au recto. Chaque groupe doit trouver le registre décimal pour au moins une fraction avec chaque dénominateur. Le fait de forcer la variété de dénominateurs favorise la rencontre de nombres rationnels non décimaux, de nombres décimaux non entiers, et de nombres entiers. Il est ensuite demandé aux enseignantes en formation de classer ces représentations décimales avec des couleurs de post-it différentes, avec la finalité de faire ressortir les trois types de nombres et le lien avec les dénominateurs de la fraction réduite : 1 pour les entiers ; ayant comme facteurs seulement 2 ou 5 pour les nombres décimaux, qui ont une représentation décimale finie ; ayant comme facteurs aussi d'autres nombres que 2 ou 5 pour les nombres non décimaux, qui ont une représentation décimale périodique. Des classements différents que celui envisagé peuvent ressortir (par exemple créer des classes avec les fractions équivalentes), le classement selon les trois types de nombres décrit précédemment est choisi collectivement lors de la mise en commun après le point d). Pour les tâches c), d) et e) également, le matériel de manipulation va de pair avec les concepts mathématiques qu'il veut véhiculer : les deux faces des cartes symbolisent deux représentations du même objet nombre, la carte.

Dans la phase d'interaction entre les apprenantes et l'environnement, la posture de la formatrice a été fondamentale pour ne pas réduire le problème à une simple application, mais au contraire pour poser des questions pertinentes au regard des connaissances visées et soutenir la situation. L'objectif de cette posture était de pousser les participantes vers l'argumentation, l'explicitation et la justification de leurs hypothèses aussi via la discussion avec les autres collègues en formation. Dans cette phase, les étudiantes en formation ont manipulé et expérimenté. Le va-et-vient entre expérience et théorie a étayé la résolution de la situation tout en accompagnant la création de connaissances mathématiques.

Les tâches présentées dans les lignes ci-dessus (fiche complète en annexe 1), ou au moins une partie de celles-ci, ont constitué un problème pour les participantes à l'atelier disciplinaire. Pour certaines, les questions concernant l'ordre et sa justification ont représenté un problème, car la procédure classique de réduction et amplification de fractions n'était pas maîtrisée. Pour la presque totalité des étudiantes en formation, les liens entre le type de représentation décimale et le dénominateur de la représentation fractionnaire ont demandé une vraie phase de recherche. Pour cela, différentes procédures ont été utilisées par les participantes, qui ont parfois choisi des procédures géométriques et parfois numériques. Dans la phase de recueil et partage de stratégies, il a été essentiel de présenter les différentes procédures utilisées et surtout de mettre en lumière les liens entre elles. Par exemple, la tâche b) requiert de comparer des fractions et d'identifier des fractions équivalentes. Cela peut se faire via différentes procédures qui s'appuient sur (et mettent en lumière) des aspects différents des fractions (au sens de Kieren, 1980). Sans viser l'exhaustivité des procédures, nous en citons ici deux qui entretiennent des liens mathématiquement et didactiquement étroits. Une première procédure possible consiste en calculer les résultats des divisions associées aux deux fractions à comparer. Ici, la fraction est vue comme quotient. Sinon, il est possible de se focaliser sur le rapport entre numérateur et dénominateur, qui doit être constant en cas de fractions équivalentes. Ici, la fraction est vue comme rapport. Par exemple, pour comparer $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{6}$, on pourrait procéder avec la division $(1{:}\,3 = 0,\overline{3} = 2{:}\,6)$ ou sinon en remarquant que dans les deux cas le dénominateur est le triple du numérateur. Les deux procédures peuvent s'appuyer sur une division par 3, mais l'interprétation qu'on fait des fractions en jeu n'est pas du tout la même. Il s'agit d'un aspect important à mettre en lumière avec les étudiantes.

La phase d'institutionnalisation a été centrale pour stabiliser les contenus après une séance de grande déstabilisation pour les étudiantes en formation. Il a été institutionnalisé : la densité des rationnels, la comparaison de fractions (positives et négatives), les fractions équivalentes, les différents types de rationnels, les différents types de représentations des rationnels. Pendant la phase d'institutionnalisation, il a été essentiel de partir du matériel utilisé et des gestes accomplis lors du moment de résolution pour donner du sens aux connaissances institutionnalisées une fois décontextualisées.

IV - CONCLUSION

Dans les sections précédentes, nous avons présenté un module de formation par homologie (Houdement et Kuzniak, 1996) qui, avec une entrée principale par les contenus mathématiques, utilise les problèmes et la manipulation pour favoriser la construction de sens et la création des apprentissages chez des enseignants spécialisés en formation.

Les étudiantes qui ont décidé de participer à cet atelier à choix se sont déclarées pour la plupart en difficulté en mathématiques. Leur participation a été régulière et active tout au long du semestre, à la fin duquel elles ont affirmé lors de l'évaluation du module d'être satisfaites des enseignements suivis et d'avoir l'impression d'avoir compris et avancé dans les apprentissages disciplinaires.

Le module n'avait pas d'évaluation certificative, afin d'attirer le plus possible d'étudiants et de favoriser l'intérêt des participants sur les apprentissages et non sur la réussite. Ce positionnement a été apprécié par les étudiantes, qui ont reconnu les avantages du choix sans en reprocher de désavantages.

Bien que nous ne puissions pas nous prononcer sur les effets à long terme de cette formation, qui n'a eu lieu qu'une fois avec des étudiantes qui sont encore en formation, nous souhaitons quand même souligner quelques points qui nous semblent importants. Le premier est le fait d'avoir entrepris avec un public en difficulté la démarche expérimentale basée sur la résolution de problèmes, qui est parfois réservée dans les pratiques à un public sans difficulté en mathématiques. Également avec ce public d'apprenants en difficulté, des apprentissages ont été construits et nous faisons l'hypothèse que celles-ci sont plus solides qu'avec d'autres types d'enseignement-apprentissage. Cette communication va dans la direction d'autres recherches en didactique des mathématiques : il y a toujours une marge d'apprentissage et on peut toujours apprendre par la résolution problème, indépendamment du niveau de connaissances et de difficulté des apprenants (Dias, 2017 ; Gregorio, 2022). Malgré les apprentissages observés lors de cet atelier de formation, il est essentiel de garder à l'esprit que la manipulation ne peut être pas considérée toujours et dans tous les cas comme une solution efficace, mais que parfois elle peut constituer un obstacle (Houdement et Petitfour, 2020). Le deuxième point concerne l'utilisation de cette démarche en formation initiale avec les enseignants. Cela permet de déconstruire l'image des maths comme étant une discipline mécanique et purement instrumentale et en favorise une vision relationnelle. Lors de l'atelier, il a été favorisé le fait de se demander le pourquoi des choses, de justifier ce que l'on a trouvé, d'argumenter, de généraliser. Tout cela est particulièrement important à mettre en pratique avec des étudiants qui se destinent à enseigner cette discipline à beaucoup de jeunes élèves, car cela leur permettra de transmettre une vision autre que celle totalement instrumentale. Le dernier point concerne la manipulation. Elle est encore plus importante dans le contexte de l'enseignement spécialisé, où l'on trouve des élèves en difficulté et avec un niveau d'abstraction parfois moins développé que dans l'enseignement ordinaire, et qui peuvent par conséquent bénéficier de manière particulière de la manipulation. En plus, pour les élèves le travail sur les régularités, la structure et le sens sont spécialement importants. En effet, arriver à une compréhension du sens mathématique est nécessaire pour réussir en mathématique, et les élèves avec de bons résultats en mathématiques arrivent à le trouver même via un enseignement plutôt instrumental de la discipline. En revanche, nous faisons l'hypothèse que pour les élèves dans l'enseignement spécialisé, et pour les élèves en difficulté en général, ce lien est plus difficile à établir et un travail explicite sur ces aspects des mathématiques s'avère nécessaire.

V - BIBLIOGRAPHIE

Bartolini, M. G., & Martignone, F. (2021). *Manipulatives in Mathematics Education. In S. Lerman (Dir.), Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8

Bartolini Bussi, M. G., Baccaglini-Frank, A., Ramploud, A. (2014). *Intercultural dialogue and the geography and history of thought*. For the learning of mathematics, 34(1), 31–33.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée sauvage.

Brousseau, G. (2010). *Constructivisme radical. Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf

Brun, J. (1990). *La résolution de problèmes arithmétiques : bilans et perspectives*. Math-Ecole, 141, 2-15.

Campolucci, L., Fandiño Pinilla, M. I., Maori, D., & Sbaragli, S. (2006). *Cambi di convinzioni della pratica didattica concernent le frazioni*. La matematica e la sua didattica, 3, 353–400.

Carbonneau, K. J., Marley, S. C., & Selig, J. P. (2013). *A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives.* Journal of Educational Psychology, 105(2), 380–400.

Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2022). *Des leviers identifiés pour enseigner l'abstraction*. Tangente Éducation, 62, 6–8.

Corriveau, C., & Jeannotte, D. (2019). *Idées véhiculées à propos du matériel de manipulation dans la littérature professionnelle en enseignement des mathématiques au primaire*. In *Actes du colloque du Groupe de didacticiens du Québec (GDM). L'analyse conceptuelle en didactique des mathématiques : spécificités, apports et perspectives* (p. 94–103).

Département de la formation, de la jeunesse et de la culture (DFJC). (2019). *Concept 360°*. https://www.vd.ch/fileadmin/user_upload/organisation/dfj/dgeo/fichiers_pdf/concept360/Concept_360.pdf

Dias, T. (2017). *Manipuler et expérimenter en mathématiques*. Magnard.

Dias, T., Ferreira De Souza, A., & Serment, J. (2022). *Des laboratoires de mathématiques*. REPERES- IREM, 127, 5-29.

Gardes, M. L. (2018). *Démarches d'investigation et recherche de problèmes*. In G. Aldon (Dir.), *Le Rallye mathématique, un jeu très sérieux !* (p. 73–96). Canopée Éditions.

Gregorio, F. (2022). *The role of examples in early algebra for students with Mathematical Learning Difficulties*. Dans J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi, F. Ferretti (Dir.), *Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)*. (pp. 444–4452). ERME / Free University of Bozen-Bolzano.

Haute école pédagogique Vaud (HEP Vaud). (2023a). *Bachelor en enseignement pour le degré primaire. Plan d'études année académique 2023 – 2024*. https://etudiant.hepl.ch/files/live/sites/files-site/files/filiere-bp/programme-formation/plan-etudes-bp-23-24-2023-hep-vaud.pdf

Haute école pédagogique Vaud (HEP Vaud). (2023b). *Master/Diplôme en enseignement spécialisé*. https://etudiant.hepl.ch/files/live/sites/files-site/files/filiere-ps/programme-formation/plan-etudes-maes-2023-1-2-fps-hep-vaud.pdf

Haute école pédagogique Vaud (HEP Vaud). (2023c). *Portail candidat. Master en enseignement spécialisé*. Repéré à https://candidat.hepl.ch/accueil/admissions/master-en-enseignement-specialis.html

Houdement, C. (2009). *Une place pour les problèmes pour chercher*. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 14, 31–59.

Houdement, C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques.* (Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris-Diderot - Paris VII).

Houdement, C., & Kuzniak, A. (1996). *Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques*. Recherches en didactique des mathématiques, 16(3), 289-322.

Houdement, C., & Petitfour, É. (2020). *La manipulation dans l'enseignement spécialisé : aide ou obstacle ? Une étude de cas autour de la numération décimale*. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 40(2), 181–223.

Iuculano. T., & Butterworth, B. (2011). *Understanding the real value of fractions and decimals.* The quarterly journal of experimental psychology, 64(11), 2088–2098.

Kieren, T. E. (1980). *The rational number construct – its elements and mechanisms*. Dans T.E. Kieren (Dir.), Recent research on number learning (p. 125–150). ERIC/SMEAC.

Ni, Y., & Zhou, Y.-D. (2005) *Teaching and learning fraction and rational numbers : the origins and implications of whole number bias*. Educational Psychlogist, *40*, 27–52.

Robotti, E., Censi, A., Peraillon, L., & Segor, I. (2016). *Frazioni sul filo*. Edizioni Centro Studi Erickson S.p.A.

Robotti, E., Peloso, S., Grange, T. (2019). *Recherche-action et développement professionnel des enseignants de maternelle et de primaire en mathématiques. Le cas d'edumath vallee en Italie*. Dans T. Dias, A. Batton, C. Billy, R.

Cabassut, S. Clivaz, B. Courcelle, M.-L. Gardes, C. Geron, G. Grietems, C. Del Notaro, M. Deruaz, N. Dreyer, É. Petitfour, E. Robotti, A. Simard, C. Vendeira-Maréchal (Dir.), Actes du 46e colloque COPIRELEM. Dispositif de formation à l'enseignement des mathématiques au XXIe siècle (p. 547–559).

Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. Mathematics Teaching, *7*, 20–26.

Tisseron, C. (1998). *Différents aspects du travail du chercheur*. http://sierra.univ-lyon1.fr/irem/CF/epis/cadre1.htm

ANNEXE 1

Extraits de *Frazioni sul filo* (2016), Robotti et al.

hep/
MAES1ADMAT

Activité 3 – Le fil

Matériel : fil, crochets, cartes perforées

a. Voici la liste des participantes à cet atelier disciplinaire :

#	Étudiante
1	Nom étudiante 1
2	Nom étudiante 2
3	Nom étudiante 3
4	Nom étudiante 4
5	Nom étudiante 5
6	Nom étudiante 6
7	Nom étudiante 7
8	Nom étudiante 8
9	Nom étudiante 9
10	Nom étudiante 10
11	Nom étudiante 11
12	Nom étudiante 12

Placer sur le fil votre numéro de liste en respectant l'ordre.

b. En fonction des unités fractionnaires de votre groupe, écrivez sur les cartes dix fractions avec le même dénominateur et placez-les sur le fil (à la fin on veut avoir les dénominateurs : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10). Si nécessaire, aidez-vous avec une bande papier.

c. À l'aide d'une calculatrice, écrire au verso des cartes la fraction dans sa représentation décimale. Chaque groupe doit le faire pour au moins une fraction avec dénominateur : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10. Quels types de résultats avez-vous obtenus ?

d. En fonction du type de la représentation décimale obtenue au point précédent, classer les fractions sur le fil avec des symboles différents (étoile, lune…). Accordez-vous avec vos collègues sur le code symbole.

e. De quoi dépend le classement du point d ?

IDENTIFIER LES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES DE CM2 EN LIEN AVEC LES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT : PREMIERS RÉSULTATS ET PERSPECTIVES

Cécile ALLARD
Maitresse de conférences, UNIVERSITÉ PARIS EST CRETEIL
LDAR
cecile.allard@u-pec.fr

Maud CHANUDET
Maitresse-Assistante, UNIVERSITÉ DE GENÈVE
maud.chanudet@unige.ch

Éric RODITI
Professeur des universités, UNIVERSITÉ PARIS CITÉ
EDA
eric.roditi@u-paris.fr

Frédérick TEMPIER
Maître de Conférences, CY CERGY PARIS UNIVERSITE
LDAR
frederick.tempier@cyu.fr

Résumé
Nous présentons une recherche en cours visant à élaborer des moyens d'identifier les apprentissages mathématiques des élèves de CM2 dans le domaine numérique et à mettre en relation ces apprentissages avec l'enseignement reçu. Dans cette recherche, les apprentissages sont assimilés à l'évolution des connaissances entre le début et la fin de l'année scolaire, ces dernières étant identifiées par les réponses apportées à un même questionnaire d'évaluation. Les réponses de près de 900 élèves issus de 49 classes sont ici analysées pour identifier les apprentissages réalisés relativement à différents contenus mathématiques. Ces apprentissages sont ensuite rapprochés des résultats d'une enquête portant sur les pratiques d'enseignement de ces contenus. Dans la suite de cette recherche, nous interrogerons ces apprentissages en fonction des connaissances initiales des élèves, des contextes sociaux-scolaires, et des pratiques déclarées de leurs enseignants.

Dans cette recherche[1], les connaissances mathématiques d'élèves de CM2 ont été recueillies à l'aide d'un questionnaire (format papier, questions à réponses ouvertes) composé d'exercices portant principalement sur trois contenus : la numération des nombres entiers ; les nombres décimaux et leur comparaison ; la division et les problèmes numériques. Nous avons interrogé un millier d'élèves environ (1 013 exactement), répartis dans cinquante classes de CM2 d'une académie volontaire pour contribuer à notre recherche. Cette académie a été sollicitée pour sa variété de contextes d'enseignement : urbains, ruraux, publics, privés, en éducation prioritaire ou non, etc. Les élèves ont été interrogés à deux reprises : une première fois en octobre 2018, et une seconde fois en juin 2019. Les deux questionnaires étaient identiques ; seuls des traits de surface ont été modifiés afin de ne pas perturber les élèves pour lesquels ces éléments auraient une signification particulière, comme les noms des personnages en jeu dans les

[1] Recherche menée avec la collaboration de Pascale Masselot et Marie-Lise Peltier, deux chercheuses en didactique des mathématiques à la retraite.

problèmes par exemple. La longueur du questionnaire soumis (58 questions élémentaires, ou items) imposait qu'il y ait deux sessions d'une cinquantaine de minutes chacune.

Afin de mettre en lien les apprentissages des élèves de CM2 (assimilés à l'évolution de leurs performances entre le début et la fin de l'année scolaire) et l'enseignement, nous avons interrogé les élèves et les professeurs à propos des mêmes contenus. Les professeurs enseignant à des élèves de CM2 ont répondu à un questionnaire sur leurs pratiques d'enseignement des mathématiques en juin 2019, dans le cadre de l'enquête nationale PRAESCO[2] menée parallèlement. Le questionnaire d'enquête à destination des professeurs était à réponses fermées, il comportait 234 items et nécessitait 50 minutes environ pour y répondre. L'enquête a été réalisée sur un échantillon aléatoire, de 1 317 professeurs, représentatif de la population nationale (secteurs public et privé sous contrat). Les résultats de cette enquête ont été présentés lors du précédent colloque de la COPIRELEM (Allard *et al.*, 2023). Rappelons que le questionnaire comportait trois parties. La première invitait les enseignants à indiquer leur parcours professionnel et leur contexte d'enseignement, ainsi que des informations variées portant par exemple sur les formations suivies, le travail collectif éventuel avec des collègues, etc. La deuxième partie questionnait les professeurs sur leur enseignement des mathématiques, sans référence à un domaine particulier : la durée des préparations et des évaluations ; les satisfactions et insatisfactions ressenties dans l'enseignement des mathématiques, et les origines de ces satisfactions et insatisfactions ; l'importance accordées à certains contenus, la durée de leur enseignement, les difficultés de leurs élèves à leur sujet, etc. La dernière partie interrogeait les professeurs sur l'enseignement de contenus mathématiques précis (ceux listés précédemment) ; elle portait notamment sur les choix des situations d'enseignement et d'évaluation, le repérage des difficultés des élèves, et les ajustements mis en place pour faire face à ces difficultés.

Les résultats que nous présentons ici ne sont donc pas des résultats généraux sur l'apprentissage des mathématiques en CM2 : l'échantillon d'élèves n'est pas représentatif de la population de ce niveau scolaire et le questionnaire d'enquête ne porte pas sur l'ensemble des contenus mathématiques enseignés. Ce qui est présenté est, plus modestement, un aperçu des apprentissages réalisés par des élèves, sur des contenus mathématiques pour lesquels les professeurs ont également été interrogés quant à leur enseignement. Il s'agira donc de présenter ces apprentissages en les rapprochant des tendances observées dans l'enquête adressée aux enseignants.

Nous commençons par une première exploration générale des résultats des élèves, puis nous abordons successivement les apprentissages relatifs aux contenus suivants : les nombres entiers, les nombres décimaux et leur comparaison, la résolution de problèmes oraux (comprenant des problèmes de division).

I - PREMIÈRE EXPLORATION DES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES

Parmi les 1 013 élèves des classes interrogées, 883 ont répondu à la fois aux questionnaires d'octobre et de juin. Présentons les performances de ces élèves, en octobre 2018 et en juin 2019, d'abord globalement sur l'ensemble du questionnaire, puis en distinguant les items selon les progrès réalisés par les élèves.

1 Performances globales des élèves en octobre puis en juin

Pour ces 883 élèves, nous observons, en octobre, une réussite moyenne de 41 %, avec un minimum de 5% de réussite pour l'élève le plus faible et un maximum de 95 % pour l'élève le plus performant. L'écart-type associé à cette moyenne de 41 % est de 17 points de pourcentage (pp). Nous observons, en juin, une réussite moyenne de 60 %, avec un minimum de 9 % et un maximum de 100 %. L'écart-type associé à

[2] L'enquête PRAESCO (Pratiques enseignantes spécifiques aux contenus) est une enquête menée en partenariat avec la DEPP (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance) qui est une direction du ministère de l'Éducation nationale. La première enquête a eu lieu en 2019, les résultats ont été publiés en 2021 et 2022 (Allard *et al.*, 2021, 2022).

cette moyenne est de 22 pp. La différence entre octobre et juin est donc en moyenne de 19 pp, l'écart-type est de 14 pp. L'évolution de performance la plus faible entre octobre est juin est une chute de 23 pp, l'évolution la plus forte est un progrès de 68 pp. Comme le montrent ces résultats, de nombreuses questions posées en début d'année étaient déjà accessibles à des élèves de ce niveau scolaire, l'année scolaire a en outre conduit à des apprentissages substantiels : le passage de 41 % à 60 % de réussite moyenne traduit le fait qu'en moyenne, pour l'ensemble des élèves, un tiers des questions échouées en début d'année sont réussies en fin d'année.

Prolongeons donc l'analyse de l'évolution des performances des élèves, en les examinant en fonction des items du questionnaire.

2 Performances des élèves et évolution de cette performance selon contenus

En octobre, en moyenne, chaque item est réussi par 42 % des élèves. L'item le plus difficile n'est réussi que par 3 % des élèves, et l'item le plus facile est réussi par 93 % des élèves. En juin, en moyenne, chaque item est réussi par 61 % des élèves. L'item le plus difficile n'est réussi que par 17 % des élèves, et l'item le plus facile est réussi par 98 % des élèves. En moyenne, entre octobre et juin, chaque item voit le pourcentage des élèves qui le réussissent augmenter de 19 pp. L'item pour lequel cet accroissement est le plus faible ne voit le pourcentage des élèves qui le réussissent augmenter que de 1 pp. L'item pour lequel cet accroissement est le plus fort voit le pourcentage des élèves qui le réussissent augmenter de 39 pp.

Poursuivons l'analyse. L'accroissement du pourcentage des élèves réussissant un item varie, selon les items, de 1 pp à 39 pp ; il est, en moyenne, égal à 19 pp et l'écart-type associé est de 11 pp. Cela conduit à distinguer les items suivant l'importance de l'accroissement du pourcentage des élèves qui les réussissent. L'accroissement du pourcentage des élèves qui réussissent un item donné sera considéré comme standard si cet accroissement est égal à 19 pp à un demi-écart-type près, c'est-à-dire si cet accroissement est compris entre 13,5 pp et 24,5 pp. Il sera considéré comme fort (respectivement faible) s'il est compris entre 24,5 pp et 30 pp (respectivement entre 8 pp et 13,5 pp). Il sera enfin considéré comme très fort (respectivement très faible) s'il est supérieur à 30 pp (respectivement inférieur à 8 pp). Si l'on répartit les 58 items du questionnaire selon l'accroissement, entre octobre et juin, du pourcentage des élèves qui le réussissent, on obtient le tableau suivant :

Accroissement	Très faible	Faible	Standard	Fort	Très fort
Nombre d'items	7	13	20	12	6

Tableau 1 : distribution des items selon l'accroissement du pourcentage d'élèves qui le réussissent

L'examen des contenus sur lesquels portent ces items pour lesquels l'accroissement de performance des élèves varie de très faible à très fort fait ressortir une certaine régularité. Ainsi, les items pour lesquels les progrès des élèves sont très faibles sont essentiellement des items portant sur la numération des nombres entiers. Ceux qui correspondent à des apprentissages forts et très forts portent sur les nombres décimaux et leur multiplication par 10 et par 100. Les items associés à des progrès faibles ou standards portent sur le calcul mental et les problèmes numériques oraux. Cela nous a conduit à approfondir nos analyses en regroupant les items par contenus mathématiques interrogés : numération des entiers, nombres décimaux, problèmes oraux.

II - LA CONNAISSANCE DES NOMBRES ENTIERS

1 Les réponses des enseignants à propos de la numération

L'enquête PRAESCO (Allard *et al* ; 2021, 2022) montre que dans leur enseignement des nombres entiers, les professeurs de CM2 déclarent proposer fréquemment des tâches techniques comme les décompositions canoniques d'un nombre, la distinction chiffre des/nombre de ou la lecture/écriture de grands nombres. Ils sont moins nombreux à travailler fréquemment des tâches permettant de renforcer la compréhension des nombres comme les décompositions variées (telles que 2305 = 23 centaines 5 unités = 2 milliers 305 unités = ...) ou le repérage/placement des grands nombres sur une droite graduée. Quand ils ont à aider un élève à écrire un grand nombre en chiffres (comme « dix-sept-millions-deux-mille-cinquante-huit »), les professeurs utilisent très majoritairement (88%) des aides techniques comme faire écrire le nombre dans un tableau de numération en écrivant un chiffre par case et en complétant les « trous » par des 0.

2 Les résultats des élèves sur les items de numération

Le questionnaire élève compte 9 items sur la numération des entiers. Il s'agit de tâches d'écriture en chiffres et en lettres de nombres (5 items), de composition de nombres (3 items) et de conversion entre unités de numération (1 item). Certains items portent sur les nombres inférieurs à 10 000 (« nombres d'usage courant ») et les autres portent sur des nombres supérieurs à 10 000 (« grands nombres »).

2.1 Évolution des connaissances sur les nombres d'usage courant

La connaissance des nombres entiers d'usage courant, est un enjeu important au cycle 2. Au cycle 3 ces connaissances sont généralement reprises en tout début d'année de CM1 et de CM2, permettant de s'assurer d'un bagage minimum chez les élèves avant d'aborder les grands nombres et les décimaux. Dans le questionnaire élève, la tâche de composition de nombres vise à renseigner la mise en œuvre de certaines connaissances de numération : d'une part la position des unités de numération dans l'écriture en chiffres et l'utilisation du 0 pour marquer l'absence d'unité à un ou plusieurs rangs (principe de position), et d'autre part les relations entre unités de numération (principe décimal).

Items de composition de nombre	**Pourcentages de réussite en septembre**	**Pourcentages de réussite en juin**	**Écarts (en points de pourcentage)**
a. 1 millier 4 centaines 8 dizaines	62%	66%	+4pp
b. 7 unités 2 centaines 4 dizaines	81%	82%	+1pp
c. 3 milliers 12 centaines	20%	31%	+11pp

Tableau 2 : Résultats des items de composition de nombre

L'amélioration des pourcentages de réussite pour les deux premiers items est peu marquée (tableau 2). Les élèves progressent notamment très peu dans la mise en œuvre du 0 positionnel malgré le travail réalisé au cours de l'année sur les décimaux où la question du 0 est aussi en jeu. Pour le troisième item les résultats sont toujours peu élevés en fin d'année mais les progrès sont légèrement plus importants. Il semblerait que les élèves qui ont progressé sont ceux qui produisaient des réponses erronées comme 3012 ou 3120 en septembre et qui avaient donc déjà un contrôle sur le nombre de chiffres. L'item mettant en jeu les relations entre unités consiste à convertir 1 millier en centaines. Les progrès sont là aussi limités : les élèves le réussissent pour 50% d'entre eux en septembre et 59% en juin.

Il pourrait y avoir un lien entre le travail principalement technique qui ressort des réponses de certains professeurs au questionnaire qui leur était adressé et la faiblesse des progrès des élèves. Nous pouvons aussi questionner l'enseignement des décimaux et l'impact qu'il peut avoir sur les progrès des élèves en CM2 à propos des nombres entiers et de la numération. Nous faisons ainsi l'hypothèse que les professeurs sont nombreux à ne pas profiter de l'occasion d'un travail sur les décimaux, notamment sur la position des chiffres dans l'écriture décimale ou sur les relations entre unités de numération, pour revenir sur les connaissances sur les entiers d'usage courant.

Par ailleurs, les élèves progressent de façon assez importante sur les tâches de calcul mental de multiplications et divisions par 10, 100, … (tableau 3). Toutefois, cela ne permet pas aux élèves de réellement progresser sur la connaissance des nombres d'usage courant. Nous pouvons faire l'hypothèse que le travail sur le calcul avec les puissances de 10 n'est pas mis en relation avec la numération dans l'enseignement et n'est donc pas une occasion de renforcer les connaissances de numération.

Items de multiplication et division par 10, 100, …	Pourcentages de réussite en septembre	Pourcentages de réussite en juin	Écarts (en points de pourcentage)
a. 421 × 10	77%	90%	+13pp
b. 4100 : 100	26%	62%	+36pp
c. 250 × ………… = 25 000	66%	85%	+19pp
d. ………… : 100 = 3	31%	64%	+33pp

Tableau 3 : Résultats des items de calcul mental de multiplications et divisions par 10, 100, …

2.2 Évolution des connaissances sur les grands nombres

Les items a et c d'écriture en chiffres et en lettres de grands nombres sont bien réussis (tableau 4). Pourtant, pour l'item b, les élèves rencontrent des difficultés pour l'écriture en chiffres de dix-sept-millions-deux-mille-cinquante-huit, qui demande de mobiliser des connaissances pour marquer par un 0 la position des millions et des milliers notamment, ce qui est rendu difficile par le fait que ces 0 ne se voient pas dans l'écriture en lettres et ne s'entendent pas à l'oral (Salin, 1997 ; Tempier, 2020).

Items d'écriture en chiffres et en lettres de grands nombres	Pourcentages de réussite en septembre	Pourcentages de réussite en juin	Écarts (en points de pourcentage)
a. Vingt-mille-cent-quatre : …………	83%	86%	+3pp
b. Dix-sept-millions-deux-mille-cinquante-huit : …………………………	65%	70%	+5pp
c. 12 005 000 : ……………………………	86%	91%	+5pp

Tableau 4 : Résultats des items d'écriture en chiffres et en lettres de grands nombres

Pour tous ces items les progrès des élèves sont très faibles (au mieux 5pp) alors que plus de deux tiers des enseignants déclarent travailler ces tâches souvent ou très souvent. Nous faisons l'hypothèse que ces faibles progrès sont liés à l'usage très majoritaire de règles par les professeurs comme : écrire un chiffre par case et compléter les trous dans le tableau de numération (pour 88% des professeurs selon l'enquête PRAESCO) et laisser un espace quand on entend « million » et compléter par deux séries de trois tirets (pour 65% des professeurs).

III - LA CONNAISSANCE DES NOMBRES RATIONNELS

Dans cette partie, nous discutons les résultats aux questionnaires professeurs et élèves au sujet de l'enseignement et de l'apprentissage des fractions et des décimaux. Plusieurs tâches de ce domaine ont été explorées dans ces enquêtes (Allard et *al.,* 2021, 2022), nous nous limitons ici à trois : la multiplication ou la division d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1000, la comparaison de deux nombres décimaux et l'intercalation d'un nombre entre deux décimaux.

1 L'enseignement des fractions et des décimaux : préconisations institutionnelles

L'enseignement des fractions débutent tardivement en France en classe de cours moyen première année (Martinez et Roditi, 2017). Selon la programmation conseillée par le ministère (BOEN n° 31 du 30 juillet 2020), la construction des nombres décimaux passe par celles des fractions simples et des fractions décimales, cette programmation était déjà prescrite depuis 2002. Allard (2015) et Martinez (2017) montrent que l'enseignement des fractions est réduit au profit de l'enseignement des décimaux. Malgré une focale des programmes sur les décimaux, ces derniers orientent davantage sur des tâches techniques en les limitant pour le calcul à l'addition et la soustraction de deux décimaux, d'un entier par un décimal pour la multiplication et de la division d'un décimal par un entier. Toujours en relation avec le calcul sont également prescrites des tâches comme multiplier par 10, 100 ou 1000 un nombre décimal ou écrire une fraction comme la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Enfin, d'après les points de repères de progressivité[3] pour la comparaison des décimaux il est conseillé de l'enseigner jusqu'au centième en CM1 et au millième au CM2.

Nous faisions l'hypothèse que certaines des tâches techniques comme la multiplication ou la division d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1000 sont des occasions pour se remémorer ou tisser des liens entre les connaissances nouvelles et celles plus anciennes sur les entiers. Notre hypothèse est infondée puisque les performances des élèves sur leurs connaissances des nombres entiers ne sont pas significativement augmentées. Les élèves ne semblent pas avoir profité de l'enseignement de ces nouveaux nombres pour consolider ou revisiter leurs connaissances sur les entiers.

2 Les réponses des enseignants à propos de l'enseignement des fractions et des décimaux

Selon les réponses des enquêtés, la thématique des fractions et des décimaux arrive en deuxième position des domaines des formations suivies depuis l'entrée dans le métier. Cette thématique est également considérée par plus de la moitié des enseignants de CM2 comme facile à enseigner.

Dans le questionnaire PRAESCO, nous interrogeons également ce qui motive le choix des enseignants lorsqu'ils proposent des activités d'introduction d'une nouvelle connaissance. Ainsi, ils doivent choisir entre deux versions visant la comparaison des décimaux (Figure 1). Dans la version 1, tous les nombres sont exprimés en millièmes alors que dans la version 2 les nombres sont exprimés en dixièmes, centièmes ou millièmes. Une majorité de professeurs (74%) considèrent que l'activité d'introduction doit faire émerger les erreurs courantes des élèves même si (42%) considèrent que les élèves ne doivent pas être en difficulté dès la situation d'introduction.

A propos de la multiplication d'un nombre décimal par 10, 100 ou 1000, plus des trois quarts des enseignants estiment qu'il est important de proposer une trace écrite sur cette tâche, mais les désaccords apparaissent quant au niveau de justification à proposer aux élèves allant du simple truc (ajouter des zéros) à une justification s'appuyant sur des relations entre unités de numération.

Sur les fractions et les décimaux, nous pouvons alors brosser un portrait des pratiques des enseignants : ils s'y sentent davantage formés, déclarent y consacrer du temps, et estiment cet enseignement plutôt facile. Enfin, ils déclarent qu'il est important de proposer des traces écrites sur des taches techniques sans partager sur le niveau de justification à proposer.

[3] https://eduscol.education.fr/document/13990/download

QCB-03. Voici deux versions d'un exercice sur la comparaison de nombres décimaux : l'une est extraite d'un manuel de CM2, l'autre est son adaptation par un professeur qui enseigne à ce niveau.

Version 1 :
Lors de la visite médicale, des élèves comparent leur poids à la naissance.

Pierre	Yasmina	Max	Marie	Léa	Théo
3,150 kg	3,100 kg	4,300 kg	3,075 kg	4,205 kg	3,840 kg

Quel enfant pesait le moins ? Quel enfant pesait le plus ?

Version 2 :
Lors de la visite médicale, des élèves comparent leur poids à la naissance.

Pierre	Yasmina	Max	Marie	Léa	Théo
3,15 kg	3,1 kg	4,3 kg	3,075 kg	4,205 kg	3,84 kg

Quel enfant pesait le moins ? Quel enfant pesait le plus ?

En me référant à mes élèves de CM2 de cette année, la version que je choisirais pour introduire la comparaison des nombres décimaux serait :

- ○ **Version 1**
- ○ **Version 2**

Figure 1. Un exemple de question sur l'enseignement des décimaux du questionnaire enseignant

3 Des résultats d'élèves sur les items impliquant fractions et décimaux

A la suite des analyses portant sur le domaine de la numération des entiers et au regard du dépouillage des données brutes sur les fractions et décimaux, nous pointons le fait que les élèves de CM2 semblent progresser davantage sur les tâches techniques et nouvelles. Le tableau ci-dessous renforce ce constat puisque l'accroissement est très fort (>30pp) (Tableau 5). Les progrès des élèves sont conséquents notamment car les résultats de septembre sont bas, peu d'élèves ayant eu l'occasion de découvrir cet apprentissage avant le mois de septembre (date de la passation). Nous remarquons que les résultats de juin sont proches des scores de réussite du domaine de la numération sur le même type de tâche (multiplication d'un entier par 10, 100 ou 1000).

Items portant sur la multiplication d'un décimal par 10, 100 ou 1000	Pourcentages de réussite en septembre	Pourcentages de réussite en juin	Ecarts (en points de pourcentage)
a. 2,34x10	21%	60%	+39pp
b. 35,2x100	6%	43%	+37pp
c. 38,45 :10	11%	49%	+38pp

Tableau 5. Résultats de l'item sur la multiplication d'un décimal par 10, 100 ou 1000

L'étude d'un autre item (Tableau 6), assez technique portant sur la comparaison de deux décimaux, fait émerger d'autres questions sur la validité de ce type d'item et les difficultés à interpréter les raisons ou la qualité des progrès. Comment pouvons-nous expliquer les bons résultats de septembre sur cet item ? Est-ce un effet de la modalité de réponse à l'item ? En effet les élèves ont une chance sur deux de fournir la bonne réponse. Est-ce le résultat d'une application d'une règle de comparaison des entiers aux décimaux assez minimaliste comme celle qui consiste à écrire des zéros pour qu'il y ait autant de chiffres dans la partie décimale ?

Items sur la comparaison des décimaux	Pourcentages de réussite en septembre	Pourcentages de réussite en juin	Écarts (en points de pourcentage)
a. 12,17……………12,3	53%	85%	+32pp
b. 3,3………………3,04	68%	89%	+21pp
c. 11,38……………11,478	91%	93%	+2pp

Tableau 6. Résultats de l'item sur la comparaison de deux décimaux

Les résultats à cet item montrent une belle progression, toutefois, il est difficile de distinguer si cette augmentation est le résultat d'un apprentissage de règles ou d'une technique justifiée. Nous questionnons ici une règle que les élèves pourraient suivre en relation avec le nombre de chiffres de la partie décimale -assimilé par certains à une longueur » des nombres : la réussite à l'item c montre, par exemple, que les élèves ont fait le choix du nombre le plus « long » comme étant le plus grand mais l'item b met à mal cette règle car le nombre le plus « grand » est le plus « court ». La présence du zéro dans 3,04 serait peut-être alors un « inhibiteur » de cette règle. Nous comprenons plutôt que certains élèves appliquent des règles selon les particularités des nombres (nombres de chiffres après la virgule, présence de zéro au dixième…) sans souci d'appliquer une règle générale.

L'exemple suivant (Tableau 7) montre la difficulté des élèves à prendre des initiatives et à respecter une double contrainte ; celle de trouver un nombre qui soit « plus petit que » et « plus grand que ». Pour les items a et c, deux procédures peuvent assurer une bonne réponse : mettre des zéros et alors trouver un nombre entre les deux autres (cela reviendrait à trouver un nombre entre 21,45 et 21,50 pour l'item a). L'application de cette règle expliquerait certaines réponses observées à l'item c comme intercaler 3,0 entre 3 et 3,1. Les réponses fausses à ces items sont particulièrement « inventives » proches de réponses « canoniques fausses ». Comme pour la numération, les réponses des élèves sont telles que certaines sont difficilement interprétables. Il est parfois difficile, de connaitre les cheminements qui ont conduit aux réponses justes.

Items sur l'intercalation entre deux décimaux	Pourcentages de réussite en septembre	Pourcentages de réussite en juin	Écarts (en points de pourcentage)
a. 21,45<……….<21,5	26%	55%	+29pp
b. 2,9<…………..<3,1	72%	84%	+12pp
c. 3<……………..<3,1	12%	34%	+22pp

Tableau 7. Résultats de l'item sur l'intercalation entre deux décimaux

4 Exemple de réponses qui interrogent

La comparaison des résultats à deux autres items conduit à des « étonnements ». Les élèves ont dû comparer 11/10 et 1, ils ont obtenu comme score de réussite : 72% en septembre et 74% en juin. Nous pourrions en déduire que les élèves se sont appuyés sur la connaissance de l'égalité 10/10 = 1.

En septembre seulement 29% d'entre eux savent que 10/10 = 1. Il est alors difficile de distinguer les élèves qui ont juste parce qu'ils sont influencés par les nombres 10 et 11 sans prise en compte de la barre de fraction (10 et 11 sont plus grands que 1 donc 11/10 c'est plus grand que 1) de ceux qui savent que 10/10=1. Cet exemple témoigne de la difficulté à interpréter à partir des résultats des élèves ce qu'ils savent réellement, autrement dit leur inventivité les conduit souvent à obtenir un résultat juste en mobilisant une règle fausse, en l'adaptant sans convoquer la connaissance que nous pensions évaluer.

IV - LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ORAUX

Dans cette partie, nous interrogeons l'enseignement et l'apprentissage de la résolution de problèmes oraux.

1 Les réponses des enseignants à propos de la résolution de problèmes

Nous mettons tout d'abord en avant les éléments relatifs à la résolution de problèmes qui ressortent de l'enquête menée auprès des enseignants, avant de souligner les éléments saillants émergents des résultats des élèves et qui leur font écho.

Selon les résultats de l'enquête PRAESCO, à la question leur demandant la fréquence de travail de différents types de problèmes dans l'enseignement de la division, les enseignants déclarent travailler fréquemment les problèmes de quotition, c'est-à-dire portant sur la recherche du nombre de parts (86% de souvent ou très souvent). Toujours fréquemment, bien qu'un peu moins, ils proposent des problèmes de partition c'est-à-dire portant sur la recherche de la valeur d'une part (80% de souvent ou très souvent). Les problèmes de comparaison sont déclarés comme moins fréquemment travaillés (50% de souvent ou très souvent), tout comme les problèmes où la question porte sur le reste plutôt que sur le quotient (35% de souvent ou très souvent).

Les problèmes oraux, c'est-à-dire dont les énoncés sont lus par l'enseignant et qui sont à résoudre mentalement ne sont que rarement proposés aux élèves (un tiers des enseignants n'en donnent jamais, un tiers n'en donnent que parfois). En particulier, les problèmes divisifs semblent rarement proposés avec la modalité calcul mental puisque, pour la division du nombre 3120 par 6, trois quarts des enseignants considèrent que les élèves peuvent poser l'opération plutôt que d'effectuer un calcul mental ou en ligne (74 %). Et très peu d'enseignants (17 %) proposent des exercices amenant à déterminer l'ordre de grandeur du quotient dans le calcul d'une division.

Les problèmes complexes, au sens de Houdement (2017) c'est-à-dire vus comme agrégats de problèmes basiques, sont surtout considérés par les enseignants comme importants pour réinvestir les notions et concepts mathématiques, mais aussi et surtout pour apprendre à s'organiser, c'est-à-dire qu'ils visent des apprentissages plutôt méthodologiques.

2 Les résultats des élèves sur les items de résolution de problèmes

Le questionnaire élève contenait 9 items de résolution de problèmes dont 8 problèmes basiques à résoudre en calcul mental (un exemple est donné en

Trouve la solution des problèmes suivants par un calcul mental.

a. 90 photos sont collées dans un album de 10 pages.
Chaque page contient le même nombre de photos.
Combien de photos y a-t-il sur chaque page ?

Réponse : ....

EXERCICE 19

Résous le problème suivant, pense à bien écrire ta réponse.

Manon et Lilou ont vendu des calendriers pour financer un voyage scolaire. Manon a récolté 152 euros et Lilou a récolté 104 euros. Chaque calendrier a été vendu 8 euros.
Combien de calendriers ont-elles vendus en tout ?

Figure 2) et un problème complexe (

Figure 3) pour lesquels les élèves pouvaient poser leur calcul.

Trouve la solution des problèmes suivants par un calcul mental.

a. 90 photos sont collées dans un album de 10 pages.
Chaque page contient le même nombre de photos.
Combien de photos y a-t-il sur chaque page ?

Réponse : ....

Figure 2. Un exemple de problème basique à résoudre mentalement

EXERCICE 19

Résous le problème suivant, pense à bien écrire ta réponse.

Manon et Lilou ont vendu des calendriers pour financer un voyage scolaire. Manon a récolté 152 euros et Lilou a récolté 104 euros. Chaque calendrier a été vendu 8 euros.
Combien de calendriers ont-elles vendus en tout ?

Figure 3. Le problème complexe

2.1 La nécessaire prise en compte de l'effet de la modalité « calcul mental »

Nous souhaitons tout d'abord souligner que les modalités choisies, et en particulier celle du calcul mental, sont à prendre en compte dans l'interprétation des résultats des élèves.

Nous avons ainsi cherché à évaluer si le choix de la modalité calcul mental pouvait principalement expliquer les résultats des élèves sur ces items. Si l'on s'appuie sur les exemples présentés ci-après, le fait de demander aux élèves de résoudre les problèmes mentalement ne semble pas pouvoir expliquer à lui seul les apprentissages (faibles ou forts) réalisés. En effet, le problème de partition (

Trouve la solution des problèmes suivants par un calcul mental.

a. 90 photos sont collées dans un album de 10 pages.
Chaque page contient le même nombre de photos.
Combien de photos y a-t-il sur chaque page ?

Réponse : ....

Figure 2) et le calcul mental direct (

EXERCICE 11

Complète en calculant mentalement :

4 100 : 100 = ...

Figure 4) mettent en jeu des calculs comparables (respectivement 90 : 10 et 4100 : 100.) Pour autant, les progrès des élèves à l'échelle de l'année sont plus importants sur le calcul mental direct (36 points de progression en moyenne entre octobre et juin, contre 19 pour l'item de résolution de problèmes). Il convient toutefois de rester prudent quant au fait que la plus grande performance des élèves à l'item de résolution de problèmes (47% de réussite en octobre, contre 26% pour le calcul mental) peut venir expliquer en partie cette moins grande progression.

EXERCICE 11

Complète en calculant mentalement : 4 100 : 100 = ...

Figure 4. Un des calculs mentaux de division

Il est donc important de garder en tête que tout ce qui est observé dans la suite est à considérer non pas comme associé aux apprentissages des élèves sur la résolution de problèmes divisifs mais plutôt aux apprentissages des élèves sur la résolution de problèmes divisifs en calcul mental.

2.2 Des résultats moyens en résolution de problèmes mais en progression

De manière générale, les résultats des élèves aux items relatifs à la résolution de problèmes sont qualifiés de moyens. Notons tout de même que l'augmentation du taux de réussite pour chacun des items de résolution de problèmes entre octobre et juin est comparable à la progression sur l'ensemble des items (39% de moyenne de réussite aux items en début d'année pour la résolution de problèmes avec 18 points de progression sur l'année, contre 42% de moyenne de réussite aux items globaux avec 19 points de progression sur l'année).

Soulignons qu'en moyenne, les élèves répondent moins aux items sur la résolution de problèmes qu'aux autres items, mais on note une augmentation du nombre de réponses données (moins de non-réponses) pour chacun des items sur cette thématique.

Le problème relatif à la recherche de reste est celui auquel les élèves répondent le moins, bien qu'ils y répondent beaucoup plus en fin d'année. On passe de 64% à 42% de non-réponses. Cela nous conduit au constat que les élèves osent davantage y répondre, mais dans des proportions toujours moindres par rapport aux autres items. On peut le mettre en relation avec le fait que ce type de problèmes est déclaré par les enseignants comme peu travaillé en classe, ce qui peut expliquer l'évitement des élèves.

En restreignant cette fois le calcul du taux de réussite aux seuls répondants, ce taux est comparable à celui des autres items de résolution de problèmes (dont ceux conduisant à une multiplication). Ceci veut donc dire que, quand les élèves répondent au problème de recherche de reste, ils réussissent (ou échouent), autant que sur les autres items de résolution de problèmes.

2.3 Des réussites différentes selon le type de problèmes divisifs

Les problèmes de quotition, déclarés par les enseignants comme ceux qui sont le plus souvent travaillés d'après les résultats du questionnaire PRAESCO, sont aussi le mieux réussis par les élèves, en début et en fin d'année (exception faite du problème conduisant à une multiplication). Il est donc intéressant de noter que, sur les problèmes divisifs, ce qui est déjà réussi par les élèves en début d'année (les problèmes de quotition et de partition) est ce qui est le plus travaillé pendant l'année (selon les réponses des enseignants au questionnaire). C'est donc, *a fortiori*, ce qui est encore le mieux réussi en fin d'année. On peut alors se demander si ce résultat est spécifique ou non au contexte de l'enseignement et l'apprentissage de la division. Si ce n'est pas le cas, on pourrait alors faire l'hypothèse que le fait de confronter les élèves à des notions, des concepts, des types de problèmes difficiles (comme les problèmes de comparaison ou de recherche de reste pour le cas de la division) est une source d'inconfort pour les enseignants, parce que les mettant face à de potentiels échecs chez leurs élèves.

Enfin, c'est sur le problème complexe, qui est un agrégat de problèmes basiques de quotition, que les élèves progressent le plus (30 points de progression). Plusieurs hypothèses nous semblent possibles pour expliquer ce résultat. Tout d'abord celle d'un engagement plus important de la part des élèves par, ou couplé à, un effet de la modalité de calcul choisie (calcul posé alors que sur les autres problèmes, la modalité est celle du calcul mental). On peut aussi faire l'hypothèse qu'un travail est bien effectué sur ce type de problèmes en classe car les enseignants déclarent considérer le problème complexe proposé dans le questionnaire PRAESCO comme important pour réinvestir la division (à 83%). Enfin, les problèmes basiques impliqués dans ce problème complexe sont classiques, ils portent sur des contextes de prix souvent travaillés en classe. On peut ainsi supposer que ces problèmes basiques ont été largement proposés en classe durant l'année scolaire et que leur bonne maitrise par les élèves favorise leur réussite au problème complexe qui les mobilise.

V - PREMIÈRES CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES DE RECHERCHE

Deux enquêtes ont donc été menées parallèlement la même année scolaire 2018-2019 : l'une sur les pratiques d'enseignement des mathématiques en CM2 et qui a été réalisée par questionnaire à réponses fermées auprès d'un échantillon national représentatif des professeurs ayant la charge d'élèves de ce niveau scolaire ; l'autre sur les apprentissages mathématiques des élèves de CM2 et qui a été effectuée en s'appuyant sur deux passations – l'une en début et l'autre en fin d'année scolaire – d'un même questionnaire papier à réponses ouvertes auprès d'un millier d'élèves d'une académie aux contextes d'enseignement variés. Les professeurs et les élèves ont été interrogés sur les mêmes contenus mathématiques, quant à leur enseignement pour les premiers et quant à leurs apprentissages pour les derniers.

L'analyse globale des résultats des élèves sur l'ensemble des items montre des progrès entre le début et la fin de l'année (passage de 41 % à 60 % de réussite en moyenne), mais cette évolution n'est pas homogène selon les contenus interrogés. Les progrès sont globalement faibles pour les items impliquant les nombres entiers, forts pour ceux relatifs aux les fractions et les décimaux et moyens pour la résolution de problèmes numériques, sachant que les problèmes étaient basiques et devaient être résolus mentalement – les nombres en jeu ayant été choisis pour que les calculs puissent être effectués sans poser les opérations. Les progrès sur les nombres entiers sont très faibles lorsque les questions posées portent sur la numération (notamment lorsque l'utilisation d'un 0 est en jeu que ce soit pour des petits ou grands nombres) et assez faibles lorsqu'il s'agit de multiplier ou diviser un nombre par une puissance de 10. Le rapprochement de ces résultats avec ceux obtenus au questionnaire relatif aux pratiques d'enseignement laisse supposer que les tâches relatives à la numération des entiers sont peu proposées au long de l'année de CM2 et que, lorsque la numération doit être mobilisée comme outil, les enseignants ont très fréquemment recours à des règles techniques pour lesquels le sens est peu interrogé.

L'enseignement des fractions décimales et des nombres décimaux qui débute tardivement en France apparaît être au cœur des préoccupations des professeurs pour leurs élèves de CM2. Cela explique à la fois les résultats faibles des élèves en début d'année de CM2 et des progrès substantiels durant cette année. Toutefois, les résultats de fin d'année n'excèdent que de peu ceux obtenus sur les nombres entiers. On retrouve la grande importance accordée dans l'enseignement aux règles techniques, pas toujours connectées avec le sens, que ce soit pour les multiplications et divisions par une puissance de dix ou pour la comparaison des nombres décimaux. Il est intéressant en outre de remarquer que les progrès réalisés sur les décimaux n'ont apparemment aucune conséquence sur ceux obtenus pour les nombres entiers. Deux hypothèses pourraient éclairer ce constat. La première est que les élèves progressent sur la numération des nombres décimaux, mais pas sur les nombres entiers parce qu'il n'y a pas de travail spécifique de mise en relation des connaissances sur les décimaux et de celles sur les entiers ; autrement dit, le « transfert des connaissances » n'a pas lieu sans travail spécifique dans les domaines où le transfert serait attendu. La seconde est que les élèves progressent sur les nombres décimaux jusqu'à atteindre le niveau de performance sur les entiers qui est un plafond de performance compte tenu de l'enseignement dispensé (très focalisé sur les règles techniques sans lien avec le sens de ces techniques).

En ce qui concerne les problèmes numériques, les performances correspondent essentiellement à des problèmes oraux que les élèves résolvent mentalement. On constate, sur ces items, une abstention plus forte que sur l'ensemble des items du questionnaire, mais aussi, chez les répondants, des résultats analogues à ceux de l'ensemble du questionnaire. En outre, l'abstention diminue entre le début et la fin de l'année, et les performances augmentent dans la même proportion que sur l'ensemble du questionnaire. Encore une fois, on constate que les performances et les progrès sont plus marqués lorsqu'ils portent sur des contenus davantage enseignés.

Ces résultats ouvrent trois types de perspectives de recherche. La première perspective est de passer des résultats généraux sur les apprentissages des élèves à des résultats différentiels selon les caractéristiques sociales, selon le niveau en début d'année en mettant cela en relation avec les notions mathématiques mais aussi le niveau de mise en fonctionnement des connaissances requis (tâches techniques ne demandant qu'une application des connaissances, tâches exigeant une adaptation des connaissances, tâches exigeant des prises d'initiative, etc.). La deuxième perspective est de passer des résultats généraux sur les apprentissages des élèves à des résultats concernant les classes d'élèves : quel effet du contexte de l'éducation prioritaire ? quel effet du niveau initial de la classe et de son hétérogénéité ? quels progrès selon les contenus et les niveaux de mise en fonctionnement des connaissances ? quelles variabilités intra et inter-classes des progrès des élèves ? La troisième perspective est enfin, et bien sûr, de mettre en lien les effets classes et les pratiques déclarées des enseignants, non plus ceux de l'échantillon national, mais bien ceux des élèves concernés par l'enquête, en tenant compte de leurs caractéristiques personnelles, professionnelles et de contexte d'enseignement. Nous commençons à travailler dans ces trois directions, sur l'échantillon des 1 000 élèves et des 49 classes correspondantes, mais il nous faudra envisager un travail à plus grande échelle pour parvenir à conduire nos analyses jusqu'à l'identification de liens envisagés précédemment entre les pratiques d'enseignement et les apprentissages des élèves.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Allard (2015). *Etude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Thèse. Université de Paris VII.

Allard, C. Masselot, P. Peltier-Barbier, M.L. Roditi, E. Solnon, A. Tempier, F. (2021). Premiers résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques, PRAESCO, en classe de CM2 en 2019. *Note d'information 21.10*, DEPP-B4.

Allard, C., Masselot, P., Peltier-Barbier, M.-L ., Roditi, E., Solnon, A., Tempier, F., Charpentier, A. (2022). Résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques, PRAESCO, en classe de CM2 en 2019. *Document de travail – série études, n°22.E05*, DEPP.

Allard, C., Masselot, P., Peltier-Barbier, M.-L ., Roditi, E., Tempier, F. (2023). Ce que nous disent les professeurs de CM2 de leurs pratiques d'enseignement des mathématiques. *Grand N*, *111,* 69-84.

Horaires et programmes d'enseignement primaire (2020) Arrêté du 17-7-2020 et J.O. du 28-7-2020 . Bulletin officiel du 30 juillet 2020, n°31. https://www.education.gouv.fr/bo/20/Hebdo31/MENE2018714A.htm

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100*, 59–78.

Martinez (2017). *Transposition didactique externe et acquisition du concept de fraction : une comparaison internationale entre onze participants aux évaluations TIMSS*. Thèse de l'Université Paris-Descartes.

Martinez, S. & Roditi, E. (2017). Programmes scolaires et apprentissage de la notion de fraction à l'école élémentaire. Quelques enseignements tirés de TIMSS. *Education & Formations, 94,* 23-40.

Salin M.-H. (1997). Contraintes de la situation didactique et décisions de l'enseignante. *In C. Blanchard-Laville (Ed.), Variations sur une leçon de mathématiques. Analyses d'une séquence : « L'écriture des grands nombres »*. (pp 31-57) Paris : L'Harmattan.

Tempier, F. (2020). Les grands nombres au cycle 3 : de nouvelles pistes de travail. *Grand N, 105*, 75-99.

ENSEIGNER LES FRACTIONS EN REP

Serge PETIT
Professeur de mathématiques honoraire
IUFM d'Alsace, Université de Strasbourg
serge.labaroche@sfr.fr

Guillaume ASSALI
Professeur des écoles
Ecole Jules Vallès Arles
guillaume.assali@ac-aix-marseille.fr

Résumé
Cette communication rend compte d'un travail d'accompagnement d'un professeur des écoles enseignant dans une classe de cycle 3 en REP par un formateur honoraire en mathématiques dans le cadre de l'enseignement des fractions. Elle est gouvernée par trois axes. Le premier axe constitue ce que l'on pourrait appeler « un retour aux fondamentaux ». Cet axe interroge le concept même de fraction. Le second axe questionne la transposition didactique à élaborer afin de rendre le concept de fraction accessible aux élèves de REP. Le troisième axe relate la mise en application des conclusions des deux axes précédents dans une classe de CM1 de REP. Globalement, la communication porte sur l'accompagnement d'un professeur des écoles de REP afin d'aider ses élèves en mathématiques. Ce compte-rendu présente donc d'une part les fondements qui ont guidé nos choix, d'autre part des activités menées en classes et une petite évaluation des acquis des élèves.

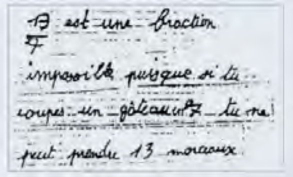
I - INTRODUCTION

C'est une rencontre fortuite qui a conduit les deux auteurs de cette communication à mener pendant presque deux années un travail que l'on pourrait peut-être qualifier de « recherche-action » successivement dans deux classes de REP. En 2021-2022, dans une classe de CM1-CM2, en 2022-2023, dans une classe de CM1. Le travail a débuté par une réflexion à la fois sur les aspects théoriques du concept de fraction et de sa transposition didactique pour l'école prenant en compte des erreurs bien répertoriées relativement persistantes et ce, bien souvent après l'enseignement élémentaire voire du lycée, erreurs portant à la fois sur le sens des fractions et sur les calculs opérés sur ces fractions. Nous présenterons dans la suite nos choix lexicaux et, guidés par de très succinctes analyses d'ouvrages scolaire et par certaines erreurs fréquemment rencontrées, nos choix didactiques en faisant référence aux mathématiques dites « pures ».

II - DES PRECISIONS LEXICALES : LE MOT FRACTION

1 Fraction dans le domaine usuel de la langue française

Le mot fraction, dont le radical est *fract-* (autre forme : *frag-*), signifie *briser*, *casser*, peut avoir au moins les deux sens suivants : celui d'une action (celle de casser, de rompre *la fraction du pain*), ou celui d'*une partie de*, que l'on rencontre dans des expressions telles qu'*une fraction importante de la population.* Dans le langage usuel, le mot *fraction* désigne donc très fréquemment une partie d'un tout. Ce sens commun, si l'on n'y prend garde, risque de s'ériger en obstacle dans l'apprentissage du concept de fraction en mathématiques à l'école, comme le montre très clairement la production d'une élève ci-après. L'exemple (figure 1) montre clairement que pour l'élève, les fractions ne sont pas des nombres, mais simplement la traduction codée d'une action de partage et que, à supposer qu'elles soient des nombres, ces derniers seraient nécessairement inférieurs à l'unité.



13/7 est une fraction impossible puisque si tu coupes un gâteau en 7 tu ne peut [*peux*] prendre 13 morceaux.

Figure 1. Extrait d'une conférence de Marie-Line Gardes

2 Le mot « fraction » dans les programmes de cycle 3

Dans ces programmes, les *fractions* doivent apparaitre « comme de nouveaux nombres pour pallier l'insuffisance des entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée ». Les programmes, qui restent imprécis sur la nature des longueurs pouvant être mesurés par les fractions, affirment cependant clairement qu'il s'agit de nombres à enseigner et pas d'écritures de nombres. Il conviendra donc d'être très prudents et de bien faire le distinguo entre nombres et écriture de nombres. Les programmes imposent aussi aux élèves de connaître plusieurs désignations des fractions comme par exemple 4/3, 1+1/3, 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 et 4 × 1/3. Ces écritures questionnent les lois de composition qui structurent l'ensemble des fractions. Que veut dire 4 x 1/3 ? Quel sens donner au produit d'un entier et d'une fraction ? S'agirait-il d'un produit par un scalaire (une loi dite « externe ») ? Ou bien est-ce une traduction d'une loi de composition dans l'ensemble des fractions ? Si les programmes conservent un grand flou, tout comme les documents d'accompagnement sur le sens du mot *fraction*, les mathématiques devraient permettre de préciser le sens de ce mot.

3 Le mot « fraction » en mathématiques

Les élèves du cycle 3 n'ont à leur disposition que l'ensemble N des entiers naturels muni des deux lois que sont l'addition et la multiplication classiques des entiers naturels. Dans cet ensemble, aucun nombre sauf le nombre appelé zéro n'a d'opposé. Des équations du type 4 + x = 1 n'ont donc pas de solution dans N. Le mathématicien a construit l'ensemble des entiers relatifs Z afin que toutes les équations du type a + x = b aient une solution (unique) pour tout a et tout b de Z. Il a appelé cet ensemble l'ensemble des nombres entiers relatifs. Mais, dans cet ensemble, pas davantage que dans l'ensemble des entiers naturels, les équations du type q × x = p n'ont pas toujours de solution, comme par exemple les équations 5 × t = -1 ou 1 = 7 × y. Ce qui revient à dire que tout élément de Z n'a pas nécessairement d'inverse. Ce qu'expriment Arnaudiès et Fraysse en écrivant : « Dans l'anneau Z, la division exacte n'est pas toujours possible ; on est amené à étendre encore la notion de nombre » (Arnaudiès et Fraysse, 1989). Le mathématicien, à la recherche d'un inverse (pour la multiplication usuelle) a donc construit un nouvel ensemble, ensemble qui contient toutes et seulement toutes les solutions des équations du type q × t = p. Il a noté p/q ses éléments, a désigné par la lettre Q cet ensemble et a nommé « nombres rationnels » ses éléments. Il a muni cet ensemble d'une « addition » et d'une « multiplication » qui prolongent celles de Z. Afin que cet ensemble contienne Z, il a injecté Z dans Q par l'application qui à tout *n* de Z associe *n/1*.

3.1 Définition

En fait, quand il construit Q, le mathématicien définit un seul nombre à partir d'un ensemble infini de couples de Z × Z*, par le biais d'une relation d'équivalence, ce qu'il appelle le quotient de Z × Z* par la relation d'équivalence définie ci-après (d'où vraisemblablement le choix de Q pour désigner l'ensemble des nombres rationnels) :

> *Définition de la relation d'équivalence : pour toute paire de couple (a, b) et (c, d) de Z × Z* (a, b) est équivalent à (c, d) si et seulement si a × d = b × c. Cette relation est bien vérifiée par les couples (1, 3) et (2, 6) puisque 1 × 6 = 3 × 2. Ces deux couples appartiennent donc à la même classe au sens de cette relation d'équivalence, de même que (3, 9), et une infinité d'autres.*

Ces classes sont appelées *fractions* par le mathématicien qui utilise dès lors la notation 1/3 pour désigner le couple (1, 3) de Z × Z* et plus généralement la notation a/b pour désigner le couple (a, b) de Z × Z*. Ainsi, 1/3, tout comme 2/6 ou 3/9, etc. sont des représentants d'une même classe. On peut aussi dire que la classe de 1/3 est la même que celle de 3/9. Les écritures 1/3 et 3/9, de formes différentes, qui désignent une seule et même classe, qui renvoient au même signifié, sont donc égales. On peut alors écrire 1/3 = 3/9 au sens de l'égalité défini dans le document « Le calcul en ligne au cycle 2 », publié sur Eduscol. Une fraction, pour le mathématicien, est donc un objet complexe puisqu'il s'agit d'un ensemble infini de couples équivalents, une classe d'équivalence d'éléments de Z × Z*. C'est ce point de vue que nous retenons et pas celui de Chambadal et Ovaert qui, dans leur *Dictionnaire des mathématiques* semblent considérer le mot fraction comme désignant une forme d'écriture. Voici donc construit un nouvel ensemble, mais dénué de toute structure. Les programmes évoquent pourtant des écritures comme 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 ou d'autres comme 4 × 1/3. Ce faisant, ils mobilisent une loi d'addition et une multiplication dont on ignore s'il s'agit d'une loi externe (produit par un scalaire) ou d'une loi interne. Un ensemble de nombres sans structure n'a aucun intérêt et ne permet pas de résoudre les équations comme 1 = 7 × y. Le mathématicien muni donc l'ensemble Q, qu'il vient de construire de deux lois, une addition et une multiplication qu'il définit de la manière suivante :

3.2 Définition d'une addition dans Q

On se souvient que Q est un ensemble de classes d'équivalence de couples de Z × Z*. Additionner deux éléments de Q revient à additionner deux classes d'équivalence. Pour ce faire, il faut donc choisir un représentant de chacune des classes, définir une potentielle addition, puis montrer qu'elle est indépendante des représentants choisis et enfin décider qu'elle est bien, de ce fait, une loi de composition interne dans l'ensemble des fractions.

> *Soient x et y deux éléments de Q, soient (a, b) et (c, d) deux représentants respectivement de x et de y. On définit une potentielle addition dans Q par la formule (a, b) + (c, d) = (ad + cb, bd) [on rappelle que b et d sont non nuls, donc que bd est bien non nul car Z est un anneau intègre].*
> *On montre que si l'on prend deux autres représentants de x et de y soient respectivement (a', b') et (c', d'), leur potentielle somme soit (a'd' + c'd', b'd') est un représentant de la même classe que (ad + cb, bd), que la potentielle addition est ainsi indépendante des représentants choisis et qu'elle est donc bien définie. On peut alors la considérer comme une nouvelle loi de composition dans Q. Elle prolonge celle de Z. On l'appelle addition dans Q et on conserve le même signe d'addition (+) que celui utilisé dans N et dans Z (signe utilisé dans N qui a dans une première étape été prolongé à Z).*

3.3 Définition d'une multiplication dans Q

On procède de la même manière que pour l'addition. Soient x et y deux éléments de Q, on définit une potentielle multiplication dans Q en écrivant que pour tout x et tout y de Q : x * y = (a × b, c × d). On montre que si l'on choisit deux autres représentants (a', b') et (c', d') respectivement de x et de y, le couple (a' × b', c' × d') est un autre représentant de la classe de (a × b, c × d). La potentielle multiplication étant alors bien définie, on la définit comme multiplication dans Q. On conserve le même signe (×), celui utilisé dans N puis dans Z pour la traduire, à la place de *. Bien souvent on s'abstient même de mentionner ce signe en écrivant xy en lieu et place de x × y. Mais ceci ne semble pas encore donner sens à des écritures comme celle mentionnée dans les programmes, par exemple 4 x 1/3, qui peut toujours laisser penser à un produit externe par un scalaire. L'injection précédemment mentionnée de Z dans Q, qui à tout x de Z associe (x, 1) de Q permet de lever l'ambiguïté précédente. 4 x 1/3 doit se lire (4/1) × (1/3), c'est-à-dire (4 × 1)/(1 × 3) ou 4/3. La somme 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3, présuppose que l'addition est associative (absence de parenthèse), ce qui est vrai (mais non montré ici) pour l'addition précédemment définie. Le calcul, mobilisant la formule définitoire de l'addition dans Q donne 1/3 + 1/3 = 6/9, puis 6/9 + 1/3 = 27/27, puis

27/27 + 1/3 = 108/81, résultat qui est égal à 4/3 car 108 × 3 = 81 × 4. Ce qui justifie les égalités données par les programmes entre 4 × 1/3, 4/3 et 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3, qui peut continuer à s'interpréter comme une addition réitérée de 1/3. Les deux opérations, l'addition et la multiplication dans Q, prolongent celles connues des élèves.

4 Le sens de ce mot que nous retenons pour le cycle 3

Comme le montre le bref rappel précédent, le mot *fraction* a bien une existence en mathématique pures, sens qui ne peut être celui des programmes de l'école puisque les nombres entiers relatifs ne sont pas au programme du cycle 3. Il est donc nécessaire de convenir d'un sens à donner au mot *fraction* au cycle 3. Nous considérerons que le mot *fraction* désigne, dans l'enseignement élémentaire, la trace laissée par le processus de construction décrit précédemment sur l'ensemble N × N* et seulement les nombres obtenus de cette manière. Ce sont donc les nombres qui sont solutions des équations du type p = q × x, où p et q sont des entiers naturels, q étant non nul. Les lois usuelles se prolongent au domaine des fractions qui sont des nombres et pas des désignations de nombres, la même fraction pouvant être désignée d'une infinité de manières différentes. La recherche de l'inverse pour la multiplication étant à l'origine de la construction du corps des fractions, c'est sur cet aspect fondamental que nous fonderons notre approche des fractions. Nous aborderons le concept de fraction par la recherche d'un nombre, comme le précisent les programmes pour « pallier l'insuffisance des entiers naturels » et ce, dans le cadre de la mesure des longueurs, donc, en dimension 1 comme le préconise aussi Robert Adjiage (Adjiage, 1999) dans sa thèse. Tout enseignant est invité à analyser des manuels scolaires afin de faire le choix de l'approche qu'il choisit pour un concept donné. Nous abordons très rapidement l'observation de quelques manuels.

III - QUELQUES TRAITS SAILLANTS RELEVÉS DANS DES OUVRAGES

Il ne s'agit ici nullement d'analyser en détail certains ouvrages scolaires. Nous nous contenterons de faire émerger quelques aspects relatifs à l'enseignement des fractions, véhiculés par quelques ouvrages pris au hasard. Il semble, et nous pensons le montrer ci-après que l'enseignement des fractions est essentiellement le fruit de la mise en œuvre d'artefacts (Petit et Camenisch, 2018) de différentes natures. Ces artefacts induisent alors des conceptions particulières des fractions et des opérations possibles sur les fractions. Nous n'observons que les traces structurantes, celles figurant dans les ouvrages destinés aux élèves.

1 *MHM* CM1

Cette méthode (Annexe 2-1) affirme avoir partagé un rectangle et un disque en quatre parties égales. Le sens de l'égalité est ici à interroger. En fait, nous pensons que les auteurs veulent dire que les parties dites « égales » ont même aire, ou peut-être sont isométriques. Une représentation géométrique accompagne la trace pour l'élève. Les élèves entrant en CM1 n'ont cependant pas encore étudié les aires… L'ouvrage poursuit en affirmant que « la partie rose représente la fraction : ¼ » et précise « 1 est le numérateur : nombre de parts que l'on a coloriées » puis « 4 est le dénominateur : en combien de parts on a partagé l'unité ». Nulle part, auparavant, n'a été précisé à quoi correspond cette unité. S'agit-il du nombre désigné par 1, s'agit-il du rectangle et dans ce cas, de quel point de vue, s'agit-il du disque (surface ou d'aires) ? L'unité est-elle commune au rectangle et au disque (unité d'aire commune) ? Les auteurs concluent qu' « une fraction est un nombre qui représente le nombre de parts d'une unité que l'on a partagée en parts égales ». On serait alors en droit de conclure qu'une fraction est le nombre de parts obtenues après découpage, c'est-à-dire un entier ! La maladroite définition rappelée ci-dessus repose sur l'artefact sensé faciliter l'accès aux fractions qui consiste à dire qu'une fraction est un nombre de parts colorées ou prises rapportée au nombre total de parts égales (mais de quel point de vue ?) obtenues après découpage. Pourquoi attendre le cycle 3 pour enseigner les fractions s'il ne s'agit que de dénombrer deux collections ?

Les entiers sont parfaitement adaptés à cette situation. Une telle approche ne « pallie » pas l'insuffisance des entiers naturels et ne prend pas appui sur la mesure, notamment en dimension 1, comme y invitent les programmes.

2 *Archimath* CM1

Cet ouvrage (Annexe 2-2) commence en faisant analyser les expressions suivantes aux élèves « un quart d'heure », « une demi-baguette », « un tiers de tarte » et « un demi-litre ». On peut déjà noter le manque de cohérence dans le choix des expressions puisque la nature de la quantité mesurée a été omise concernant le demi-litre. Il s'agit d'eau dans le texte. En fait, les expressions analysées sont un inducteur afin d'introduire la conclusion « un demi » est l'une des deux parties. Un demi est donc du pain, de la tarte, de l'eau ; etc. C'est-à-dire de la matière et pas un nombre. L'introduction de l'écriture ½ suit immédiatement et sert de modèle aux élèves afin d'écrire « un quart » et « un tiers ». Les auteurs partent d'expressions extra-mathématiques, soi-disant connues des élèves, pour espérer construire un sens mathématique à ces expressions. Mais comme le fait remarquer l'enfant dans la bulle : « je n'y comprends rien du tout » ». Effectivement, en quoi les fractions pallient-elles l'insuffisance des entiers, en quoi sont-elles de nouveaux nombres ?

3 *Eureka* CM1

Les fractions (Annexe 2-3) sont déclarées être des nombres destinés à « expliquer comment le partage est effectué » (il est précisé avant « en parts égales »). Les auteurs poursuivent « On écrit une fraction avec deux nombres séparés par un trait horizontal ». Ce qui peut conduire l'élève à penser qu'une fraction « *c'est deux nombres séparés par un trait* ». Des précisions suivent « En haut, le numérateur donne le nombre de portions choisies. En bas, le dénominateur indique le nombre total de portions. » Il s'agit bien de décrire la manière dont un gourmand se saisit d'un certain nombre de parts. Effectivement, comme le montre la production de la figure 1, 13/7 ne peut prendre de sens. De plus, ce type d'approche risque d'engendrer des mauvaises conceptions à propos de la somme de deux fractions. Quoi de plus naturel que d'effectuer une somme de la manière suivante : « 4/7 + 1/5 = 5/12 » qui correspond à la situation suivante : « j'ai mangé quatre parts d'un gâteau coupé en sept parts et une part d'un gâteau coupé en cinq parts. En tout j'ai mangé 5 parts sur un nombre total de 12 parts ». Cette erreur qui perdure depuis bien longtemps a des conséquences à long terme, comme le montre l'extrait suivant d'une conférence de Marie-Line Gardes qui a effectué ces tests chez des étudiants en psychologie (figure 2).

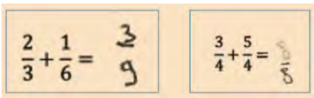


Figure 2. Extrait d'une conférence de Marie-Line Gardes

Une photo d'un citron coupé en deux et d'une pomme coupée en quatre dont chaque partie est étiquetée respectivement ½ et ¼ achèvent la découverte des fractions dans le livre de l'élève. Sous quel aspects les parties sont-elles égales ? Comment procéder pour le découpage respectant cette égalité ? Que veut dire le signe d'égalité placé entre les représentations photographiques d'une pomme entière et de quatre morceaux de pommes ? Quelles représentations véhicule cette approche ?

4 Maths au CM1

Dans cet ouvrage (Annexe 2-4) une bande de longueur dont la longueur est déclarée être l'unité de longueur est proposée. Les élèves doivent mesurer la longueur de certains segments avec cette bande. Certains segments ont une longueur inférieure, d'autres une longueur supérieure. Il est, pour ce faire, demandé aux élèves de trouver par exemple le segment « dont la longueur est égale à la moitié de l'unité, à une unité plus un quart de l'unité ». Les auteurs veulent ainsi faire reposer leur enseignement sur un vocabulaire supposé connu et maitrisé des élèves (les désignations verbales de certaines fractions). Ces désignations verbales sont transformées en désignations dans le registre des écritures mathématiques (écritures dites « fractionnaires ») à la page suivante, sans explication. Cette démarche s'appuie sur la mesure des longueurs mais ne fait pas clairement ressortir l'insuffisance des entiers puisque l'écriture fractionnaire et la langue semble résoudre les problèmes. Là encore, les nombres entiers suffisent.

5 Dans un article destiné aux enseignants

Ajoutons à ces quelques remarques relevées à propos de certains ouvrages pour les élèves, une petite observation du numéro spécial premier degré de la revue *Au Fil Des Maths*, p 67, dans un article qui présente en chapô « Comment introduire les fractions en cycle 3 ? ». L'auteur dans une « Première interrogation avec la fraction « proportion » dans son usage social » précise : « Je vérifie que tous les élèves décryptent les écritures 24/24 et 7/7. C'est sans problème pour eux : elles désignent des ouvertures au public ou des possibilités d'avoir usage de quelque chose « vingt-quatre heures sur vingt-quatre » ou « sept jours sur sept » ». Il y a là une erreur sémiotique importante et ce, à deux titres. Premièrement, les écritures 24/24 et 7/7 n'ont absolument rien à voir avec les fractions. Leur statut social relève davantage de logos qui traduisent effectivement ce que l'auteur précise en termes d'ouverture d'un magasin. Que signifieraient des écritures comme 18/24 ou 5/7 ou 1 qui est égal à 24/24 ? L'autre maladresse est l'utilisation avec insistance du mot « sur », en rouge dans le texte pour lire de telles écritures. Cette expression « sur » est reprise dans « 1 chance sur 13 » ou « on a versé une dose sur six de liquide violet ». De fait, les fractions sont présentées comme des codes permettant de repérer certains mélanges de couleurs : « Les nuances sont codées au préalable sous la forme 1/6 jaune et 5/6 bleu ». Ces extraits d'un article destiné à des professeurs interroge à la fois sur l'introduction des fractions et sur leurs différentes désignations. Utiliser le mot « sur » pour oraliser une écriture fractionnaire, c'est de fait considérer qu'une fraction est (un peu comme les écritures décimales) « deux nombres séparés par une barre ». Ce qui peut conduire très naturellement les élèves à produire les erreurs de la figure 2.

6 En conclusion de ce survol d'ouvrages

Les démarches d'enseignement mises en œuvre ne semblent guère introduire les fractions comme de nouveaux nombres nécessaires pour pallier l'insuffisance des entiers. Les approches qui se veulent très concrètes ne mentionnent pas comment les objets sont partagés en parts égales, ni le sens à donner à l'égalité des parts (les deux parties obtenues après avoir coupé un vrai citron peuvent-elles être égales ?). L'approche qui consiste à choisir des parts sur un certain nombre de parts risque de laisser entendre aux élèves que les fractions (s'ils les comprennent comme étant des nombres) sont inférieures à l'unité et, à notre avis, est génératrice ultérieurement de calculs erronés, mais justifiés par l'enseignement reçu, d'erreurs de calcul de la somme de deux fractions. L'enseignement des fractions par pliage d'une bande en n-parties isométriques peut se comprendre quand on plie en deux, en quatre, mais en trois, le pliage n'est pas aisé et que dire d'un pliage en sept ? A cette dernière question, il pourra nous être répondu de laisser l'élève imaginer… De plus, les ouvrages semblent oublier que la propriété fondamentale des fractions est celle liée à la recherche de l'inverse des entiers non nuls, propriété qui se résume à « Pour tout n entier non nul : n x 1/n = 1 ». C'est ce que l'on pourrait appeler « un retour aux fondamentaux ». Il nous semble nécessaire de soigner les expressions orales désignant les fractions en évitant de parler de nombres de parts choisies et de nombre total de parts, ou d'utiliser le mot séparateur « sur » pour désigner les fractions. Il conviendra d'utiliser les expressions en -ième, mobilisant la suffixation qui atténue cette séparation et considère davantage l'expression chiffrée comme un tout, y compris pour les fractions « un deuxième, un troisième, un quatrième ».

IV - MISE EN ŒUVRE DANS UNE CLASSE DE REP

Il nous faut ici rappeler le thème du colloque : *Mathématiques et diversité à l'école. Aider les élèves, accompagner les enseignants.* Cette partie, de fait très personnelle, a pour but de témoigner de l'*accompagnement* d'un enseignant par un formateur, tout au long de deux années scolaires, en vue *d'aider les élèves* à faire leur entrée dans le monde des fractions en CM1 dans une classe de REP. Les animations pédagogiques en constellations ont amené le formateur, Serge Petit, à présenter une conférence pour la circonscription d'Arles. Le professeur des écoles débutant, Guillaume Assali, écoutait un peu perplexe ses propos portant sur certains enjeux de l'enseignement des mathématiques.

1 L'enclenchement d'une formation : témoignage de Guillaume Assali

Le sujet de ma constellation portant sur le difficile passage de la manipulation à l'abstraction, une question en particulier me taraudaient alors que durant mon année de stage j'avais rencontré des difficultés à propos de la représentation des fractions sur une droite graduée, notamment pour exprimer la relation d'ordre sur une droite graduée. Moi qui trouvais très utile l'artefact de la pizza pour faire comprendre les fractions, je ne parvenais pas à répondre à une difficulté simple : comment placer des parts de pizza sur une droite graduée ? C'est ainsi que Serge Petit entra dans mon processus d'apprentissage personnel pour m'aider à enseigner les fractions et, n'ayons pas peur des mots, à mieux cerner la rigueur scientifique que demande l'enseignement des mathématiques en général. Un processus bien plus complexe qu'il n'y parait pour moi qui, comme de nombreux professeurs des écoles, suis plutôt littéraire que scientifique. Par bonheur, je me suis rapidement rendu compte que la clé d'une bonne entrée dans un apprentissage mathématique est le bon usage de la langue et la maitrise d'un lexique précis. Serge Petit, lors de sa conférence avait interrogé les professeurs en projetant quelques écritures mathématiques et en nous interrogeant sur les nombres que nous pouvions observer. Les réponses furent variées mais très peu avaient proposé le fait qu'aucun nombre n'apparaissait devant nous. A la manière de Magritte, le formateur conclut « ceci n'est pas un nombre ; seulement une de ses nombreuses représentations ». Une entrée par le lexique, un pont avec l'histoire des arts, la séance introductive semblait encore loin de ce que j'imaginais. Lors de la mise en œuvre d'une nouvelle démarche en classe, j'ai alors placé les élèves dans une position d'acteur de la démarche en leur expliquant la formation à laquelle j'avais participé, ma rencontre avec Serge Petit et le travail que nous allions effectuer tous ensemble.

2 Nos choix didactiques et pédagogiques d'un apprentissage des fractions

Nous avons fait le choix d'une approche qui du point de vue des mathématiques ancre les fractions au plus près de leur définition (à savoir la recherche d'un inverse pour tout entier non nul), et montre que certaines formules ne sont pas évidentes (pourquoi $4 \times 1/3$ serait-il égal à $4/3$ par exemple). Du point de vue de la désignation des fractions, il s'agit d'utiliser la suffixation -ième, en la distinguant de celle traduisant un ordre et évite d'utiliser le mot « sur » (qui se justifiera dans des expressions algébriques ultérieurement). Du point de vue pédagogique, l'approche vise à mette en place un dispositif général qui permet de construire géométriquement toutes les fractions. Elle place les élèves en situation de recherche, dans une posture scientifique, et introduit les fractions en tant que nombres pour pallier l'insuffisance des entiers en réponse à un problème de mesure en dimension 1, qui fait donc manipuler les élèves pour montrer cette insuffisance (manipulations géométriques et calculatoires). La démarche mobilise des savoirs et des savoirs faire supposés maitrisés par les élèves (mesurage, sens du repérage d'un point d'une règle, calculs, notamment la multiplication), inscrit le travail dans une progression de cycle et pas dans une stratification année par année, les objectifs pris en considération sont donc ceux du cycle 3 en son entier. Il s'agit également d'anticiper les erreurs possibles pour les éviter plutôt que de les induire. Du point de vue de la considération de l'élève, l'approche fait le pari de l'appétence des élèves pour les mathématiques à condition qu'elles leur résistent un peu et que les élèves soient stimulés Ainsi, nous souhaitons permettre aux élèves de manipuler (découper, mesurer, encadrer, etc.) pour montrer l'insuffisance des entiers dans le cadre de la mesure des longueurs tout en mobilisant un processus valable pour toutes les fractions et nous souhaitions introduire les fractions par leur propriété fondamentale.

Afin de donner sens aux fractions, il nous est apparu qu'établir clairement le distinguo entre *signifiant* et *signifié* était fondamental. En effet, quoi de plus naturel pour les élèves que de distinguer ¾ de 0,75 si le travail d'enseignement porte davantage sur les signifiants que sur les signifiés. Il importait donc de donner sens, ou plutôt de construire le sens à la fois des concepts et de leurs désignations. Mais comme le précise Vergnaud, les désignations font partie intégrante des concepts. Notre approche s'inscrivait donc dans les traces de Vergnaud. Nous pensons qu'il est intéressant de commencer par poser les bases sémiotiques de cet apprentissage. Il s'agit, aussi bien pour les élèves que pour le professeur de bien définir et utiliser un langage commun, de le comprendre pour mieux se l'approprier. Ainsi, comprendre la différence entre un nombre et ses représentations parait essentiel pour poser les bases de l'enseignement des fractions.

3 Les étapes d'une séquence d'apprentissage

3.1 Etape 1 : partage d'un segment en segments isométriques

L'objectif de cette étape est de montrer, par différentes manipulations, l'insuffisance des entiers, ce que soulignent les programmes et conduit à la nécessité de créer de nouveaux nombres. L'approche de ces nouveaux nombres mettra immédiatement en avant la propriété fondamentale des fractions à savoir, pour tout n non nul, il existe n x 1/n = 1 (une fois la notation 1/n introduite). Cette première étape permet aux élèves de manipuler en groupes. La tâche des élèves consiste à partager une ficelle de 4 mètres (il faut veiller à ce que la ficelle soit assez grande pour permettre la manipulation avec le carrelage que l'on utilisera par la suite comme guide-âne) en 7 segments de même longueur. Cette manipulation permet de constater qu'il est difficile de parvenir à un résultat convenable à l'aide de pliages. La première séance permet à l'ensemble de la classe de rentrer dans la recherche par une tâche simple. La frustration des différents groupes qui procèdent pour la plupart par essai/erreur en pliant la ficelle suscite en eux l'envie d'en savoir plus, de connaitre « l'astuce » qui leur permettra de découper convenablement une ficelle en segments identiques. C'est alors que le guide-âne est introduit. Ainsi dans une seconde séance, les élèves retournent découper une ficelle en 7 segments identiques. Cette fois, leurs recherches se concentrent sur l'utilisation des carrelages et un groupe parvient à découper convenablement sa ficelle. De retour en classe, le groupe ayant réussi le découpage devient tuteur et les élèves expliquent comment utiliser le carrelage aux autres groupes. D'abord au tableau sur un guide-âne projeté, puis après les avoir répartis dans chaque groupe, ils guident leurs camarades dans cette procédure pour réaliser sous le préau le découpage demandé. De retour en classe les élèves doivent, individuellement, appliquer cette démarche au découpage d'une bande de 1 dm en 7 segments de même longueur. Ainsi les élèves passent du sol à la feuille, de l'espace physique à un espace représenté, ils modélisent la situation vécue sous le préau. Durant cette première phase de travail, les élèves sont confrontés non pas à un problème de compréhension mais rencontrent de réelles difficultés motrices à utiliser cet outil qui demande un temps d'adaptation. Afin de consolider ces apprentissages, nous intégrerons cette pratique d'utilisation du guide-âne dans des rituels du matin (annexe 3, photo 1).

3.2 Etape 2 : mesurer la longueur des segments obtenus

Durant cette étape, il est demandé aux élèves de déterminer la longueur d'un segment d'une bande de 1 dm partagée en 7 segments isométriques. Les élèves sont ainsi confrontés à une nouvelle situation de recherche et proposent différentes solutions. La plus spontanée étant de convertir 1 dm en cm. Les élèves annoncent rapidement que la longueur d'un segment est égale à 1 cm. Apres vérification. Ils comprennent que si chacun des 7 segments mesure 1 cm alors la bande devrait mesurer 7 cm et non 1 dm. Ils proposent alors 2 cm avant de se raviser. De nombreux élèves ressentent déjà à ce stade le besoin de convertir davantage en créant de manière aléatoire de nouvelles graduations. C'est ainsi que, dès la seconde étape, est introduite l'égalité qui conduira ultérieurement à la propriété fondamentale des fractions. On désigne par l la longueur d'un segment, les élèves valident le fait que l + l + l + l + l + l + l = 1 (la longueur totale d'un segment est égale à la somme des longueurs de chacun des segments qui le constituent à condition qu'il n'y ait pas de recouvrement -propriété fondamentale des grandeurs-). Les élèves écrivent ou admettent que l'on puisse écrire 7 × l = 1 (même si en toute rigueur cette écriture est dénuée de sens mathématique à leur niveau car elle prolonge de fait la multiplication à un ensemble encore inconnu) (annexe 3, photo 2). L'enseignant propose alors aux élèves une démarche consistant à essayer de trouver la valeur de « l » en procédant par encadrements successifs en dixièmes, centièmes, millièmes, etc. Le travail est amorcé en classe entière (Annexe 3, photo 3). Mais cette étape nécessite un retour sur le lexique pour expliciter les éléments de mots *déci-, centi-, milli*. Ce qui est réalisé de manière décrochée en montrant aussi l'existence de deux préfixes *-ième*, l'un indiquant une partie, l'autre un ordre. Les élèves procèdent ensuite en groupes à l'encadrement de l lorsque l'on découpe une bande de 1 dm en 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9, d'abord sur l'ardoise en classe. Certains élèves poursuivent, sans que cela ne leur soit demandé, le travail chez eux, à la maison. Ce qui témoignent de leur motivation. On se rend rapidement compte que pour certains découpages, on peut trouver un résultat en affinant les découpages de l'unité, mais que pour d'autres, les recherches ne semblent pas aboutir. Certains élèves abandonnent rapidement mais après quelque temps de recherche, les plus pugnaces finissent par s'époumoner : « on n'y arrivera jamais ! ». C'est à ce moment-là, et seulement à ce moment-là, que sont introduites les fractions. L'enseignant confirme alors l'intuition des élèves : « Vous avez raison. Les nombres que l'on connaît ne suffisent pas. On a besoin de nouveaux nombres ! » (annexe 3 photos 4 et 5).

3.3 Etape 3 : introduction des fractions

Les fractions sont alors effectivement introduites pour « pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs. », comme le préconisent les programmes. De nouveaux nombres, appelés « fractions », sont présentés aux élèves accompagnés de deux conventions : convention d'écriture (1/7) et convention de lecture (ce nombre se lit « un septième », on dira aussi « un deuxième », « un troisième » et « un quatrième », ce qui pour un temps homogénéise le lexique). Les termes *demi, tiers, quart*, seront introduits ultérieurement de manière naturelle, les élèves ne les connaissant pas encore s'en imprégneront. Les élèves comprennent que 1/7 est le nombre qui mesure en dm la longueur des segments obtenus et complètent d'eux même la **propriété fondamentale : 7 x 1/7 = 1**. Nous insistons sur le fait de ne pas lire « un sur sept », expression qui ne fait que traduire la manière dont la désignation 1/7 est physiquement écrite et qui suppose qu'il y a un nombre du dessus et donc un nombre du dessous, nombres séparés par la barre de fraction. Une telle désignation est tout à fait analogue à celle de dire « un virgule sept » pour désigner 1,7. On sait les ravages engendrés très vraisemblablement par ces désignations.

3.4 Etape 4 : Représenter les fractions sur la demi-droite graduée, les comparer

Placer des fractions sur une demi-droite graduée a nécessité un apprentissage spécifique pour certains élèves qui plaçaient plusieurs fois l'écriture 1/3 sur la demi-droite : une fois à sa place, une fois au lieu d'écrire 1/3 + 1/3 (Annexe 3 photo 6). Un travail explicite portant sur l'utilisation de la règle, décroché de l'enseignement des fractions devenait indispensable. Le fait qu'une indication chiffrée de la règle désigne la distance du point ainsi marqué à l'origine n'était pas explicite pour bon nombre d'élèves. Il est alors demandé aux élèves de déplacer un carton rectangulaire de 19 cm de long (donnée non fournie aux élèves), de repérer l'abscisse de l'origine et celle de l'extrémité du segment puis leurs différences. Un tableau est ensuite rempli et le double constat suivant est établi : la valeur calculée est constante et le calcul le plus simple est obtenu quand l'abscisse de l'origine correspond au point marqué 0. Nous établissons alors le fait que toute indication chiffrée sur la règle graduée traduit la longueur du segment dont l'origine est celle de la règle et l'extrémité le point marqué, donc la distance entre ce point marqué et l'origine de la règle. Il devenait alors évident que les extrémités des segments isométriques obtenus après un découpage en trois étaient 0, 1/3, 1/3 + 1/3, 1/3 + 1/3 + 1/3. Ce travail est ensuite consolidé par des calculs de distances sur des cartes et par la mise en place d'un rituel consistant à représenter des fractions sur des droites graduées. Les élèves doivent placer une fraction dite « simple » sur une droite graduée et expliciter leur stratégie ou leur démarche. Un élève remarque : « *mais en fait 1/2 c'est une unité coupée en deux c'est ça* », un autre reformule : « *en haut c'est le nombre d'unités et en bas en combien elle est partagée* ». (Annexe 3, photo 6). Tous les propos des élèves sont notés par l'enseignant qui suscite un débat scientifique dans la classe en laissant réagir et argumenter les autres élèves, avant de placer correctement la fraction. Ce n'est qu'à partir de ce moment, toujours sous la forme de rituels, que les élèves ont commencé à comparer deux fractions en les plaçant sur la droite graduée. Après les étapes précédentes, ce travail n'a revêtu aucune difficulté de la part des élèves.

3.5 Etape 5 : Etablir des égalités telles que 4 x 1/3 = 4/3 ; 4/7 = 4 x 1/7

Il s'agit dans cette partie de définir des écritures comme 4/7 ou 4/3 et les nouveaux nombres associés. La première année, nous avions souhaité faire rechercher aux élèves la construction de 4/7 (inférieure à l'unité). La seconde année, nous avons préféré introduire cet exercice par la fraction 4/3 (supérieure à l'unité). Au tableau est écrit : « Aujourd'hui nous allons construire 4/3 ! ». La première activité consiste à demander aux élèves ce que peut vouloir dire 4/3. Par analogie avec ce qu'ils ont déjà maintes fois manipulé, après rappel du sens des écritures des fractions « dites simples », certains élèves ont rapidement construit le sens de cette écriture. Il s'agit de trouver la longueur d'un segment obtenu après découpage en trois segments isométriques d'un segment de quatre unités. S'ensuit une manipulation pour construire 4/3 avec de la ficelle et le carrelage du préau. Chaque groupe dispose d'une ficelle unité et une ficelle dont la longueur est quatre unités. Les unités de longueur sont différentes pour chaque groupe afin de rendre compte que la définition des fractions est indépendante du choix de l'unité. Il s'agit de construire une ficelle de longueur 4/3 u. La ficelle de 4 u est découpée en trois par le carrelage guide-âne. Chacun des segments obtenus mesure 4/3 u, aux approximations de découpe près. On vérifie par manipulation que l'on a bien 3 × 4/3 = 1. 4/3 est donc obtenu en découpant une ficelle de 4 u en trois, alors que 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3, que les élèves écrivent aisément 4 x 1/3 (prolongeant la multiplication connue), n'est pas obtenu par la même construction. Le processus physique qui conduit à cette écriture est en effet le suivant : découper une ficelle en trois segments isométriques, fabriquer un segment obtenu en alignant bout à bout quatre segments de longueur 1/3. Il convient donc de montrer que ces deux écritures (1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 et 4 x 1/3) désignent la même fraction. Pour ce faire, il suffit de montrer qu'elles désignent le même point sur une demi-droite graduée. Les élèves découpent en 3 la ficelle unité (en fait il en faut deux), puis reportent quatre segments obtenus le long de la ficelle de 4/3 u. Aux erreurs de manipulation près, le résultat apparait et les élèves concluent que 4 × 1/3 = 4/3. Nous constatons aussi que 4/3 est supérieur à l'unité. Une transposition sur le papier est ensuite proposée aux élèves. Il s'agit de graduer leur unité (un dm) pour que l'on puisse s'en servir de règle et de placer 4/3 sur cette règle. Les élèves construisent 1/3 + 1/3 + 1/3. Il ne reste plus qu'à mesurer 4/3. Les élèves se rendent alors compte que 4/3 c'est 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3. Nous écrivons ensuite que cela peut également s'écrire 4 X 1/3 = 4/3. Un élève remarque que l'on peut même l'écrire 1 + 1/3 = 4/3. Ce faisant, il découvre que cette fraction peut s'écrire comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à l'unité (Annexe 3, photo 8)

Cette phase a permis aux élèves de rapidement comprendre qu'une fraction n'est pas une écriture, mais un nombre et que, comme tout nombre, il peut s'écrire sous différentes formes. Un élève avait déjà spontanément remarqué de 4/3 pouvait s'écrire sous la forme n + f où n est un entier et f une fraction inférieure à l'unité. Le travail préalable sur la droite graduée a également permis aux élèves de pouvoir construire différentes stratégies facilitant l'encadrement d'une fraction entre deux nombres entiers consécutifs. Certains élèves ont fait le lien entre fractionner et diviser (cf. introduction de Arnaudiès et Fraysse) et ont ainsi proposé d'appliquer la technique de la division pour encadrer une fraction. Toutes ces stratégies ont été présentées aux élèves par les élèves et ont fait l'objet d'un affichage.

3.6 Etape 6 : Utiliser les fractions pour rendre compte de partages de grandeurs

La première année de mise en œuvre de cette démarche, la quasi-totalité des élèves de CM1-CM2 ont fini par maitriser la fraction quotient et ont ainsi pu développer des jeux de calcul mental autour des fractions. La seconde année, nous avons proposé à la classe de CM1 de poursuivre nos recherches via la manipulation, avec d'autres représentations. Les élèves travaillent individuellement dans des groupes de quatre auxquels était présentée une activité adaptée au niveau de chaque groupe, à divers moments du troisième trimestre de CM1. L'activité se présentait de la manière suivante :

- Chaque élève dispose d'une vingtaine de jetons
- La convention suivante est instaurée : « Un jeton représente le douzième d'une unité. »
- Les élèves doivent ensuite représenter une unité à l'aide de leurs jetons et justifier leur réponse.

  Les élèves ayant été habitués à mobiliser la propriété fondamentale des fractions (pout tout entier n non nul, n × 1/n = 1), réalisent sans se tromper des tas de douze jetons et justifient en disant : « Parce que douze fois un douzième ça fait un ».

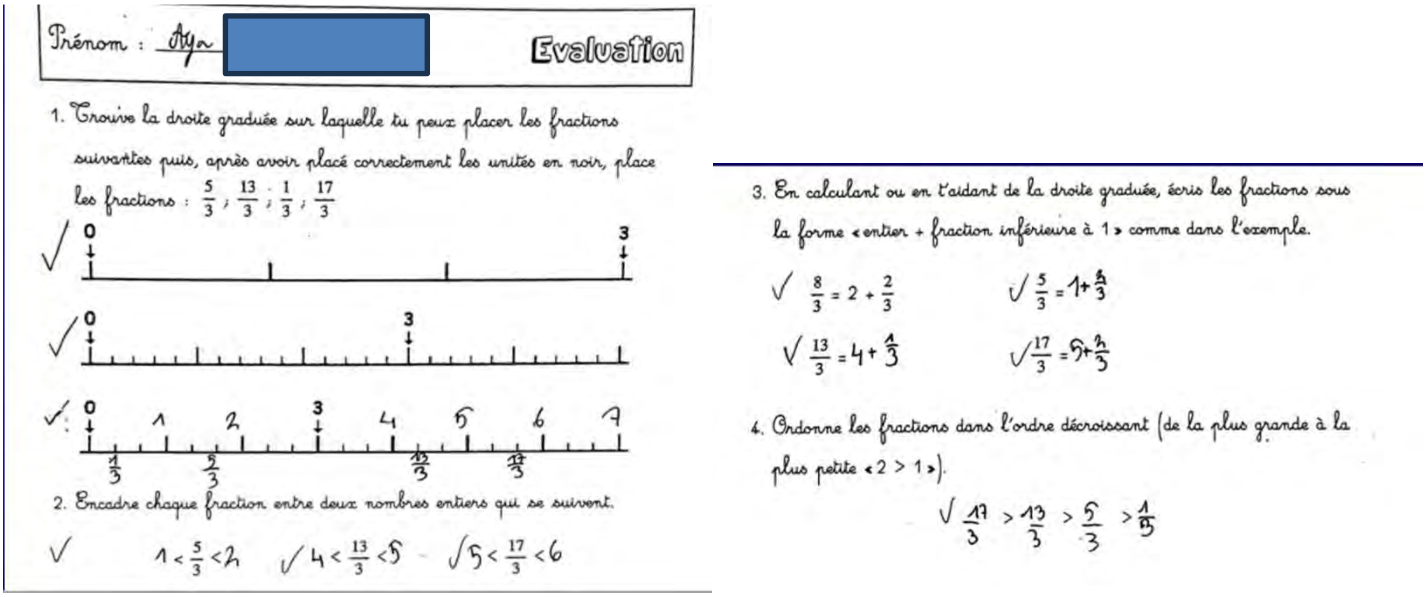
L'activité est réitérée avec d'autres fractions 1/2, 1/3, 1/4 avec expression du résultat en douzièmes. Les élèves réalisent respectivement des tas de 6, 4 et 3 jetons et écrivent les égalités 1/2 = 6/12 ; 1/3 = 4/12 ; 1/4 = 3/12. Il est à noter que des égalités telles que les précédentes sont aisées à mettre en relief à partir de la construction des fractions avec le guide-âne (il suffit de sélectionner par exemple une parallèle sur deux dans un découpage en six pour voir que 2/6 = 1/3). Pour certains groupes, la difficulté a été accentuée, comme de représenter 4/6 par exemple avec les jetons (Annexe 3, photo 8), ou de réaliser des additions de fractions à l'aide des jetons. Sur la base de la première manipulation et sachant que chaque jeton représente un douzième de l'unité, quelques élèves doivent représenter 1/3 puis 1/4, puis de représenter 1/3 + 1/4. Les élèves réalisent alors un premier tas de 4 jetons, un deuxième de 3 jetons et écrivent l'égalité 1/3 + 1/4 = 7/12. De la même manière, lorsque chaque jeton représente un cinquième, les élèves représentent 1/3, puis 1/5 et la somme 1/3 + 1/5. Les élèves écrivent alors l'égalité 1/3 + 1/5 = 8/15. Ces activités ne consistent pas à enseigner la somme de deux fractions, mais à renforcer le sens des fractions et visent à inhiber dans l'œuf l'erreur couramment commise illustrée par la figure 2. Les élèves ont réalisé ces tâches sans difficulté mais la fin de l'année arrivant malgré la forte demande des élèves nous n'avons pas souhaité aller plus loin dans ces apprentissages qui préfigurent un apprentissage des pourcentages. (Annexe 3, photo 9)

3.7 Evaluation de fin d'année

En fin d'année, la même évaluation a été proposée à l'ensemble des élèves de cycle 3 de l'école afin de comparer les résultats des élèves de manière empirique. Le cycle 3 est réparti dans 4 classes. Pour l'enseignement des fractions, l'une utilise MHM, la seconde la méthode *dite de* Singapour, la troisième n'utilise pas de méthode et ma classe a mis en place le travail décrit ci-avant.

Compétences évaluées

- Placer 7/3, 17/3, 1/3 sur la bonne droite graduée
- Encadrer ces fractions entre deux entiers qui se suivent
- Ecrire ces fractions sous la forme n + f (f<1)
- Ordonner des fractions (ordre décroissant)


Prénom : Aya [redacted] Evaluation

1. Trouve la droite graduée sur laquelle tu peux placer les fractions suivantes puis, après avoir placé correctement les unités en noir, place les fractions : $\frac{5}{3}$; $\frac{13}{3}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{17}{3}$

2. Encadre chaque fraction entre deux nombres entiers qui se suivent.

$1 < \frac{5}{3} < 2$ $4 < \frac{13}{3} < 5$ $5 < \frac{17}{3} < 6$

3. En calculant ou en t'aidant de la droite graduée, écris les fractions sous la forme « entier + fraction inférieure à 1 » comme dans l'exemple.

$\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$ $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$

$\frac{13}{3} = 4 + \frac{1}{3}$ $\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}$

4. Ordonne les fractions dans l'ordre décroissant (de la plus grande à la plus petite « 2 > 1 »).

$\frac{17}{3} > \frac{13}{3} > \frac{5}{3} > \frac{1}{3}$

Figure 3. Evaluation classe de CM1

Compétences	Avec méthode « Assali »				Autres méthodes			
	1	2	3	4	1	2	3	4
CM1	75 (16)	87 (16)	81 (16)	100 (16)	33 (9)	0 (9)	22 (9)	66 (9)
CM2	83 (6) (ont suivi la méthode en CM1)	66 (6) (ont suivi la méthode en CM1)	50 (6) (ont suivi la méthode en CM1)	100 (6) (ont suivi la méthode en CM1)	50 (20) (ont suivi une autre méthode en CM1)	35 (20) (ont suivi une autre méthode en CM1)	40 (20) (ont suivi une autre méthode en CM1)	60 (20) (ont suivi une autre méthode en CM1)

Figure 4. Résultats de l'évaluation sur l'école

Ces résultats sont donnés en pourcentages les effectifs sont indiqués entre parenthèses. Même si ces pourcentages n'ont guère de sens, ils permettent cependant une meilleure comparaison.

Toutes les compétences évaluées sont extraites des compétences au programme. Les résultats n'ont aucune valeur scientifique, mais semblent montrer une tendance potentielle vers une meilleure compréhension des fractions, une meilleure habilité dans leur utilisation, dans les automatismes attendus. Il est cependant impossible, à ce stade, de connaitre la part de réussite revenant à la méthode utilisée, au temps qui y a été consacré, au fort investissement de l'enseignant, ou à d'autres facteurs non listés.

Toujours est-il que les élèves étaient très demandeurs d'activités portant sur les fractions et fiers de réussir des tâches réputées difficiles. Le plaisir d'entrer dans ce monde à priori mystérieux des fractions était réel chez les élèves, porteur d'espoir.

4 Conclusion

Par cette approche, nous avons fait le pari que les élèves de REP peuvent développer de l'appétence pour les mathématiques à condition qu'il ne s'agisse pas de traitements de surface. Pour ce, nous avons pris le parti de les plonger dans des situations de recherche consistantes afin qu'ils prennent les mathématiques pour ce qu'elles sont et ne pas (ou peu) développer d'artefacts soi-disant facilitateurs. Cette démarche demande d'avoir des exigences pour soi-même et pour les élèves qui sont parties prenantes de leurs apprentissages.

Nous souhaitons également accentuer le fait que par notre travail, nous espérons démontrer l'importance d'accompagner un professeur dans la construction de ses savoirs et de ses enseignements et ainsi que tout enseignant, même ceux qui se disent « non matheux », peut enseigner les mathématiques à condition d'accepter de se mettre dans la même posture de démarche scientifique que les élèves, de ne pas avoir peur de remettre en cause ses intuitions, de cultiver ce goût de l'effort qui est un vecteur de partage puissant pour créer de la résonance entre les élèves et le professeur mais aussi, de connaître les ressources à sa disposition.

La démarche mise en œuvre en REP, qui a permis à certains élèves d'éprouver du plaisir à faire des mathématiques, sur un thème réputé difficile, à en redemander, qui a permis à une classe de REP d'obtenir des résultats tout à fait honorables pourrait peut-être être testée dans des classes non estampillées REP et le titre de cette communication devrait peut-être être revu.

V - BIBLIOGRAPHIE

Adjiage, R. (1999). L'expression des nombres rationnels et leur enseignement initial. Université de Strasbourg.

Arnaudiès, J.M. et Fraysse, H. (1989). *Cours de mathématiques 1, Algèbre*. Dunod.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Peter Lang.

Gateau, A. (2021) Le nuancier de couleurs en cycle 3, *Au fil des maths,* repéré à https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AFDM_HS_01_gateau2.pdf

MEN, *Repères annuels de progression*. Cycle 3, Mathématiques. https://eduscol.education.fr/document/14026/download

MEN, *Le calcul en ligne au cycle 2*, repéré à https://eduscol.education.fr/document/15403/download

Petit, S. et Camenisch A. (2018), *Artéfacts, sémiosis et construction du système de numération de position décimale au cycle 2*, in 45e colloque de la COPIRELEM, Blois, 198-206.

ANNEXE 1 : EXTRAIT DES PROGRAMMES

LE BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE
Bulletin officiel n° 25 du 21-6-2018

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel.

Attendus de fin de cycle

– utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux ;

Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives (ex : quatre tiers ; 4/3 ; 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 ; 1 + 1/3 ; 4 x 1/3)

Connaître et utiliser quelques fractions simples comme opérateur de partage en faisant le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (ex : faire le lien entre « la moitié de » et multiplier par 1/2).

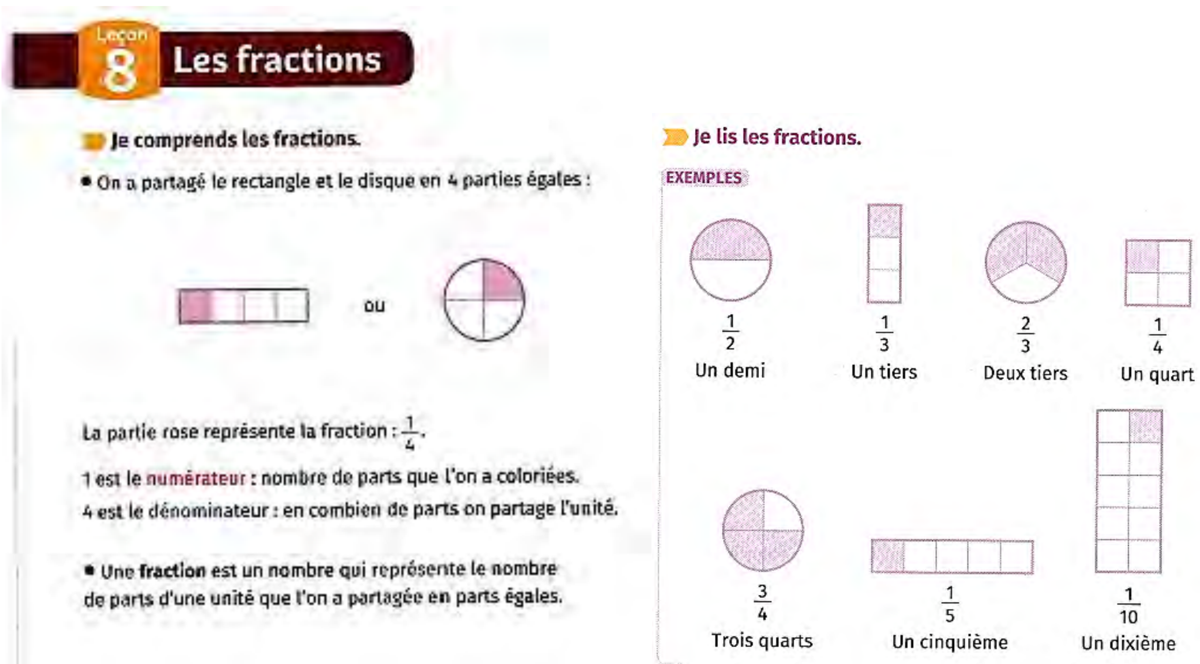
Utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs.
Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.
Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.
Comparer deux fractions de même dénominateur.
Ecrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Connaître des égalités entre des fractions usuelles (exemples : 5/10 = 1/2 ; 10/100 = 1/10 ; 2/4 = 1/2)

Utiliser des fractions pour exprimer un quotient.

ANNEXE 2 : EXTRAITS D'OUVRAGES SCOLAIRES

1 Annexe 2-1 : MHM CM1


Leçon 8 Les fractions

Je comprends les fractions.

• On a partagé le rectangle et le disque en 4 parties égales :

ou

La partie rose représente la fraction : $\frac{1}{4}$.

1 est le numérateur : nombre de parts que l'on a coloriées.
4 est le dénominateur : en combien de parts on partage l'unité.

• Une fraction est un nombre qui représente le nombre de parts d'une unité que l'on a partagée en parts égales.

Je lis les fractions.

EXEMPLES

$\frac{1}{2}$ Un demi
$\frac{1}{3}$ Un tiers
$\frac{2}{3}$ Deux tiers
$\frac{1}{4}$ Un quart
$\frac{3}{4}$ Trois quarts
$\frac{1}{5}$ Un cinquième
$\frac{1}{10}$ Un dixième

2 Annexe 2-2 : Archimath, CM1

42 Découvrir les fractions

Commençons par chercher

1 Lis le dialogue.

Explique ce que veulent dire les expressions en rouge dans le dialogue.
Tu peux faire un dessin pour t'aider.

2 Un « demi » s'écrit $\frac{1}{2}$. Cela veut dire qu'on a partagé un objet entier en deux parties égales (deux moitiés). Un « demi » est l'une des deux parties.

Comment écrirais-tu un quart ? et un tiers ?

Entraine-toi

→ Mémo des maths n° 3

* **1 Vocabulaire**

Écris en lettres les fractions indiquées en chiffres.

a. $\frac{1}{2}$ verre

b. $\frac{1}{3}$ de terrain de football

c. $\frac{1}{4}$ de feuille de classeur

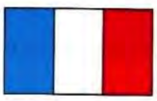
* **2 Vocabulaire**

Écris en chiffres les fractions indiquées en lettres.

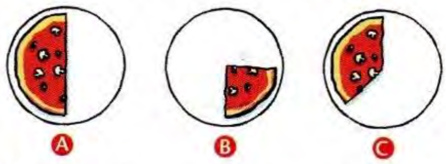
a. un demi-sucre
b. un tiers de litre
c. un quart de page
d. un demi-tour de piste
e. un quart d'heure

Utiliser les fractions pour mesurer

* **3 Quelle fraction du drapeau occupe la partie bleue ? et la blanche ?**



* **4** Miyo prend un tiers de pizza, Tess une demi-pizza, et Sofian un quart de pizza.

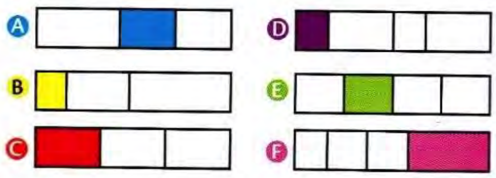


a. Quelle part de pizza revient à chacun ?
b. Écris ces parts avec une fraction.

** **5 Dans quelle bande la partie colorée représente-t-elle :**

a. $\frac{1}{3}$ de la bande ?

b. $\frac{1}{4}$ de la bande ?



102

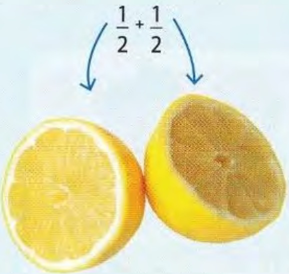
Calcul mental : Ajouter un multiple de 10 à un nombre, trouver les compléments à 100 de nombres entiers.

3 Annexe 2-3 : Euréka

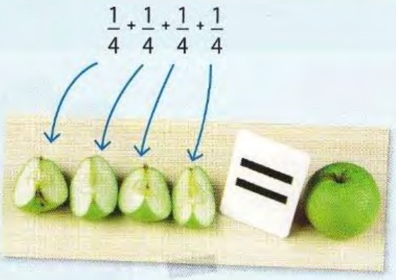
Découvrir les fractions

Je découvre

Quand on veut partager un objet ou une quantité en **parts égales**, on a besoin d'expliquer comment le partage est effectué. Les hommes ont donc inventé un nouveau nombre pour représenter ce partage : **la fraction**.
On écrit une fraction avec deux nombres séparés par un trait horizontal. En haut, le **numérateur** donne le nombre de portions choisies. En bas, le **dénominateur** indique le nombre total de portions.



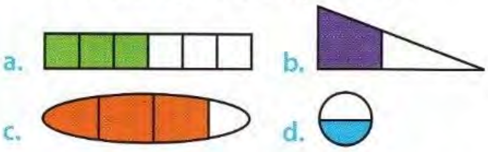
Deux moitiés



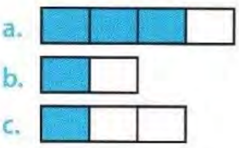
Quatre quarts

Je commence

1 **Pour chaque dessin, dis s'il est possible de représenter la partie colorée par une fraction et explique pourquoi.**
Puis trouve la fraction correspondante.

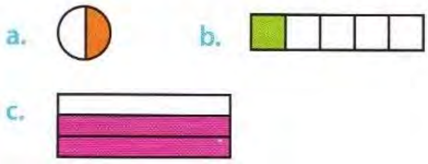


2 **Reproduis les dessins et écris à côté de chacun la fraction correspondant à la partie bleue :** $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$.



3 **Représente la gaufre sur un quadrillage. Puis colorie les $\frac{2}{3}$ de la gaufre.**

4 **Écris la fraction qui correspond à chaque partie colorée.**



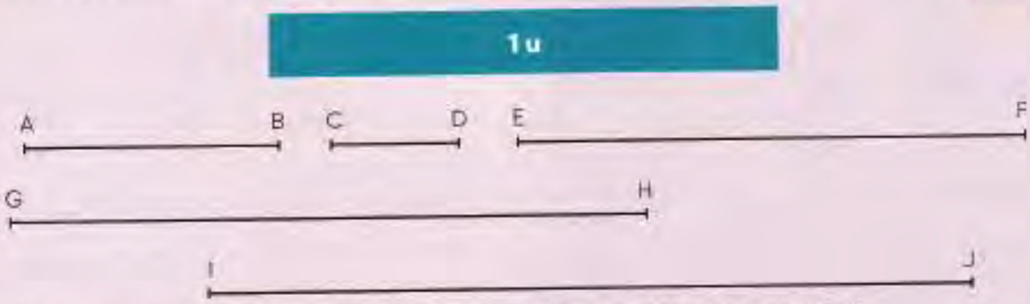
4 Annexe 2-4 : Maths au CM1

6 Fractions (1)

Utiliser des fractions pour mesurer des longueurs
Brüche beim Länge Messen benutzen

1 Utilise la bande unité bleue pour mesurer la longueur des segments.

***1** Benutze die blaue Einheit, um die Strecken zu messen.*



Trouve le segment dont la longueur est égale
a. au quart de l'unité.
b. à la moitié de l'unité.
c. à une unité.
d. à une unité plus la moitié de l'unité.
e. à une unité plus un quart de l'unité.

Trace un segment [KL] dont la longueur est égale à deux unités plus un quart de l'unité.

Finde die Strecke deren Länge
a. dem Viertel der Einheit gleicht.
b. der Hälfte der Einheit gleicht.
c. der Einheit gleicht.
d. der Einheit plus einer Hälfte einer Einheit gleicht.
e. der Einheit plus einem Viertel der Einheit gleicht.

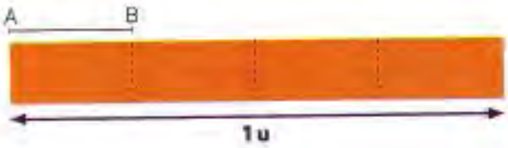
Zeichne die Strecke [KL], sodass ihre Länge zwei Einheiten und einem Viertel der Einheit gleicht.

***2** ★ Finde die Länge der Strecke unter den drei Aussagen.*

a. $\frac{1}{4}$ Einer b. $\frac{1}{2}$ Einer c. $\frac{1}{3}$ Einer

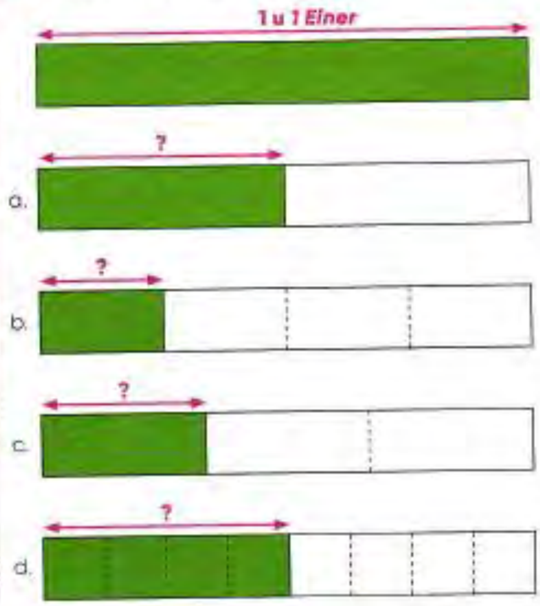
3 ★ Retrouve la longueur du segment parmi les trois propositions suivantes.

a. $\frac{1}{4}$ u b. $\frac{1}{2}$ u c. $\frac{1}{3}$ u



4 ★ Dans chaque cas, écris la fraction représentée par la partie colorée.

***4** ★ Schreibe für jedes Bild den passenden Bruch.*



5 Annexe 2-5 : Opération Math

65 Fractions au quotidien

Utiliser des fractions simples

CALCUL MENTAL
• *numération et calculatrice*

1 a 1 heure, c'est 60 min.
Combien de minutes y a-t-il dans $\frac{1}{4}$ (un quart) d'heure ?

b **Combien de minutes y a-t-il dans une demi-heure ?**
Dessine un cadran d'horloge puis représente $\frac{1}{2}$ (une demie) heure sur ce cadran.

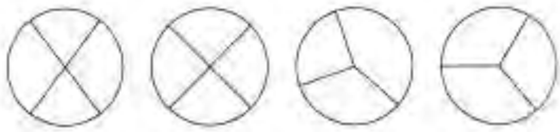
c **Combien de minutes sont représentées sur ce cadran ?**
Quelle fraction d'heure cela représente-t-il ?

2 **Combien de minutes y a-t-il dans trois quarts d'heure ?**
Dessine un cadran d'horloge, puis représente $\frac{3}{4}$ d'heure sur ce cadran.
Combien de minutes y a-t-il dans 1 h $\frac{3}{4}$?

3 **Quelle phrase correspond à chaque partage de la tarte ?**
a. La part jaune, c'est le quart de la tarte.
b. La part jaune, c'est le tiers de la tarte.
c. La part jaune, c'est trois quarts de la tarte.

A B C

4 **Quels sont les partages équitables ?**



A B C D

5 **Combien de bouteilles d'un demi-litre d'eau faut-il pour obtenir un litre d'eau ?**

6 *Problème*
a. Zora veut découper cette bande en 4 morceaux de même longueur.
Aide-la à faire ce partage en effectuant un pliage. Dessine la bande et chaque morceau.
Quelle fraction de la bande chaque morceau représente-t-il ?

b. Roméo veut découper la bande en 3 morceaux de même longueur.
Aide-le à faire ce partage en effectuant un pliage. Dessine la bande et chaque morceaux. Quelle fraction de la bande chaque morceau représente-t-il ?

ANNEXE 3 : PHOTOS DE CLASSE

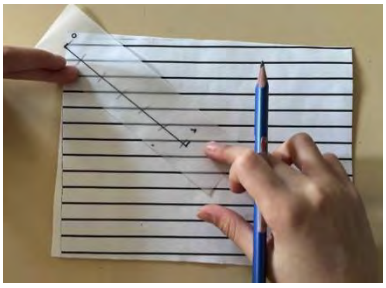


Photo 1 : Utilisation du guide-âne pour partager un segment en segments isométriques

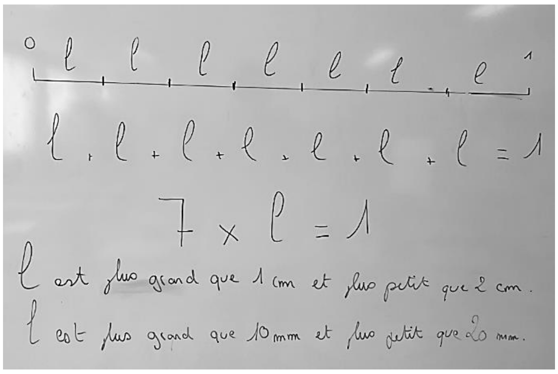
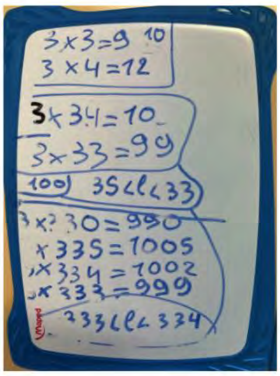
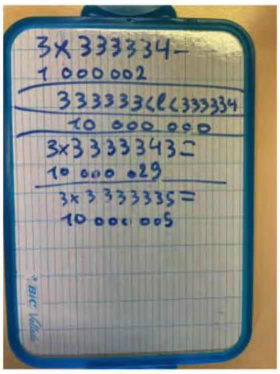
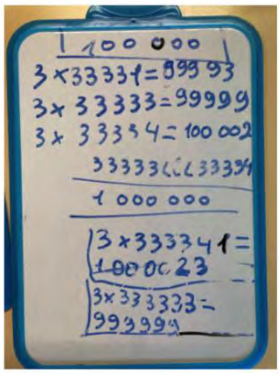


Photo 2 : La propriété fondamentale des fractions fixant l'objectif : trouver la valeur de l

Photo 3 : changer d'unité pour trouver l







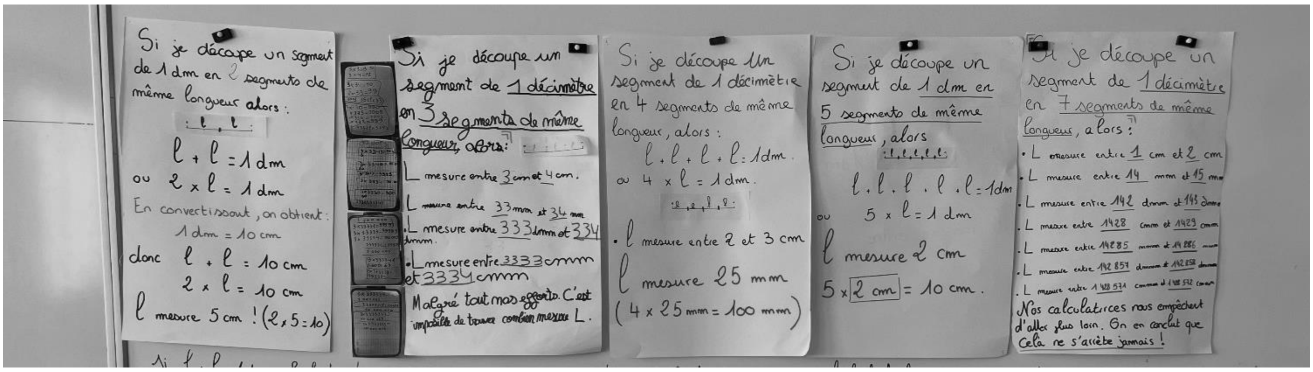


Photo 4 : Essais par encadrements après subdivisions réitérées de l'unité par dix pour déterminer l tel que 3 x l = 1

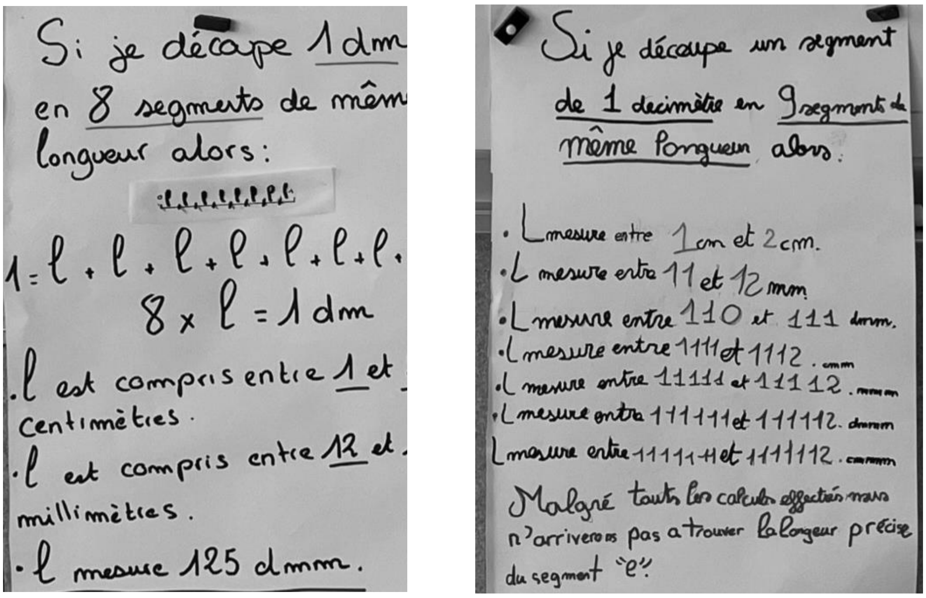


Photo 5 : Recherches de l dans différents cas, par groupes. Chaque groupe effectue une recherche dont le résultat est décimal et une recherche dans le cas d'un résultat rationnel non décimal

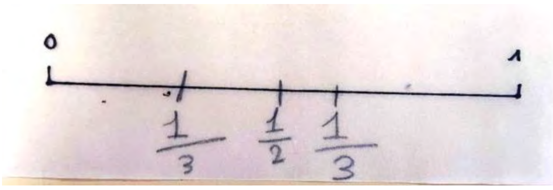


Photo 6

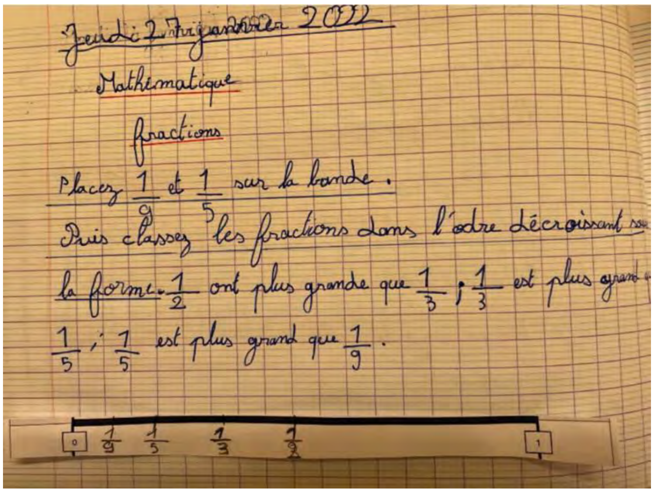


Photo 7 : Trace écrite d'un rituel

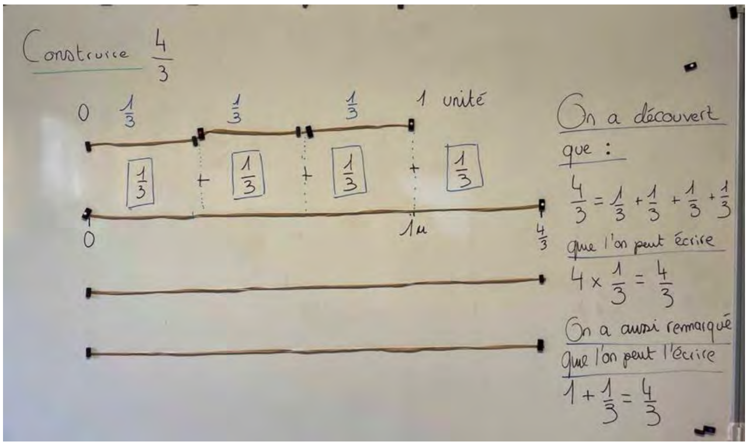


Photo 8 : Montrer (et pas démontrer) que 4/3 = 4 x 1/3

Photo 9 : Anticiper les erreurs potentielles portant sur la somme de deux fractions

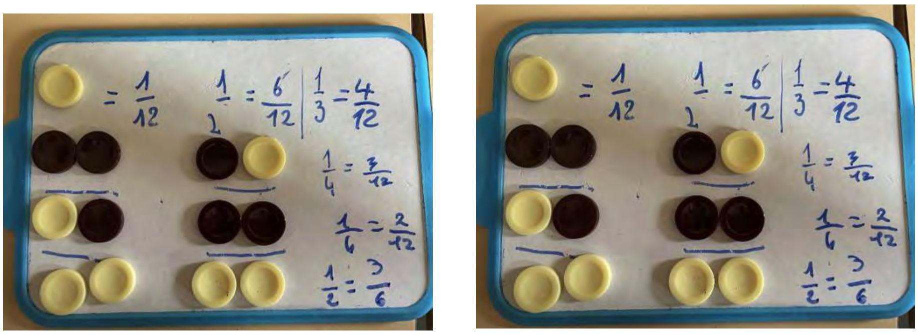


Photo 10 : Montrer (et pas démontrer) l'égalité de désignations de fractions par la manipulation

DU RÔLE ESSENTIEL DES REPRÉSENTATIONS DANS LES ÉCHANGES ENTRE PROFESSEURS AU COURS DE LA PRÉPARATION D'UNE SÉQUENCE

Anne HENRY
Doctorante, Université Côte d'Azur
LINE
anne.henry.loq@orange.fr

Jérôme SANTINI
MCF HDR, Université Côte d'azur
LINE
jerome.santini@univ-cotedazur.fr

Francine ATHIAS
MCF, Univ. Bourgogne Franche-Comté
ELLIADD
francine.athias@univ-fcomte.fr

Gérard SENSEVY
PR émérite, Université Bretagne Occidentale,
CREAD
gerard.sensevy@inspe-bretagne.fr

et le LéA Armorique Méditerranée

Résumé
Cette communication porte sur la description et l'analyse d'une séquence relative aux durées, menée conjointement par une chercheure et une professeure qui enseigne en CE1-CE2. Cette séquence est en lien avec la phase exploratoire du projet « Détermination d'Efficacité des Expérimentations Contrôlées en enseignement-apprentissage » (DEEC), dans lequel il s'agit de permettre aux élèves de créer des problèmes arithmétiques, sur la base de la recherche ACE Arithmécole menée dans le Léa Armorique-Méditerranée. Nous montrons comment l'invention commune de manières d'enseigner par la professeure et la chercheure repose sur le rôle important de systèmes de représentations.

Cette communication porte sur la description et l'analyse d'une séquence relative aux durées dans une classe de CE1-CE2. Elle a été menée dans la phase exploratoire du projet de recherche ANR DEEC[1] (Détermination d'efficacité des expérimentations contrôlées en enseignement-apprentissage). Il s'agit, dans un premier temps, de concevoir et tester une séquence en résolution de problèmes, puis, dans un second temps, d'analyser les conditions de sa transmission à grande échelle. La séquence est produite par le Léa-Armorique-Méditerranée[2] en suivant la démarche d'enseignement élaborée par la recherche ACE-Arithmécole (Arithmétique et Compréhension à l'école)[3]. Ce Léa fonctionne en ingénierie coopérative (Didactique pour enseigner (collectif), 2024 ; Sensevy, 2011 ; Sensevy & Bloor, 2019). La séquence ici présentée a été menée pour apporter quelques éléments de discussion lors du choix des unités de mesure

[1]https://reseaulea.hypotheses.org/21019.

[2] http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-ecoles-armorique-mediterranee.

[3]http://blog.espe-bretagne.fr/ace/?page_id=1457.

à utiliser dans les problèmes. Elle a été préparée en commun par la titulaire d'une classe de CE1-CE2 et une doctorante. La séquence est présentée dans la première partie. La deuxième partie est consacrée à la discussion.

I - LA SÉQUENCE SUR LES DURÉES

Après avoir résumé le travail de préparation, nous présentons le synopsis de la séquence. Nous nous focalisons sur les premières séances sur l'heure et les durées, en montrant comment nous nous sommes adaptées aux réactions des élèves.

1 La préparation

Nous avons pris en compte ce que les élèves avaient déjà fait et ce que nous attendions d'eux à l'issue de la séquence.

1.1 Le point sur ce qu'avaient fait les élèves

Au CP, les élèves ont appris à lire l'heure *avec Picbille,* en s'intéressant d'abord aux positions de la petite aiguille, « celle qui indique les heures »[4]. Ils disent : « il est environ 8 h, il n'est pas encore 8 h, il est 8 h passées ». Ils s'intéressent ensuite au déplacement de la grande aiguille. Ils apprennent : « Sur une horloge, la petite aiguille tourne très doucement. Elle met une heure pour aller d'un nombre au suivant. Pendant ce temps, la grande aiguille a fait un tour entier ». La position des deux aiguilles est repérée toutes les demi-heures. Les élèves ont fait des exercices avec des cadrans individuels pendant que leur professeure se servait d'une horloge mécanique montrant toujours les positions respectives des deux aiguilles. La figure 1 présente un exemple de ce que les élèves du CP devaient pouvoir compléter à l'issue de la séquence.

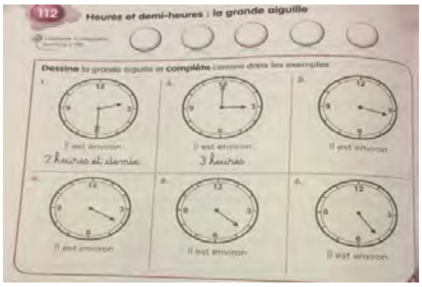


Figure 1. Exercice au CP (Ouzoulias et al., 2018, p. 144

Les CE1 ont appris que la grande aiguille fait un tour entier en 60 minutes. La demi-heure correspond à 30 minutes. Les expressions du type « il est environ 9 h » peuvent être précisées : « l'heure exacte dépend de la position de la grande aiguille ». La figure 2 présente des exercices proposés aux élèves.

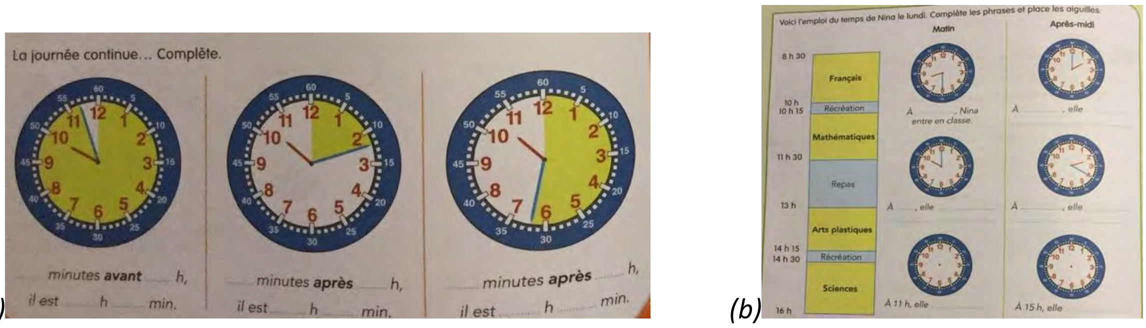
(a) (b)


Figure 2. Exercices au CE1 (Ouzoulias et al., 2016, p. 104 (a) et p. 126 (b))

[4]Les expressions et le texte entre guillemets sont issus du manuel : « J'apprends les maths avec Picbille ».

1.2 Le point sur le résultat souhaité

Le but visé est que les élèves puissent créer et résoudre des problèmes mettant en jeu des durées et des heures (au sens d'un horaire) relatives à leur vie quotidienne. Nous avons dressé un inventaire de ce que cela supposait pour les problèmes et pour le repérage temporel dans leur journée de classe.

Les attendus en résolution de problèmes

Comment suivre la démarche ACE dans les problèmes de durées ? Cette démarche s'appuie sur l'utilisation de modes de représentation : la ligne, la boîte. Ces outils aident les élèves à analyser les données du problème pour en faire apparaître la structure. Nos élèves les avaient déjà utilisés, comme on peut le voir sur l'exemple suivant (figure 3).

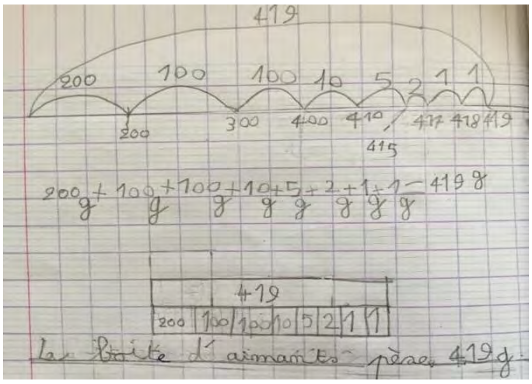


Figure 3. Une pesée. Utilisation du schéma-ligne et du schéma-boîte (cahier d'élève).

En ce qui concerne le contenu des problèmes, les élèves vont respectivement être confrontés :

- au calcul d'une durée et à la détermination de l'heure de départ ou de fin ;
- au calcul d'une durée totale ou d'une durée partielle, avec reconnaissance d'une situation additive (deux durées ou plus constituent des parties d'une durée totale) ou d'une situation multiplicative (la répétition d'une durée étant égale à une durée totale) ; nous n'avons pas envisagé la recherche d'un rapport de durées ;
- au calcul de la différence entre deux durées, ou de l'identification de la durée la plus longue ou la plus courte dans une situation de comparaison.

En annexe 1, figure l'ensemble des problèmes travaillés collectivement au cours de la séquence. En prévoyant la manière dont ces problèmes pourraient être travaillés nous avons fait quelques constats. Nous nous appuyons sur les problèmes de calcul d'une durée (figure 4a) et de recherche d'une différence de durée (figure 4b) pour les présenter.

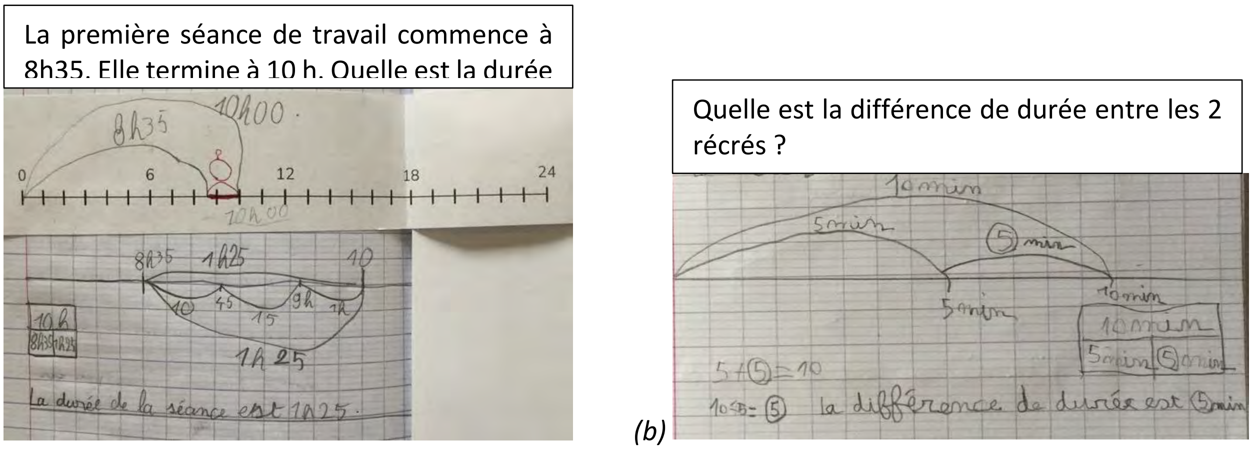
(a)


Figure 4. Extraits de cahiers d'élèves : calcul d'une durée (a) ; recherche de la différence (b)

Pour calculer la durée entre deux horaires, la technique de calcul utilisée habituellement dans l'école est un calcul sur une ligne, comme on le voit dans la partie inférieure de la figure 4a. L'élève y fait le calcul suivant : de 8h35 à 8h45, il y a 10 min ; de 8h45 à 9 h, 15 min ; et de 9 h à 10 h, une heure. Au total, de 8h35 à 10 h, il y a 1h25min. Jusque-là, dans la classe, la différence avait été étudiée dans des situations de comparaison de quantités de même type : comparaisons de trains de cubes, de billes, de masses… Par exemple, dans la figure 7, on cherche la différence entre 47, le nombre d'élèves pouvant recevoir une gomme et 56, le nombre total d'élèves. La différence, 9, est un nombre d'élèves. Tous les nombres sont représentés de manière analogique par des longueurs. À la différence des grandeurs mesurables étudiées, l'heure est une grandeur repérable. Sur le schéma-ligne, la position d'un point indiquant un horaire se définit en fonction d'une origine, minuit ou le début du jour (marqué par « 0 » sur le schéma-ligne) dans le cas présent. La distance entre deux points représente une durée. Pour que les élèves retrouvent leur manière habituelle de donner un sens à la différence, nous représentons la durée entre 8h35 et 10 h comme la différence entre les deux durées de 8h35 et 10 h écoulées depuis le début du jour. Le schéma-ligne obtenu (figure 4a) ressemble ainsi à celui de la figure 5. La durée se calcule en ajoutant ou soustrayant des durées pour aller d'un point à un autre, en tenant compte du système complexe d'unités de durée. Les élèves utilisent alors la ligne de calcul en usage dans l'école. Dans le cas de comparaisons, de calculs de durées partielles ou totales, ce problème ne se pose pas. Les minutes, les heures sont des grandeurs mesurables, indépendantes des horaires. On le voit dans le problème de la figure 4b, comme dans le problème créé par un élève sur le calcul du temps passé à la garderie (annexe 2).

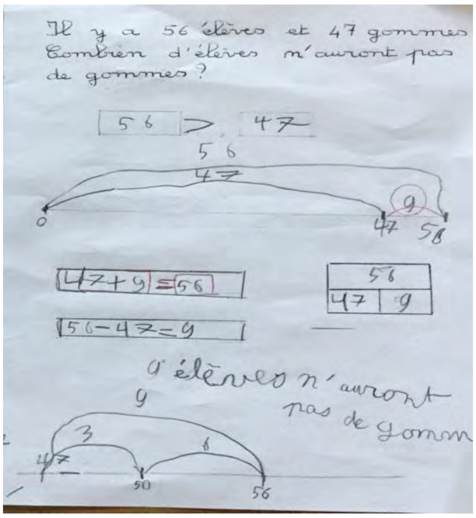


Figure 5. Recherche d'une différence de nombre d'élèves. « Il y a 56 élèves et 47 gommes. Combien d'élèves n'auront pas de gomme ? » (cahier d'élève)

Il reste que le schéma-ligne proposé pour représenter les situations dans lesquelles il faut calculer une durée (figure 4a) ou déterminer une heure de départ ou de fin diffère du schéma-ligne habituel car il est basé sur un segment. Pour mesurer le temps écoulé entre 21h15 et 2h30, il faut alors juxtaposer deux segments représentant chacun une journée.

Les attendus en repérage temporel

En suivant Dewey (1938) et Freudenthal (1973), nous considérons que la problématisation des données de la réalité est une attitude à la fois banale et au fondement de l'activité scientifique. Une hypothèse importante dans ACE consiste à penser que la création de problèmes, le fait de problématiser une situation, aide les élèves à comprendre la structure qui relie les nombres de la situation. Pour que les élèves puissent créer des problèmes sur les horaires et les durées, il faut les familiariser avec l'utilisation de repères temporels dans leur vie. Il faut continuer le travail fait au CP : apprendre à lire l'heure, se repérer dans le déroulement d'une journée d'école et associer des horaires au début de différents moments. Nous reprenons la démarche présentée dans les ressources ACE pour le CP (ACE, 2018) : les élèves constituent la frise chronologique de la journée d'école en collant des vignettes symbolisant les différentes activités. Cette frise est associée à la frise horaire de la journée (figure 6).

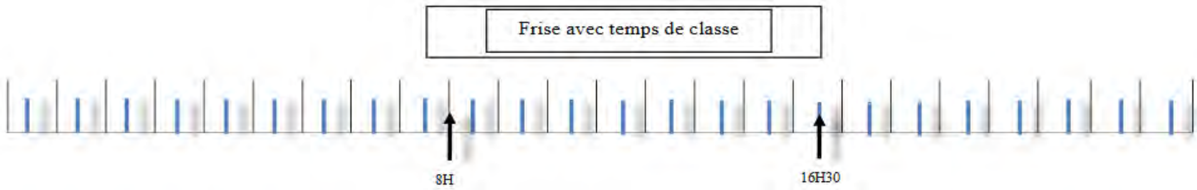


Figure 6. Superposition de la frise horaire et de la frise chronologique proposée sur le site ACE (2018).

Le rectangle montrant le déroulement de la journée est considéré comme un bloc. Ses bords latéraux correspondent aux horaires de début et de fin de classe. Nous faisons en sorte que l'heure de la fin de la classe du matin (12h05min) corresponde bien à la graduation (figure 7).

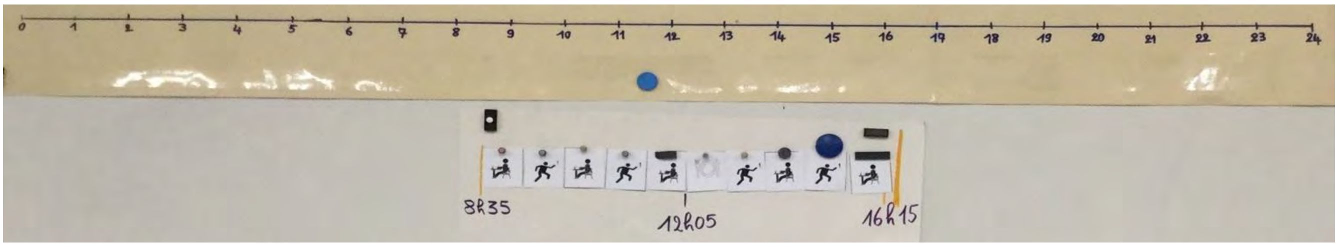


Figure 7. Superposition réalisée en classe

Pour compléter le déroulement de la journée, les élèves enquêteront à la maison sur les horaires du lever, du petit déjeuner, du départ pour l'école, du goûter, du repas du soir et du coucher.

1.3 Des décisions concernant la lecture de l'heure

Nous avons cherché à installer un lien entre la lecture de l'heure sur le cadran de l'horloge et la lecture de la frise horaire de la journée de classe ou de la ligne graduée des schéma-lignes. Nous avons également choisi de faire revoir l'heure en reprenant la série d'exercices proposés sur un site internet.

La recherche d'un lien entre le cadran de l'horloge et le schéma-ligne

Telle qu'elle a été enseignée, la lecture de l'heure sur l'horloge repose sur un algorithme : repérer la position de la petite aiguille puis celle de la grande aiguille sur le bord du cadran. Ce bord peut être vu, si on le déroule, comme la superposition de deux lignes graduées, l'une pour repérer les heures au cours des demi-journées, l'autre pour repérer les minutes au cours d'une heure. Le point origine pour les deux lignes est le même. Pour les heures, il représente le début du jour ou bien midi. Pour les minutes, c'est le point à partir duquel on repère le nombre de minutes écoulées depuis le début de l'heure en cours. Les aiguilles ont des trajectoires circulaires et des vitesses inégales. Pour une durée donnée, elles se déplacent chacune de la longueur qui correspond à la mesure de cette durée avec des unités différentes, l'heure et la minute. Le mécanisme d'horlogerie est tel que pendant que la petite aiguille (PA) se déplace entre deux graduations d'heures, la grande aiguille (GA) parcourt le tour à partir du point origine. La représentation du temps qui passe donnée par l'horloge est circulaire, elle montre un enchaînement sans fin de cycles. À l'opposé, la ligne graduée à la base du schéma ligne ou de la frise horaire de la journée donne une représentation linéaire du temps qui passe. Nous avons fait l'hypothèse qu'une représentation linéaire faciliterait la mise en relation des mouvements des aiguilles.

Dans le premier essai (figure 8), les deux segments (un pour les heures, un pour les minutes) présentent une graduation identique afin de rester proche de l'aspect du cadran. Elle permet de compter le nombre de minutes à partir du zéro : il y en a 60. L'observation du mouvement des aiguilles se passera de la manière suivante. Les élèves lisent l'heure sur l'horloge, 9 h dans le cas présent. La professeure marque ce point sur le segment des heures à l'aide d'une PA en carton. À ce moment-là, la GA est sur le « 12 » de l'horloge ; la GA en carton est placée sur le « 0 » du segment des minutes. Un quart d'heure plus tard, la position de la GA de l'horloge donne lieu au comptage, sur le cadran, des minutes écoulées. Ces quinze minutes sont comptées à partir de zéro sur le segment des minutes et la GA en carton est déplacée. La position de la PA sur l'horloge est définie approximativement : « un peu plus loin que 9… ». La PA en carton est placée approximativement. On colorie (en jaune sur la figure 10) les distances parcourues respectivement par la GA et la PA sur des bandes placées sur et au-dessous des segments. On procède de la même manière à 9h30, 9h45 et 10 h.

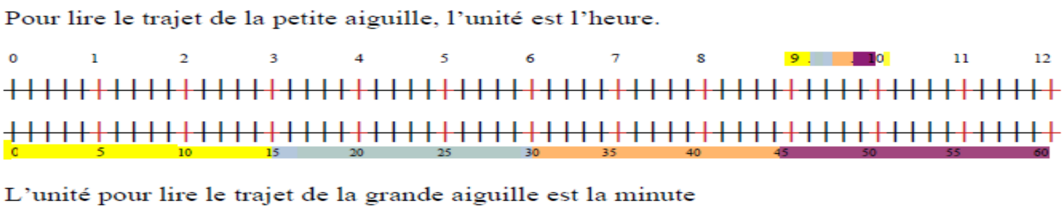


Figure 8. Premiers essais de représentation des lignes du cadran.

À ce stade de la simulation de classe, nous constatons le côté gênant de la graduation en minutes sur le segment des heures ; elle est supprimée (figure 9).

Figure 9. Il est 10 h (séance 1).

Nous comprenons aussi que la position de la PA sur l'intervalle entre 9 h et 10 h restera imprécise. Nous prenons donc plusieurs décisions. La représentation par des segments colorés des durées de 15 min se fera sur une bande mobile, que l'on pourra plier en deux et en quatre. On verra ainsi que 15 min sont le quart de 60 min, que 30 min sont la moitié de 60 min, que 15 min sont la moitié de 30 min. On fabriquera aussi une bande de la longueur d'un intervalle entre deux graduations horaires, bande « unité-heure », que l'on pourra également plier. Les positions de la PA pourront être précisées avec le pliage de cette bande unité-heure. La photo suivante (figure 10) montre l'état du système à 10 h 45. La professeure a utilisé l'unité-heure. Une fois la GA placée sur la graduation 45, le pliage de la bande mobile graduée de 0 à 60 permet de voir que 45 minutes correspondent à trois quarts d'heure. L'unité-heure (que l'on voit au-dessus de la flèche orange) pliée en 4, puis dépliée pour mesurer trois quarts d'heure, a servi de gabarit pour placer correctement la PA.

Figure 10. Il est 10h45min (séance 1)

La photo de la figure 11a a été prise au cours de la troisième séance. Entre-temps, le système a été annoté. Sur la photo, l'unité de durée de l'heure a été pliée en deux pour placer la PA. À la fin de la séquence, grâce au gabarit, les élèves ont pu placer exactement la PA entre deux repères horaires pour 15, 30, 45 min. Par exemple, il est 11h30 (figure 11b). Le placement est approximatif, « à peu près », « environ », dans les autres cas. On retrouve ici la ligne graduée utilisée dans les schémas-ligne.

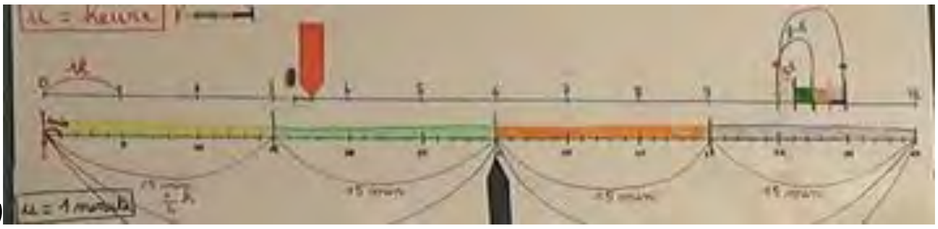
(a)

(b)


Figure 11. Il est 3 h et demi, ou 3 h 30 (séance 3)(a) ; il est 11 h 30 (séance 5) (b)

Parallèlement, pour faciliter la mise en relation de l'horloge de la classe avec la représentation linéaire, nous en avons construit une représentation intermédiaire (figure 12.

(a)

(b)

(c)


Figure 12. Représentations de l'horloge : l'horloge (a) ; deux lignes graduées bien distinguées (b) ; avec la petite aiguille seulement (c)

La décision d'utiliser une vidéo pour faire réviser la lecture de l'heure

La titulaire de la classe propose de consolider les acquis en suivant une vidéo sur l'Internet : « Savoir lire l'heure CP – CE1 – CE2 – CM1 – CM2 – Cycle 2 – Cycle 3 – Se repérer dans le temps » (Maître Lucas, 2023). Un personnage animé, Maître Lucas, propose des séries d'exercices après avoir donné les indications nécessaires à partir d'animations sur un cadran d'horloge. La progression est la suivante : « Savoir lire les heures pleines », « Savoir lire les heures de l'après-midi », « Savoir lire les minutes ».

2 La séquence effective et les ajustements

Le tableau 1 donne une vue d'ensemble des deux domaines travaillés, mathématiques et « Questionner le monde ». Le travail sur les repères temporels de la journée s'est déroulé sans difficulté. Il est relaté dans l'annexe 3.

<table>
<tr><th colspan="2">Lecture de l'heure
Travail sur les lignes graduées</th><th colspan="2">Repères temporels
de la journée…</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Séance 1
(S1)</td><td rowspan="2">Révisions : les heures « piles » du matin et de l'A.M. Pendant une heure, la professeure (P) note les positions des aiguilles de l'horloge sur un système de segments graduées en h et min.</td><td>S1</td><td>Le temps scolaire</td></tr>
<tr><td colspan="2">Enquête : les horaires à la maison</td></tr>
<tr><td>S2, S3</td><td>Les élèves commentent la représentation obtenue.</td><td rowspan="2">S2</td><td rowspan="2">Une journée moyenne d'école. Constitution d'une base de données.</td></tr>
<tr><td>S3
S4 et S5</td><td>Synthèse : mise en relation de l'horloge et du système de segments gradués. Indiquer et lire l'heure. Apprendre… Exercices.</td></tr>
<tr><td>S5</td><td>Apprendre à graduer une ligne en heures, placer les repères 1/4, 1/2, 3/4 . Représenter une durée donnée par un pont</td><td colspan="2">Apprendre… Exercices</td></tr>
<tr><td>S6
S7</td><td>Apprendre à calculer une durée à partir des heures de départ et de fin.
Exercices. (Se servir de la base de données)</td><td colspan="2" rowspan="2">Ranger. Associer les activités et les heures, utiliser le lexique lié au repérage dans le temps
Utiliser la base de données</td></tr>
<tr><td>S8 et…</td><td>Étude des problèmes relatifs aux durées.</td></tr>
</table>

Tableau 1. La séquence commentée dans ce texte.

2.1 Une première séance partiellement ratée

La séance 1 a été partiellement ratée, pour plusieurs raisons qui nous sont apparues immédiatement. D'abord, nous n'avions pas analysé le texte de la vidéo. Lors de son utilisation en classe, le travail de préparation antérieur a eu pour conséquence de nous rendre sensibles à l'ambiguïté de certaines des expressions utilisées. Ensuite, il était déraisonnable de prévoir faire revoir la lecture de l'heure, tout en interrompant ce travail pour noter les positions des aiguilles toutes les quinze minutes entre 10 h et 11 h (fig. 12). Les élèves n'ont pas eu le temps de comprendre l'exposé de la professeure.

Les expressions de Maître Lucas (2023)

Commentons quelques extraits de la première partie consacrée aux « heures pleines ».

> *(1) Tu verras que la grande (aiguille) avance plus vite que la petite, car les minutes passent plus vite que les heures. Même si la petite est devant, la grande finit toujours par la rattraper et la dépasser. […] (1 min 38 s)*
>
> *(2) La petite aiguille indique les heures pleines, lorsque la grande aiguille bleue des minutes est sur 12. La petite aiguille est sur 4, on dit : « il est 4 h ». (2 min 30 s)*
>
> *(3) Il est une heure ». […] Il faut donc que tu attendes encore trois heures pour aller à ton anniversaire (qui est à 4 h).* » (3 min 08 s).[figure 13a]
>
> *(4) : Quand l'aiguille bleue des minutes est sur le 12, c'est comme si elle était à zéro. Donc ici (sur l'horloge), j'ai la petite aiguille sur 9. Il il est donc 9 h et comme la grande est sur 12, c'est zéro minute. Il est donc 9 h 0 minute ou 9 h pile.* (3 min 20 s).[figure 13b]

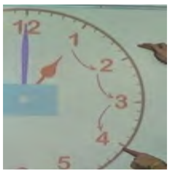
(a)  *(b)* 

Figure 13. Les doigts de P en relation avec la citation (1) (a) ; l'horloge indique 9 h, avec 0 minute, en relation avec la citation (4) (d)

Reprenons. (a) : Quel sens donner au «[dépassement] » du PA par la GA ? (b) : Y a-t-il une différence entre « heure pleine » et « heure pile » ? L'adjectif « pleine » ferait référence à une durée ? Le mot « pile », valant pour l'adverbe « exactement » ou l'adjectif « précise », à une position ? (c) : Dans cette phrase, le mot « heure » a deux sens différents, horaire (« une heure ») et durée (« trois heures »). (d) : Cette phrase fait le point sur ce qu'il faut retenir à ce moment de la progression. Pour dire l'heure « pile », le premier geste à faire est de considérer la PA quand la GA est sur le « 12 ». Ce « 12 », qui a été présenté comme un « nombre d'heures », acquiert maintenant une nouvelle signification : « c'est zéro minute ». L'objectif de la suite d'exercices est de permettre l'apprentissage efficace d'un algorithme permettant de lire l'heure. Les informations sont données au fur et à mesure que les précédentes ont été intégrées. Cette manière de faire se rapproche de celle utilisée dans les familles pour apprendre à lire l'heure et un peu de celles des manuels. Nous nous en sommes éloignées au cours de la préparation, sans analyser les conséquences.

Une observation trop rapide

Comme prévu, la professeure a fait observer les différentes positions successives des deux aiguilles toutes les 15 minutes de 10 h à 11 h, après avoir établi des relations entre la ligne graduée en heures d'une journée, le cadran de l'horloge, le système des deux segments gradués et un segment doublement gradué de 0 (ou 24) à 12, et de 12 à 24. La bande mobile de même longueur que les deux segments gradués symbolise le tour du cadran (figure 14a), qu'on « a ouvert » (figure 14b). Le point « 12 » de l'horloge est représenté par deux points sur chaque segment. Les positions des aiguilles au début de l'observation sont représentées sur les segments gradués (figure 14c).

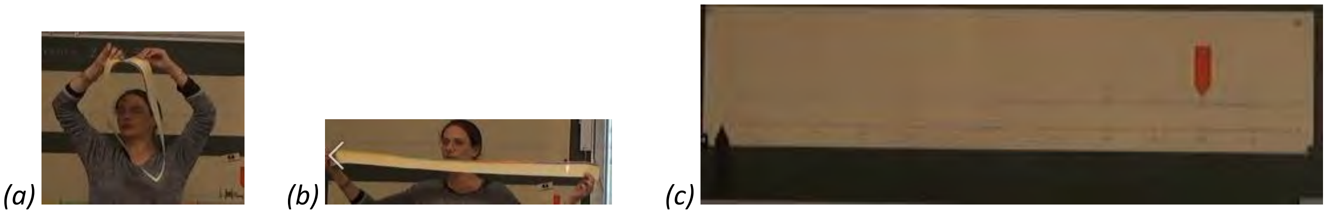


Figure 14. Le tour du cadran…(a) …que l'on ouvre (b) ; il est 10 h (c)

Pendant la séance, la professeure a utilisé l'unité-heure. Les élèves ont donc vu, par pliage de la bande mobile, que 15 min correspondaient à un quart de la longueur que la GA devait parcourir dans l'heure. La professeure a alors dit que la PA s'était également déplacée d'un quart du trajet à parcourir dans l'heure. Elle a plié l'unité-heure en quatre pour l'utiliser comme gabarit (figure 15).

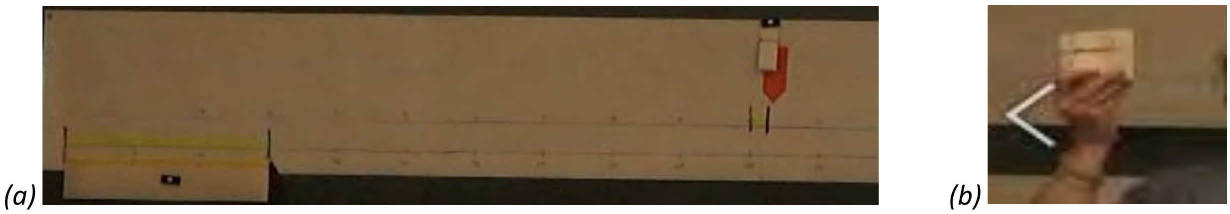


Figure 15. 10 h et quart. UN quart du trajet de la GA dans l'heure (a) ; donc, un quart du trajet de la PA (b)

2.2 Les élèves et les professeurs construisent un texte du savoir

Que s'est-il passé ce matin ? Lors des séances 2 et 3 nous avons laissé les élèves faire des remarques, montrer… Il y a eu une mise au point progressive de notre manière de faire des liens entre les représentations, de notre manière de parler, d'expliquer, de justifier.

La séance 2 a débuté par une mise en relation des différentes représentations utilisées (figure 16).

Figure 16. Un système de représentations (Début de S2) (a) ; l'horloge (b)

La professeure revient sur les unités de durées, elle montre ou fait montrer des durées. La durée est différenciée des horaires (figure 17). Les déplacements des aiguilles sont alors abordés. Quel trajet fait la GA pendant que la PA se déplace pendant une heure ? L'horloge mécanique le montre : la GA parcourt le segment [0-60]. La longue bande mobile et l'unité-heure du segment gradué en heures sont des représentations de la même durée. Le nombre de minutes écoulées depuis le début de l'heure en cours peut se compter à l'aide des graduations.

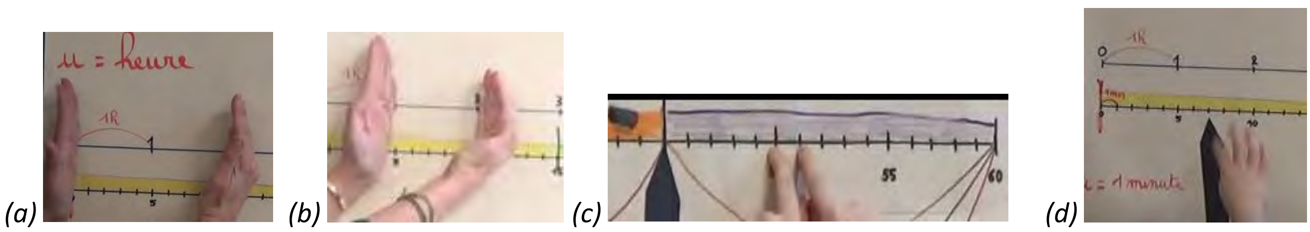


Figure 17. Deux heures (a) ; une heure (b) ; une minute (c) ; il s'est passé 7 min, depuis le début de l'heure, la GA est sur la graduation 7 (d)

La GA a été observée quand elle indiquait 15, 30, 45 : les expressions *quart d'heure, demi-heure* sont référées aux pliages de la bande [0-60] et d'un disque, ainsi qu'aux décompositions de 60 minutes. Le pliage en deux de l'unité-heure donne la mesure de la demi-heure, le pliage en quatre, la mesure du quart d'heure (figure 18).

(a) *(b)* *(c)*

Figure 18. Décomposition de 60 min (a) ; un quart d'heure (b) ; plier l'unité-heure en deux., il est 2h30 (c)

Au début de la séance 3, les élèves commentent l'affiche (figure 19). Ils se sont familiarisés avec l'unité de mesure de chaque segment et établissent des relations numériques entre ces unités.

> (Montre le segment de 60 min) *Tout ça, on a appris que c'était une heure. Une heure, c'est… en fait comme… il était 9 h, on est passé à 10 h. Et à 11 h après et cætera. Une heure c'est un peu comme 15 min, 15 min, 15 min et 15 min* (montre les ponts). *Quatre fois 15 min. C'est aussi comme un peu… deux fois 30 min… qui égalent 60 min ou une heure.* (V., Film 2, à 1 min 04).
>
> (Pointe le « 0 » sur le segment supérieur) *Là c'est zéro. C'est zéro heure. Si on rajoute une heure (*déplace la baguette sur l'intervalle [0-1] jusqu'à la graduation « 1 » et pointe le « 1 »*), ça fait une heure. Après on rajoute une heure (*déplace la baguette sur l'intervalle [1-2] jusqu'à la graduation « 2 » et pointe le « 2 »*), ça fait deux heures.* (Ar., Film 2, à 2min20)
>
> *Soixante minutes est égal à une heure* (montre l'encadré : « u = heure »). *Et, pour faire deux heures, il faudrait deux fois soixante* (passe deux fois sur le segment [0-60] avec la règle). (J., Film2, à 5, 23 min.)

Le système composé des deux segments permet d'indiquer l'heure.

> *Il est huit heures par exemple* (montre le 8) *et c'est là. Et si on est là* (montre un point sur l'intervalle [8-9])*, il n'est pas encore 9 h.* (C., Film2, à 5min58)
>
> *Ici,* (montre PA) *on est au milieu entre 8 h et 9 h. C'est 30 minutes, ici* (montre 30 sur la ligne de minutes)*, c'est égal ici.* (Ac., Film2, à 8min18)

Des élèves montrent comment ils se servent de l'unité-heure pliée pour placer la PA sur la ligne des heures.

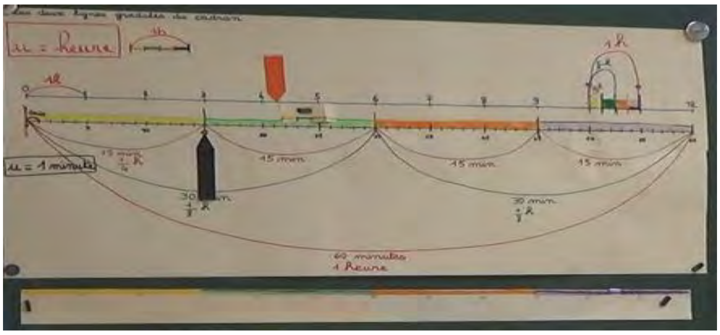


Figure 19. À la fin de la séance 2

Au cours de la séance 4, la position de la PA apparaît suffisante pour indiquer l'heure dans certains cas : « En fait 30 min c'est la moitié de 60 et au milieu, là *(moitié du segment [0-1])*, c'est 30. En fait entre 0 et 1 c'est une heure (*montre la longueur*). Et 30 min… On va faire 30 min fois deux, ça fait 60 min » (V., S4, F1, à 4 min 20). Ce savoir est utilisé sur l'horloge. Les élèves apprennent à y repérer approximativement le milieu et le quart de l'arc entre deux nombres d'heures sur l'horloge. Ils comprennent aussi que la graduation 60 sur la frise de la GA correspond à la graduation zéro : c'est le même point sur l'horloge. Les séances suivantes sont consacrées à des exercices (Annexe 4)

II - DISCUSSION ET CONCLUSION

À partir de ce compte rendu, nous faisons quelques remarques.

1 Complexité du système de mesure de l'heure

Le système adopté est complexe, à la fois duodécimal (24 h dans une journée), sexagésimal (60 minutes dans une heure, 60 secondes dans une minute) et décimal (divisions de la seconde). À plusieurs reprises, des scientifiques ont souhaité une base arithmétique commune pour toutes les mesures. En 1793, la Convention établit une heure décimale mais suspendit cette obligation dès 1795 pour les raisons suivantes. Les mesures décimales du temps n'étant pas utilisées dans des transactions marchandes, elles n'arriveraient pas à s'imposer. En outre, le coût résultant du changement de mécanismes serait énorme[5]. À ces raisons avancées en 1795, s'ajoute sans doute le fait que le nombre dix admet peu de diviseurs. Thureau-Dangin (1933) fait remonter la numération hexadécimale encore utilisée pour les subdivisions de l'heure et la mesure des arcs de circonférence à l'époque sumérienne. Elle repose sur une combinaison de dix (divisible par 2 et 5) et de six (divisible par 2 et 3). Elle facilite ainsi les divisions et le calcul des fractions (Mouterde, 1934). Il n'y a « aucun lien entre le système sexagésimal et la division du cercle en 360 parties ; le premier n'a pas conduit à l'autre et n'en procède pas. Mais la division du jour et celle du cercle ont véhiculé jusqu'à nous le système sexagésimal » (Speleers, 1935). Un système hexadécimal unifié des poids et mesures, reposant sur la base seize, a été proposé en 1863 par John W. Nystrom. En 1997, Mark Vincent Rogers, qui ne connaissait pas ces travaux, a réinventé le temps hexadécimal : « Hexclock ». Des scientifiques utilisent le temps hexadécimal et le temps décimal, ce dernier étant aussi utilisé dans l'industrie. Pour autant, c'est bien le système sexagésimal qui est quotidiennement utilisé, et dont l'usage est accepté, pour cette même raison, par le Bureau international des poids et mesures (2019).

2 Une observation organisée et instrumentée du fonctionnement de l'horloge

Que voyons-nous quand nous regardons une horloge ? Notre vision a été apprise. Deux exemples vécus en classe montrent un tel apprentissage. Pour rendre compte de la manière dont on fait briller une ampoule au contact d'une pile plate, il faut avoir remarqué des parties de l'ampoule et avoir appris à les nommer : *culot, partie noire (isolante), vis, lame, verre.* Il faut parfois instrumenter la vision et s'approprier le langage lié à l'instrument. Pour décrire la progression d'une sangsue, il est utile de poser un repère près de l'avant du corps, un autre près de l'arrière. Le corps s'arque et la ventouse postérieure va vers l'avant. Le repère postérieur est avancé. Le corps s'étire alors vers l'avant, le repère antérieur est avancé. Dans le cas présent, il semble qu'on peut interpréter les tâtonnements lors de la séquence comme la recherche de moyens pour faire voir, nommer et organiser les différents éléments entre eux dans des structures. Donnons un exemple. Une série de tirets sur le bord externe, au nombre de soixante : ce sont les graduations (non écrites) d'une ligne non tracée, mais qu'on pourrait tracer sur le bord externe du cadran. Elles servent à mesurer, en minutes, le déplacement de la GA. Ensuite, l'observation du mouvement des aiguilles a été instrumentée grâce à un système de deux segments gradués. Pour apprendre à voir un état de l'horloge comme la représentation d'un horaire, il aura fallu dérouler et déplier le cercle de l'horloge pour le travailler comme un schéma-ligne. Autrement dit, il aura fallu permettre aux élèves d'établir des éléments de continuité depuis des représentations horizontales connues vers une représentation circulaire étrangère.

[5]Procès-verbaux du Comité d'instruction publique de la convention nationale.

3 Une analyse a priori insuffisante

L'incompréhension des élèves à la fin de la séance 1 fait conclure à une insuffisance de la préparation, notamment sur les questions langagières. Silvy, Delcroix et Mercier (2013) nous fournissent peut-être un début d'explication à cela. Les auteurs se réfèrent aux effets de la transposition didactique définie par Chevallard (1992), qui font que les professeurs disposent, en fonction de leur aire culturelle, d'un ensemble « d'explications mathématiques » qui leur servent à enseigner. Ce corpus dépend en effet de la manière dont les sociétés organisent la transmission des savoirs (Silvy et al., p. 38). Les manuels sont de bons témoins de ce savoir collectif de la profession sur une question. Il englobe principalement les techniques dont les élèves se serviront et le discours, en partie partagé avec les élèves, associé à ces techniques. Ce discours, une « technologie » selon le terme de Chevallard, joue le rôle de théorie pour les professeurs. Il existe un niveau supérieur de théorie qui, en général, leur est inaccessible (Ibid., p. 46-48). Par exemple, la conception linéaire du temps comme s'écoulant uniformément n'est pas juste hors d'un contexte local. Parallèlement aux connaissances mathématiques, il y a ce que les auteurs définissent comme « le domaine de réalité de la question ». Il s'agit « d'un ensemble de pratiques et de discours dans lesquels une question fait sens pour un groupe humain, une société, une culture » (Ibid., p. 37). Il en résulte dans la classe un « substrat de connaissances non mathématisées » (Ibid, p. 34) qui peuvent être utilisées : « des choses » présentes sans avoir été construites et des heuristiques mobilisées comme allant de soi et en général non nommées (Ibid., p. 48). Les professeurs peuvent ou non disposer d'un discours explicatif à leur sujet (Ibid., p. 45). Pour ce qui concerne la lecture de l'heure, il semblerait qu'il y ait une convergence entre les deux types de connaissances. En cherchant à rapprocher le cadran des représentations utilisées dans ACE, nous avons dû chercher un discours explicatif pour accompagner les élèves, un discours qui n'était pas dans le manuel. C'est dans l'action conjointe avec eux qu'il s'est précisé.

Sans prétendre à l'exhaustivité, nous avons trouvé après coup deux éléments qui témoignent du souci d'établir une correspondance entre la représentation circulaire du cadran et une représentation linéaire. Une *horloge Montessori* offre la possibilité de retirer la chaîne des minutes et celle des heures pour les dérouler afin de former des « frises temporelles linéaires » (Pensées Montessori, 2023). Toutefois, le potentiel de ce matériel ne réside pas simplement dans le matériel en lui-même, mais bien dans des usages en classe qui actualisent ce potentiel. Ce sont de tels usages didactiques que la recherche présentée dans ce texte a pu permettre de décrire et de caractériser. Autre découverte : une expérience liégeoise menée en maternelle montre comment passer de la frise horizontale de la journée à son enroulement sur un cadran de 24 h puis à deux cadrans de douze heures adossés l'un à l'autre et enfin à un cadran unique (Poffé et Richard, 2017). Cependant cette expérience concerne la maternelle et ne vise pas l'apprentissage de l'heure.

4 Le rôle essentiel des représentations

Comme nous avons pu le constater, ce que nous nous sommes dit au cours de la préparation, puis en classe, s'est élaboré en travaillant sur des représentations. Nous en avons trouvées, qui lorsque nous les avons mises en relation avec le cadran de l'horloge, se sont avérées peu intéressantes et ont été modifiées. Un exemple est donné par l'évolution du segment gradué en heures.

Brousseau fait la distinction entre la représentation comme *moyen pour l'élève de résoudre le problème,* l'exemple type étant *le jeu du trésor,* et la représentation comme *moyen didactique* (2004, p. 22-23). Il rappelle que le résultat d'opérations effectuées dans le représenté, ici l'horloge, doit correspondre aux résultats des mêmes opérations effectuées dans la représentation, ici le système des deux segments gradués. L'intérêt de la représentation est de permettre des opérations plus facilement que dans le représenté (Ibid., p. 5-6). L'expérience relatée ici relève d 'abord de cette deuxième catégorie : la représentation comme moyen didactique. Brousseau pose alors la question de savoir si les élèves ont pu faire l'étude des éléments de la représentation pour dégager le fonctionnement de la notion visée, ou bien si le professeur s'est servi de la représentation comme « argument rhétorique » pour influencer l'élève (ibid., p. 22-23). Il nous semble que nous sommes dans un entre-deux. La représentation a été proposée, son usage a été appris. Ce n'est que dans un deuxième temps que les élèves s'en sont servi, et le plus souvent en utilisant également l'horloge. D'une certaine manière, on peut voir le cadran de l'horloge comme une autre représentation du temps qui passe. Ainsi, le travail des élèves a été un travail de traduction de représentations, l'usage de l'une permettant de mieux comprendre l'autre. Par exemple, le « retour à la ligne » de la GA, se comprend à partir de l'horloge : les graduations soixante et zéro coïncident. On peut rapprocher ces activités de traduction de la *conversion* des représentations définie par Duval (2006). La mise en relation des représentations a permis aux élèves de relier des notions relatives au temps qui passe, un objet épistémique auquel on n'a pas accès si ce n'est pas des représentations. La représentation linéaire a fait percevoir les durées en fonction des horaires repérés. La représentation circulaire a rappelé « le retour à la ligne », l'enchaînement ininterrompu des cycles de 12 h.

5 Conclusion

Nous retenons deux résultats de cette étude de cas : l'intérêt qu'il y a à dérouler la représentation circulaire pour entrer dans le monde de l'horloge, et une piste pour construire la continuité de l'expérience mathématique de l'élève du système décimal vers le système sexagésimal.

Cette expérience doit beaucoup au travail d'ingénierie réalisée dans le Léa Armorique-Méditerranée, à la réflexion qui s'y construit sur les représentations et sur l'importance de la traduction des représentations entre elles. Si le choix de travailler sur les durées avait été fait, cette expérience aurait été analysée, la séquence aurait pu être reconstruite et testée dans plusieurs classes. Comme le soulignent Silvy, Delcroix et Mercier, pour un savoir donné, l'étude profonde de ce savoir à enseigner puis la construction d'une situation en lien avec la dimension anthropologique de ce savoir ne peuvent se faire que dans une ingénierie coopérative (2013, p. 37, p.53).

III - BIBLIOGRAPHIE

ACE (2018). *Arithmétique et Compréhension à l'Ecole élémentaire (ressource en ligne).* Consultée le 12/09/2023, url : http://blog.espe-bretagne.fr/ace/?page_id=1457

Brousseau, G. (2004). Les représentations : Étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation, 30*(2), 241 - 277.

Bureau international des poids et des mesures. (2019). *Le système international d'unités (SI)*. Sèvres : Bureau international des poids et des mesures.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques, 12*(1), 73 - 111.

Dewey, J. (1938). *Logique : La théorie de l'enquête.* Paris : Presses universitaires de France.

Didactique pour enseigner (collectif). (2024). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.

Duval, R. (2006). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. In *Actes du XXXIIe colloque COPIRELEM* (p. 67-89). Strasbourg : IREM de Strasbourg.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht : Reidel Publishing.

Ouzoulias, A., Suire, F., Clerc, P. (2018). *J'apprends les maths avec Picbille CP.* Paris : Retz.

Ouzoulias, A., Suire, F., Lelièvre, F., Clerc, P. (2016). *J'apprends les maths avec Picbille CE1.* Paris : Retz.

Maître Lucas (2023). *Savoir lire l'heure.* Consultée le 12/09/2023, url : https://www.youtube.com/watch?v=jK_HKdDkLvM

Pensées Montessori (2023). *Horloge linéaire – Grand modèle magnétique (ressource en ligne)*. Consultée le 30/11/2023, url : https://www.pensees-montessori.com/produit/horloge-lineaire-grand-modele-magnetique/

Mouterde, P. (1934). F. Thureau-Dangix. Esquisse d'une histoire du système sexagésimal. Paris, Geuthner, 1933 [compte-rendu]. *Mélanges de l'Université Saint-Joseph*, *18*, 185 - 186.

Poffé, C. et Richard, F. (2017). *(Ap)prendre son temps. La science qui se vit ; des démarches méthodologiques pratiquées dans l'enseignement fondamental à propos du temps et de sa mesure.* Liège : ABSL Hypothèse.

Sensevy, G., & Bloor, T. (2019). Cooperative Didactic Engineering. In S. Lerman (Éd.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (p. 1-5). Springer International Publishing.

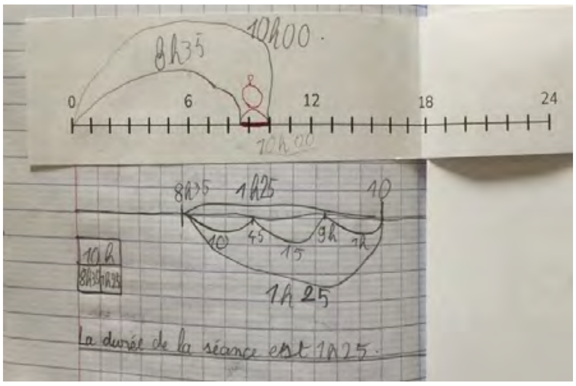
Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie conjointe de l'action en didactique.* Bruxelles : De Boeck.

Speleers, L. (1935). F. Thureau-Dangix. Esquisse d'une histoire du système sexagésimal. Paris, Geuthner, 1933 [compte-rendu]. *Revue belge de philologie et d'histoire, 14*(1), 169 - 170.

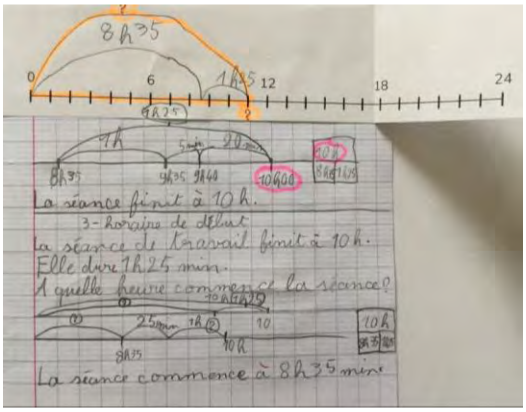
Thureau-Dangin, F. (1933). *Esquisse d'une histoire du système sexagésimal*. Paris : Geuthner.

Silvy, C., Delcroix, A., et Mercier, A. (2013). Enquête sur la notion de « pedagogical content knowledge », interrogée à partir du « site local d'une question ». *Éducation et didactique, 7*(1), 33 - 58.

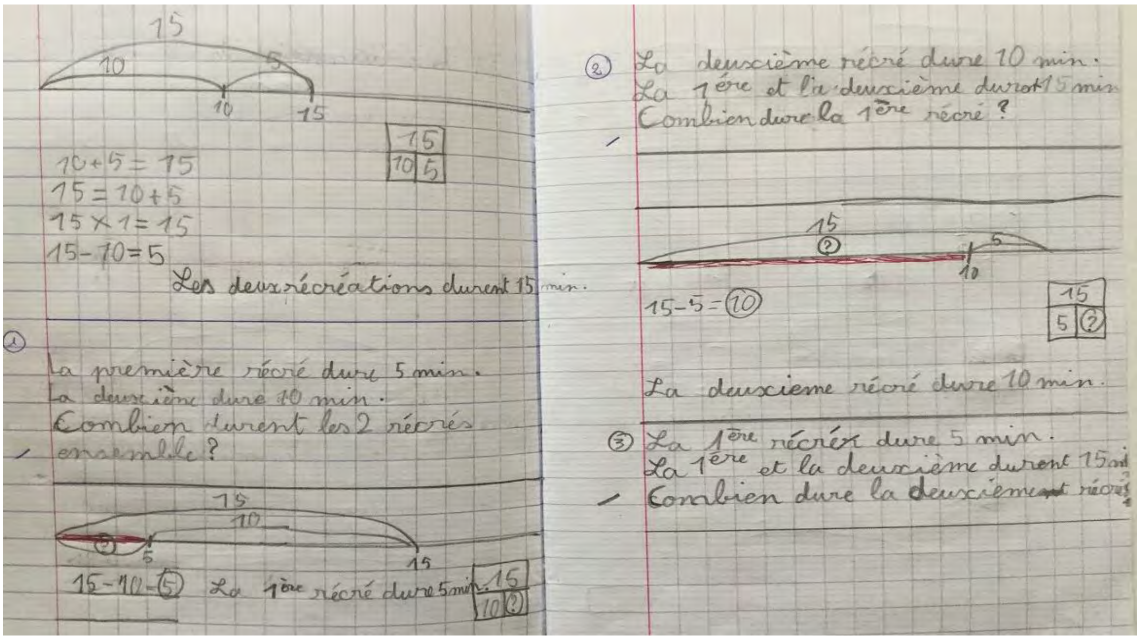
ANNEXE 1 – L'ENSEMBLE DES PROBLÈMES TRAVAILLÉS



Calcul d'une durée. « La première séance de travail commence à 8h35. Elle termine à 10 h. Quelle est la durée de la séance. »

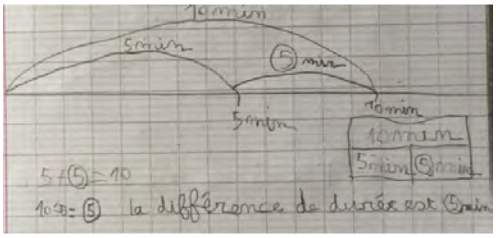


Déterminer les heures de début et de fin. 1- « La séance commence à 8h35. Elle dure 1h25min. À quelle heure finit la séance. 2- « La séance de travail finit à 10 h. Elle dure 1h25min. À quelle heure commence-t-elle ? »

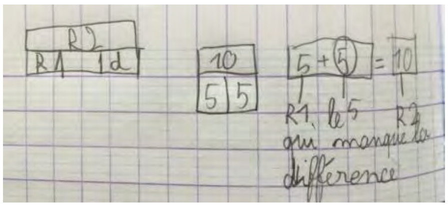


Recherche du tout ou d'une partie. 1-La première récré dure 5 min. La deuxième récré dure 10 min. Combien durent les 2 récrés ensemble ? 2-La deuxième récré dure 10 min. La première et la deuxième récré durent 15 min.

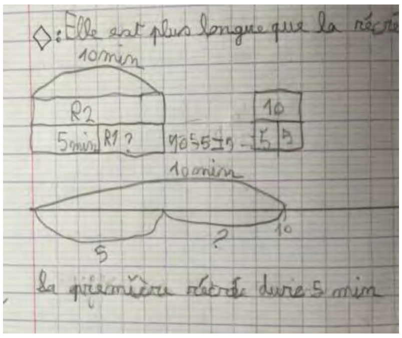
Combien dure la première récré ?



Recherche de la différence. Quelle est la différence de durée entre les 2 récrés ? La récré 1 dure 5 min. La récré 2 dure 10 min.



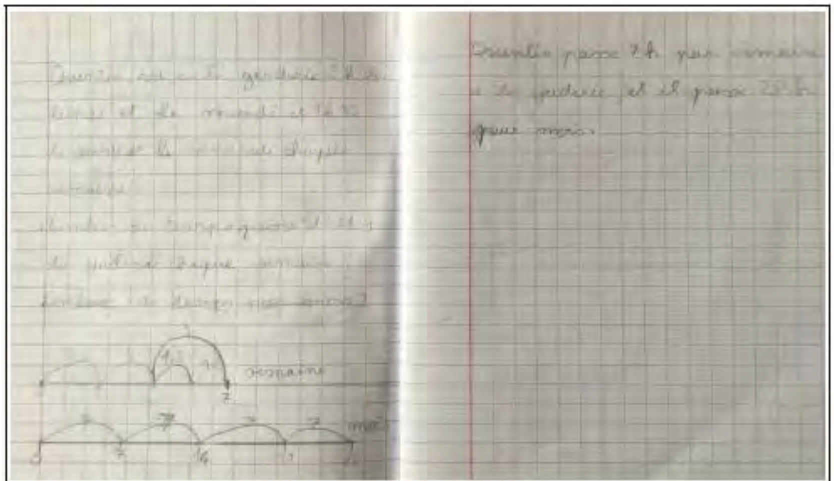
Préciser le sens des nombres de la boîte



Recherche d'un terme de la comparaison. « La deuxième récré dure 10 min. ◊. La différence entre les 2 récrés est 5 min. Combien de temps dure la première récré ? » Après discussion, la phrase suivante a été insérée (◊) « Elle est plus longue que la récré 1 »

ANNEXE 2 – PROBLÈME CRÉÉ SUR LE TEMPS DE GARDERIE

Quentin. Le temps passé en garderie. Recherche du tout.



Quentin va à la garderie 2 h le lundi et le mardi, et 1h30 le jeudi et le vendredi, chaque semaine. *Combien de temps passe-t-il à la garderie chaque semaine ?* *Combien de temps par mois ?*	Quentin a décrit sa fréquentation de la garderie.

ANNEXE 3 – SE REPÉRER DANS LA JOURNÉE DE CLASSE

Les élèves ont rangé dans l'ordre chronologique les moments de la journée de classe et associé un horaire au début des différents moments. (figure 7 dans le texte). Pour compléter la frise avant et après la classe, un horaire moyen a été choisi approximativement à partir des résultats de leurs enquêtes à la maison. Sur la figure ci-dessous, on voit les gommettes collées par chacun, avec le prénom et l'heure du lever. Le milieu de la gommette est à la verticale de l'horaire indiqué. Le choix de l'heure moyenne du lever s'est faite à la vue.

Détermination de l'heure du lever

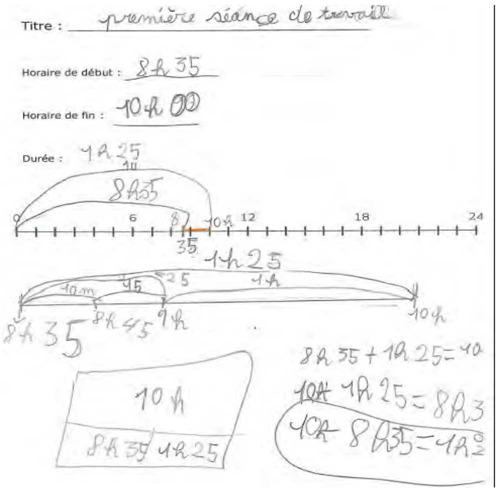
Les élèves repèrent les horaires du lever, du déjeuner, du départ pour l'école, du goûter, du repas du soir et du coucher sur la ligne graduée des heures.

Placer les étiquettes indiquant l'heure moyenne des moments de la journée hors de la classe

Pendant toute la période, seuls ou à deux, les élèves s'exercent à placer les étiquettes des horaires des différents moments de la journée. Ils s'aident des affiches. Celle de gauche donne les horaires de différents moments hors du temps scolaire, celle de droite ceux des moments du temps passés en classe.

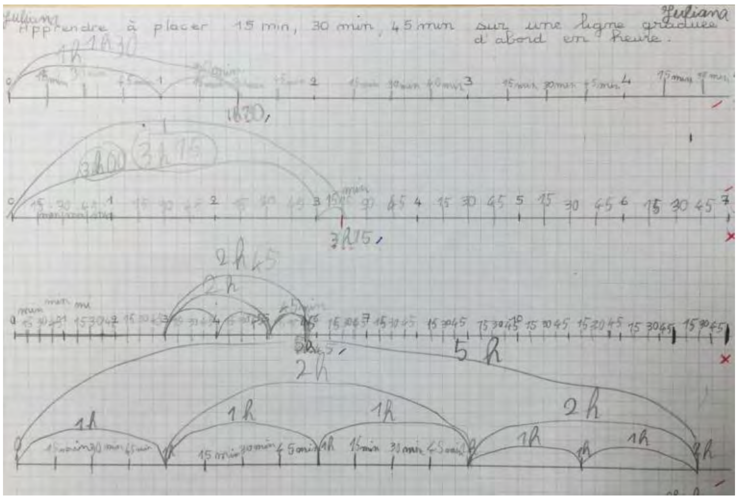
Espace pour s'entraîner

Les deux affiches constituent une banque de données pour créer des problèmes. Sur la production suivante, on voit que l'élève a complété une « fiche d'enquête » avant de calculer une durée. Cette question avait été traitée collectivement, mais il l'a retravaillée seul avant de vérifier que le résultat était juste.



ANNEXE 4 – S'EXERCER

Les élèves indiquent l'heure, par équipes, en utilisant des cadrans et le système de segments. L'horloge mécanique sert à vérifier. Ils s'exercent à placer les repères 15 min, 30 min et 45 min sur des lignes graduées en heures à différentes échelles. Ils indiquent des durées à l'aide de ponts.



ÉTUDE COMPARATIVE DE DISPOSITIFS D'AIDE EN ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION AU PRIMAIRE ET DE LEURS EFFETS SUR LES APPRENTISSAGES DE L'ÉLÈVE

Nicolas ROS
PRAG, docteur en mathématiques, INSPE Toulouse Occitanie Pyrénées
SFR AEF
nicolas.ros@univ-tlse2.fr

Anne CRUMIERE
MCF en didactique des mathématiques, INSPE Toulouse Occitanie Pyrénées
UMR-EFTS et SFR AEF
anne.crumiere@univ-tlse2.fr

Résumé
Les pratiques professorales pour enseigner l'algorithmique et la programmation en primaire semblent pouvoir être caractérisées par deux techniques : soit faire programmer l'élève sans initiation préalable à la pensée algorithmique, soit lui faire travailler l'algorithmique en mode débranché avant de le faire programmer. Notre étude se limite à la réalisation de la deuxième technique en classe de CE2 et s'appuie sur une activité de découverte d'un fichier élève dont l'objectif est : « comprendre et produire un algorithme simple afin de coder les déplacements d'un personnage ». Nous constatons des difficultés, notamment de codage/décodage de déplacements : quels types de dispositifs d'aide le professeur des écoles met-il en place ? Au-delà de leur fonction propre, en quoi ces dispositifs diffèrent-ils ? En particulier, nous analysons des dispositifs d'aide ponctuelle de l'élève : soit une simulation de contrôle dans un environnement de programmation ou dans l'espace sensible, soit la possible référence à une situation déjà vécue corporellement. Une analyse comparative de ces différents dispositifs d'aide et des effets sur les apprentissages de l'élève nous permet de formuler quelques réponses à ces questions.

I - INTRODUCTION

Pour le thème *Espace et géométrie*, le curriculum prescrit précise que « au cycle 2, les élèves acquièrent [...] des connaissances spatiales comme l'orientation et le repérage dans l'espace », d'abord dans l'espace sensible en résolvant des « problèmes visant à localiser des objets ou à décrire ou produire des déplacements dans l'espace réel ». L'apprentissage visé s'effectue de façon relative : par exemple, un des attendus de fin de cycle est « (Se) repérer et (se) déplacer en utilisant des repères et des représentations ». Le rapport à la spatialité n'est pas étranger au rapport à l'algorithmique et programmation. D'une part, les activités d'algorithmique et de programmation peuvent contribuer à cet apprentissage, en confrontant espace sensible et environnement de programmation : si dès le début du cycle 2, les élèves codent des déplacements en mode débranché (avec des flèches, « passage par le papier/crayon, par le corps en activité de motricité ») et « à l'aide d'un logiciel de programmation adapté », en fin de cycle, il est attendu qu'ils « comprennent et produisent des algorithmes simples pour la programmation des déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran » en continuant à « jouer physiquement ces situations dans l'espace concret » (MENJ, 2019a). D'autre part, les activités spatiales peuvent fournir des conditions de réalisation d'activités d'algorithmique et de programmation. En effet, pour décoder « un déplacement pour réaliser un déplacement dans un quadrillage » ou comprendre et produire « un algorithme simple afin de coder les déplacements d'un robot ou d'un personnage sur un écran » (MENJ, 2019b), l'élève doit convoquer des repères spatiaux et des relations entre l'espace sensible et ses représentations. Par ailleurs, dans leur ouvrage *La psychomotricité au service de l'enfant* (1993), De Lièvre et Staes distinguent quatre paliers qui se chevauchent dans l'apprentissage de l'espace : l'élève vit progressivement l'espace subi, vécu corporellement, perçu de manière égocentrique lors du stade des rapports de nature topologique (dans, sous, entre, etc.) et connu par décentration de sa perception de l'espace lors du stade des rapports projectifs (par exemple, à droite puis à la droite d'autrui). Pour que l'élève apprenne les repères spatiaux et les relations entre l'espace sensible et ses représentations, ces auteurs proposent de lui faire travailler différents types de tâches sous contraintes : l'espace est vécu corporellement, il est perçu par manipulation ou connu au moyen de ses représentations.

Au cours de notre recherche, pour un enseignement en classe de CE2 (élèves de 8 à 9 ans) en algorithmique et programmation qui sollicite l'appui de connaissances spatiales, nous avons étudié trois dispositifs d'aide ; chacun d'eux est élaboré en prenant en compte l'une de ces trois contraintes relatives à l'espace. L'étude de ces trois dispositifs d'aide nous semble propice à apporter des éléments de réponse à la question : « Quelles sont les différences entre les dispositifs d'aide à l'élève qui pourraient être mis en place en classe de CE2 par le professeur lors d'un enseignement en algorithmique et programmation ? ».

II - CADRE THÉORIQUE

Nous commençons par présenter les éléments qui constituent notre cadre théorique de référence.

1 Praxéologie

Pour mener notre recherche, nous exploitons la théorie anthropologique du didactique (TAD) de Chevallard (1999). Dans ce cadre, toute activité humaine est décomposée en une succession de tâches de certains types. En outre, dans une institution, pour accomplir un *type de tâches*, la mise en œuvre d'une certaine *technique* est requise ; cette technique est justifiée par une *technologie*, discours rationnel qui permet de la penser – parfois aussi de la produire – et qui à son tour est justifiée par une *théorie*. Ainsi, en TAD, toute activité humaine peut être modélisée par un type de tâches, une technique, une technologie et une théorie conçus comme une entité, soit une *praxéologie*.
Dans une institution où un système didactique (système où une œuvre est étudiée par un collectif d'« étudiants » sous la direction de « directeurs d'étude » ou avec l'aide d'« aides à l'étude ») est observé, l'œuvre étudiée est modélisée par une praxéologie.

2 Systèmes didactiques principal et auxiliaire

Pour modéliser les dispositifs d'aide dans une institution, nous nous référons à la catégorisation des systèmes didactiques de Chevallard (1996). En l'occurrence, cet auteur détaille le fait que : dans une institution, « l'espace de l'étude » peut être décomposé en un ensemble de systèmes didactiques dits *principaux* (SDP) ; l'existence et le fonctionnement de chaque SDP suppose l'existence et le fonctionnement de systèmes didactiques associés dits *auxiliaires* (SDA) – qu'ils soient placés en amont, au cours, en aval du SDP, en classe ou hors la classe, etc. Concernant ces différents systèmes didactiques, Chevallard (2002a) précise que :

> *Une classe n'est pas elle-même un système didactique, mais une « sommation » de tels systèmes, les SDP : elle fournit le cadre dans lequel divers SDP peuvent vivre et fonctionner. D'autres dispositifs didactiques sont cependant nécessaires ; car, d'une manière générale, l'existence et le fonctionnement d'un système didactique S_0 supposent [sic] l'existence et le fonctionnement de tout un ensemble de systèmes didactiques, $A(S_0) = \{S_0, S_1, ..., S_n\}$, que l'on dira associés à S_0. Un SDP est ainsi une « tête de réseau » pilotant – dans une*

certaine mesure – un ensemble de systèmes didactiques que nous dirons auxiliaires (SDA), qui vivent dans l'établissement ou hors de l'établissement.

Pour que l'élève étudie la praxéologie à l'étude en classe, le professeur peut choisir de mettre en place un « dispositif d'aide à l'élève » ; un tel dispositif constitue le cadre de vie et de fonctionnement d'un système didactique auxiliaire associé au système didactique principal. Ce dispositif a pour fonction de prendre en charge des difficultés du système didactique (Assude et al., 2016 ; Millon Fauré et al., 2018) – pour le travail de l'élève, les difficultés peuvent être relatives à l'élève[1], au professeur, à l'œuvre étudiée et aussi donc aux interactions entre eux – et de créer des conditions pour que l'élève apprenne. Dans la suite, nous abrégeons « dispositif d'aide à l'élève » en *dispositif d'aide* (pour prendre en charge les difficultés d'un système didactique).

3 Mésogenèse, chronogenèse et topogenèse

Pour une classe de CE2 dans laquelle l'algorithmique et la programmation sont étudiées, afin de comparer les différents dispositifs d'aide étudiés, nous proposons de réaliser une analyse des fonctions didactiques de ceux-ci relativement au triplet des genèses (mésogenèse, chronogenèse, topogenèse). À l'instar de Weisser (2007), nous entendons par mésogenèse « l'évolution des objets meublant le milieu, et de leurs relations, par le biais d'interactions » entre l'élève et le professeur. Aussi, nous entendons par chronogenèse la « succession d'états d'un système d'objets culturels enseignés, marquant le temps didactique » ou temps de l'enseignement d'un savoir à enseigner, celui-ci étant propre à un système didactique. Le topos de l'élève ou celui du professeur désignant « l'ensemble des gestes d'étude que celui-ci aura à accomplir en autonomie didactique » (Chevallard, 2002b), la topogenèse témoigne de l'évolution des topos de l'élève et du professeur durant le temps didactique.

III - TERRAIN DE RECHERCHE ET PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

1 Ressource pour l'étude du système didactique principal

Pour réaliser notre recherche, nous avons choisi d'exploiter la ressource extraite du fichier *Opération Maths* (Peltier et al., 2018, p. 33) pour la classe de CE2 ; elle est reproduite en annexe 1. Cette ressource a été modifiée à la marge, en particulier les personnages ont été nommés ; le support distribué dans les trois classes observées est reproduit en annexe 2. En travaillant cette ressource, les élèves de CE2 étudient les praxéologies associées aux types de tâches T_1 : « comprendre un algorithme » au travers de la partie 1, T_2 : « produire un algorithme » au moyen des parties 2 et 3 et T_0 : « coder les déplacements d'un robot ou d'un personnage » (dans l'environnement papier-crayon puis sur un écran) qui en est une raison d'être. L'étude de ces praxéologies est en conformité avec les attendus du curriculum prescrit (MENJ, 2019b). En effet, du point de vue technique et technologique, la ressource permet essentiellement de faire travailler à l'élève l'orientation et le pivotement à gauche ou à droite pour les personnages Achille – orienté comme l'élève – et Agathe – de profil.

2 Difficultés repérées pour le système didactique principal

Avant de mettre en place le protocole expérimental de notre recherche, nous avons observé le travail de cette ressource par des élèves de CE2, dans une classe du sud toulousain. Nous avons ainsi pu repérer les difficultés suivantes de l'élève :

- Difficulté de décentration initiale : l'élève n'identifie pas correctement l'orientation initiale d'un personnage ;

[1] Dans cet article, nous écrivons « l'élève » (respectivement « le professeur ») afin de désigner « la position institutionnelle d'élève » (respectivement « la position institutionnelle de professeur des écoles »).

- difficulté de décentration intermédiaire : l'élève n'identifie pas correctement l'orientation d'un personnage ou ne fait pas pivoter un personnage correctement au cours de son déplacement – pour notre modélisation, une difficulté de décentration apparaissant après un ou plusieurs déplacements « avance d'un case » à partir de la position initiale relève de la décentration initiale ;
- difficulté liée à l'instruction « ramasser » : pour faire ramasser un objet à un personnage, l'élève se contente de positionner le personnage sur le lieu de l'objet ;
- difficulté liée à l'instruction « pivoter » : pour faire tourner un personnage, l'élève le fait avancer puis le fait pivoter ou le fait avancer puis le fait pivoter.

La difficulté de décentration initiale a été observée par Constans (2021) lors de son étude sur l'impact du travail en informatique débranchée sur le développement, le prolongement ou le renouvellement des compétences relatives aux compétences spatiales liées aux déplacements ; nous l'avons aussi observée au cours de notre recherche (voir la figure 3, par exemple).

Figure 3. Difficultés de décentration initiale pour le personnage Agathe

Par ailleurs, en amont et au cours de notre protocole expérimental, nous avons observé des traces écrites d'élèves (voir la figure 4, par exemple) témoignant du fait que l'élève ne repère pas l'orientation d'un personnage – occupant une position résultant d'une translation de la position initiale – ou lui applique une rotation en confondant sens horaire et sens antihoraire – le centre n'étant pas la position initiale.

Figure 4. Difficultés de décentrations initiale et intermédiaire pour le personnage Shiny

D'autre part, Constans et une autre professeure en école élémentaire nous ont fait part d'une difficulté de l'élève liée à l'instruction « pivoter » ; la professeure explique que lorsque l'élève est amené à faire tourner un personnage, il s'imagine dans une voiture qui, pour tourner, avance puis prend un virage. Au début de notre recherche, nous avons repéré cette difficulté, en particulier lorsque des élèves écrivent « avancer à droite » plutôt que « pivoter à droite » (voir la figure 5, par exemple). Nous estimons que cette difficulté pourrait avoir peu d'occurrences dans notre recherche puisque nous avons sélectionné une ressource pour laquelle seul le verbe « pivoter » est employé et non « tourner » par exemple.

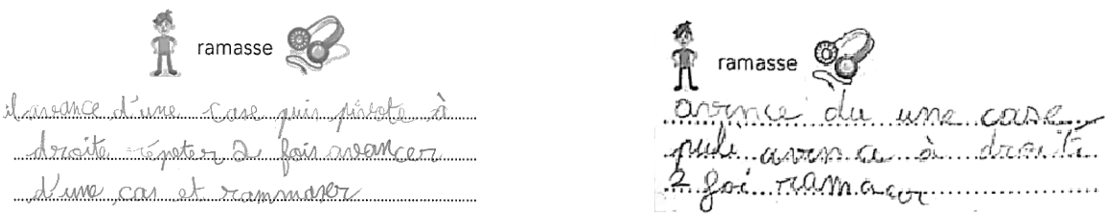


Figure 5. Difficultés liées à l'instruction « pivoter » pour le personnage Shiny

Enfin, nous avons observé que des élèves cherchent à mettre en œuvre un algorithme étudié pour déplacer un personnage jusqu'à ce que celui-ci et l'objet cible se superposent : l'élève semble rencontrer une difficulté à faire en sorte que le personnage ramasse l'objet cible. Dans la suite, nous proposons d'étudier des dispositifs d'aide susceptibles de prendre en charge ces quatre types de difficultés du système didactique principal.

3 Terrain de recherche

Pour notre recherche, nous avons observé deux classes de CE2 de l'ouest toulousain : celle de la professeure Esther qui est composée de 22 élèves et celle de la professeure Manon qui comporte 27 élèves. Avant que nous réalisions nos observations, les élèves de ces professeures ont travaillé des activités algorithmiques en mode débranché. Dans l'environnement papier-crayon, un quadrillage et des vignettes « chien », « viande » et « niche » à positionner sur le quadrillage étant fournis, les professeures engagent les élèves à coder le « trajet pour que le chien aille sur la case de la viande puis dans sa niche » ou décoder « le chemin » d'un chien fourni sous forme de code et entourer la « case d'arrivée parmi les trois propositions » de l'activité (voir figure 6). Dans un premier temps, le code est à écrire sans contrainte de longueur avec les symboles ↑, ↓, → et ← ; pour les élèves à l'aise avec ce codage/décodage, un code de longueur minimale est demandé ce qui conduit les élèves à utiliser en plus des symboles d'itération comme 2 × ... ou 4 × ....

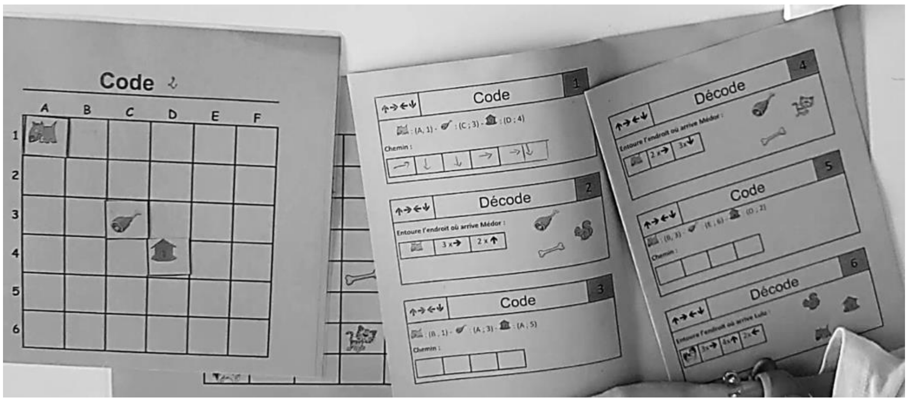


Figure 6. Ressource de codage-décodage exploitée dans les classes d'Esther et Manon

Du fait de ce travail réalisé par les élèves du terrain en amont de nos observations, nous n'avons pas cherché à analyser les difficultés de l'élève relatives à la lecture sur un plan d'un phénomène de l'espace ; nous avons cantonné notre recherche à l'analyse des quatre difficultés détaillées ci-avant. Par ailleurs, les élèves d'Esther et de Manon avaient aussi travaillé des activités de programmation sur le site « Heure de code »[2] et à l'aide des logiciels Scratch Junior et Scratch. La municipalité met à disposition de l'école observée une valise d'ordinateurs équipés en logiciels éducatifs ainsi que l'assistance d'un animateur informatique présent deux demi-journées par semaine. La consigne de la ressource nous semblant compréhensible par des élèves de CE2, les professeures ont eu toute liberté pour organiser et mettre en place l'étude exploitant cette ressource ; la présence de l'instruction « répéter 3 fois » dans la ressource nous a semblé pouvoir occasionner quelques difficultés supplémentaires pour l'élève mais, les élèves ayant précédemment travaillé des activités algorithmiques faisant rencontrer des boucles, il a été décidé de concert avec les professeures observées de ne pas modifier cet élément de la ressource existante.

Pour observer les différents dispositifs d'aide, nous avons successivement : présenté les objectifs de notre recherche aux professeures Esther et Manon ; mené un entretien antérieur à la mise en place en classe d'un dispositif d'aide pour la classe d'Esther (le SDA étudié vivant au cours du SDP observé) ou de Manon (le SDA étudié vivant en amont du SDP observé) ; réalisé les observations de la mise en place du dispositif en classe ; mené un entretien postérieur à la mise en place en classe du dispositif d'aide avec l'une ou

[2] Disponible depuis l'adresse : https://hourofcode.com/fr/learn

l'autre des professeures. Concernant la professeure Manon, nous avons aussi réalisé des entretiens antérieur et postérieur à la réalisation du SDP observé.

4 Dispositif d'aide pour lequel l'espace est connu au moyen de ses représentations

Ce dispositif est mis en place dans la classe de la professeure Esther pour réaliser un SDA vivant au cours du SDP.

4.1 Présentation du dispositif d'aide mis en place dans la classe d'Esther

Dans un premier temps, individuellement, 12 élèves d'un groupe travaillent la ressource proposée, avec le logiciel Scratch à disposition ; l'autre groupe de 10 élèves travaille une autre ressource. Dans un second temps, les deux groupes sont permutés. Pour travailler la ressource étudiée, les élèves du dispositif d'aide disposent d'un environnement de programmation présentant une interface du logiciel Scratch et des instructions analogues à celles de la ressource (voir figure 7) ; ils peuvent solliciter un encadrant pour tout ce qui relève du fonctionnement du logiciel. Nous avons demandé à la professeure Esther de concevoir et de mettre en œuvre une ingénierie exploitant l'environnement de programmation fourni.

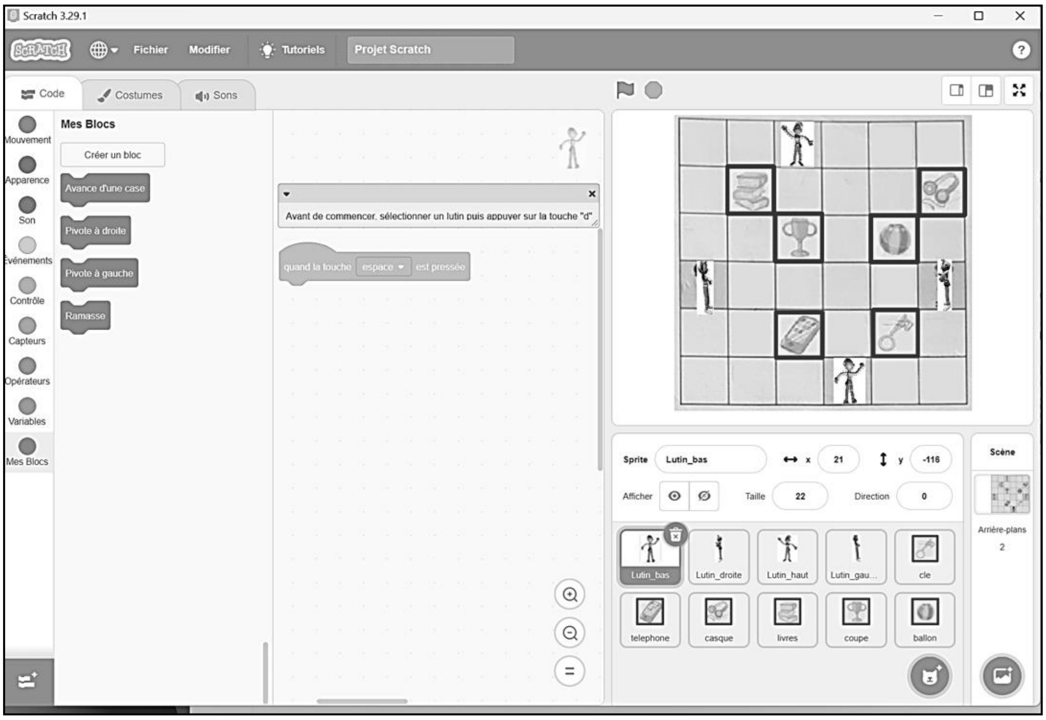


Figure 7. Environnement de programmation disponible dans le dispositif d'aide

4.2 Consigne pour le dispositif d'aide mis en place dans la classe d'Esther

Après avoir expliqué que « Pivoter, cela veut dire tourner, pivoter à droite, cela veut dire qu'il tourne à droite », la professeure demande à un élève de lire la consigne ; à sa suite, elle poursuit en disant :

> *Ce sont des instructions. [...] c'est vous qui allez les donner à un des personnages pour qu'il se déplace sur le quadrillage. [...] L'exercice que vous allez devoir faire dans un premier temps, vous vous servez avec le crayon à papier sur la feuille d'abord, vous allez devoir ramasser des objets qui sont sur le quadrillage en partant de ce personnage-là [la professeure désigne du doigt Achille] et en lui donnant ces instructions ici et ici [la professeure désigne du doigt les instructions puis celles propres à Achille], vous allez noter l'objet qu'il ramasse. [...] Une fois que vous avez fait çà sur le papier, sur la feuille, vous allez pouvoir vérifier avec votre ordinateur. [...]*

Ainsi, la professeure explicite la consigne pour le travail de la partie 1. Elle demande aux élèves de produire une technique pour comprendre les deux algorithmes fournis dans l'environnement papier-crayon, des éléments techniques de vérification étant à apporter dans l'environnement de programmation fourni. Pour le travail dans l'environnement de programmation, elle précise :

> *Là quand vous voulez vérifier [...], vous nous appelez pour que nous, on puisse sélectionner les lutins que vous souhaitez. Vous allez nous montrer le lutin que vous souhaitez sélectionner. Ensuite vous voyez ici [la professeure désigne du doigt les instructions sur la fenêtre vidéoprojetée du logiciel Scratch], vous avez les mêmes instructions que vous avez sur la feuille [...] Ces instructions-là, il va falloir venir les coller ici. Pour les coller ici, on va les prendre avec le clic droit, on reste appuyer, vous voyez il faut bien venir là, tac ! Cela va venir s'aimanter. Donc on suit toutes les instructions, on en met autant qu'on veut et on met ce que vous avez mis sur la feuille, pour vérifier votre trajet, d'accord ? On met ce qu'on veut et ensuite quand vous avez fini, pour le lancer, on va appuyer sur la barre espace [...] Avant de continuer sur le papier, vous nous appelez pour que nous on vienne supprimer çà, c'est nous qui le faisons le supprimer. Vous nous appelez une fois que vous avez lancé le programme, soit parce que vous voulez en faire un autre parce que cela ne convient pas ce que vous avez fait, soit vous voulez repasser sur le papier pour faire le deuxième exercice.*

Puis la professeure procède de même pour le travail de la partie 2 :

> *Deuxième exercice […]. Cette fois-ci, c'est à vous d'écrire le programme, d'écrire les instructions que doit faire le lutin. Ici, on veut que le lutin ramasse le casque, toujours sur le même quadrillage. Donc c'est à vous décrire les instructions, instructions qui sont ici : avance d'une case, pivote à droite, pivote à gauche, répète. Pareil vous écrivez les instructions pour ce lutin et vous allez le vérifier sur l'ordinateur toujours sur Scratch, vous nous appelez avant de faire le programme, une fois que c'est fini. OK ? Et pareil pour le deuxième. Vous le faites sur le papier, vous nous appelez, vous le faites sur l'ordinateur, vous vérifiez, vous nous appelez.*

5 Dispositif d'aide pour lequel l'espace est vécu corporellement

Un autre dispositif est mis en place dans la classe de la professeure Manon pour réaliser un SDA vivant en amont du SDP.

5.1 Présentation du dispositif d'aide mis en place dans la classe de Manon

Nous avons demandé à la professeure Manon de concevoir et de mettre en œuvre une ingénierie dans l'espace sensible afin de proposer à un groupe d'élèves de sa classe un dispositif d'aide préventif. La professeure prévoit que : les élèves travaillent par binôme (un élève « programmeur » et un élève « robot ») ; un plot est assigné au binôme avec une couleur propre ; les élèves « programmeurs » sont positionnés sur le bord extérieur d'un quadrillage 10 × 12 tracé sur le sol de la cour de l'école et les élèves « robots » sont positionnés sur des cases du quadrillage définies par la professeure et orientés vers l'intérieur du quadrillage, parallèlement au bord ; l'élève « robot » change six fois de position initiale mais le plot assigné occupe une position fixe dans l'espace sensible, sur le quadrillage. La professeure a proposé à quatre élèves (les « programmeurs ») de produire et communiquer via une feuille de papier un algorithme permettant à quatre autres élèves (les « robots ») de ramasser « leur » plot de couleur. Les élèves « robots » peuvent fournir des rétroactions aux élèves « programmeurs » : par exemple, pour un binôme observé, l'élève « robot » pivote de lui-même en complétant l'oubli de l'élève « programmeur » (« avance de 4 cases, avance de 2 cases » est ainsi complété par l'élève « robot » en « avance de 4 cases, pivote à droite, avance de 2 cases » ; interrogée après, l'élève « programmeur » dit qu'elle a oublié un « pivote à droite » après « avance de 4 cases »).

5.2 Consigne pour le dispositif d'aide mis en place dans la classe de Manon

Avant d'expliciter la consigne, la professeure dit :

> *Il y a quatre déplacements possibles : "avancer", "pivoter à droite", "pivoter à gauche" et "ramasser". Quand je pivote, je tourne juste avec mes épaules. On peut pas demander de reculer, de se décaler à droite ou à gauche, ou aller en diagonale.*

Puis, elle poursuit l'explicitation de la consigne. À l'aide de ces « commandes de déplacement possibles », chaque élève « programmeur » doit écrire sur une feuille les consignes pour que l'élève « robot » ramasse le plot assigné puis il communique la feuille des consignes à l'élève « robot » qui doit les exécuter. Il est demandé aux élèves « programmeurs » de toujours rester au même endroit sur le bord du quadrillage et avec la même orientation pour permettre de travailler les orientations initiales et intermédiaires. Si l'élève « robot » parvient à ramasser le plot assigné, la feuille des consignes est validée sinon l'élève « programmeur » peut se déplacer sur le quadrillage pour modifier avec l'élève « robot » la feuille de consignes avant de lui communiquer de nouveau pour exécution. Dans un second temps, la professeure avait prévu que les élèves « programmeurs » et « robots » soient permutés au sein d'un même binôme pour une reprise de l'étude mais cette phase n'a pas pu avoir lieu faute de temps.

6 Dispositif d'aide pour lequel l'espace est perçu par manipulation

Pour notre recherche, nous avons proposé à un troisième professeur enseignant en classe de CE1-CE2 de mettre en place un autre dispositif d'aide pour réaliser un SDA vivant au cours du SDP. Dans le cadre de l'étude exploitant la ressource choisie, ce dispositif permet la réalisation par l'élève d'une simulation de contrôle avec un Playmobil® pouvant être déplacé sur un quadrillage 6 × 6 ; ce type de dispositif est connu (Brousseau, 1995, p. 18) et est parfois exploité[3] pour des élèves à besoins éducatifs particuliers. Nous avons choisi de ne pas questionner davantage les observations réalisées au sein de ce dispositif. En effet, à partir de nos observations, ce dispositif d'aide permettrait à l'élève de surmonter la difficulté de décentration initiale mais pas nécessairement la difficulté liée à l'instruction « pivoter ». Mais les effets sur le dépassement de la difficulté de décentration intermédiaire n'ont pas été constatés. En outre, aucune difficulté liée à l'instruction « ramasser » n'a été observée. L'effectif de la classe observée étant faible, nous avons choisi de ne pas intégrer ces résultats à notre recherche. Des recherches davantage fouillées nous semblent nécessaires pour pouvoir apporter des éléments de réponse à notre question de recherche.

IV - ANALYSE

Dans la suite de cet article, à partir du modèle de référence précédemment introduit, nous présentons une analyse quantitative et une analyse qualitative pour comparer les différents dispositifs d'aide qu'un professeur pourrait mettre en place lors d'un enseignement en algorithmique et programmation, en cycle 2. Ce faisant, cette analyse comparative nous semble pouvoir apporter des éléments d'éclaircissement quant aux effets de la mise en place de dispositifs d'aide sur les apprentissages de l'élève en algorithmique et programmation, en cycle 2.

1 Analyse pour le dispositif d'aide avec environnement de programmation

1.1 Analyse quantitative pour le dispositif d'aide avec environnement de programmation

En se référant au dispositif d'aide mis en place dans la classe de la professeure Esther, nous présentons nos observations et l'analyse quantitative qu'elles nous permettent de dégager. Nous commençons par évaluer les productions des élèves observés, d'une part pour les deux tâches de décodage (partie 1, personnages Achille et Agathe) et d'autre part pour les deux tâches de codage (partie 2, personnage Shiny et personnage Milan).

Évaluation des productions des élèves

De cette évaluation des productions des élèves, en comptabilisant les tâches réussies, les tâches réussies après rétroaction, les tâches contenant des erreurs, les tâches non réalisées, nous déterminons un taux de rectification, rapport du nombre de tâches « réussies après rétroaction » du dispositif d'aide (environnement de programmation Scratch) par le nombre de tâches échouées (« erreur » et « non fait »).

[3] Par exemple, voir le site : https://autismeetecoleinclusive.com/elementaire/mathematiques/espace-et-geometrie/espace/quadrillage-deplacement/

Nous présentons ci-dessous les résultats pour les deux tâches de décodage (partie 1, personnages Achille et Agathe) et les deux tâches de codage (partie 2, personnage Shiny et personnage Milan) :

	DECODER	**CODER**
Pourcentage de réussite en amont du dispositif d'aide	50%	10%
Pourcentage de réussite en aval du dispositif d'aide	88%	29%
Taux de rectification	76%	33%

Tableau 1. Taux de rectification en amont et en aval du dispositif d'aide

Cette vision globale nous paraît révéler des difficultés plus prégnantes pour les tâches de codage. Le dispositif a permis en moyenne à un tiers des élèves de s'autocorriger. On verra par la suite que ce taux se révèle bien plus élevé si on écarte les travaux non faits (copie blanche).

Évaluation des effets du dispositif d'aide

Nous analysons cela plus finement en nous appuyant sur deux courts épisodes observés.

Lors de la résolution de la seconde tâche de décodage, un élève a noté sur sa feuille que l'objet ramassé par Agathe est la coupe. Comme demandé par l'enseignante, cet élève appelle un encadrant pour la réalisation sur machine. Cet élève retranscrit avec facilité le programme sur Scratch et s'ensuit le court échange reproduit ci-dessous :

> *L'élève : Non ! C'est pas la coupe, c'est le téléphone.*
> *L'encadrant : Comment cela se fait ?*
> *L'élève : Car j'ai pas mis "pivote à droite".*

L'interprétation de cet élève de l'instruction « pivoter à gauche » était en fait un pivotement à droite. Le SDA a permis à l'élève de prendre conscience de son erreur et de rectifier sur sa feuille.

Pour le deuxième épisode, nous avons observé le travail d'un élève au cours de la première tâche de codage. Cet élève a choisi de coder le chemin qu'on pourrait qualifier de « par le haut » pour ramasser le casque. En programmant, il constate que le lutin va « vers le bas » si on reprend ses mots. On a une difficulté de décentration initiale : le dispositif d'aide a permis à l'élève d'identifier l'importance de la décentration initiale du personnage.

Ce dispositif d'aide modifie certainement le rapport de l'élève à la praxéologie étudiée. Mais, ce rapport est-il stabilisé ? On peut en douter, en témoigne, le cas d'Ysabela

Le cas Ysabela

Pour certains élèves, il peut y avoir rectification de l'erreur sans qu'il y ait apprentissage. Nous avons reproduit les quatre travaux d'Ysabela (figure 8). À chaque tâche, celle-ci commet les mêmes erreurs, des erreurs notamment de décentralisation, initiale et intermédiaire. Pour chaque tâche, grâce au SDA, elle rectifie mais à la tâche suivante, elle réitère le même type d'erreur.

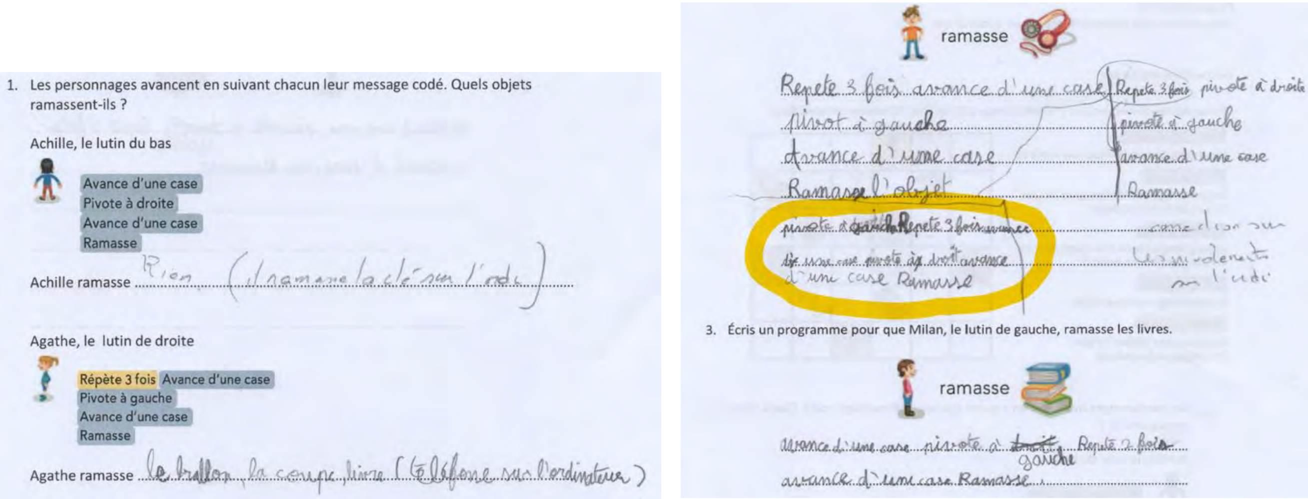


Figure 8. Feuille de travail d'Ysabela

Le taux de rectification, c'est-à-dire le rapport du nombre d'erreurs corrigées après programmation par le nombre d'erreurs constatées montre qu'en moyenne une erreur sur deux est corrigée quel que soit le type d'erreur comme on peut le constater dans le tableau 2.

	Décentration initiale	Décentration intermédiaire	Pivoter	Ramasser	Toute erreur confondue
Taux de rectification	58%	60%	57%	42%	56%

Tableau 2. Taux de rectification pour chaque type d'erreur

1.2 Analyse didactique pour le dispositif d'aide avec environnement de programmation

Après cette analyse quantitative, en référence aux éléments théoriques présentés dans la partie II.3, nous réalisons une analyse des fonctions didactiques de ce dispositif relativement au triplet des genèses.

Mésogenèse : L'élève dispose d'un milieu enrichi par les rétroactions fournies par l'environnement de programmation pour réaliser l'étude du SDP. Nous notons qu'il y a une suspension de l'étude dans l'environnement papier-crayon (SDP) et vérification ou contrôle dans l'environnement de programmation (SDA) de la technique élaborée dans le SDP par la mise à l'épreuve de la technique construite dans le SDP. En termes d'organisation de l'étude, le dispositif d'aide permet d'amorcer un épisode du moment exploratoire mais à priori ne fournit pas d'éléments pour le moment technologico-théorique (cas d'Ysabela).

Chronogenèse : Au sein du dispositif, l'élève dispose d'un moment pour accélérer la construction de la technique initiée dans le SDP, grâce aux rétroactions en termes d'erreurs et de succès de l'environnement de programmation, en mettant plusieurs fois à l'épreuve un algorithme.

Topogenèse : Grâce aux rétroactions de l'environnement de programmation, l'élève pourrait gagner davantage en autonomie didactique dans la construction de la technique. Ainsi, au cours d'un déplacement d'un personnage, s'il l'a fait pivoter à gauche par erreur, il a la possibilité de se rendre compte sans aide autre que celle du dispositif, qu'il faut le faire pivoter à droite.

2 Analyse quantitative pour le dispositif d'aide avec référence à l'espace sensible

2.1 Analyse quantitative pour le dispositif d'aide avec référence à l'espace sensible

En se référant au dispositif d'aide mis en place dans la classe de la professeure Manon, nous présentons nos observations et l'analyse quantitative qu'elles nous permettent de dégager. Pour rappel, une partie de la classe a pris part à un dispositif d'aide préventif, une ingénierie dans l'espace sensible. Nous commençons par évaluer les productions des deux groupes d'élèves, ceux ayant pris part au dispositif d'aide et ceux ayant uniquement réalisé le SDP, d'une part pour les deux tâches de décodage (partie 1, personnages Achille et Agathe) et d'autre part pour les deux tâches de codage (partie 2, personnage Shiny et personnage Milan). Nous présentons dans le tableau 3, les pourcentages de réussite pour les deux tâches de décodage (partie 1, personnages Achille et Agathe) et les deux tâches de codage (partie 2, personnage Shiny et Milan) :

	DECODER	CODER	Pour les quatre tâches
Groupes d'élèves n'ayant pas participé au dispositif d'aide	94%	22%	59%
Groupes d'élèves ayant participé au dispositif d'aide	94%	81%	88%

Tableau 3. Pourcentage de réussite pour les tâches de décodage et de codage

Cette vision globale nous paraît révéler des difficultés plus prégnantes pour les tâches de codage comme pour le dispositif 1. Pour ces tâches, nous observons une différence significative selon si l'élève a participé ou pas au dispositif d'aide. Nous allons tenter de mettre en avant des éléments de réponses qui pourraient étayer une telle différence. Détaillons le cas de Kenza, une élève programmeur lors de l'ingénierie dans l'espace sensible, dont les quatre productions, pour chaque tâche du SDP, sont restituées figure 9.

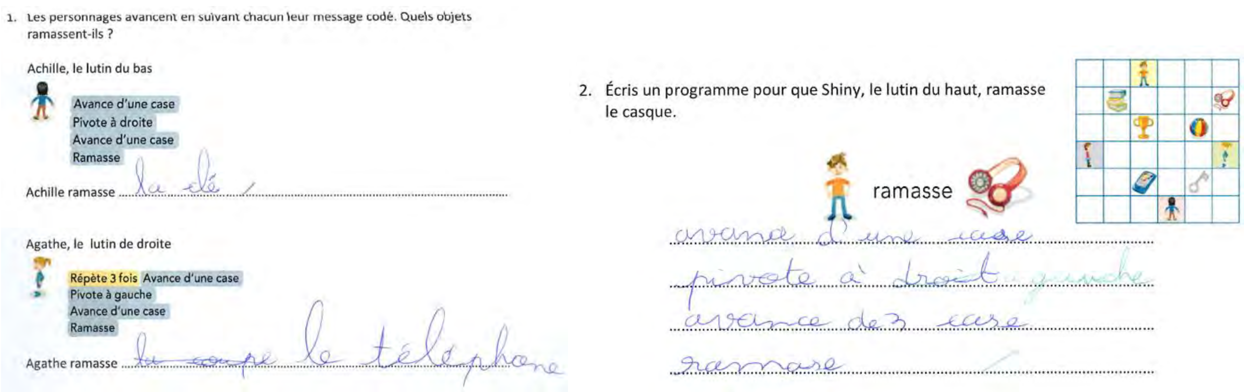


Figure 9. Feuille de travail de Kenza

On peut noter que Kenza s'autocorrige pour le personnage Agathe, elle explicite les raisons de son erreur à l'encadrant :

> Kenza : *En fait, il y avait Achille, il fallait ramasser un objet, il pouvait avancer d'une case, pivoter à droite, pivoter à gauche, ramasser un objet […] Il y a Achille, il y avait écrit ici [en désignant avec son stylo l'algorithme suivi par Achille] les instructions. On a fait. Cela a donné un objet quand on a écrit ramasse il fallait écrire l'objet qu'il a trouvé*
>
> L'encadrant : *au départ pour Agathe, vous aviez mis la coupe et après le téléphone ?*
>
> Kenza : *Oui parce que je me suis trompée vers la droite et la gauche.*
>
> L'encadrant : *D'accord, tu t'es trompée entre droite et gauche. Tu connais ta droite et ta gauche ?*
>
> Kenza : *Oui.*
>
> L'encadrant : *Alors pourquoi tu t'es trompé ?*
>
> Kenza : *Parce qu'au début, j'étais comme ça (Kenza se lève et se tourne dos face à l'encadrant) et donc la gauche était par ici et en fait il fallait se mettre comme ça (en se tournant face à l'encadrant).*

Kenza a su verbaliser les raisons de son erreur en se référant à son vécu dans l'espace sensible, une décentralisation initiale. Mais pour la réalisation de la tâche suivante, on remarque qu'elle se heurte encore à une difficulté de décentration initiale. Il n'y a pas stabilisation des apprentissages à ce moment-là. Lors de la correction en fin de séance, Kenza demande la parole pour la correction de la tâche de codage concernant le personnage de Shiny. Comme nous venons de le souligner, Kenza a commis une erreur, elle n'avait certainement pas pris en considération l'orientation de départ du personnage. Mais lors de la correction comme en atteste la retranscription ci-dessous, Kenza choisit un autre chemin que celui suivi sur sa feuille et cette fois-ci ne se trompe pas sur l'orientation de départ du personnage.

> La professeure : *Il y avait plusieurs façons de faire, alors Kenza on écoute ta proposition. On part toujours de Shiny, je suis toujours dans le même sens que Shiny. Qu'est-ce que tu fais toi ?*
>
> Kenza *: Pivote à gauche.*
>
> La professeure *: Donc toi, tu fais pivoter directement, tu veux me faire aller par-là, c'est çà [en indiquant la direction gauche en tendant son bras gauche] ? [L'élève acquiesce.] Donc pivote à gauche, avance de trois cases…*

2.2 Analyse didactique pour le dispositif d'aide avec environnement de programmation

Mésogenèse : L'élève dispose d'un milieu enrichi dans le SDP puisqu'il a déjà rencontré le type de tâches dans l'espace sensible et avec la possibilité de se référer à l'espace sensible qui lui fournit des rétroactions possibles. Il y a donc suspension de l'étude dans l'espace sensible et anticipation de sa poursuite dans le cadre du SDP car les déplacements sont certes réalisés dans l'espace sensible mais il faut les coder dans l'environnement papier-crayon avec l'appui éventuel des rétroactions de l'espace sensible. En bref, le type de tâches est rencontré dans le SDA mais la technique diffère de celle construite dans le SDP. Ainsi en termes d'organisation de l'étude, le dispositif d'aide permet de réaliser un épisode du moment de première rencontre et possiblement le début du moment exploratoire. Et surtout par rapport au dispositif précédent, il permet d'initier des éléments pour le moment technologico-théorique (cas de Kenza).

Chronogenèse : Le temps didactique débute avant le début de l'étude du SDP. Au sein du dispositif, l'élève met en œuvre un algorithme en tentant de le comprendre (élève « robot ») ou d'en produire un (élève « programmeur ») : il rencontre le type de tâches à l'étude au sein du SDA. L'élève construit ainsi une technique soit pour coder, soit pour décoder des déplacements dans l'espace sensible. Il s'agit d'éléments infrastructurels, à partir desquels il pourrait construire une technique dans le cadre du SDP.

Topogenèse : Grâce aux rétroactions de l'espace sensible, l'élève pourrait gagner davantage en autonomie didactique dans la construction de la technique en se référant éventuellement à l'espace sensible.

3 Comparaison quantitative des taux de réussite entre les deux dispositifs d'aide

Pour conclure cette étude, nous sommes amenés à comparer les taux de réussite suivant le dispositif suivi par l'élève (tableau 4). Le résultat est sans équivoque, le dispositif d'aide préventif a permis à plus des trois quarts des élèves d'appréhender correctement les deux tâches de codage, le taux de réussite reste faible pour le groupe ayant suivi le dispositif d'aide avec environnement de programmation. Et on peut aller plus loin en comparant le taux de réussite de notre groupe témoin (c'est-à-dire des élèves n'ayant suivi aucun SDA) au groupe programmation, la différence est faible puisque nous avons un taux de réussite de 22% pour le groupe témoin.

	DECODER	CODER	Pour les quatre tâches
Groupe Programmation	88%	29%	59%
Groupe Espace Sensible	94%	81%	88%

Tableau 4. Comparaison quantitative des taux de réussite entre les deux dispositifs d'aide

V - CONCLUSION

À partir des observations réalisées dans le cadre de cette recherche, nous avons mis en avant que le dispositif d'aide préventif dans l'espace sensible créé des conditions davantage favorables aux apprentissages des élèves de CE2 en algorithmique et programmation que le dispositif d'aide intégré avec environnement de programmation. En l'occurrence, le dispositif d'aide préventif permet de mieux prendre en compte les difficultés (de décentration et relatives à l'action de pivoter) propres à l'orientation d'un personnage. En pouvant se référer à l'expérience vécue, l'élève a la possibilité de produire le chemin qu'un personnage doit emprunter, soit mentalement, soit physiquement comme nous avons pu le constater plusieurs fois lorsque les élèves pivotent sur leur chaise ou se lèvent pour « jouer » le personnage. Certes le dispositif auxiliaire avec la programmation proposé permet de corriger ponctuellement une erreur ce qui se révèle fort utile pour réaliser une tâche de décodage mais moins pour une tâche de codage. En particulier, ce dispositif d'aide intégré ne permet pas à l'élève de rencontrer les éléments technologico-théoriques – dont l'orientation initiale d'un personnage – qui lui permettront de travailler la tâche de codage avec plus d'aise. Des recherches ultérieures pourraient être menées afin d'étudier si une telle conclusion demeure lorsque la tâche à réaliser relève de la correction ou de la complétion d'un programme en fin de cycle 3. En effet, dans ce cas, les difficultés que nous avons repérées pourraient être directement en lien avec les tâches à accomplir. Enfin, si les dispositifs d'aide pour lesquels l'espace est perçu par manipulation sont connus, notre recherche gagnerait à être prolongée en confrontant de tels dispositifs au dispositif d'aide préventif que nous avons présenté.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Assude, T., Koudogbo, J., Million-Faure, K., Tambone, J., Theis, L. et Morin, M.-P. (2016). *Mise à l'épreuve d'un dispositif d'aide aux difficultés d'un système didactique*. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 16(1), 64 - 76.

Brousseau, G. (1995). *Actividades matemàticas extraídas des Informe annual (Bilan) de la Escuela J. Michelet de Talence. Curso escolar 1994/1995. Nivel : Maternal Ps1 y Ms2*. Castellón de la Plana : Université Jaume I.

Chevallard, Y. (1996). La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. Dans Noirfalise, R. et Perrin-Glorian, M.-J. (Éds.), *Actes de la VIIIe école d'été de didactique des mathématiques* (83 - 122). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

Chevallard, Y. (1999). *L'*analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, *19*(2), 221 - 266.

Chevallard, Y. (2002a). Nouveaux dispositifs didactiques au collège et au lycée : raison d'être, fonctions, devenir. *Actes des Journées de la commission inter-IREM Didactique* (1 - 26). Dijon : IREM.

Chevallard, Y. (2002b). Organiser l'étude. 1. Structures et fonctions. Dans Dorier, J.-L., Artaud, M., Berthelot, R. et Floris, R. (Éds), *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques* (3 - 32). Grenoble : La pensée sauvage.

Constans, L. (2021). *Informatique débranchée et compétences spatiales au CE2*.Mémoire de recherche. Toulouse : Université Toulouse 2.

Lièvre, B. de et Staes, L. (1993). *La psychomotricité au service de l'enfant : notions et applications pédagogiques* (2e éd.). Paris : Belin.

Millon Fauré, K., Theis, L., Tambone, J., Koudogbo, J., Assude, T. et Hamel, V. (2018). Appropriation par un enseignant d'un dispositif d'aide pour l'enseignement des mathématiques. *Spirale - Revue de Recherches en Éducation, Supplément électronique au n°61,* 41 - 56.

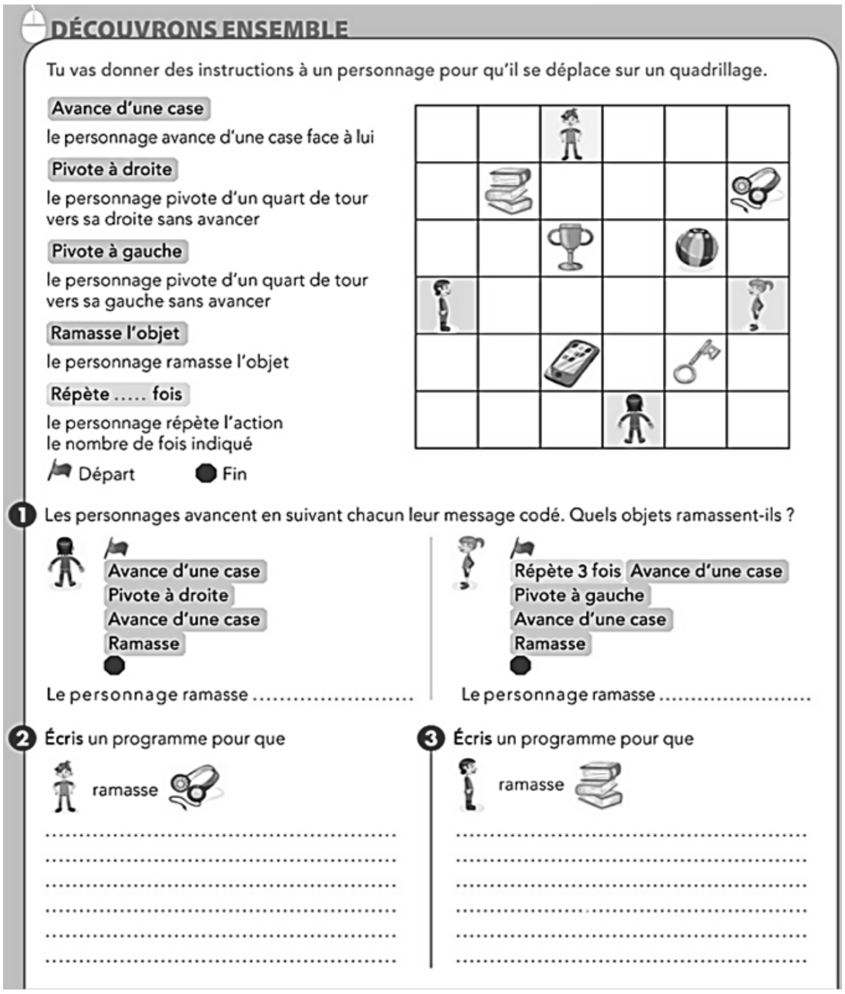
Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse. (2019a). *Repères annuels de progression en mathématiques au cycle 2*. Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019 (ressource en ligne). Consultée le 06/11/2023, Url : https://www.education.gouv.fr/bo/19/Hebdo22/MENE1913283N.htm

Ministère de l'éducation nationale et de la jeunesse. (2019b). *Attendus de fin d'année en mathématiques au CE2*. Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019 (ressource en ligne). Consultée le 06/11/2023, Url : https://www.education.gouv.fr/bo/19/Hebdo22/MENE1913283N.htm

Peltier, M.-L., Briand, J., Sampo, M. et Vergnes, D. (2018). *Opération Maths CE2. Cahier d'activités*. Paris : Hatier.

Weisser, M. (2007). Méthodes d'analyse des interactions verbales au service d'une didactique comparée. *Revue française de pédagogie, 158*, 103 - 115.

ANNEXE 1 EXTRAIT DU FICHIER OPÉRATIONS MATHS



DÉCOUVRONS ENSEMBLE

Tu vas donner des instructions à un personnage pour qu'il se déplace sur un quadrillage.

Avance d'une case
le personnage avance d'une case face à lui

Pivote à droite
le personnage pivote d'un quart de tour vers sa droite sans avancer

Pivote à gauche
le personnage pivote d'un quart de tour vers sa gauche sans avancer

Ramasse l'objet
le personnage ramasse l'objet

Répète ..... fois
le personnage répète l'action le nombre de fois indiqué

Départ Fin

1 Les personnages avancent en suivant chacun leur message codé. Quels objets ramassent-ils ?

Avance d'une case
Pivote à droite
Avance d'une case
Ramasse

Le personnage ramasse ....

Répète 3 fois Avance d'une case
Pivote à gauche
Avance d'une case
Ramasse

Le personnage ramasse ....

2 Écris un programme pour que ramasse

3 Écris un programme pour que ramasse

ANNEXE 2 SUPPORT DU SDP

NOM : PRÉNOM :

Programmation

Programmer des déplacements sur un quadrillage

Découvrons ensemble

Tu vas donner des instructions à un personnage pour qu'il se déplace sur un quadrillage.

Avance d'une case

le personnage avance d'une case face à lui

Pivote à droite

le personnage pivote d'un quart de tour vers sa droite sans avancer

Pivote à gauche

le personnage pivote d'un quart de tour vers sa gauche sans avancer

Ramasse l'objet

le personnage ramasse l'objet

Répète ..... fois

le personnage répète l'action le nombre de fois indiqué

1. Les personnages avancent en suivant chacun leur message codé. Quels objets ramassent-ils ?

Achille, le lutin du bas

Avance d'une case
Pivote à droite
Avance d'une case
Ramasse

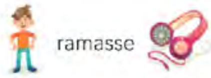
Achille ramasse ....

Agathe, le lutin de droite

Répète 3 fois Avance d'une case
Pivote à gauche
Avance d'une case
Ramasse

Agathe ramasse ....

2. Écris un programme pour que Shiny, le lutin du haut, ramasse le casque.



....

....

....

....

....

....

3. Écris un programme pour que Milan, le lutin de gauche, ramasse les livres.

....

....

....

....

....

....

DE L'EXEMPLE TRAVAILLÉ À LA CRÉATION DE PROBLÈMES : COMMENT SE DÉVELOPPE L'INTELLIGENCE COLLECTIVE D'UNE SITUATION ?

Angélique MARTINOTTI
Professeure maître-formateur, Education Nationale
CREAD
angelique.ceva@ac-aix-marseille.fr

Mireille MORELLATO
Conseillère pédagogique, Education Nationale
CREAD
mireille.morellato@ac-aix-marseille.fr

Serge QUILIO
Maître de conférences HDR, Université Côte d'Azur
LINE
Serge.QUILIO@univ-cotedazur.fr

Résumé
Nous présentons dans ce texte une forme de vie du développement de l'intelligence collective d'une situation au sein d'une action didactique conjointe professeur-élèves. Un tel développement s'inscrit dans un travail collectif, mené au sein d'une ingénierie coopérative regroupant professeurs des écoles, formateurs et chercheurs. Un tel travail implique la compréhension et la pratique de « formes de la représentation ». Nous décrivons dans ce texte comment un collectif classe peut construire l'intelligence d'une situation au cours d'un exemple travaillé s'inscrivant dans une pratique de création de problèmes dans une classe de CE2. Pour cela, nous illustrons le développement de la solidarité épistémique au sein d'une classe, ce qui se passe quand tous les élèves d'une classe travaillent et discutent le même type de problème.

Nous présentons dans ce texte une forme de vie du développement de l'intelligence collective d'une situation (Quilio, 2022 ; Sensevy, 2021) au sein d'une action didactique conjointe professeur-élèves (Sensevy et Mercier, 2007 ; Sensevy, 2011). Un tel développement s'inscrit dans un travail collectif, mené au sein d'une ingénierie coopérative (Collectif Didactique pour Enseigner CDpE, sous presse) regroupant professeurs des écoles, formateurs et chercheurs. Un tel travail implique la compréhension et la pratique de « formes de la représentation » (Quilio, 2022).

> *Cette conception des représentations ne renvoie pas à une représentation mentaliste mais à une conception publique de la représentation. Les représentations forment un système de signes qui permettent d'enseigner, d'apprendre, d'enquêter et d'imiter […]. Elles peuvent être matérielles ou symboliques (verbales, graphiques, gestuelles) » (CDpE, glossaire, sous presse).*

Par exemple, nous pouvons rencontrer dans des séances en classe l'usage d'écritures mathématiques ou de schémas, de gestes ou d'expressions décrivant ces schémas. Ecritures, schémas, expressions, gestes sont organisés en systèmes de représentations ; chaque système se référant à une situation mathématique.

> *En Théorie de l'action conjointe en didactique, on considère qu'une action conjointe réussie, implique l'ajustement* à et de *ce processus de production et de reconnaissance de formes-représentations propres à une culture. » (ibid.).*

Nous décrivons dans ce texte comment un collectif classe peut construire l'intelligence d'une situation au cours d'un exemple travaillé ou travail sur un problème résolu (Tricot et Sweller, 2016) s'inscrivant dans une pratique de création de problèmes dans une classe de CE2. Pour cela, nous illustrons le développement de la solidarité épistémique au sein d'une classe, ce qui se passe quand tous les élèves d'une classe travaillent et discutent le même type de problème (CDpE, 2019, sous presse).

I - CONTEXTES

1 L'ingénierie coopérative DEEC

L'action que nous présenterons se déroule dans le cadre de l'ingénierie didactique coopérative DEEC (Détermination d'Efficacité des Expérimentations Contrôlées en enseignement-apprentissage des mathématiques)[1] retenue par l'Agence Nationale de la Recherche et dont le déroulement est en cours (2022 - 2025). La figure 1 en propose une vue générale.

Recherche ANR/DEEC
(Détermination de l'efficacité des expérimentations contrôlées en enseignement-apprentissage)

Conception et expérimentation d'une séquence de 18 séances en création/résolution de problèmes mathématiques en CE1 et CE2.
Détermination de l'efficacité de la séquence d'enseignement et documentation par des analyses statistiques et des analyses documentées de la pratique.
Validation à grande échelle de l'efficacité de la séquence et de son accompagnement.
Affinage de la séquence et de son modèle d'efficacité.

Année 1	Année 2	Année 3
• Mise en œuvre de la séquence DEEC sous sa première forme (S1) dans les classes des professeurs du LéA ArMed (8 classes) • Analyse de la séquence • Elaboration d'une séquence S2 améliorée • Conceptions de **SHTIS** pour l'analyse documentée des pratiques et pour l'accompagnement des professeurs en année 2	• Mise en œuvre de la séquence S2 avec un essai randomisé contrôlé sur 3 groupes (150 classes) • Détermination des raisons de l'efficacité de la séquence • Elaboration d'une séquence S3 améliorée	Affinement de la séquence et de son modèle d'efficacité

Figure 1. Synopsis de la recherche ANR / DEEC

La recherche DEEC se déroule dans le cadre d'une ingénierie coopérative, c'est-à-dire une institution dans laquelle les membres cherchent ensemble à décrire et comprendre une pratique pour l'améliorer, voire la transformer (CdPE, sous presse). Cette amélioration permettant en retour de contribuer à une meilleure compréhension de l'ingénierie. Les auteurs de ce texte sont membres du Lieu d'éducation associé à la recherche, le « LéA-Ifé ACE écoles réseau Armorique-Méditerranée »[2].

2 En classe : un fait didactique mettant à l'épreuve la séquence

2.1 Quelques éléments pour appréhender la séquence DEEC : le répertoire-instrument et le dispositif du « Qui suis-je ? »

Le Répertoire-Instrument

Dans la séquence d'enseignement-apprentissage DEEC mise à l'épreuve, la progression est orientée par des exemples travaillés. Un exemple travaillé se construit au travers d'une situation non-problématisée qui est d'abord représentée puis problématisée suivant les données à rechercher possibles. Ci-après,

[1] http://blog.espe-bretagne.fr/anr-deec-ace/

[2] http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/reseau-ecoles-armorique-mediterranee

nous pouvons voir la trace établie collectivement d'un exemple travaillé relatif à un problème de parties-tout ou de composition de deux états selon la nomenclature établie par Vergnaud (1981). Cette trace est conservée sous la forme d'une fiche du « Répertoire-Instrument » (figure 2). Les fiches qui composent ce répertoire organisent des exemples travaillés devenus *emblématiques* pour la classe.

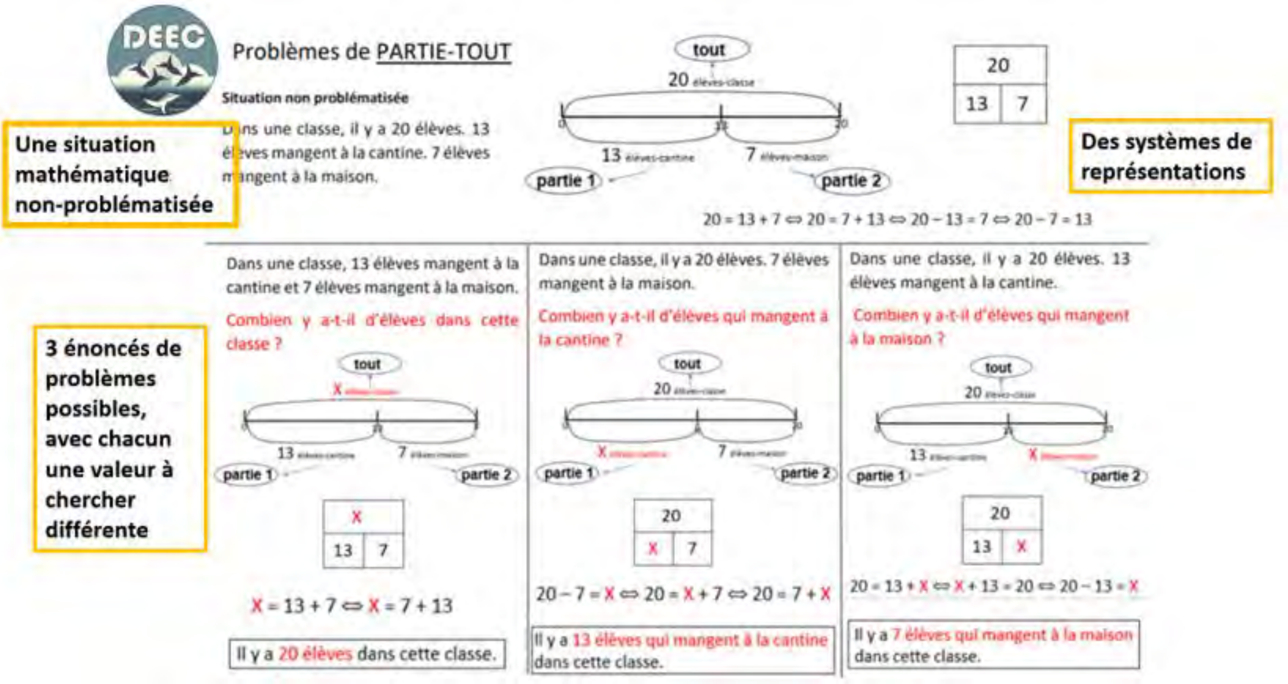


Figure 2. Une fiche du Répertoire-Instrument

Les créations de problèmes des élèves s'appuient sur le Répertoire-Instrument. Les élèves y puisent des idées.

Le dispositif du « Qui suis-je ? »

Au sein de la séquence ANR-DEEC, certaines séances sont consacrées au jeu du « Qui suis-je ? ». Ce dispositif permet de travailler spécifiquement sur les représentations (Brousseau, 2004) en résolution de problème, en mettant volontairement de côté le calcul. Il s'agit de devenir familier de systèmes de représentations. Dans l'exemple ci-dessous (figure 3), un énoncé est présenté. Il s'agit de reconnaître parmi deux systèmes de représentations quel est celui en adéquation avec l'énoncé.

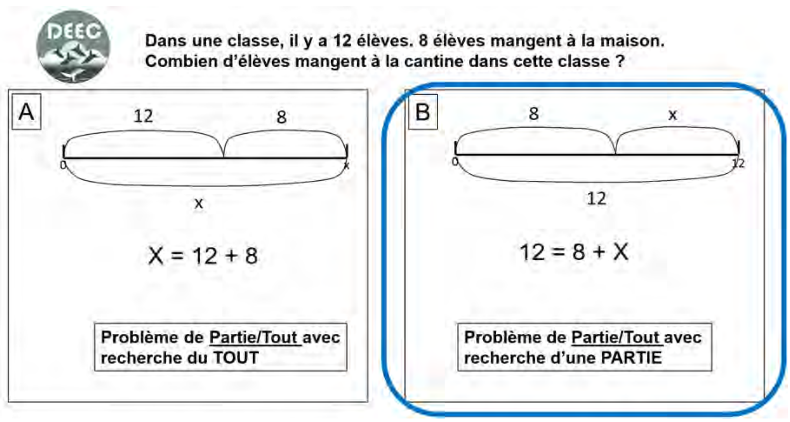
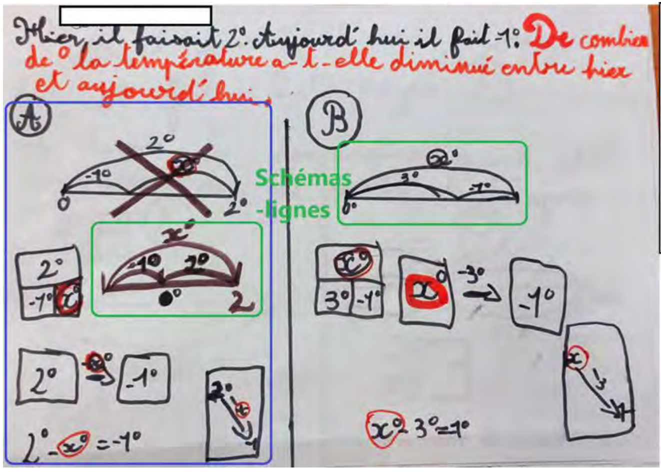


Figure 3. Un exemple de partie du « Qui suis-je ? »

2.2 Un fait didactique et sa prise en compte

Parfois les élèves créent eux-mêmes les parties du jeu : ils sont donc amenés à créer des problèmes et leurs systèmes de représentations attachés. À ce moment de la séquence, la classe de CE2 avait travaillé sur des problèmes de transformation (Vergnaud, 1981), notamment sur des situations impliquant des températures. Nous retrouvons ci-dessous une création de fiche de jeu par un binôme (figure 4).



Hier il faisait 2°.
Aujourd'hui, il fait -1°.
De combien de degrés la température a-t-elle diminué entre hier et aujourd'hui ?

Figure 4. Une création de problème impliquant des températures négatives

Certains élèves avaient choisi de mettre en scène des températures négatives. La lecture de l'écart de température entre 2°C et – 1°C serait facilement lisible sur un thermomètre (lecture directe ou en référence à la connaissance du thermomètre) ou facilement représentable sur un dessin de thermomètre mais elle l'est moins à modéliser en partie-tout comme nous le voyons sur les schémas-lignes, repérés en vert dans la production. En effet, sur cette production d'élèves, les schémas-lignes « font voir » ce problème comme un problème de Partie-Tout. Cette représentation fonctionne lorsque l'on parle de collections, comme des billes par exemple, car les nombres dans ce cas sont relatifs à des quantités. Mais ce *voir-comme* (Sensevy, 2011 ; CdPE, 2019) ne fonctionne plus lorsqu'il s'agit de grandeurs repérables comme les températures. En effet ce que le thermomètre indique, ce sont des repères dans la suite ordonnée des nombres. Dans cet exemple, pour ces élèves, la représentation sous forme de schéma-ligne ne sert plus de référence au langage décrivant la situation. Après échanges avec le chercheur observant la séance, la professeure propose aux élèves une fiche du répertoire-instrument (figure 6) tenant compte d'une représentation modifiée du schéma-ligne (figure 5) suivant le problème de la pratique observée suite aux productions d'élèves.

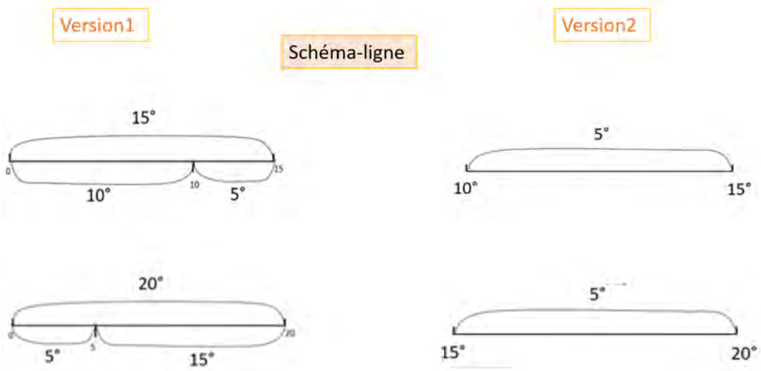


Figure 5. Modification de la représentation schéma-ligne pour des problèmes de transformation impliquant des températures

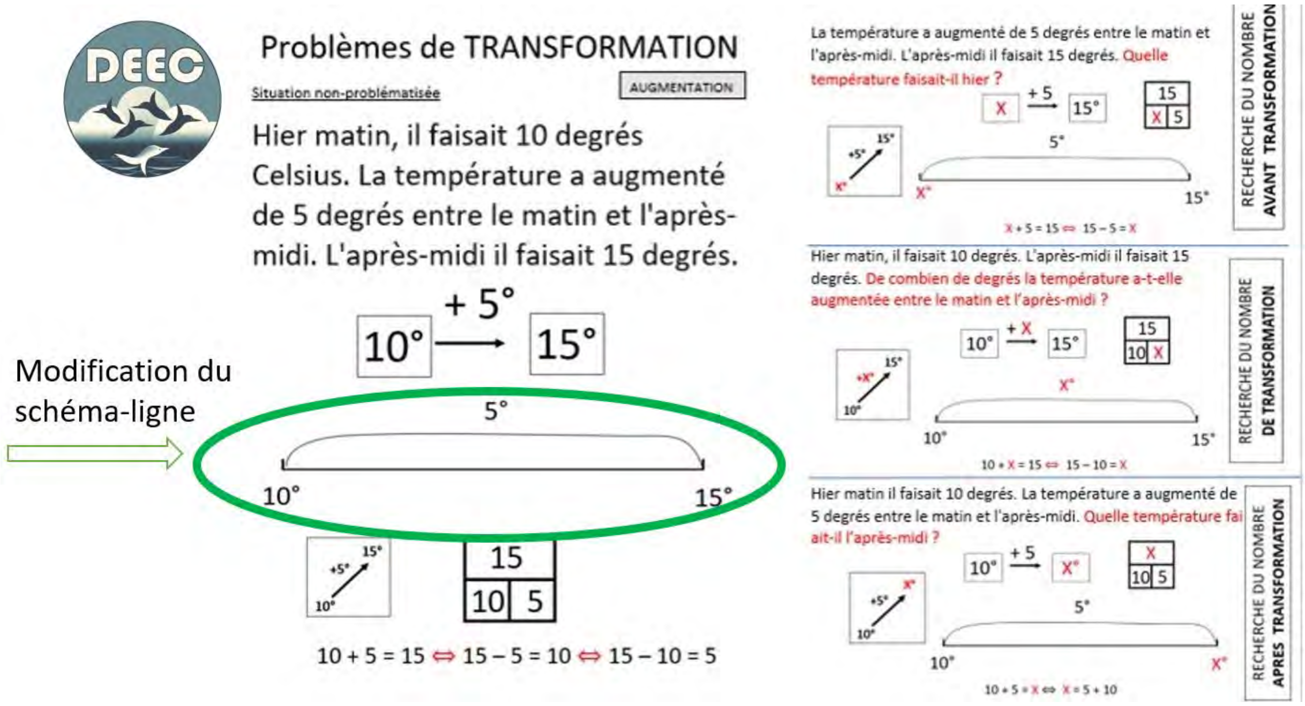


Figure 6. Modification du schéma-ligne dans la fiche du répertoire-instrument

Dans la section suivante nous observerons l'action conjointe professeure-élèves lors de l'introduction de cette nouvelle fiche. Nous tenterons de montrer comment se construit une intelligence collective autour de cette nouvelle forme-représentation.

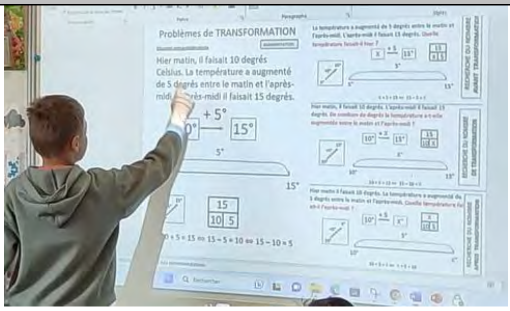
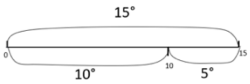
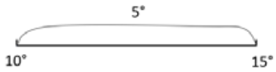
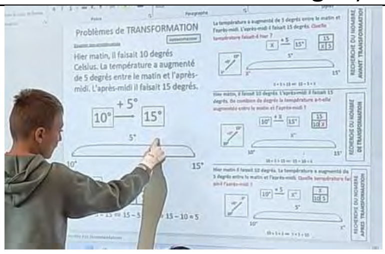
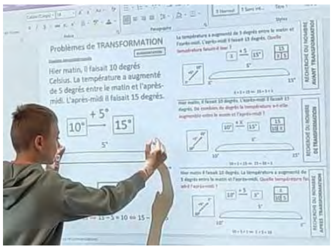
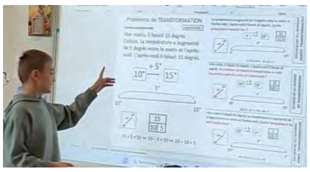
II - ANALYSES DES ECHANGES DIDACTIQUES

En Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD) (Sensevy, 2011 ; CDpE, 2019), nous considérons la relation didactique comme une relation d'enquête (Dewey, 1993) sur les savoirs et les pratiques de savoirs par la professeure et ses élèves. Nous avons observé les formes de vie et de langage associé (Wittgenstein, 2004) de cette action conjointe. Dans un premier temps, la professeure a enquêté sur la création de problèmes par ses élèves. Un résultat de cette enquête, menée avec le chercheur suite à une visite en classe, se réalise par la production d'une nouvelle version de la fiche du répertoire-instrument. Mais la réciproque est aussi nécessaire : les élèves ont à enquêter sur cette proposition de la professeure. En effet, celle-ci a introduit de la nouveauté dans le familier de la classe, dans le *déjà-là* considéré comme un contrat didactique en TACD. La professeure doit alors enquêter sur les actions de ses élèves sur cette nouvelle fiche, c'est-à-dire comment ils s'emparent du nouveau milieu proposé. Nous nous demanderons à quelles conditions cette enquête réciproque se réalise-t-elle ?

La séance a été filmée et transcrite. Quatre moments correspondant à quatre épisodes dans l'évolution de l'action conjointe ont été identifiés, avant que les élèves ne s'emparent de cette nouvelle fiche pour créer à nouveau des problèmes. Nous les décrirons selon une pluralité et une complexité organisée selon trois niveaux de description (Descombes, 1998 ; Sensevy, 2011).

1 Appréhension par un élève de la nouvelle fiche, le corps en jeu

Les deux premiers niveaux de description (photographies et transcriptions des échanges professeure-élèves) se lisent dans le tableau. Le troisième niveau y fait suite.

1er niveau de description : photographies et transcription	2e niveau de description
	La nouvelle fiche du Répertoire-Instrument (R-I) pour les problèmes de Transformation avec augmentation qui est projetée au tableau. L'élève L. répond à la question suivante que je [la professeure] pose à la classe *: En quoi cette nouvelle fiche du Répertoire-Instrument est-elle différente de la précédente ? Le schéma-ligne sous cette forme permet-il de mieux dire le problème ?*
Elève L. : La différence de ce schéma-ligne, c'est qu'on part plus de zéro et on part de 10° du matin. Et la température elle a augmenté donc on va faire un gros pont et du coup… Professeure : Est-ce que tu peux associer à tes mots, des gestes ? Pour que nous avec nos yeux on puisse suivre de quoi tu parles. L : On part plus de zéro on part à 10 et la température a augmenté de 5° entre le matin et l'après-midi donc ça a augmenté donc on va faire un gros pont vers là (L pointe avec son doigt le côté droit du schéma-ligne).	Ici L. fait référence à un *déjà-là*, lié à l'usage du schéma-ligne. En effet la plupart du temps, cette représentation est constituée d'une ligne dont le point origine est 0. Ceci était par ailleurs le cas dans la fiche du R-I précédente : Alors qu'ici il est question de repères et de variation : 
	A plusieurs reprises lors de ces échanges les élèves ont associé les mots *augmentation* et *diminution* à des gestes, des mouvements de bras, vers la droite ou la gauche du schéma-ligne. C'est un moyen de traduire avec le corps, le mouvement, la translation d'un point vers un autre point de la ligne.
P : Tu peux montrer avec tes deux mains toute l'augmentation du coup. (L montre avec ses 2 mains la distance, la longueur 5 sur le schéma-ligne). P : D'accord. L : L'augmentation c'est tout ça donc c'est 5° qui a augmenté (L fait encore un mouvement de bras allant vers la droite). 	Je souhaite que les élèves associent certains gestes aux représentations pour permettre une sorte de traduction de l'énoncé ou du langage engageant physiquement l'élève. Ici j'insiste pour que les 5 degrés d'augmentation soient vus comme un nombre, une quantité degrés dont on peut montrer en bornant avec ses deux mains la longueur 5 sur la ligne. On s'attache à l'aspect cardinal de 5. A l'inverse, je souhaite que les températures soient vues comme des repères sur une droite, que l'on montre avec l'index, on s'attache à l'aspect cardinal de 10 et de 15.
L : Et l'après-midi il faisait 15° donc la facilité de ce schéma-ligne et bien on a juste un pont à faire, on a juste à faire l'augmentation ou la diminution, à faire… P : C'est rigolo, tu as fait un geste, l'augmentation (P mime le mouvement de bras allant vers la droite) ou… L : La diminution (L fait un mouvement de bras vers la gauche). 	Il semble que L essaie de montrer l'économie de la représentation de la transformation par un seul pont entre deux repères. Je prends conscience du mouvement de bras de L qui accompagne ses mots et je tente de le lui faire expliciter.
P : Pourquoi tu fais dans un sens et dans l'autre ? L : Parce que l'augmentation et bien elle va augmenter donc elle va aller vers là-bas (L pointe vers la droite).	Ici L indique que le schéma-ligne suit l'ordre des nombres, c'est ce qu'il exprime en disant « 1, 2, 3, 4, 5… » et qu'il y a donc un sens pour

P : Pourquoi est-ce que ça va vers là-bas quand ça augmente ? L : Et bien parce qu'on va faire 1, 2, 3, 4, 5… P : A partir de 10 du coup. Si tu vas vers là-bas, ça va vers des nombres plus grands ou plus petits ? L : Plus grands. P : Alors montre vers où ça va vers des nombres plus grands. L : Vers 15. P : D'accord. Mais alors si ça avait diminué à partir de 10, qu'est-ce qu'on aurait fait ? L : Si ça avait diminué, on aurait fait un pont à l'…, comme ça (L simule le tracé d'un pont partant de 10 vers la gauche du schéma-ligne) et que ça arrivait à 5. P : Pour aller vers des nombres plus… L : petits.	aller vers les nombres plus grands et un sens pour aller vers les nombres plus petits. D'une certaine façon L distingue les nombres qui sont à des repères fixes sur la ligne, les températures et les nombres qui sont des nombres de degrés de variation, augmentation ou diminution.

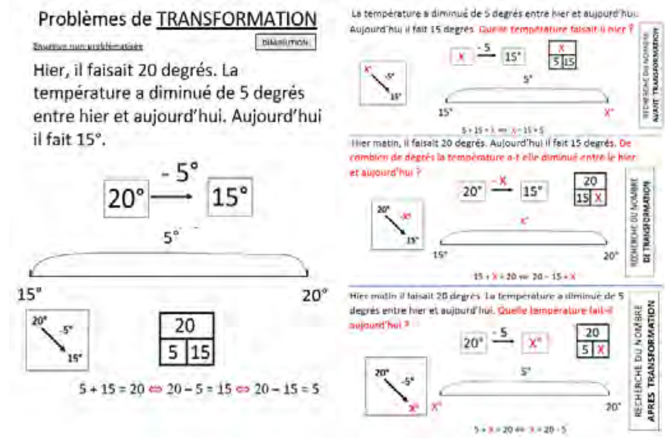
Tableau 1. Transcription et annotations extrait 1 (durée : 2 minutes)

3e niveau de description

La professeure a produit une nouvelle fiche du répertoire-instrument et demande aux élèves ce qui la différencie de la précédente. Au-delà des pratiques de classe « déjà-là » (usage du schéma-ligne, nombres désignant des repères, placés au-dessous de la ligne et notés en caractères plus petits) et nombres désignant une quantité (placés sur un signe déictique, *le pont tracé*, qui rend compte d'un geste temporaire), le travail de L. se met en place par rapport aux signes qu'il distingue sur la nouvelle fiche : le schéma-ligne ne commence plus par l'origine « 0 », la variation va dans un sens ou l'autre sur une ligne orientée. L'élève est ici attentif à ce qui fait signe pour lui dans ce milieu réaménagé par la professeure. Il le montre, en mots et en gestes, à la classe. La professeure continue elle aussi son enquête sur l'appropriation de cette fiche par cet élève (« Je prends conscience du mouvement de bras de L qui accompagne ses mots et je tente de le lui faire expliciter ») tout en veillant à ce que cette interprétation de la représentation modifiée soit adéquate aux sens des nombres (comme repères et comme variation).

Une première condition se dégage alors de l'enquête réciproque : le fait de porter attention aux signes symboliques. Pour l'élève L., c'est recenser les changements et les interpréter. Pour la professeure, c'est l'attention portée à ce qui fait signe pour L. dans le milieu et dont elle peut s'emparer pour mener à bien l'action didactique conjointe.

2 Réinvestissement des observations

1er niveau de description : photographies et transcription	2e niveau de description
	Une nouvelle fiche du Répertoire-Instrument (R-I) pour les problèmes de transformation avec diminution est projetée au tableau.

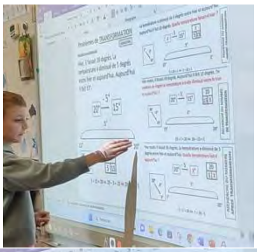
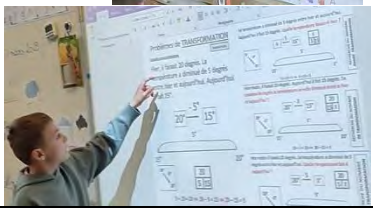
L : Celle-là, et bien on a commencé de 20 (L. pointe le repère 20 sur le schéma-ligne). P : Pourquoi on a commencé de 20 ? L : Parce que hier il faisait 20° (L pointe sa lecture du texte de l'énoncé).  	L poursuit ses explications sur cette deuxième fiche. Il rappelle que pour construire ce schéma ligne, on place le repère 20, car c'est la première donnée numérique de l'énoncé. Avec son doigt, L. pointe successivement le texte de l'énoncé et le schéma-ligne afin d'associer ce qui est dit avec ce que l'on voit.
P : Oui, donc on a placé quoi en premier ? L : Donc on a placé le 20. P : Qui est une quantité ou un repère les autres ? (P s'adresse à la classe). Les élèves : un repère. P : Un repère, donc on met juste la barre, on est à 20, ok, et après qu'est-ce qu'il dit le texte ? L : Il dit que la température a diminué de 5°. Donc la diminution elle va aller vers là (L. fait un mouvement du bras vers la gauche) parce que ça a diminué, et du coup ça a diminué de 5° et du coup ça va arriver, cet après-midi il fait 15°.	Je souhaite m'assurer que tous les élèves de la classe sont bien en train de suivre ce que dit L. On distingue les repères sur le schéma-ligne par un trait ou une croix sur la ligne, et le nombre de degré de variation, par « un pont » qui délimite la longueur du segment. Cette variation se fera vers la gauche en cas de diminution puisque que l'on va vers les nombres plus petits ou vers la droite pour une augmentation. Il n'y a pas de nécessité comme dans le schéma de transformation à indiquer la variation par le symbole « + » ou le symbole « - ». $\boxed{20°} \xrightarrow{-5°} \boxed{15°}$

Tableau 2. Transcription et annotations extrait 2 (durée : 2 minutes et 30 secondes)

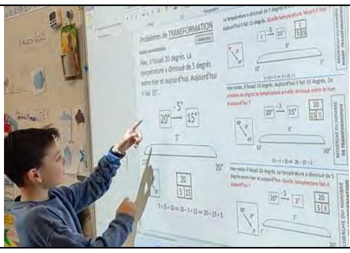
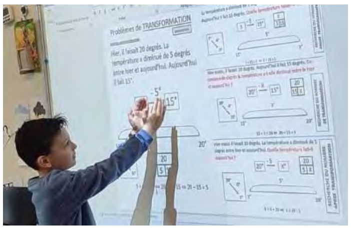
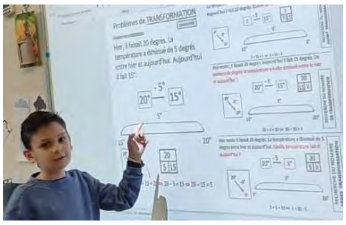
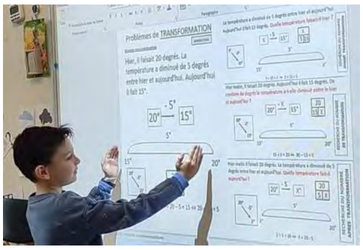
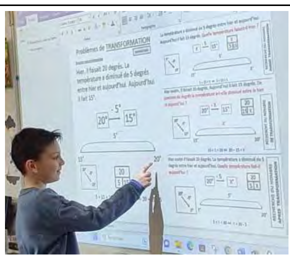
3e niveau de description

Le milieu de l'action conjointe change quelque peu : il s'agit ici d'une diminution. L'élève L. explore sur la nouvelle fiche ce changement, en appui sur ce qu'il a découvert précédemment (le sens de l'augmentation - diminution sur une ligne orientée) et qu'il vérifie à nouveau, en gestes et en mots, avec le second énoncé proposé et représenté.

Une deuxième condition dans un deuxième mouvement de la dialectique contrat-milieu s'observe : poursuivre l'enquête sur la représentation lignée en faisant évoluer la situation dans le contrat-milieu, c'est-à-dire dans une dialectique entre ce que les élèves et le professeur connaissent avant de travailler le problème, et la structure symbolique du problème.

3 Renforcer les certitudes

1er niveau de description : photographies et transcription	2e niveau de description
P : On est d'accord qu'ici c'est aujourd'hui (P pointe le repère 15° au début du schéma-ligne) et ici c'est hier (P pointe le repère 20° à la fin du schéma-ligne), donc c'est pas dans l'ordre du temps, laquelle de ces représentations parle dans l'ordre de temps ? M ? M : Le schéma de transformation. P : Alors montre sur le schéma de transformation comment on peut dire les choses du coup. En suivant le temps…	Mon intervention fait suite à des hésitations de la part de certains élèves, je perçois que ce qui a été dit n'est pas compris de tous. Je synthétise donc ce que les élèves précédents ont montré. Je montre comment les choses sont dites différemment quand on parle de la situation avec le schéma-ligne, qui est organisé en fonction de l'ordre des nombres et le schéma de transformation, qui suit l'ordre chronologique de l'histoire.

M : Hier il faisait 20°. P : Montre avec ton doigt. 	
P : Hier, avant, il faisait… J ? J : 20°, la température à diminué de 5°. P : Oui et ça c'est la… La classe : la diminution. P : La diminution qui est une transformation. M : Du coup ça a diminué de 5 et ça, c'est la température qu'il fait aujourd'hui (M montre d'abord la case de l'état final avec ses 2 mains comme pour le schéma-ligne, puis finalement pointe avec son doigt). 	Le schéma de transformation permet de raconter la situation dans l'ordre du temps, il y a un nombre avant, ce nombre subit une transformation (positive ou négative) et il y a un nombre après, à la suite de la transformation. Peut-être peut-on penser que l'évolution du geste de M montre qu'il comprend qu'il ne montre pas une longueur. 
P : La température d'aujourd'hui, et là, ça suit le temps. Hier il faisait 20, ça a diminué de 5, attention transformation, et aujourd'hui il fait 15. Alors que le schéma-ligne. M : Ça fait pas ça. P : Tu peux le redire le schéma-ligne comme il l'a fait L. Tu arriverais à le redire ? A montrer sur le schéma-ligne, je lis et toi tu montres. Tu es prêt ? Hier il faisait 20°. (M montre la longueur 5 sur la schéma-ligne) 	Je perçois que M comprend mais n'est pas encore tout à fait à l'aise dans la traduction de ces représentations. Je lui demande donc de traduire en montrant sur le schéma-ligne en simultané avec ma lecture de l'énoncé.
P : Est-ce que tout ça c'est 20 ? Ce que tu montrais ? Remets tes mains ? Qu'est-ce que tu montres ? Regarde-le le schéma-ligne. M : 5. P : Tu montres combien ? M : 5. P : 5 quoi ? M : 5 degrés. P : De ? M : Diminution.	Ce que fait M, plusieurs élèves l'auraient fait, c'est pourquoi il me semblait important de le provoquer. M prend conscience qu'il montre 5°.
P : De diminution. Ok, je redis. Attention, hier il faisait 20°. Où est-ce que c'est sur le schéma-ligne ? Montre-le avec ton doigt. 	Implicitement, en disant « avec ton doigt », j'incite M à trouver un repère.

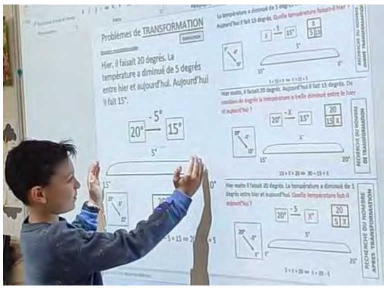
P : Ok on est là. Laisse-le (M avait baissé sa main). Hier il faisait 20°, la température a diminué de 5° entre hier aujourd'hui. Elle a diminué de combien ? Montre-le avec tes deux mains. 	De la même façon ici, en disant « avec tes deux mains », j'incite M a montrer la longueur d'un segment du schéma-ligne.
P : Elle a diminué de tout ça. Et aujourd'hui il fait 15°. (M montre spontanément et sans hésitation le repère 15 au début du schéma-ligne). Et c'est là, bravo. On a fait une grosse différence entre les repères et les quantités.	On perçoit que M prend de l'assurance et comprend plus densement la situation.

Tableau 3. Transcription et annotations extrait 3 (durée : 2 minutes)

3e niveau de description

Un autre élève entre dans l'enquête proposée sur la nouvelle fiche du répertoire instrument. La professeure l'oriente vers la représentation schéma de transformation c'est-à-dire vers une enquête dans le milieu visant à mettre en relation les différentes représentations en usage dans la classe. A cette phase, schéma-ligne et schéma de transformation se réfèrent chacun plus explicitement à des propriétés de la grandeur en jeu : l'augmentation ou diminution sur le schéma-ligne ; la temporalité sur le schéma de transformation.

Jusque là le schéma-ligne portait la représentation de quantités que l'on compose, que l'on transforme en les augmentant ou diminuant, que l'on compare. Il avait aussi pour rôle d'exprimer un modèle en parties-tout de ces mesures de grandeur (masse, nombre d'entités d'une collection, longueur, contenance). Du fait du changement de grandeur, le contrat change : le schéma-ligne ainsi modifié ne joue plus le rôle de modèle en parties-tout. Les élèves ont à construire les gestes et le langage associé à la pratique de la représentation lignée pour cette grandeur spécifique. La professeure s'appuie sur chacune des expressions prononcées pour les renforcer en induisant des gestes sur la représentation. Le modèle additif en partie-tout ne se traduit plus que dans l'écriture mathématique et dans la boîte, représentation de la relation ternaire.

Les représentations de la situation sont denses en mathématiques. Cependant elles continuent à s'articuler entre elles dans un langage commun issu de l'expérience de mesurage de températures à l'aide d'un thermomètre. La professeure doit porter attention à tout ce qui fait signe de compréhension ou d'incompréhension de ses élèves lors de leur exploration des deux représentations schéma-ligne et schéma de transformation. Ces derniers ont à communiquer leur raisonnement sur l'usage des représentations au groupe classe, en s'appuyant sur des expressions empruntées au langage mathématiques pour décrire la situation concrète, et vice et versa.

Une troisième condition dans un mouvement de la dialectique contrat-milieu se met en place : articuler les formes de vie de la situation au travers des représentations et de leurs langages et gestes associés.

4 Représenter le temps sur un schéma-ligne

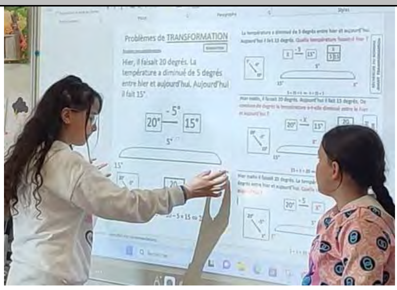
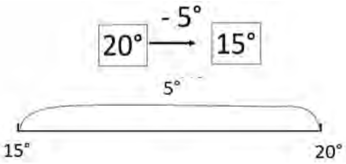
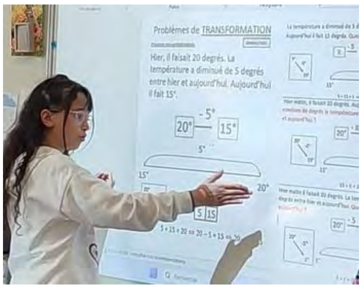
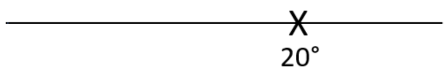
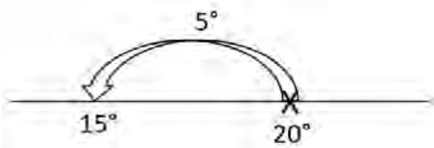
1^er niveau de description : photographies et transcription	2^e niveau de description
P : N ? N : Parce que là ça diminue. Je peux ? (elle demande l'autorisation d'aller au tableau). P : Vas-y. 	Au fil de cette discussion, pour m'assurer de la compréhension de tous, je leur demande pourquoi les nombres n'apparaissent pas dans le même ordre dans le schéma de transformation et le schéma-ligne. L'analogie entre le thermomètre et le schéma-ligne est tout à fait pertinente, ils peuvent être vus tous  les deux, comme des lignes avec des repères dans l'ordre des nombres. De plus le repère 0 du thermomètre est au centre ce qui permet d'insister sur le fait qu'il n'est pas toujours le point origine.
N : Dans le problème, pour dire pourquoi c'est la diminution, c'est le petit chiffre qui va là-bas (elle montre la gauche du schéma-ligne), nous on part du grand chiffre. Et bien je me rappelle du thermomètre. Le thermomètre, plus ça descend, plus c'est froid (N fait un mouvement de bras vers la gauche, plus ça monte et plus c'est chaud (N fait un mouvement de bras vers la droite). Donc je me repère ainsi, en me disant qu'il faut que je mette le nombre le plus froid en premier et le nombre le plus chaud en haut (N montre le côté gauche puis le côté droit du schéma-ligne) pour dire que c'est  bien la différence entre le 20 qui est plus chaud que le 15 qui est plus froid.	N imagine un thermomètre qui serait en position horizontale.
P : Oui mais quand on n'est pas, quand on ne le sait pas encore et qu'on est obligé de suivre l'ordre de l'histoire, est-ce que ça marche ? Quand on ne sait pas encore si on va aller à droite ou à gauche ? On fait un trait et comme avait fait S., on décide d'un endroit pour la donnée. Là la première donnée c'est… N: 20 P : C'est 20° d'hier et bien je place 20. Et après, j'écoute ce qu'on me dit. La température, elle diminue donc on va aller vers la gauche du schéma-ligne. Et de quelle quantité ? Et bien l'écart, il est de 5. Mais il pourrait être 5 d'augmentation aussi comme on l'a vu tout à l'heure. Tout dépend où on va mettre cette quantité donc en fait, là on s'en fiche du plus et du moins, c'est une quantité 5°, mais vers la gauche du nombre parce qu'on descend, on diminue, pas pour une question de hier comme dans l'autre, pas pour une question de temps.	Ceci fait référence à la partie du jeu du *Qui suis-je ?* à laquelle le chercheur S. avait participé, moment crucial où il nous a permis de prendre conscience des difficultés que nous rencontrions dans l'usage du schéma-ligne. On pourrait décrire les étapes comme ceci : *Hier, il faisait 20 degrés.*  *La température a diminué de 5 degrés entre hier et aujourd'hui. Aujourd'hui il fait 15°.* 

Tableau 4. Transcription et annotations extrait 4 (durée : 1 minute et 25 secondes)

3e niveau de description

Une autre élève participe à l'enquête collective en concrétisant par une analogie de fonctionnement entre le schéma-ligne nouveau et l'instrument de mesure. Une procédure d'action qui s'appuie sur le fait relevé par N est mise en place par la professeure. Celle-ci peut agir car elle en a eu les moyens épistémiques.

Une quatrième condition dans un mouvement de la dialectique contrat-milieu est mise au jour : dégager des règles d'action communes, à partir des propositions d'élèves.

Mais l'enquête n'est pas terminée. Quelles actions mettre en place pour modéliser la situation représentée ? Autrement dit modéliser cette situation du champ additif en parties-tout (par la boîte et les écritures mathématiques qui en découlent). Quelles modalités mettre en place pour que ces représentations diverses puissent s'organiser en système dans cette situation-là ?

III - SYNTHÈSE ET CONCLUSION

Il n'est pas toujours facile de dire ce que l'on veut dire (Cavell, 2009) : apprendre à parler les représentations, entre elles et dans la situation, est un *travail du problème* qui se joue dans une dialectique contrat-milieu. L'intelligence d'une situation au sein d'un collectif (Quilio, 2022 ; Sensevy, 2021) se manifeste dans l'enquête réciproque que mènent professeure et élèves, et élèves entre eux. Chacun prend en compte ce qui fait signe pour l'autre afin de s'entendre sur la signification de chaque signe et produire des règles d'action pour l'usage d'une forme-représentation relative à une situation spécifique. Dans un Lieu d'éducation associé à la recherche tel que le « LéA-Ifé ACE Réseau écoles Armorique-Méditerranée », un professeur-chercheur se rend capable, grâce au travail d'identifier les difficultés de mise en œuvre de l'ingénierie. Les analyses qui en sont menées collectivement permettent la modification de l'ingénierie pour l'année d'expérimentation suivante.

IV - BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (2004). Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. *Revue Sciences de l'Education, 30* (2), 241-277.

Cavell, S. (éd.) (2009). *Dire et vouloir dire : livre d'essais*. Paris : Cerf.

Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE). (2019). *Didactique pour enseigner.* Presses Universitaires de Rennes.

Collectif Didactique pour Enseigner (CDpE). (Sous presse). *Un art de faire ensemble. Les ingénieries coopératives.* Presses Universitaires de Rennes.

Descombes, V. (1998). La confusion des langues. *Enquête, 6*, 35-54.

Dewey, J. (1993). *Logique : la théorie de l'enquête* (2e éd). Presses Universitaires de France.

Quilio, S. (2022). *La coopération professeurs-chercheurs pour l'accroissement des puissances d'agir. Représenter la pratique pour la comprendre et pour l'améliorer.* Note de synthèse pour l'habilitation à diriger les recherches. Brest : Université de Bretagne Occidentale.

Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir : éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck.

Sensevy, G. (juin, 2021). Quelques idées pour le devenir épistémologique et politique de la TACD. Institutions, textualisation, coopération, analogie paradigmatique, preuves. *Pour une reconstruction de la forme scolaire d'éducation*, communication au 2e congrès de la TACD, Nancy.

Sensevy, G et Mercier, A. (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Presses Universitaires de Rennes.

Tricot, A. et Sweller, J. (2016). La cécité aux connaissances spécifiques. *Éducation et didactique, 10* (1), 9-26.

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne : Peter Lang.

Wittgenstein, L. (2004). *Recherches philosophiques*. Paris : Gallimard.

Titre :	Actes du 49e Colloque de la COPIRELEM Marseille les 13, 14 et 15 juin 2023
Mathématiques et diversité à l'école Aider les élèves Accompagner les professeurs	
Auteurs :	Conférenciers, orateurs de communication et animateurs d'atelier du Colloque, COPIRELEM
Mots-Clefs :	Formation des enseignants, didactique des mathématiques, dispositif de formation
Dépôt légal :	Juin 2024
Nombre de pages :	1000 pages A4
Editeur :	ARPEME
ISBN :	978-2-917294-41-3
EAN :	9782917294413
Public Concerné :	Formateurs de mathématiques chargés de la formation des professeurs des écoles
Résumé :	Cette brochure contient les textes complets des conférences de Teresa ASSUDE, Édith PETITFOUR et Karine MILLON-FAURÉ, de Jacinthe GIROUX et de Christine FELIX, le texte d'ouverture du colloque sur 50 ans d'activités de la COPIRELEM, ainsi que l'intégralité des textes des ateliers et communications du colloque.
Prix :	15 euros

9 782917 294413