« Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ? »

BORDEAUX-BOMBANNES
2, 3 et 4 juin 2008

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

(COPIRELEM)

XXXVe COLLOQUE NATIONAL DES FORMATEURS DE PROFESSEURS DES ECOLES EN MATHEMATIQUES

« Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ? »

BORDEAUX-BOMBANNES

2, 3 et 4 juin 2008

Actes

UNIVERSITÉ MONTESQUIEU BORDEAUX IV

SOMMAIRE

Communications

Dominique Valentin nous a quitté en décembre 2007.

Nous souhaitons lui rendre hommage, au nom de tous ceux qui ont travaillé avec elle, ou qui ont simplement échangé des expériences sur la formation ou l'enseignement dans les colloques de la COPIRELEM

Dans les recherches qu'elle a menées avec l'équipe ERMEL, où après sa retraite dans ses travaux sur les apprentissages mathématiques dans des classes maternelles, Dominique avait à cœur que chaque élève puisse aimer les maths, qu'il puisse découvrir ce monde passionnant.

Avec chaleur Dominique nous rappelait cette double exigence : que les situations élaborées constituent de vrais problèmes pour les élèves et qu'elles soient clairement exposées pour que les maîtres puissent s'en emparer.

Son engagement, sa conviction, sa générosité ont permis à beaucoup de maîtres ou de formateurs de prendre confiance dans leurs propres choix.

Dominique évoquait souvent les premiers colloques de la COPIRELEM. Ils avaient été pour elle des temps forts lors de ses débuts de formatrice. Elle appréciait que ces colloques soient des moments d'échanges, ouverts sur la formation.

REMERCIEMENTS

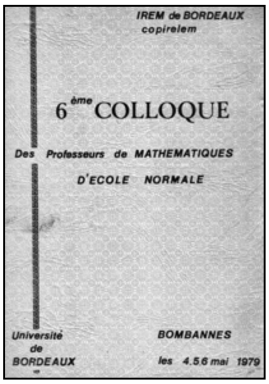
Le comité d'organisation remercie tout particulièrement L'IUFM d'Aquitaine, l'IREM d'Aquitaine, l'ADIREM, l'APMEP d'Aquitaine, le Conseil Régional d'Aquitaine, le Conseil Général de la Gironde ainsi que la MAIF et la MGEN pour leur aide financière et logistique.

PRESENTATION DU COLLOQUE

Joël Briand

Le 35ème colloque, organisé par la COPIRELEM, l'IREM de Bordeaux et l'IUFM d'Aquitaine, a eu lieu les 2, 3 et 4 juin 2008 au centre de Bombannes, près de l'océan atlantique.

Lorsque j'ai proposé à la COPIRELEM d'organiser le colloque à Bombannes, j'avais en tête un précédent colloque, le 6° du nom, qui avait eu lieu en mai 1979 et qui avait été un tournant, un déclencheur chez les formateurs de l'époque. Le projet d'alors était de commencer à élaborer des documents en vue de la formation initiale et continuée des maîtres sur des bases nouvelles. En première page des actes on lisait *« La formation mathématique des enfants exige la mise en œuvre et la conduite par les maîtres de situations spécifiques du concept visé et du stade de développement des enfants. Ces situations ne peuvent pas être trouvées seulement par une simple combinaison de principes théoriques de psychopédagogie et de mathématiques, ni par une simple transmission de pratique des maîtres. Elles sont l'objet avec les formés d'une activité originale, que nous appelons didactique des mathématiques, et qui comporte pour eux des moments propres de réflexion théoriques, d'observations, et de réalisation d'enseignement* ». Ce texte n'a pas pris beaucoup de rides. La théorie des situations se constituait. Elle s'est affinée et a été enrichie par d'autres théories. Une communauté de chercheurs et de formateurs pour l'enseignement des mathématiques s'est progressivement constituée. Les mathématiques disposent maintenant, peut-être plus que d'autres disciplines, d'un potentiel leur permettant d'affirmer que la recherche sur l'enseignement de cette discipline fait partie intégrante des mathématiques.



Les IUFM, après une naissance difficile, ont permis de concilier formation théorique et sensibilisation aux contraintes du terrain.

Ce colloque de Bombannes se devait de rendre hommage à celui qui fut un moteur incontestable de l'essor de la didactique des mathématiques : Guy Brousseau. Je sais que Guy n'est pas l'homme des hommages, aussi, le comité d'organisation a préféré l'inviter en lui demandant de travailler sur un sujet de son choix. Il l'a fait et avec enthousiasme et en cela, le comité, unanime, le remercie.

Aujourd'hui, l'horizon de la formation des professeurs n'est pas clair. La mastérisation pourrait être une occasion unique d'intégrer la didactique des disciplines dans un cursus universitaire si elle n'était pas destinée aussi à recruter un nouveau type d'enseignants : ceux qui, n'étant pas reçus aux concours de la fonction publique, pourraient exercer avec un statut de droit privé. Un colloque sur la formation des professeurs peut difficilement faire l'impasse sur de tels événements, même s'il est surtout un moment privilégié de rencontre entre formateurs afin qu'ils partagent leurs recherches, leurs expériences de formation.

Je laisse le soin à Catherine Houdement, présidente du comité scientifique de présenter le thème du colloque et le contenu des conférences. Je n'évoquerai que la première : c'est lors de l'école d'été de didactique des mathématiques de 2007 que l'idée nous était venue de proposer une conférence d'ouverture qui associe les préoccupations d'un mathématicien passionné de préhistoire et celles d'un didacticien curieux et intéressé par la démarche du premier. Merci à Olivier Keller et François Conne d'avoir accepté le défi.

Je commençais cette présentation par le rappel du colloque de 1979. Qu'il me soit permis d'évoquer une anecdote survenue à l'époque. Je vois encore un formateur arrivant en retard à un atelier que j'animais et dont le thème était la division euclidienne. Ce formateur s'appelait **François Huguet**. Il était entré dans la salle, tout trempé et épuisé : entre midi et deux heures, les vents contraires avaient « propulsé » de l'autre côté du lac cet amateur de planche à voile. Après le récit de cette petite aventure -bien terminée-, par François, ce fut le rire général du groupe. François, cette fois, nous a quittés « pour de bon », fin 2008, un peu trop tôt à notre goût. Il nous manquera, maintenant, l'amateur de jeux mathématiques et le joueur d'échecs de haut niveau. « L'oeuf cube » de la rue Linné, près de Jussieu, a perdu un bon client. Il manquera aussi aux enseignants de la région de Quimper qui revenaient de « ses » stages plein d'entrain et de projets pour leurs classes. Il manque maintenant à tous ses amis de la COPIRELEM. Aujourd'hui, j'ai une pensée pour Annick et leurs filles.

Pour conclure, je dirai qu'un colloque ne s'organise pas seul et c'est toute une équipe qui a permis que celui-ci se déroule dans de bonnes conditions. Merci donc à M'Hammed, gardien des finances, à Marie-Hélène qui a toujours su rappeler à l'équipe les points oubliés, à Patrick et Carine qui ont largement donné de leur temps pour que la distance entre Bordeaux et Bombannes ne soit pas un obstacle insurmontable et pour leur aide logistique. Enfin, un grand merci de toute l'équipe à Pierre Danos, pour ses compétences et la disponibilité et la réactivité dont il a fait preuve pour la gestion du site.

Bonne lecture des actes.

Joël Briand

COMITE D'ORGANISATION DU COLLOQUE

- Joël BRIAND, Maître de Conférences, IUFM d'Aquitaine (Université de Bordeaux 4), DAESL Bordeaux 2.
- M'Hammed ENNASSEF, PRAG, IUFM d'Aquitaine (Université de Bordeaux 4).
- Carine REYDY, Maître de Conférences, IUFM d'Aquitaine (Université de Bordeaux 4).
- Marie-Hélène SALIN, Maître de Conférences, IUFM d'Aquitaine (Université de Bordeaux 4).
- Patrick URRUTY, PRAG, IUFM d'Aquitaine (Université de Bordeaux 4).
- Pierre DANOS, PRAG IUFM Toulouse : responsable du site web du colloque.

COMITE SCIENTIFIQUE

- Catherine HOUDEMENT, Maître de Conférences, IUFM de Haute-Normandie (Université de Rouen), DIDIREM Paris 7. Présidente du Comité Scientifique.
- Joël BRIAND, Maître de Conférences, IUFM d'Aquitaine (Université de Bordeaux 4), DAESL Bordeaux 2.
- Pierre EYSSERIC, PRAG, IUFM de l'Université d'Aix-Marseille, IREM de Marseille, co-responsable de la COPIRELEM.
- Laurence MAGENDIE, PRAG, IUFM d'Aquitaine (Université de Bordeaux 4), IREM de Bordeaux, co-responsable de la COPIRELEM.
- Marie-Hélène SALIN, Maître de Conférences honoraire. DAESL Bordeaux 2.
- Arnaud SIMARD, Maître de Conférences de l'Université de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté, COPIRELEM.

BILAN SCIENTIFIQUE

Catherine Houdement

Président du Comité Scientifique du colloque

Le titre de ce colloque est ***Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ?*** Cette réflexion fera l'objet de deux colloques successifs.
Le titre joue sur la polysémie du mot problème. Les thèmes sur lesquels ont porté ou porteront les travaux ont à voir avec la place et le rôle du problème dans les apprentissages mathématiques, les difficultés des élèves à apprendre des mathématiques et à résoudre des problèmes, les difficultés des enseignants à produire des apprentissages mathématiques effectifs, aussi dans l'enseignement spécialisé.

La conférence d'ouverture était un réel pari, celui de juxtaposer deux chercheurs dans deux domaines a priori éloignés : Olivier Keller, « archéologue » de la géométrie » (Lyon 1) et François Conne, didacticien des mathématiques (Genève). O. Keller infère les régularités des pratiques rituelles des tailleurs à partir de l'observation des bifaces et nous propose des hypothèses sur la genèse de concepts géométriques, que d'aucun pense naturel ou inné. Si O.Keller traque la géométrie en acte dans les productions de la préhistoire, F.Conne traque des germes de géométrie dans les productions d'élèves de l'enseignement spécialisé et s'interroge sur l'intérêt de ce type de recherches pour le didacticien.

La première conférence nous plonge au cœur du signe et de ses significations. Cette analyse du signe sera reprise par Isabelle Bloch (Bordeaux 4), selon Peirce, dans la troisième conférence : avec les élèves en difficulté, les pratiques de résolution de problèmes et des calculs mettent en lumière des malentendus dans l'interprétation des signes mathématiques ; l'intégration d'une dynamique de l'interprétation des signes, partie intégrante du jeu de la situation, offre des perspectives nouvelles.

La deuxième conférence, à trois voix, Denis Butlen (Nantes, IUFM), Monique Charles – Pézard (Paris 12, IUFM), Pascale Masselot (Cergy Pontoise, IUFM) synthétise des recherches sur la formation des professeurs des écoles fondées sur l'observation de pratiques enseignantes. Ces recherches permettent de dégager les mathématiques « données à fréquenter » aux élèves des classes de ZEP, de mettre en avant les contraintes qui limitent les marges de manœuvre du professeur, d'éclairer les formateurs sur les possibilités et les limites a priori de certains dispositifs de formation.

Ces trois conférences sont consignées dans la Brochure des Actes, avec une extension pour la première conférence (texte de François Conne) dans le CD des Actes.

Le colloque comportait aussi des ateliers et des communications. Les ateliers ont proposé aux participants une réflexion initialisée par l'animateur à partir d'un exposé de travaux ou d'un questionnement. Les communications ont présenté, selon l'auteur, des pratiques de formation des Professeurs des Ecoles, des recherches universitaires, achevées ou en cours.

Les textes liés à ces groupes de travail ont été examinés par le Comité Scientifique. Les textes retenus sont disponibles dans le CD des Actes, une fiche descriptive les annonçant dans la Brochure des Actes.

Je ne reviens pas sur la liste des thèmes traités, je laisse le lecteur parcourir les fiches descriptives dans la Brochure des Actes. Je note cependant avec plaisir que tous les niveaux d'école (de la maternelle au début collège) et des thèmes variés mathématiques (numération B3, B4, B6, C1, C3, C6, D1 ; géométrie des figures A4 ; grandeurs C3 ; proportionnalité A5 ; problèmes C5, A1), didactiques (manuels C2 ; raisonnements A1, A7 ; régulations A6), autres (psychologique C6 ; TICE D3, A3 …) ont été abordés, qu'une place particulière a été prise par l'enseignement spécialisé (troisième et aussi première conférences, B2). La formation des enseignants, évoquée dans presque tous les travaux, a eu une place spécifique (D2, D3, B1, B5).

Je tiens ici à remercier vivement les membres du Conseil Scientifique pour leur professionnalisme et leur engagement. Leur immense travail de relecture et de conseils pour la réécriture permet ainsi la mise à disposition de tous, formateurs, enseignants, chercheurs,… de textes riches et variés, pour une meilleure formation à l'enseignement des mathématiques.

Au nom du Comité Scientifique, un grand merci aussi au Comité d'Organisation, qui n'a pas compté son temps pour permettre un travail efficace dans une atmosphère conviviale et un environnement idyllique.

Catherine Houdement

PRESENTATION DES ACTES

Les actes se présentent sous la forme d'une brochure accompagnée d'un cédérom.

La brochure contient : les textes des trois conférences et un résumé présentant chacun des ateliers et communications assurées lors du colloque.

Les comptes-rendus complets des ateliers et communications sont disponibles dans le cédérom.

CONTENU DU CEDEROM

- Texte intégral des conférences
- Comptes-rendus détaillés des ateliers A et B
- Comptes-rendus détaillés des communications C et D.

BONUS :

- Liste des participants avec leur adresse courriel
- Des photos du colloque.

GUY BROUSSEAU INVITE D'HONNEUR.

En tant que l'un des membres fondateurs de la COPIRELEM Guy nous fit le plaisir et l'honneur de répondre à notre invitation. Pour les jeunes générations de formateurs, Guy Brousseau est plus souvent lu que côtoyé. Aussi il nous paraissait important que ce colloque soit aussi le moyen, pour les plus jeunes de l'entendre, de l'apprécier et de le questionner. Guy Brousseau est actuellement professeur émérite à l'IUFM d'Aquitaine. Il est aussi docteur Honoris Causa de l'université de Montréal.

Dès le début des années 70, il s'est imposé comme l'un des principaux chercheurs dans le champ tout nouveau de la didactique des mathématiques, et aussi comme l'un des plus originaux, affirmant avec conviction que ce champ devait être développé comme un champ de recherche spécifique incluant recherche fondamentale et recherche appliquée, mais aussi qu'il devait rester proche des mathématiques.

Sa contribution théorique essentielle au champ didactique est la théorie des situations didactiques, une théorie initiée au début des années 70 et qu'il a continué à élaborer avec une énergie sans faille et une exceptionnelle créativité jusqu'à aujourd'hui.

Dans son exposé de 30 minutes, Guy Brousseau a choisi de mettre l'accent sur les équilibres que doit maintenir un professeur dans sa classe. Cela lui permet de faire se réinterroger sur les rapports entre savoirs et connaissances, sur les glissements méta-didactiques qui s'observent souvent. Pour illustrer son propos, Guy Brousseau commence par faire une analyse détaillée d'une prestation du ministre de l'éducation nationale au grand journal de Canal+ et des suggestions d'une animatrice de l'émission, puis il prolonge cette observation par un rappel de l'expérimentation qu'il avait conduite sur la construction des rationnels et des décimaux à l'école Jules Michelet. Il conclut son intervention en s'interrogeant sur l'adéquation à repenser entre les demandes d'une société et les propositions d'une institution éducative. « Les problèmes de didactique sont des problèmes d'ethno-mathématiques ».

L'exposé complet que nous a fait Guy Brousseau est disponible en Cédérom sur demande au comité d'organisation. Frais à la charge du demandeur.

CONFERENCES

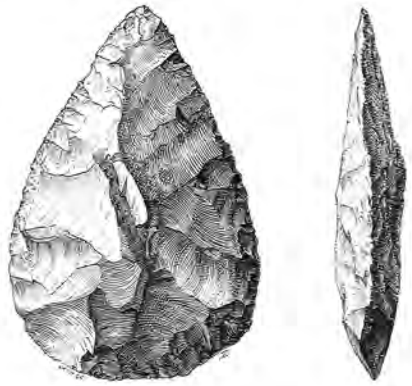
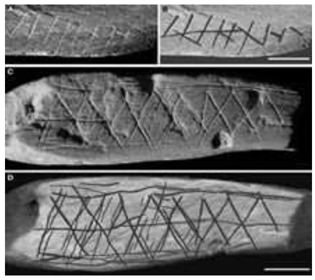
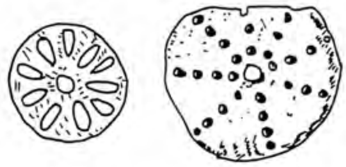
CONFERENCE D'OUVERTURE (PREMIERE PARTIE) « QUE SAIT-ON DE LA GEOMETRIE A SES ORIGINES ? »

O.KELLER
Professeur
IREM de Lyon
Université Lyon 1

« Un point est ce dont il n'y a aucune partie »
« Une ligne est une longueur sans largeur »
« Les limites d'une ligne sont des points »
« Une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elle »
« Une surface est ce qui a seulement longueur et largeur »
« Les limites d'une surface sont des lignes »
« Est solide ce qui a longueur, largeur et profondeur »,
« La limite d'un solide est une surface »
« Une frontière est ce qui est limite de quelque chose »
« Une figure est ce qui est contenu par quelque ou quelques frontière(s) »
telles sont quelques définitions données dans les *Eléments* d'Euclide (vers 300 avant J.-C.), le premier traité de mathématiques au sens actuel du terme. Prises à la lettre, elles ne signifient pas grand-chose, et d'ailleurs elles n'ont aucune utilité dans le développement des *Eléments* ; elles ne sont là que pour signaler de quoi il va être question, elles *désignent* des objets considérés comme évidents (point, ligne, surface, solide, figure) et plus loin des 'demandes' (postulats) *imposeront* des relations entre ces objets évidents (par exemple, « mener une ligne droite de tout point à tout point »).

Mais d'où viennent ces évidences ? En tous cas, c'est la première fois qu'elles sont énoncées et mises en tête d'un traité. Un millénaire et demi avant cela, en Egypte et en Mésopotamie, d'autres écrits, les plus anciens que nous connaissions, traitent savamment de longueurs, de largeurs, de surfaces, mais sans la moindre définition, sans axiome, sans postulat. On observe le même phénomène dans les textes de l'Inde védique (vers -500 au plus tard) et de la Chine des Han (-206 à +220).

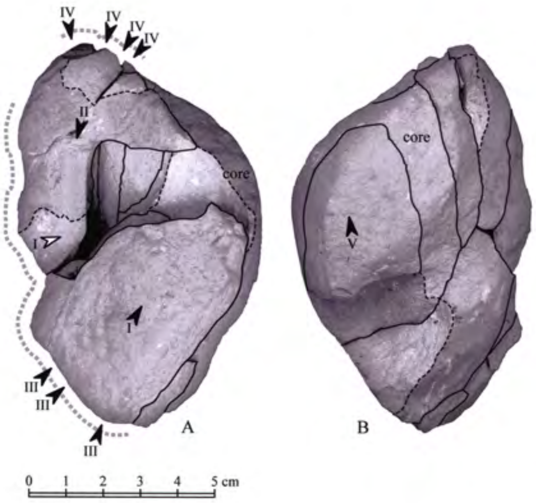
Les évidences dont nous parlons existaient donc bien avant que l'on tente de les définir. On pourrait penser qu'elles ont été découvertes par les scribes, au moment où l'administration des grands empires primitifs provoqua l'essor de la comptabilité et de l'arpentage. L'apparition de la mesure systématique est certainement un moment capital, un bond en avant dans l'histoire de la géométrie ; mais si l'on réduit la géométrie à son sens étymologique de mesure des terrains, alors il faudrait dire que les quatre premiers livres des *Eléments* d'Euclide (presque le tiers du total) ne sont pas de la géométrie. Et surtout, des milliers d'années avant l'apparition d'une quelconque mesure, les humains ont produit des choses telles que celles-ci :

		
Biface, outil typique du **Paléolithique inférieur**, à partir de -1,5 millions d'années en Afrique. Trouvé près d'Aurillac. Datation incertaine.	Plus ancien graphisme actuellement connu. Ocre rouge, Blombos (Afrique du Sud), -77000.	Rondelles d'ivoire. Sungir (Russie), vers -23000.

Ces créations méritent notre attention. Il n'y a rien de comparable dans le monde animal, en dépit des apparences ; ce sont des créations spécifiquement humaines. Je vais essayer de montrer qu'elles témoignent d'une longue *gestation* de la géométrie au sein des sociétés humaines, préalable à sa *naissance* comme science en Grèce antique ; les évidences qui trônent en tête des *Eléments* d'Euclide sont des *acquisitions* du travail réfléchi et de la pensée schématisante propres à notre espèce. Voici donc, en se limitant au Paléolithique et au monde des chasseurs-cueilleurs, quelques réflexions sur une embryologie de la géométrie, qui, je l'espère, donneront au lecteur l'envie d'approfondir la question.

-I-
Sculpture lithique : débitages et façonnages

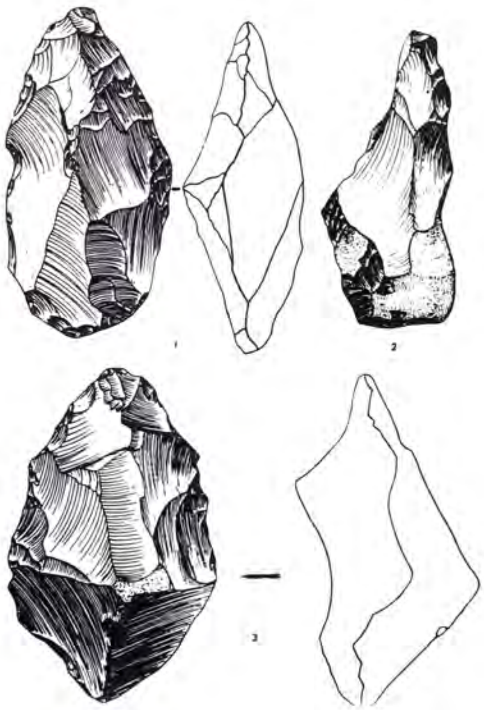
Le propre de l'homme, dès qu'il apparaît il y a quelque 2,5 millions d'années, est d'imposer un ordre, une régularité dans une nature en désordre apparent et dotée d'une diversité qualitative infinie. On le voit dès les premiers débitages pour créer des tranchants, où à défaut de régularité notable dans le produit fini, la frappe est régulière. Ces tout débuts sont peut-être communs à l'homme et à certains australopithèques, mais il est certain que nos cousins bonobos sont incapables de cette régularité élémentaire.
Plus tard, on façonne des galets, d'un seul côté ou des deux, pour obtenir un tranchant à l'intersection de la surface travaillée et du cortex ou à l'intersection des deux surfaces travaillées.



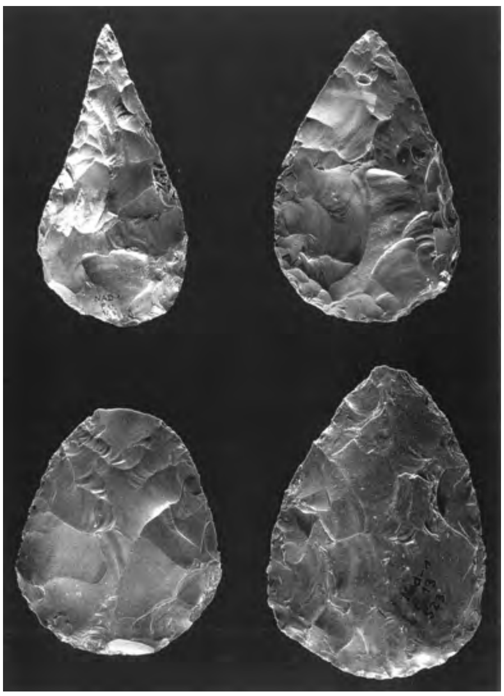
Remontage d’éclats prouvant une frappe régulière. Lokalelei (Kenya), -2,3 millions d’années.

Galet taillé. Hadar (Ethiopie), -2,3 millions d’années.

Viennent ensuite les bifaces, où le geste symétrique crée un pourtour plan, ou plutôt un pourtour qui tend à devenir plan, et deux symétries, l’une en vue de face, l’autre en vue de profil. Les produits finis les plus aboutis, qui méritent le nom d’œuvres d’art, sont complètement préconçus dans une matière première complètement domestiquée quant à la forme ; on y a introduit des grandeurs égales puisqu’il y a une recherche de symétrie, une ligne plane (le pourtour), et peut-être aussi des grandeurs proportionnelles puisqu’il semble y avoir des formes standards.

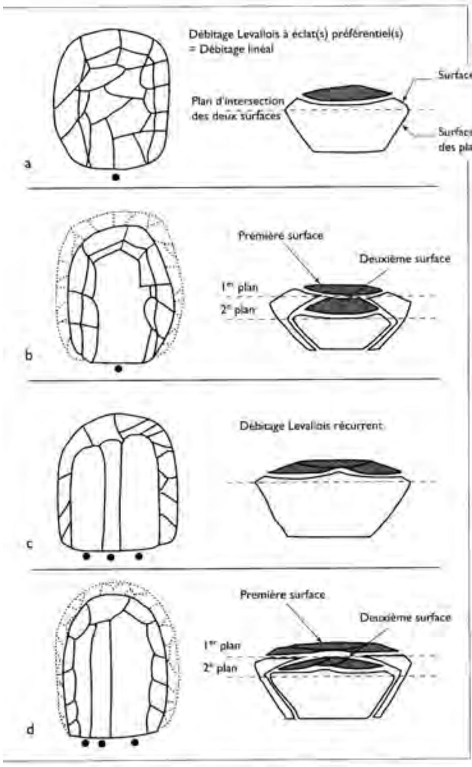
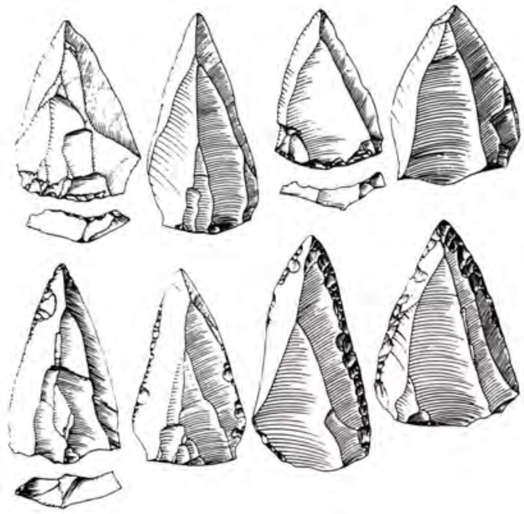


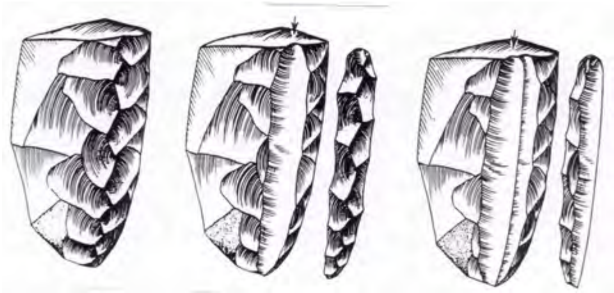
Bifaces grossiers, dits abbevilliens.



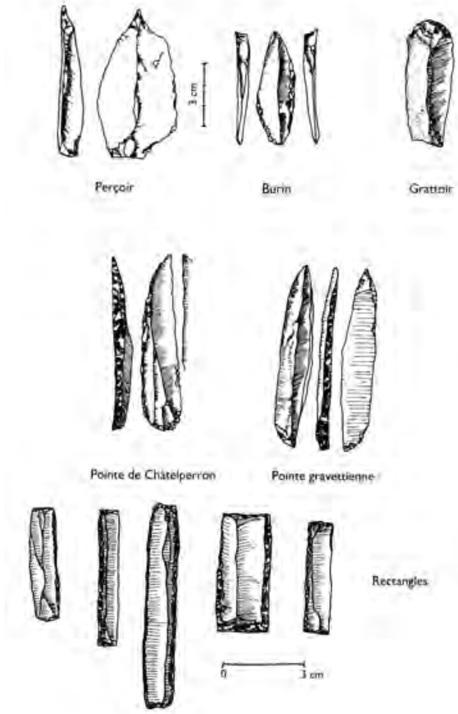
Bifaces. Nadaouiyeh (Syrie), vers -500.000.

On revient ensuite au débitage, mais à un débitage savant, systématique. C’est bien d’un système qu’il s’agit, fondé en effet sur un travail structuré en fonction des trois dimensions de l’espace-matière première : préparation du volume d’abord, détachement d’un éclat mince ensuite, retouche éventuelle des bords enfin. Volume, puis surface, puis ligne, travaillés à la suite l’un de l’autre, alors qu’ils l’étaient en même temps au cours du façonnage des bifaces.

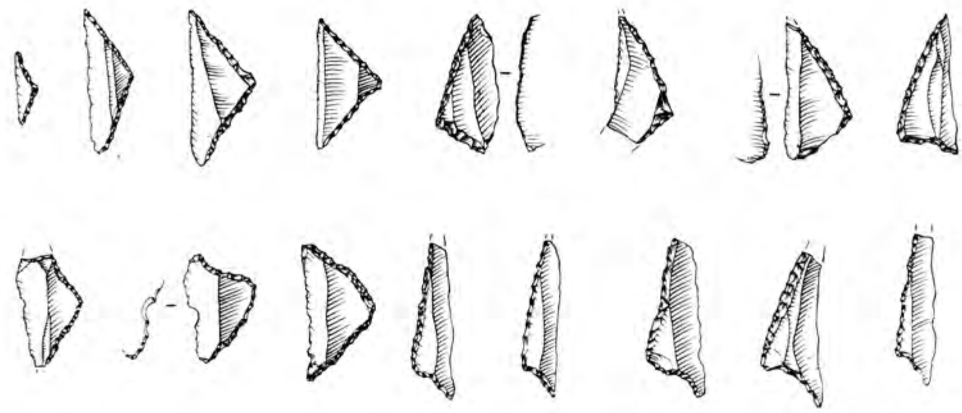
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Principe du débitage Levallois : débitage tranche par tranche d’un (deux premières lignes) ou de plusieurs (deux dernières lignes) éclats de forme (en principe) prédéterminée.
Paléolithique moyen, de -200.000 à -40.000 environ.</td>
<td>Exemples d’éclats Levallois : pointes, retouchées ou non.</td>
</tr>
</table>



Principe du **débitage laminaire**. De gauche à droite : préparation, détachement de la lame de crête, détachement de la première lame.
Paléolithique supérieur, à partir de -40.000.



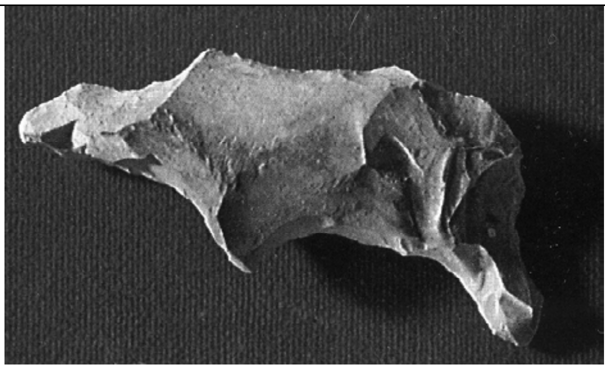
Exemples de lames retouchées.



Exemples de **microlithes géométriques**, issus d'un débitage laminaire. Ce sont des « triangles ». il existe aussi des « segments » (de cercle) et des « trapèzes ».
Fin du Paléolithique supérieur et Mésolithique, de -9000 à -5000 en Europe.

Tout cela s'étend sur plus de deux millions d'années ; on voit clairement un progrès qui allie habileté (manuelle) croissante et prédétermination (intellectuelle) savante, une prédétermination de plus en plus en avance sur le geste immédiat et déconnectée de lui. Avec nos yeux d'aujourd'hui, nous voyons des symétries, des plans, des lignes, des figures. Est-ce bien raisonnable ? Non si l'on entend par là que les concepts de la géométrie euclidienne étaient déjà acquis par nos ancêtres *erectus* et *ergaster* fabricants de bifaces il y a plus d'un million d'années. Oui si l'on voit dans cette sculpture réfléchie de la pierre la création de substrats cérébraux, d'images, de modèles qui se *transformeront* plus tard en concepts.

La ligne, par exemple, n'est d'abord que le tranchant de l'éclat ou du galet taillé, puis le pourtour du biface ; mais déjà, avec le débitage systématique, elle provient de la retouche, c'est-à-dire d'un travail sur une surface *toute prête*, un quasi-*dessin* final, alors que la création du pourtour du biface se fait par la création, *en même temps*, des deux surfaces qui le définissent. On peut dire que le pourtour du biface est *sculpté,* tandis que le front du grattoir, par exemple, est comme *dessiné*. Et il se trouve que l'apparition du graphisme pariétal et mobilier est contemporaine d'une forme déjà très avancée du débitage systématique ; y avait-il donc un lien, dans l'esprit de nos ancêtres, entre la retouche d'un bord de lame et le dessin gravé ou peint sur une paroi ? Cela peut paraître tiré par les cheveux, mais je crois que oui. Car nous avons quelques exemples, peu nombreux il est vrai, d'animaux et de silhouettes féminines taillées dans des plaquettes de silex avec la même technique que pour une retouche laminaire.

	
Animal sculpté dans une lame. Abri du Cap Blanc (Dordogne), vers -15000.	Silhouettes féminines sur plaquettes de silex. Wilczyze (Pologne), vers -13000.

Nous avons là une preuve qu'au moins dans certains cas, une même idée préside au dessin sur la paroi et à la retouche d'une lame : celle d'un quelque chose qui limite un objet en dimension deux, ou en termes actuels : ligne et figure en dimension deux.

-II-
Surface de représentation

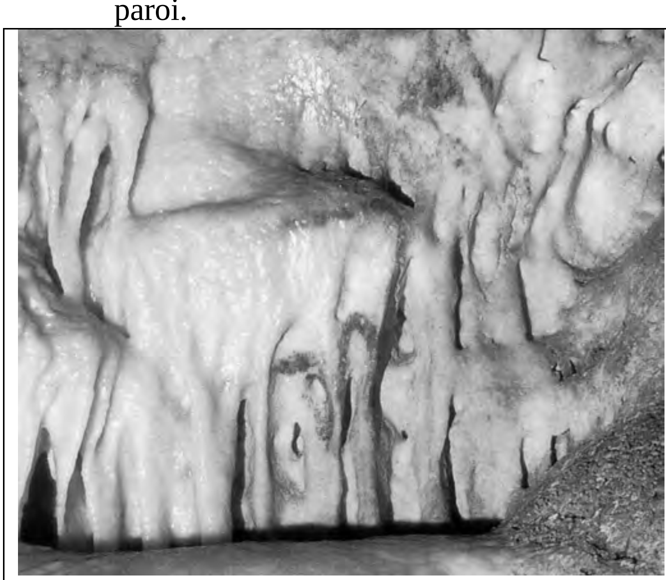
Le passage au graphisme symbolique est un bond en avant considérable ; si notre espèce *sapiens* existe depuis 200.000 ans en Afrique, si elle est signalée vers -100.000 ans au Moyen-Orient et vers -40.000 en Europe, il faut attendre -77000 ans pour voir les premières formes de graphisme en Afrique et -30.000 pour une véritable éclosion, en Europe de l'Ouest, de ce qu'il est convenu d'appeler l'art préhistorique. Le signe graphique ne fut donc pas produit spontanément dés que l'homme est devenu *sapiens*, il fut sans doute au contraire le produit d'une longue maturation intellectuelle, et pour cause : l'ordre imposé dont je parlais plus haut ne se limite plus à la pierre ou à tel ou tel matériau brut, mais elle concerne désormais le monde entier. Le graphisme est le fruit et l'instrument d'une conception globale dont nous pouvons avoir une idée si nous acceptons de rapprocher les sources archéologiques et les sources ethnographiques, c'est-à-dire les chasseurs-cueilleurs de la préhistoire et les chasseurs-cueilleurs récents :

> « D'après les anciens, le paysage fut formé par les actions des Êtres Ancestraux […] A plusieurs endroits les Êtres Ancestraux pénétrèrent directement le paysage après leurs pérégrinations et leurs activités créatrices en laissant derrière eux leur image sur la

surface rocheuse […] En terre d'Arnhem de l'Ouest, les aborigènes établissaient des campements saisonniers dans des abris situés au bas d'escarpements rocheux et ornaient les murs et les plafonds de milliers de mains négatives, ou d'avant-bras et de mains négatifs, ainsi que de peintures monochromes et polychromes. Au moyen de ces marques et de ces peintures ils se liaient étroitement à des sites spécifiques et accédaient directement au pouvoir des êtres ancestraux représentés sous forme animale, humaine ou mythique. »[1]

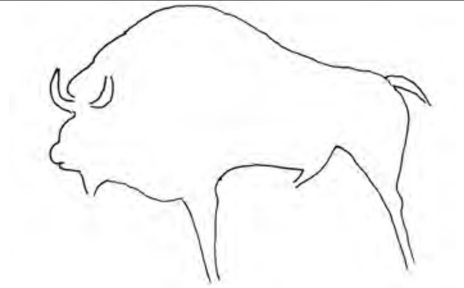
Tout est dit dans ce texte : à côté du monde réel et à portée de main d'homme, il y a le monde surnaturel qui est le monde des pouvoirs sur le monde naturel. De l'un à l'autre, l'accès est immédiat et direct, il n'y a pas de « sas » entre les deux (pas de *no man's land*), pas de temps d'attente (pas de purgatoire). Et pourtant il doit y avoir quelque chose entre ces deux mondes qualitativement différents, quelque chose qui permette le contact et le passage : c'est la paroi de la grotte ou de l'abri. La paroi fonctionne donc comme une surface, même si elle n'est pas conceptualisée comme telle ; de fait, elle ne doit pas avoir d'épaisseur pour qu'il puisse y avoir contact direct. De fait encore, elle doit être un objet étendu pour que la main humaine puisse agir sur elle afin d'actualiser le contact ou le passage. Pensée comme objet sans épaisseur mais avec étendue, elle est un modèle, un objet de référence pour ce qui sera plus tard pensé comme « surface ». Telle est à mon sens la grande création que nous devons à nos ancêtres et qui découle de la première pensée globale du monde, plus exactement de la théorie des deux mondes ; tel est le lointain point de départ de l'art, de l'écriture et de la géométrie en dimension deux.
En entrant un peu plus dans le détail, nous pourrons voir comment ce nouvel objet implicite, la surface de représentation, devient explicite, s'autonomise et finit par changer de caractère en reniant partiellement ses origines.

- L'important est le passage d'un monde dans l'autre, et il peut être figuré sans se placer réellement en dimension deux. C'est le cas bien connu des reliefs naturels peints ou seulement soulignés à la peinture, ainsi sans doute que des bas-reliefs sculptés sur la paroi.

	
Utilisation du relief naturel pour suggérer un mammouth. Grotte Chauvet (Ardèche), -24500 au plus tard.	Bas relief. Grotte de Saint-Font, Domme, Dordogne, fin du Paléolithique supérieur.

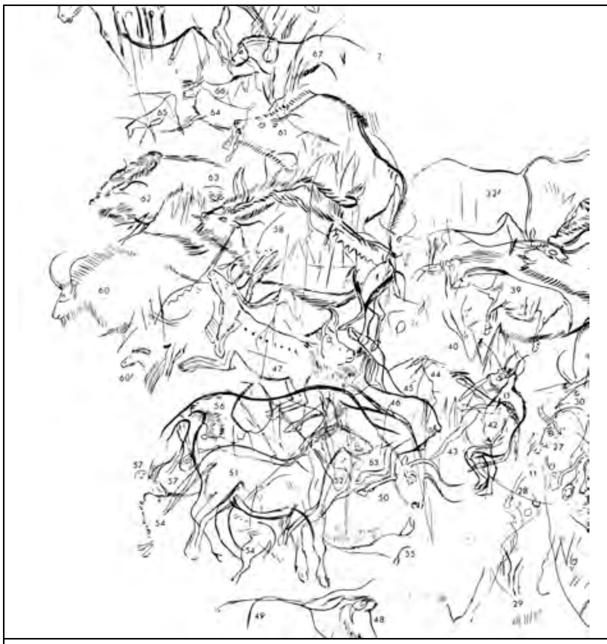
[1] Paul S.C. Taçon, "The Power of Stone; Symbolic Aspects of Stone Use and Tool Development in Western Arnhem Land, Australia," *Antiquity* 65 (1991).

- L’utilisation du relief naturel est relativement rare, et le phénomène novateur n’est pas le bas-relief, mais la représentation en dimension deux. Lorsqu’il est dessiné, l’animal fait corps avec la surface ; il est sensé se trouver tout entier dans le passage, alors qu’avec le bas-relief il y a une partie de l’animal qui est déjà passée et une partie qui n’est pas encore passée. C’est donc bien le dessin, et non la sculpture, qui peut exprimer l’immédiateté, l’instantanéité du changement de monde.
- Le dessin lui-même exprime cela plus ou moins bien. Avec le trompe-l’œil par exemple, on a l’illusion du relief, on voit l’animal en vrai, mais pas son passage ; avec le profil absolu, l’animal est en coupe longitudinale, comme s’il ne laissait qu’une trace sans être tout entier sur la surface : on voit le passage, mais pas l’animal en vrai.
- La solution est de faire coexister plusieurs vues pour avoir le plus possible de l’animal d’une part, tout en restant en dimension deux d’autre part ; c’est ce que l’abbé Breuil appelait la ‘perspective tordue’. La façon très courante de faire cela au Paléolithique supérieur est de rabattre sur la surface certains éléments jugés importants comme les cornes ou les sabots. Dans les âges post-glaciaires, la technique pourra évoluer jusqu’à des rabattements systématiques, ‘perspective étalée’ selon certains auteurs.

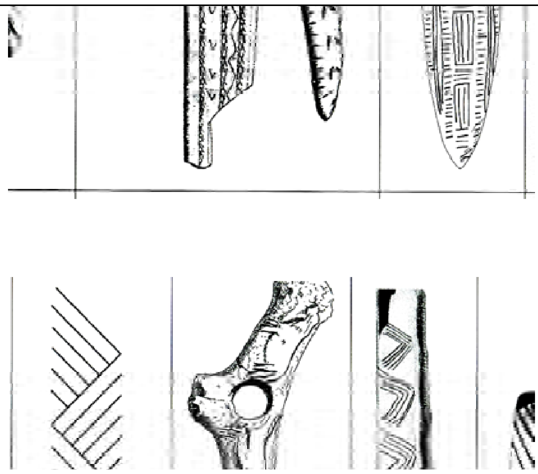
		
Bison gravé. La Grèze (Dordogne), vers -18000. Profil absolu, sauf les cornes représentées en « perspective tordue ».	Buffle gravé, Yémen. Date incertaine. Exemple extrême de « perspective tordue ».	Char gravé, Chine, vers -3000. Ces chars en « perspective étalée » sont très fréquents en Europe et en Afrique également.

- Le rituel de passage d’un monde dans l’autre produit donc une technique graphique, celle du rabattement ; on choisit des vues, parmi une infinité possible, qui devront coexister sur la surface. Du coup, la surface-paroi prend objectivement consistance comme lieu de projections, indépendamment de sa signification mythique-rituelle de lieu de passage ; en tant que lieu de travail réfléchi, la voie est ouverte pour sa cristallisation comme objet autonome dans la pensée.
- A l’origine, selon mon hypothèse, la surface est lieu de passage, sans épaisseur spatiale ou temporelle ; on passe à travers, on n’y reste pas. Une fois réalisé, le graphisme n’existe plus ; seul l’acte compte. C’est ce qui explique la pagaille et les superpositions typiques des grottes ornées du Paléolithique supérieur ; c’est une erreur, à mon avis, de les décrire comme des sanctuaires structurés comme des temples.

  Cependant, cet aspect va lui aussi évoluer et se changer en son contraire. La surface va prendre consistance comme lieu de représentation permanente : lieu de choses qui restent, comme les signes et les décors, et lieu où se déroulent des scènes. Dans les grottes ornées, on a quelques rares cas où les graphismes sont organisés, rompant avec la pagaille qui est de règle et montrant par là que chacun a droit à un minimum de permanence.

	
Superpositions typiques de l’art pariétal. Grotte des Trois-Frères, Ariège, vers -11000.	Cas plutôt exceptionnel d’art pariétal organisé. Grotte de Rouffignac, Dordogne, -11000.

Mais c’est surtout avec les signes et les décors mobiliers que le phénomène est frappant : les signes ne se chevauchent pas et les décors mobiliers sont rigoureusement organisés en frises. Les scènes, pour l’essentiel, n’apparaissent que dans l’art post-glaciaire.



Frises sur os ou sur bois animal. France, fin du Paléolithique supérieur. Il existe sept types de frises, toutes découvertes par nos ancêtres de l’âge glaciaire.

D’où provient ce changement ? De façon générale, toute activité humaine engendre des techniques qui s’autonomisent et se développent indépendamment des motivations de départ. Nous l’avons déjà constaté avec le ‘rabattement’ ; en ce qui concerne la tendance à la permanence de l’objet graphique, permanence qui contredit sa qualité d’expression d’un rite donné à un moment donné, je propose d’y voir une conséquence du geste graphique lui-même. Le dessin est sensé représenter l’instantanéité du passage de l’animal ou de tout autre motif ; mais le geste du dessinateur prend du temps. En théorie, le motif ne fait que passer ; en pratique, il reste sur place le temps de sa confection. Cette contradiction est porteuse d’un changement de sens, puisque la surface *contient* réellement, au moins pour un temps, ce qui est dessiné, peint ou gravé sur elle.

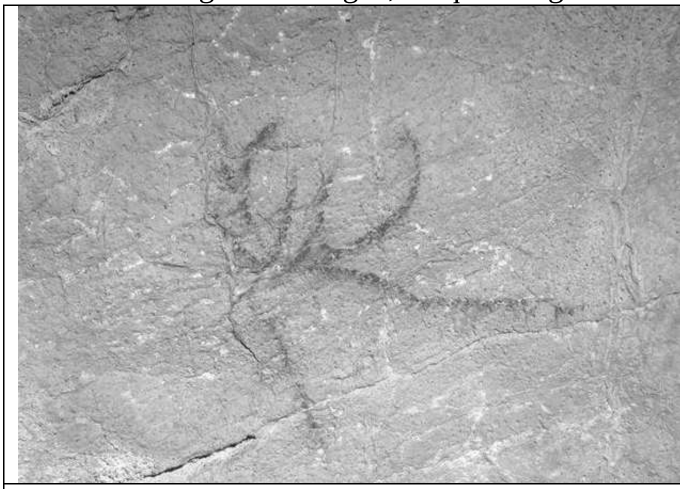
- Avec le décor mobilier en frises, lui aussi dû à un développement formel, indépendant de la signification mythique-rituelle, une nouvelle propriété de la surface apparaît, bien qu'elle ne concerne que les objets et non la paroi : sa structuration suivant deux directions orthogonales.

On voit que ce que nous appelons aujourd'hui surface est *devenu* surface comme conséquence de la pensée et de l'action humaines ; un objet chargé de sens symbolique, sous l'aspect d'une paroi dont on ne s'approche qu'avec une crainte respectueuse, se développe en prenant d'autres sens et en remplissant d'autres fonctions. Un intermédiaire rituel, voile entre les deux mondes, se transforme en objet géométrique, lieu de rabattements et de figures permanentes, et même lieu structuré en 'longueur' et 'largeur' comme on le voit dans le cas de l'art mobilier. Plus tard émergera le concept commun à toutes ces manifestations : ce qui a seulement longueur et largeur.

-III-
Figure en dimension deux

Nous parlerons de la nature et de l'évolution de la figure en dimension deux, avant de dire un mot de son élément essentiel, la ligne.

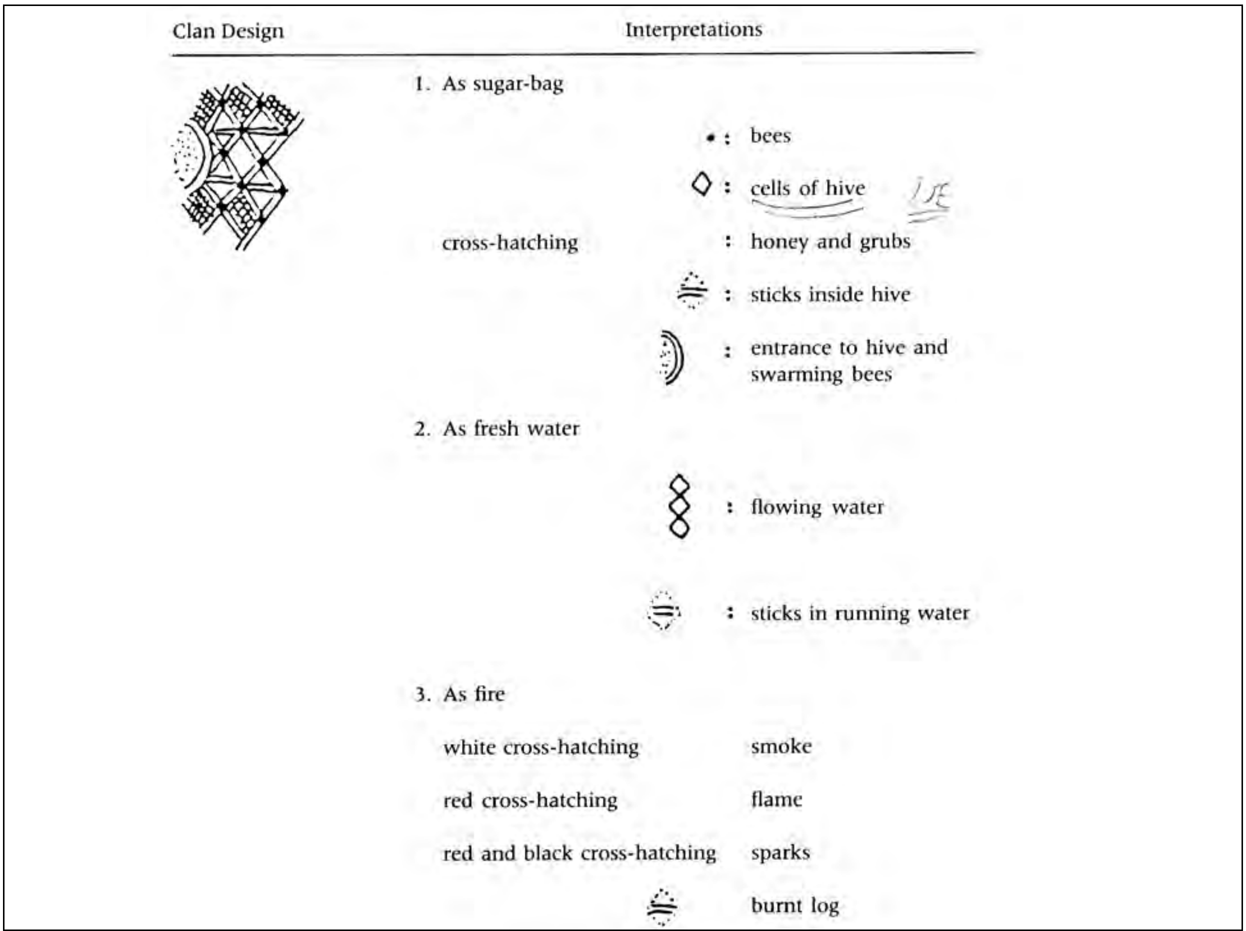
Il importe de souligner le caractère purement symbolique, conventionnel, de ce qui est créé sur la surface, à savoir la figure. Et ceci doublement. D'un point de vue matériel d'abord, puisque sa réalité de dépôt de charbon de bois, de peinture ou de sillon creusé sur la paroi n'a aucun lien physique avec la chose qu'elle est sensée recréer ; le lien est une convention sociale, quelque chose en quoi il faut croire. Du point de vue de la représentation ensuite, puisque l'évidence visuelle[2] est loin d'être la règle. Nous l'avons vu avec la 'perspective tordue', où plusieurs points de vue sont juxtaposés. On le voit encore lorsque la figure se réduit à un fragment de ligne, ou que la ligne se réduit à un pointillé.

	
Esquisse de cervidé. Pech-Merle (Lot), vers -16000.	Bouquetins, dont un en pointillés. Lascaux (Dordogne), vers -15000.

En admettant même que la figure puisse être dans certains cas une représentation évidente, dans la mesure où elle serait une copie de l'image des objets sur la rétine, elle est donc plutôt, en règle générale, pur schéma conventionnel. La raison d'être de la figure est de signaliser, de

[2] A supposer que ce soit bien une 'évidence' ; je pense plutôt qu'il s'agit, comme le reste, d'une construction.

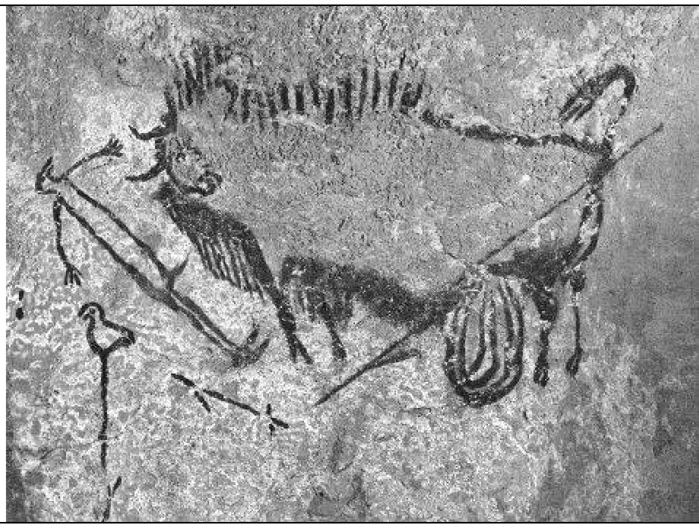
schématiser, et non de photographier ; le fait est particulièrement frappant chez les aborigènes australiens du désert central, pour qui un ensemble de tirets et de cercles peut avoir à peu près toutes les significations figuratives que l'on veut. Cela montre par la même occasion qu'il est vain de chercher à interpréter les signes des grottes ornées préhistoriques, et même de faire une distinction rigide entre signes et figurations reconnaissables.



Différentes interprétations d'un même motif de clan dans la " tribu de la Terre d'Arnhem (Australie du Nord)"

En tant que schéma signifiant, la figure peut donc se remplir de n'importe quel sens ; elle est polysémique. A l'inverse, une même chose peut avoir plusieurs schématisations, comme on le voit chez les aborigènes. Il y a donc, objectivement, séparation entre la figure et le sens, séparation extrêmement importante pour la constitution future d'une science autonome de la figure. Mais en attendant, le sens est capital ; le schéma, le signe, est la chair de la chair de ce qu'il symbolise, à tel point que le voler peut être puni de mort. Dans la tribu de la Terre d'Arnhem (Australie du Nord), les motifs les plus secrets sont appelés d'un mot qui signifie *connexion* : nous sommes toujours dans le cadre de la pensée des deux mondes connectés, mis en contact par le graphisme, nous sommes encore très loin d'une science autonome de la figure.

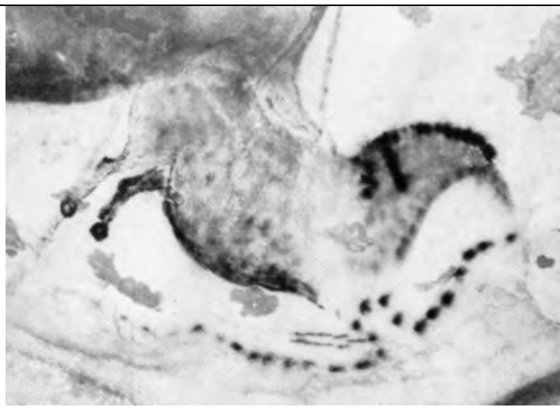
Passons au problème de la ligne. Lorsque le sujet est peint, lorsqu'il apparaît en négatif comme dans les « mains négatives » ou lorsqu'il est sculpté dans une lame, il y a bien une ligne au sens abstrait du terme, à savoir la limite de l'étendue peinte ou le bord de la lame sculptée ; mais comme telle, comme « limite d'une surface » (Euclide), elle est impalpable.



Main négative. Pech-Merle.	Scène du puits, Lascaux.

Lorsqu'au contraire on « mène une ligne », ainsi qu'Euclide nous y autorise, c'est-à-dire lorsque le sujet est dessiné, la ligne est palpable, mais elle n'est pas une vraie ligne. C'est le tracé linéaire dessiné ou gravé, cette vraie-fausse ligne qui doit retenir maintenant notre attention ; car le tracé linéaire objectivise, rend palpable l'élément essentiel, l'élément créateur de la figure qu'est le contour, la frontière par essence impalpable : « une figure est ce qui est contenu par quelque ou quelques frontières » et « une frontière est ce qui est limite de quelque chose » (Euclide). Il est vrai qu'il existe des tracés linéaires qui sont des figures et non des limites de figures ; par exemple, la probable lance de la 'scène du puits' de Lascaux, les tirets des aborigènes australiens qui peuvent être aussi des lances, une ligne ondulée qui représente un serpent etc. Mais je m'intéresse ici au tracé linéaire frontière, à la vraie-fausse ligne dont la raison d'être est de renvoyer à autre chose qu'elle-même, à savoir son intérieur. C'est une invention remarquable, d'une souplesse à toute épreuve, capable de *donner forme* un contenu quelconque. Elle est bien une invention, un produit du génie humain de la schématisation ; même si l'on croit que le sujet entièrement peint est la copie de l'impression rétinienne, on ne peut évidemment rien dire de tel du contour, absolument invisible.

Avec le tracé du contour, nous sommes à nouveau dans le monde silencieux de la technique, comme dans le cas de la taille des outils de pierre ; car si la figure, comme nous l'avons vu, a nécessairement un ou plusieurs sens, la ligne qui la crée, par elle-même, indépendamment de l'« intérieur » auquel elle renvoie, n'en a aucun. *Le* trait ne signifie rien ; mais *tel* trait prend un sens parce qu'il désigne *telle* figure qui elle-même désigne *tel* objet en tel lieu et à tel moment. Contrairement à la figure donc, la ligne n'a pas un sens symbolique dont elle doive se débarrasser avant de devenir un objet géométrique autonome ; si elle doit se débarrasser de quelque chose, c'est de sa *fonction* de contour. Elle doit être « décollée » de la figure. Il semble que l'on tende déjà vers ce détachement lorsque des lignes paraissent accompagner des figures, comme pour exprimer leur mouvement et non plus leur contour (figure ci-dessous).

	
Les lignes en pointillé ne sont pas un contour, mais un schéma de l'animal. Ivoire de mammouth, Sungir (Russie), vers -23000.	La ligne en pointillé au dessous du cheval est un trait de sa forme générale. Lascaux.

Je me demande par ailleurs si un élément déterminant pour l'autonomisation de la ligne n'est pas le calcul des mesures dans les empires primitifs, puisqu'une surface ou un volume, s'ils sont calculés, dépendent de mesures linéaires.

Le tracé linéaire, c'est bien connu, n'est pas une vraie ligne. Il existe toutes sortes de tracés, du presqu'invisible au plus épais. Les préhistoriques ont-ils ressenti la contradiction, ont-ils cherché à suggérer une vraie limite ? La question peut se poser, car tout se passe comme si le trait cherchait à se rapprocher de son concept en disparaissant sans faire disparaître la figure, comme s'il s'excusait d'être là. Il le fait en devenant en quelque sorte schéma de schéma. Un premier procédé est de faire un fragment de contour, une esquisse souvent magnifique restreinte à un dos, une tête ou une patte ; un second procédé est de faire un contour pointillé par une série de taches successives. Le tracé linéaire, s'il n'est pas une vraie ligne, *fonctionne* comme une ligne ; peut-on dire la même chose des taches qui, si elles ne sont pas des vrais points, fonctionneraient cependant comme tels ? Je crois que oui, car ils sont là pour que l'œil aille de l'un à l'autre et rétablisse ainsi la ligne ; éléments discrets, leur rôle est de suggérer un mouvement continu dont ils sont les traces fossiles. Alors que dans le cas d'une esquisse, le fragment de contour est mentalement *complété* par le spectateur, le mouvement de l'œil qui rétablit la ligne à partir d'un pointillé *efface* celui-ci du même coup. Les pointillés plus ou moins épais ne sont donc pas des morceaux de la ligne, mais des traces de son élément générateur ; c'est ce qui me fait dire qu'ils fonctionnent comme points.

Au cours de notre promenade aux temps paléolithiques et dans le monde des chasseurs-cueilleurs, nous avons vu l'homme imposant un ordre à la matière brute d'abord, au monde entier ensuite, créant et développant dans ce contexte des germes idéaux de surface, de figures, de lignes, de points, de structures.

Le chemin est encore long pour arriver à Euclide. A partir du Néolithique, on fabriquera un nouvel ordre du monde et on inventera les figures standards en dimension trois. Dans les grands empires primitifs, on inventera le calcul des mesures, puissant moyen d'écarter des objets géométriques un sens symbolique éventuel, et de créer un monde à part, fait d'objets qui s'engendrent les uns les autres au moyen de décompositions et de recompositions. Enfin avec la naissance de la philosophie, pensée de la pensée, un changement radical se fait jour ; Aristote, au début de sa *Physique,* le décrit avec une concision admirable :

"Connaissance et science se produisant, dans tous les ordres de recherches dont il y a principes ou causes ou éléments (en effet nous ne pensons avoir saisi une chose que lorsque nous avons pénétré les causes premières, les principes premiers et jusqu'aux éléments), il est

> donc clair que, dans la science de la nature, il faut s'efforcer de définir d'abord ce qui concerne les principes."

Il s’agit à la fois de la rupture entre la pensée et la chose pensée, puisqu’il y a les choses d'un côté et la connaissance qui les "saisit" de l'autre, et d’une division entre différentes branches du savoir ou "ordres de recherches" caractérisées par des principes spécifiques. Chaque branche est donc caractérisée par des principes que l’on doit s’efforcer de *définir*, mais également de faire fonctionner comme *causes premières*, ce qui signifie dans l’esprit d’Aristote que la connaissance, pour mériter ce nom, doit être un *ordre*, un *système déductif* à partir des principes. C’est ainsi qu’est né, en retravaillant tout ce que nous avons décrit, l’« ordre de recherches » appelé mathématiques et partiellement consigné dans les *Eléments* d’Euclide. Nous avons dans ce chef-d’œuvre l’un des plus beaux rejetons de la philosophie grecque, considéré pendant des siècles comme un modèle universel de rigueur, et pour cette raison jalousé, imité parfois, par les autres « ordres de recherches ».

-oOo-

Pour en savoir plus

Les Eléments d’Euclide

Euclide. *Les Eléments. Volume 1. Introduction Générale, Livres I à IV*. Trad. Bernard Vitrac. Paris: PUF, 1990.
Les Eléments. Volume 2. Livres V à IX. Trad. Bernard Vitrac. Paris: PUF, 1994.
Les Eléments. Volume 3. Livre X. Trad. Bernard Vitrac. Paris: PUF, 1998.
Les Eléments. Volume 4. Livres XI-XIII. Trad. Bernard Vitrac. Paris: PUF, 2001.

Préhistoire de la géométrie

Keller, Olivier. 2004. *Aux origines de la géométrie. Le Paléolithique et le monde de chasseurs-cueilleurs*. Paris: Vuibert.
Keller, Olivier. 2006. *La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations*. Paris: Vuibert.

Ouvrages généraux sur la préhistoire

Coppens, Yves, et Pascal Picq, eds. 2001. *Aux origines de l'humanité. De l'apparition de la vie à l'homme moderne*. Paris: Fayard.
Jelinek, Jan. 1978. *Encyclopédie illustrée de l'homme préhistorique*. Trad. Cathaly. 4° ed. Paris: Gründ.

Outils lithiques

Demars, P.Y., et P. Laurent. 1992. *Types d'outils lithiques du paléolithique supérieur européen*. Paris: Presses du CNRS.
Leroi-Gourhan, André. 1964. *Le geste et la parole. Technique et langage*. Paris: Albin Michel.
———. 1965. *Le geste et la parole. La mémoire et les rythmes*. Paris: Albin Michel.
Piel-Desruisseaux, Jean-Luc. 1990. *Outils préhistoriques. Forme, fabrication, utilisation*. Paris: Masson.

Art de la préhistoire et des chasseurs-cueilleurs

Boas, Franz. 2003 (1927). *L'art primitif*. Trad. C. Fraixe, M. Benguigui. Paris: Adam Biro.

Caruana, Wally. 1994. *L'art des aborigènes d'Australie*. Trad. L. Bessière. Paris: Thames & Hudson.
Leroi-Gourhan, André. 1971. *Préhistoire de l'art occidental*. Paris: Mazenod.
Lorblanchet, Michel. 1999. *La naissance de l'art. Genèse de l'art préhistorique dans le monde*. Paris : Errance.
———. 1995. *Les grottes ornées de la préhistoire. Nouveaux regards*. Paris: Errance.
Morphy, Howard. 1991. *Ancestral connexions. Art and an aboriginal system of knowledge*. Chicago et Londres: The University of Chicago Press.
Nougier, Louis-René. 1993. *L'art de la préhistoire*. Paris: Le Livre de Poche.
Roussot, Alain. 1977. *L'art préhistorique*. Bordeaux: Sud Ouest.

-oOo-

CONFERENCE 1 (SECONDE PARTIE) « COMMENT Y DONNER DES INTERPRETATIONS DIDACTIQUES ? »

F.CONNE
Maître d'enseignement et de recherche
Université de Genève

Le compte rendu de ma conférence comporte deux parties. Dans la première partie, ci-dessous, j'expose le cadre général de ma démarche. Cette partie comporte trois sections. Dans la première, j'expose mes préoccupations. Dans la seconde, j'indique mes entrées dans l'étude de O. Keller qui sont au nombre de quatre et que j'ai intitulées : *Autonomie et caractère symbolique* ; *Formes rituelles et mythiques, Théorie des deux mondes* ; et *Évidences et expériences*. Je développe particulièrement cette dernière qui servira de fil rouge au développement exposé dans le document annexe. Dans la troisième section, j'expose schématiquement le raisonnement qui dirige mon interprétation de ses travaux.

Dans la seconde partie, enregistrée en annexe sur le Cd-rom associé à ces actes, j'approfondis et je développe mon propos, allant jusqu'à l'évocation de quelques unes de mes propres recherches. Par cette démarche, je tente de mettre en regard mes propres recherches avec ce que je retiens des études d'O. Keller. Je le fais sur trois plans distincts au moins, à savoir : la question de l'évidence, celle de l'autonomie des signes et enfin celle de l'analyse des productions. La première section de cette annexe s'intitule : *Autonomie des signes, théorie des deux mondes, formes rituelles et mythique.* J'y présente quelques citations extraites des livres de O. Keller marquant le cadre des liens que je fais entre son étude et ma problématique de recherche (étude de la didactique des mathématiques sur le terrain de l'enseignement spécialisé). Ces citations sont versées en appoint à la première partie, et tout particulièrement à la question du caractère symbolique des activités scolaires. La seconde section de l'annexe s'intitule *: Évidences et échanges didactiques*. J'y reprends la problématique de l'évidence esquissée dans la première partie en la rapportant à la *dynamique de l'échange didactique* et *l'exploration par expérience*. La troisième partie s'intitule : *Explorations d'un champ d'expériences géométriques dans l'enseignement spécialisé.* J'approfondis la mise en relation des études de O. Keller avec les miennes et à ce propos je donne quelques exemples de recherches effectuées sur le terrain de l'enseignement spécialisé.

Je remercie vivement J. Briand, C. Houdement et P. Masselot qui nous ont invités à faire part de nos études, ainsi qu'à O. Keller pour s'être volontiers prêté à cet exposé à deux. Ma grande reconnaissance à M.-H. Salin pour les critiques et conseils avisés qu'elle m'a fait pour cette rédaction.

I. Ce que je vais chercher et que je trouve dans l'étude de O. Keller

1. Mes préoccupations

Une part de mon travail de recherche en didactique des mathématiques est dévolue au travail théorique. La question de l'interprétation didactique et celle de l'interprétation en didactique des mathématiques y occupent une place centrale. Ma contribution à cette conférence consiste à ouvrir la 2ème question posée dans le titre et à proposer un cadre pour y répondre (texte imprimé) ainsi qu'en indiquer quelques pistes (Cd-rom).

Il est clair que l'interprétation est une entreprise risquée, risquée pour moi tout d'abord tant le contexte des questions didactiques est éloigné des questions de préhistoire, risquée pour O. Keller ensuite puisque cela met ses résultats à l'épreuve de considérations qu'il avait pu, dans un premier temps, écarter (pp. 28-37 tome 1). Une telle entreprise pourrait aussi être perçue comme agaçante et par les didacticiens, et par les historiens, qui pour une fois se rejoindraient sur l'idée qu'il conviendrait mieux de ne pas se fourvoyer à vouloir rapprocher des domaines si séparés. Ajoutons à cela que, comme je l'ai annoncé, mon interprétation s'oriente sur la question de l'expérience. Certes il faudrait s'entendre sur l'acceptation de ce terme pour le moins polysémique et sujet à bien des confusions, malentendus voire controverses. La thèse que je défends est que pour la didactique, en la matière rien ne va de soi. Voilà qui n'est pas fait pour atténuer les réticences.

Mon intérêt pour la thématique de l'expérience ne date pas d'aujourd'hui. Une formule réunit mes préoccupations : Pour ce qui concerne leur enseignement et leur apprentissage, qu'est-ce que les mathématiques et les expériences du monde peuvent s'apporter mutuellement ? En termes peirciens, ma question est centrée sur le rôle d'interprétant que les mathématiques sont amenées à jouer, tantôt pour mieux nous les faire connaître, tantôt pour nous aider à connaître le monde. Cela dit, si les mathématiques peuvent être utiles à mieux connaître le monde, elles le peuvent de deux manières différentes encore :

> Soit en le mathématisant, en y injectant en quelque sorte les règles qui régissent les systèmes mathématiques, autrement dit en y inscrivant la marque de nos mathématiques. Par exemple lorsque, consulté par C. Lévi Strauss, A. Weil propose de « modéliser » certains systèmes de parentés par des groupes finis simples (cf. Cl. Lévi-Strauss, 1967, p. 127).
>
> Soit en nous permettant d'identifier ce qui dans l'expérience du monde est susceptible de mener à des connaissances mathématiques, autrement dit en trouvant dans le monde des logiques analogues à celles des mathématiques. Par exemple en examinant en quoi la pratique du pliage de papier est susceptible d'introduire à certaines notions géométriques, comme celles de bissectrice, de médiatrice et de symétries axiales, ou encore en étudiant en quoi le jeu de dessiner des étoiles sans lever son crayon renvoie aux relations de primalité et de divisibilité des nombres entiers.

O. Keller vise beaucoup plus, puisqu'il nous invite à une enquête sur la naissance de la géométrie. Cela dépasse mes préoccupations. Néanmoins son travail et ses propositions sont susceptibles de m'apprendre beaucoup de choses. Ainsi, par exemple, dans son analyse de l'art de la pierre taillée et son évolution, il montre comment on y voit s'opérer dans et par le travail, la différenciation des trois dimensions spatiales, et l'émergence de l'importance donnée à la ligne. C'est-à-dire la rencontre dans la logique de cette fabrication d'une part du système d'évidences posé au départ du traité d'Euclide. Notez qu'il s'agit bien de *logique de fabrication* et en aucun cas *de règles de l'art*. Et ce, quand bien même il se trouve actuellement des experts qui savent produire des objets analogues, et que, grâce à de telles simulations, il est possible d'en apprendre plus sur ces logiques elles-mêmes.

La dimension expérimentale en didactique est toute symbolique[3]. Cela ne veut pas dire pour autant qu'elle serait superflue. Toute symbolique qu'elle soit, l'expérience intervient de manière significative dans tout apprentissage. À cela s'ajoute que l'expérience nous semble non reproductible, ou plutôt que son impact et ses répercussions sur les esprits nous semblent hors de portée de la didactique. Cela étant, je me pose la question de savoir comment penser une telle reconduction nécessaire de l'expérience. Sous cette question je me demande d'une part comment on expérimente les mathématiques et de l'autre comment on mathématise ce que l'on connaît par expérience.

Si je pousse un peu plus loin l'analyse, je suis séduit par la reformulation de tout ceci en trois questions conjointes :

a) Quelle sorte d'expérience procure aux élèves et enseignants la pratique des mathématiques scolaires ? Je me demande ainsi quelle expérience c'est donc d'apprendre à calculer, à dessiner et analyser des figues comme on le fait en géométrie, à mener des raisonnements rigoureux.

b) Comment des expériences d'autres sortes que proprement mathématiques, et même peu conformes à ce que l'école préconise, pourraient contribuer à aider des élèves qui, pour une raison ou pour une autre, accusent un gros retard scolaire ? Est-ce que cela pourrait nous aider à rendre leur parcours scolaire moins obligé ?

c) Comment peut-on mathématiser des choses dont on a par ailleurs l'expérience et pourquoi le ferait-on ? Cette question se pose de manière très aigue à chaque fois que l'on demande aux élèves de travailler sur des choses qu'ils connaissent par ailleurs, dont ils sont familiers, et pour lesquelles ils ne voient pas ce que pourraient apporter les rigueurs et contraintes que se donnent les mathématiciens. Le rapport à tout ce qui semble perceptivement évident en géométrie par exemple. Notez que, à contrario, la mathématisation d'un champ d'expérience, par exemple les systèmes de parenté australiens, peut y donner accès aux personnes non introduites, comme c'est le cas pour nous qui sommes d'une toute autre culture. De très nombreux exemples sont donnés par la littérature ethnographique. Mais il en va de même chaque fois que des modèles mathématiques ont pu être développés pour expliquer telle ou telle catégorie de phénomènes. Or souvent, à l'école, ceci ne va pas au-delà d'une simple invocation. Le champ d'expérience invoqué se dissipe très vite au profit des mathématiques, plus abstraites et générales. Les exemples du pliage et des tracées d'étoiles semblent éloquents : d'un côté, la pauvre exploitation des pliages et des figures d'étoiles à l'école primaire, alors qu'on les évoque tellement volontiers dans le commentaire des premières leçons portant sur la symétrie ou les formes polygonales; de l'autre, la pauvreté des activités

[3] Ici une note très importante pour mon propos qui sera répétée dans la suite du texte! Dans cet exposé, j'entends le vocable *symbolique* en m'inspirant de la sémiotique peircienne. Quelque chose peut être signe pour des significations d'autres choses qu'elle-même, et si de telles significations « collatérales » s'imposent à notre esprit, je dirais qu'elles sont symboliques. Quelque chose est symbolique en quoi contrastent des significations obéissant à des nécessités (des logiques) différentes. Dans mes propos, l'adjectif symbolique ne rend pas compte de ce qui fait qu'une chose est un symbole mais il caractérise plutôt ce qui en résulte : ici, le terme « symbolique » caractérisera un ordre de signes, celui des symboles, et les jeux qui s'y développent. Je m'explique. Ce qui pour Peirce fait qu'un signe est symbole tient au fait que ce signe impose à notre esprit quelques interprétants, c'est ce caractère de nécessité qui constitue le critère peircien. Ma définition du terme symbolique comporte explicitement cette clause. Toute fois elle ne définit pas le terme « symbole » lui-même mais bien le sens que j'entends donner au qualificatif « symbolique ». Ici, et dans un esprit tout à fait pragmaticiste, je me situe au-delà de ce qui fait que quelque chose est un symbole pour examiner ce qui en découle.

mathématiques que l'on propose en géométrie au regard de celles que l'on pourrait proposer en leçons de travaux manuels en y enseignant quelques rudiments de l'art de l'origami ou des entrelacs. Mais de ceci même je ne suis pas fermement assuré, il se peut que je sois sujet à une illusion. Comment y voir plus clair ?

Ces questions sont pour moi sensibles et rencontrent la thématique de la transposition didactique et tout particulièrement le caractère symbolique attaché aux phénomènes de transposition didactique.

2. Quelques traits essentiels du travail de O. Keller

Aucune des entrées ci-dessous ne m'intéresse pour elle-même, mais bien le système qu'elles font ensemble. (En référence à cela, des citations des livres de O. Keller sont données au §1 de l'annexe du Cd-rom).

Autonomie et caractère symbolique
Ce que je retiens en premier des livres de O. Keller sont l'autonomie que gagnent progressivement les signes graphiques et, à un tout autre niveau, au bout de l'évolution qu'il examine, l'accès de la géométrie elle-même, en tant que science mathématique, à une d'autonomie. Il n'y a pas de lien de cause à effet entre ces deux moments d'autonomisation, ni d'autre lien direct et simple. Ce qu'il y a de commun entre les deux se réduit essentiellement au fait que leur autonomie est liée au caractère symbolique[4]. Or ce caractère est aussi essentiel pour tout ce qui concerne les réalités didactiques.

Formes rituelles et mythiques
Dans le très long processus que l'auteur cherche à retracer interviennent les dimensions rituelles et mythiques associée à la compréhension et l'explication du monde et en particulier à tout ce qui concerne les pouvoirs de transformation et d'aménagement que l'homme exerce sur le monde, parmi lesquels il faut aussi compter la compréhension et l'explication.

Théorie des deux mondes
Un des points clés de l'exposé de O. Keller dans ses ouvrages a trait à ce qu'il appelle la théorie des deux mondes, c'est-à-dire à la prise en compte par les hommes de relations entre l'environnement dans lequel l'homme se trouve et les milieux qu'il s'y aménage intentionnellement, les relations entre création du monde par les dieux et transformation du monde par l'homme.

Évidences et expériences
O. Keller a centré son exposé sur la question des évidences posées au départ des éléments d'Euclide. Afin de bien articuler mon exposé au sien je me permets ci-dessous un assez long développement. Dans sa contribution O. Keller engage son propos en citant quelques unes des premières définitions que l'on trouve dans les *Éléments* d'Euclide, et qu'il qualifie d'*évidences* :

« "Un point est ce dont il n'y a aucune partie"
"Une ligne est une longueur sans largeur"
"Les limites d'une ligne sont des points"

[4] Cf. note 1 ci-dessus.

> "Une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elle"
> "Une surface est ce qui a seulement longueur et largeur"
> "Les limites d'une surface sont des lignes"
> "Est solide ce qui a longueur, largeur et profondeur"
> "La limite d'un solide est une surface"
> "Une frontière est ce qui est limite de quelque chose"
> "Une figure est ce qui est contenu par quelque ou quelques frontière(s) "
>
> Telles sont quelques définitions données dans les *Eléments* d'Euclide (vers 300 avant J.-C.), le premier traité de mathématiques au sens actuel du terme. Prises à la lettre, elles ne signifient pas grand chose, et d'ailleurs elles n'ont aucune utilité dans le développement des *Eléments* ; elles ne sont là que pour signaler de quoi il va être question, elles *désignent* des objets évidents (point, ligne, surface, solide, figure) et plus loin des 'demandes' (postulats) énonceront les relations évidentes qui existent entre eux. »

Notons, pour ne pas l'oublier ensuite, que les définitions qu'il cite s'organisent selon une hiérarchie qu'en parler moderne on nomme dimension et que l'on numérote : 0, 1, 2 et 3. Nous avons donc affaire non pas à des évidences isolées mais bien à des *systèmes d'évidences*. Il est aussi reconnu dans notre monde moderne que l'expérience est susceptible d'établir de nouvelles évidences, et même qu'elle peut bousculer ce qui jusqu'alors avait pu passer pour des évidences. Les évidences ne sont donc pas d'immuables absolus. O. Keller avance aussi deux choses. Premièrement que le contenu des définitions présentées ne sera quasiment d'aucune utilité dans le développement des *Éléments*, secondement, que le système porte en lui dès son origine les éléments de sa remise en cause. Je cite (Conclusion générale tome 2, p. 307) en soulignant la manière dont il exprime ces idées :

> « Pendant des millénaires, jusqu'aux Grecs inclus, <u>la figure et le nombre s'étaient peu ou prou hissés au sommet, au premier rang des symboles actifs et des entités créatrices; désormais, ils ne sont plus que des anges déchus</u>. L'évolution du sens du mot *mathématique*, en est une illustration : en Grèce, *mathema* est d'abord connaissance en général, puis connaissance particulière et subordonnée.
>
> Le résultat est lisible dans les Éléments d'Euclide, l'être des objets est posé dans les définitions et dans les demandes (postulats), et leur développement est codifié dans les notions communes (axiomes) et (implicitement) par la logique aristotélicienne. Il s'agit donc d'un système, explicite pour la première fois, dans lequel les figures et leurs transformations doivent non seulement être *montrées*, comme à l'étape précédente, *mais également démontrées, c'est-à-dire justifiées de leur cohérence avec l'ensemble du système*.
>
> Passer au crible de la critique les "évidences" des travaux antérieurs et faire l'effort de mettre en lumière des fondements est de nos jours une attitude scientifique normale; c'est un acquis définitif que nous devons aux Grecs. Ce fut, à l'époque, un progrès considérable que cette façon de constituer une science par un système, même si tout système est voué à la destruction, ne serait-ce que par l'explicitation de ses fondements, et par conséquent leur exposition au feu de la critique et la possibilité de leur négation. <u>D'ailleurs, les éléments désagrégateurs du système euclidien étaient déjà à l'oeuvre au moment de leur conception</u>. »

Étant donné que les évidences sont susceptibles d'évoluer au fil de l'histoire des idées et des sciences, il devient tout à fait légitime et naturel de se demander d'où elles viennent. La thèse de O. Keller est qu'elles sont le fruit d'une extrêmement longue élaboration. Et pour le montrer il lui faudra à la fois trouver à les identifier et les repérer sur la base de documents préhistoriques, et chercher à en saisir le lent travail d'élaboration (dont leur reformulation dans les *Éléments* d'Euclide marque un moment privilégié).

Cela dit, O. Keller pose et traite la question de l'évidence à la manière des philosophes, c'est-à-dire comme ressortissant des catégories de la connaissance. Les évidences auxquelles il se réfère dans les *Éléments* d'Euclide sont, selon ses termes, des *schématisations mathématiciennes*[5], et il ne les envisage que dans ce cadre. Je dirais surtout que ces évidences sont symboliques, c'est-à-dire qu'elles jouent leurs significations en contraste avec d'autres. Les évidences euclidiennes représentent une des facettes du contraste, et celles dont O. Keller cherche à déterminer la découverte ou l'émergence sont celles qui constituent l'autre facette. Il s'agit de retracer les secondes en se laissant guider par la première en évitant deux écueils : soit dénier aux hommes préhistoriques de telles évidences, soit, au contraire, leur attribuer la forme de nos propres évidences[6]. Pour évoquer un seul exemple, cela passe par un réexamen de certaines relations, comme celles entre traits, lignes, courbes et formes géométriques, épaisseur des traits et surfaces, etc. Ainsi, il écrit (tome 1, p. 183) :

> « Le trait, lorsqu'il s'agit d'un contour, sépare la surface de représentation en un intérieur et un extérieur, et symbolise son intérieur en créant par là une figure. La ligne est donc là comme limite d'une portion de surface, et la limite n'est pas seulement le bord, elle est l'élément visuellement créateur de cette surface, puisque l'œil qui perçoit le contour du mammouth ne s'arrête pas à la ligne, mais comprend ce à quoi celle-ci renvoie, son intérieur. De même la portion de surface (peinte par exemple) renvoie à autre chose qu'elle-même, le volume qu'elle limite, celui du corps d'un animal par exemple : elle est l'élément visuellement fondateur du volume. Ce sont là des « évidences » géométriques inventées par le graphisme et qui, une fois posées consciemment, deviendront :
>
> "Un point est ce dont il n'y a aucune partie"
>
> (…), etc. (cf. ci-dessus)
>
> La ligne, même si elle a une épaisseur parce qu'elle fut peinte, tracée au charbon de bois ou profondément gravées au burin, n'est effectivement là que comme limite évocatrice ; d'ailleurs cette épaisseur disparaît si l'intérieur est peint ou soufflé directement. »

On voit bien ici comment O. Keller reprend la question des lignes et des limites, qui est tranchée a priori dans les premières définitions des *Éléments*. Car en même temps que les évidences euclidiennes demandent que l'on fasse abstraction de certains aspects propres à leur support graphique, elles versent tout un monde dans l'oubli : ici l'épaisseur, le plein, le vide

[5] À l'expression *schématisations mathématiciennes*, je préférerais quant à moi celle d'*abstractions mathématiciennes schématisantes* : des abstractions qui ont pour action de schématiser le monde auquel on les appose. Selon mon point de vue, le système des évidences des *Éléments*, est un système d'abstractions schématisantes. Ainsi apposer à un dessin des points, des lignes, de polygones etc. schématise ce dernier en une figure. C'est par abstraction schématisante qu'opère la généralisation.

[6] La situation de l'enseignant face à un élève, surtout en difficulté, est tout à fait analogue.

l'intérieur etc. Dans sa recherche O. Keller ne retrouve donc pas des *schématisations mathématiciennes* ni abstraites, ni générales, mais des évidences et leurs liens avec certains mondes soit auxquels nous n'avions plus accès et que petit à petit les historiens découvrent, soit que nous ne savons pas considérer autrement que selon nos préjugés actuels, (p. 155 tome 1) :

> « Obnubilés par le problème de la reconnaissance des formes que nous apercevons dans les grottes préhistoriques ou sur les objets, nous avons tendance à oublier le problème de la raison de la création de formes, reconnaissables ou non. Quand nous avons reconnu un bison, nous nous considérons comme satisfaits; mais que fait là ce « bison», grossier *ersatz* de la vraie bête, même pas bon à manger? »

Sur la question des évidences le lien entre mes recherches et celle de O. Keller est donc celui-ci : comme lui je travaille sur des contrastes d'évidences, et je cherche à tirer enseignement de la manière dont il s'y prend pour le faire. Bien sûr il ne s'agit pas des mêmes contrastes de significations. (Ce point est développé au § 2 de l'annexe du Cd-rom).

3. Schéma du raisonnement auquel je vous convie.

1° Nous, nous mêmes tout autant que O. Keller, sommes installés dans un monde où les mathématiques, et la géométrie en particulier, on gagné toute leur autonomie et où on les pratique pour elles-mêmes. L'école y participe pleinement, il ne pourrait pas en être autrement.

2° Comment O. Keller rencontre-t-il la géométrie (où trouve-t-il de la géométrie) dans les documents qu'il étudie?

Je retiens trois endroits où il la trouve et l'en dégage : il la trouve incorporée dans la matière de l'objet manufacturé, il la trouve dans le graphisme et sa prise d'autonomie, liée aux instruments du rite ou aux figures du mythe, il la trouve comme science autonome dès les *Éléments*.

Très schématiquement dit et en forçant le trait :

> Le livre de O. Keller présente la gestation de la géométrie comme deux moments d'autonomisation.
>
> a) Disons, pour faire simple, que la géométrie est d'abord incorporée dans le monde aménagé.
>
> b) Puis à la faveur de la naissance du graphisme et de la pensée des deux mondes, le graphisme gagne son autonomie au point de devenir instruments de rites et figures pour les mythes. L'autonomie des signes graphiques s'accompagne de leur multiplication, de leur polysémie et de leurs polysignifications.
>
> c) De cet éclatement ne résulte pas que du désordre, un désordre d'images, mais au contraire des liens, des correspondances, des possibilités de passages d'un monde à un autre, des possibilités de traductions, des possibilités de mises en ordre, de trocs et de substitutions, … et au final des convergences dans quelque chose qui s'en dégage et qui gagne son autonomie sous la forme de la géométrie euclidienne.

Je ne soutiens pas que la géométrie serait le fruit de l'éclatement des signes utilisés dans les pratiques rituelles et mythiques. Je n'ai même pas la moindre intention de le suggérer. Comme je l'ai mentionné plus haut : il n'y a pas de lien de cause à effet entre ces deux moments d'autonomisation, ni d'autre lien direct et simple. Ce qu'il y a de commun entre les deux et qui m'intéresse ici se tient essentiellement au fait que leur autonomie est liée au caractère symbolique tel que je l'ai défini[7].

3° Les formes symboliquement rituelles et mythiques[8] de l'expérience en didactique.
Ce caractère symbolique est aussi essentiel pour tout ce qui concerne les réalités didactiques, même si il est en quelque sorte de second degré. Si dans certains cas on sait attribuer à certaines expériences quelques-uns des progrès en mathématiques, ce ne sont que des illustrations imaginées après coup et ad-hoc. Prenons pour exemple la célèbre démonstration de l'incommensurabilité de la diagonale avec le côté d'un carré. On ne fait jamais l'expérience directe de la commensurabilité. Dans la démonstration attribuée à Euclide, qui rappelons-le est une démonstration par l'absurde, elle n'est évoquée qu'en tant que révélateur de la contradiction. Par contre la démonstration en elle-même est une expérience. Elle fait découler de l'hypothèse postulée une suite infinie de réductions de fractions, ce qui la contredit. Ce développement renvoie à l'incommensurabilité si on voit dans cette régression infinie, de nature arithmétique, l'évocation de ce qui nous attendrait si on se mettait à chercher une unité de mesure commune à nos deux segments : une régression géométrique, elle aussi infinie. La démonstration se fait selon un code très strict et une technique éprouvée qui lui confèrent une forme que l'on pourra reproduire à l'envi. Je l'assimile à une forme rituelle. L'exposé de la démonstration ne donne pas pour autant toute sa signification à ce savoir. Il reste encore à dire pourquoi cette question de l'incommensurabilité est une question importante. Cela, on le fait en associant à la démonstration et à son expérience un commentaire pseudo-historique que j'assimile à une forme mythique. On trouve donc ici un schéma en trois composantes : une expérience qui sert de relais et de lien entre d'un côté la forme démonstrative et de l'autre le commentaire pseudo historique. Ce schéma est analogue à celui qui lie rite et mythe dans une pratique religieuse - cette dernière correspondant à l'expérience. Il n'est pertinent que pour autant qu'on garde à l'esprit le caractère symbolique des réalités didactiques qui les rend autonomes des pratiques auxquelles elles empruntent leurs formes. Parler ici de rite et de mythe et de pratiques symboliques n'ôte en rien leur caractère rationnel, ni leur association à des formes scientifiques.

4° Nous vivons dans un monde où les mathématiques ont gagné leur autonomie sur la base du foisonnement de signes graphiques ou autres.

Il en résulte que pour beaucoup de gens l'expérience mathématique se substitue à l'expérience du monde dont cette discipline a tiré ses savoirs (je devrais dire des mondes ou alors reparler du monde comme monde composite). De par sa fonction de transmission des savoirs, la didactique des mathématiques est directement concernée par ce phénomène de substitution de l'expérience mathématique à l'expérience du (ou des) monde(s) qu'elle nous aide à connaître. C'est en cela que consiste son caractère symbolique. Dans la diffusion des connaissances

[7] Voir note 1 supra.
[8] L'usage de ces termes n'appelle pas nécessairement des interprétations théologiques. Le caractère symbolique du didactique dont il est question ici n'est pas une relation au religieux, ni au transcendant, ni au surnaturel, et encore moins aux superstitions. Ici, les termes *rite* et *mythe* sont réduits à des significations profanes. Ils ne connotent aucune valeur mystique, pas plus qu'ils ne voudraient attirer l'attention sur quelque mystification. Par ailleurs dans le schéma que j'indique ci-dessous, la relation que je fais entre rite et mythe n'est pas univoque, sa raison n'est pas de les renvoyer l'un à l'autre, elle est ouverte sur d'autres connaissance, elle est non réservée aux initiés.

mathématiques, scolaires ou pas, la multiplicité sémiotique est mise au service de telles pratiques autonomes.

5° Ce qui pour moi était inédit au moment où j'ai lu les livres de O. Keller est ceci:

Il pouvait retracer la géométrie avant qu'elle ait conquis ce caractère d'autonomie et ce, en axant sa recherche sur le traçage des évidences : comme celle de la ligne, du plan, autant dans les instruments permettant d'agir, de transformer le monde et de l'enrichir d'artefacts, que dans les figures de l'interprétation et de l'explication du monde (et de ses phénomènes).

Pour lui comme pour nous, la géométrie telle que nous la connaissons est instrument que nous mettons au service de la connaissance de nos ancêtres, de ce qui est pour eux évidence, de leurs systèmes d'action et d'explication du monde et de la prégnance (voire de le pouvoir) des hommes sur le monde.

6° Dans ses livres, O. Keller nous dit comment il s'y prend.

En particulier j'ai dégagé ci-dessus comment en se référant aux évidences des *Éléments* il avait pu repérer les évidences géométriques dont témoignent les objets préhistoriques.

7° Je pense pouvoir m'inspirer de ce qu'il nous montre pour mes propres investigations sur la géométrie, pour mieux comprendre ce qui peut se passer dans l'enseignement.

Pour ce faire je considère que les évidences ne sont finalement que ce qu'on décide de retenir d'un système de significations tout aussi directement accessibles (tout aussi évidentes). J'assimile la relation entre les évidences ainsi détachées et leur arrière-fond à une relation symbolique telle que je l'ai définie (à la note n°1) et qui tient essentiellement en deux points :

> *1° Quelque chose peut être signe pour des significa tions d'autres choses qu'elle-même, et si de telles significations « externes » s'imposent à notre esprit, je dirais qu'elles sont symboliques. Quelque chose est symbolique en quoi contrastent des significations obéissant à des nécessités (des logiques) différentes*.
> *2° Dans mes propos, l'adjectif symbolique ne rend p as compte de ce qui fait qu'une chose est un symbole mais il caractérise un ordre de signes, celui des symboles, et les jeux qui s'y développent.*

Comme je l'ai établi ci-dessus en m'appuyant sur l'argumentation de O. Keller, il en découle que *les évidences des Éléments sont symboliques*. **Or on retrouve la même relation symbolique en didactique lorsqu'on s'attelle à la question des évidences : d'une part, il faudra substituer aux évidences, disons communes et intuitives des élèves, celles qui président à l'organisation du savoir, et d'autre part ce qui est évident pour les élèves ne nous apparaîtra jamais qu'en contraste avec ce que le savoir voudra considérer comme tel.** Les évidences des élèves font partie des arrières plans de connaissances sur lesquels le savoir va prendre ancrage.

Dans son étude O. Keller a su tirer parti de tels contrastes d'évidences, je pense pouvoir tirer quelques précieux enseignements concernant les processus didactiques que pour ma part j'étudie.

Toutefois, ce rapprochement que je fais entre ses travaux et les miens est lui aussi symbolique, car les significations didactiques sont fort éloignées des significations historiques, il y a donc, là aussi, jeu entre deux ordres de significations. Ainsi par exemple en didactique il faut pouvoir prendre en considération ceci qui est essentiel : L'école n'est pas un lieu de fabrication. La finalité des actions de production ne réside pas dans les produits, quels qu'ils soient. Cela ne veut pas dire, tout au contraire, qu'on fasse semblant de les produire. (Conne F., 1992, § intitulé : *L'ambivalence de la transposition didactique*, pp. 263-265). Dès lors que les productions faites en classe répondent à de toutes autres intentions que celles que recueillies par les historiens et anthropologues, leur analyse et leur interprétation seront très différentes.

Je pars du point de vue que lorsque nous tentons d'initier les élèves à la géométrie par sa pratique, nous devons construire des systèmes de significations - souvent ad-hoc - sur lesquelles nous pourrons contrôler les apprentissages. Il faudra pouvoir poser des problèmes et faire chercher des solutions qui fassent sens[9]. Nous sommes donc amenés à réutiliser, mais comme prétextes, la fabrication d'objets porteurs de géométrie, et la maîtrise de signes, graphiques, de pliages, de découpages et autres, de multiplier les expériences de micro-mondes, dont au bout du compte le liant, et l'élément explicatif sera la géométrie. La géométrie est le savoir qui lie toutes ces "expériences" faites dans tous ces "mondes"[10].

Nous sommes amenés à contrôler les significations des savoirs enseignés en ancrant l'enseignement de la géométrie tantôt dans la fabrication d'objets, dans des actions très rigoureusement réglées, aussi rigoureusement réglées que celles qu'exigent les pratiques rituelles, tantôt dans la lecture et l'analyse de figures, celles là même que les actions réglées auront déterminées. Les significations des savoirs enseignées sont prédéterminées et les expériences proposées en classe procèdent de ces explications et non pas l'inverse. Il en résulte que ces analyses de figures prennent la forme d'explications mythiques.

Je considère les médiateurs matériels et/ou graphiques entre de telles actions, codées et systématiques, et de telles explications, prédéterminées, comme des petits systèmes de signes relativement autonomes les uns des autres.

8° Mon idée est que nous avons tout à gagner à chercher à comprendre ces ancrages pour ce qu'ils sont, pour ce qu'ils proposent.

Pour ce faire, nous avons avantage à ne pas nous limiter à comprendre seulement ce qu'ils apportent à l'expérience mathématique et à la compréhension mathématique et il convient de chercher aussi à comprendre ce qu'ils apportent à la connaissance et la compréhension du (des) monde(s). Nous avons à y gagner sur deux plans :

---

[9] Ce sont les conditions de la dévolution. Mais l'institutionnalisation, elle aussi est une interprétation et repose par conséquent sur quelque système de signification.

[10] Ici, je reprends à mon compte une idée classique de la ddm, que en particulier Z. Diénès a mis au coeur de sa théorie, mais qu'il a traité en termes de structures logico-mathématiques et que je traite en termes de milieux sémiotisés. Mais je reprends aussi l'idée de micro-monde, etc.

a) pour rendre nos enseignements plus efficaces en tirant parti des expériences et des connaissances des élèves, mais cela nous oblige alors à prendre en compte des évidences mises entre parenthèses dans les exposés savants des mathématiques ;

b) pour arriver à mieux contrôler l'impact de l'enseignement des mathématiques auprès des élèves dans leur compréhension du monde.

9° Toutefois, il est très difficile d'arriver à le faire, à nous déprendre des intentions qui président aux pratiques scolaires, toutes marquées par l'autonomie des mathématiques.

Il est tout aussi difficile de le faire pour le psychologue, l'ethnologue, l'historien ou le préhistorien, etc. Or, ces derniers, par leur travail, mettent en place des moyens pour y parvenir, et O. Keller montre comment ces moyens peuvent être mis en oeuvre pour tracer la géométrie en gestation.

10° Voyant une analogie entre le problème de O. Keller et celui, didactique, que je viens de dire, constatant une avancée de son côté, je pense pouvoir m'inspirer de ses livres et des méthodes qu'il développe.

Je le fais résolument et en étant pleinement conscient de toute la distance qui sépare nos domaines. Cette distance n'altère en rien la source d'inspiration que de tels travaux représentent. Pour le moment je me contente de tirer des liens, de faire des rapprochements, et je cherche surtout à imaginer comment l'étude des livres de O. Keller pourrait m'aider à me diriger dans mes propres recherches.

Textes cités

François Conne, 1992, Savoir et Connaissance dans la perspective de la transposition didactique, Recherches en Didactique des Mathématiques, n°12 - 2/3, Grenoble, La pensée Sauvage.
Zoltan Diénès, 1965, Comprendre la mathématique; une étude de la transition de la phase constructive à la phase analytique de la pensée mathématique des enfants. Paris : O.C.D.L.
Olivier Keller, 2004, Aux origines de la géométrie. Le paléolithique. Le mode des chasseurs cueilleurs, Vuibert.
Olivier Keller, 2006, La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations, Vuibert.
Olivier Keller, 2008, texte d'annonce de sa conférence & texte de conférence pour ce congrès de la Copirelem.
Claude Lévi-Strauss, 1967, Les structures élémentaires de la parenté, 2ème édition, 1967, Paris, Mouton.

CONFERENCE 2 : « LES PRATIQUES EN MATHEMATIQUES D'UN PROFESSEUR DES ECOLES, ENTRE CONTRAINTES ET NECESSITE DE S'ADAPTER A DIFFERENTS TYPES DE CLASSES »

Denis BUTLEN
PU, IUFM des Pays de la Loire – Université de Nantes
denis.butlen@iufm.univ-nantes.fr
Monique CHARLES-PEZARD
MCF, IUFM de CRETEIL - Université Paris 12
DIDIREM
monique.charles@creteil.iufm.fr
Pascale MASSELOT
MCF, IUFM de VERSAILLES – Université Cergy Pontoise
DIDIREM
PMasselot@aol.com

Résumé
Au cours de cette intervention, nous présentons une synthèse de certains de nos travaux concernant l'analyse des pratiques en mathématiques des Professeurs des Ecoles. Il s'agit plus particulièrement des recherches dont les résultats ont conduit à une classification des pratiques des enseignants observés en trois « i-genres ».
Sans accompagnement pensé, les pratiques caractéristiques de chacun des i-genres apparaissent comme des systèmes de réponses à des contraintes et contradictions auxquelles les maîtres sont confrontés. Nous montrons qu'il est possible d'élargir les marges de manœuvre d'un enseignant notamment en lui permettant d'adapter son enseignement au public auquel il s'adresse sans compromettre les apprentissages. Nous développons des exemples d'ouvertures et des alternatives viables autorisés par un accompagnement pensé à l'entrée dans le métier.

Après avoir succinctement situé nos travaux actuels par rapport à ceux menés dans le cadre de nos recherches antérieures concernant l'analyse des pratiques des enseignants ainsi que l'analyse de celles des formateurs, nous présentons tout d'abord ce que nous avons retenu de ces recherches pour élaborer une ingénierie de formation. Cette dernière ne sera pas détaillée[11] mais, à partir de nos premiers résultats, nous apporterons des premiers éléments de réponse à la question : dans quelle mesure et sous quelles conditions peut-on intervenir sur les pratiques enseignantes ?

I – INTRODUCTION : NOS PREOCCUPATIONS ACTUELLES ET LEURS RAPPORTS AVEC NOS TRAVAUX ANTERIEURS

Les questions que nous considérons actuellement sont essentiellement des questions de formation des professeurs des écoles. Elles se déclinent autour de deux préoccupations qui nous ont conduits, de par nos activités de chercheurs-formateurs, à observer et analyser les pratiques enseignantes.

[11] Voir le texte paru dans les actes du colloque COPIRELEM de Troyes 2007

La première préoccupation concerne l'amélioration des apprentissages des élèves, notamment les élèves en difficulté issus de milieux populaires (ZEP) : à partir du constat des limites des ingénieries testées auparavant, il s'agit de préciser les mathématiques fréquentées (ou données à fréquenter) à certains élèves, dans certaines classes, en lien avec certaines pratiques.

La seconde exige de poser de manière scientifique des questions professionnelles relatives à la fois au quotidien des enseignants et au quotidien du formateur.

L'idée fédérative est de dépasser et d'enrichir le travail de rationalisation des pratiques de formation (engagé notamment par la COPIRELEM) pour jeter les bases d'une didactique professionnelle des enseignants du premier degré en mathématiques.

Un rapide regard sur les recherches antérieures concernant les pratiques enseignantes, au sein de notre équipe, peut aider à élucider les hypothèses et la démarche qui nous animent.

Ces recherches ont commencé avec les travaux de Monique Pézard (Pézard, 1985). Dans sa thèse concernant une pratique de formateur en formation initiale, elle a mis en évidence la nécessité d'une double institutionnalisation, mathématique et didactique, en élaborant, expérimentant et évaluant une modalité de formation sur le thème de la proportionnalité.

Un peu plus tard, dans le cadre de la réflexion sur la mise en place, au cours de la formation initiale des professeurs des écoles, d'ateliers d'analyse de pratiques professionnelles, d'abord facultatifs puis intégrés dans le plan de formation, nous (Butlen, Masselot, 1997) avons approfondi les notions de stratégies, de situations et de savoirs de formation. Nous entendons par *savoirs de formation*, des savoirs transmis en formation qui ne sont ni directement des savoirs mathématiques (disciplinaires) mais qui sont marqués par les mathématiques, ni des savoirs psychologiques mais qui sont marqués par la psychologie, etc. Leur acquisition pourrait être accélérée par le dispositif évoqué ci-dessus. Il s'agit de mettre en actes dans des classes des projets construits par un groupe constitué de personnes de différents statuts (stagiaires, maîtres formateurs et formateurs-chercheurs) et ceci dans des milieux « protégés », hors évaluation. Projets et mises en œuvre sont analysés ; plusieurs allers-retours (élaboration de projets, mises en actes de ces projets, retour et régulations…) sont prévus. Le processus est initialisé par une initiation à l'observation. Ce sont ces stratégies que nous avons qualifiées de stratégies de compagnonnage et de réflexivité dans une étude didactique des ateliers professionnels. Ces échanges avec des formateurs de différentes catégories qui interagissaient également avec les stagiaires nous ont permis d'analyser plus finement le conseil pédagogique en élargissant notre étude à l'analyse des phases d'entretiens consécutives à l'observation d'une pratique effective (Butlen, Lepoche, Masselot, 1998, 2001). Nous renvoyons le lecteur aux différentes contributions que nous avons rédigées notamment dans des documents édités par la COPIRELEM.

Dans ce cadre, nous avons été amenés à identifier et définir un certain nombre de gestes, organisés en routines professionnelles, pour décrire plus précisément les pratiques des débutants et notamment ce en quoi ils peuvent aider à décrire la cohérence de ces pratiques et à envisager des « endroits où on peut les faire bouger » (Butlen, Masselot, 2001).

Pascale Masselot (Masselot, 2000) a plus particulièrement travaillé sur les effets de la formation initiale en s'appuyant sur l'observation et l'analyse de nombreuses séances menées par des professeurs des écoles débutants (lors de leurs deux premières années d'exercice). La méthodologie mise en œuvre a permis de préciser des indicateurs relevant de chacune des cinq composantes définies par A. Robert (Robert, Rogalski, 2001). Un certain nombre de conditions favorisant l'appropriation de savoirs transmis en formation ont été élucidées.

À un autre niveau, les réflexions que nous avons menées autour de la formation de formateurs nous ont conduits à une rationalisation des pratiques des Professeurs des écoles débutants mais aussi à une rationalisation de certaines pratiques de formation (Butlen, 1991, 2004 ; Masselot, 2000 ; Pézard,1985, 1991).

Enfin les analyses des pratiques ordinaires des Professeurs des écoles (débutants ou plus anciens) enseignant les mathématiques en ZEP particulièrement difficiles, menées en collaboration avec une équipe de Rouen (M-L Peltier, B. NGono), ont conduit à des résultats sur lesquels nous reviendrons dans le paragraphe suivant.

Cet exposé est centré sur les pratiques des Professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP, pratiques que nous mettons en perspective avec les questions que nous nous posons à propos de la formation initiale (stratégies, situations et savoirs de formation d'une part, effets de la formation d'autre part).

II – UNE PREMIERE RECHERCHE : ANALYSE « NATURELLE » DES PRATIQUES EXISTANTES EN ZEP PARTICULIEREMENT DIFFICILES

Rappelons que cette recherche a été menée en collaboration avec une équipe de Rouen constituée notamment de M.L. Peltier, B. Ngono et A. Dubut.

II. 1. Le cadre théorique

Cette recherche s'inscrit dans le cadre d'une approche utilisant des concepts issus de la didactique des mathématiques (notamment la théorie des situations didactiques) de l'ergonomie et de la sociologie. Il s'agit plus précisément d'une adaptation du cadre théorique de la « double approche » défini par A. Robert et J. Rogalski (Robert, Rogalski, 2001) mettant davantage l'accent sur les facteurs sociologiques. Nous pourrions qualifier notre démarche de socio-didactique.

II.1.1. Les apports de la théorie des situations didactiques

La TSD nous sert à analyser les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves. Elle fonctionne comme grille de lecture des pratiques des maîtres, notamment pour analyser trois grands moments de l'activité du professeur : les processus de dévolution, régulation et institutionnalisation.

II.1.2. Les apports de la « double approche »

Pour restituer (recomposer) la complexité des pratiques, nous prenons en compte cinq composantes identifiées par A. Robert et J. Rogalski : une composante cognitive relative à l'organisation des savoirs, aux scénarios associés, aux itinéraires cognitifs proposés aux élèves ; une composante médiative relative au discours du professeur et aux modes d'interactions ; une composante personnelle relative notamment aux représentations du professeur sur les mathématiques et leur enseignement, à son épistémologie personnelle ; une composante institutionnelle et enfin une composante sociale.

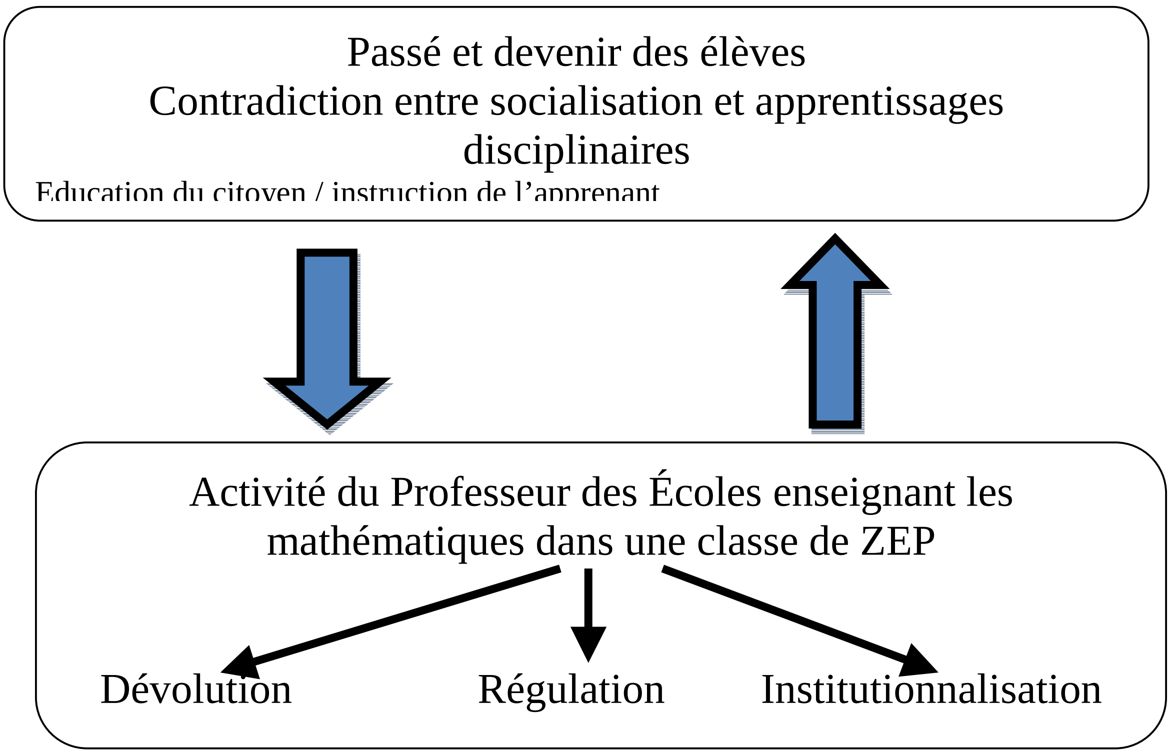
II.1.3. Les apports de la didactique professionnelle et de l'ergonomie

Nous retenons notamment l'idée que les pratiques sont complexes, cohésives, stables et cohérentes. Des travaux de P. Pastré (Pastré, 1995, 1996), nous reprenons l'idée que deux systèmes de pensée interviennent dans les pratiques : l'un lié au projet d'enseignement (et aux connaissances et représentations mobilisées à cette occasion), l'autre lié à l'action et faisant intervenir des savoirs plus pragmatiques.

Nous reprenons de manière métaphorique le concept de « genre » de Yves Clot (Clot, 1999) en l'adaptant à notre objet d'étude notamment en retenant l'idée d'une mémoire collective des enseignants pouvant être atteinte et décrite par la mise en évidence de régularités interpersonnelles et par l'étude de la diffusion des informations au sein d'un réseau de professionnels. Cela conduit évidemment à penser que les pratiques dépassent pour une part les individus.

Notre approche constitue un affinement de la « double approche » dans la mesure où nous mettons davantage l'accent sur les facteurs sociologiques. Les enseignants sont soumis à des contraintes (institutionnelles et sociales) qui marquent, voire déterminent pour une part leur pratique, et qui peuvent se traduire ou du moins s'analyser en terme de contradictions. Les professeurs doivent gérer ces contraintes au quotidien en se construisant des systèmes de réponses relativement cohérents. Ce sont ces systèmes de réponses que nous analysons en termes de genre.

Le schéma ci-dessous résume notre manière de décrire le poids de l'aspect social dans la pratique d'un enseignant de ZEP :



II.2. Cinq contradictions

Nous avons ainsi mis en évidence cinq contradictions. Nous plaçant dans le cadre de l'étude des liens entre enseignement et apprentissage de contenus disciplinaires, nous avons hiérarchisé ces contradictions en prenant en compte *a priori* leur effet sur les apprentissages des élèves.

Une d'entre-elles apparaît fondamentale et peut déboucher sur une minoration voire une quasi-disparition des apprentissages scolaires. Son dépassement est un enjeu essentiel de l’enseignement en ZEP : il s’agit de la contradiction entre logique de socialisation des élèves et logique des apprentissages disciplinaires. Deux projets rentrent en concurrence, celui qui vise à éduquer le futur citoyen et celui qui a pour but d’enseigner des savoirs disciplinaires. Cette concurrence concerne aussi bien leur hiérarchie (en termes d’antériorité notamment) que le temps qui leur est consacré. Le plus souvent, nous avons constaté que le projet éducatif l’emportait au détriment du projet d’enseignement.

Les quatre autres contradictions en découlent plus ou moins directement.

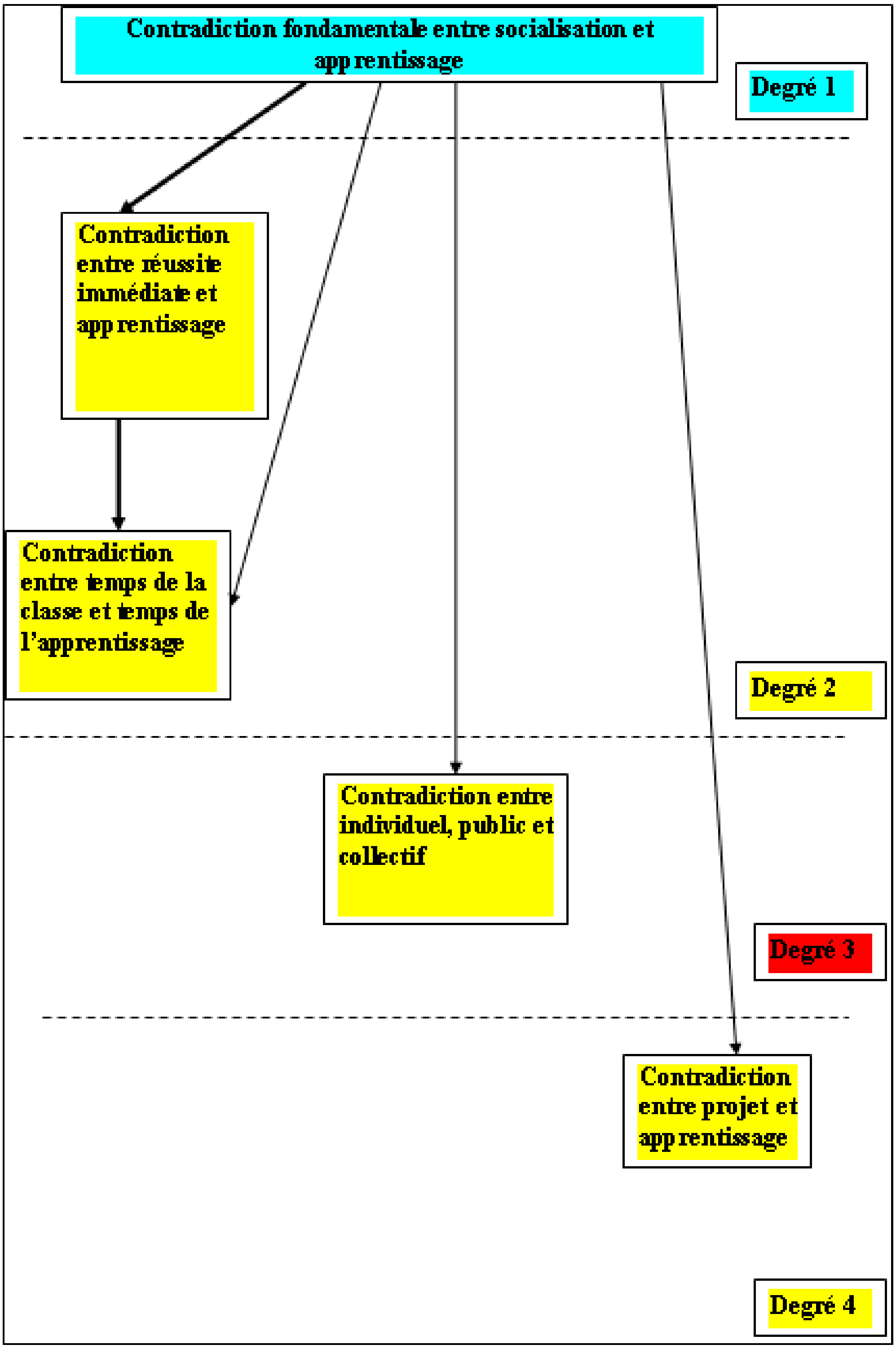
Parmi celles-ci, celle qui paraît la plus importante est la contradiction entre logique de la réussite immédiate et logique des apprentissages. Les enseignants de ZEP ont le souci constant de créer un climat de confiance dans la classe. Pour cela, ils encouragent leurs élèves, les rassurent sur leurs capacités à résoudre les problèmes posés, et les félicitent à la moindre réussite. Cela amène le plus souvent les professeurs à abaisser leurs exigences, à algorithmiser les tâches, à aplanir les difficultés. Un cercle vicieux s’instaure entre simplification des tâches et investissement de moins en moins grand des élèves compromettant la construction de connaissances nouvelles. Le souci de bonne entente dans la classe (« traiter à égalité », ne pas entretenir ou renforcer des inégalités) les amène aussi à prendre en compte les productions de tous les élèves, qu’elles soient primitives ou plutôt expertes. Aucun élève ne doit être laissé de côté. Ces productions sont alors présentées « en vrac », sans hiérarchisation, ce qui est dommageable pour les apprentissages, le repérage des « bonnes procédures », i.e. des procédures à retenir, restant à la charge de l’élève. De plus, nous faisons l'hypothèse que ce manque de repères explicites est source de différenciation. Les élèves issus des milieux socialement défavorisés risquent ainsi d’être pénalisés car leur environnement culturel et social ne leur fournit pas forcément les outils qui leur permettraient de décoder le discours caché de l’enseignant.

La contradiction entre le temps de la classe et le temps d’apprentissage semble découler en grande partie de la contradiction précédente. Les enseignants de ZEP travaillent dans une logique de réussite à court terme, parfois même dans l’instantané. Pour ne pas « lasser » les élèves, le savoir est découpé en micro-tâches proposées à plusieurs jours d’intervalle sans que des liens soient clairement établis entre les différentes séances. De plus, les professeurs cherchent souvent à combler ponctuellement les lacunes des élèves, sans que ces derniers puissent en comprendre l’enjeu. Ils ont tendance à reculer, différer l’apprentissage de notions nouvelles, alors que des situations de découverte de nouvelles notions devraient pourtant permettre de revisiter les anciennes en leur donnant du sens. Notons que le temps effectif d’apprentissage est souvent réduit dans les classes de ZEP pour permettre soit d’éviter, soit de gérer les conflits (le professeur peut être contraint d’interrompre une activité pour des problèmes de discipline). Cet aspect est directement lié à la contradiction fondamentale entre socialisation et apprentissage.

La contradiction entre individuel, public et collectif semble aussi directement liée à la contradiction fondamentale. En effet, dans une classe de ZEP, les phases collectives de mise en commun des productions, de synthèse et d’institutionnalisation sont particulièrement difficiles à conduire. Les élèves sont souvent peu attentifs ; ils ont une capacité d’écoute, d’attention, de concentration faible. De nombreux rappels à l’ordre sont nécessaires et doivent être énoncés au "bon moment" (Butlen, 2004). De plus, les élèves s’expriment difficilement et ont du mal à écouter leurs pairs. Les professeurs proposent alors des corrections publiques, voire individuelles, au détriment de la construction de savoirs collectifs de référence dans la classe.

La dernière contradiction, entre logique de projet et logique d’apprentissage, est aussi directement liée à la contradiction fondamentale dans la mesure où il s’agit avant tout d'une injonction institutionnelle visant à socialiser les élèves, à les « motiver » et parfois même à les réconcilier avec l’école en changeant la représentation qu’ils s’en font.

Le schéma ci-dessous illustre notre tentative de faire apparaître hiérarchisation et imbrication des différentes contradictions, selon différents degrés dans l'ordre décroissant. Notons que c'est bien le dépassement des deux premières qui semble essentiel en ZEP pour assurer les apprentissages scolaires. On a vu que la contradiction entre temps de la classe et temps d'apprentissage était directement liée à ces deux premières. La contradiction entre individuel, public et collectif semble moins déterminante. De même, pour la contradiction entre projet et apprentissage : on peut penser que la « course à l'innovation » observée en ZEP ne remet pas complètement en cause les apprentissages scolaires des élèves et même, que certains peuvent se réconcilier avec l'école grâce à ces projets.



II.3. Une catégorisation des pratiques

Cette catégorisation prend en compte la double mission d'instruction et d'éducation du professeur des écoles. Nous avons identifié trois « i(instruction)-genres » et quatre « e(éducation)-genres ». Nous n'évoquerons dans cet exposé que les i-genres correspondant à la mission d'instruction.

II – 3.1. Un genre majoritaire

Cet i-genre regroupe 7 des 10 professeurs des écoles observés. Il peut se caractériser à l'aide des indicateurs suivants :

Indicateurs relevant plutôt de la composante cognitive : Les professeurs mettent en œuvre des scénarios faisant une part importante à la présentation collective de l'activité proposée. Les enseignants montrent, expliquent, disent comment faire. Cette phase de présentation joue le rôle d'une institutionnalisation *a priori* ou bien d'exemples à reproduire ensuite. Les scénarios comportent ensuite un temps de résolution individuelle (autonome ou tutorée) et une éventuelle correction individuelle ou publique. Ils se caractérisent par une quasi-absence de phase de synthèse ou d'institutionnalisation (6 maîtres sur 7) et une anticipation sur les difficultés des élèves (5 maîtres sur 7) débouchant sur une baisse des exigences.

Indicateurs relevant plutôt de la composante médiative : Nous avons relevé un étayage consistant, relayé éventuellement, pour le cycle 3, par un tutorat organisé ou spontané entre élèves ; un traitement des comportements plutôt individualisé (5 professeurs sur 7) ; une recherche et un entretien de la motivation des élèves par le recours à des jeux (3 professeurs sur 7) ou à des projets périscolaires (6 sur 7).

Indicateurs relevant plutôt de la composante institutionnelle : La gestion du temps échappe partiellement, voire totalement, aux maîtres ; elle peut s'éloigner des normes institutionnelles (5 professeurs sur 7). Les enseignants installent une forme de pédagogie différenciée qui se caractérise par des groupes de niveaux (4 maîtres), des tâches individualisées s'appuyant sur l'usage de fiches (7 maîtres), des activités complémentaires (7 maîtres). Les élèves sont quasi systématiquement valorisés et ce individuellement.

II – 3.2. Un genre minoritaire proche du précédent

Cet i-genre se distingue du genre majoritaire par encore moins de collectif, par une maîtrise apparente de l'avancée du temps didactique grâce à une gestion « rigide » des comportements mais qui, dans les faits, revient à anticiper et à prévenir la lassitude des élèves et les échecs en changeant rapidement d'activité et réduisant les exigences. Il regroupe 2 des 10 professeurs des écoles

II – 3.2. Un genre très minoritaire

Un professeur des écoles sur les dix observés se distingue des autres. Il semble emblématique d'un i-genre constituant une alternative viable aux précédents.
Indicateurs relevant plutôt de la composante cognitive : Les scénarios d'enseignement et d'apprentissage mis en œuvre sont proches d'une organisation exposée en formation. Ils comportent une présentation de problèmes parfois complexes, un temps significatif laissé à la recherche des élèves sans trop de négociation à la baisse, des phases de formulation, de bilan des stratégies et d'institutionnalisation et enfin des réinvestissements contextualisés puis décontextualisés.
Indicateurs relevant plutôt de la composante médiative : Une aide légère est apportée aux élèves en grande difficulté sans aplanissement excessif des difficultés. On relève un étayage

important lors des phases de formulation, un traitement des comportements sur un mode plutôt collectif s'appuyant sur de fréquentes références communes au groupe classe.
Indicateurs relevant plutôt de la composante institutionnelle : Le professeur installe une valorisation individuelle du travail des élèves s'inscrivant notamment dans le cadre d'un affichage public de leurs productions. Il entretient la motivation des élèves en les faisant participer à des projets périscolaires et manifeste un souci de respecter le temps institutionnel.

II.3. Gestes et routines professionnelles

Nous adoptons un double point de vue pour analyser les pratiques enseignantes : un point de vue global et une approche davantage analytique et locale, voire « micro ».

Le point de vue global revient à caractériser les grands choix et stratégies des professeurs observés. Il a débouché sur la catégorisation en i-genre et e-genre que nous venons de présenter.

Afin de mieux comprendre comment les enseignants mettent en œuvre ces choix et stratégies, nous avons découpé leur activité en activités plus élémentaires que nous avons désignées sous le terme de gestes et routines professionnels. Un geste ou une routine correspond à la manière de réaliser un type de tâches (au sens de Chevallard, 1999). Si un geste peut renvoyer à une technique, nous avons fait le choix de nous intéresser au sujet professionnel. Cela nous a conduit à identifier des schèmes professionnels se caractérisant par une organisation invariante de l'activité du professeur, une suite organisée d'actions et de décisions, une mobilisation de connaissances de différents types (mathématiques, didactiques, pédagogiques, mais aussi relatives aux caractéristiques personnelles des élèves), une certaine adaptabilité, une grande part d'implicite. Ces activités élémentaires sont finalisées par des buts et sous-buts.

Ces gestes s'organisent en routines ayant pour fonction de réaliser des grands types de tâches. Ces organisations routinières sont caractéristiques des grands choix des enseignants et révèlent les stratégies mises en œuvre. Elles correspondent aux i-genres. Nous décrivons dans la troisième partie de cet article un exemple de routine liée à l'installation de la paix scolaire. Pour une description plus complète de cette seconde approche, nous renvoyons le lecteur à notre ouvrage collectif sur les pratiques enseignantes en ZEP (Peltier, Butlen, Masselot, Pézard et al, 2004) ou à la note de synthèse de Denis Butlen (Butlen, 2004).

II.4. Une première conclusion

Cette recherche ouvre des pistes pour la formation. En effet, elle conduit à s'interroger sur l'efficacité des pratiques relevant de tel ou tel i-genre au regard des effets sur les apprentissages des élèves. Les mathématiques potentiellement fréquentées ne sont pas les mêmes (nature des activités, savoirs de référence, etc.). Elle a fait apparaître des manques en formation initiale et la nécessité de mieux cerner les niveaux d'intervention en formation. Notre expérience de formateur nous amène à penser que le plus souvent, au mieux, les novices identifient et tentent de reproduire des gestes isolés indépendamment des routines et des genres dans lesquels ils s'inscrivent. De plus on ne peut pas complètement identifier routine et genre car les pratiques associées à un genre peuvent se contextualiser par plusieurs routines différentes relevant du style de l'enseignant.

III – DANS QUELLE MESURE ET SOUS QUELLES CONDITIONS PEUT-ON INTERVENIR SUR LES PRATIQUES ENSEIGNANTES ?

C'est l'objet de notre recherche en cours qui porte sur l'élaboration, l'expérimentation et l'évaluation d'un dispositif d'accompagnement de néo-titulaires enseignant en ZEP difficiles. Nous évoquons ici succinctement les hypothèses nous ayant conduit à proposer un tel dispositif, la méthodologie de recueil et d'analyse des données, et les premiers résultats.

III – 1 Les hypothèses à la base de l'élaboration du dispositif

III – 1.1 Améliorer le confort et rentrer en résonance

Tout d'abord, nous pensons qu'il est indispensable d'avoir accès et de prendre en compte la logique des pratiques effectives de chaque enseignant pour pouvoir intervenir sur ces pratiques. En particulier, nous retenons l'idée que pour avoir un effet, une formation doit rencontrer la logique de fonctionnement du professeur formé ou bien répondre à des préoccupations personnelles et professionnelles. Ainsi, nous nous proposons de construire des situations de formation qui permettront d'entrer en résonance, même de manière limitée, avec les représentations des formés sur les mathématiques, leur enseignement et le public auquel ils s'adressent. Nous nous appuyons pour cela sur l'idée de l'existence probable de moments cruciaux pour la formation dans la constitution de l'expérience professionnelle (Robert, 2001).

III – 1.2 Une approche holistique

Nous nous plaçons toutefois dans une démarche « holistique » (Robert, 2005) prenant suffisamment en compte la complexité des pratiques, les différentes recompositions nécessaires à une interrogation de celles-ci, notamment celles qui sollicitent les dimensions personnelle, professionnelle, institutionnelle et sociale des professeurs concernés. Cela nous amène par exemple à penser qu'accroître le confort des enseignants de ZEP contribue à favoriser l'efficacité de l'enseignement.

Nous nous proposons d'intervenir sur les pratiques en cours de stabilisation des nouveaux professeurs des écoles dans le but de les enrichir.

III – 1.3 Que veut dire enrichir les pratiques ?

Il s'agit pour nous d'élargir le champ des possibles pour l'enseignant. Notre but est de diversifier les modalités d'investissement des marges de manœuvre qui lui restent. Il s'agit de présenter la diversité des stratégies d'enseignement possibles, de préciser les différents types d'activités à proposer aux élèves et d'enrichir ainsi les contenus mathématiques abordés. Cela devrait amener le professeur des écoles à adapter des situations d'apprentissage (trop souvent construites pour un public élève standard) en vue d'un enseignement en ZEP prenant en compte les difficultés spécifiques de ce public tout en assurant les apprentissages visés par la scolarité obligatoire.

Dans cette optique, il nous paraît indispensable de montrer la diversité des réponses apportées par les enseignants (y compris débutants) aux contraintes auxquelles les professeurs des écoles sont soumis, notamment en comparant les stratégies d'enseignement liées aux différents i-genres et leurs effets. Il nous paraît en particulier important de préciser les gestes et routines professionnels associés à ces types de pratiques.

Nous nous proposons de contribuer à la recherche des conditions liées aux pratiques enseignantes, permettant à terme d'amener les élèves à surmonter leurs difficultés dans l'apprentissage des mathématiques. Cela amène en particulier à soulever la question de l'existence potentielle de solutions à l'intérieur même des pratiques professionnelles existantes. Le collectif enseignant dans son état actuel possède-t-il déjà ou en germe les réponses aux difficultés d'apprentissage des élèves ? Ces solutions éventuelles sont-elles généralisables ? Dans quelle mesure sont-elles liées aux spécificités individuelles (de l'enseignant comme des élèves) ?

III – 1.4 Les quatre dialectiques

Nous avons élaboré une ingénierie de formation visant à accompagner des professeurs des écoles débutants affectés, à l'issue de leur formation initiale, dans une ZEP scolarisant une population socialement particulièrement défavorisée. Les pratiques des professeurs débutants n'étant pas encore stabilisées, nous faisons l'hypothèse qu'il sera plus aisé d'intervenir sur ces pratiques dans le but de les enrichir.

Cette ingénierie s'organise autour de quatre dialectiques.

La première dialectique concerne les deux stratégies de formation principalement mises en œuvre : une démarche de compagnonnage et une démarche réflexive. Le compagnonnage fait intervenir des acteurs de catégories différentes. Le professeur débutant entre en relation avec ses pairs (débutants ou plus anciens) mais aussi avec des formateurs de différentes catégories (professeurs spécialisés dans l'enseignement d'une discipline particulière, psychologues, professeurs des écoles exerçant comme conseillers pédagogiques). Il s'agit en même temps de développer une attitude réflexive chez les enseignants débutants. En situation problématique, comme c'est le cas en ZEP, il y a nécessité de réfléchir sur tous les éléments qui sont convoqués, souvent de manière imbriquée et implicite, dans toute pratique d'enseignement : identifier la tâche à réaliser par l'élève, le contexte de la réalisation de cette tâche, les techniques et connaissances mobilisées pour la résoudre, les limites de cette réalisation, les adaptations possibles dans une nouvelle tâche, etc.

La deuxième dialectique concerne les modalités de formation. Certaines situations ciblent un professeur particulier et relèvent d'un accompagnement individuel alors que d'autres s'adressent à l'ensemble des professeurs concernés par la recherche.

La troisième dialectique vise à mettre en relation les expériences personnelles de chaque professeur débutant, considérées dans leur contexte particulier, et une expérience relevant d'un collectif enseignant, reformulée, reconstituée, recomposée par un formateur engagé dans des recherches sur les pratiques enseignantes et sur les pratiques de formation. Ce jeu sur les stratégies et les modalités de formation comme sur l'expérience professionnelle acquise personnellement ou collectivement devrait permettre à l'enseignant de prendre conscience des marges de manœuvre possibles et d'explorer diverses manières de les investir, de repenser ses expériences à l'aune de ce que l'on sait sur les contraintes spécifiques aux ZEP, sur les contradictions à gérer, sur les différents modes de réponses possibles.

La quatrième dialectique joue sur le niveau (local ou global) d'intervention sur les pratiques. Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible d'interroger la logique d'un enseignant de ZEP et d'initialiser des changements dans sa pratique, pourvu que ces derniers soient suffisamment locaux et ne remettent pas trop en cause cette logique. Il s'agit d'éviter des rejets qui pourraient s'avérer violents. Nous nous appuyons pour cela sur les travaux de Butlen (2004) portant sur l'organisation des pratiques enseignantes, notamment sur les gestes professionnels et les routines.

III – 2 Les types de situations et les contenus privilégiés

Cette ingénierie comporte trois types de situations de formation organisées autour des quatre dialectiques précédentes (SIQ : situation d'information et de questionnement, SC : situation de compagnonnage, SEM : situation d'échange et de mutualisation des pratiques).

III – 2.1 Situation d'information et de questionnement (S.I.Q.)

Il s'agit d'initialiser un questionnement chez l'enseignant tout en lui apportant des informations et des ressources. Ce premier type de situation est proposé dans un cadre collectif et comporte trois entrées.

Une première entrée concerne l'adaptation de situations d'apprentissage et de programmations en vue d'un enseignement en ZEP, en prenant en compte un double point de vue cognitif et médiatif. Il nous semble en effet que ces deux aspects doivent sans cesse être liés car l'action sur la composante cognitive seule ne suffit pas : il faut aider le futur enseignant à gérer la mise en actes de son projet et donc prendre en compte la composante médiative. La question de l'adaptation des scénarios standards à un public de ZEP doit être particulièrement travaillée, notamment par un jeu sur les variables didactiques. Nous pouvons définir plusieurs critères susceptibles de guider cette adaptation : le degré de complexité et la durée des situations ; le découpage de la tâche ; le contexte des situations ; l'ancrage du nouveau dans l'ancien.

Les scénarios étudiés en formation doivent être facilement réinvestissables par les enseignants débutants. Cette étude peut se faire à partir de certains contenus qui nous semblent emblématiques à la fois pour l'apprentissage des élèves et pour l'enseignement des mathématiques. Pour notre part, nous avons choisi le calcul mental, la géométrie et la résolution de problèmes classiques.

La seconde entrée est centrée sur les gestes professionnels. A partir de protocoles, de vidéos témoignant de pratiques effectives « externes » (mises en œuvre par d'autres professeurs de ZEP que les professeurs accompagnés), il s'agit de s'interroger sur des gestes et routines professionnels, en liaison avec différents genres de pratiques. Cette information s'appuie sur un questionnement en direction des formés.

La troisième entrée comporte une information sur les contraintes spécifiques aux ZEP, sur les contradictions vécues quotidiennement par les professeurs de ces classes. L'accent peut être mis sur la contradiction entre logique de socialisation et logique d'apprentissage dont le dépassement est un enjeu décisif pour l'enseignement en ZEP. Cette troisième entrée vise à enrichir les représentations des enseignants sur les élèves de ZEP ; elle permet d'apporter une information sur les spécificités des élèves de ces classes, en particulier pour éviter de les identifier systématiquement avec des élèves en difficulté.

III – 2.2 Situation de Compagnonnage (S.C.)

Contrairement à la situation précédente, les interventions sont ici strictement individuelles et s'adressent à la personne de l'enseignant. La situation de compagnonnage consiste à observer la classe de l'enseignant accompagné et à répondre individuellement aux questions effectives qu'il se pose. Pendant cette phase de compagnonnage, le chercheur est une personne « ressource ». Les réponses apportées sont alors complètement contextualisées et prennent en compte l'interlocuteur. Par ailleurs, nous essayons de répondre sans être trop précis, de manière à laisser une marge de manœuvre et un choix au professeur. Par exemple, pour l'apprentissage de certaines notions, nous donnons des lignes directrices et fournissons plusieurs exemples de situations d'apprentissage qui nous paraissent suffisamment « riches ».

III – 2.3 Situation d'échanges et de mutualisation des pratiques (S.E.M.)

Cette situation est organisée au sein de groupes restreints. Elle facilite un passage de l'individuel au collectif. Sur la base de témoignages des enseignants débutants, il s'agit de mettre en place une pratique réflexive à partir d'échanges entre pairs et avec les chercheurs. Ces échanges sur les pratiques effectives, sur leur efficacité et leurs limites, permettent d'une part aux enseignants de mettre en commun leurs expériences et d'autre part aux chercheurs de replacer les observations dans la continuité de la classe. Ils amènent les enseignants à passer d'une simple description de leur pratique à une analyse de leurs projets et de leurs mises en actes. La mixité entre chercheurs et enseignants permet à ces derniers d'enrichir leur lexique dans leur discours sur les pratiques. Ce retour réflexif sur sa propre pratique, imposé dans un premier temps dans le cadre de la formation, se construit par la suite dans la durée, à partir de nombreuses situations d'échanges sur des sujets variés.

De façon générale, l'ingénierie d'accompagnement doit prendre en compte l'institution. Les situations du premier type (S.I.C.) sont proposées lors du stage de prise de fonction des nouveaux professeurs des écoles qui se déroule soit sur trois semaines en début d'année soit sur trois fois une semaine au cours du premier et du second trimestre. Les situations de compagnonnage, d'échanges et de mutualisation des pratiques (S.C. et S.E.M.) supposent des observations de classes et des regroupements réguliers entre enseignants accompagnés et chercheurs.

III – 3 Quelques éléments sur la méthodologie

III – 3.1 Les conditions des observations

Nous avons travaillé pendant leurs deux premières années d'exercice avec dix professeurs des écoles débutants, affectés dans trois écoles très proches géographiquement et socialement. Ces écoles se situent dans un quartier très défavorisé de Meaux (Seine et Marne). Ces enseignants volontaires se répartissent entre le cycle 2 et le cycle 3 de l'école primaire.

Les différentes situations de formation du dispositif d'accompagnement sont systématiquement enregistrées afin de pouvoir en analyser la mise en œuvre a posteriori. Les séances de mathématiques conduites par les professeurs accompagnés sont observées (enregistrées et/ou filmées) afin de mesurer l'impact sur les pratiques de la formation dispensée. Il en est de même des moments d'échanges organisés entre pairs, en présence des chercheurs. Nous organisons également des entretiens enregistrés en fin d'année scolaire avec les enseignants débutants répartis en groupes de deux.

III – 3.2 La référence au i-genre 3

La prise en compte des processus de dévolution, régulation et institutionnalisation nous amène à définir cinq niveaux de dépassement de la contradiction fondamentale. Comme pour les indicateurs, nous considérons le i-genre 3 comme référent pour définir ces niveaux. Pour la clarté de l'exposé qui suit, nous les avons désignés par des expressions caractéristiques de chacun : installation d'une paix scolaire, consistance des problèmes et temps de recherche, explicitation des procédures, hiérarchisation des procédures et synthèse, institutionnalisation.

III – 4. Les résultats

III – 4.1 Un effet de l'accompagnement sur les pratiques de quatre PE : une extension des marges de manœuvre

Un premier effet concerne l'extension des marges de manœuvre du professeur débutant : celui–ci acquiert une certaine liberté par rapport à l'utilisation des ressources existantes et aux contraintes liées au fonctionnement de l'équipe pédagogique.

Nos diverses observations nous amènent à dire que les professeurs débutants peuvent avoir, au départ, différentes attitudes par rapport au fichier officiellement utilisé en classe de mathématiques en fonction de ses caractéristiques et de la place qu'ils accordent à l'utilisation de ressources de ce type. Notons qu'en général ils ressentent le besoin de disposer d'un manuel (pour leurs élèves), que le choix de celui-ci est déjà fait quand ils arrivent dans l'école, et qu'ils ne peuvent légitimement que s'y conformer dans un premier temps.

Ces attitudes sont à relier d'une part aux attentes des professeurs concernant les supports (terme générique ici) dont ils souhaitent disposer pour leurs élèves et d'autre part, à la nature des ressources. Certains, à juste titre, considèrent le fichier comme un carcan (non adapté, trop formel…), mais ils ont du mal à s'en libérer car il est aussi utilisé par les autres collègues de l'école. Dans ce cas, notre ingénierie semble avoir contribué à faire disparaître leurs hésitations puisque des débutants observés ont finalement totalement abandonné le fichier « officiel » et déclarent bâtir eux-mêmes leurs leçons, à partir de divers documents et de leur inspiration personnelle. Les documents que nous avons fournis et les réponses à leurs demandes ont sans doute facilité ce choix. Notons que cette émancipation peut aussi avoir ses revers si le professeur débutant n'est pas assez « armé » pour construire lui-même ses progressions. Le fichier constituait un cadre qui, même imparfait, avait le mérite d'exister. D'autres, lorsque le fichier est plus « ouvert », l'utilisent relativement fidèlement, en suivant de près la progression, s'appropriant plus ou moins les intentions des auteurs, tout en s'autorisant quelquefois à sauter certaines situations jugées trop complexes.

Ces deux attitudes face aux ressources présentes dans la classe sont confortées grâce aux échanges suscités dans notre ingénierie (S.E.M.). Notre accompagnement permet à certaines ressources d'être reconnues comme riches et utilisées dans ces classes. Il contribue à étendre les marges de manœuvre du professeur et donc à élargir le champ des possibles dans le domaine du choix des situations.

III – 4.2 Des facteurs « déterminants » dans la formation des pratiques

De façon générale, il y a nécessité de prendre en compte plusieurs facteurs : les ressources pédagogiques, la maîtrise par le professeur des contenus mathématiques mais surtout l'existence d'une attitude que nous qualifions de « vigilance scientifique » par rapport à cette discipline et à son enseignement, le niveau scolaire de la première classe dans laquelle le professeur enseigne, et enfin le contexte social et institutionnel de l'école.

L'impact des ressources utilisées

Il semble que les manuels utilisés en mathématiques lors des deux premières années d'exercice aient un rôle important dans la construction des pratiques des débutants. Ces documents peuvent induire un certain type de pratique, en partie à l'insu du professeur.

En effet, dans le cas d'au moins deux professeurs (Christine et Valentin), nous observons qu'un fichier qui donne une grande place à la résolution de problèmes, qui propose un certain nombre d'éléments aidant à l'analyse a priori et qui décrit dans le détail les phases du déroulement des séances peut contribuer à rapprocher un professeur débutant du i-genre 3. Notons toutefois que l'activité du maître n'y est souvent évoquée que sommairement et reste assez implicite. À l'inverse, un fichier qui laisse peu d'initiative à l'élève, où celui-ci n'a qu'à reproduire, avec quelques variantes, l'exemple de départ, rapproche le professeur débutant du i-genre majoritaire. Il y aurait ainsi une sorte de « formatage » des pratiques à partir du fichier. Mais bien sûr, cela ne suffit pas. Une séance de mathématiques, dont tous les moments sont précisément décrits (dévolution, recherche des élèves, mise en commun, institutionnalisation) peut être détournée de ses objectifs initiaux et devenir une leçon où l'élève n'a plus qu'à appliquer ce que dit le maître. Mais si le type d'activités proposées par le fichier correspond aux préoccupations et aux choix du professeur et si ce dernier suit assez fidèlement les indications, sa pratique est en quelque sorte « induite » par le fichier.

En revanche, dans le cas d'un autre professeur (Vanessa), nous observons que la mise à distance du fichier utilisé officiellement dans la classe s'est accompagnée d'une imprécision et d'une improvisation mal contrôlée.

Le poids de la « vigilance scientifique »

Nos observations nous ont permis de préciser le rôle joué par la « maîtrise » des contenus mathématiques à enseigner dans les grands choix effectués par les professeurs. La maîtrise des contenus, bien qu'indispensable, n'assure pas à elle seule la compétence à transmettre ces contenus, le professeur pouvant rester soit dans un rapport au savoir de type élève, soit dans un rapport de type expert. Nous avons souligné l'importance d'une certaine "vigilance scientifique" de la part du professeur, alliant une maîtrise des contenus mathématiques enseignés à une prise de recul par rapport à ces contenus et aussi à une perception des enjeux d'apprentissage, y compris en terme d'organisation des savoirs en jeu. Cette dernière légitime les itinéraires cognitifs proposés aux élèves.

L'importance du niveau de la première classe

Le niveau scolaire de la classe (cycle 2 ou cycle 3) à laquelle le professeur est affecté en première nomination peut être un déterminant important pour la construction des pratiques. Les moments de synthèse et d'institutionnalisation semblent particulièrement concernés. En effet, leur qualité et même parfois leur existence dépendent à la fois des savoirs mathématiques en jeu dans les situations et des activités effectives des élèves. Au cycle 2 et plus particulièrement au CP, les savoirs sont assez vite naturalisés, ce qui peut conduire les enseignants à sous-estimer les enjeux des moments collectifs d'institutionnalisation, cette dernière pouvant être menée sous forme d'une correction sur un mode individuel ou public. Cet effet imputable à la nature des savoirs est renforcé par d'autres facteurs liés aux difficultés des très jeunes élèves à entrer dans des activités collectives (centration plus importante sur soi-même, difficultés d'écoute et de formulation).

En revanche, au cycle 3, et plus particulièrement au cours moyen, la naturalisation de beaucoup de savoirs mathématiques enseignés peut nécessiter plusieurs années voire, pour certains individus, n'être jamais réalisée. Celle-ci se faisant progressivement lors de différentes institutionnalisations, le caractère collectif de ces moments est non seulement justifié mais peut s'avérer indispensable.

Le poids du contexte institutionnel

L'équipe (locale) des enseignants et en particulier la direction de l'école jouent sans doute un rôle non négligeable dans l'impulsion de tel ou tel type de pratique et donc dans la formation et la stabilisation des pratiques.

Dans le cas de deux des professeurs accompagnés (Christine et Valentin), leur participation dès le début de l'année au travail de l'équipe de l'école, impulsé d'une manière volontariste par la directrice, a été difficile. Ce travail était ciblé la première année sur la mise en œuvre d'une « démarche d'investigation » en sciences et sur l'utilisation en mathématiques d'un manuel imposé aux classes de cycle 2 (Cap maths). La seconde année, l'utilisation systématique et pour toutes les classes de Ermel a été décidée par l'équipe sur proposition argumentée de la directrice pour qui ce manuel constitue une « référence » en mathématiques. Christine et Valentin, surtout la première année, ont dû fournir un travail important pour réussir à s'intégrer. Ils reconnaissent maintenant que l'équipe les a aidés et se déclarent finalement satisfaits de cet investissement et de la réflexion qui l'a accompagné. On peut penser que seuls, ils auraient sans doute construit un autre type de pratique laissant en particulier moins de place à la résolution de problèmes consistants par les élèves.

III – 4.3 Les cinq niveaux et les modalités de dépassement observées

Pour identifier et mesurer les évolutions dans les pratiques, nous avons été amenés à définir, en « référence » au i-genre 3, cinq « niveaux de dépassement » de la contradiction fondamentale[12] qui, s'ils sont atteints, devraient garantir les apprentissages mathématiques des élèves. Il s'agit d'une référence et non d'un modèle, toutes les séances de mathématiques ne relevant pas forcément d'un même schéma. Ce choix se justifie par plusieurs éléments. D'une part, un enseignant dont la pratique relève du i-genre 3 propose à la fréquentation de ses élèves des mathématiques potentiellement plus riches et donc davantage vecteurs d'apprentissage. D'autre part, ces pratiques existent ; elles sont donc viables, même dans des ZEP très difficiles où des compromis avec les élèves et les institutions restent possibles. De plus, en tant que formateurs, les enjeux liés au i-genre 3 nous semblent accessibles. Notons que la théorie des situations continue à nous servir, en tant que chercheurs, de grille de lecture de l'existant.

Nous avons désigné ces cinq niveaux par des expressions caractéristiques de chacun : installation d'une paix scolaire, proposition de problèmes consistants et aménagement de temps de recherche, explicitation des procédures, hiérarchisation des procédures et synthèse, institutionnalisation.

Premier niveau : installation d'une paix scolaire

Le premier niveau correspond à l'obtention d'une certaine « paix scolaire ». Nous définissons la « paix scolaire » comme le couple paix sociale et adhésion au projet d'enseignement du professeur. Le premier élément du couple peut notamment se caractériser par l'établissement de règles de fonctionnement de la classe acceptées par les élèves et indispensables à la relation didactique : calme dans la classe, absence de violence entre les élèves, respect et écoute des personnes, prises de paroles contrôlées, climat de sécurité etc. L'adhésion des élèves au projet d'enseignement du professeur se manifeste par un climat de confiance, voire de complicité, entre les élèves et le professeur, par un enrôlement rapide et sans trop de résistance des élèves dans les tâches.

L'installation de la paix scolaire participe au processus de dévolution mais relève aussi de l'ensemble de l'acte d'enseignement. Le second élément du couple définit pour une part le topos de chacun et il est difficilement explicitable dans la mesure où il résulte d'une négociation « cachée » entre élèves et professeur.

Un minimum de paix scolaire doit être obtenu pour atteindre et dépasser les autres niveaux. Les modalités d'installation de la paix scolaire ont donc une influence sur les autres niveaux mais, inversement, les modalités de dépassement d'un niveau donné contribuent à la paix scolaire. La question du lien entre apprentissages des élèves et confort de l'enseignant est ainsi posée de manière plus fine. Il en est de même des relations entre pédagogique et didactique.

Nous avions repéré, dans nos recherches précédentes, au moins deux modalités pour atteindre ce premier niveau. Un professeur, débutant, du i-genre 3, sans avoir complètement installé la paix sociale obtient l'adhésion des élèves à son projet d'enseignement. Toutefois,

[12] Celle qui oppose une logique de socialisation à une logique d'apprentissages disciplinaires

son manque d'expérience et le défaut de reconnaissance institutionnelle qui l'accompagne rendent souvent fragile les équilibres installés. La négociation se poursuit avec les élèves tout au long de la première année d'enseignement.

A l'inverse, une seconde modalité liée au i-genre 1 se caractérise par une paix sociale obtenue grâce au respect rigoureux d'une certaine « discipline » sans être pour autant accompagné d'une adhésion des élèves au projet d'enseignement. Si apparemment le maître semble maîtriser l'avancée du temps didactique, c'est parce qu'il anticipe sur la lassitude des élèves en réduisant ses exigences ou en raccourcissant le temps d'activité.

Notre recherche permet de mettre en évidence des gestes professionnels constituant une routine permettant d'installer des conditions pour l'obtention de la paix scolaire. Notons que certaines de ces routines ne sont pas sans risques pour l'avancée des apprentissages et nourrissent les deux premières contradictions mises en évidence en ZEP.

Maintenir un rythme de travail soutenu : dans nos recherches précédentes, nous avons montré que les moments de changement de tâche, souvent liés à des changements de statut de la connaissance sont ceux au cours desquels les élèves résistent le plus. Une façon de contrer cette résistance est de garder un rythme de travail soutenu de manière à ne pas laisser « d'espace » aux élèves.

Maintenir constamment la « pression » sur les élèves en reprenant très vite la main quand cela s'avère nécessaire, en réorientant pour une part le travail des élèves, tout en essayant de conserver une certaine « ouverture » de la tâche prescrite. Notons que les décisions à prendre dans ce cadre par l'enseignant sont assez délicates puisqu'elles tendent à faire perdre une certaine part d'adidacticité aux situations.

Maintenir l'adhésion des élèves en ménageant une place à chacun, par exemple en les sollicitant tous, mais cela peut se faire au détriment de l'avancée du temps didactique et de la mise en texte des savoirs. En effet, le souci de valoriser tous les élèves, même les plus faibles, nourrit la seconde contradiction mise en évidence en ZEP entre réussite à court terme et apprentissage. Le professeur est amené à considérer avec la même attention toutes les productions des élèves, à les mettre au même niveau aux yeux des élèves sans les hiérarchiser. Or cette hiérarchisation, qui peut aller jusqu'à la non prise en compte de certaines propositions, est indispensable à l'avancée des apprentissages. De même, dans le souci de dédramatiser l'erreur, le professeur peut être amené à consacrer beaucoup de temps au traitement de certaines erreurs individuelles.

Garder le contact avec les élèves en restant très proche de leurs formulations, mais cela peut se faire au détriment de la formalisation des savoirs : en effet, le professeur en régulant le niveau de formalisation de ses interventions sur celui des élèves les plus faibles en reste à leurs formulations, voire se situe en deçà de certaines formulations produites dans la classe.

De plus, le professeur peut prendre appui sur certaines activités comme celles qui relèvent du calcul mental : en effet, de par leur caractère rituel et les exigences de rapidité dans leur enchaînement, ces dernières peuvent contribuer à enrôler les élèves et à les installer dans une posture de travail. D'autres domaines des mathématiques comme la géométrie peuvent aussi, de par la spécificité des tâches proposées, jouer ce rôle et contribuer à l'adhésion de l'élève au projet d'enseignement du professeur.

Nos premières observations portent sur quatre professeurs : Aurélie, Christine, Vanessa, et Valentin.

Parmi ces quatre professeurs, un seul (Valentin) ne réussit pas complètement à installer la paix scolaire. Une certaine tension perdure dans sa classe, due en particulier à des exigences de discipline peut-être trop grandes qui le contraignent à de nombreux rappels à l'ordre qui ne nous apparaissent pas toujours « justifiés » ou arrivant à bon escient. Notons que ces exigences sont peut-être pour lui une façon de garantir sa légitimité. Aurélie installe la paix scolaire grâce à des rappels à l'ordre, beaucoup de rigueur, mais surtout un environnement mathématique de grande qualité. Il en est de même pour Christine qui s'appuie par ailleurs sur un climat de confiance et de communication dans la classe (communication entre elle et les élèves mais aussi entre élèves).

Quant à Vanessa il faudrait plutôt parler de complicité, de qualité de communication, davantage liées à une valorisation importante des élèves, à une volonté de rester proches d'eux (notamment du point de vue des formulations) qu'à la richesse de l'environnement mathématique proposé. Ainsi, les personnages intervenant dans les problèmes posés par Vanessa portent souvent le prénom d'enfants de la classe. Ils peuvent même mettre en scène des évènements de leur vie personnelle ou familiale. Afin de rester proches des formulations des élèves, le langage du professeur est parfois approximatif, voire en deçà des capacités de formulations de certains élèves de la classe.

Les autres niveaux concernent en particulier la place laissée à des moments a-didactiques, à des moments qui renvoient à des actions, à des formulations, à des validations et à des institutionnalisations. Toutefois, ils ne peuvent s'identifier à ces divers moments.

Deuxième niveau : proposition de problèmes consistants et aménagement de temps de recherche

Le deuxième niveau se caractérise par l'installation d'un climat de travail mathématique et éventuellement de communication dans la classe. Le professeur propose aux élèves fréquemment, voire systématiquement, des problèmes mathématiques consistants, les engageant dans une recherche effective. Il peut adapter des situations issues de manuels mais sans remettre en cause les enjeux en termes de savoir et d'apprentissage (contenu mathématique visé et procédures attendues). Un autre indicateur lié au précédent concerne la gestion du temps de recherche des élèves : d'une part ce dernier est relativement significatif, d'autre part les aides éventuelles apportées ne s'accompagnent pas d'une réduction des exigences.

Sur les quatre professeurs accompagnés, trois atteignent ce second niveau. Notons que pour l'un d'entre eux (Valentin), nous constatons une évolution importante entre la première et la seconde année due, en particulier, à l'influence des ressources utilisées.

La quatrième (Vanessa) a une pratique très diversifiée, relevant d'une certaine improvisation. Elle n'atteint pas toujours ce second niveau. C'est le cas seulement lorsque les élèves sont en recherche autonome. Notons que cela se produit assez souvent car la classe est constituée d'un double niveau.

Troisième niveau : explicitation des procédures

Le troisième niveau concerne la place laissée aux élèves dans les moments de mise en commun des réponses, de validation de celles-ci et d'explicitation des procédures (menant ou non à la réussite) mises en œuvre pour les obtenir. Les élèves sont amenés à exposer leurs procédures. Cette phase de formulation et d'explicitation se fait d'autant plus facilement que le professeur a instauré un climat de communication dans la classe. Les élèves ont l'habitude d'expliquer leur démarche, de questionner l'enseignant ou leurs pairs sur le travail à produire ou produit, de s'exprimer par rapport aux erreurs rencontrées, etc.

Ce troisième niveau est atteint par deux des quatre professeurs : Aurélie et Christine. L'existence de tels moments est liée à la nature des tâches proposées aux élèves. Selon « l'ouverture » du problème, il y aura lieu d'envisager ou non un retour sur les procédures plus ou moins variées ayant conduit au résultat et de revenir sur des réponses incorrectes mais « attendues » pour faire avancer les apprentissages. Pour Vanessa, il n'y a pas toujours explicitation des procédures, cela dépend de la forme de travail (recherche autonome ou cours dialogué). Valentin évolue nettement dans ce sens entre la première et la seconde année. Au cours des premières séances observées, il propose des « exercices » assez « fermés » et qui donnent lieu à des moments de « correction » sans beaucoup de retour sur les réponses effectives et sur les erreurs qui ont pu être produites par les élèves. Progressivement, comme les situations qu'il propose sont plus riches mais aussi comme il fait davantage confiance aux situations et aux élèves, ces phases de mise en commun évoluent. Cependant, il fait le choix de revenir sur toutes les productions et ne s'autorise pas à « guider » les élèves dans leur exploration, laissant le tri et le classement des réponses proposées à la charge des élèves, ce qui rend très difficile la gestion de cette phase et le travail de synthèse qu'il doit effectuer.

Quatrième niveau : hiérarchisation des procédures et synthèse

Nous avons été amenés à distinguer un quatrième niveau, car le troisième peut être dépassé sans que ce quatrième soit atteint. Il concerne la hiérarchisation par le professeur des productions des élèves et l'existence de phases de synthèse contextualisées. Cette hiérarchisation peut prendre en compte plusieurs facteurs : l'efficacité et la validité de la procédure, son économie en terme de temps de résolution, la nature et le degré d'expertise des savoirs mobilisés.

Les niveaux 4 et 5 sont nettement plus problématiques. Seule Aurélie atteint pleinement ce quatrième niveau. Christine ne hiérarchise pas les productions des élèves : tout est « mis à plat ». Vanessa fait de rares synthèses, pas toujours en lien avec l'explicitation des procédures. Valentin se contente d'énoncer la réponse en la replaçant dans le contexte de la situation, c'est-à-dire d'effectuer une sorte de « vérification » pour convaincre de la validité de la réponse. Nous pouvons donner des éléments d'explication à ces difficultés, pour une part liés à la composante sociale.

Tout d'abord, comme nous l'avons vu, les enseignants de ZEP sont soumis à une seconde contradiction entre réussite immédiate et apprentissage. Puisque aucun élève ne doit se sentir rejeté, la nécessité de prendre en compte toutes les productions des élèves, de n'en laisser aucune de côté, de les valoriser toutes, ne favorise pas la hiérarchisation des procédures. De plus, le manque de « vigilance scientifique » souvent observé, lié à une mauvaise perception des enjeux de savoir, ne favorise pas l'identification des variables didactiques en jeu et l'analyse à priori des situations. Ce défaut de « vigilance scientifique » peut sans doute expliquer la faiblesse des institutionnalisations dans la mesure où l'enseignant manque de « ligne directrice » dans la conduite des situations.

Enfin, il ne faut pas nier la difficulté intrinsèque, même pour un expert, à établir à partir des productions effectives des élèves une synthèse « en actes » qui débouche logiquement sur une institutionnalisation claire. En effet, les productions ne sont jamais complètement prévisibles, il n'y a pas forcément d'ordre linéaire permettant de les hiérarchiser. De plus, les formulations utilisées pour institutionnaliser méritent souvent réflexion de la part du professeur et cela d'autant plus que les élèves sont jeunes.

Cinquième niveau : institutionnalisation

Le cinquième niveau se caractérise par une institutionnalisation des savoirs ou méthodes en jeu dans la situation, par une décontextualisation et dépersonnalisation mais aussi par une réorganisation des savoirs visités, notamment en terme d'ancrage du nouveau dans l'ancien.

Seule Aurélie atteint pleinement ce cinquième niveau. Christine fait quelques institutionnalisations que l'on peut qualifier de « molles », Vanessa propose plutôt des corrigés types. Notons cependant que tous ont le souci de rappeler des savoirs anciens pour mieux ancrer les nouveaux.

Nous avons caractérisé la pratique d'Aurélie comme relevant du i-genre 3. La pratique de Christine s'en rapproche beaucoup, mais elle n'atteint pleinement que les trois premiers niveaux. Nous pouvons dire que Christine illustre une certaine dérive du socio-constructivisme caractérisée par une explicitation des procédures mais sans hiérarchisation, suivie ou non d'une synthèse puis d'une institutionnalisation faible, voire inexistante, ne permettant pas de pointer clairement les savoirs mathématiques en jeu.

Les critères qui permettent d'identifier ces différents niveaux ainsi que leur dépassement ne sont pas de même nature du point de vue du chercheur. Alors qu'il est relativement aisé de repérer les trois premiers, les deux autres sont davantage marqués par la nature des problèmes proposés, par l'histoire de la classe, notamment par l'avancée du temps didactique, voire par des contraintes institutionnelles. L'analyse a posteriori ne peut suffire, c'est en fait la comparaison entre les choix contextualisés de l'enseignant et le choix qu'aurait fait le chercheur sur la base d'une analyse a priori et prenant en compte a posteriori le contexte qui permet de trancher.

Nous utilisons le terme de niveau sans pour autant vouloir construire un modèle totalement hiérarchisé. En effet, l'analyse des pratiques observées nous montre que certaines caractéristiques d'un niveau peuvent être présentes sans que le niveau précédent soit totalement dépassé. C'est notamment le cas du premier niveau qui peut n'être que partiellement atteint. Ainsi Sébastien, professeur du i-genre 3 repéré dans notre précédente recherche atteint le niveau 5 alors que la paix scolaire n'est que partiellement installée ou du moins reste problématique.

IV – 4.3 Conclusion

À cette étape de notre recherche, nous pouvons dire que grâce au dispositif d'accompagnement, les professeurs ont acquis certains « mots pour le dire » pour parler de leurs pratiques et les analyser. Nos premiers résultats confirment certaines de nos hypothèses, notamment la nécessité d'identifier la logique de chaque enseignant pour intervenir au plus près de celle-ci en tentant d'évaluer la « prise de risque » que l'enseignant est prêt à consentir sans trop le déstabiliser. Par ailleurs, ils montrent qu'un accompagnement durant les deux premières années d'exercice permet d'élargir les marges de manœuvre des enseignants, de les aider à prendre confiance, et donc d'enrichir leurs pratiques.

Nos recherches sur les pratiques enseignantes nous amènent à penser la formation initiale et continue davantage en terme d'adaptation pour prendre en compte les différentes contraintes, notamment sociales en ZEP, tout en préservant les apprentissages des élèves. Devant des publics difficiles, les professeurs sont contraints de s'adapter pour dépasser la contradiction fondamentale. Ces adaptations peuvent concerner plusieurs domaines : la paix scolaire mais aussi, entre autres, les situations à proposer aux élèves, l'organisation de la classe et la structure des déroulements, la place de la formulation, la place de l'écrit…

Nous avons vu que la paix scolaire, définie comme le couple (paix sociale, adhésion au projet de l'enseignant) est une condition en partie nécessaire à l'apprentissage des élèves et nous avons mis en évidence certaines routines visant à l'installer. L'obtention de la paix scolaire est liée à la prise de risque mathématique que s'autorise l'enseignant dans sa classe à différents moments de son enseignement. En effet, on peut penser que si ce premier niveau est atteint, le professeur aura davantage confiance dans la consistance de la situation qu'il propose, dans sa capacité à la gérer, mais aussi dans le travail des élèves, dans ce qu'ils sont capables de produire pour faire avancer les apprentissages. Si on considère l'incertitude générale que l'enseignant doit gérer quand il fait classe, on peut penser que la réduction de celle-ci concernant les comportements des élèves va lui permettre, par une sorte de compensation, d'accepter davantage d'incertitude du point de vue mathématique et donc de prendre plus de risque dans ce domaine. Il pourra alors proposer à ses élèves des problèmes non triviaux liés à une gestion de classe plus complexe, les laisser chercher sans réduire ses exigences, s'appuyer sur leurs différentes productions pour tenter une synthèse.

Notre accompagnement a permis par ailleurs de dégager plusieurs idées pour adapter à des élèves de ZEP des situations « riches » issues de ERMEL ou d'autres ressources, en jouant notamment sur le choix des variables didactiques permettant « d'alléger » la situation sans en perdre le sens (choix des nombres, des supports, du matériel…) mais aussi sur le nombre et l'ordre des situations constituant une progression sur un thème donné.

Concernant la place de la formulation, le professeur en ZEP est amené à étayer à l'oral les formulations souvent pauvres des élèves, à les reprendre, à les compléter. Cela explique d'ailleurs en partie la difficulté à conduire des phases collectives. La place de l'écrit, souvent importante dans les ressources, doit être minorée pour tenir compte de la spécificité du contexte ZEP : par exemple, le professeur peut se contenter d'une explicitation orale plutôt qu'écrite des procédures, d'échanges oraux entre les élèves plutôt que s'appuyant sur un écrit.

Rappelons aussi l'importance, notamment avec des élèves en difficulté, de l'ancrage des connaissances nouvelles dans les connaissances anciennes. Les quatre enseignants observés se révèlent d'ailleurs très vigilants dans ce domaine.

Nous avons vu que les effets de l'accompagnement concernent davantage le processus de dévolution que celui de régulation et surtout celui d'institutionnalisation. En effet, les enseignants débutants proposent à leurs élèves des problèmes plutôt consistants, aidés en cela par les différentes situations de formation du dispositif d'accompagnement mais aussi par des ressources « riches ». Ils laissent un temps de recherche significatif (individuel ou par groupes) pendant lequel leurs interventions ne débouchent pas sur une réduction de leurs exigences. Ils essaient le plus souvent d'ancrer le savoir nouveau dans l'ancien.

Par contre, ils ne sont pas forcément aptes à reconnaître et à hiérarchiser les variables didactiques en jeu dans les problèmes. Ceci apparaît par exemple dans le fait qu'ils peuvent les adapter de façon maladroite d'un point de vue mathématique. De plus, même s'ils prennent en compte (parfois de façon caricaturale) les productions effectives des élèves, les professeurs débutants sont particulièrement démunis dans les phases de synthèse et d'institutionnalisation.

En mettant nos résultats en perspective avec la formation initiale, nous voyons que, s'il est possible de « gagner » sur le processus de dévolution, cela est beaucoup plus difficile pour les processus de régulation et surtout d'institutionnalisation pour lesquels beaucoup de résistances subsistent. Cela doit nous alerter en tant que formateurs car ne pas prendre en compte ces difficultés en formation justifie par avance des attaques contre le constructivisme et les méthodes d'enseignement qui s'en inspirent. Par ailleurs, pour initialiser une réflexion sur l'adaptation[13] en formation, il nous semble indispensable de ne pas dissocier les contraintes liées à l'exercice du métier et celles liées aux apprentissages des élèves.

BIBLIOGRAPHIE

BLANCHARD-LAVILLE C., NADOT S. (2000) *Malaise dans la formation des enseignants* Paris, L'Harmattan

BROUSSEAU G. (1995) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques In NOIRFALISE, PERRIN-GLORIAN, *Actes de la 8ème école d'été de la didactique des mathématiques*, Clermont Ferrand, IREM de Clermont-Ferrand, pp3-46

BUTLEN D., PEZARD M. (1991), Un enseignement de didactique des mathématiques à des futurs instituteurs-maîtres-formateurs, *Document n°4 pour la formation des enseignants*, n°4, Paris, IREM Paris 7, université de Paris 7

[13] Il s'agit ici d'amener les professeurs qui enseignent en ZEP (mais aussi ailleurs) à mieux penser leur enseignement en fonction du public ciblé, notamment à penser les adaptations nécessaires pour prendre en compte les difficultés, les habitudes de travail et les comportements de leurs élèves sans hypothéquer les apprentissages disciplinaires.

BUTLEN D., MASSELOT P. (1997) Ateliers d'analyse de pratiques professionnelles en formation initiale des professeurs des écoles. In COPIRELEM *Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques, Tome V, Actes stage national des formateurs de mathématiques du premier degré, Rennes,* 95-107, Paris, IREM de Paris 7, Université de Paris 7

BUTLEN D, LEPOCHE G., (1998) Analyse d'entretiens à chaud lors d'ateliers professionnels. In COPIRELEM *Actes du colloque national des formateurs de mathématiques du premier degré (Loctudy)*, 249-280, Brest, IREM de Brest.

BUTLEN D., LEPOCHE G., MASSELOT P., (2001) Analyse d'une séance de mathématiques menée par un professeur stagiaire : introduction d'écritures soustractives au CP. In COPIRELEM *Actes du colloque national des formateurs de mathématiques du premier degré*,177-213, Tours, IREM de Orléans-Tours.

BUTLEN D. MASSELOT P. (2001) : Exemple de routines au CP : Pratiques en mathématiques d'un professeur des écoles en première nomination, In *ARDM, Actes de la XIème école d'été de didactique des mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage

BUTLEN D., PELTIER M.L., PEZARD M. (2002) Nommé(s) en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP : cohérence et contradictions *Revue Française de Pédagogie*, n°140, Paris, INRP, 41-52

BUTLEN D., PEZARD M. (2003) Etapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol 23/1, Grenoble, La Pensée Sauvage, 41-78

BUTLEN D., PEZARD M. (2003) Une contribution à l'étude des rapports entre habiletés calculatoires et résolution de problèmes numériques à l'école élémentaire et au début du collège, *Spirale-Revue de recherche en éducation* n° 31, 117-140

BUTLEN D., CHARLES-PEZARD M, MASSELOT P., (2003) De l'analyse de pratiques effectives de professeurs des écoles débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation, *Recherche et Formation* n°44, 45-61

BUTLEN D., PEZARD M, MASSELOT P. (2004) In PELTIER M.L. (Ed) *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble, La Pensée Sauvage

BUTLEN D., MASSELOT P., N'GONO B., PEZARD M, (2005) Hétérogénéités et différenciations dans l'apprentissage des mathématiques en ZEP, in ARDM CD ROM *actes de la 13ième école d'été de didactique des mathématiques,* Ste Livrade

BUTLEN D., CHARLES-PEZARD M, MASSELOT P., SAYAC N., (2007) De l'analyse de pratiques à des scénarios de formation : accompagnement en mathématiques de professeurs des écoles nouvellement nommés dans des écoles de milieux défavorisés (ZEP/REP) *Cahier de Didirem* n°56, IREM Université Paris 7

BUTLEN D. (2004) *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des Professeurs des Ecoles*, HDR Paris, Université Paris 8

CHEVALLARD Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 19(2) 221-266.

CLOT Y. (1999), *La fonction psychologique du travail,* Paris, PUF

GOIGOUX R. (1997), La psychologie cognitive ergonomique : un cadre pour l'étude des compétences professionnelles des enseignants de français. *La lettre de la DFM,* 21, (2)

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1996), Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 16/3, 289-322, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

LEPLAT J., & Hoc J.M., (1983) Tâche et activité dans l'analyse psychologique des situations, *Cahiers de Psychologie Cognitive*, 3 (1), 49-63

LEPLAT J., (1997) Regards sur l'activité en situation de travail. Paris, PUF

MASSELOT P. (2000) De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs des écoles (une étude de cas), doctorat de didactique des mathématiques, Paris, IREM Paris7, Université Paris 7

N'GONO B. (2003) *Etude des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans les classes difficiles -Etude de l'impact éventuel de ces pratiques sur les apprentissages*, doctorat de didactique des mathématiques, Paris, IREM Paris7, Université Paris 7

PASTRE P., SAMURCAY R. et BOUTHIER D. (1995) Le développement des compétences, analyse du travail et didactique professionnelle, *Education permanente*, n°123

PASTRE P. (1996) Variations sur le développement des adultes et leurs représentations, *Education permanente* n°119, pp. 33-63

PERRENOUD P. (2001) D*évelopper la pratique réflexive dans le métier d'enseignant*, Paris ESF

PERRIN-GLORIAN M.J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 13/1.2, 5-118

PEZARD M. (1985) *Une expérience d'enseignement de la proportionnalité à des élèves instituteurs*, Paris, IREM Paris 7, Université Paris 7

PORTUGAIS J. (1998) Esquisse d'un modèle des intentions didactiques In BRUN J. & Als Eds, *Méthodes d'étude du travail de l'enseignant*, Genève, Interactions Didactiques

ROBERT A, (1999) Pratiques et formation des enseignants, *Didaskalia15*, 123-157

ROBERT A, (2001) Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 21/1.2, 57-80

ROGALSKI J. (2000) Y a-t-il un pilote dans la classe ? Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant. In ARDM, *Actes du Séminaire National de Didactique des mathématiques* – Grenoble – La Pensée Sauvage

SCHON D.A. (1994) *Le praticien réflexif. A la recherche de savoir caché dans l'agir professionnel*. Montréal, Les éditions logiques

TOCHON F.V. (1993) *L'enseignant expert*, Paris, Nathan

VERGNES D. (2000) *Analyse des effets d'un stage de formation continue en géométrie sur les pratiques des enseignants de l'école primaire*, Paris, IREM Paris 7, Université Paris 7

CONFERENCE 3 : L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES A DES ELEVES « EN DIFFICULTE » : SITUATIONS, SIGNES MATHEMATIQUES, PHENOMENES DE CONTRAT

Isabelle Bloch

IUFM d'Aquitaine

Université Bordeaux IV

Résumé : Avec les élèves en difficulté, les pratiques de résolution de problèmes et des calculs mettent en lumière des malentendus dans l'interprétation des signes mathématiques. L'institution ne propose habituellement que la répétition des apprentissages ayant échoué, ce qui contribue à bloquer les élèves dans un contrat ancien. Nous utilisons la pragmatique de C. S. Peirce pour étudier des situations expérimentales où la dynamique de l'interprétation des signes est partie intégrante du jeu de la situation. Nous avons ainsi repris de N. Bonnet une progression de situations sur la multiplication avec des élèves de 13 ans de SEGPA : ces situations ont permis aux élèves de découvrir la structure de la table de Pythagore. Le contrat didactique a pu alors évoluer vers une interprétation des signes mathématiques comme étant des opérateurs incluant une règle, règle qui est enfin à disposition des élèves.

Mots-clés : Signes mathématiques, pragmatique peircienne, situations, multiplication.

INTRODUCTION

Les recherches sur l'ASH[14] sont souvent centrées sur la façon dont les élèves entrent dans les activités proposées par l'enseignant. Notre questionnement sur les apprentissages intègre cependant un pas de côté par rapport aux activités classiques qui ont pu être rencontrées par les élèves lors de la scolarité : nous voulons travailler sur la façon dont les élèves interprètent les signes mathématiques, ce qui nous a conduit à mettre en place des situations spécifiques.

Une première nécessité nous a paru être d'interroger l'hypothèse de la non acquisition de connaissances antérieures : nos observations nous apprennent que les élèves de l'ASH, soit sont réticents à montrer leur savoir, soit ne savent pas eux-mêmes qu'ils savent. Dans de telles circonstances, nous nous interrogeons aussi sur les conditions et contraintes de l'enseignement et les phénomènes de contrat. Les auteurs s'accordent sur de nombreuses "dérives" de la relation didactique avec les élèves en difficulté, dérives rendant notamment problématique l'organisation de situations de recherche de type a-didactique. Une question récurrente est celle du milieu à construire pour que les élèves de l'ASH acceptent la dévolution d'un problème. Cependant, lorsque des situations de ce type sont expérimentées, elles sont jugées parfois à l'aune des savoirs et la conclusion est parfois que ces situations sont "trop complexes" pour ces élèves, ou contribuent à les déstabiliser davantage.

Nous constatons par ailleurs que la pression institutionnelle sur les élèves de ces classes est forte : il peut y avoir, chez les professeurs, comme une urgence à rattraper les apprentissages

[14] Adaptation aux situations de handicap

non réalisés. Il en résulte que les procédures utilisées par les élèves sont tirées vers les procédures calculatoires expertes, et leur production phénoménologique dans la situation n'est pas toujours étudiée pour elle-même. Une question qui guide notre recherche est celle de l'utilisation des signes par les élèves de l'enseignement spécialisé, et de la co-construction de signes et de connaissances. Une question contiguë est la suivante : à quoi reconnaît-on que les élèves produisent et utilisent les signes dans leur sens mathématique ?
Dans ce texte nous donnons d'abord un descriptif des phénomènes de contrat rencontrés dans l'enseignement spécialisé ; nous présentons ensuite brièvement le cadre peircien d'analyse des signes que nous utilisons ; enfin nous montrons, sur un exemple, comment cette analyse nous permet de mettre en place une situation sur la table de multiplication et d'attester de ses effets sur l'apprentissage des élèves de SEGPA.

I. CONTRATS ET SITUATIONS EN ASH

Si l'on veut pouvoir identifier et classer les difficultés que rencontrent élèves et professeurs pour faire ensemble des mathématiques en ASH, il est nécessaire de se doter d'outils multiformes mais précis. Nous avons choisi de décrire d'abord ces difficultés de la façon la plus exhaustive possible, puis de répertorier les phénomènes de contrat observés – et déjà signalés par de nombreux chercheurs, que ce soit en ZEP ou en classe spécialisée.

I.1 Les paramètres de l'enseignement en ASH

En IR, IME, RASED[15]…le professeur doit faire face au manque d'entraînement du groupe-classe, à des élèves qui ont du mal à dire ce qu'ils savent, ou à comprendre les attentes de savoir. En SEGPA, on peut voir, à côté d'élèves en retard d'apprentissage, des élèves caractériels pour lesquels 'apprendre' c'est faire – une fois ! - une technique.
Face à ces manifestations, les réponses spontanées du professeur peuvent être un ralentissement du temps de l'apprentissage, un accent mis sur les techniques, des reprises non contrôlées, une individualisation exagérée, des aides excessives ou absentes (cf. Bloch & Salin, 2004 ; Bloch, 2007).
Il ne s'agit pas de reporter la responsabilité des 'dysfonctionnements' didactiques sur les enseignants, mais de constater que dans l'ASH, le professeur est dans un pilotage contraint par l'extrême difficulté qu'il y a à manifester (côté élèves) et à constater (côté professeur) des connaissances ; et que cette trop grande incertitude ne lui permet pas toujours de prendre les bonnes décisions.
Dans un contexte tel que l'ASH, l'enseignement s'effectue fortement sous contraintes : les contraintes du handicap – physique ou mental – et des contraintes institutionnelles. Ainsi en SEGPA, les élèves sont soumis au contrat du collège, axé sur le savoir, l'évaluation, la préparation à la vie active. Ils sont conscients de leur échec, subissent la pression de la famille et de l'institution, et tendent même vers une « sur-normalisation institutionnelle ».
On observe alors des représentations contradictoires qui se traduisent par une demande de savoirs définitifs, pas d'apprentissage, pas de reprise ni d'approfondissement ; mais, si l'on tente de revenir à des situations plus complexes, pas d'engagement, et un "zapping" prononcé.

I.2 Les trois échecs de l'ASH selon J.M. Favre

J.M. Favre (Favre 2004) repère dans l'ASH trois échecs qui pèsent lourdement sur les apprentissages possibles :

[15] IR : institut de rééducation, IME : institut médico-éducatif, RASED : réseau d'aide et de suivi aux élèves en difficulté, SEGPA : sections d'enseignement général et professionnel adapté.

- l'échec antérieur : l'élève est là parce qu'il a précédemment échoué, ou ne peut suivre dans une classe 'ordinaire' ; or il le sait, et lui aussi est en demande de "s'en sortir" ;
- l'échec actuel, qui n'est pas toujours avéré, mais parfois le professeur 'triche' : simplification des variables didactiques, reprises, effets Topaze…
- enfin l'échec anticipé, qui rend très difficile pour le professeur l'organisation des apprentissages : ce dernier ne peut que difficilement prévoir le comportement des élèves face à un problème, de plus, un fort "effet Pygmalion" empêche parfois le professeur de prédire correctement la réussite des élèves.

On peut alors observer différentes stratégies de la part des professeurs : entraînement systématique sur des algorithmes, manipulation d'objets matériels vus comme déclencheurs puis passage à des formulations expertes, baisse des exigences.

Face à ces phénomènes, on pourrait penser que la restauration d'un milieu objectif consistant serait une solution adaptée. Nous avions déjà examiné les difficultés posées par cette réintroduction des problèmes dans une classe de SEGPA (Bloch et Salin, 2004) pour en conclure qu'elle se heurtait à de nombreux écueils : interprétation de la situation comme une régression, problème de dévolution, etc…

Le constat avait en outre été fait que les signes mathématiques étaient employés par les élèves de façon hasardeuse et sans que ces signes soient porteurs des règles qu'ils sont supposés véhiculer.

I.3 Les phénomènes de contrat

Les phénomènes de contrat dans l'ASH concernent les élèves comme les professeurs. Le problème est que, contrairement à ce qui se passe dans les classes 'ordinaires' où certains phénomènes de contrat aident les élèves à dissimuler leur ignorance, et donc au final à apprendre, dans l'ASH les phénomènes de contrat semblent tous aller dans le sens d'une non reprise des apprentissages.

a) Du côté des élèves

Certains tentent de deviner les attentes du professeur et s'investissent de façon à peu près nulle dans le questionnement mathématique. Du fait de leur échec connu, ils sont dans une urgence de réussite qui les met en demande d'algorithmes, et ceci bien qu'ils les maîtrisent mal. Une situation de type a-didactique se heurte, comme nous l'avons déjà signalé, à des problèmes de dévolution, des difficultés dans la compréhension et le respect de la consigne, une non maîtrise du calcul, des validations approximatives, des difficultés de verbalisation et d'écriture. Les phases d'action ont tendance à être prises pour le but du dispositif, ce qui conduit à des phénomènes d'enlisement.

Les élèves peuvent alors refuser de passer à un savoir décontextualisé, mais aussi de revenir à un autre contexte.

b) Du côté du professeur

Le professeur se heurte, quant à lui, à une forte part d'inconnu sur les connaissances des élèves. Ses réactions peuvent alors être une attente de l'échec, mais aussi une trop grande incertitude sur les aides possibles. On observe aussi des demandes excessives de justification des connaissances : dans l'enseignement 'ordinaire', quand un élève répond, on lui attribue bien les connaissances correspondantes, alors qu'un élève de 5ème SEGPA se voit parfois demander de justifier des connaissances de base de CP, alors même que sa réponse était correcte. Ceci s'accompagne de diminution des exigences ou de simplification des variables didactiques, de la reprise *ad nauseam* des savoirs antérieurs, de différenciation et d'absence de synthèse (cf. Peltier, Perrin-Glorian, Butlen, Masselot, Pézard). Le résultat en est la reconduction dans l'ignorance et la stagnation du temps didactique.

Ces effets jouent de façon négative sur la réussite des élèves et sur les possibilités de gestion du professeur, et l'on observe parfois un retour aux sacro-saintes fiches, supposées porteuses de différenciation et "d'avancée de chacun à son rythme" ! Ces fiches, en fait, signent surtout l'enlisement dans l'échec.

I.4 Le retour à des situations de référence

Dans le texte déjà cité (Bloch et Salin, 2004) nous avions signalé que, pour éviter les phénomènes de rejet de situations vues comme reproduisant trop l'école primaire, les situations proposées devaient mener les élèves à manifester leurs connaissances … à l'insu de leur plein gré, c'est-à-dire qu'il s'agit de "situations surprise" comme les a qualifiées Conne. Par ailleurs un certain nombre d'impératifs spécifiques à ces élèves doivent être respectés. Il faut ainsi prévoir des situations d'étayage : aider les élèves durant la recherche et ne pas tout évaluer. Le professeur pourra prévoir des effets Topaze (délibérés…) puis des relances, car ces élèves sont parfois inhibés par leur échec antérieur et ne s'engagent pas dans une nouvelle situation. Par ailleurs il faut leur faire confiance : un élève qui ne sait rien… nous n'en avons jamais rencontré.
Il est primordial de ne pas sacrifier les mises en commun et les synthèses : ces élèves sont particulièrement sensibles au manque de structuration du savoir. Malgré les difficultés relationnelles rencontrées dans ce contexte, il faut avoir le souci de ne pas sacrifier la dimension collective de l'apprentissage dans le groupe classe.
Enfin il faut être conscient de la nécessité absolue, si l'on veut que les élèves apprennent, de faire avancer le temps didactique.

I.5 Comment gérer les contrats de reprise ?

Le professeur doit mettre en place des dispositifs spécifiques : le problème est de se demander jusqu'où ? Prendre la question à la base, c'est réfléchir à d'autres façons de construire les situations … et de les articuler : des situations surprise, dont nous donnons un exemple plus loin.
Par ailleurs il s'agit de ne pas tout reprendre : l'organisation des situations et des signes doit permettre de reconstruire une *histoire fictive* du savoir, qui pourra *in fine* se relier aux connaissances antérieures des élèves et leur permettre enfin de devenir opérationnelles.
Comment alors s'assurer, au vu des productions des élèves, que l'histoire fictive est consistante relativement au savoir ? C'est l'analyse de l'usage que font les élèves des signes mathématiques, et de l'évolution de cet usage, qui permettra de l'affirmer.

SIGNES ET SITUATIONS : L'ANALYSE SEMIOTIQUE EN DIDACTIQUE

L'usage des signes mathématiques par les élèves en difficulté a été reconnu comme problématique, et des chercheurs ont tenté de l'analyser (Bloch, 2007). Ainsi les élèves connaissent quelques algorithmes mais ne maîtrisent pas leur sens ; ils sont, presque en permanence, dans le malentendu didactique et la répétition de comportements "attendus".
L'analyse du processus interprétatif est pour nous un moyen diagnostique et un outil de construction de situations adaptées. En effet son intérêt est de permettre l'étude des interactions dans une situation : or ces interactions sont les signes de l'activité mathématique et renvoient donc à des connaissances.
Par ailleurs les situations comportent une forte dimension d'expérience : or celle-ci renvoie à du sémantique qui ne peut s'exprimer que par des manifestations de type sémiotique. Enfin, le travail phénoménologique dans les situations ne peut être analysé que si l'on se donne des outils d'analyse des sémioses *effectives* : il s'agit de renverser la problématique des savoirs seuls, laquelle conduit à décréter une non-conformité de la part des élèves en difficulté, au profit d'une étude pragmatique de ce qui a été produit.

Lorsqu'une symbolisation est incomprise, il s'agira donc d'analyser la sémiose effectuée, et de mesurer, éventuellement, la distance avec le sens mathématique expert.
Cette perspective nous conduit à poser la question suivante :
Y a-t-il en ASH des phénomènes spécifiques relativement aux sémioses ? Et, de façon générale, comment se fait un apprentissage des mathématiques relativement à la production de signes ?
Pour répondre à ces questions, nous utilisons la sémiotique triadique de C.S. Peirce.

II.1 Les signes et le processus interprétatif chez Peirce

C. S. Peirce est un philosophe pragmatiste étasunien de la fin du XIXème siècle, qui a conçu un système sémiotique permettant de rendre compte de la production et de l'interprétation des signes. La sémiotique générale de C. S. Peirce est conçue pour l'étude de signes de nature très variée, et donc particulièrement adaptée aux mathématiques. De plus Peirce ne dissocie pas pensée et signe, et propose une interprétation dynamique du lien entre un signe et un objet, interprétation qui peut permettre de penser les changements de statut des symboles et des énoncés, en particulier dans un processus d'enseignement / apprentissage des mathématiques. Cette prise en compte de l'aspect dynamique permet également d'aller plus loin que l'étude de la simple mise en œuvre des registres de représentation : cet aspect est associé à la dimension opérationnelle des ostensifs mathématiques, c'est-à-dire à la possibilité qu'ils offrent de fabriquer de nouveaux signes par des règles plus ou moins algorithmiques. La pragmatique de Peirce – c'est-à-dire la mise en œuvre des catégories de son système sémiotique dans des situations – permet ainsi d'engager une réflexion sur des mécanismes envisageables de construction de situations a-didactiques qui s'appuieraient sur cette dynamique. Il est également possible d'analyser, soit a priori, soit a posteriori, les *sémioses* à l'œuvre dans une situation, c'est-à-dire les processus interprétatifs possibles ou effectifs dans le système de signes disponibles.
Soulignons les dimensions fortes de la pragmatique peircienne[16] :

- Dans cette pragmatique, il n'y a pas d'un côté *la pensée,* de l'autre *les signes* qui la 'représentent' qui en 'rendent compte', voire qui la 'médiatisent' : la pensée est dans sa nature même un signe.
- Tout signe est triadique et composé de 3 éléments qui sont des fonctions et non des attributions : le *representamen* : R ; *l'objet* O : ce qui représenté par R ; *l'interprétant* I : ce qui met en relation R et O. Ainsi que le dit Peirce (1873) :

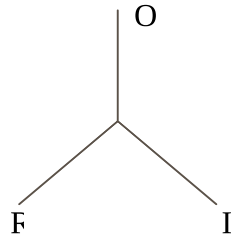
  'Ma définition est la suivante : un representamen est sujet d'une relation triadique avec un second appelé son objet, pour un troisième appelé son interprétant, cette relation triadique étant telle que le representamen détermine son interprétant à entretenir la même relation triadique avec le même objet pour quelque interprétant.'
- Ces trois places sont des fonctions identifiées dans un processus sémiotique donné : ainsi 'Pomme' peut être *representamen* de l'objet pomme, ou 'Pomme' peut se trouver *interprétant* du mot 'golden', ou 'Pomme' est *objet* du mot 'apple' dans une traduction. Dans un processus sémiotique l'interprétant d'un signe est dépendant du contexte d'interprétation, ou des arrière-plans, si l'on préfère. Ainsi 'apple' peut aussi renvoyer à une marque d'ordinateur…

Ce qui définit la pensée-signe, c'est la mise en relation triadique : dès qu'il y a relation triadique entre un *representamen,* un *objet* et un *interprétant,* il y a pensée. La pensée ne dépend pas de l'existence des 'entités' qui la 'portent' (sujet, esprit, etc.) mais de l'existence *logique* d'une mise en lien triadique, c'est-à-dire d'une situation où cette mise en relation est effectuée ou possible.

[16] Pour une description moins schématique de la pragmatique peircienne, se reporter aux références : Everaert-Desmedt, Fisette, Marty, Muller, et les écrits de C.S. Peirce.

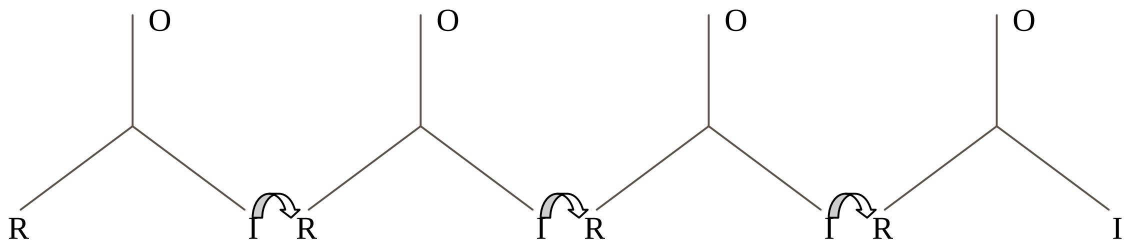
Les trois instances de la pensée-signe n'existent donc pas avant leur mise en relation triadique dans une situation d'interprétation (une sémiose). Le *representamen*, l'*objet* et l'*interprétant* sont des fonctions : par là un 'existant' qui occuperait la fonction *d'objet* dans une certaine sémiose, pourrait occuper celle d'*interprétant* ou de *representamen* dans une autre.
Le sens d'un signe n'est jamais figé : l'interprétation est un processus dont le sens final est en devenir. Si un signe est vu comme une triade, l'interprétant de cette triade peut à son tour devenir un representamen (un fondement dit Fisette), point de départ d'une nouvelle triade-signe et par conséquent d'une nouvelle interprétation.
Tout phénomène (partant, chaque instance de la pensée-signe) appartient à l'une des trois catégories suivantes : *priméité* (catégorie de la qualité générale, de la possibilité : signes vus comme des icônes), *secondéité* (catégorie de l'existence, des faits, des actions et réactions, signes qui sont des indices), *tiercéité* (catégorie de la loi, de la médiation et signes symboles-arguments). Ainsi, un signe peut être une *icône* (priméité) de ce à quoi il renvoie, comme la Tour Eiffel de Paris ; il peut être un *indice* (secondéité) comme un panneau routier indiquant 'Paris' ; il peut être un signe-règle, comme un plan de Paris (tiercéité).

Un signe est alors représenté par la triade :



O objet, R representamen, I interprétant

Une sémiose peut donc se représenter de la façon suivante, par l'enchaînement de triades :



Comment ceci se traduit-il en mathématiques ?
Les phénomènes mathématiques et les signes qu'ils induisent, y compris dans l'enseignement du côté du professeur ou des élèves, appartiennent tous à l'ordre de la tiercéité : les interprétants mathématiques d'une situation conduisent à énoncer des règles, des propriétés, des théorèmes. Cependant :
1) toutes les règles mathématiques ne sont pas de même niveau : l'interprétation mathématique de '3' nécessite une relation de signe-règle 'dicent' – qui nous dit quelque chose de son objet – car il y a une loi qui met en relation le signe '3' et le cardinal d'un ensemble à trois éléments. Par contre '145' est un signe-règle 'argumental', que Peirce appelle *symbole*, et dont l'interprétation sera un *argument* : pour relier ce signe au cardinal convenable, il faut de plus connaître la règle de numération employée. *'Un argument est un signe dont l'interprétant représente son objet, comme étant un signe ultérieur par le moyen d'une loi'* Peirce, (1978).

2) Les élèves ne voient pas toujours les signes avec l'interprétant du niveau requis : ainsi un nombre peut n'être vu par certains élèves que comme une succession de chiffres. Un representamen sera interprété de façon variable selon le niveau de la sémiose dans laquelle se trouve l'interprétant effectif, et un signe produit à un certain niveau peut être interprété à un niveau inférieur : c'est la 'déflation interprétative'. Précisons que ce phénomène de déflation interprétative se produit régulièrement à tous les niveaux d'enseignement des mathématiques, et il est compatible avec la théorie peircienne du sens comme étant *à venir* : le professeur énonce un concept dont la compréhension ne pourra mieux advenir que dans les relations futures du même concept avec les objets mathématiques de la même théorie ou des théories connexes, pensons par exemple aux concepts de limite ou d'intégrale.

Pragmatiquement, nous n'utilisons guère toute la complexité de la théorie peircienne. Décidons d'appeler icône : un signe dont le rapport à l'objet est interprété au niveau 1 ; indice : un signe interprété au niveau 2 (une proposition), et un symbole/argument : un signe de niveau 3 (une règle). Ajoutons ce que Peirce appelle hypoicône ou diagramme, c'est-à-dire les signes incorporant une procédure naturalisée, du savoir incorporé, embodied dit-on en anglais. Donnons quelques exemples :
- Numération : dizaines, centaines, …
- Algèbre …
- Mais aussi figures géométriques typiques, par exemple.

II.2 La dimension sémiotique des interactions mathématiques en classe

Dans une classe, lorsque le professeur propose une situation de recherche pour le travail des élèves, le problème conduit les élèves à élaborer de nombreux signes, c'est ce qu'on appelle l'entropie phénoménologique. Les interactions des élèves peuvent être exploitées dans la logique des signes produits et utilisés et de leur relation avec le savoir : c'est ce qui est généralement pratiqué dans les situations de recherche, ou les situations a-didactiques. Le professeur devra alors s'appuyer sur les productions orales et écrites des élèves ; dans un bilan, puis une institutionnalisation, il (elle) va progressivement diriger cette abondance de signes vers les signes mathématiques usuels : l'entropie phénoménologique doit être refermée sur le savoir. Les interprétations non-conformes aux canons mathématiques peuvent être soumises à confrontation avec une situation qui permet de restaurer un sens mathématique, en gardant à l'esprit que le sens final est toujours à venir : la compréhension ne précède pas la reconnaissance, elles opèrent dans une dialectique, et c'est l'interprétant 'final' qui serait le sens.
Ce processus peut-il se produire dans l'ASH et comment ? A partir des situations qui leur sont proposées, comment les élèves avancent-ils dans le processus interprétatif ? Cette avancée permet-elle une construction des connaissances qui autorisera le professeur à institutionnaliser du savoir ? Dans les classes 'ordinaires', l'usage des signes mathématiques contribue à l'avancée du temps didactique. Dans toutes les classes, on observe cependant des avatars interprétatifs qui font partie du processus d'enseignement :
Dans l'entropie phénoménologique produite par l'action des élèves, certaines manifestations sont privilégiées – celles qui correspondent aux attentes du professeur – et les autres seront ignorées ou rejetées. A partir d'un certain niveau, les processus écrits sont privilégiés et les écritures 'incorrectes' mal tolérées.
Les schémas personnels et les procédures privées incorporent souvent des significations plus anciennes qui s'avèrent parfois source de difficultés, par exemple $17{,}3 \times 10 = 17{,}30$: c'est un phénomène bien connu qui peut être à la source d'obstacles.
Les signes inversés sont toujours plus difficiles à interpréter que les signes directs, par exemple le fait qu'une division par 10 soit vue comme l'inverse d'une multiplication par 10 ;

ou, 5 + 7 = 12 mais surtout 12 = 5 + 7 ; ou encore, au Secondaire, la relation (a/b)/c = a/(bc) est difficile à percevoir par les élèves, mais encore plus dans l'autre sens (cf. aussi Bloch 2005, sur les situations retournées).
Les observations dont nous disposons nous montrent que l'usage des signes mathématiques dans l'institution ASH est souvent plus problématique encore que ne l'est l'usage habituel dans l'enseignement. Effectivement, en ASH, les distorsions de l'interprétation sont permanentes :

- Distorsions du côté du professeur, par des effets Topaze (instructions directes du professeur remplaçant une action prévue de l'élève : "Écris que 4,3 × 10 = 43") ou Jourdain (reconnaissance factice d'un savoir chez l'élève : "Bravo ! mets une virgule là, tu as bien calculé 43 :10"). Le professeur peut d'ailleurs être conscient de ces effets, et les réaliser sciemment pour ne pas décourager les élèves, ou comme relance ; cela peut s'apparenter alors à de l'étayage. Ces phénomènes font partie du contrat didactique de ces classes, contrat sur lequel nous reviendrons dans la conclusion (cf. Favre, 2004).
- Distorsions du côté des élèves. Ces distorsions sont de nature constante : les signes sont 'dégénérés' (ce que l'on appelle la déflation interprétative) ; ainsi des signes qui donnent des indices de connaissances ne seront pris que pour des icônes ; ou des signes porteurs d'arguments sont tronqués, ou des arguments pris comme de simples indices d'un savoir mathématique… c'est le cas, par exemple, dans des déclarations comme : "La proportionnalité, c'est quand on multiplie ou on divise" : il y a affaiblissement de l'interprétation, et non prise en compte du but de ce que serait l'interprétation mathématique.

Un symbole-argument est un signe porteur d'une règle : ainsi un tableau de proportionnalité fournit la loi de proportionnalité, c'est-à-dire la fonction linéaire correspondante. Si l'élève ne le voit que comme un indice de proportionnalité, c'est-à-dire une relation non spécifiée entre des nombres, il sera incapable de tirer de ce tableau les informations pertinentes si on lui demande la fonction linéaire ou sa réciproque ; et s'il ne le voit que comme une icône indiquant que, chaque fois que le professeur parle de la proportionnalité, il y a ce tableau, il ne pourra rien en *faire*.
De plus, en ASH, lorsque le professeur a tenté l'introduction d'une notion par une situation de recherche, ou même par un exercice, on constate que le premier mode d'introduction des signes a tendance à être ensuite figé ("gelé") par les élèves : l'usage ultérieur des signes est très fortement lié aux usages dans le premier milieu rencontré ; autrement dit, il y a arrêt du processus interprétatif, à peine a-t-il commencé. Ceci est cohérent avec la demande perpétuelle de changement qu'on observe venant des plus âgés des élèves de l'ASH : si un objet n'a aucune profondeur, si un seul emblème suffit à en épuiser la représentation et le sens, il faut en changer très vite … Or la sémiotique peircienne, en accord avec la théorie de ce qu'est un objet mathématique, insiste sur le fait que le sens d'un objet vient de la continuation du processus interprétatif : le sens est toujours *à venir*, dans les relations qui pourront être faites avec d'autres objets.
La caractéristique que nous avons appelée le *gel* de la signification chez les élèves de ces classes est aussi une manifestation d'un manque général de flexibilité dans l'interprétation. Or, comme nous l'avons dit plus haut, le caractère évolutif est une spécificité des signes mathématiques qui, dans leur relation avec d'autres signes, se trouvent représenter des objets de plus en plus complexes au fur et à mesure que l'on progresse dans le savoir et le nombre d'objets mathématiques impliqués.
Précisons que lorsque nous parlons de 'déflation interprétative', ou de signes 'dégénérés', il ne s'agit pas de porter un 'jugement' sur l'interprétation 'correcte' des signes, mais de regarder l'existant possible à un instant donné, par rapport à une interprétation mathématique visée. Cette interprétation effective, constatée dans le travail des élèves, est un élément de diagnostic

de la connaissance ; elle renvoie donc à la construction de situations permettant de faire évoluer l'interprétation vers celle du savoir visé par l'enseignement.
Ceci retourne la question au didactique : quels signes dans quelles situations pour un savoir donné ? Quels phénomènes d'interprétation dans ces situations ? Comment atteindre ensuite le savoir ? Assurément, l'analyse seule en termes de signes ne détermine pas la situation qui devra être organisée pour déboucher sur des connaissances et des savoirs mathématiques et donc, sur des interprétants idoines, mais le fait d'avoir analysé les interprétants finaux souhaités aide à construire une situation, et à mener son analyse a priori. Cette analyse permet aussi d'interpréter les actions des élèves dans le sens de leur prise en compte, ou non, des arguments incorporés dans la situation. Elle est donc un outil précieux qui permet de témoigner de leurs apprentissages effectifs ; pour le professeur en ASH qui pilote la classe en état quasi permanent d'incertitude quant aux apprentissages, elle fournit donc un point d'appui, et des évidences constatables quant au succès de sa démarche d'enseignement.

III. NUMERATION DECIMALE ET MULTIPLICATION EN 5^EME^ SEGPA

III.1 Construction d'une progression

Dans une classe de 5ème SEGPA nous avons observé les phénomènes décrits ci-dessus et décidé de construire une progression sur la numération et la multiplication. L'algorithme de la multiplication est réputé difficile à acquérir pour des élèves de l'ASH. Ceux-ci ont commencé l'apprentissage de la multiplication et des tables en CE1-CE2 (2ème et 3ème primaire) mais, en collège, ils sont toujours, pour la plupart, incapables de mémoriser les tables, même les plus simples pour certains : ils saisissent leur calculatrice pour effectuer 3×4. Ainsi une observation sur les produits fait apparaître que, pour les élèves de la classe expérimentale (5ème collège, 13 ans), certains interprétants ne sont pas accessibles lorsque débute le travail sur la multiplication :

- 63 = 6 dizaines + 3 unités est bien accessible comme un *symbole* qui va fonctionner comme un *argument* dans la numération décimale, les élèves ayant une certaine maîtrise de celle-ci ;
- 7 × 9 est *l'indice* d'un produit mais pas plus, car les élèves sont incapables de relier à cette écriture à un nombre écrit en écriture décimale ;
- 63 n'est pas même accessible comme *l'icône* d'un produit : les élèves ne peuvent pas le voir comme étant le signe d'un produit car le signe 'multiplié' est absent. Ceci illustre bien que les signes-lois implicites cachés dans les écritures mathématiques ne sont pas décodables par certains élèves.

Par ailleurs le signe '0' (zéro) est difficile à interpréter : les élèves l'ont d'abord rencontré comme un signe de dizaine, et le phénomène de "gel" des significations, signalé plus haut, joue d'autant plus avec le zéro que c'est un signe hautement polysémique : si *un* zéro est au départ le signe d'une dizaine, *deux* zéros ne sont pas le signe de deux dizaines… et même *un* zéro n'est dans aucun cas le signe d'une dizaine dans 20 356 208 par exemple.
La suite de situations que nous cherchons à faire jouer dans la classe a donc précisément pour but de rendre disponibles aux élèves des signes-arguments 'cachés' qu'ils n'ont pas réussi à établir jusque là. On pourrait penser que les tables de multiplication, et plus largement l'algorithme, ne sont pas des objectifs raisonnables pour des élèves en difficulté, et que les calculatrices peuvent aisément suppléer aux techniques manquantes. La table de multiplication est cependant un objet mathématique intéressant de par son utilité en calcul mental et sa signification sociale – utilité dans les problèmes de monnaie par exemple. De plus, l'objectif est de permettre aux élèves de mieux comprendre les nombres et les différentes

façons de les écrire ; et au delà, ce que sont ces objets mathématiques et comment il est possible d'opérer avec eux. Nous avons choisi la situation des carnets de tickets de cantine pour reprendre la numération ; la multiplication sera travaillée d'abord avec la situation du jeu de Pythagore (Bonnet, 1997), puis le dénombrement des rectangles (Briand et Chevallier, 1995).

Première étape : numération ; multiplication et division par 10 ; nombre de dizaines, chiffre des dizaines

Premier problème

Une école commande 3140 tickets pour les repas de ses élèves : combien de carnets de dix tickets doivent-ils commander ?

Deuxième problème

Les élèves ont à réaliser la situation des Fourmillions (voir Destouesse, 1997). Il s'agit de ranger un grand nombre d'allumettes (3145) dans des enveloppes blanches (dizaines) puis des enveloppes marron (centaines) et enfin des paquets de mille. Nous ne décrirons pas ici le déroulement de cette situation.

Troisième problème

Écrire des 'grands' nombres comme 96 708 ; être capable de donner le chiffre des dizaines et le nombre des dizaines. Les variables didactiques sont la taille des nombres et l'existence ou non d'un zéro. Nous souhaitons voir comment les élèves prennent en compte, ou non, la place de ce zéro dans l'écriture.

Deuxième étape : la table de Pythagore

Le travail sur la multiplication débute avec une situation sur la table, « Le jeu de Pythagore » (Bonnet 1997). Les élèves ont à reconstituer la table de Pythagore par un jeu de loto avec des contraintes.

Premier jeu : le loto de la table de Pythagore

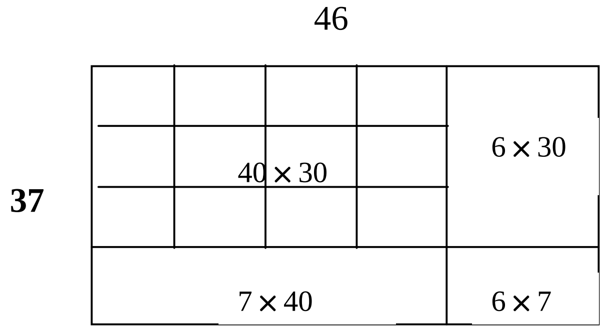
Les élèves disposent chacun des 100 cartes : les produits, et d'une table vierge. Le professeur tire 4 cartes et les pose sur la table ; puis les élèves tirent une carte chacun à leur tour ; on ne peut la poser *que si elle a un bord commun* avec une carte déjà posée. Cette condition est essentielle dans la construction de la situation : elle oblige les élèves à se donner des arguments pour poser une carte. Les élèves découvrent par exemple que 64 ne suit pas 63 ; que deux cartes ont un bord commun si elles sont sur une même ligne ou colonne régulière, se suivant par exemple de 6 en 6… La structure de la table peut devenir perceptible.

Deuxième jeu : les fréquences La consigne est de colorier la table suivant les fréquences d'apparition des nombres. Ceci oblige à se demander pourquoi 12 apparaît 4 fois … et à se guider sur les lignes et les colonnes, lesquelles sont des *signes* de facteurs du produit. La table fournit donc un signe de ce qu'un nombre est un produit – et même de plusieurs façons. La tâche qui apparaît est une tâche de décomposition en facteurs. On demande ensuite d'écrire toutes les décompositions possibles des nombres connus.

C'est une situation 'retournée' (cf. Bloch, 2005) : on ne demande plus d'effectuer un produit mais on connaît le produit et on veut le placer sur la table, ou reconnaître sa fréquence : ceci impose une reconnaissance de la structure de la table. La situation oblige les élèves à interpréter les signes-nombres comme des *arguments* de produits. La table est un signe de la nécessité : il ne s'agit plus d'apprendre des produits 'contingents' (7×9 est égal à 63 mais il pourrait aussi bien être égal à un autre nombre…) mais de voir que 63 ne pourrait pas être à une autre place, car il est nécessairement à un croisement de ligne et de colonne – 7 et 9. C'est aussi une situation de *décomposition en facteurs* et non plus de calcul de produits.

Troisième étape : calcul de produits 'complexes' et lien avec l'algorithme

La troisième étape consiste à calculer des produits de nombres assez grands (39 × 27, 54 × 65…) disposés en tableaux rectangulaires quadrillés. Il s'agit d'exploiter la situation construite par l'équipe de G. Brousseau sur la multiplication (Briand et Chevalier, p. 199 et suiv.), en réinvestissant les connaissances et savoirs sur la table. Les élèves ont cette table à disposition. La procédure consiste à découper le tableau en rectangles plus petits, puis à calculer les produits partiels. Il faut également appliquer les règles de multiplication par 10, 100 … qui ont été revues dans la première étape. Le quadrillage par unités est donné sur le tableau, mais pas le découpage en dizaines.



Les élèves ont à calculer successivement : 27×6, 27×16, 24×12, 26×14, 25×19, 32×18, 43×17, 42×38, 56×43. Les variables didactiques ont été choisies pour inciter les élèves à ne pas compter les carreaux, mais à faire des schémas tels que celui qui est présenté ci-dessus.

III.2 Le travail des élèves

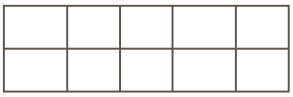
Les situations ont été expérimentées dans deux classes de 5ème SEGPA du collège Jeanne d'Albret à Pau, en janvier 2005 et 2006[17]. La première expérimentation de 2005 portait sur la table de Pythagore seule, un travail plus classique d'exercices ayant préalablement été mené sur la numération : cet essai nous avait permis de prendre conscience des difficultés des élèves au sujet du zéro. L'année suivante, une progression reprenant de façon plus rigoureuse les situations sur la numération a donc été organisée. Les séances observées ont donné lieu à des transcriptions.

Première étape

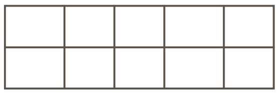
Premier et deuxième problèmes : la numération

Certains élèves pensent qu'il y a plus de 3140 carnets. D'autres essaient de multiplier par 10. Dans les productions, on trouve des dessins de carnets et les nombres à multiplier :

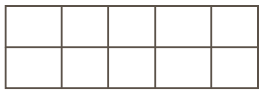
[17] Je remercie Émilie Bousté-Fréchet, professeure de la classe, pour son implication dans ce travail.



$\times 4$



~~× 100~~ $\times 10$ *(rayé par l'élève)*



$\times 300$

Ces dessins montrent une bonne compréhension du travail attendu, mais un recours massif aux dessins pour la résolution, comme si le calcul seul était inenvisageable. Ces schémas fonctionnent apparemment comme des rappels visuels de ce qu'est une dizaine (icône ou indice de dizaine) et semblent plus facile à gérer par les élèves qu'un calcul comme 10×10 ou 10×300. Cependant certains élèves posent des calculs comme $3140 \div 10$, lequel provient certainement d'une rencontre antérieure avec cette situation ; d'autres préfèrent 3000 + 100 + 40 mais la solution n'en devient pas pour autant évidente. Les deux signes ne sont pas équivalents pour la résolution : le premier donne la solution mais peut demeurer assez opaque pour certains élèves (et pour le professeur) ; le second ne donne pas immédiatement la solution, mais est un bon *argument* de décomposition qui autorise une validation plus détaillée. Ces comportements montrent que les élèves ont appris des règles de résolution de ces exercices de numération, mais que celles-ci ont pu rester déconnectées de la signification : celle-ci est mieux perçue dans les schémas. Ces écrits forment une base pour une phase de validation et d'argumentation. L'interprétation des carnets et des zéros évolue : au début simples icônes de zéros, la validation les transforme en arguments dans la décomposition du nombre. La seconde situation (les fourmillions) permet ensuite d'approfondir par la décomposition en dizaines, centaines, milliers.

Troisième problème

Nous observons des élèves qui écrivent : $96\,708 = 967 \times 10 + 8$. Un autre déclare : "Il faut ajouter un zéro" mais ne sait dire où. Pour la plupart des élèves, un zéro fonctionne comme un signe de dizaine – une icône ou un indice de dizaine – quelle que soit sa place dans le nombre. La persistance de ce phénomène après la situation des tickets et celle des Fourmillions est cependant surprenante. Cela montre que, lorsqu'une première signification a été 'gelée', un travail sur une durée longue est nécessaire pour restaurer une certaine flexibilité de l'interprétation de ce signe très polysémique. Les chiffres, les nombres, le zéro doivent certainement être mis en jeu dans de nombreuses situations pour que les élèves puissent saisir les relations entre les différentes significations.

Par ailleurs, la difficulté de cet exercice tient à ce que les élèves ne disposent que des nombres écrits en chiffres ; ils ne prennent manifestement pas l'initiative de schémas (carnets, ou enveloppes des Fourmillions…) qui les auraient pourtant aidés à interpréter le nombre de dizaines ou centaines et le chiffre des dizaines ou centaines.

La table de Pythagore

La table vierge a été distribuée, mais la ligne et la colonne des '1' n'y figurent pas : nous avions constaté que cette ligne jetait un grand trouble dans l'esprit des élèves et qu'ils passaient un temps considérable sur ces cartes. En termes d'interprétant, il est en effet difficile à des élèves en difficulté de comprendre que '4' a le statut de facteur lorsqu'il est dans la colonne des nombres à multiplier ; et qu'il a le statut de produit lorsqu'il figure, juste à côté du premier '4', dans les résultats de la table. Au demeurant une telle subtilité ne nous a pas semblé être une priorité pour les élèves, nous avons donc choisi d'éliminer la difficulté.

La première séance – jeu du loto – voit les élèves découvrir avec surprise que, dans la table, par exemple 64 ne suit pas 63 : le fait que la table de Pythagore ne coïncide pas avec le tableau de numération habituel n'avait visiblement jamais été perçu clairement par ces élèves. Ceci est encore un exemple de gel de la signification : les élèves ont rencontré en CP le tableau de numération, les nombres de 1 à 100, et manifestement tout tableau de nombres se

voit assimilé à celui-ci. La déstabilisation qui s'ensuit induit la nécessité de justifier la place d'un nombre : or ceci ne peut être fait sans recourir aux lignes, colonnes, et en définitive aux produits. Cette situation introduit donc bien la *nécessité* mathématique de la décomposition des nombres, puisque, ce que l'élève tire, c'est un jeton comme 63, or il *doit* le voir comme 7×9 ou construire un *argument* de sa position pour pouvoir le placer sur la table : on est dans la ligne des 7 et le précédent est 56, or 56 + 7 = 63, par exemple. L'implication des élèves est importante : nous l'attribuons à la déconcertation produite par la situation, et au fait que les élèves sont amenés à se poser pour la première fois de telles questions de vérité mathématique. Des élèves réputés ne sachant pas écrire une multiplication arrivent à placer des produits réputés difficiles comme 56 ou 54, en raisonnant sur leur écriture multiplicative, ou sur la suite des nombres d'une ligne ou colonne : les nombres deviennent des *arguments de produits* alors qu'ils n'en étaient même pas des icônes.
La phase 2 (où les élèves choisissent eux-mêmes les couleurs) est également bien investie par les élèves et elle les surprend car elle prouve en acte – le coloriage – qu'un nombre n'est pas *qu'un* produit, ce que certains avaient déjà constaté dans la phase 1. La décomposition en facteurs des nombres de la table joue le rôle d'une vérification.

Troisième étape

Dans cette phase, les découpages des tableaux se font un peu au hasard, et certains élèves choisissent de découper en carrés de 5×5, ce qui devient vite inefficace dès que les nombres sont un peu grands. Puis la stratégie consistant à découper en dizaines, et même en paquets de dix, se fait jour et elle est ensuite employée systématiquement. La taille des rectangles 10×10 est non significative, ce qui ne gêne pas les élèves ; ils manifestent une aisance certaine dans le calcul de produits comme 40×30, combinant plusieurs règles de numération et disant : 3×4, 12, donc 1200… ce que la professeure n'anticipait pas (cf. Favre, 2004 ; voir ci-dessous la conclusion).
À ce moment; les carrés ne sont plus des icônes ou des indices de dizaines, mais commencent à opérer comme des arguments. Le découpage fonctionne comme un schéma qui soutient le raisonnement, avec une règle incorporée, c'est ce que Peirce appelle un *diagramme* ou une *hypoicône*, et qui est de l'ordre de la tiercéité (alors qu'icône relève de la priméité et indice de la secondéité). Cette nouvelle façon d'utiliser les signes s'étend clairement aux nombres : ainsi les élèves disposent de la table de Pythagore du jeu précédent, mais l'utilisent comme un support pour la mémorisation. Une hypoicône est précisément cela : quelque chose que l'on utilise presque sans avoir besoin d'y penser[18].
Cette phase est suivie d'exercices où les produits sont donnés et les élèves ont la responsabilité de faire le schéma. Cette étape est également une phase d'évaluation du dispositif entier : si elle fonctionne de façon satisfaisante, c'est que le processus de réinvestissement de la nature symbolique et de la flexibilité des signes mathématiques a pu être enclenché.

III.3 Bilan de l'utilisation des signes

Dans le bilan de l'utilisation des signes par les élèves, nous retrouvons le gel des significations de façon massive, du côté du zéro, chargé d'une forte polysémie ; mais, à notre surprise, nous constatons que les élèves ne 'voient' pas la table de Pythagore mais se comportent comme s'ils étaient en présence du "tableau des nombres" vu en CP.
Comme prévu dans l'analyse a priori du travail des élèves, la dynamique et la flexibilité de l'interprétation des signes sont des problèmes majeurs en ASH : les interprétants sont figés.

[18] Un bon exemple est donné par les formules algébriques, que l'expert fait fonctionner sans y penser…

Nous avons tendance à penser que ce phénomène est une composante forte de ce qui interdit aux élèves de progresser.
Un fait nous a frappés : le niveau algorithmique, pourtant souvent privilégié dans le contexte ASH, et parfois vu par l'enseignant comme porteur de certitudes sur les connaissances, est particulièrement difficile à contrôler, d'une part par les élèves, qui osent des formules au petit bonheur ; mais aussi par le professeur, car il est embarrassé d'y reconnaître des connaissances et choisit donc souvent paradoxalement de les mettre en doute. Ceci contribue à installer le cercle vicieux des malentendus du contrat didactique. Il s'ensuit que la négociation de ce contrat, afin que celui-ci instaure un partage plus intéressant des responsabilités mathématiques dans la classe, est rendue particulièrement problématique (cf. Esmenjaud-Genestoux, 2008). La classe et le professeur s'enferrent dans des malentendus didactiques et sémiotiques et l'échec des élèves ne peut plus être enrayé.

IV. CONCLUSION

IV.1 L'utilisation des signes mathématiques par les élèves en difficulté

Les principaux phénomènes sémiotiques repérés chez les élèves de l'ASH à l'occasion de ce travail concernent, comme nous l'avions anticipé, la non flexibilité des interprétants et le gel des significations. D'une certaine façon, comme signalé déjà dans d'autres études (Peltier-Barbier, 2004 ; Perrin-Glorian, 1993 ; Sarrazy, 2002 ; Butlen, Charles-Pézard & Masselot, 2009, dans ce même colloque) les élèves en difficulté sont des élèves piégés dans le contrat didactique des premiers apprentissages ; des élèves qui croient éternel ce contrat dès lors qu'ils l'ont rencontré une première fois sous une forme donnée.
Les situations que nous avons expérimentées montrent qu'il est possible de travailler des savoirs anciens en obtenant des élèves un nouvel investissement dans des situations ; d'autre part, ces situations permettent à certains signes mathématiques de retrouver leur statut d'argument. L'histoire fictive du savoir va pouvoir progresser à partir de ces avancées.

IV.2 Les hypothèses sur le langage et les premières symbolisations

Le décalage avec les attentes de l'école, en matière de remaniement des savoirs et des signes qui s'y rapportent, peut être dû en partie aux modalités de l'éducation familiale (Esmenjaud-Genestoux, 2000 ; Sarrazy, 2002). Il n'en reste pas moins que nous pouvons nous interroger sur la façon dont l'école leur a permis de construire les premières symbolisations. Les études sur les premiers jeux de verbalisation et de représentation chez l'enfant (Montessori, Piaget, Winnicott) et la constitution des symboles font état de la nécessité que ces symbolisations se constituent à travers des environnements familiers – jeux, albums, objets de la vie quotidienne et des représentations adaptées à la compréhension de l'enfant. Il est important de permettre à l'enfant de progresser à partir de son univers propre, sans lui imposer une utilisation prématurée de signes ne correspondant pas à son développement : nous pensons bien sûr en particulier à l'écrit.
Nous pourrions faire l'hypothèse que les élèves en difficulté avec les symboles et la plasticité des représentations ont sans doute souffert dans leur première enfance d'un manque de jeu sur le langage et les symbolisations non écrites primitives comme la lecture d'albums par l'adulte, le dessin, la manipulation d'objets (cubes, Lego, ou autres jeux de construction ; images, pâte à modeler, découpages, etc.), les jeux avec le corps (activités physiques et sportives, ateliers du goût, etc.). Quand nous nommons 'primitives' ces symbolisations, nous ne qualifions évidemment pas leur nature mais nous parlons d'un point de vue chronologique. Les réalisations d'arts plastiques sont inscrites dans cette catégorie, et elles peuvent bien entendu être fort élaborées.

Les bases symboliques de la constitution des connaissances n'étant alors pas assurées, les élèves ne peuvent accéder directement à des symbolisations algorithmiques écrites, et ils répètent inlassablement les algorithmes 'appris' sans pouvoir concevoir leur fonction.
Par ailleurs, ces premiers jeux symboliques ont une forte charge affective en relation avec la constitution de la personnalité et les relations parentales et sociales ; on peut imaginer que leur manque, ou leur trop grande pauvreté, inhibe le développement de la personnalité de l'enfant, ce qui à son tour contribue à entretenir le cercle vicieux du non-apprentissage.

IV.3 Le démarrage crucial en cycles 1 et 2

Dans le contexte actuel où certains dénoncent une primarisation rampante de l'école maternelle, il faut rappeler avec force que l'on ne contribuera pas à aider les élèves en difficulté en les contraignant trop tôt à du scolaire relevant du primaire. Il faut au contraire laisser vivre cette phase des premières symbolisations car elle est essentielle à la construction de la personnalité comme de la plasticité du cerveau, afin que l'apprentissage puisse ensuite se développer de façon suffisamment souple et adaptée. Sans elle, l'élève est comme un adulte entendant quelques mathématiques, auquel on demanderait d'un seul coup de calculer des intégrales – mais on lui aurait fourni tous les algorithmes ! Encore l'élève est-il dans une situation pire que celle-ci, puisque l'adulte pourrait, éventuellement, de par ses connaissances antérieures, comprendre qu'il y a quelque chose à apprendre, ce qui n'est pas le cas de l'élève que l'on force à l'écrit sans qu'il ait compris quel jeu c'est que de jouer à apprendre.
De même en cycle 2, le démarrage des apprentissages numériques et spatiaux doit emprunter toutes les étapes connues des didacticiens et formateurs, et qui se sont révélées efficaces, car elles engagent l'élève dans l'expérience :

- Une étape essentielle de constitution des premiers référents symboliques des nombres, par l'organisation d'une collection et sa désignation ;
- Une base suffisante d'expériences par des situations telles que celles décrites dans ERMEL : les carrelages, les fourmillions, le Rummy (le rami des nombres), etc.
- Des allers-retours situations / formulations ;
- Une base d'expériences aussi dans la découverte de l'espace, par des schémas, découpages, visées, tracés, etc. (Berthelot & Salin, 1999).

En tant que formateurs, il nous appartient de transmettre aux professeurs que nous formons la nécessité de se préoccuper, dès la maternelle, de cette dimension symbolique dans l'apprentissage, afin que les élèves qui ne trouvent pas, dans leur milieu familial, les éléments indispensables à la constitution de cette dimension puissent la rencontrer dans la classe.

BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R. et SALIN M.H. (1999) L'enseignement de l'espace à l'école primaire *Grand N n° **65***

BLOCH I. (2008) Les signes mathématiques dans l'enseignement spécialisé : restauration du processus interprétatif, *Les sciences de l'Éducation, Pour l'ère nouvelle,* n°41-1, Caen

BLOCH I. ET SALIN M.H. (2004) Contrats, milieux, représentations : Etude des particularités de l'AIS. *Actes du séminaire national 2003 de didactique des mathématiques*, pp. 171-186, V.Durand-Guerrier et C.Tisseron (Ed), Paris : IREM Paris 7.

BONNET N. (1997) Multiplication en ZEP. *Documents pour la formation des formateurs,* COPIRELEM, pp.41-54. Paris : IREM Paris 7.

BRIAND J. & CHEVALIER M.C. (1995) *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*. Paris : Hatier.

BROUSSEAU G. (1996) *Théorie des Situations didactiques,* Grenoble : La Pensée Sauvage.

BUTLEN D., MASSELOT P., PÉZARD M. (2009) Les pratiques en mathématiques d'un professeur des écoles, entre contraintes et nécessité de s'adapter à différents types de classes, *Actes du colloque COPIRELEM de Bombannes*.

CHAUVIRE C. (1995) *Peirce et la signification,* Paris : PUF.

CONNE F. (1999) Faire des maths, faire faire des maths, et regarder ce que ça donne, in *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Conne f. & Lemoyne g. Editeurs, Montréal : Presses Universitaires de Montréal.

DELEDALLE G. (1990) *Lire Peirce aujourd'hui, Bruxelles* : De Boeck.

EVERAERT-DESMEDT N. (1990) *Le processus interprétatif : introduction à la sémiotique de CS Peirce Liège* : Mardaga.

ESMENJAUD-GENESTOUX G. (2008) Les responsabilités de l'élève et sa quête de l'autonomie dans l'apprentissage des mathématiques. *Les sciences de l'Éducation, Pour l'ère nouvelle,* n°41-1, Caen

FAVRE J.M. (2004) Étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. *Actes du séminaire ARDM 2003 de didactique des mathématiques*, pp. 109-126, V.Durand-Guerrier et C.Tisseron (Eds), Paris : IREM Paris 7

FAVRE J.M. (2004) Etude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. *Actes du séminaire ARDM 2003 de didactique des mathématiques*, pp. 109-126, V.Durand-Guerrier et C.Tisseron (Ed), Paris : IREM Paris 7.

FISETTE J. (1993) *Introduction à la sémiotique de C.S.Peirce*. Montréal : XYZ éditeur.

MARTY R. (1990) *L'algèbre des signes,* Amsterdam : John Benjamins.

MARTY R. (1992) *99 réponses sur la sémiotique*, Montpellier : CRDP.

MULLER A. (2004) Approche sémiotique pour l'analyse a priori d'une tâche mathématique. In *Situations éducatives et production de significations*, R. Rickenmann & C. Moro (Ed.), Collection Raisons Educatives. Bruxelles : De Boeck.

PERRIN-GLORIAN M.J. (1993) Questions didactiques soulevées par l'enseignement des mathématiques dans les classes "faibles", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 13/1.2.

PELTIER-BARBIER M.L. (2004) *Dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

SALIN M.H. (1999) Pratiques ostensives des enseignants et contraintes de la relation didactique. In *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Conne & Lemoyne éds, pp. 327-349, Presses Universitaires de Montréal.

SARRAZY B. (2002) *Approche anthropo-didactique des phénomènes d'enseignement des mathématiques : Contribution à l'étude des inégalités scolaires à l'école élémentaire*. HDR, Université Victor Segalen Bordeaux 2.

Annexe : la table des fréquences

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

ATELIERS

ATELIER A1 : QUELS SAVOIRS MATHEMATIQUES DANS LES PROBLEMES POUR CHERCHER A L'ECOLE ELEMENTAIRE ? LE CAS DES PROBLEMES D'OPTIMISATION AU CYCLE 3.

Magali HERSANT
IUFM des Pays de Loire, CREN, Université de Nantes
Yves THOMAS
IUFM des Pays de la Loire, Université de Nantes

Résumé

Le texte présente des réflexions issues de la recherche d'un groupe autour du thème « des problèmes pour chercher à l'école primaire »

Après avoir élaboré des problèmes pour chercher et des scénarii pour leur mise en œuvre en classe, le groupe a mené des expérimentations en classe pour tenter d'identifier quels savoirs sont en jeu dans ces problèmes, en distinguant ceux qui sont relatifs à la recherche et à la résolution de problèmes et ceux qui sont rattachés à des apprentissages inscrits dans les programmes de l'école.

Les problèmes choisis sont des problèmes d'optimisation dans un contexte discret.

Pour chaque problème, après une présentation, le texte en fournit la solution puis apporte quelques éléments d'analyse sur les savoirs identifiés comme enjeux d'apprentissage et sur les conclusions auxquelles on peut parvenir avec les élèves.

Tout en soulignant l'intérêt de ces problèmes en lien avec des savoirs mathématiques qu'ils permettent aux élèves de mobiliser, de revisiter, ou de remanier, les auteurs rappellent les questions et les difficultés relatives à la clôture des séances et à l'institutionnalisation des savoirs.

Ils mettent en avant l'intérêt de proposer en classe de telles situations dans le but de faire acquérir aux élèves des attitudes et des méthodes de recherche en mathématiques, sans minimiser le débat, non tranché, à propos de l'apprentissage de savoirs généraux sur la recherche et la résolution d'un problème mathématique.

Exploitations possibles

Le texte constitue une contribution intéressante pour les formateurs de professeurs des écoles qui s'interrogent sur la place et le rôle que l'on peut donner, à l'école primaire, aux « problèmes pour chercher » qui ne sont pas rattachés directement à l'apprentissage d'un savoir mathématique étiqueté.

Il souligne bien les enjeux, l'intérêt et les difficultés de cette catégorie de problèmes.

Il n'aborde pas les questions d'organisation pédagogique de classe et de gestion des séances. Il donne un aperçu des travaux rassemblés dans l'ouvrage « 2006, *Des problèmes pour chercher à l'école primaire*, IUFM des Pays de la Loire et IREM de Nantes » qu'il peut être utile de consulter.

Mots-clés

Problème pour chercher – expérimentation – argumentation - conjecture - preuve

ATELIER A4 : DE LA RESTAURATION DE FIGURES A LA REDACTION D'UN PROGRAMME DE CONSTRUCTION. LE PROBLEME DE L'ELEVE, LE PROBLEME DU MAITRE

Marc GODIN

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN

IUFM Nord - Pas-de-Calais

Résumé
Au cours de cet atelier, après une brève présentation de la problématique et de ce que les auteurs appellent restauration de figure, les participants ont été invités à restaurer des figures pour analyser les variables didactiques d'une telle activité, ses potentialités en termes d'apprentissage des élèves et les choix qui s'offrent au maître pour l'organiser. Les questions ont été discutées à partir de quelques exemples étudiés dans le groupe de recherche et mis en œuvre au cycle 3.

Exploitations possibles
L'intérêt d'un tel article est de fournir aux formateurs une analyse didactique s'appuyant sur des apports théoriques d'une grande richesse. Il permet d'approfondir la réflexion sur les enjeux de la géométrie à l'école élémentaire en envisageant un enchaînement raisonné de situations qui amène ainsi à porter un regard nouveau sur les outils disponibles pour amener les élèves à construire les connaissances attendues. L'analyse précise du travail du maître et des choix qu'il doit effectuer ouvre des perspectives pour la formation.

Mots-clés : restauration de figure, jeu de cadres, changement de dimensions, variable didactique, grandeurs géométriques, formation des maîtres en mathématiques

ATELIER A5 :PROPORTIONNALITE ET FONCTION LINEAIRE

EFFETS DIDACTIQUES DES DEPENDANCES ENTRE ECOLE, COLLEGE ET LYCEE

Eugène COMIN
Lycée Arnault Daniel
DAESL Bordeaux 2

Résumé
Une première partie, consacrée à l'analyse d'une enquête, conclut à une conception diffuse de la proportionnalité par nombre de professeurs des écoles qui la distinguent par exemple difficilement de notions relatives aux entiers telles que multiple et diviseur.
Ce constat amène l'auteur à interroger les changements curriculaires qui ont fait largement disparaître dans l'enseignement du secondaire les notions de grandeurs et de rapport, introduisant ainsi un cloisonnement entre les deux cultures de la linéarité que constituent l'arithmétique des grandeurs et la proportionnalité d'une part, l'algèbre et les fonctions linéaires d'autre part. Il pointe que ces évolutions, liées à des attentes différentes de chacune des institutions scolaires, ne génèrent plus entre elles les pratiques communes conduisant les futurs professeurs des écoles à se construire les connaissances nécessaires leur permettant de contrôler ce qu'ils auront à enseigner.
S'ensuit dans la seconde partie la question de savoir si le travail privilégiant les fonctions linéaires aboutit à la reformulation des connaissances antérieures sur la proportionnalité. Une analyse de productions d'élèves montre qu'ils ne transfèrent pas d'eux-mêmes leurs connaissances d'un champ à l'autre.
La dernière partie s'appuie sur une analyse comparative de deux manuels de seconde. L'auteur, qui y montre que certains choix didactiques peuvent toutefois faciliter le passage d'un champ vers l'autre, conclut à la nécessité d'un curriculum qui homogénéise les connaissances sur la linéarité, en particulier pour les futurs professeurs des écoles.

Exploitations possibles
Les résultats obtenus et leur analyse peuvent permettre de construire des supports adaptés pour des actions de formation initiale ou continue faisant travailler les professeurs des écoles sur leurs conceptions relatives à la proportionnalité.
L'ensemble de la réflexion sur les ruptures et les continuités dans l'enseignement de la proportionnalité et de la linéarité et sur leur évolution au cours des changements curriculaires peut fournir une riche base de travail pour des actions de liaisons inter-cycles ou inter-degrés ainsi qu'en formation initiale des PLC.

Mots-clés

Proportionnalité, Rapport, Grandeur. Fonction linéaire. Conception des professeurs des écoles, Didactique des mathématiques. Evolution des curricula et des programmes scolaires. Analyse comparative de manuels : deux introductions de la notion de fonction en seconde.

ATELIER A6 : PENSER LA RÉGULATION D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES, À L'ÉCOLE PRIMAIRE ET AU DÉBUT DU COLLÈGE

Florence ESMENJAUD-GENESTOUX
DAESL Université Bordeaux 2
florencegenestoux@free.fr

Résumé
Cet article est le compte rendu d'un atelier dont le thème traite de certaines difficultés récurrentes du côté des élèves comme de celui des enseignants, à propos du calcul et des répertoires numériques.
L'article s'organise en trois parties.
La première souligne des effets négatifs sur les pratiques d'enseignement de certaines représentations, elle propose des alternatives pour réhabiliter ce qui dans le rôle du professeur a été dénigré au fil du temps dans l'environnement professionnel et au delà.
Elle met en avant l'importance d'enseigner le sens mais aussi **les routines**. Des exemples sont pris autour de la connaissance du produit « 8 x 5 ».

La seconde décline une diversité de rapports au savoir, et pour chacun d'eux, replace les difficultés les plus fréquentes en les réinterprétant comme une résistance à porter certaines responsabilités didactiques. Les arguments portent sur les sept responsabilités didactiques mis en annexe du texte.

La dernière partie examine le rôle émancipateur des devoirs du soir, en listant plusieurs enjeux de dévolution. L'auteur convainc de l'importance qu'il faut redonner à ce travail personnel de l'élève, hors de la classe pour qu'il acquière une autonomie indispensable pour une prise d'assurance intellectuelle.

Exploitations possibles
Cet article fournit une réflexion importante sur les responsabilités didactiques et sur le rôle des devoirs à la maison.

Mots-clés
Apprentissages mathématiques – Milieu – Savoir mathématique – Difficultés d'apprentissage – Contrat didactique.

ATELIER A7 : INFLUENCE DE LA NATURE DE LA SITUATION SUR L'APPARITION, LE TRAITEMENT ET L'USAGE PAR L'ENSEIGNANT DES RAISONNEMENTS PRODUITS PAR LES ELEVES

GIBEL Patrick
Maître de conférences, IUFM d'Aquitaine
LACES équipe DAESL
Patrick.gibel@aquitaine.iufm.fr

Résumé
Cet atelier s'est appuyé sur une recherche sur les fonctions des différentes formes de raisonnements dans la relation didactique, en mathématiques, à l'école primaire. Dans ce cadre, il s'est limité à l'analyse clinique d'une partie d'une leçon basée sur la mise en œuvre d'une situation-problème en arithmétique ; même si l'article associé propose des éclaircissements théoriques sur les notions de raisonnement et de situations-problèmes.

Les participants ont ainsi analysés les formes des raisonnements qui apparaissent lors des phases de recherche et de mise en commun. Ils ont par ailleurs répondu aux questions suivantes : la situation-problème proposée a-t-elle privilégié la production de raisonnements chez les élèves ? Quelle est la valeur de ces raisonnements ? Sont-ils associés à des apprentissages et à des acquisitions utiles ? Quels sont les choix didactiques de l'enseignant qui déterminent très fortement la présence, le sens et les possibilités réelles de traitements et d'utilisations des raisonnements des élèves ?

L'étude a montré que les élèves, confrontés à la situation-problème élaborée et conduite par le maître, ont certes produit des raisonnements, cependant la plupart d'entre eux n'ont pas progressé dans la pratique du raisonnement. Il en résulte que ce n'est pas la gestion de l'enseignant qui est remise en cause par cette étude, c'est la nature de la situation, élaborée par l'enseignant, qui limite très fortement les possibilités de prendre réellement en compte les raisonnements des élèves.

Exploitation possible
L'intérêt de cet article est de fournir aux formateurs à la fois des exemples concrets de raisonnement d'élèves face à un problème complexe, un cadre théorique sur la résolution de problèmes et les outils permettant l'analyse de la gestion d'une telle séance par le maître.

Mots-clés
Raisonnement, résolution de problèmes, situations-problèmes, mise en commun, gestion de classe, institutionnalisation, dévolution, TSDM.

ATELIER B1 : CONCEPTION DE SCÉNARIOS DE FORMATION AUTOUR DES CALCULATRICES

Teresa Assude
Université de Provence (IUFM)
Pierre Eysseric
Université de Provence (IUFM)

Résumé
Cet atelier présente des éléments de réflexion concernant la conception de scénarios de formation à destination des PE en ce qui concerne l'utilisation des calculatrices en classe.
L'atelier a été organisé en plusieurs moments distincts :

- réponse individuelle à un questionnaire portant sur les pratiques de formation à l'usage des calculatrices
- échange par petits groupes autour des questions suivantes : quelles variables prendre en compte pour concevoir des scénarios de formation sur les usages des calculatrices ? quels types de dispositifs mettre en place dans la formation pour que les enseignants s'approprient les ressources existantes ?
- présentation des travaux des sous-groupes
- présentation du scénario de base du groupe de développement de l'IUFM d'Aix-Marseille
- comparaison des différents scénarios de formation et mise en évidence des différents choix possibles.

Dans une première partie, le compte-rendu fournit des détails sur les éléments qui permettent de concevoir un scénario de formation sur les calculatrices intégrant : la représentation initiale des stagiaires, la connaissance de l'instrument, les dimensions institutionnelle, praxéologique et épistémologique, l'analyse et la production de ressources. Cette partie prend essentiellement appui sur le document d'accompagnement des programmes 2002 intitulé « Utiliser les calculatrices en classe **».**
Dans une seconde partie, sont donnés quelques exemples de productions individuelles (questionnaire de départ) et collectives (travail en petit groupe) réalisées au cours de l'atelier.

L'article se termine sur l'importance des rapports aux ressources existantes : rapport d'application; rapport d'adaptation et rapport de production.

Exploitations possibles
Le compte-rendu peut servir d'outil pour concevoir des formations autour de « l'utilisation des calculatrices en classe ».

Mots-clés
Scénarios de formation, calculatrices.

ATELIER B2 : SITUATIONS ET ASSORTIMENTS D'EXERCICES POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES AUX ELEVES DE 5E ET 6E SEGPA

Marie-Hélène SALIN
MCF - DAESL
mh.salin@tele2.fr

Résumé
Cet article est le compte-rendu d'un atelier dont le thème traite de la difficulté à modifier des pratiques enseignantes repérées dans les classes de SEGPA et de l'aide à apporter aux enseignants pour qu'ils proposent des situations adaptées.
Le problème didactique majeur auquel sont confrontés les enseignants est le suivant: comment travailler un domaine des mathématiques qui a déjà été enseigné, sans que les élèves aient l'impression de rabâcher, tout en visant un double objectif, celui de donner du sens aux concepts en jeu et de guider les élèves jusqu'à la maîtrise d'outils décontextualisés ?
En s'appuyant sur les travaux de F. Genestoux concernant les assortiments didactiques, l'auteure pose le problème de l'existence de situations intermédiaires destinées aux élèves, qui permettraient d'asseoir des savoirs mathématiques efficaces.
Après avoir eu connaissance des premières séances réalisées dans des classes de 6^{e} et de 5^{e}, les participants de l'atelier doivent essayer d'élaborer ces situations intermédiaires dans le cadre de l'apprentissage des décimaux.

Exploitations possibles
Cet article reprend les principales difficultés de l'enseignement des mathématiques dans les classes de l'ASH. Il propose des pistes de réflexion s'appuyant sur les travaux en didactique de F. Genestoux , I. Bloch et M-H. Salin et suscite l'envie d'une lecture plus approfondie de ceux-ci. Cet article propose également une progression d'enseignement pour revisiter les décimaux dans une classe de SEGPA.

Mots-clés
Élèves en difficulté - SEGPA- Situation didactique – Milieu didactique – Décimaux

ATELIER B3 : LES DESSOUS DU NUMERIQUE

Claire Margolinas
IUFM d'Auvergne & Université Blaise Pascal
de Clermont-Ferrand, Equipe Démathé, INRP, France
claire.margolinas@univ-bpclermont.fr

Olivier Rivière
IUFM d'Auvergne & Université Blaise Pascal
de Clermont-Ferrand, Equipe Démathé, INRP, France
olivier.riviere@univ-bpclermont.fr

Résumé

L'objectif de l'atelier était double :

- (a) de réfléchir aux difficultés des élèves qui ont été mises en évidence par l'équipe Démathé « Développement des mathématiques à l'école » INRP, en partenariat avec l'IUFM d'Auvergne à partir notamment de documents vidéos réalisés,
- (b) d'envisager des possibilités d'usages du cédérom en formation d'enseignants.

Les difficultés concernent « les dessous du numérique » c'est-à-dire « en deçà des connaissances numériques bien identifiées par les professeurs » ? C'est en particulier celles liées à l'énumération, en référence aux travaux de Joël Briand (Briand, 1999 et 1993) qui ont été travaillées. Pour mieux comprendre les difficultés liées à l'énumération, une situation d'observation (de la moyenne section au CM2) où l'énumération intervient seule, ou principalement, a été présentée.

Exploitations possibles

La démarche présentée dans cet atelier peut donner aux professeurs des écoles un outil d'auto formation en particulier sur le thème de l'énumération.

Elle fournit également des outils pour les formateurs pour élaborer des formations continues sur ce thème.

Plan de l'article

Mots-clés

Enumération, énumération en mathématiques, cédérom, observation, tous cycles, auto-formation.

ATELIER B4 : UTILISER DES ALBUMS NUMERIQUES POUR ENSEIGNER LES MATHEMATIQUES A L'ECOLE

Annie CAMENISCH
Maître de Conférences Sciences du langage, IUFM d'Alsace
EA 1339, Université Marc Bloch, Strasbourg
annie.camenisch@alsace.iufm.fr

Serge PETIT
Formateur en mathématiques, IUFM d'Alsace
EA 1339, Université Marc Bloch, Strasbourg
serge.petit@alsace.iufm.fr

Résumé
Cet atelier présente une production d'outils pour utiliser les albums numériques (ou albums à compter) en vue d'apprentissages ciblés en mathématiques, en mettant en œuvre des démarches de lecture et d'écriture appropriées.
A partir d'une analyse tant linguistique et littéraire que mathématique d'un certain nombre d'albums numériques, plusieurs pistes d'exploitation en cycle 1 ou cycle 2 ont été proposées aux participants réunis en petits groupes. Il s'agissait d'une part de réfléchir à la manière d'exploiter certains albums en levant des obstacles à certains apprentissages mathématiques, d'autre part de prendre appui sur des albums pour élaborer des énoncés de problèmes (cycle 2).
Par ailleurs, un groupe a testé proposé une démarche de production d'écrit permettant aux élèves de fabriquer des albums numériques en vue d'une meilleure compréhension des implicites mathématiques.

Exploitations possibles
La démarche présentée dans cet atelier peut donner à des enseignants des outils d'analyse et d'utilisation en classe de cycle 1 et 2 d'albums numériques (ou à compter).
Elle fournit également des outils pour les formateurs sur ce thème.

Plan de l'article
Lecture et analyse d'albums.
Production d'outils à partir d'une mise en réseau.
Annexes : albums numériques utilisés et références bibliographiques.

Mots-clés
Cycle 1, cycle 2, albums numériques, albums à compter, analyse d'albums, analyse linguistique, analyse littéraire, analyse mathématiques, formation.

ATELIER B5 : COMMENT EXPLOITER LES PROBLEMES DE PAVAGES DU PLAN POUR LA FORMATION DES PE ET PLC EN GEOMETRIE ?

Jean-Claude RAUSCHER
Maître de conférences (retraité)
Groupe Apprentissages en Contextes Didactiques, IUFM d'Alsace
jc.rauscher@wanadoo.fr

Claude MAURIN
PIUFM, IUFM Aix-Marseille, site d'Avignon
Maurinsdesmaures@wanadoo.fr

Résumé
Aussi bien en situation de formation d'enseignant que dans la classe, les auteurs montrent comment la résolution de problèmes de pavages réguliers (avec des polygones réguliers ou non) ou semi-réguliers engage tant les connaissances en géométrie plane qu'une réflexion sur les modes de validation dans ce domaine. Après une analyse des contours mathématiques des problèmes posés, les auteurs proposent une synthèse du travail des différents groupes de l'atelier. L'accent est mis sur le potentiel de formation que ces problèmes recèlent, en distinguant de façon graduée les apports de connaissances sur les contenus mathématiques, sur les démarches en mathématiques, sur les enjeux d'apprentissages, sur les modalités d'élaboration d'un enseignement en adéquation avec les objectifs visés. Les auteurs complètent ensuite très utilement ce compte-rendu d'atelier, d'une part par une proposition d'activité en cycle 3 « les triangles jumeaux », d'autre part par l'analyse d'une formation répartie sur 4 à 5 séances en licence pluridisciplinaire s'appuyant sur ces problèmes de pavages. En annexe, le résumé d'un article sur les modalités de la pensée mathématique d'un élève de 12 ans (De Block Dock) vient ponctuer l'ensemble.

Exploitations possibles
Les dispositifs proposés et analysés autour des problèmes de pavages pourront intéresser tout intervenant dans la formation mathématique des enseignants, de la préprofessionnalisation à la formation continuée, des PE comme des PLC, par la richesse et la diversité des questions professionnelles que ces problèmes permettent d'aborder. Ces canevas sont à adapter pour concilier la contrainte temps avec le contexte institutionnel de la formation.
L'activité « triangles jumeaux » est présentée de manière à la fois souple et détaillée permettant aussi bien son utilisation en classe par un professeur des écoles ou un maître-formateur qu'en situation d'homologie en formation PE.

Mots-clés
Pavages réguliers et semi-réguliers. Résolution de problèmes. Démarches et validation en géométrie. Modalités de la pensée mathématique. Formation des enseignants, PE et PLC. Polygones. Activités « triangles jumeaux ».

ATELIER B6 : COMPETENCES NUMERIQUES EN MATERNELLE ET CYCLE 2 : UTILISATION EN FORMATION D'UN DVD D'ENTRETIENS INDIVIDUELS AVEC DES ELEVES

Isabelle LAURENÇOT-SORGIUS
IUFM de Midi-Pyrénées, site de Toulouse
isabelle.laurencot@toulouse.iufm.fr

Madeleine VAULTRIN
IUFM de Midi-Pyrénées, site de Toulouse
madeleine.vaultrin@toulouse.iufm.fr

Laurence MAGENDIE
IUFM d'Aquitaine, site de Bordeaux
laurence.magendie@aquitaine.iufm.fr

Résumé
Au cours de cet atelier, les animatrices ont présenté un DVD produit par l'IUFM Midi-Pyrénées. Ce DVD présente des enregistrements vidéos d'entretiens individuels avec des élèves de grande section de maternelle destinés à repérer leurs compétences numériques en début, puis en fin d'année.

L'article relate les différents échanges qui ont eu lieu au sujet des exploitations possibles du DVD en formation initiale ou en formation continue de professeurs des écoles (ASH), ainsi que les discussions concernant la pertinence des questions posées lors des entretiens.

Exploitation possible
Ce DVD est un outil pour la formation initiale des enseignants du primaire ainsi que pour la formation continue en A.S.H..

Mots-clés
Formation initiale et continue. Professeurs des écoles. ASH. École maternelle. Apprentissage du nombre. Repérage des compétences numériques. Evaluation.

COMMUNICATIONS

COMMUNICATION C1 : ENTRER DANS LE CODE ECRIT :LE SYSTEME DE NUMERATION EN CYCLE 2

Claudine CHEVALIER,
Professeur de mathématiques
IUFM de Créteil
claudine.chevalier@creteil.iufm.fr

Résumé
Comment enseigner aux élèves notre système de numération ? A quel âge peuvent–ils le mieux appréhender son fonctionnement ? Ce sont les questions envisagées ici dans le cadre d'expérimentations menées dans deux classes de CP, depuis deux ans, d'une situation adaptée de celle proposée par Bassis (texte initial 1984) en prenant appui sur les travaux de l'équipe Ermel (1991) autour des « groupements échanges », et de Briand – Salin concernant les processus de désignation (2004). Cette situation a également servi de support de formation en formation initiale et continue des Professeurs des Ecoles. Des éléments de ces expérimentations et leur analyse, qui emprunte à la terminologie de Duval (2005), sont l'objet de cette communication.

Exploitations possibles
-situation de référence possible pour l'apprentissage de la numération positionnelle en CP- ; CE1 ;
- rééducation, remédiation dans d'autres niveau de classe ;
- activité support en formation initiale et continue des PE.

Mots-clés
Numération de position – erreur – rééducation – expérimentation - CP-CE1 – formation PE situation de référence

COMMUNICATION C2 : DES PROBLEMES POUR APPRENDRE ? QUELQUES ENSEIGNEMENTS TIRES DE L'ANALYSE DIDACTIQUE ANTHROPOLOGIQUE D'OUVRAGES SCOLAIRES

Annie NOIRFALISE
IREM, Clermont Ferrand
ICFP, Clermont Ferrand

Résumé
Dans cette communication, l'auteur présente deux exemples d'analyse de manuels mobilisant le cadre théorique de la TAD : une séquence concernant le produit de deux nombres entiers au CE1 et deux autres séquences concernant l'introduction de la division euclidienne au cycle III. La première partie, assez courte, fixe le vocabulaire (types de tâches, techniques, technologie, organisations mathématiques et didactiques). La deuxième partie présente les analyses des différentes séquences choisies, en montrant l'intérêt de l'utilisation des outils que la didactique des mathématiques met à la disposition des professeurs pour interroger le matériel pédagogique à disposition (manuels et livres du maître).

Exploitations possibles
Un professeur des écoles peut s'approprier les analyses fournies pour préparer et organiser son enseignement sur les objets présentés.
Un Maître Formateur ou formateur IUFM peuvent s'emparer de ces mêmes analyses pour monter un module de travail et de réflexion sur le rôle et l'impact du manuel, en formation initiale ou continuée, dans la préparation d'une séquence d'enseignement.

Mots-clés
Résolution de problèmes et problèmes pour apprendre, Didactique des mathématiques, Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), Savoir professionnel de l'enseignant, Analyse de manuels : séquences numériques extraites d'ouvrages scolaires.

COMMUNICATION C3 : LIENS ENTRE OBJETS D'ENSEIGNEMENT IMPLIQUANT NUMÉRATION DE POSITION OU SYSTÈME MÉTRIQUE.

Christine Chambris,
Équipe Didirem - Université Paris-Diderot (Paris 7),
IUFM de Versailles - Université de Cergy Pontoise
cchambris@free.fr

Résumé
Dans cette communication, nous étudions les relations entre les grandeurs, les nombres et les opérations dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire : elles ont été profondément bouleversées au moment de la réforme des mathématiques modernes (Chevallard, 1992), (Bronner, 1997, chapitre 2), (Chambris, 2007). Nous regardons cette question via des problèmes élémentaires d'arithmétique relevant du champ de la numération de position des entiers.
Nous avons élaboré un questionnaire et l'avons fait passer à 277 élèves de fin de CM2 (5ème primaire). Il est constitué par une série d'exercices, nous en présentons quelques uns. Nous pensions *a priori* de certains d'entre eux qu'ils poseraient des difficultés aux élèves, les évaluations d'entrée en 6ème et des travaux sur les connaissances des élèves (Parouty, 2005) fournissant une première indication.
L'analyse des réponses aux exercices est l'occasion de poser de nouvelles questions quant à certaines « difficultés ». Sans être hors programme, certaines tâches vivent apparemment mal ou pas du tout dans l'enseignement actuel. Ceci ne semblait pas être le cas dans l'enseignement ancien d'où nous avons tiré certains de nos exercices. Pourquoi ? Nous tentons de présenter les « conditions de vie » de ces tâches, leur environnement didactique, dans l'enseignement ancien et actuel. Ce sont en grande partie des questions d'écologie didactique (Artaud, 1997) qui nous préoccupent.

Exploitations possibles
Cette communication contribue à la réflexion sur la formation des maîtres dans les domaines de l'enseignement des grandeurs et de la numération de position.

Mots-clés
Grandeurs, nombres, opérations, numération de position, système métrique, conversions, transposition didactique.

COMMUNICATION C5 : CREATION D'ENONCES DE PROBLEMES PAR LES ELEVES

Jiří Bureš
Hana Hrabáková
Université Charles de Prague

Résumé

Le texte présente quelques aspects d'une recherche autour de la résolution de problèmes. Cette recherche vise à étudier si le fait de proposer à des élèves des activités où ils doivent classer des énoncés de problèmes et créer leurs propres énoncés de problèmes a un impact sur leurs compétences dans la résolution de problèmes et sur leur motivation mathématique.

Ce travail s'inscrit dans une recherche complexe en cours, menée par Guy Brousseau et Jarmila Novotna - *Contribution de la culture scolaire et des situations didactiques à l'éducation mathématique*

En premier lieu, les auteurs présentent le cadre théorique de leur recherche qui s'appuie sur le concept de « problem posing » (Silver, 1993) puis ils décrivent une expérimentation menée en classe, le « concours d'originalité de problèmes ».

Les élèves fabriquent tout d'abord leurs propres énoncés de problèmes, puis les rassemblent et doivent les classer en catégories en justifiant leurs choix. Ensuite, ils doivent créer un problème original, c'est-à-dire un énoncé dont le « modèle mathématique sous-jacent » se distingue des modèles sous-jacents des autres problèmes préalablement créés.

Des éléments du dispositif sont précisés, des exemples de productions d'élèves sont présentés, assorties de quelques commentaires sur les réponses et les comportements relevés chez les élèves.

Une conclusion souligne les effets positifs constatés sur le plan des comportements des élèves en mathématique mais laisse en suspend la question de la place de telles activités dans l'apprentissage des mathématiques.

Exploitations possibles

Le texte constitue une contribution intéressante dans le cadre de la réflexion autour des activités qui peuvent être proposées pour favoriser l'apprentissage des mathématiques par la résolution de problème.

Sans fournir toutes les conditions de la mise en oeuvre, il décrit un exemple d'activité proposée à des élèves autour de la résolution de problèmes, dans le système scolaire tchèque.

Ce document s'adresse aux formateurs de professeurs des écoles qui peuvent en tirer profit en formation continue ainsi qu'aux chercheurs qui travaillent sur l'apprentissage des mathématiques par la résolution de problèmes.

Mots-clés

Résolution de problèmes – classification – modèle mathématique- débat.

COMMUNICATION C6 : L'EVOLUTION DES CONNAISSANCES QU'ONT LES ENFANTS DES FONCTIONS COGNITIVES DE L'ECRITURE DES NOMBRES : APPORT DE L'EPREUVE DENORECO[19]

Christelle Delaplace & Annick Weil-Barais
Laboratoire de Psychologie « Processus de Pensée et interventions »
Université d'Angers
christelle.delaplace@univ-angers.fr
annick.weil-barais@univ-angers.fr

Résumé
Issu de travaux de recherches en psychologie, cet article présente une épreuve (DENORECO) conçue dans la perspective d'évaluer la capacité des enfants à utiliser leur notation numérique des quantités pour résoudre des problèmes. Les résultats présentés comparent les réponses d'élèves du CP au CM2. Ils mettent en évidence les difficultés qu'ont les enfants à comprendre que l'écriture numérique des quantités préalablement dénombrées peut être ultérieurement réutilisée pour effectuer des calculs. Ils attirent l'attention sur un aspect jusqu'alors peu pris en compte dans les études concernant le développement des compétences numériques des enfants, à savoir leur connaissance des fonctions cognitives des systèmes de notation. Lorsque les notations sont produites par l'enfant à la demande, on n'est pas assuré que l'enfant comprenne bien la nature du lien entre ce qui est noté et les aspects de la réalité qui sont notés.

Exploitations possibles
Situé dans le cadre disciplinaire de la psychologie, ce travail d'étude sur l'évaluation de compétences des enfants dans le champ numérique (utilisation des notations chiffrées issues de dénombrements préalables pour déduire le cardinal d'une réunion de collections) permet de donner aux formateurs et chercheurs un autre éclairage sur des questions déjà étudiées en didactique des mathématiques.

Mots-clés
Évaluation, compétences numériques, dénombrement, développement cognitif, écriture des nombres, utilisation de l'écrit, calcul, procédures d'élèves, fonction référentielle des notations.

[19] La réalisation de cette recherche a bénéficié du soutien du programme de recherche « Ecole et Sciences Cognitives » de la MRT et du programme de recherche « OuForEP, Outils pour la Formation, l'Education et la Prévention » de la région des Pays de La Loire.

COMMUNICATION D1 : MISE EN ŒUVRE DU DISPOSITIF CESAME EN PRIMAIRE

Maryse Maurel
Catherine Sackur
Jean-Philippe Drouhard
Odile Perriollat
Florence Ciaravola
GECO-IREM de NICE

Résumé
Les auteurs expérimentent en cycle 3 le dispositif CESAME qu'ils utilisent habituellement au lycée ou à l'université. Ils présentent deux séances en CM1 sur la technique opératoire de la soustraction et une séance en CM2 sur l'ordre des décimaux, pour lesquelles ils ont suivi les quatre étapes du dispositif.
Une comparaison entre le travail ordinaire de la classe et les spécificités du dispositif CESAME leur permet de relever les apports positifs de ce travail.

L'exposé relate et analyse des séances que nous avons menées à l'école primaire en CM1 et CM2.
Par rapport à nos travaux antérieurs, ce travail présente deux particularités.
La première concerne le cycle d'enseignement. Nous avions envie, depuis longtemps, de tester le dispositif CESAME à l'école primaire. Ce cycle 3 est pour nous un territoire inconnu, tant en ce qui concerne les sujets mathématiques et les connaissances mises en œuvre que les élèves et leur capacité à jouer le jeu d'un tel dispositif. En faisant ces expériences, nous nous sommes donc aventurés hors de notre domaine habituel, celui pour lequel le dispositif CESAME a été conçu, les années de lycée et les premières années d'université.
La deuxième différence porte sur notre présence dans les classes. Jusque là, nous expérimentions dans nos propres classes avec éventuellement l'aide d'autres membres de l'équipe comme observateurs. Nous n'avions ainsi pas besoin de former des maîtres à la théorie et à la pratique du dispositif CESAME. Nous en sommes des spécialistes, ce qui n'a pas toujours évité les erreurs, mais en minimisait les risques et la fréquence. Avec le travail en primaire, nous avons dû déléguer la mise en œuvre du dispositif à des enseignantes qui le découvraient en même temps que leurs élèves. Avec ce travail, nous avons centré notre attention sur les effets pour les élèves et leur apprentissage. Nous n'avons pas fait d'étude spécifique de l'effet sur les enseignantes.

Mots-clés
Dispositif CESAME ; connaissance locale ; connaissance expérientielle ; travail sur les réponses fausses ; ordre sur les décimaux ; écart ; retenue.

COMMUNICATION D2 : UN EXEMPLE DE FORMATION CONTINUE À LA MODÉLISATION DANS LE CADRE DU PROJET LEMA : DESCRIPTION ET PROBLEMES RENCONTRES

Richard CABASSUT
PIUFM, IUFM d'Alsace
Didirem Paris VII
richard.cabassut@alsace.iufm.fr

Résumé

Cette communication s'inscrit dans le prolongement de deux ateliers menés sur le même thème lors des colloques COPIRELEM à DOURDAN (atelier B2), en 2006 et à TROYES (atelier B1), en 2007.

En janvier 2008 s'est déroulée à l'IUFM de Strasbourg une formation continue de cinq jours sur l'enseignement de la modélisation à destination de professeurs d'école. Cette formation a été préparée dans le cadre d'un projet européen Comenius (projet LEMA 2006/2009) et comprend cinq modules : modélisation (c'est quoi et pourquoi, tâches (explorer, classifier, créer), leçons (méthodes, compétences, contenus), évaluation (formative, sommative, rétroaction), réflexion et validation. On présentera la formation proposée, en l'illustrant par quelques extraits. On évoquera ensuite quelques problèmes rencontrés dans la mise en œuvre de la formation.

Exploitations possibles

Utiliser les informations données, le modèle référencé et les illustrations fournies pour expérimenter une formation à la modélisation, en direction des professeurs des écoles, dans le cadre du projet LEMA.

Mots-clés

Projet, stage et formation, modélisation, tâche, leçon, évaluation, réflexion, formation des maîtres, jeu de rôle, compétences et socle commun.

COMMUNICATION D3 : CONDITIONS ET CONTRAINTES « INTERNES » DE L'INTRODUCTION DES TICE DANS LES PRATIQUES MATHEMATIQUES A L'ECOLE ELEMENTAIRE

IMBERT Jean-Louis
IUFM Midi-Pyrénées
Doctorant UMR ADEF Université de Provence
Jean-louis.imbert@toulouse.iufm.fr

Résumé

Cette communication rend compte d'un aspect d'un travail de recherche, entrepris dans le cadre de la préparation d'une thèse, portant sur l'étude des conditions et contraintes de l'intégration des TICE dans les pratiques mathématiques à l'école élémentaire. Elle fait suite à la communication présentée à Troyes (2007) sur les contraintes externes à l'introduction des TICE. Elle aborde un deuxième aspect, les contraintes internes liées à la classe.

L'observation de cinq enseignants intégrant les TICE dans les activités mathématiques de leur classe pendant deux périodes d'une année scolaire a permis de souligner les obstacles qu'ils rencontrent.

Des éléments de la TDS et les travaux d'Assude sur l'intégration des TICE ont été utilisé pour caractériser les conditions et les contraintes attachées à la situation d'apprentissage de l'élève dans un milieu où les TICE doivent trouver un statut d'instrument.

La rupture dans les pratiques anciennes créée par l'intégration des TICE met en relief les éléments constitutifs des milieux matériels, objectifs et de référence pour l'enseignant, qui contribuent à une évolution de sa pratique d'intégration des TICE en mathématique.

Le dépassement de ces obstacles constitue une résolution d'un problème professionnel, susceptible de nous aider dans la formation des enseignants.

.

Mots-clés

Intégration des TICE, Théorie Anthropologique du Didactique, pratique enseignantes.

LA C.O.P.I.R.E.L.E.M **Co**mmission **P**ermanente des **IREM** sur l'**E**nseignement **Elém**entaire	Responsables : Laurence Magendie et Pierre Eysseric Adresse postale : **IREM de Paris 7, Université Denis Diderot, CP 7018, 2, place Jussieu, 75251 Paris Cedex 5** Tél : 01 44 27 53 83 Fax : 01 44 27 56 08

La COPIRELEM, Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire est constituée d'une vingtaine de membres issus, en 2007-2008, de 16 académies différentes.
La plupart d'entre eux sont chargés de la formation mathématique des professeurs d'école en IUFM.

SES MISSIONS

Depuis sa création (en 1975), la COPIRELEM a pour double mission :

- d'une part, de regrouper et centraliser les travaux des différents groupes élémentaires des IREM sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et sur la formation initiale et continue en mathématiques des enseignants du premier degré ;

- d'autre part, d'impulser des recherches sur les points sensibles ou contingents liés aux changements institutionnels (programmes, organisation de l'école, formation initiale, etc.…)

SES ACTIONS

Répondant à ses missions, elle s'intéresse simultanément à l'**enseignement des mathématiques à l'école primaire** et à la **formation des professeurs d'école**. Elle se réunit cinq fois par an pour mettre en œuvre et coordonner ses différentes actions :

- *UN COLLOQUE ANNUEL*

Regroupant de **120 à 180 participants** (professeurs d'école, formateurs et chercheurs), ces colloques permettent, depuis 1975, la diffusion des recherches en didactique des mathématiques, en France et à l'étranger.
Les derniers ont eu lieu à Bombannes (2008),Troyes (2007), Dourdan (2006), Strasbourg (2005), Foix (2004), Avignon (2003). Le prochain se tiendra à Auch en juin 2009.
Les actes en sont publiés chaque année.

- *UN SEMINAIRE DE FORMATION*

Il accueille chaque année entre 30 et 50 nouveaux **formateurs en mathématiques des professeurs d'école** en IUFM et les comptes-rendus de ses conférences, communications et ateliers sont **publiés dans « Les cahiers du formateur »**. Les derniers ont eu lieu à Istres (2007), Blois (2005), Draguignan (2004), Avignon (2003).

- *DES PUBLICATIONS*

La COPIRELEM publie, seule ou avec d'autres instances (Commission Premier Cycle des IREM, APMEP, …) des **documents destinés aux enseignants et/ou aux formateurs**.
En plus de la publication annuelle des Actes de son colloque et de son séminaire (voir ci-dessus), elle publie chaque année les **Annales du Concours Externe de Recrutement des**

Professeurs d'École, avec l'intégralité des sujets de l'année et des corrigés détaillés assortis de compléments utiles à la formation en mathématique et en didactique des futurs professeurs d'école.

En 2003, la COPIRELEM a publié **« Concertum », ouvrage de référence** pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques. Sa traduction en espagnol est parue en mars 2006 et la publication de sa version en anglais est imminente.

➢ *DES COLLABORATIONS AVEC LE MINISTERE DE L'ÉDUCATION NATIONALE*

Par la présence d'un de ses membres à la commission mathématique du CNP, la Copirelem a apporté sa **contribution à l'élaboration des programmes de 2002** de mathématiques pour l'école primaire ainsi qu'à la rédaction de leurs documents d'accompagnement.

Dès 2002, elle a été une force de proposition auprès du ministère pour la définition du contenu du **programme national pour le concours de recrutement des professeurs d'école** qui a été publié en mai 2005. La Copirelem a diffusé dès juillet 2005 des **propositions d'exercices** correspondant à ce nouveau programme et trois de ses membres participent à la commission chargée d'élaborer les **sujets nationaux du CRPE**.

SES AUTRES TRAVAUX ET PROJETS

- La COPIRELEM poursuit sa réflexion générale sur la nature des **mathématiques que l'on doit enseigner à l'école primaire** et les moyens dont on dispose pour le faire.
- Elle a entrepris des travaux sur l'**utilisation des TICE** à l'école et le développement des **ressources internet**, avec, notamment, la mise en place d'une collaboration avec la CII **Mathenpoche** et un rapprochement avec le dispositif « **La main à la pâte** ».
- La COPIRELEM collabore avec la **revue « Grand N »** publiée par l'IREM de Grenoble et destinée aux enseignants du primaire.

PUBLICATIONS

✓ Les Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques
Cahors 91 / Pau 92 / Colmar 93 / Angers 95 / Rennes 96 / Besançon97

✓ *Les Cahiers du formateur (de professeurs d'école en didactique des mathématiques)*
Perpignan 97 / Tarbes 98 / Aix 99 / Agen 2000 / Nancy 2001 / Pau 2002 / Avignon 2003 / Draguignan 2004 / Blois 2005/ Istres 2007.

✓ *Les Actes des colloques annuels de la COPIRELEM* (depuis 1990).
Paris 90 / Nice-Besançon 91/92 / Aussois 93 / Chantilly 94 / Douai 95 / Montpellier 96 / Saint Etienne 97 / Loctudy 98 / Limoges 99 / Chamonix 2000 / Tours 2001 / La Roche sur Yon 2002 / Avignon 2003 / Foix 2004 / Strasbourg 2005 / Dourdan 2006 / Troyes 2007/ Bombannes 2008.

✓ *CONCERTUM : Carnet de route de la COPIRELEM* (édité par l'ARPEME).
Sélection de travaux qui résume l'activité de la COPIRELEM depuis 10 années : 1.Apprentissage et diversité (371 pages).
2. Démarches et savoirs à enseigner (415 pages).
3. Outils de formation (219 pages).