PROJETS D'ÉCRITURE EN MATHÉMATIQUES

Annie CAMENISCH
Maître de Conférences Lettres, IUFM d'Alsace
EA 1339, Université Marc Bloch, Strasbourg
annie.camenisch@alsace.iufm.fr

Serge PETIT
Professeur de mathématiques, IUFM d'Alsace
EA 1339, Université Marc Bloch, Strasbourg
serge.petit@alsace.iufm.fr

Résumé

Cette communication constitue un bilan de travaux menés dans des classes ainsi qu'en formation initiale et continue autour de la lecture et de l'écriture d'énoncés de problèmes additifs, en référence aux ateliers des colloques COPIRELEM de Foix et de Strasbourg. Elle s'inscrit dans le champ de la maîtrise de la langue en mathématiques articulant lecture, écriture et observation réfléchie de la langue.

Il s'agit essentiellement de montrer comment il est possible, à la fois, de réaliser des apprentissages ciblés sur la langue et de développer la compréhension d'énoncés de problèmes. La mise en œuvre se réalise par la mise en place de projets d'écriture d'énoncés de problèmes qui nécessitent une analyse fine du fonctionnement de ces énoncés.

Le fait qu'environ trente pourcents des élèves entrant en cycle 3 éprouvent des difficultés à résoudre des problèmes additifs simples[1] *impose de s'interroger sur les raisons d'un tel échec. Les interrogations peuvent porter sur les mathématiques elles-mêmes, mais que sont-elles indépendamment du texte ? La simplicité des calculs, entraînant leur réussite hors contexte par tous les élèves, conduit à s'interroger sur les blocages relevant du langage et à travailler des apprentissages en langue française pour mieux permettre aux élèves à la fois de mieux réussir les problèmes de mathématiques et de mieux maîtriser leur langue. Les textes officiels précisent d'ailleurs que « La maîtrise du langage et de la langue française constitue l'objectif majeur du programme de l'école élémentaire. […] elle se construit aussi dans la transversalité de l'ensemble des apprentissages. »*[2].

[1] Résultats relativement stables chaque année aux *Evaluations nationales* en CE2.

[2] *Programmes de l'école primaire*, BOEN hors série N°1 du 14 février 2002. Toute référence à ce numéro du BOEN contenant le texte des programmes actuels de l'école primaire sera simplement notée BOEN 2002, suivi du numéro de la page et éventuellement de l'intitulé de la partie concernée.

Cette communication ne relate pas des travaux de recherche fondamentale en didactique des mathématiques, pas plus qu'en didactique de la langue. Elle prend appui sur des travaux réalisés de manière empirique en classe, en formation initiale et continue.

Le travail qui suit est donc une réflexion sur des pistes d'activités possibles d'apprentissage de la langue en mathématiques ou à partir des mathématiques. Il vise à améliorer à la fois des compétences en mathématiques, dans le domaine de la résolution de problèmes et certaines compétences bien précises sur la langue. Dans le cadre de la didactique de la langue française, il se fonde sur les interactions entre la lecture et l'écriture. Dans celui des mathématiques, il prend en compte les articulations de registres[3].

I – ANALYSER DES TEXTES MATHÉMATIQUES

I – 1 Un corpus d'énoncés

I – 1.1 Quels textes mathématiques ?

Si tous les textes mathématiques ne sont pas des énoncés de problèmes, ceux-ci occupent cependant une place centrale dans l'apprentissage de cette discipline : *« La résolution de problèmes est au centre des activités mathématiques et permet de donner leur signification à toutes les connaissances qui y sont travaillées […]. »* La suite de cet extrait des programmes de 2002 ne liste que des connaissances d'ordre mathématique. Il pourrait aisément se prolonger à des connaissances d'ordre linguistique nécessaires à la compréhension des textes d'énoncés de problèmes car les mêmes programmes invitent un plus loin à porter une *« attention particulière […] aux difficultés de lecture des énoncés que rencontrent de nombreux élèves […] ».*

Les programmes de cycle 2 précisent de leur côté que les élèves doivent être capables de résoudre des problèmes additifs à une transformation[4], *« de déterminer, par addition ou soustraction, le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités ».* Or, comme le montrent chaque année les évaluations nationales en CE2, bien des élèves de début de cycle 3 ne maîtrisent pas la résolution de tels problèmes.

Les expérimentations réalisées en classe décrites ci-dessous ont rapidement montré que les mathématiques ne constituaient pas un obstacle à la résolution de ces problèmes, mais que les principales difficultés provenaient de la langue française. C'est bien le langage qu'il convient de travailler afin de permettre aux élèves en difficulté de mieux réussir en mathématiques.

Les problèmes additifs constituant le matériau de base du travail développé ci-après ont été choisis pour deux raisons. La première : leur maîtrise devrait être garantie par tous les élèves sortant du cycle 2. La seconde : ces énoncés constituent un corpus d'apparence simple pour aborder des faits linguistiques fondamentaux, nécessaires à leur compréhension et devant être maîtrisés par les élèves du cycle 3.

---

[3] Raymond Duval, *Sémiosis et pensée humaine , Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Ed. Peter Lang, 1995.

[4] Dans le sens donné par Gérard Vergnaud.

I – 1.2 Présentation des énoncés

Les énoncés qui ont été donnés pour la première fois dans la classe de CE2-CM1 de Carole Brach à l'école de Herrlisheim (Haut-Rhin) ont été composés en éliminant les difficultés mathématiques, afin de ne laisser subsister que des difficultés relatives à la langue. Les calculs à effectuer ne mettent en jeu que les trois nombres 5, 7 et 12. Les difficultés relevant de la langue sont variées et induisent certains élèves en erreur.

<u>Le corpus d'énoncés retenus est le suivant :</u>

Problème 1 : Avant la récréation, Augustus Gloop avait 17 bâtons de chocolat. Pendant la récréation il joue et perd 5 bâtons. Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?

Problème 2 : Lundi soir, la température dans la cour de l'école était de 17 degrés. Pendant la nuit, elle a baissé de 5 degrés. Quelle température fait-il le mardi matin ?

Problème 3 : A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Problème 4 : Lundi soir la température, dans la cour de l'école, était de 17 degrés. Mardi matin, elle est de 12 degrés. Que s'est-il passé pendant la nuit ?

Problème 5 : Augustus, qui avait inventé un jeu, joue une première partie. Il perd 5 bâtons de chocolat. Il joue ensuite une deuxième partie. Il gagne 12 bâtons. Après ces deux parties, Augustus a-t-il plus ou moins de bâtons qu'avant ces deux parties ? Combien de plus ou combien de moins ?

Problème 6 : Que s'est-il passé pendant la récréation ? Avant la récréation, Augustus avait 17 bâtons de chocolat. Il joue. Après la récréation il a 12 bâtons.

Problème 7 : Avant de s'arrêter à l'arrêt « Mairie », un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

Problème 8 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés. Quelle était la température lundi soir ?

Problème 9 : Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un autobus transportait 17 personnes. Pendant l'arrêt, 5 personnes sont descendues. Combien de personnes le bus transporte-t-il après l'arrêt ?

Problème 10 : Un bus s'arrête à un premier arrêt, 5 personnes descendent. Il s'arrête ensuite à un deuxième arrêt où 12 personnes montent. Après ces deux arrêts, y a-t-il plus ou moins de personnes dans le bus ? Combien de plus ? Combien de moins ?

I – 2 Des énoncés, des histoires

I – 2.1 Classement des énoncés

Classer est une activité cognitive fondamentale puisqu'elle contraint celui qui l'exerce à trouver des points communs et des différences entre les objets observés, et à verbaliser ces ressemblances et ces différences.
Classer et comparer des classements différents obtenus par des groupes distincts ou classer d'une manière puis d'une autre, oblige à porter des regards différents sur les objets classés. A ce titre, l'activité de classement est fondamentale. Elle peut s'appliquer à toutes sortes d'objets, y compris à des textes, à des énoncés de problèmes. Les programmes de 2002 le prévoient : *« quelques techniques d'exploration du langage doivent être régulièrement utilisées : <u>classer</u> (des <u>textes</u>, des phrases, des mots, des graphies) <u>en justifiant</u> les classements réalisés <u>par des indices précis</u>».*[5]

---

[5] Souligné par les auteurs.

Les élèves ont donc été invités à classer les énoncés du corpus ci-dessus.

Les classements de ces énoncés par les élèves sont souvent réalisés selon un des critères suivants :

- thème (thème du bus, du chocolat, de la température…),
- valeur du résultat (5, 12, 17…),
- nature de l'opération (soustraction, addition),
- place de la question,
- nombre de questions,
- autres, moins pertinents pour le travail en cours…

Les professeurs stagiaires ou ceux en exercice ajouteront quelques critères comme par exemple :

- variable discrète ou continue,
- formulation de la question,
- ordre d'apparition des données,
- explicitation ou non de la valeur initiale de la variable,
- nombre de transformations,
- autres, moins pertinents pour le travail en cours…

Certains feront appel à la classification de Gérard Vergnaud, tandis que d'autres se réfèreront à Raymond Duval pour évoquer un critère de congruence, critère plus difficile à mettre en œuvre pour le classement.

I – 2.2 Des énoncés, une histoire

Un seul classement n'est jamais réalisé, ni dans les classes, ni en formation initiale ou continue : celui par *histoire*.

Pour mettre en évidence la notion d'*histoire*, on peut comparer deux problèmes avec des énoncés différents traitant du même thème, par exemple les problèmes 3 et 7.

Problème 3 : A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après cet arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Information cachée : 17 personnes étaient dans le bus avant l'arrêt.

Problème 7 : Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la Mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

Information cachée : 5 personnes sont descendues.

On peut comparer successivement les différentes informations, phrase par phrase, en incluant les informations cachées faisant l'objet de la question.

Problème 3 : A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après cet arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Information cachée : 17 personnes étaient dans le bus avant l'arrêt.

Problème 7 : Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la Mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

Information cachée : 5 personnes sont descendues.

Les phrases soulignées recouvrent les mêmes informations, elles se trouvent simplement à des endroits différents du texte et utilisent une autre mise en mots.

> **Problème 3 :** A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après cet arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?
>
> **Information cachée :** 17 personnes étaient dans le bus avant l'arrêt.
>
> **Problème 7 :** Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la Mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?
>
> **Information cachée :** 5 personnes sont descendues.

Les phrases en rouge indiquent les mêmes informations avec une formulation différente.

> **Problème 3 :** A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après cet arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?
>
> **Information cachée :** 17 personnes étaient dans le bus avant l'arrêt.
>
> **Problème 7 :** Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Mairie, un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la Mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?
>
> **Information cachée :** 5 personnes sont descendues.

Les phrases en bleu renvoient aussi aux mêmes événements, racontés en dernier ou en premier de manière dissemblable.

Les deux énoncés sont donc différents dans l'ordre d'énonciation des événements et dans la mise en mots, mais ils racontent la même histoire.

Il est donc possible de dégager une seule et même *histoire* sous-jacente à ces énoncés, en restituant l'ordre chronologique des événements :

> Avant l'arrêt de la mairie, un bus transporte 17 personnes. A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent de ce bus. Après l'arrêt, le même bus transporte 12 personnes.

Selon la classification de Vergnaud des problèmes additifs à une seule transformation, la première phrase correspond à l'état initial, la deuxième à la transformation et la troisième à l'état final. Ces trois périodes peuvent se mettre en évidence par un jeu de couleur, ou « drapeau », soit le bleu pour la première période ou état initial, le blanc (ici souligné) pour le deuxième période ou transformation, le rouge pour la troisième période ou état final. L'utilisation de ce jeu de couleurs favorise dans un premier temps le repérage de ces périodes et de leur ordre d'énonciation dans les énoncés de problème. Ce jeu de couleurs permet d'éviter quelques pièges posés par le langage. En effet, on pourrait parler de « première période » ou d'un « avant », mais cela risquerait de conditionner les élèves sur les mots plutôt que sur le sens, d'autant plus que dans une phrase comme « Avant de se laver les dents, il a mangé une pomme. » La première proposition désigne en fait un *après*.

I – 2.3 Deux énoncés, deux histoires

Cependant, il convient de ne pas confondre la notion *d'histoire*, telle que nous venons de la définir, avec celle de thème. Ainsi, une classification communément retenue consiste à regrouper les problèmes selon le thème ou sujet, par exemple, celui du « bus » ou de la « température ». On pourrait un peu hâtivement en conclure que les mêmes thèmes renvoient forcément aux mêmes histoires. Une vérification s'impose pour être bien sûr qu'il s'agit de la même histoire en comparant d'autres énoncés autour du thème du « bus », soit les énoncés 9 et 10 :

> **Problème 9 :** Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Gare, un bus transportait 17 personnes. 5 personnes sont descendues pendant cet arrêt. Combien de personnes le bus transporte-t-il après l'arrêt ?
>
> **Information cachée :** Le bus transporte 12 personnes après l'arrêt.
>
> **Problème 10 :** Un bus s'arrête à un premier arrêt, 5 personnes descendent. Il s'arrête ensuite à un deuxième arrêt où 12 personnes montent. Après ces deux arrêts, y a-t-il plus ou moins de personnes dans le bus ? Combien de plus ? Combien de moins ?
>
> **Information cachée :** Il y a 7 personnes de plus après ces deux arrêts.

L'écriture de la solution et donc de l'information cachée permet déjà de constater deux différences entre le problème 10 et les autres problèmes relevant du même thème. Ainsi, une information numérique au moins est différente (7 au lieu de 17) de même que le nombre d'arrêts (deux au lieu d'un seul). Une comparaison avec le problème 3 précédemment analysé permet de mettre en évidence les histoires similaires :

> **Problème 3 :** A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après cet arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?
>
> **Information cachée :** 17 personnes étaient dans le bus avant l'arrêt.
>
> **Problème 9 :** Avant de s'arrêter à l'arrêt de la Gare, un bus transportait 17 personnes. 5 personnes sont descendues pendant cet arrêt. Combien de personnes le bus transporte-t-il après l'arrêt ?
>
> **Information cachée :** Le bus transporte 12 personnes après l'arrêt.
>
> **Problème 10 :** Un bus s'arrête à un premier arrêt, 5 personnes descendent. Il s'arrête ensuite à un deuxième arrêt où 12 personnes montent. Après ces deux arrêts, y a-t-il plus ou moins de personnes dans le bus ? Combien de plus ? Combien de moins ?
>
> **Information cachée :** Il y a 7 personnes de plus après ces deux arrêts.

Si on retrouve bien les mêmes événements dans le problème 9, ils ne se retrouvent que partiellement dans le problème 10 avec d'autres informations, comme le nombre d'arrêts, l'action des 12 personnes et le nombre de personne dans le bus après les arrêts. Les événements n'étant pas les mêmes, le problème 10 raconte une autre *histoire*.

I – 2.4 Un classement par histoires

L'histoire sous-jacente à un énoncé n'est pas aussi apparente que les nombres figurant dans l'énoncé, que le nombre de questions, que le thème… elle nécessite une construction mentale afin de représenter[6] la situation. Plusieurs énoncés peuvent renvoyer à la même *histoire*, un même thème peut être commun à plusieurs histoires ce qui rend cette construction mentale encore plus difficile et pourtant, construire cette histoire ou la retrouver dans plusieurs énoncés fournit la clé du problème.

---

[6] Ce terme très polysémique de représentation n'est peut-être pas adapté puisqu'il s'agit davantage de construire une première présentation mentale de l'histoire et non de rendre à nouveau présent une histoire déjà vécue ou vue… Il s'agit en fait de construire une situation à partir de mots.

Les élèves ont été invités à classer les énoncés par histoire. Ce qui, dans ce cas, fournit cinq classes, chacune réunissant tous les énoncés qui ont la même *histoire sous-jacente*. Les classes sont les suivantes (numéros des énoncés) :

{1, 6} ; {3, 7, 9} ; {2, 4, 8} ; {5} ; {10}

On peut définir la notion d'*histoire sous-jacente* à un énoncé comme étant la succession, dans l'ordre chronologique de toutes les informations fournies par l'énoncé, y compris la réponse à la question. L'histoire est alors confondue avec sa narration (on ne distingue pas les faits et le texte qui les relate).

I – 2.5 Une histoire, combien d'énoncés ?

La suite du travail s'est déroulée en limitant encore le champ des supports. Les énoncés à deux transformations comme le 5 et le 10 ci-dessus seront dans un premier temps écartés du travail. Les élèves ne travailleront donc que sur des énoncés à une transformation.

Pour reprendre la notation bien connue de G. Vergnaud, les seuls énoncés conservés seront ceux qui renvoient à une histoire du type *état initial-transformation-état final*. Selon l'ordre d'apparition de ces information dans l'énoncé, et la position de la question dans l'énoncé, on pourra fabriquer dix-huit énoncés comme le montre le tableau suivant.

<u>Tableau des 18 types d'énoncés de base possibles :</u>

1	?		
2		?	
3			?
4	?		
5		?	
6			?
7	?		
8		?	
9			?
10	?		
11		?	
12			?
13	?		
14		?	
15			?
16	?		
17		?	
18			?

Ainsi, la ligne 7 représente un énoncé qui serait construit de la manière suivante : la question, énoncée en premier, porte sur la transformation (toujours notée en blanc), la partie informative suivra en énonçant d'abord l'état initial (toujours noté en bleu), puis l'état final (toujours noté en rouge). Le point d'interrogation montre à quelle partie de l'énoncé la question est posée.

<u>Exemples</u> :

- le problème 4 du corpus donné est du type 6,
- le problème 6 est de type 7,
- le problème 8 est de type 12

On se rend compte que les énoncés auraient pu être classés, non par histoire, mais du point de vue de leur structure, ce qui est un autre classement qui n'apparaît pas spontanément.

Les élèves ont été invités à procéder à ce type de classement afin de mieux percevoir les variations en jeu en passant d'un énoncé à un autre. Ce classement a été appelé *classement par drapeaux*. Les différentes classes sont :

{6} ; {3, 8} ; {4, 7} ; {1, 2, 9}

I – 2.6 Pourquoi ce travail ?

Ce travail, qui pourrait sembler assez formel ne porte pas que sur les structures. Il permet de mettre en évidence le fond commun à plusieurs énoncés, à savoir l'histoire sous-jacente et donc ouvre aux élèves la porte à la construction d'une « représentation » de la situation (bien souvent) fictive évoquée. Par ailleurs, le travail qui porte sur la reconnaissance des structures identiques à plusieurs énoncés conduit les élèves vers la production de nouveaux énoncés, par la maîtrise de leurs différentes formes possibles, en greffant sur celles-ci d'autres paramètres (nature de la variable, ordre de l'énonciation…).

La résolution des problèmes, leur analyse sous différents angles permet :

- de se représenter l'histoire sous-jacente à un énoncé,
- de se rendre compte que plusieurs énoncés relèvent de la même histoire,
- d'avoir conscience du lien entre un énoncé et l'histoire qui le sous-tend.
- de comprendre comment se fabriquent les énoncés de problèmes additifs en vue d'être capables d'en produire de nouveaux sous contraintes.

II – PRODUIRE DES TEXTES MATHÉMATIQUES

Tu sais qu'en écrivant
Tu vas apprendre.

Guillevic[7]

II – 1 Projet d'écriture d'énoncés de problèmes additifs

II – 1.1 Définition de la notion de projet d'écriture

Le projet d'écriture fédère des apprentissages dans le cadre de la maîtrise de la langue puisqu'il met en œuvre des compétences de lecture et d'écriture et utilise des connaissances sur la langue. A propos des compétences générales contribuant au développement de la maîtrise de la langue au cycle 3, les *Programmes de l'école primaire* prescrivent de :

> Rédiger, à partir d'une liste ordonnée d'informations, un texte à dominante narrative, explicative, descriptive ou injonctive, seul ou à plusieurs, dans le cadre d'un projet d'écriture relevant de l'un des grands domaines disciplinaires du cycle 3, à partir des outils élaborés par la classe. [BOEN, p.68].

Contrairement à l'histoire qui a une dominante narrative unique, l'énoncé de problème comprend au moins deux séquences textuelles. L'une est à dominante narrative ou informative et comprend les données du problème. L'autre, plutôt injonctive, conduit à l'action de résoudre un problème en mettant en œuvre un raisonnement et, dans le domaine numérique, des calculs.

Ecrire un énoncé de problème équivaut donc dans un premier temps à imaginer et à écrire une histoire en suivant une trame narrative chronologique. Dans un second temps, il faut transformer cette histoire en modifiant éventuellement l'ordre d'énonciation et donc la chronologie et en adaptant le texte à sa dominante principale, informative ou injonctive.

Ce projet d'écriture comprend des étapes de lecture d'énoncés de problème et des phases d'écriture sous contraintes variées ainsi que des moments d'apprentissage sur la langue, nourrissant l'écriture et, par ricochet, la compréhension des textes. Différentes étapes se succèdent (pas nécessairement dans l'ordre ci-dessous) et se croisent, faisant alterner moments de lecture, d'écriture et d'observation réfléchie de la langue :

- mobilisation des connaissances à partir d'un inducteur[8]
- organisation du texte,
- mise en mot par écriture d'un premier jet,
- analyse collective et individuelle des textes produits,
- apprentissages en langue et sur l'écriture des textes,

---

[7] *Art poétique*, Gallimard (Poésie), 1989.

[8] On appelle *inducteur* tout support pouvant conduire à des situations d'écriture (énoncés de problèmes, albums, voyages, objets…).

- analyse de textes d'experts (lecture d'énoncés de problème),
- révision et réécriture du texte par différents moyens.

Ainsi, dans une classe, un projet d'écriture d'énoncés de problèmes additifs peut consister à apprendre à écrire des énoncés de problèmes difficiles pour une autre classe (activité motivante pour les élèves). Mais pour ce faire, il faut déjà comprendre comment s'écrivent les énoncés de problème et donc écrire des énoncés de problèmes à partir d'une histoire donnée ou inventée, et commencer à lister des problèmes de langue qui se posent alors. Et c'est dans cette dynamique que les apprentissages sur la langue prennent tout leur sens.

II – 1.2 D'une histoire vers des énoncés

Un exemple permet d'illustrer le passage d'une histoire vers un énoncé.

Soit l'histoire suivante :

> Luc prend l'ascenseur au 24e étage de la tour de l'Europe à Mulhouse. Il descend de 13 étages. Il sort de l'ascenseur au 11e étage.

Un premier repérage permet de marquer les différentes périodes en utilisant le code de couleurs (bleu, blanc, rouge) permettant d'isoler chaque phrase :

> Luc prend l'ascenseur au 24e étage de la tour de l'Europe à Mulhouse. Il descend de 13 étages. Il sort de l'ascenseur au 11e étage.

Afin de permettre une manipulation aisée des différentes périodes, l'histoire doit être reproduite sur des affiches des couleurs correspondantes pour se présenter sous forme de « drapeau » :

Luc prend l'ascenseur au 24e étage de la tour de l'Europe à Mulhouse	Il descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11e étage.

Les contraintes de production d'un énoncé de problème consistent à partir de cette histoire, à respecter un ordre d'énonciation, par exemple « blanc, rouge, bleu » et à poser la question sur la dernière période énoncée, ce que l'on peut symboliser par le « drapeau » suivant :

		?

Une première étape consiste à mettre l'énoncé dans l'ordre imposé en déplaçant les affiches :

Il descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11e étage.	Luc prend l'ascenseur au 24e étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.

La deuxième étape vise à cacher la donnée portant sur la dernière période énoncée :

Il descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11e étage.	Luc prend l'ascenseur au ___ étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.

On obtient ainsi un nouveau texte dont il faut rétablir la cohérence à plusieurs niveaux. L'énoncé ne répond pas aux normes du français dans la mesure où il ne forme pas un texte, mais une suite de phrases, dont la dernière ne répond pas aux normes de la syntaxe.

La troisième étape consiste donc à mettre l'énoncé en français normé afin de le rendre compréhensible à tout lecteur qui ne connaît pas l'histoire de départ. Il convient de détailler pas à pas cette troisième étape de mise en français correct.

Afin que l'on sache de qui il est question dans la première phrase de cet énoncé, il convient de remplacer le pronom « il » par son référent « Luc ».

Luc descend de 13 étages.	Il sort de l'ascenseur au 11e étage.	Luc prend l'ascenseur au ___ étage de la tour de l'Europe à Mulhouse.

L'indication de lieu est plus opportune dans la première phrase afin que l'on sache où se produit l'action pour une meilleure représentation, ce qui nécessite le déplacement et la modification de ce complément de phrase.

Luc descend de 13 étages dans la tour de l'Europe à Mulhouse.	Il sort de l'ascenseur au 11e étage.	Luc prend l'ascenseur au ___ étage.

Si la deuxième phrase ne demandait pas de transformation, la dernière nécessite des modifications complexes pour passer d'une phrase déclarative à une phrase interrogative. A l'inverse de la première phrase, il est possible de pronominaliser le nom « Luc ».

Luc descend de 13 étages dans la tour de l'Europe à Mulhouse.	Il sort de l'ascenseur au 11e étage.	A quel étage prend-il l'ascenseur ?

Enfin, pour assurer la cohérence textuelle, il devient nécessaire de marquer l'antériorité de l'état initial par un marqueur temporel, ici sous la forme du temps du verbe.

Luc descend de 13 étages dans la tour de l'Europe à Mulhouse.	Il sort de l'ascenseur au 11e étage.	A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ?

C'est donc dans ce travail de réécriture d'un texte que les élèves montrent leurs compétences tant de lecture que d'écriture et peuvent réaliser des apprentissages ciblés sur la langue.

II – 1.3 Fabriquer un énoncé

Un premier projet d'écriture consiste à produire un énoncé à partir d'un même inducteur sous l'effet d'un certain nombre de contraintes.

On imposera donc, par exemple, l'histoire suivante :

> Samedi soir papy a 27 lapins. 8 lapins naissent pendant la nuit. Le lendemain, papy en a 35.

La consigne d'écriture concerne la transformation de cette histoire en énoncé de problème, en imposant l'ordre d'énonciation des différentes périodes et la place de la question.

Il est indispensable de faire produire au moins deux types d'énoncés pour que les modifications indispensables au niveau de la langue soit véritablement remarquées. Les élèves doivent se rendre compte que ce n'est pas seulement la transformation d'une histoire en énoncé qui entraîne une différente formulation, mais que deux énoncés produits sous des contraintes différentes ne peuvent s'écrire de la même façon.

> Consigne : En partant de cette histoire, écrire deux énoncés sous les contraintes imposées ci-dessous et schématisées par les « drapeaux ». Poser la question sur la dernière période énoncée.

Les productions réalisées[9] sont alors simplement mises en regard, phrase par phrase.[10]

8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir papy a 27 lapins.	Dimanche matin, papy a 35 lapins.
Chez papy, 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche.	Samedi soir il en avait 27.	Combien papy a-t-il de lapins dimanche matin ?
Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés.	Papy en avait déjà 27 le samedi soir.	Combien papy avait-il de lapins dimanche ?

Dimanche matin, papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir papy a 27 lapins.
Dimanche matin, papy a 35 lapins.	Sachant que 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche,	combien papy en avait-il samedi soir ?
Dimanche matin, papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés la nuit précédente.	Combien de lapins avait papy samedi soir ?

La simple juxtaposition des productions permet de prendre conscience de la variété possible des mises en mots pour un seul et même énoncé, produit à partir d'une même histoire. Il est nécessaire que les élèves prennent conscience de la nécessité de faire des choix pour rédiger un écrit, et notamment un énoncé de problème. Une seule et même réalité peut conduire à une quasi infinité de mises en mots différentes. Dans l'exemple précédent, un groupe a préféré utiliser une phrase complexe utilisant l'expression *sachant que* et l'autre la juxtaposition de deux phrases simples.

Pour que les élèves développent des habiletés d'écriture et réalisent consciemment certains choix, il leur est nécessaire de dépasser une représentation souvent unique et erronée de

---

[9] Les productions analysées ont été réalisées par des groupes de stagiaires PE2.

[10] Pour l'analyse des 6 problèmes possibles avec question posée sur la dernière période énoncée, voir le compte rendu de l'atelier *Lire et écrire des énoncés de problèmes additifs (2) : la place de la langue*, in Actes du XXXII[e] colloque COPIRELEM, IREM de Strasbourg.

l'écrit : tout idée ne se formule que d'une seule manière, toute autre formulation étant de ce fait fausse. Les élèves doivent donc pouvoir se rendre compte qu'il y a plusieurs écritures normées possibles. C'est par un travail de réécriture qu'une telle conception de l'écriture peut se construire :

> Réécrire un texte, en référence au projet d'écriture et aux suggestions de révision élaborées en classe, et, pour cela, ajouter, supprimer, déplacer ou remplacer des morceaux plus ou moins importants de textes, à la main ou en utilisant un logiciel de traitement de texte [BOEN, p.68, « Compétences générales » devant être acquises en fin de cycle 3].
>
> Effectuer des manipulations dans un texte écrit (déplacement, remplacement, expansion, réduction) [BOEN, p.76, « Observation réfléchie de la langue française »].[11].

Comparer des productions avec des contraintes différentes oblige à s'interroger sur les raisons des différences. Une analyse détaillée suit ce premier examen afin d'observer très précisément les modifications intervenues dans le passage entre une histoire et un (ou des) énoncé(s).

II – 1.4 Analyser des productions

Pour analyser les productions, il convient de confronter, phrase par phrase, l'histoire avec des énoncés choisis en fonction de la variété de leurs tournures. La comparaison des formulations entre l'histoire et l'énoncé permet alors de relever les transformations opérées sur la langue. Cette observation à visée linguistique est d'ailleurs une des compétences à faire développer par les élèves qui doivent :

> Participer à l'observation collective d'un texte ou d'un fragment de texte pour mieux comprendre la manière donc la langue française y fonctionne [BOEN, p.69, « Compétences spécifiques : ORLF »].

Afin de pouvoir réaliser un relevé exhaustif des différences observées, il est préférable de commencer par la comparaison entre l'histoire et un seul énoncé produit.

8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir papy a 27 lapins.	Dimanche matin, papy a 35 lapins.
Chez papy, 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche.	Samedi soir il en avait 27.	Combien papy a-t-il de lapins dimanche matin ?
Ajout du lieu Marque temporelle développée Ajout d'une virgule	Modification du temps du verbe Pronominalisation	Transformation de la phrase déclarative en phrase interrogative : Déplacement de la marque temporelle Ajout de combien Ajout de il Ajout du -t- euphonique Ajout de « de » Point d'interrogation.

Ce travail de comparaison permet de commencer un inventaire des transformations opérées *spontanément*, et surtout de s'interroger sur les phénomènes de la langue en cause comme le stipulent les programmes :

[11] Toutes les références renvoyant à la partie « Observation réfléchie de la langue française » des programmes seront notées « ORLF ».

> L'observation réfléchie de la langue française conduit les élèves à examiner des productions écrites comme des objets qu'on peut décrire, et dont on peut définir les caractéristiques. Ils comparent des éléments linguistiques divers (textes, phrases, mots, sons, graphies…) pour en dégager de façon précise les ressemblances et les différences [BOEN, p.74, ORLF].

La comparaison se poursuit alors avec une autre production (ou plus) pour examiner les variantes et les constantes.

	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir papy a 27 lapins.	Dimanche matin, papy a 35 lapins.
	Chez papy, 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche.	Samedi soir il en avait 27.	Combien papy a-t-il de lapins dimanche matin ?
	Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés.	Papy en avait 27 samedi soir.	Combien papy avait-il de lapins dimanche ?
Variantes	Place différente des marques temporelles	Place différente des marques temporelles	Différence du temps du verbe.
Constantes		Même usage du verbe à l'imparfait	Même déplacement de la marque temporelle.

Pour le second type d'énoncé, il est possible de comparer directement deux productions :

	Dimanche matin, papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir papy a 27 lapins.
	Dimanche matin, papy a 35 lapins.	Sachant que 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche,	combien papy en avait-il samedi soir ?
	Dimanche matin, papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés la nuit précédente.	Combien de lapins avait papy samedi soir ?
Variantes		Ajout de « sachant que », avec le début d'une phrase complexe. Ponctuation : virgule ou point	Proposition ou phrase interrogative. Pronominalisation. Ajout d'un trait d'union. Première lettre minuscule ou majuscule.
Constantes	Pas de modifications.	Marque temporelle développée.	Modification du temps du verbe. Déplacement de la marque temporelle.

Pour être efficace, l'analyse doit s'appuyer sur la comparaison de différentes productions des élèves entre elles, et avec les phrases de l'histoire. Cela permet de comparer les transformations opérées en passant de l'histoire à l'énoncé ainsi que les différentes formulations, correctes ou non. Il n'est pas nécessaire d'examiner ainsi toutes les productions mais il est préférable de faire un choix en fonction des faits de langue les plus intéressants. Pour l'instant, il ne s'agit pas de valider, encore moins d'évaluer les productions réalisées par les élèves, mais de soulever un questionnement lié à l'usage de la langue.

Cette activité d'analyse de productions, qui fait partie intégrante d'une démarche de production d'écrits, révèle plusieurs intérêts :

- Elle favorise la mise en évidence de faits grammaticaux et centre l'attention sur la langue.

- Elle fait émerger une série de questions qui concernent la langue et son fonctionnement et contribue à éveiller la curiosité des élèves à ce sujet. Ces questions peuvent apparaître *a priori* mais aussi *a posteriori* après examen des productions.

- Elle révèle les compétences des élèves, leurs manques et leurs difficultés tant au niveau des savoirs sur la langue, que des savoir-faire dans l'activité d'écriture. Le dispositif révèle ce que les élèves ignorent et ce qu'ils ne maîtrisent pas encore complètement. Contrairement aux productions d'adultes en formation initiale et continue, les productions des élèves, souvent « pauvres », contiennent aussi des erreurs, reflets de leurs difficultés ou de leurs manques.

Ces limites de l'analyse de production conduisent tout naturellement à un autre dispositif, apte à construire des savoirs sur la langue, susceptibles de devenir des compétences d'écriture et de lecture. Il est donc nécessaire de recourir à d'autres supports dans des séances d'observation de la langue.

Ce travail de production d'énoncés de problèmes de mathématiques devrait permettre aux élèves de mieux analyser les énoncés des problèmes qu'ils ont à résoudre en se forgeant une meilleure représentation de la situation.

II – 2 Vers un outil mathématique

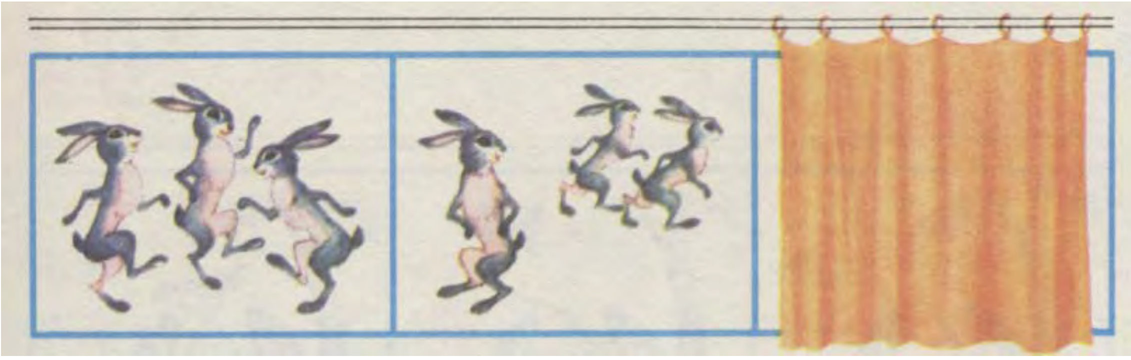
II – 2.1 Vers une autre représentation

Les problèmes additifs donnent souvent l'occasion aux maîtres de proposer (ou de faire construire) des représentations aux (par les) élèves. Ces représentations, souvent des dessins, ne distinguent généralement pas les trois périodes différentes auxquelles renvoie le texte (période qui précède la transformation, période de la transformation, période qui suit la transformation). A chacune des deux périodes extrêmes correspond un état (E_i , E_f). A la période de la transformation correspond une suite continue d'états que même les meilleures caméras ne pourraient représenter que par un nombre très restreint d'images par seconde.

Si aucun auteur de manuel, aucun enseignant ne se prive de représentations par des dessins pour résoudre les problèmes additifs, c'est sans doute qu'il est nécessaire de représenter l'histoire autrement que par le seul texte pour permettre aux élèves de travailler dans d'autres registres que ceux de la langue naturelle et des écritures mathématiques et de se forger d'autres représentations, plus opérationnelles pour la résolution de problèmes.

Certains auteurs n'hésitent pas à représenter la disparition d'objets en barrant ceux-ci, d'autres s'inspirent des bandes dessinées. Dans la majorité des cas, les trois périodes nécessaires à une bonne représentation de l'histoire, ne sont clairement établies.

Dans sa thèse, Régina Damm[12] donne une représentation des problèmes additifs où les trois périodes sont marquées, comme le faisaient avant elle les auteurs du manuel russe[13] de



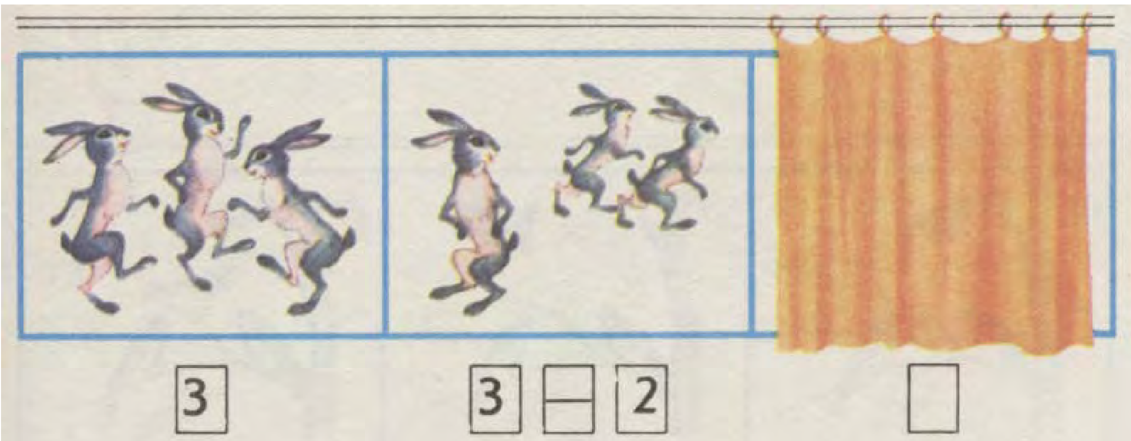
première année reproduit ci-dessous.

Comment faut-il lire cette série de trois images ?

Trois lapins dansent, ils continuent à danser ou s'éloignent au second plan, puis… mystère ?

En fait, la lecture de l'ouvrage montre rapidement un code mis en place dans la classe et qui fonctionne tout au long du livre : si des animaux regardent ostensiblement vers l'extérieur ou tournent le dos, ils quittent la scène. Les trois lapins de la deuxième image ne dansent pas. Un, le plus à gauche, regarde les deux autres s'en aller.

Demander aux élèves le nombre de lapins dans le premier cadre, c'est obtenir la réponse 3. Demander celui du deuxième cadre, c'est aussi obtenir la réponse 3. Qui oserait dire qu'il n'y a qu'un lapin dans le deuxième cadre ? Personne bien évidemment, sauf le manuel lui-même. Comme le montre l'extrait ci-dessous.



On comprend maintenant qu'il faut écrire 1 dans la case placé sous le rideau et que ce 1 va représenter le seul lapin restant après

[12] *Apprentissage des problèmes additifs et compréhension de texte*, Regina Damm Flemming ; Sous La Direction De François Pluvinage, Strasbourg 1992.

[13] *Matematika 1,* Moro et Stepanova ; Moscou, 1990.

le départ de ses deux compères. Mais 3 – 2 font 1, autant en Russie qu'en France. Pour les élèves, il y a alors dissociation du nombre de lapins observés dans le deuxième cadre et celui indiqué sous ce cadre. Bien évidemment, ce n'est pas le propos des auteurs qui voient dans le signe –, celui d'une transformation. Or ce signe n'indique pas, dans ce cas, une transformation, mais un résultat et ne devrait être utilisé que sous le troisième cadre où l'on pourrait écrire indifféremment 1 ou 3 – 2. Dans chacun des autres cadres, on pourrait aussi écrire 2 + 1, 1 + 2, 3 ou même 5 – 2…

Les signes + et –, s'ils indiquent bien le résultat d'une transformation, n'expriment pas cette transformation pendant son déroulement. Il en serait de même de l'utilisation d'autres signes comme des vecteurs (l'origine étant attachée à la première période, l'extrémité à la troisième période, le vecteur étant dessiné dans l'espace réservé à une seule et même période confondrait de fait les trois périodes).

L'image suivante va permettre d'exprimer autrement la transformation opérée. Il est clair que -si on lit de gauche à droite-, dans un premier temps deux écureuils se trouvent dans le champ de vision et que, dans un troisième temps, trois écureuils s'y trouvent. On peut en déduire que le rideau cache ce qui ne peut être montré, dessiné, à savoir une longue période, celle de la transformation. Ainsi, on peut être amené à décrire cette transformation en utilisant, de

manière complémentaire au registre figural, le registre de la langue naturelle. On ne représente pas par un dessin ce qui ne peut l'être, sauf à engendrer des erreurs de lecture d'image, des erreurs de *conversions* de registres (par exemple écrire 3 – 2 sous l'image où il y a trois lapins dans le cadre.

Registre figural et registre de la langue naturelle ne sont pas toujours équivalents. Certaines situations imposent d'utiliser la langue naturelle, c'est le cas pour décrire une transformation, d'autres situations peuvent être décrites soit par l'un des deux registres, soit par l'autre (c'est le cas des états, et dans ce cas, le registre figural pourra être plus riche… on peut apprendre ici que l'arbre a un trou, on pourrait dénombrer le nombre de touffes d'épines ou de feuilles, le nombre de branches… sans que tous ces détails ne soient écrits).

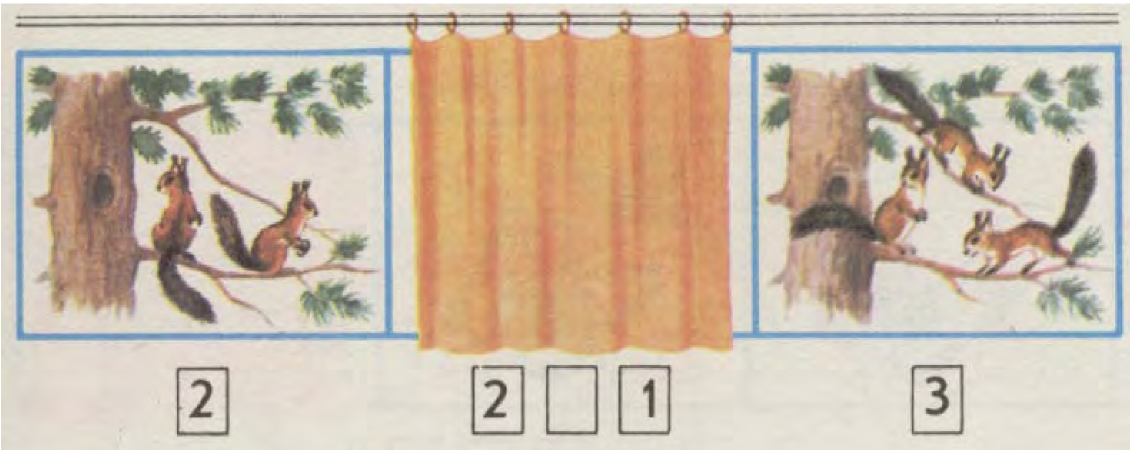
Ceci a conduit à proposer une représentation dans laquelle chacun des deux registres joue un rôle qui lui est propre et où, surtout, aucune représentation erronée ne vient décrire la transformation.

Aucune transformation ne sera dessinée, mais toute transformation sera décrite par les mots de la langue

française. Les deux registres, le registre figural et le registre de la langue naturelle sont complémentaires et utilisés un peu comme le seraient des engrenages. Ceci est illustré dans le dessin suivant.

On peut maintenant compléter par des étiquettes indiquant le nombre d'écureuils sous chaque image. On obtient alors une représentation telle que la suivante :

Représentation qui diffère de la suivante, proposée dans l'ouvrage russe.



On dispose donc ainsi d'un outil qui permet, dans certains cas, de bien représenter l'histoire sous-jacente à un énoncé de problème et d'en extraire la solution de l'énoncé.

Cet outil

- cache ce qui ne peut être dessiné (les transformations),
- décrit les transformations en langue naturelle (les dessins ne conviennent pas),
- comporte un axe du temps.

Mais un tel outil reste très marqué par le contexte. Il faudrait en effet dessiner des écureuils, des lapins, des poules… et que faire des températures par exemple ? L'outil peut manifestement convenir pour les grandeurs dénombrables, mais peut-être moins pour certaines grandeurs repérables[14]. Il convient donc de le généraliser pour obtenir un outil adapté, adaptable à toute situation.

L'outil suivant a été élaboré et testé en classes de début de cycle 3.

Cet outil conjugue une sorte d'axe du temps, axe qui ne correspond pas à un véritable axe du temps perçu comme axe des nombres réels, comme un axe des abscisses, mais simplement à la suite de trois[15] périodes, chacune correspondant à un état. L'axe des ordonnées est lui un véritable axe sur lequel on représentera les valeurs de la variable en jeu.

II – 2.2 Résoudre un problème avec ce mode de représentation

Comment résoudre, par exemple, le problème 8 avec ce système ?

Problème 8 : Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés.
Quelle était la température lundi soir ?

<u>Etape 1</u> : repérer les différentes périodes par les marqueurs temporels.

[14] On pourrait parler de nombre de degrés pour exprimer une température, mais on ne pourrait pas dessiner, sauf à induire des représentations très erronées, ce nombre de degrés comme on dessine des lapins.

[15] Il se généralise à davantage de périodes en fonction du problème, notamment des problèmes à plusieurs transformations.

Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés.
Quelle était la température lundi soir ?

Etape 2 : reporter ces indications dans le graphique pour désigner chacune des périodes.

On obtient :

Etape 3 : repérer ce qui varie.

Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés.
Quelle était la température lundi soir ?

Etape 4 : reporter ces indications dans le graphique.

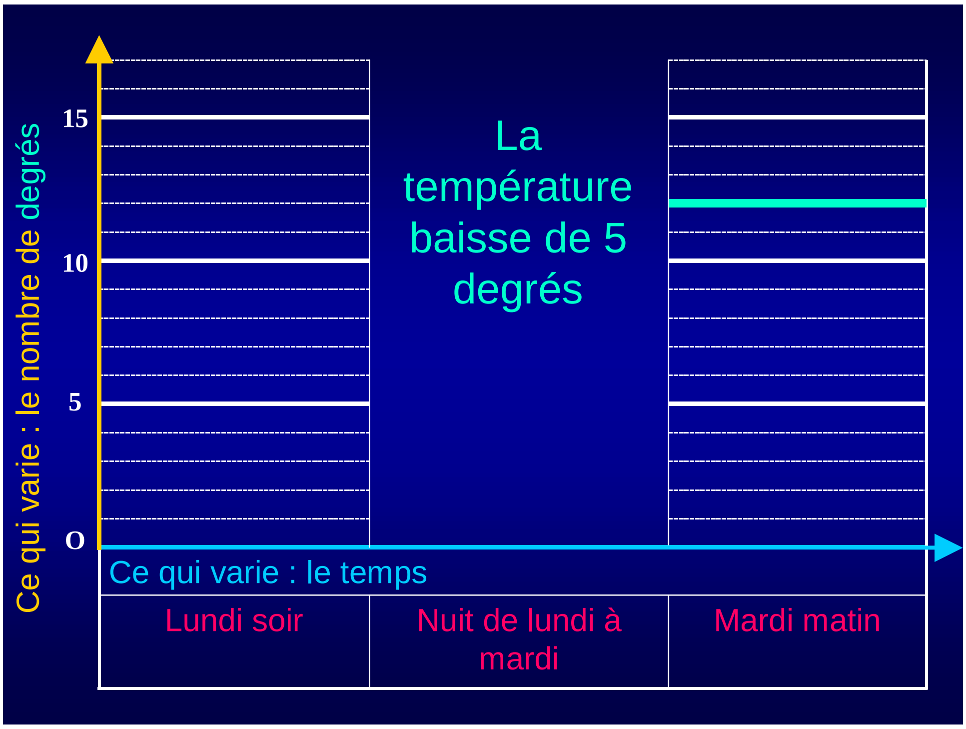
On obtient :

Etape 5 : repérer les informations portant sur cette variable (valeurs connues, variations).

Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés.
Quelle était la température lundi soir ?

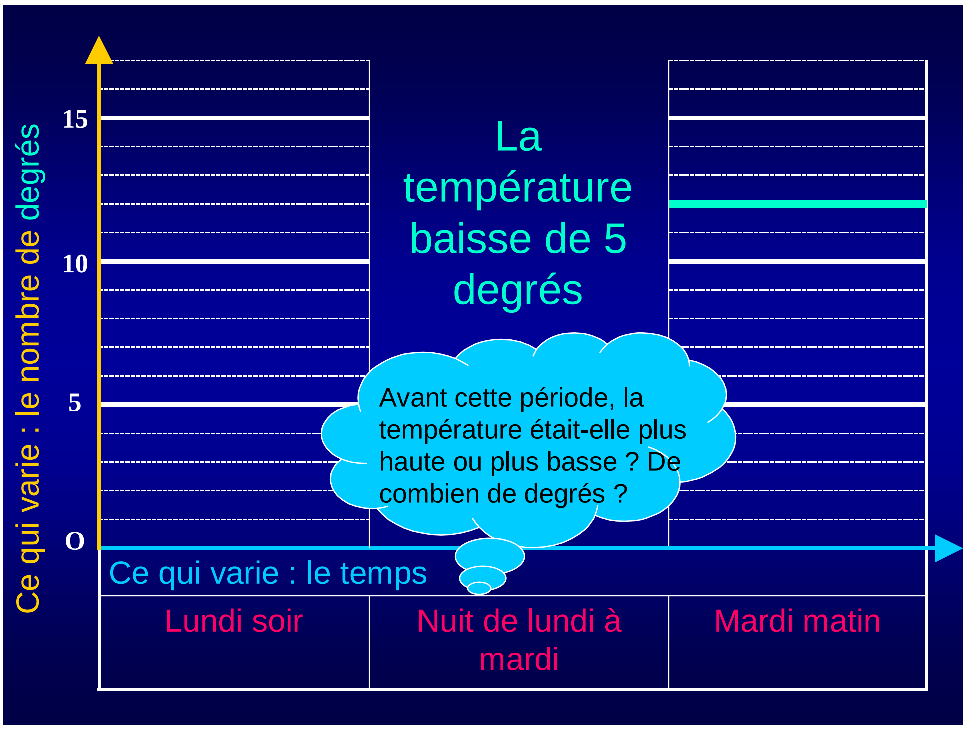
Etape 6 : les reporter sur le graphique.

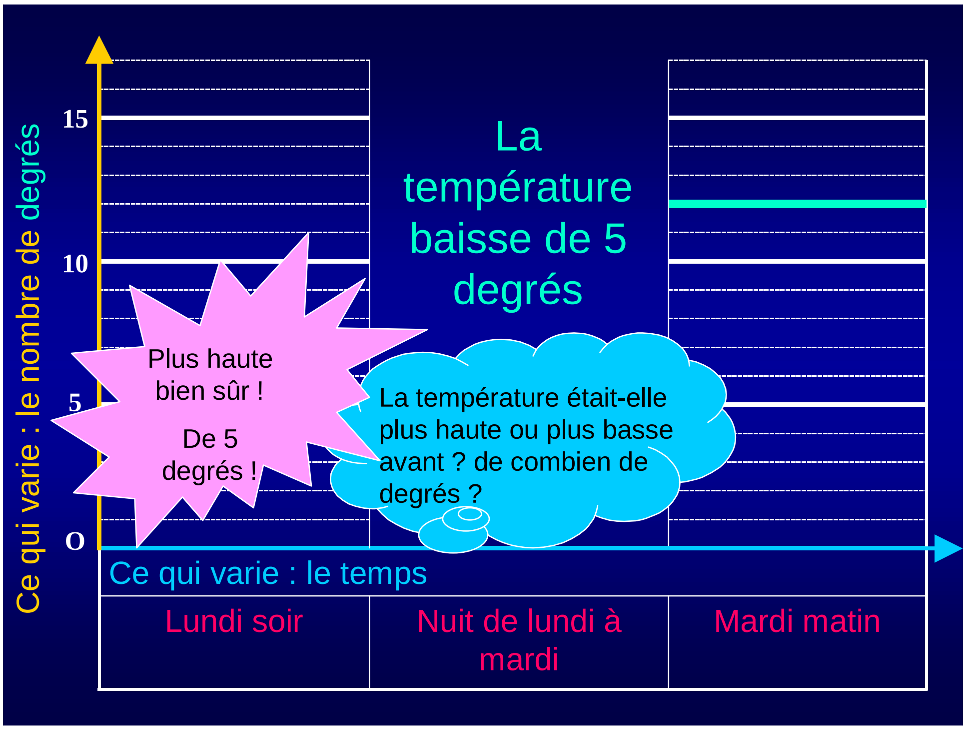
On obtient :

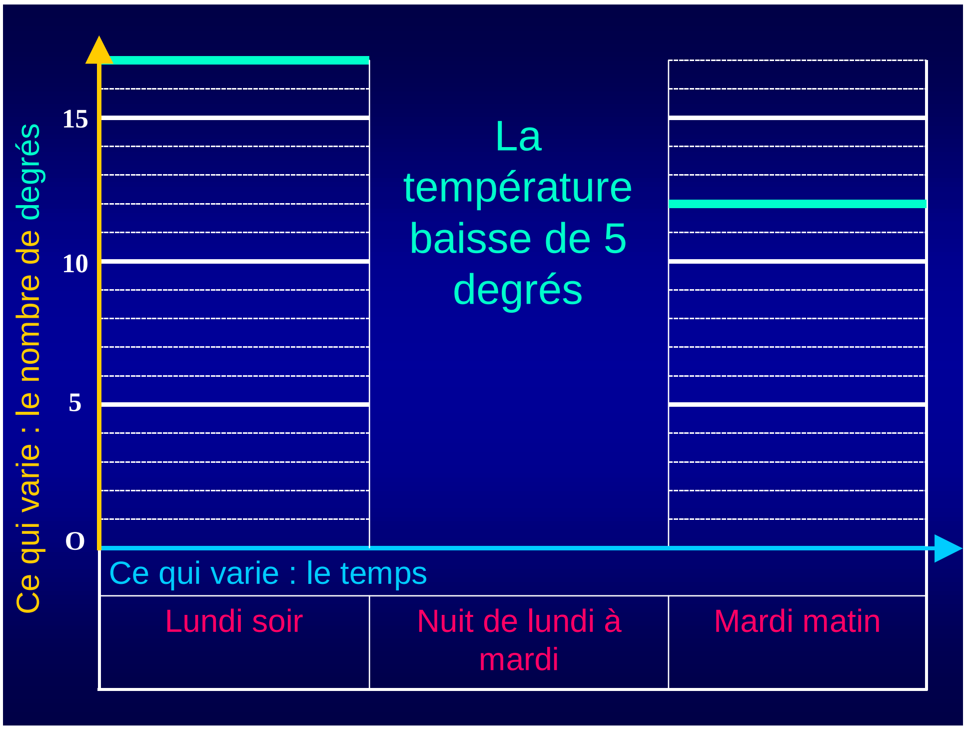


<u>Etape 7</u> : compléter les informations pour reconstituer l'histoire

Afin de reconstituer l'histoire, l'élève doit interroger la situation présentée de manière incomplète dans le graphique. Il est donc amené à se poser des questions comme celle figurant dans la bulle ci-dessous ; question dont la réponse conduira vers la solution du problème.







Etape 8 : répondre à la question.

Lundi soir, la température dans la cour de l'école était de 17 degrés.

II – 2.3 Produire une histoire avec ce mode de représentation

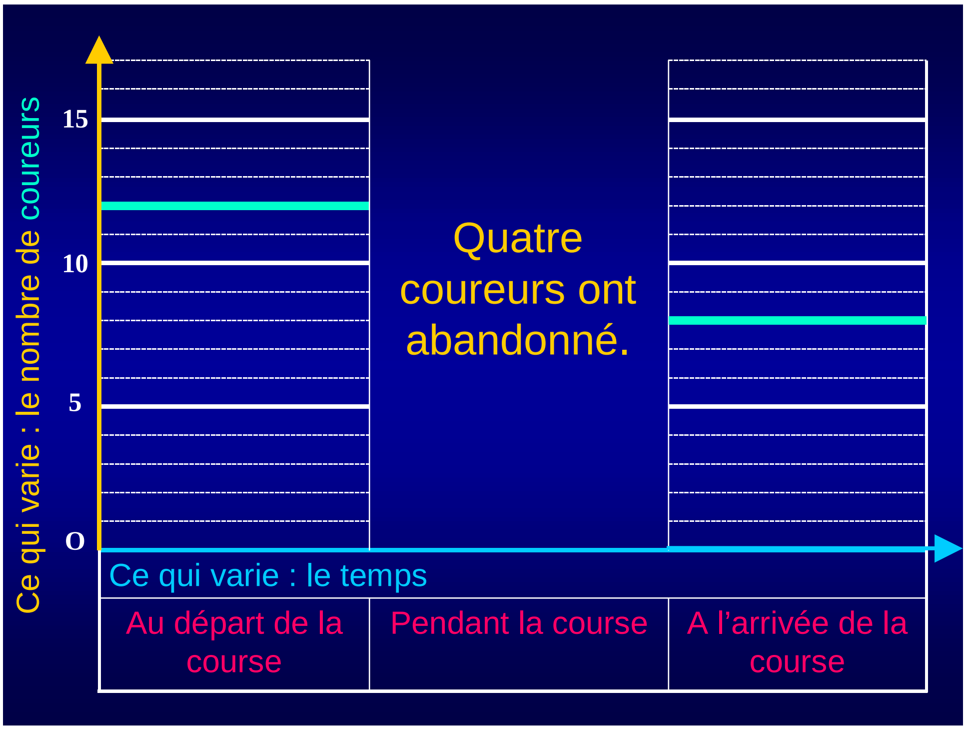
Ce même outil permet de produire des histoires, puis des énoncés.

Pour produire une histoire,

- on choisira une variable (ce qui varie),
- on attribuera des valeurs fixes et une variation,
- on déterminera des périodes,
- on écrira l'histoire dans l'ordre chronologique sans omettre aucune information, sans en rajouter.

Les élèves ont utilisé facilement cet outil pour produire des histoires par imitation.

Voici un exemple d'histoire produite :



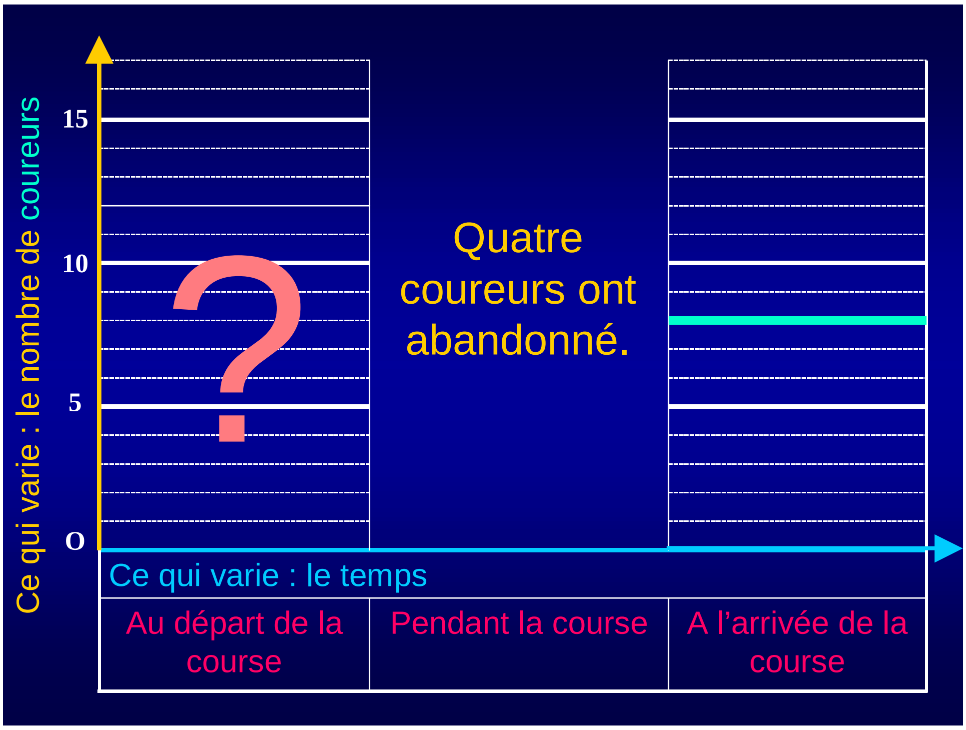
d'où la mise en mots suivante de cette histoire :

> Douze coureurs avaient pris le départ d'une course cycliste. Quatre coureurs ont abandonné en cours de route. Il n'y avait plus que huit coureurs à l'arrivée de la course.

II – 2.4 Produire un énoncé avec ce mode de représentation

Une fois l'histoire produite, l'énoncé ira (presque) de soi. Il suffira de cacher une donnée et d'écrire ensuite l'un des énoncés possibles en respectant les contraintes imposées.

Voici, dans l'espace de ces modes de représentations, un problème relatif à la même histoire.



<u>Voici un énoncé possible :</u>

> Il n'y avait que huit coureurs à l'arrivée de la course cycliste. Quatre coureurs avaient abandonné en cours de route. Combien étaient-ils au départ de la course ?

III – MANIPULER DES ÉNONCÉS POUR OBSERVER LA LANGUE

L'observation réfléchie de la langue française vise clairement à donner aux élèves les moyens de mieux écrire et mieux lire, comme le stipulent les programmes de l'école primaire :

> Les connaissances acquises dans les séquences consacrées à la grammaire sont essentiellement réinvesties dans les projets d'écriture (quel que soit l'enseignement concerné). […] La familiarisation acquise avec les structures de la langue permet aussi de résoudre certains problèmes de compréhension face à des textes plus complexes [BOEN, p.75, ORLF].

Tous les enseignements peuvent donc susciter des projets d'écriture explicitement reliés à des apprentissages sur la langue. Le choix des savoirs à acquérir se réalise en fonction d'une programmation établie *a priori* et des besoins des élèves, c'est-à-dire des manques constatés lors de l'analyse de productions. Dans le cas des énoncés de problèmes additifs, certains faits de langue sont récurrents et permettent de prévoir des apprentissages à mettre en œuvre.

Deux raisons essentielles justifient le recours à des supports mathématiques pour construire les séances d'observation réfléchie de la langue. En effet, la compréhension du fonctionnement de ces faits de langue est indispensable à la compréhension fine de l'énoncé. Par ailleurs, le transfert des connaissances ainsi acquises sur la langue en compétences de lecture et d'écriture est facilité par cet ancrage dans le contexte précis des apprentissages mathématiques.

> [les projets d'écriture] peuvent servir de supports à de nouvelles observations des phénomènes lexicaux, morphosyntaxiques ou orthographiques [BOEN, p.75, ORLF].

Les mathématiques constituent donc un support privilégié pour l'observation de certains faits de langue marquants.

III – 1 Les faits de langue marquants

L'analyse des productions a permis de faire un inventaire de faits de langue au fil des productions. Trois faits de langue apparaissent de manière répétitive dans toutes les productions. Ils apparaissent au niveau du texte pour établir la cohérence entre les phrases par un usage approprié des chaînes anaphoriques (pronoms et groupes nominaux renvoyant à un même référent) mais aussi dans le marquage de la temporalité, notamment de celui de l'antériorité lorsque l'ordre d'énonciation est différent de l'ordre chronologique. D'autres faits de langue apparaissent plutôt au niveau de la phrase, comme ceux qui concernent le passage de la phrase déclarative à une phrase interrogative[16]. Ils soulèvent tous des questionnements qui peuvent devenir autant d'objectifs d'apprentissage sur la langue en fonction des besoins constatés.

III – 1.1 Pronominalisation et substitution[17]

Plusieurs questionnements sont susceptibles d'être soulevés à propos de la substitution impliquant l'usage d'un pronom :

Quand utiliser un pronom ?

Quels sont les mots remplacés par un pronom ? Quel pronom remplace tel groupe nominal ?

Quelle sorte de pronom utiliser ? En particulier, quand utiliser « en » ?

Où sont placés les pronoms dans la phrase ? dans le texte ?

L'histoire des lapins n'utilisant aucun pronom, il n'apparaît peut-être pas nécessaire aux élèves d'en employer dans les énoncés. D'ailleurs, les énoncés de la seconde production n'en présentent pas[18]. Or la plupart des énoncés de problèmes dans les manuels utilisent des pronoms, source de difficulté pour la lecture, notamment le pronom « en ». S'interroger sur l'opportunité et le choix d'une substitution est un geste attendu de l'élève dans toute situation de production.

III – 1.2 Marqueurs temporels

Les interrogations soulevées par les modifications des marqueurs temporels concernent autant leur cause que leur forme ou leur place dans l'énoncé.

Pourquoi faut-il modifier les marqueurs temporels ?

Comment montrer la succession des périodes ?

---

[16] Pour une analyse complète des faits de langue, voir le compte rendu de l'atelier *Lire et écrire des énoncés de problèmes additifs (2) : la place de la langue,* in Actes du XXXII^{e} colloque COPIRELEM, IREM de Strasbourg.

[17] Pour une analyse détaillée voir le compte rendu de l'atelier *Lire et écrire des énoncés de problèmes additifs (2) : la place de la langue,* in Actes du XXXII^{e} colloque COPIRELEM, IREM de Strasbourg.

[18] Sauf un pronom de reprise dans une des phrases interrogatives.

Quels sont les moyens linguistiques pour marquer le temps, c'est-à-dire les moments où les actions se déroulent les unes par rapport aux autres ?

Quels temps verbaux peut-on utiliser pour marquer les différentes périodes ?

Où se situent les marqueurs temporels dans la phrase ? Peut-on les déplacer ? Changent-ils de place selon le type de phrase (déclarative ou interrogative) ?

La modification des marqueurs temporels est une des conséquences du bouleversement de l'ordre chronologique. En effet, si l'ordre des phrases n'est pas celui du déroulement temporel chronologique, la langue doit indiquer l'antériorité ou la postériorité afin de le signaler au lecteur. Un des moyens utilisés est le temps des verbes, notamment l'imparfait. Ajouter des précisions à un complément de phrase en est un autre.

III – 1.3 Phrase interrogative

De nombreux éléments entrent en compte dans la transformation d'une phrase déclarative en phrase interrogative :

Quels sont les éléments qui s'ajoutent lorsqu'on formule une phrase interrogative ?

A quoi sert le mot « combien » ? Quel mot remplace-t-il ?

Où sont placés les mots dans la phrase interrogative ? Quels mots changent de place par rapport à la phrase déclarative ?

Les phrases interrogatives majoritairement présentes dans les énoncés de problème additifs sont des phrases interrogatives partielles introduites par les mots « combien » ou « quel ». La phrase du type « Que s'est-il passé ? » demande une formulation complète de la phrase mais ne suscite pas de transformation.

Ce classement des faits de langue marquants fait apparaître trois incidences dans l'opération de réécriture d'une histoire vers un énoncé :

Des ajouts ou retraits d'éléments

Des substitutions ou remplacements

Des déplacements dans la phrase ou dans le texte

Les séances d'observation réfléchie de la langue vont mettre en œuvre les mêmes opérations en s'intéressant à un apprentissage ciblé.

III – 2 Les démarches d'apprentissage

Concernant les apprentissages à réaliser, il convient de distinguer d'une part les savoirs sur la langue qui seront d'ordre sémantique, syntaxique ou morphologique et qui renvoient à des connaissances, et d'autre part les savoir-faire en lecture et en écriture qui constituent autant de compétences. Un apprentissage « traditionnel » comprenant l'apprentissage d'une règle et des exercices d'application ne favorise pas le transfert entre les connaissances et les compétences. La mise en place de démarches d'apprentissage plus efficaces nécessite de s'interroger sur le savoir même à mettre en place au niveau notionnel, sur les démarches d'acquisition de ce savoir et sur leur lien avec les compétences effectives de lecture et d'écriture visées, par exemple, dans le cas des énoncés mathématiques, une bonne représentation du problème afin de le résoudre.

III – 2.1 Une démarche active

On privilégiera donc une démarche où l'élève est acteur dans la construction de son savoir comme le recommandent les programmes :

> […] l'observation réfléchie de la langue française doit être un moment de découverte visant à développer la curiosité des élèves et leur maîtrise du langage, et non une série d'exercices répétitifs mettant en place des savoirs approximatifs et l'usage prématuré d'une terminologie inutilement complexe. [BOEN, p.74-75, ORLF].

Pour que l'élève puisse mettre en relation ses apprentissages en langue et les compétences en lecture dont il a effectivement besoin pour mieux comprendre un texte, les ateliers de lecture se focalisent, en particulier, sur les indices linguistiques dans la construction du sens :

> Il convient […] d'amener l'enfant au bon repérage des marques linguistiques qui, à l'écrit comme dans le langage d'évocation, guident cette intégration (dans le cadre de la phrase comme dans celui du texte). Les substituts du nom (nominaux ou pronominaux), la ponctuation, les temps du verbe, les connecteurs, etc., doivent être travaillés de manière explicite dans les ateliers de lecture. Ils permettent souvent de faire les inférences nécessaires à la compréhension que les jeunes lecteurs négligent ou ne parviennent pas à réaliser. [BOEN, p.74, « Atelier de lecture »].

Cette stratégie est similaire à celle que réalisent les élèves lorsqu'ils observent le fonctionnement de la langue :

> L'observation réfléchie de la langue française conduit les élèves à examiner des productions écrites comme des objets qu'on peut décrire, et dont on peut définir les caractéristiques. Ils comparent des éléments linguistiques divers (textes, phrases, mots, sons, graphies...) pour en dégager de façon précise les ressemblances et les différences. [BOEN, p.74, ORLF].

Afin de faciliter le transfert en écriture, cette démarche doit être similaire à ce que les élèves ont à mettre en œuvre lorsqu'ils écrivent ou plutôt réécrivent :

> La révision reste, comme dans tous les projets d'écriture, un moment essentiel. Les élèves doivent être régulièrement conduits à ajouter, supprimer, remplacer, déplacer des fragments de textes […]. [BOEN, p.76, « Ecrire à partir de la littérature »].

Ainsi, la première compétence devant être acquise en fin de cycle 3 dans le cadre de l'observation réfléchie de la langue concerne justement ces opérations, et l'élève doit être capable de :

> effectuer des manipulations dans un texte écrit (déplacement, remplacement, expansion, réduction). [BOEN, p.76, ORLF].

Dans l'acte d'écrire comme dans la phase de construction de savoir, l'élève est donc conduit à réaliser le même type de manipulations, attitude qui favorise le transfert de compétences autant que de connaissances.

Pour faciliter le transfert des apprentissages sur la langue à un autre domaine, les savoirs acquis en langue sont systématiquement et explicitement réinvestis dans des situations de lecture et d'écriture, en utilisant les mêmes démarches.

La démarche préconisée dans les programmes de l'école primaire consiste donc à proposer un corpus de textes dits « d'experts », produits par l'enseignant ou récoltés dans des manuels, et à les observer en utilisant notamment des « techniques d'exploration du langage » :

> classer (des textes, des phrases, des mots, des graphies) en justifiant les classements réalisés par des indices précis,
>
> manipuler des unités linguistiques (mots, phrases, textes), c'est-à-dire savoir effectuer certaines opérations de déplacement, remplacement, expansion, réduction d'où apparaîtront des ressemblances et différences entre les objets étudiés. [BOEN, p.74, ORLF].

Les énoncés de problèmes constituent donc un support possible parmi d'autres pour l'observation réfléchie des faits de langue récurrents relevés. Ils sont, par exemple, particulièrement adaptés à l'analyse de phrases appartenant au type interrogatif, importantes pour la compréhension des consignes en mathématiques. Les savoirs réalisés et structurés peuvent être complétés par l'observation d'autres réalisations de phrases interrogatives dans d'autres situations d'énonciations.

III – 2.2 Proposer un nouveau corpus

Le corpus proposé pour observer le fonctionnement de la langue doit être composé de textes connus des élèves afin qu'ils ne soient pas confrontés à des difficultés de lecture inattendues et qu'ils puissent concentrer leur attention sur la langue. Ces énoncés ont donc déjà été rencontrés en classe, résolus collectivement ou individuellement dans une autre situation ou avec des données numériques différentes, et collectés en fonction d'une séance d'observation réfléchie de la langue. En effet, les travaux réalisés par le groupe responsable de la rédaction du document d'accompagnement sur l'observation réfléchie de la langue préconisent de faire des constats sur le fonctionnement de la langue après *« cueillette » de faits au cours des activités de lecture/écriture et d'O.R.L. ou dans d'autres domaines disciplinaires*[19].

Puisque l'objectif annoncé est de travailler les types de phrases interrogatives dans les énoncés de problème, il convient de choisir les énoncés, fabriqués par le maître ou tirés d'un manuel, en fonction des apprentissages visés, donc avec une variété suffisante de phrases interrogatives. Soit le corpus suivant d'énoncés qui ont été auparavant (dans des séances précédentes) résolus et classés par les élèves en fonction des « drapeaux » :

A. Dimanche matin, papy a 35 lapins. Samedi soir, papy avait 27 lapins. Combien se sont ajoutés pendant la nuit ?

B. Dans l'après-midi de jeudi, la température extérieure était de 19 degrés. La température a augmenté de 7 degrés entre le matin et l'après-midi de ce jour. Quelle température faisait-il ce jeudi matin ?

C. Pierre sort de l'ascenseur au 27^{e} étage après être monté de 14 étages. A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ?

D. Avant de s'arrêter à l'arrêt « Mairie », un bus transportait 17 personnes. Après l'arrêt de la mairie, le bus transporte 12 personnes. Que s'est-il passé à l'arrêt ?

---

19 *Observation réfléchie de la langue,* Document préparatoire au Document d'accompagnement du 25/01/2005, non publié à ce jour.

E. La voiture de papa a consommé 18 litres d'essence pendant un trajet. Avant de partir, papa avait 35 litres d'essence dans son réservoir. Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ?

F. Après avoir fait ses petits gâteaux, mamy a 7 œufs. Elle avait 24 œufs avant de faire la pâtisserie. Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ?

G. Avant la récréation, Augustus Gloop avait 17 bâtons de chocolat. Pendant la récréation il joue et perd 5 bâtons. Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?

H. Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés. Quelle était la température lundi soir ?

I. 78 coureurs sont présents à l'arrivée de la course. 25 coureurs ont abandonnés. Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?

J. Pendant la récréation, Carole a joué aux billes et a perdu 7 billes. Avant la récréation, elle avait 15 billes. Combien a-t-elle de billes après la récréation ?

K. A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

L. Papa avait 46 €. Maintenant il en a 28. Combien a-t-il dépensé ?

Même si l'objet d'apprentissage se situe au niveau de la phrase, il est essentiel de prendre en compte le contexte dans les écrits authentiques[20], c'est-à-dire de pouvoir recourir aux énoncés dans lesquels ces phrases apparaissent.

III – 2.3 Classer

Une première activité consiste à relever les phrases interrogatives afin de pouvoir les manipuler. Cette activité préalable est nécessaire pour se familiariser avec l'objet d'étude. En effet, les élèves doivent prendre des repérages dans l'énoncé et se fonder sur un ou plusieurs critères pour isoler les phrases interrogatives, donc de prêter attention à des marques linguistiques, par exemple, la ponctuation, les majuscules ou les mots interrogatif.

Combien se sont ajoutés pendant la nuit ?

Quelle température faisait-il ce jeudi matin ?

A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ?

Que s'est-il passé à l'arrêt ?

Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ?

Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ?

Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?

Quelle était la température lundi soir ?

Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?

[20] On appelle « écrit authentique », un écrit qui n'a pas été spécialement fabriqué pour la découverte d'un fait de la langue mais qui est issu des différents supports utilisés par la classe, dans ce cas : des énoncés de problèmes.

Combien a-t-elle de billes après la récréation ?

Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Combien a-t-il dépensé ?

La première « technique d'exploration » consiste en un classement de ces phrases. Or plusieurs classements[21] sont possibles en fonction des critères grammaticaux choisis. Pour être pertinent, le classement doit permettre d'observer et de comparer des similitudes dans le fonctionnement de la langue. Il se réalise donc en fonction de l'apprentissage visé. La nécessité de cet apprentissage peut découler de l'analyse de productions et donc d'un besoin des élèves. On peut par exemple s'intéresser aux questions soulevées par le mot « combien » :

A quoi sert le mot « combien » ? Quel mot remplace-t-il ?

Mais l'objectif d'apprentissage peut aussi se déterminer en fonction de problèmes de langue dont les élèves ne peuvent être conscients et dont ils peuvent avoir besoin pour résoudre des problèmes de lecture, ayant des incidences sur la compréhension fine de l'énoncé.

Si l'on s'intéresse au classement des phrases qui commencent par le mot interrogatif « combien », on peut obtenir le classement suivant[22] :

« Combien » suivi de « de » et d'un nom	« Combien » suivi d'un verbe	Cas particulier
Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ? Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?	Combien a-t-elle de billes après la récréation ? Combien a-t-il dépensé ? Combien se sont ajoutés pendant la nuit ? Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?	Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ? Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?

Ce classement aboutit à un constat provisoire distinguant deux fonctionnements de « combien » en fonction des mots qui le suivent. Mais cela ne constitue qu'une étape dans la construction d'un savoir et l'activité de classement montre ses limites en isolant deux cas particuliers. Une autre « technique opératoire » est donc utilisée pour poursuivre l'observation de la langue.

III – 2.4 Manipuler

La manipulation consiste à regrouper, déplacer, remplacer des groupes syntaxiques[23] afin de pouvoir classer les phrases commençant par « combien ». Au préalable, il faut découper les

[21] Voir des exemples de classements dans le compte rendu de l'atelier *Lire et écrire des énoncés de problèmes additifs (2) : la place de la langue,* in Actes du XXXII[e] colloque COPIRELEM, IREM de Strasbourg.

[22] Les exemples utilisés dans cette partie ont été réalisés en formation initiale et continue, ainsi que dans les ateliers du colloque de la COPIRELEM à Strasbourg en 2005.

phrases en groupes syntaxiques en procédant par tâtonnements. Ce découpage effectif des phrases contraint à des choix et permet des manipulations réelles des groupes syntaxiques dans la phrase, pour une comparaison plus fine des phrases.

Ainsi, les découpages suivants peuvent être proposés :

> $\boxed{\text{Combien de litres}}$ $\boxed{\text{a-t-il}}$ $\boxed{\text{à la fin du trajet}}$?
>
> $\boxed{\text{Combien de personnes}}$ $\boxed{\text{le bus transportait-il}}$ $\boxed{\text{avant l'arrêt}}$?
>
> $\boxed{\text{Combien}}$ $\boxed{\text{a-t-elle}}$ $\boxed{\text{de billes}}$ $\boxed{\text{après la récréation}}$?
>
> $\boxed{\text{Combien}}$ $\boxed{\text{a-t-il dépensé}}$?
>
> $\boxed{\text{Combien}}$ $\boxed{\text{se sont ajoutés}}$ $\boxed{\text{pendant la nuit}}$?
>
> $\boxed{\text{Combien}}$ $\boxed{\text{a-t-il}}$ $\boxed{\text{de bâtons de chocolat}}$ $\boxed{\text{après la récréation}}$?
>
> $\boxed{\text{Combien}}$ $\boxed{\text{y avait-il}}$ $\boxed{\text{de coureurs}}$ $\boxed{\text{au départ de la course}}$?
>
> $\boxed{\text{Combien}}$ $\boxed{\text{en}}$ $\boxed{\text{a-t-elle utilisés}}$ $\boxed{\text{pour faire les petits gâteaux}}$?

Plusieurs problèmes peuvent être abordés grâce à ces découpages :

Cette manipulation permet par exemple de reconnaître « y » dans « y avait-il » comme une partie du présentatif « il y a », à l'imparfait, avec un sujet inversé.

Le cas de « en » pose problème parce qu'un autre découpage pourrait être proposé :

> $\boxed{\text{Combien}}$ $\boxed{\text{en a-t-elle utilisés}}$ $\boxed{\text{pour faire les petits gâteaux}}$?

Le rôle du pronom « en » peut être identifié en recourant au texte de l'énoncé complet :

> Après avoir fait ses petits gâteaux, mamy a 7 œufs. Elle avait 24 œufs avant de faire la pâtisserie. Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ?

Il est donc possible de réaliser la substitution suivante :

> Combien en a-t-elle utilisés ?
>
> Combien d'œufs a-t-elle utilisés ?

Il s'avère également possible de déplacer le groupe ainsi reconstitué :

> Combien a-t-elle utilisé d'œufs ?

Ce constat conduit à réexaminer le corpus pour voir si d'autres groupes de mots sont déplaçables après combien, ce qui nécessite de redécouper les groupes syntaxiques où combien était suivi de « de » et d'un nom :

---

[23] Un groupe syntaxique constitue une unité fonctionnelle dans une phrase et comporte un ensemble cohérent d'informations.

Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ?

Combien a-t-il de litres à la fin du trajet ?

Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Combien le bus transportait-il de personnes avant l'arrêt ?

Combien a-t-elle de billes après la récréation ?

Combien de billes a-t-elle après la récréation ?

Combien a-t-il de bâtons de chocolat après la récréation ?

Combien de bâtons de chocolat a-t-il après la récréation ?

Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?

Combien de coureurs y avait-il au départ de la course ?

Dans deux phrases, aucun déplacement n'est possible après « combien » :

Combien a-t-il dépensé ?

Combien se sont ajoutés pendant la nuit ?

Ces manipulations conduisent à un nouveau classement selon la possibilité de déplacer ou non un certain élément de la phrase. Cette étape constitue un pas vers l'abstraction, parce qu'elle met en évidence un même type de fonctionnement pour une série de phrases apparemment différentes. En effet, la première série de phrases (énoncés E, F, G, I, J, K) comporte un élément déplaçable constitué d'un nom au pluriel (*litres*, *personnes*, *billes*, *coureurs*) ou d'un groupe nominal (*bâtons de chocolat*), avant ou après le groupe constitué par le verbe et son sujet.

Combien de [nom ou GN] [verbe/sujet] [marqueur temporel] ?

Combien [verbe/sujet] de [nom ou GN] [marqueur temporel] ?

Il s'agit en fait de la même phrase simplement formulée de manière différente. Si l'on rajoute la pronominalisation, on peut donc retenir trois formulations possibles pour une même phrase, par remplacement ou déplacement d'éléments. Ce constat est essentiel, pour plusieurs raisons.

Il évite d'abord d'enfermer les élèves dans des automatismes simplistes du type « suivi de nom », « suivi de verbe » qui n'est que partiellement opérant, mais les contraint à mener une véritable activité réflexive et à analyser finement le fonctionnement de la langue.

Ce constat donne aussi aux élèves des moyens de rédaction différents avec une place variable du groupe qui complète « combien » ou l'utilisation du pronom « en ».

Enfin, cette observation permet aux élèves de mieux relier le mot « combien » au moyen de la préposition « de » au nom ou groupe nominal concerné, qui correspond justement au nombre qui est recherché en mathématiques. En effet, s'il est relativement facile de le trouver s'il suit directement « combien », il devient déjà plus difficilement repérable s'il en est séparé par le groupe sujet/verbe.

Pour la seconde série de phrases (énoncés A et L), où aucun déplacement est possible et où « combien » est suivi d'un verbe, il est nécessaire de recourir au texte complet pour savoir sur quoi porte le mot « combien », même si le sens du verbe « dépenser » donne un indice (dépenser de l'argent, des euros, de l'énergie…).

III – 3 Des apprentissages à réaliser

Tous ces constats provisoires issus des classements et des manipulations peuvent conduire à des apprentissages portant sur la langue ou sur l'écrit, ayant des incidences sur la lecture et l'écriture d'énoncés de problèmes.

III – 3.1 Des apprentissages sur la langue

Les constats précédents soulèvent un nouveau questionnement concernant le passage de la phrase déclarative à la phrase interrogative. En effet, à quoi correspond ce « combien (de) » spécifique à la phrase interrogative. Est-il simplement ajouté par rapport à la phrase déclarative ? Ou remplace-t-il un mot ou groupe de mots de la phrase déclarative ?

Or la phrase déclarative correspondante constitue justement la réponse au problème, à laquelle il suffit de revenir pour comparer les deux types d'une même phrase. Par exemples pour les énoncés A et L d'une part, et les énoncés E et I d'autre part.

Enoncé A

Dimanche matin, papy a 35 lapins. Samedi soir, papy avait 27 lapins. Combien se sont ajoutés pendant la nuit ?

Réponse : 8 lapins se sont ajoutés pendant la nuit.[24]

Enoncé L

Papa avait 46 €. Maintenant il en a 28. Combien a-t-il dépensé ?

Réponse : Il a dépensé 18 €.

Enoncé E

La voiture de papa a consommé 18 litres d'essence pendant un trajet. Avant de partir, papa avait 35 litres d'essence dans son réservoir. Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ?

Réponse : Il a 17 litres à la fin du trajet.

Enoncé I

78 coureurs sont présents à l'arrivée de la course. 25 coureurs ont abandonnés. Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?

Il y avait 103 coureurs au départ de la course.

En transformant strictement la phrase interrogative en phrase déclarative, on peut émettre la conjecture suivante :

- « combien de » suivi d'un nom ou d'un GN, directement ou non, fonctionne comme un déterminant puisqu'il remplace un déterminant numéral.

---

[24] La réponse « 8 se sont ajoutés » pourrait être admise dans le contexte, mais en comparant aux réponses des autres énoncés, on pourrait constater qu'il manque la variable.

- « combien » suivi d'un verbe fonctionne comme un pronom puisqu'il remplace un groupe nominal.

La poursuite de la substitution par d'autres mots connus comme des déterminants ou comme des pronoms permet de vérifier cette conjecture.

Les apprentissages sur la langue permettent donc de rattacher le mot « combien » à la classe des déterminants ou à celle des pronoms, selon son environnement.

III – 3.2 Des apprentissages sur l'écrit

Deux apprentissages sur l'écrit découlent de ces classements et manipulations. Concernant les compétences d'écriture, les élèves peuvent formuler de différentes manières certaines phrases interrogatives commençant par « combien ». Quant à l'implication sur la lecture, un tel travail permet de mieux identifier ce que les élèves doivent chercher, c'est-à-dire la réponse à la question posée.

CONCLUSION

Le dispositif qui a été mis en place n'est pas un dispositif « scientifique », mais s'appuie sur une réflexion et des pratiques permettant de développer la maîtrise de la langue en mathématiques. Il en ressort que ce type de travail intégrant apprentissages sur la langue et mathématiques sous forme de projets d'écriture est motivant pour les élèves et leur permet de regarder autrement ces objets que sont les textes d'énoncés de problèmes et par là même d'être en mesure de mieux répondre aux questions posées. De nombreuses difficultés placées à dessein dans les énoncés peuvent être plus aisément surmontées par les élèves.

Le travail relaté ici, réalisé pour partie en classes de fin du cycle 2 et de début de cycle 3, a surtout été approfondi en formations continue et initiale. Les stagiaires ont très souvent fait part de retour positif de réinvestissement dans leurs classes. Des adaptations en ont été faites et expérimentées dans des classes de CP, conduisant aux mêmes évaluations pragmatiques que ci-dessus.

Il est à parier que ce dispositif favorise un meilleur apprentissage de la langue dans des situations qui prennent sens et de bien meilleurs résultats en mathématiques pour ce type de problèmes.

BIBLIOGRAPHIE

CAMENISCH A. & PETIT S. (2005) *Lire et écrire des énoncés de problèmes*, Bulletin vert APMEP, **456**, 7-20.

CAMENISCH A. & PETIT S. (2005) *Lire et écrire des énoncés de problèmes,* 1-11, in Actes du XXXI^{e} colloque COPIRELEM, IREM de Toulouse.

CAMENISCH A. & PETIT S. (2006) *Lire et écrire des énoncés de problèmes additifs (2) : la place de la langue,* 1-21, in Actes du XXXII^{e} colloque COPIRELEM, IREM de Strasbourg.

APPROCHE DIDACTIQUE DES DIFFERENCIATIONS DANS LES APPRENTISSAGES SCOLAIRES DES MATHEMATIQUES

Etude de cas : enseignement autour des pourcentages dans une classe de CM2

Lalina COULANGE
Maître de Conférences, IUFM DE CRETEIL
DIDIREM, Université Paris 7
`lalina.coulange@gmail.com`

Résumé
Cette communication s'appuie sur des recherches engagées au sein du réseau d'équipes de recherche : RESEIDA (recherches sur la socialisation, l'enseignement, les inégalités et les différenciations dans les apprentissages) piloté par E. Bautier et J-Y. Rochex. Une partie des chercheurs regroupés dans ce réseau s'investit actuellement dans la mise en œuvre d'un projet de recherche commun, autour de l'articulation CM2-Sixième. Dans ce contexte, nous avons participé au recueil de données dans une classe de CM2 en ZEP (en 2004-2005), et à l'analyse conjointe du corpus ainsi constitué. C'est une partie de ce travail que nous présentons dans ce texte. Nous développons dans un premier temps, quelques pistes théoriques issues de la didactique des mathématiques qui nous semblent pertinentes pour approcher les processus différenciateurs dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans un contexte de « classe ordinaire ». Nous croisons à l'occasion ce « point de vue didactique » avec des perspectives issues de la sociologie de l'éducation qui ont largement nourri notre réflexion.
Puis nous présentons l'analyse d'épisodes relatifs à l'enseignement des pourcentages au sein de la classe de CM2 observée, qui illustrent des éléments de notre questionnement actuel sur les processus différenciateurs dans les apprentissages scolaires des mathématiques.

Je travaille depuis quelques années au sein du réseau RESEIDA, piloté par E. Bautier et J-Y. Rochex, créé à l'initiative de l'équipe ESCOL de l'Université Paris 8. Ce réseau regroupe une trentaine de chercheurs en psychologie et sociologie de l'éducation, et en didactique des disciplines, autour d'un thème central : l'étude des processus différenciateurs dans les apprentissages scolaires. Après un travail de mise en commun des problématiques, des points de vue théoriques ou des résultats autour de cette thématique, le réseau s'investit depuis peu dans plusieurs travaux de recherche communs. Ma communication vise à présenter des éléments de la recherche sur laquelle je me suis engagée plus personnellement dans ce cadre. A travers cette présentation, j'espère pointer les questions que je me pose actuellement autour de la différenciation dans l'apprentissage des mathématiques à l'école, en tant que chercheure en didactique des mathématiques.

I – DIFFERENCIATION DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES

Le mot différenciation est assez polysémique dans les discours habituels sur l'enseignement. Pour ne pas prêter à confusion, précisons qu'il ne s'agit pas d'étudier des pratiques enseignantes de pédagogie différenciée. Notre objet de recherche est plutôt en lien avec la production d'inégalités scolaires dans un contexte de pratiques enseignantes plutôt « ordinaires ». Un des thèmes de la dernière école d'été de recherche en didactique des mathématiques avait pour intitulé : *hétérogénéités et différenciations.* En tant que responsables scientifiques de ce thème, C. Margolinas et moi-même avons été amenées à préciser ce que nous entendions par différenciation, je cite :

Les enfants viennent à l'école porteurs de leur appartenance sociale et culturelle, de leur histoire personnelle. (…) La façon dont ils investissent une position d'élève hérite de ces différences, ce qui fait de la classe un lieu hétérogène (…). La différenciation peut être considérée comme le processus qui reproduit, atténue ou accentue les différences entre les élèves dans le contexte scolaire. (Coulange et Margolinas, 2005).

Vue sous cet angle, la question de la différenciation est encore émergente dans le champ de la didactique des mathématiques. Jusqu'à ces dernières années, les recherches dans ce domaine ont essentiellement considéré l'élève *générique* en situation. Il s'agit maintenant d'interroger les différences entre élèves et la production de ces différences d'un point de vue didactique.

I – 1 Du point de vue sociologique

Encore récente en didactique des mathématiques, cette question est pourtant loin d'être nouvelle en sociologie de l'éducation. Notamment, l'équipe ESCOL s'intéresse depuis longtemps à la construction des inégalités scolaires d'un point de vue sociologique. Rapidement, les chercheurs de cette équipe ont conduit différents travaux visant à comprendre la genèse de ces inégalités dans le cadre de la classe.

Une partie de ces recherches a permis de mettre à jour des éléments du contexte du travail des enseignants et des élèves, susceptibles d'éclairer certains processus de différenciations. Suivant les travaux de cette équipe, les *doxas* actuelles[1] (discours et conceptions dominantes sur l'enseignement) favoriseraient l'émergence de formes d'enseignement multipliant les zones implicites, ou de pédagogies de plus en plus « invisibles »[2], qui contribueraient fortement aux inégalités scolaires.

Dès lors, de plus en plus, l'élève serait amené à mobiliser de lui-même de « l'au-delà » de la tâche qu'il a à accomplir, pour s'engager dans l'activité intellectuelle visée. Empruntant la notion de genres premier et second de discours à Bakhtine, Bautier (2005) considère que l'on demanderait de plus en plus à l'élève de contribuer à la *secondarisation* de son activité, c'est-à-dire à la transformation de ses expériences vécues, contextualisées, en objets de savoir porteurs de signification dans un champ

[1] qui peuvent être considérées comme « pseudo-constructivistes », comme des dérives du constructivisme ou du socio-constructivisme : survalorisant la mise en activité des élèves, la compréhension de savoirs versus l'automatisation de techniques, etc.

[2] Bernstein Basil, *Classes et pédagogies : visibles et invisibles*, OCDE, 1975.

scientifique donné (Bautier 2005). Ce qui sous-entend que sont laissées à la charge de ce même élève, de nombreuses opérations relatives à la décontextualisation-recontextualisation des connaissances en cours d'acquisition, et à la reconfiguration des savoirs en jeu.

Les exemples de « malentendus socio-cognitifs » qui peuvent en résulter, donnés par Bonnery (2004), sont très parlants[3] : l'enseignant et l'élève croient se comprendre, alors que l'élève travaille « à côté » de ce qui fait pour l'enseignant l'enjeu cognitif des tâches. Ce qui conduit à distinguer le métier d'élève (l'élève se « met en règle » vis-à-vis de l'enseignant en effectuant les tâches prescrites), du travail d'apprenant (l'élève se saisit des enjeux cognitifs des tâches).

I – 2 Du point de vue didactique

Si la question de la différenciation nous semble être encore émergente dans le champ de la didactique des mathématiques, il n'existe pas moins quelques travaux assez anciens, centrés sur l'apprentissage des élèves en difficulté, qui rejoignent parfois les travaux en sociologie de l'éducation évoqués ci-dessus (Brousseau 1986, Perrin 1993). Par exemple, les recherches de M-J. Perrin mettent en avant les processus de dévolution et d'institutionnalisation comme particulièrement délicats pour ce profil d'élèves : l'auteur souligne leurs difficultés à s'engager dans l'activité intellectuelle visée, et à décontextualiser les connaissances acquises au cours d'une situation de classe donnée.

Mais depuis peu, une problématique de la différenciation d'un point de vue didactique se dessine plus nettement. Je vais citer quelques auteurs qui s'engagent dans cette voie.

S'appuyant sur un modèle qui décompose la situation de l'élève (et de l'enseignant) en plusieurs niveaux, C. Margolinas (2004) met en avant la possibilité de bifurcations dans le cadre d'une situation ordinaire d'enseignement des mathématiques. Ces bifurcations correspondent à différents cheminements[4] possibles d'élèves au sein d'une même situation didactique, qui renvoient à différentes possibilités, voire à l'impossibilité d'apprentissages correspondant ou non à ceux visés par l'enseignant. Certains élèves investissent-ils de façon récurrente des branches marginales de situations d'enseignement, potentiellement « faibles » en apprentissages mathématiques ? En quoi, ces phénomènes, s'ils se répètent, participent-ils à la genèse d'inégalités scolaires ? Quels sont les déterminants didactiques, ou autres, susceptibles d'expliquer ces récurrences chez seulement certains élèves ?

Pour traiter de la question de la différenciation, C. Castela (2005) se réfère en partie aux travaux de C. Margolinas. Elle repère tout d'abord des phénomènes silencieux d'apprentissage à travers l'étude d'un curriculum praxique (l'ensemble des tâches mathématiques rencontrées par un élève dans son parcours scolaire), comportant des savoirs mathématiques « cachés ». Cela peut, selon elle, donner lieu à des

[3] Si l'on insiste sur la dimension socio-cognitive de ces malentendus, c'est parce que ce type d'incompréhension résulte de modes de pensée différents de différents groupes sociaux.

[4] Remarquons que ces bifurcations peuvent être rapprochées de ce que A. Robert (2005) sous-entend par activité *a minima* et *a maxima* d'élèves pour une tâche donnée, ou par trajectoires d'élèves au sein d'une situation de classe.

différenciations dans les apprentissages : des bifurcations pouvant s'opérer soit au sein des situations de classe, soit *à partir* de ces situations, dans des positions *autodidactes* locale et globale d'élèves. C. Castela utilise dès lors la distinction faite par De Certeau (1980) entre stratégie et tactique pour étudier ces nouvelles positions d'élèves en fonction de leurs rapports aux situations d'enseignement : un élève ayant un rapport tactique à une situation aurait une activité « orientée strictement vers la réalisation de la tâche telle qu'elle lui est imposée dans son unicité », tandis qu'un élève ayant un rapport stratégique se placerait « d'emblée dans une visée généralisatrice et anticipatrice, intégrant la situation dans une série potentielle » (Castela 2005). Bien qu'outillé différemment, ce point de vue me semble également se rapprocher de celui des sociologues de l'éducation : l'élève qui aurait un rapport stratégique à une situation d'enseignement, ne pourrait-il pas être considéré comme ayant un rapport d'emblée « second » aux objets de cette situation ?

Mon propre point de vue théorique sur la question de la différenciation scolaire s'inspire directement des travaux que je viens de citer. Suivant Margolinas (2004) et Castela (2005), je distingue également plusieurs niveaux d'activité pour l'élève, qui peuvent être schématisés de la manière suivante :

Niveaux surdidactiques	E3 E-écolier
	E2 E-autodidacte global
	E1 E-autodidacte local
Niveau didactique	**E0 E-élève**
Niveaux adidactiques	E-1 E-résolveur de problèmes
	E-2 E-agissant
	E-3 E-objectif

Figure 1 : Les niveaux de l'activité de l'élève

Commentons brièvement ce schéma.

Les niveaux « inférieurs » (adidactiques et didactique) caractérisent l'activité de l'élève, *relativement à une situation d'enseignement* donnée :
- en posture d'E-objectif, l'élève interagit de façon très élémentaire avec les éléments « matériels » de la situation. Cela correspond par exemple à sa première interprétation d'une consigne ou d'un problème.
- la position d'E-agissant qui résulte de la précédente, correspond à ses premières actions, aux procédures de base que l'élève met éventuellement en jeu pour « agir » au sein de la situation.
- en position de E-résolveur de problèmes, s'appuyant sur ses premières actions, l'élève tente de mettre en œuvre une procédure adaptée pour résoudre le problème posé. S'il y a apprentissage d'une nouvelle connaissance, c'est à ce niveau que cela se produit.
- Le niveau didactique est le niveau des interactions publiques et collectives entre l'Elève et le Professeur. Cela peut correspondre à une phase d'institutionnalisation des savoirs correspondants aux connaissances acquises au niveau précédent.

Les niveaux « supérieurs » (surdidactiques) caractérisent l'activité de l'élève, *relativement à plusieurs situations d'enseignement* :
- En position d'autodidacte local comme global, l'élève s'appuie sur différentes situations didactiques, pour effectuer différentes décontextualisations, des mises en relations de savoirs anciens et nouveaux, etc.

C'est l'échelle de temps et le niveau de décontextualisation des savoirs qui permettent de distinguer les deux positions : l'autodidacte local s'appuyant sur des situations d'enseignement relativement récentes, tandis que l'autodidacte global s'inscrit dans un projet à plus long terme (Castela 2005).
- A ces deux niveaux surdidactiques, j'ajoute celui d'*écolier*, pour décrire la posture encore plus générale de l'élève par rapport aux savoirs scolaires (en mathématiques ou ailleurs), voire à l'école. Cette position serait en quelque sorte celle longuement étudiée au travers de bilans de savoirs et d'entretiens d'élèves, dans l'ouvrage *Ecole et savoir dans les banlieues … et ailleurs* de Charlot, Bautier et Rochex (1992).

La question de la dynamique entre ces différents niveaux d'activité, est une question complexe, que je préfère laisser de côté dans ce texte. On en verra néanmoins quelques aspects au travers de l'étude de cas que je vais développer ci-après.

II – ETUDE DE CAS : ENSEIGNEMENT DES POURCENTAGES EN CM2

II – 1 Contexte et éléments méthodologiques de la recherche

Les chercheurs du réseau RESEIDA s'engagent depuis deux ans, dans des recherches communes autour de la question de la différenciation, dans différents lieux (régions parisienne, clermontoise, marseillaise, lyonnaise, etc.), à différents niveaux (CM2-Sixième, Grande Section-CP).

Je participe activement à la recherche engagée au niveau du CM2 dans la région parisienne. Deux classes de CM2 de deux écoles différentes classées en REP et accueillant un public assez hétérogène (appartenant à des catégories socio-professionnelles variées) ont été observées régulièrement tout au long de l'année scolaire 2004-2005. Au sein de chacune de ces classes, deux cohortes d'élèves ont été suivies : des enfants aux profils socio-cognitifs variés (en échec global ou électif, ou à l'opposé, faisant montre de connaissances avancées, etc.) sélectionnés sur la base conjointe d'évaluations (inspirées des évaluations nationales d'entrée en sixième) en français et en mathématiques en début d'année, et de nos premières observations au sein des classes.

Nous avons décidé de suivre ces élèves au fil de l'enseignement de plusieurs disciplines dont le français et les mathématiques. A cet effet, nous avons choisi des sujets et des thèmes d'étude qui nous paraissaient sensibles dans l'articulation CM2-Sixième ; par exemple en mathématiques : la résolution de problèmes du champ multiplicatif et la géométrie plane (figures géométriques, perpendicularité et parallélisme).

Les données recueillies au sein de ces deux classes de CM2 et relatives aux deux cohortes d'élèves sont de nature diverse. Nous disposons à la fois de données sur les pratiques des enseignantes[5] titulaires en charge des classes (au travers de brefs entretiens, d'informations sur leurs ressources documentaires, etc.), de films numériques d'un nombre important de séances (autour des thèmes choisis dans les différentes disciplines), de travaux d'élèves (cahiers d'élèves de la cohorte, productions de tous les élèves de la classe pour certaines activités), et d'entretiens d'enfants.

II – 2 A propos de la classe de CM2

Nous évoquerons l'analyse de données ne concernant qu'une des deux classes de CM2 de la région parisienne : la classe que j'ai moi-même observée à plusieurs reprises, et sous la responsabilité d'une enseignante que nous nommerons Emilie par la suite.

Quelques caractéristiques des pratiques de l'enseignante

Cette enseignante fait montre d'une bienveillance apparente envers les élèves de sa classe : elle déclare à plusieurs reprises vouloir venir en aide aux élèves en difficulté, renverser la hiérarchie visible entre les enfants en début d'année, mettre l'accent sur le « vivre ensemble », etc. Elle survalorise l'activité de *tous* les élèves. Ses pratiques présentent par ailleurs des caractéristiques « *pseudo-constructivistes* ». Elle prête une importance particulière aux activités visant à introduire de nouvelles notions mathématiques (présentant souvent un caractère concret ou pseudo-concret[6]), pour « donner du sens » aux connaissances visées. A l'inverse, la place qu'elle accorde aux moments d'institutionnalisation des savoirs reste assez restreinte (ces moments s'articulant d'ailleurs souvent difficilement aux apprentissages censés les précéder), et elle dévalorise les phases de réinvestissement ou de travail un peu systématique des techniques, etc. Je qualifierais également sa pédagogie *d'innovante*. Cela est révélé par le choix diversifié des supports qu'elle emploie : contenus récents issus de stages de formations continues, recherches personnelles sur internet ou dans différents ouvrages, etc.

Quelques caractéristiques de postures d'écoliers

Je vais évoquer quelques élèves appartenant à la cohorte[7], qui ont fait l'objet d'un suivi tout au long de l'année. Afin de les positionner dans les analyses qui vont suivre, il est important de donner quelques caractéristiques de leurs postures d'écoliers[8] :
- Milan est un des deux meilleurs élèves de la classe, avec un bon niveau dans toutes les disciplines. C'est un élève à l'attitude sérieuse, mais dont la participation dans la classe a évolué tout au long de l'année, en devenant moins enthousiaste au fil du temps.

---

[5] Enseignantes qui ont bien sûr accepté de contribuer à cette recherche en accueillant des observateurs tout au long de l'année dans leur classe, ce dont nous les remercions vivement.

[6] qui se résume à l'évocation d'un contexte réel, comme dans l'exemple qui va suivre.

[7] Ces élèves ont tous reçu un avis positif concernant leur passage en sixième en fin d'année.

[8] Les prénoms des élèves ont été modifiés avec le souci de conserver les indications culturelles et sociales véhiculées.

- Jérémie est un élève de niveau moyen en français et en mathématiques. C'est un élève à l'attitude sérieuse mais assez effacé.
- Nabil est un élève au niveau inégal, que ce soit en mathématiques ou en français. Son attitude est souvent perturbatrice, mais aussi parfois « surinvestie », c'est-à-dire avec une participation quasi-excessive pendant certaines séances.
- Soumaya est une élève en difficulté en mathématiques. Pendant les séances de mathématiques, son attitude a visiblement évolué tout au long de l'année : passant d'anxieuse, presque « cachée » (elle compte sur ses doigts sous la table ou pleure quand elle est interrogée) à en demande perpétuelle d'aides de la part de l'enseignante.
- Judith est une élève en difficulté en français et en mathématiques, à l'attitude passive et effacée.

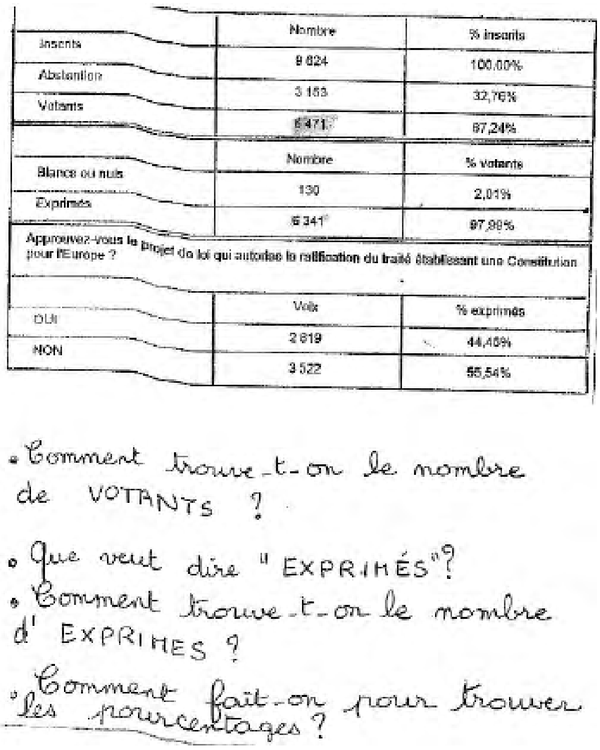
A propos des données filmiques : « les élections et les pourcentages »

Les séances qui font l'objet de mes analyses se sont déroulées en fin d'année scolaire : il s'agit de deux séances d'environ une heure, filmées ; l'une d'elles date du 31 mai 2005, la deuxième du 2 juin 2005. Ces deux séances correspondent à une activité qui vise à introduire les pourcentages. Cette activité est prévue par l'enseignante à la suite des élections nationales sur le référendum relatif à la constitution européenne : « suite aux résultats des élections ce week-end, je me suis dit que c'était l'occasion de voir les pourcentages ».

II – 3 Analyse de la première séance

II-3.1 Analyse détaillée du déroulement de la séance

Le document qui a servi de support à la première séance est le suivant.



	Nombre	% inscrits
Inscrits	9 624	100,00%
Abstention	3 153	32,76%
Votants	6 471	67,24%

	Nombre	% votants
Blancs ou nuls	130	2,01%
Exprimés	6 341	97,99%

Approuvez-vous le projet de loi qui autorise la ratification du traité établissant une Constitution pour l'Europe ?

	Voix	% exprimés
OUI	2 819	44,46%
NON	3 522	55,54%

- Comment trouve-t-on le nombre de VOTANTS ?
- Que veut dire " EXPRIMÉS" ?
- Comment trouve-t-on le nombre d' EXPRIMES ?
- Comment fait-on pour trouver les pourcentages ?

Figure 2 : document élève - première séance « pourcentages et élections »

Dans ce document, apparaissent : un tableau de résultats des élections au sein de la commune de l'école, une série de questions auxquelles les élèves auront à répondre pendant la séance en s'appuyant sur ce tableau.

L'enseignante distribue le document à chacun de ses élèves qui sont répartis dans différents groupes de 4 à 5 élèves. Dans un premier temps, lors d'une phase collective de presque 10 minutes, elle demande aux élèves de prendre connaissance du document, de lire à voix haute les questions posées et de le commenter. C'est l'occasion pour Emilie de revenir sur du vocabulaire spécifique des élections : dépouillement, votes exprimés, blancs, etc. susceptible d'entraver la compréhension des élèves dans la lecture du tableau. De fait, ce début de séance semble plutôt relatif à des contenus d'éducation civique qu'à des contenus mathématiques. Au cours de cette première phase, néanmoins, elle interroge la classe sur « ce que l'on voit dans la colonne de droite dans le tableau ». « Des *pourcentages* », « des pour cent », « sur cent » répondent les élèves. Emilie reprend l'intervention d'un élève pour préciser : « c'est sur 100 personnes ; s'il y a 2 pour cent, ça veut dire 2 personnes sur 100 ». Cependant, au travers de cet échange, peu d'élèves semblent saisir la signification d'un pourcentage. A la suite de son intervention, un élève intervient spontanément pour faire le parallèle avec la densité de population, en parlant du nombre d'habitants par km^2 : « c'est pareil que 3 habitants par km^2 », affirmation réfutée par Emilie, sans explication particulière.

Après une phase de travail autour des deux premières questions au sein des groupes et un moment de synthèse collective (d'une durée totale de 22 minutes), à sa demande, les élèves s'engagent dans la recherche d'une réponse à la question écrite : *Comment fait-on pour trouver les pourcentages ?* Emilie reformule cette question à l'oral, en la contextualisant, et en explicitant qu'il s'agit de trouver une méthode de calcul : *« Vous allez essayer de voir comment on a fait pour calculer les pourcentages d'abstention et de votants ».*

Cela donne lieu à une première bifurcation massive de la situation par rapport aux prévisions de l'enseignante et à son projet d'enseignement. La quasi-totalité des élèves de la classe constate que la somme des deux pourcentages évoqués est égale à 100% et propose de retrancher l'un ou l'autre à 100%. Plusieurs éléments expliquent cette bifurcation. D'une part, la tâche mathématique prévue par l'enseignante (« découvrir » la formule du pourcentage à partir du tableau de la figure 2) est très difficile à accomplir, à moins de connaître déjà la formule en question, et de savoir l'appliquer dans un contexte non trivial (identifier les différentes variables en jeu pour instancier la formule, opérer sur des nombres relativement grands) : rien n'indique aux élèves à partir de quelles données numériques il s'agit de calculer les pourcentages évoqués[9]. D'autre part, deux des questions précédentes (*Comment trouve-t-on le nombre d'exprimés ?* et *Comment trouve-t-on le nombre de votants ?*) les ont conduits à effectuer des différences au sein d'une seule colonne. Conformément à un contrat didactique local, croyant répondre aux attentes de l'enseignante, les élèves ont pensé qu'il s'agissait de faire de même pour calculer les pourcentages.

[9] Un tableau incomplet avec les cases correspondant aux pourcentages à compléter, après avoir introduit la formule, correspondrait à une tâche plus classique. C'est d'ailleurs ce que cette maîtresse va envisager pour la suite de l'activité. L'enseignante a-t-elle cru qu'un tableau « complété » faciliterait la tâche aux élèves, et pouvait du coup, être utilisé pour introduire la méthode de calcul d'un pourcentage ?

Au bout de 9 minutes, voyant que cela ne se déroule pas comme elle l'avait prévu, Après avoir interpellé Nabil (« tu poses ton stylo et tu écoutes »), elle s'adresse à toute la classe au tableau, pour délimiter la tâche initiale :

Ne travaillez par sur cette colonne ! (dit-elle en pointant la colonne % inscrits de la figure 2 sur l'affiche au tableau) Cette colonne, il faut trouver… donc c'est ces nombres-là qu'on a (dit-elle en pointant la colonne « Nombre » de la figure 2 sur l'affiche au tableau) il faut qu'on trouve, on ne les avait pas… donc la question est comment je fais pour trouver ce nombre là et ce nombre là qui est dans la colonne des pourcentages. Et ne dites pas c'est difficile, vous avez une calculatrice, essayez de faire des calculs. Allez-y !

Les élèves en position d'acteurs, font dès lors, des tentatives de calculs tous azimuts avec les nombres du tableau (en respectant pour la plupart la consigne « utiliser les données de la colonne de gauche »). Mais là encore, la tâche mathématique qu'elle donne à accomplir paraît impossible. La combinatoire des opérations possibles sur les données numériques offre un grand nombre de possibilités, que les élèves explorent de façon aléatoire, sans pouvoir jamais atteindre le résultat recherché (et pour cause !).

Devant le caractère infructueux de leurs recherches, des élèves commencent à se décourager et à se dissiper : notamment, Nabil se fait interpeller très sèchement à plusieurs reprises. Au bout de 12 minutes, Emilie intervient à nouveau publiquement :

C'est peut-être un peu difficile, mais vous aviez la calculatrice, vous auriez pu vous amuser à chercher à faire des opérations, pour trouver le nombre. Il y avait pas 36 opérations à faire, pour trouver le 32,76. Donc avec ces deux nombres-là, donc 9624 inscrits et le nombre 3153 d'abstentions (elle inscrit les deux nombres au tableau). Il y a une opération à faire… une et une deuxième, mais vous allez voir apparaître ce nombre-là sur la calculatrice, enfin ces chiffres là dans l'ordre… la virgule ne sera peut-être pas là… mais (… elle interpelle Nabil qui ne suit pas…) Seulement avec ces deux nombres-là, essayez de voir apparaître ces chiffres 3, 2, 7, 6, avec la calculatrice, alors allez-y, essayez de manipuler[10].

Cette fois, l'enseignante transforme nettement la tâche initiale, en précisant les données numériques du tableau sur lesquelles opérer pour trouver comment calculer le pourcentage d'abstentions. Elle demande aux élèves de trouver « quelle opération » permet de trouver le résultat « avec ces deux nombres-là » : 3153 et 9624, qu'elle recopie au tableau. Affirmant tout d'abord « il y a une seule opération à faire », elle se reprend immédiatement, en se rendant visiblement compte de son erreur : « une opération à faire, une et une deuxième », « Seulement avec ces deux nombres-là, essayez de voir apparaître ces chiffres 3, 2, 7, 6, avec la calculatrice ». Cette intervention de l'enseignante représente une réduction importante de l'incertitude autour de la tâche à accomplir. Pourtant, les élèves ne trouvent pas immédiatement. En effet, le calcul attendu par Emilie, la division de 3153 par 9624, ne leur paraît certainement pas envisageable : la division avec un dividende plus petit que le diviseur n'ayant sans doute pas été rencontrée auparavant.

[10] l'utilisation du verbe « manipuler » est assez révélatrice ici : cela illustre à quel point une doxa correspondant à une dérive « pseudo-constructiviste » imprègne les pratiques et le discours de cette enseignante.

Deux minutes plus tard, l'enseignante déconcertée étaye encore davantage, allant quasiment jusqu'à l'effet Topaze :[11] « on a fait le moins, on a fait le plus… qu'est ce qui reste ? (plusieurs élèves : fois, divisé…) multiplier, diviser, alors, allez-y ! ».

Au bout de 5 minutes, Jérémie finit par trouver l'opération *magique* : « j'ai fait la division inverse », dit-il avec enthousiasme à la maîtresse à qui il montre le résultat sur sa calculatrice. Après avoir vérifié son calcul, Emilie l'envoie au tableau écrire l'opération « 3153 : 9624 » qu'elle commente : « ah c'est plus petit, c'est ça qui vous gêne ! » et le résultat « 0,3276 ».

Elle reprend la main pour donner du sens au calcul de Jérémie par rapport au contexte :

Essayez (les élèves essaient sur la calculatrice : « ah ouais… »), regardez ce que je fais comme opération. Ça veut dire que je fais 3153, j'ai 3153 personnes qui se sont abstenues sur… quand on dit « sur », c'est une division, je divise…3153, je vais le diviser par le nombre de gens inscrits. Ça va me donner « 0,3276 », et après, je le multiplie par quoi pour avoir le pourcentage ? (les élèves « par 100 ») Par 100, ça (en pointant 0,3276), c'est pour une seule personne. Si vous voulez, j'ai divisé le nombre d'abstentions par le nombre de votants, combien de pour cent… et je multiplie par 100 pour voir sur 100 et ça me donne 32,76.

L'enseignante écrit au tableau :

Il y a 3153 abstentions sur 9624 inscrits. Je fais l'opération (3153 : 9624) $\times$ 100

$$\frac{3153}{9624} \times 100 = 32{,}76\%$$

Elle demande ensuite aux élèves de trouver, sur la base de cet exemple, comment calculer le pourcentage de votants : « qui me dit comment je fais pour trouver 62, 24… ». Soumaya essaie d'intervenir à plusieurs reprises, mais c'est finalement sa voisine qui est interrogée :

Elève : En fait, on avait 6… le nombre de votants et on l'a divisé par le nombre d'inscrits 9624. Emilie : Et ça donne quoi ? / Elève : 67,24 / Emilie : ah… non, 0,6724 et après qu'est ce qu'on fait ? Je multiplie par 100…

La séance se conclut ici : les élèves recopient ce qui est indiqué au tableau.

II-3.2 Synthèse du point de vue des élèves

L'ensemble de cette séance de « pseudo-découverte » comporte *a priori* un faible potentiel adidactique relativement aux savoirs visés autour des pourcentages.

Les redéfinitions successives de la tâche initiale à accomplir (découvrir la méthode de calcul du pourcentage), la réduction progressive de l'incertitude pour les élèves, au travers des différentes interventions de l'enseignante, appauvrissent le milieu adidactique de la situation, à un point tel que l'on peut supposer la quasi-nullité d'apprentissages mathématiques autour des pourcentages, avant l'épisode final.

---

[11] On entend par *effet Topaze*, le fait que l'enseignante réduise l'incertitude autour de la tâche à accomplir, à tel point que celle-ci n'ait finalement plus aucune signification par rapport à la connaissance visée (Brousseau 1986).

Et pourtant, de nombreux élèves semblent se prêter au drôle de jeu que leur suggère la maîtresse. On voit une majorité d'élèves, notamment parmi les plus en difficulté ou de niveau moyen, montrer de l'enthousiasme dans la recherche aléatoire de « l'opération magique[12] : Jérémie est très fier d'avoir trouvé le calcul attendu, Soumaya participe activement à plusieurs reprises… A l'opposé, Nabil se désintéresse rapidement de la situation et se fait tancer à plusieurs reprises par la maîtresse. Plus étonnant, Milan semble lui aussi assez peu attentif, ce qui lui vaut d'ailleurs quelques remontrances de la part de la maîtresse (« tu n'essaies pas… », « écoute… », etc.).

Les apprentissages au sortir de cette première séance sur les pourcentages, sont certes potentiellement faibles : c'est sans doute d'ailleurs dans les 10 dernières minutes de la séance, que ceux-ci sont susceptibles de se produire ! Mais ces apprentissages sont également sans doute très différents d'un élève à l'autre. En situation didactique, en prenant appui sur la synthèse orale d'Emilie, sur les calculs écrits au tableau et sur l'exploitation de la formule dans un deuxième exemple, les élèves ont pu retenir des éléments très divers, relatifs au calcul des pourcentages : « il faut diviser », « il faut diviser le plus petit par le plus grand », « il faut diviser puis multiplier par 100 », « il faut diviser le plus petit par le plus grand, puis multiplier par 100 », etc.
Il faut attendre la deuxième séance pour en savoir plus quant à la nature des connaissances éventuellement acquises par les élèves.

II – 4 Analyse d'épisodes de la deuxième séance

Le document qui a servi de support à la deuxième séance est le suivant :

	Nombre	% inscrits
Inscrits	684 036	100,00%
Abstention	215 638	31,52%
Votants	468 398	68,48%
	Nombre	% votants
Blancs ou nuls	8 597	1,84%
Exprimés	459 801	98,16%
Approuvez-vous le projet de loi qui autorise la ratification du traité établissant une Constitution pour l'Europe ?		
	Voix	% exprimés
OUI	229 880	49,99554
NON	229 921	50,004 458

• Calcule :
- le nombre de votants
- le nombre d'exprimés
- les pourcentages du oui et du non

Figure 3 : document élève – deuxième séance « pourcentages et élections »

[12] cette opération n'ayant a priori aucune signification particulière pour les élèves : elle semble en quelque sorte « tirée du chapeau ». Ce qui m'a fait surnommer cette séance « mathémagie »…

Ce deuxième document correspond à un tableau à compléter, organisé de la même façon que celui de la séance précédente, comportant les résultats des élections non plus de la commune, mais du département.

Si l'on considère les connaissances à mobiliser autour des pourcentages pour compléter les cases correspondantes (*pourcentages du oui*, et *du non*) dans ce tableau, le saut de complexité entre la première situation et la deuxième situation paraît conséquent. Les nombres mis en jeu sont nettement plus grands : on passe des milliers aux centaines de mille. Plus encore, les variables intervenant dans l'application de la formule ne sont pas les mêmes : il faut donc les identifier en identifiant la partie et le tout à considérer (le nombre de *oui* et le nombre d'*exprimés*[13]) en décontextualisant fortement les deux exemples précédents. Par ailleurs, ces calculs de pourcentages ne sont pas sans soulever des problèmes d'approximation (éludés lors de la première séance) : les divisions indiquées ne tombant pas juste.

Nous n'analysons ici que quelques épisodes révélateurs de processus de différenciation à l'œuvre, pour quelques-uns des élèves.

Alors que tous les autres élèves se sont répartis en binômes (à la demande de la maîtresse : « vous pouvez vous mettre par deux, avec qui vous voulez »), Milan travaille seul et complète l'ensemble du tableau (y compris les pourcentages du oui ou du non), en 5 minutes à peine avec l'aide de sa calculatrice. Quand je lui demande, à chaud, avant la récréation, s'il a travaillé à la maison entre la première et la deuxième séance, il m'affirme, je cite : « *avoir relu l'exercice parce qu'il n'était pas sûr d'avoir tout bien compris en classe, comment on calcule les pourcentages*[14] *».* Si l'on en croit ses propos, on peut faire l'hypothèse que cet élève développe un fort rapport stratégique aux tâches données à accomplir en classe : adoptant de lui-même[15] une position d'autodidacte local par rapport à la situation didactique correspondant à la séance précédente, il aurait opéré les décontextualisations nécessaires pour calculer quasi-immédiatement les pourcentages demandés.

S'ils ont rapidement réussi à répondre aux deux premières questions concernant les nombres de votants et d'exprimés, la plupart des élèves dont Jérémie et Nabil, ont eu plus de difficultés à calculer les « pourcentages du oui et du non ». Ils se sont engouffrés, dans un premier temps, dans des stratégies erronées, inspirées de la première séance (par exemple diviser le nombre de oui par le nombre d'inscrits). Suite à de nombreuses aides individuelles de la part de la maîtresse qui circule dans les rangs, ils finissent par trouver la bonne méthode de calcul.

Soumaya et Judith, réunies dans un binôme, sont en difficulté dès la première question : « calcule le nombre de votants ». Au bout de 5 minutes, Soumaya interpelle Emilie :

---

[13] qui n'apparaît pas dans la même zone du tableau que les nombres et les pourcentages des oui et des non. Un indice textuel (l'intitulé « % inscrits » de la colonne de droite) peut cependant aider les élèves à comprendre que c'est bien le nombre d'inscrits, qui fait d'ailleurs l'objet de la question précédente qui est à prendre en considération.

[14] A la question : « tout seul ou avec tes parents ? », il répond aussitôt : « tout seul ».

[15] sans injonction de la part de la maîtresse dans ce sens : à ma connaissance, Emilie n'a pas demandé à ses élèves de revoir la fiche sur les pourcentages pour la deuxième séance.

« Maîtresse, on n'a rien compris. ». A la grande surprise de l'enseignante, la première opération que l'élève propose de faire pour trouver le nombre de votants est une division ! Qui plus est, Judith, interrogée par la maîtresse, approuve ce choix. Suivant un effet de contrat didactique, les deux élèves cherchent visiblement à réinvestir l'opération « magique » de la séance précédente. L'enseignante, déconcertée, les désavoue : « il ne faut pas faire n'importe quelle opération ! Il faut réfléchir un peu… ». A travers l'évocation d'une situation concrète de vote au sein de la classe (« rappelez-vous, quand on a fait des élections dans la classe…), elle arrive à leur faire trouver la solution.
Un peu plus tard, pour le calcul des pourcentages, Soumaya arrivera à faire le calcul attendu, mais après une prise d'indices importante auprès du binôme voisin et une demande de confirmation de ces informations auprès de la maîtresse (« il faut diviser par le nombre d'exprimés ? »). En position d'actrice dans la situation, sa posture contraste néanmoins avec celle de Judith qui se contente visiblement de recopier sur sa feuille les résultats des calculs de Soumaya sur la calculatrice.

Les cheminements des élèves liés aux apprentissages mathématiques semblent encore une fois pouvoir différer fortement d'un élève à l'autre au travers de cette séance : l'activité de Judith et de Soumaya semble contraster fortement avec celle de Milan. En ce qui concerne les autres élèves, nous n'avons pas de données filmiques suffisamment « focalisées », qui nous permettraient d'en dire plus. Cependant, au vu de quelques interactions vidéoscopées, l'hétérogénéité initiale des élèves est susceptible d'être accentuée par la nature diverse des contenus des aides apportées par l'enseignante, et leur fréquence variée d'un binôme d'élèves à un autre.

CONCLUSIONS

Précisons tout d'abord que les séances, qui ont fait l'objet de cette présentation, sont assez révélatrices des pratiques de cette enseignante (le lecteur se reportera au début du II), mais peut-être également d'un nombre non négligeable de professeurs des écoles : d'autres études de cas (présentées dans le cadre du réseau RESEIDA) présentent des points communs. Notamment, nombreux sont les enseignants qui élaborent et mettent en œuvre des situations de « pseudo-découverte », qui s'étirent dans le temps, et qui aboutissent rarement à autre chose qu'à la « vérité révélée » plus ou moins directement par l'enseignant.

Différents éléments de nos analyses permettent pourtant de pointer le potentiel a-didactique faible associé à ce type de situations d'enseignement : les apprentissages mathématiques visés paraissent difficilement pouvoir émerger de la plupart des interactions des élèves avec le milieu de ces situations.

Mais de fait, ces situations d'enseignement se traduisent plutôt par une différenciation forte des apprentissages des élèves. Si l'on considère les extrêmes de ce processus de différenciation, certains élèves développant un rapport stratégique aux situations scolaires, arrivent d'eux-mêmes, à partir d'un nombre restreint de tâches, à opérer des opérations de décontextualisation, recontextualisation des savoirs en jeu. Tandis que d'autres restent dans un réinvestissement immédiat de ce qui a été fait ou vu auparavant, sans même parfois se soucier du caractère inopportun de leurs actions dans un nouveau contexte : pour ces élèves, les malentendus à l'œuvre sont nombreux, parfois révélés, mais le plus souvent masqués par les interactions avec l'enseignant quand celles-ci permettent finalement aux élèves d'accomplir les tâches prescrites.

Cependant, il ne faut pas entrer trop rapidement dans une lecture trop pessimiste ou fataliste de nos analyses.

Notamment, pour certains des élèves pour qui la différenciation se fait de façon récurrente « vers le bas », il faudrait peut-être reconsidérer une partie des effets potentiels de telles situations d'enseignement sur un temps plus conséquent. Les situations de « pseudo-découverte », du type de la première séance autour des pourcentages et des élections, ne permettent-elles pas au final d'engager massivement les élèves dans la relation didactique ? Et en cela de maintenir un certain équilibre du système, qui suivant Bonnéry (2004) permet à certains élèves en difficulté de réinvestir le *métier d'élève* en mathématiques ? Et cela ne peut-il pas avoir un effet sur leur *travail d'apprenant*, dans d'autres situations d'enseignement, à plus long terme ?

BIBLIOGRAPHIE

BAUTIER E., ROCHEX J-Y. (2004), Activité conjointe ne signifie pas significations partagées, in C. Moro, et R. Rickenmann, *Situations éducatives et significations*, Raisons éducatives, De Boeck, Bruxelles.

BAUTIER E. (2005), Formes et activités scolaires, secondarisation, reconfiguration, in N. Ramognino, P. Vergès (eds), *Le français, hier et aujourd'hui. Politiques de la langue et apprentissages scolaires.* Etudes offertes à V. Isambert-Jamati, Publications de l'Université de Provence.

CHARLOT B., BAUTIER E. et ROCHEX J-Y., *Ecole et savoir dans les banlieues et ailleurs*, Paris, Armand Colin, 1992.

BONNERY S. (2004), Construction des inégalités scolaires dans la confrontation des élèves à l'École, in Perrin M-J. et Matheron Y. (éds.), *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques,* IREM de Paris et ARDM, 261-294.

BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7, n° 2, pp. 33–116, Editions La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. et WARFIELD V. (2002), *Le cas de Gael*, Les cahiers du laboratoire Leibniz n°55.

CASTELA C. (2005), Approche didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes, *Actes de la 13ème école d'été de recherche en didactique des mathématiques*.

COULANGE L., MARGOLINAS C. (2005), *Introduction au thème scientifique hétérogénéités et différenciations de la 13ème école d'été de didactique des mathématiques.*

DE CERTEAU M. (1980), *L'invention du quotidien. 1.Arts de faire*. Paris : Gallimard, Folio Essais n° 146, 1990 ; rééd. 2002.

MARGOLINAS (2004), *Points de vue de l'élève et du professeur, essai de développement de la théorie des situations didactiques,* Note de synthèse, Habilitation à diriger des recherches en sciences de l'éducation, Université de Provence.

PERRIN M-J. (1993), Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des « classes faibles », *RDM* vol.13 n°1-2, 5-118, La Pensée Sauvage.

HISTOIRE

L'enseignement mathématique à l'école primaire de la Troisième République aux années 1960 : enjeux sociaux et culturels d'une scolarisation « de masse »

Renaud d'Enfert[1]

Depuis plusieurs années, des voix s'élèvent pour déplorer les transformations disciplinaires qu'a connues l'école ces quatre dernières décennies et pour proposer un retour aux principes qui auraient guidé l'école de la Troisième République. La tribune libre publiée récemment par Laurent Lafforgue dans ces colonnes en est un exemple : les responsables de l'Éducation nationale et leur bras armé que sont, selon lui, les IUFM seraient en effet les principaux fossoyeurs de la « grande culture léguée par les siècles[2] » que le modèle lycéen des humanités était chargé de transmettre. Les modalités actuelles de l'enseignement des « savoirs fondamentaux » – les mathématiques sont notamment concernées – sont également questionnées. Dans un texte publié en 2004 sous le titre « Les savoirs fondamentaux au service de l'avenir scientifique et technique : comment les réenseigner », Laurent Lafforgue et plusieurs de ses collègues scientifiques contestent la validité des programmes actuels sur la base de témoignages recueillis dans leur entourage, de constats effectués auprès de quelques futurs ou jeunes bacheliers, ou encore de livres s'alarmant d'une hypothétique « faillite programmée de l'école française[3] ». Ils suggèrent en conséquence de revenir aux pratiques d'enseignement en vigueur (ou supposées comme telles) avant les années 1960 afin de « mettre les élèves en situation d'appréhender des notions fondamentales à partir de la culture et du savoir tels qu'ils ont été patiemment construits et reconstruits au cours des siècles[4] ».

Afin de prendre toute la mesure d'une telle proposition, l'analyse historique s'impose. Car si l'école du XXI^{e} siècle a l'ambition d'offrir une « culture commune »

---

[1] IUFM de l'académie de Versailles et Groupe d'histoire et de diffusion des sciences d'Orsay – Université Paris XI.

[2] L. Lafforgue, « De l'école et de ce qui fonde la valeur de la culture et du savoir », *Gazette des mathématiciens*, n^{o} 105, juillet 2005, p. 77.

[3] C'est du moins ce qu'annonce le service de presse de l'éditeur de Marc Le Bris, *Et vos enfants ne sauront pas lire... ni compter*, Paris, Stock, 2004 (`www.editions-stock.fr/media/docs/avantprog03-042004.pdf`), dont le livre constitue une référence pour les auteurs de ce texte. Venant de scientifiques éminents, l'unilatéralisme des sources comme l'absence d'explicitation des modalités de la collecte des témoignages apparaissent d'ailleurs surprenants.

[4] R. Balian et al., *Les Savoirs fondamentaux au service de l'avenir scientifique et technique : comment les réenseigner*, Les Cahiers du débat, Fondation pour l'innovation politique, novembre 2004, p. 22.

à tous ceux qui la fréquentent, tel n'était pas le cas avant les années 1960 où les cultures scolaires étaient – et depuis longtemps – largement déterminées par l'origine et le supposé destin social des élèves. Laissant à d'autres le soin d'évoquer le cas de la formation littéraire[5], je voudrais, pour ma part, esquisser les principaux caractères de l'acculturation mathématique effectuée dans le cadre de l'école primaire – l'école du peuple – depuis l'avènement de la Troisième République jusqu'au début des années 1960[6]. Compte tenu des critiques adressées aux programmes actuels de mathématiques de l'école primaire, je voudrais également tenter d'expliquer les raisons pour lesquelles l'enseignement mathématique a connu, à ce niveau, une profonde mutation dans le dernier tiers du XX^{e} siècle : les programmes scolaires et les contenus enseignés à l'école comme les méthodes pédagogiques sont en effet largement dépendants de son organisation interne et des fonctions qui lui sont assignées.

Primaire et secondaire : les deux écoles

Contrairement à la situation qui prévaut aujourd'hui, l'école de la Troisième République est une école duale : deux systèmes d'enseignement coexistent, qui sont clairement différenciés par leurs publics, par la longueur des études proposées, par leurs finalités. D'un côté, l'enseignement primaire constitue « l'école du peuple » : gratuit depuis 1881, il scolarise les enfants jusqu'à l'âge de 12 ou 13 ans dans des écoles primaires élémentaires, mais permet également des scolarités prolongées dans des cours complémentaires ou dans des écoles primaires supérieures, voire dans les écoles normales d'instituteurs ou d'institutrices[7]. D'un autre côté, l'enseignement secondaire forme « l'école des notables » : payant jusqu'à la fin des années 1920, il est dispensé dans des lycées et des collèges communaux qui, outre les classes allant de la 6^{e} aux sections terminales, comportent des classes primaires (avant la 8^{e}) et élémentaires (8^{e} et 7^{e}) qui favorisent l'autorecrutement. Supprimées par une ordonnance de 1945, ces dernières subsisteront jusqu'aux années 1960 dans certains lycées. Enfin, c'est également au cours de la décennie 1920 que l'enseignement secondaire féminin, de création plus récente (1880), est identifié à son homologue masculin.

Outre la question de la gratuité, plusieurs caractéristiques distinguent ces deux « ordres » d'enseignement. La dissymétrie des effectifs doit tout d'abord être soulignée : vers 1900, le nombre d'élèves, garçons et filles, scolarisés dans les lycées et collèges publics ne dépasse guère 100 000, quand les écoles primaires

---

[5] Voir notamment M. Jey, *La Littérature au lycée : invention d'une discipline (1880-1925)*, Paris, Klincksieck, 1998 ; P. Boutan, *La Langue des Messieurs. Histoire de l'enseignement du français à l'école primaire*, Paris, Colin, 1996 ; A. Chervel, *La Culture scolaire. Une approche historique*, Paris, Belin, 1998.

[6] R. d'Enfert, *L'Enseignement mathématique à l'école primaire, de la Révolution à nos jours. Textes officiels. Tome 1 : 1791-1914*, Paris, INRP, 2003 (avec la collaboration d'H. Gispert et de J. Hélayel). Afin de ne pas alourdir les notes, nous renvoyons à cet ouvrage où figurent les textes officiels antérieurs à 1914 ici mentionnés.

[7] Au risque de la simplification, nous n'évoquerons pas les établissements d'enseignement technique, et notamment les école pratiques de commerce et d'industrie qui, faisant pendant aux écoles primaires supérieures, se développent sous la Troisième République.

élémentaires et leurs filières de scolarisation prolongée en accueillent plus de 4 millions. Bien que l'établissement de la gratuité du secondaire, mais aussi la conjoncture démographique, permette une croissance massive de ses effectifs à partir des années 1930, la très grande majorité des enfants ne fréquente pas d'autre école que l'école primaire à la veille de la Deuxième Guerre mondiale. Les classes primaires et élémentaires des lycées et collèges, qui sont restées payantes, ne scolarisent que quelques dizaines de milliers d'élèves[8], et seulement 6,3% d'une génération de garçons entre en classe de 6^{e} vers 1933 quand le taux d'accès à l'enseignement primaire supérieur masculin (écoles primaires supérieures et cours complémentaires) est de 10,4%[9]. Ensuite, les études dispensées dans l'un et l'autre ordre d'enseignement sont d'inégale longueur : alors que l'enseignement primaire dispense des études courtes débouchant sur la vie active, l'enseignement secondaire engage ses élèves dans un cursus long (7 ans à partir de la 6^{e}) dont l'enseignement supérieur constitue l'issue naturelle. En 1902, une importante réforme organisera bien la scolarité secondaire en deux cycles, de façon à ménager une porte de sortie à l'issue de la classe de 3^{e}, mais cette mesure sera abandonnée au milieu des années 1920. La sanction des études elles-mêmes diffère entre les deux ordres d'enseignement. Le baccalauréat, acquis par environ 5% d'une génération à la veille de la Deuxième Guerre mondiale et qui permet d'accéder à l'enseignement supérieur, se prépare au lycée ou au collège. De leur côté, les établissements primaires conduisent leurs (meilleurs) élèves au certificat d'études primaires, lequel n'est même pas obtenu par la moitié d'une classe d'âge[10], voire au brevet élémentaire ou d'études primaires supérieures. Certes, le système des bourses constitue une passerelle vers le secondaire. Mais ces dernières sont distribuées avec parcimonie avant le milieu des années 1920, et l'instauration en 1926 d'un concours commun des bourses d'enseignement secondaire et primaire supérieur n'empêche pas la grande majorité des reçus (environ 80%) d'opter pour l'enseignement primaire supérieur. Même après l'établissement de la gratuité du secondaire, les parents des milieux populaires hésitent encore à diriger leurs enfants vers celui-ci car ils en saisissent mal les finalités[11].

Car s'ils suivent des logiques de fonctionnement différenciées, les deux réseaux d'enseignement s'opposent également dans leurs finalités. On l'a dit, l'école primaire débouche *a priori* sur la vie active tandis que l'enseignement secondaire vise le baccalauréat puis l'enseignement supérieur. Aussi l'enseignement primaire est-il essentiellement pratique, voire « utilitaire », quand le secondaire se veut théorique et « désintéressé » : « Il ne lui appartient pas de préparer les élèves qui s'adressent à lui à une profession déterminée [...] Il fait plus et mieux : sa tâche est, sans les

---

[8] A. Prost, *Histoire de l'enseignement en France, 1800-1967*, Paris, A. Colin, 1968, p. 294, 327, 346 ; J.-P. Briand et *al.*, *L'Enseignement primaire et ses extensions, XIX^{e}-XX^{e} siècle. Annuaire statistique*, Paris, INRP/CNRS, 1987, p. 150 pour les « petites classes » du secondaire.

[9] Pour l'enseignement féminin, ces taux sont respectivement de 3,4% et de 10,8%. Cf. J.-P. Briand et J.-M. Chapoulie, *Les Collèges du peuple. L'enseignement primaire supérieur et le développement de la scolarisation prolongée sous la Troisième République*, INRP/CNRS/ENS Fontenay-Saint Cloud, 1992, p. 174 et 304.

[10] P. Cabanel, *La République du certificat d'études. Histoire et anthropologie d'un examen (XIX^{e}-XX^{e} siècles)*, Paris, Belin, 2002, pp. 56-57.

[11] J.-P Briand et J.-M. Chapoulie, *Les Collèges du peuple, op. cit.*, pp. 426-427.

préparer à rien, de les rendre aptes à tout[12] ». La formule, énoncée dans les instructions de 1925, pourrait bien être la devise de l'enseignement secondaire dont la filière classique, où prévaut l'étude des langues anciennes, symbolise pleinement ce caractère désintéressé : le latin et le grec, et plus généralement les « humanités classiques », sont la marque d'une « vraie » culture secondaire car dénués d'utilité immédiate. L'enseignement primaire, en revanche, se préoccupe de former aussi bien le producteur que l'homme et le citoyen. Tel est le sens, par exemple, de l'inscription en 1882 du travail manuel au programme de l'enseignement primaire qui, sans négliger le fait que l'école est avant tout un « établissement d'éducation », vise à préparer les garçons aux activités ouvrières. Tel est le sens, également, du caractère « usuel » imprimé à l'enseignement scientifique. Comme le soulignent les instructions du 20 juin 1923 : « Nous n'oublions pas que la plupart de nos élèves devront, dès qu'ils nous auront quittés, gagner leur vie par leur travail, et nous voulons les munir de connaissances pratiques qui, dès demain, leur serviront dans leur métier[13] ». Certes, il n'y a pas, dans l'esprit des principaux responsables de l'enseignement primaire, d'antinomie *a priori* entre le caractère utilitaire et la dimension éducative de l'école primaire, nous y reviendrons. Il n'empêche : c'est bien son aspect utilitaire qui caractérise, aux yeux des élites notamment, l'enseignement primaire et qui l'oppose, dans son principe même, aux études secondaires.

Un enseignement mathématique « utilitaire » et pratique

Sous la Troisième République, c'est donc l'école primaire, et non l'enseignement secondaire, qui assure la scolarisation de la très grande majorité des enfants. Mais si les contenus enseignés sont largement commandés par le fait que ces derniers entrent tôt dans la vie active, l'école de Jules Ferry et de ses successeurs n'est pas, pour autant, l'école du « lire-écrire-compter », comme on le dit trop souvent. Rompant largement avec le régime scolaire du Second Empire, elle propose au contraire une approche encyclopédique des savoirs dont témoigne la multiplicité des matières qui figurent à son programme : les sciences physiques et naturelles, le travail manuel, le dessin, le chant, la gymnastique sont autant de disciplines rendues obligatoires au début des années 1880 et qui viennent s'ajouter dans l'emploi du temps des classes. De même, la loi du 28 mars 1882 sur l'enseignement primaire substitue les sciences « mathématiques » au « calcul » de la loi Falloux du 15 mars 1850 : au-delà du symbole, cette mesure trouve sa traduction concrète dans l'introduction d'un enseignement de géométrie dans les écoles élémentaires d'où il était quasiment exclu avant cette date[14].

Cette volonté d'encyclopédisme comme la nécessité, compte tenu de la brièveté des scolarités, d'une acquisition rapide des connaissances jugées nécessaires pour entrer dans la vie sont des déterminants essentiels de l'enseignement primaire. À cet effet, les républicains retiennent le principe de l'enseignement « concentrique » : à l'école élémentaire, la scolarité est divisée en trois cours – élémentaire, moyen,

[12] *Instructions du 2 septembre 1925 relatives aux programmes de l'enseignement secondaire*, Paris, Vuibert 1928, p. 10.
[13] Instructions du 20 juin 1923 relatives au nouveau plan d'études des écoles primaires élémentaires, *Bulletin administratif du ministère de l'instruction publique*, tome 114, p. 83.
[14] Inscrite au programme des écoles primaires supérieures en 1833 mais exclue par la loi Falloux en 1850, la géométrie devient une matière facultative de l'enseignement primaire en 1865.

supérieur[15] – où l'on étudie le même programme mais à chaque fois de façon plus étendue de telle sorte que les élèves revoient en les approfondissant les connaissances déjà acquises au cours de leur scolarité. Quel que soit le temps passé à l'école, les élèves auront ainsi étudié, certes de façon plus ou moins complète, l'ensemble des notions inscrites au programme. Dans les premières décennies de la Troisième République, cette formule de l'enseignement concentrique constitue une spécificité de l'ordre primaire, qui le différencie nettement du secondaire. Certes, le ministre Victor Duruy l'avait adoptée pour l'enseignement secondaire spécial, cet enseignement court, sans latin et à dominante scientifique créé en 1865. Mais la réforme de cette filière, menée en 1882 par les républicains, lui substitue un système d'études graduées sur le modèle de l'enseignement secondaire classique afin de mieux le démarquer des écoles primaires supérieures qui optent, elles aussi, pour l'enseignement concentrique[16].

Ce choix d'un enseignement concentrique n'est pas sans répercussions sur l'économie interne des programmes de l'école élémentaire publiés en 1882 (et confirmés en 1887), quitte à bouleverser parfois certaines pratiques enseignantes jusqu'alors en vigueur. Désormais, l'enseignement du calcul commence dès l'entrée à l'école, en même temps que la lecture et l'écriture : cette mesure, qui postule la simultanéité des apprentissages « fondamentaux », marque l'achèvement d'un processus de longue durée dont on relève les prémices dans les années 1830 mais qui commence véritablement sous le Second Empire. Mais surtout, le système adopté conduit à mener de front l'apprentissage de notions mathématiques qui autrefois se succédaient et donc à rendre certains apprentissages plus précoces. C'est ainsi que l'étude de la division est déplacée vers l'amont de la scolarité, de telle sorte que les quatre opérations sont inscrites non seulement au programme des cours élémentaire, moyen et supérieur, mais aussi à celui de la section enfantine qui accueille les enfants de 5 à 7 ans. De la même façon, l'apprentissage du système métrique, autrefois rejeté en fin de cursus car lié à l'étude des fractions, est entrepris dès l'entrée à l'école et sera poursuivi tout au long de la scolarité. Enfin, la concentricité des programmes modifie la façon d'envisager l'enseignement de la géométrie. Celui-ci commence dès le cours élémentaire : il n'est donc plus besoin, comme c'est souvent l'usage, d'avoir parcouru l'ensemble du cours d'arithmétique avant d'accéder à la géométrie. De plus, les élèves sont initiés quasi simultanément à la géométrie plane et à la géométrie dans l'espace, et non successivement comme le voudrait l'ordre géométrique classique.

Commandé par la brièveté des études primaires, le principe de l'enseignement concentrique contribue donc à modifier en profondeur l'ordre d'exposition des connaissances mathématiques enseignées à l'école primaire. Il est officiellement abandonné en 1923 au profit d'un enseignement « progressif », de telle sorte que « la graduation des programmes apportera à chaque âge ce qui lui convient[17] ». Il s'agit de mieux adapter l'enseignement au développement de l'enfant mais aussi d'éviter la monotonie des répétitions trop nombreuses. Peut-être s'agit-il aussi de

[15] Le cours préparatoire, qui remplace la section enfantine, n'est officiellement organisé qu'en 1922.
[16] Sur l'enseignement scientifique dans le secondaire, voir B. Belhoste, *Les Sciences dans l'enseignement secondaire français. Textes officiels. Tome 1 : 1789-1914*, Paris, INRP/Économica, Paris, 1995.
[17] Instructions du 20 juin 1923, p. 80.

rapprocher les méthodes pédagogiques en vigueur de celles du secondaire, alors que le ministère de l'Instruction publique aligne les programmes des petites classes des lycées et collèges sur ceux de l'école primaire, et cherche à ouvrir les classes de 6e aux élèves de la communale. En réalité, les programmes de 1923, qui resteront en vigueur jusqu'à la Deuxième Guerre mondiale, et, dans une moindre mesure, ceux de 1945 ensuite, conservent une large dose de concentricité. Celle-ci apparaît pourtant moins nécessaire, du fait de l'allongement des scolarités, que ce soit en direction du secondaire, du primaire supérieur ou des classes de fin d'études primaires créées après 1936 pour recevoir les élèves jusqu'à 14 ans. Comme le remarque Antoine Prost, aucun texte ne vient « débarrasser les programmes du cours élémentaire et moyen d'éléments que la prolongation de la scolarité rend superflus à ce niveau[18] ».

Pour autant, les programmes de l'école primaire élémentaire ne restent pas totalement figés dans leurs contenus. Comme le note Charles Bayet, directeur de l'enseignement primaire au ministère de l'Instruction publique, « il faut les simplifier sans cesse, afin que l'enseignement soit mieux à la portée des jeunes esprits[19] ». Certes, on peut y relever des points fixes. Tel est le cas de la règle de trois qui, invariablement enseignée dès le cours moyen depuis 1882, constitue pour de nombreux élèves le point culminant de leur éducation arithmétique. Mais au cours de la période qui nous occupe, on assiste à des aménagements ou à des allègements de programme. L'ordre de certains apprentissages change, et des notions disparaissent tandis que de nouvelles apparaissent. Les programmes de 1923, par exemple, font évoluer l'enseignement de la numération de telle sorte que les élèves n'étudient plus les fractions décimales comme des cas particuliers des fractions « ordinaires », mais comme une écriture particulière des nombres décimaux. L'importance des fractions ordinaires, étudiées ensuite mais dont la manipulation semble moins primordiale depuis que l'usage des mesures décimales s'est définitivement imposé, s'en trouve du même coup minorée et les opérations sur ces dernières restreintes à des cas « numériquement très simples » (programme de 1923), et plus tard à des fractions dont le dénominateur est un multiple de 2, 3 ou 5 (programme de 1941). Corrélativement, le programme du cours supérieur (11-13 ans) est déchargé de ce que les instructions du 20 juin 1923 appellent « l'arithmologie pure » – nombres premiers, caractères de divisibilité, décomposition en facteurs premiers, plus grand commun diviseur qui sont considérés comme autant d'« enseignements de luxe » [20] –, ce qui permet en retour l'introduction de quelques notions d'algèbre et des représentations graphiques, lesquelles doivent permettre de résoudre rapidement certains types de problèmes. On a gagné ici ce qu'on a perdu là.

Parce qu'elle prépare ses élèves à entrer dans la vie, l'école primaire dispense un enseignement essentiellement pratique, concret, usuel, répondant aux nécessités de la vie quotidienne et de leur activité professionnelle future, que ce soit à l'atelier, au comptoir ou dans l'exploitation familiale. Plus que les instructions officielles, qui

---

[18] A. Prost, *Histoire de l'enseignement en France, op. cit.* p. 278. Seuls les programmes du cours supérieur sont révisés en 1938. C'est également en 1938 que sont définis les programmes des classes de fin d'études primaires élémentaires. Notons que, des années 1880 à la Deuxième Guerre mondiale, les programmes de l'enseignement primaire supérieur sont plus fréquemment révisés (1893, 1909, 1920, 1937-38) que ceux de l'école élémentaire.

[19] Ministère de l'Instruction publique et des Beaux-Arts, *Rapport sur l'organisation et la situation de l'enseignement primaire public en France*, Paris, Imprimerie nationale, 1900, pp. x-xi.

[20] Instructions du 20 juin 1923, p. 110. L'étude des caractères de divisibilité est rétablie à ce niveau en 1938.

s'en tiennent le plus souvent à des points de vue très généraux, les discours tenus (ou implicitement soutenus) par la hiérarchie de l'instruction primaire renseignent sur la mise en musique de la partition ministérielle. L'inspecteur général de l'enseignement primaire Pierre Leyssenne rappelle ainsi que l'écolier doit avant tout « savoir calculer sûrement et rapidement et résoudre toutes les questions pratiques qu'il peut être amené à rencontrer sur sa route pendant sa vie[21] ». Dans la *Revue pédagogique*, publication patronnée par le ministère de l'Instruction publique, François Vintéjoux ne dit pas autre chose lorsqu'il demande aux instituteurs de « rendre les enfants capables de faire plus tard avec intelligence et avec sûreté toutes les opérations pratiques qui se présentent journellement dans le cours ordinaire de la vie[22] ». Aussi la résolution de « problèmes usuels » forme-t-elle un pan essentiel de l'éducation mathématique des écoliers du primaire. Le mot « usuel » doit cependant s'entendre dans un double sens. D'une part, les problèmes proposés doivent mettre en jeu des nombres et des pratiques opératoires dont l'usage est avéré : si les additions « peuvent être longues, parce qu'on en rencontre de telles dans la pratique », les soustractions, les multiplications et les divisions doivent au contraire être « simples et courtes, comme elles le sont dans le monde des affaires[23] ». D'autre part, ces problèmes doivent rendre compte de situations réelles, susceptibles d'être rencontrées dans la vie courante[24]. « Les problèmes sur le temps que mettent des robinets ou à remplir ou à vider un bassin, sur l'heure à laquelle se rencontrent les aiguilles d'une montre, sur le nombre de sauts que doit faire un lévrier pour atteindre un renard, sur des mélanges ou des alliages qu'on se garderait bien de composer ou que la loi interdit [...] ne sont pas des exercices pratiques », estime ainsi l'inspection générale de l'enseignement primaire avant de proposer que ces derniers soient interdits aux examens[25]. L'actualité du sujet comme la véracité des données numériques (le bon sens permettant alors de contrôler la pertinence des résultats) constituent un enjeu d'importance : résoudre un problème, c'est aussi, par delà l'aspect strictement mathématique, apprendre des choses « utiles » concernant la vie domestique, le commerce, l'industrie ou l'agriculture. Certains recueils de problèmes sont d'ailleurs spécialisés dans telle ou telle branche d'activité, tel ce *Recueil de problèmes sur les engrais et l'alimentation du bétail* publié en 1899 à l'intention des élèves des cours moyen et supérieur. Reste la question – essentielle – de la mise à jour des données numériques. En 1915, un inspecteur primaire, soucieux de voir les instituteurs de sa circonscription composer des problèmes « ayant trait à la vie actuelle », recommande à ces derniers de « se méfier [...] des prix anciens d'avant-guerre donnés dans les livres[26] ».

---

[21] P. Leyssenne, « Problème », in F. Buisson (dir.), *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*, 1re partie, tome 2, Paris, Hachette, 1887, p. 2441.

[22] F. Vintéjoux, « L'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie à l'école primaire », *Revue pédagogique*, 15 mars 1887, p. 223. Ce texte est publié dans R. d'Enfert, *L'Enseignement mathématique, op. cit.*, pp. 240-248.

[23] P. Leyssenne, « Problème », art. cit., p. 2442.

[24] Cet appel à l'expérience de la vie courante est encore requis au lendemain de la Deuxième Guerre mondiale. Cf. Instructions du 7 décembre 1945 sur les horaires et les programmes de l'école primaire, *Bulletin officiel du ministère de l'éducation nationale* (désormais BOEN) n° 3, 10 janvier 1946, pp. 91-104.

[25] Ministère de l'Instruction publique et des Beaux-Arts, *Rapport, op. cit.*, p. 392.

[26] Conférence pédagogique du canton de Montmorency, 19 mars 1915, Musée départemental de l'éducation de Saint-Ouen l'Aumône.

Former des « hommes de bon sens »

Cette dimension pratique invalide-t-elle toute ambition éducative ? S'il s'agit, à un premier niveau, de la formation morale et civique du futur citoyen, nul doute alors que l'enseignement mathématique est partie prenante de l'éducation des écoliers et répond aux objectifs généraux d'une institution scolaire qui structure les classes sociales et « s'efforce de les faire admettre dans leur hiérarchie[27] ». Non seulement celui-ci, on l'a vu, est en phase avec leur probable destination sociale et professionnelle, mais il énonce implicitement les normes et les valeurs qui règlent les comportements et les rapports sociaux et garantissent ainsi l'ordre établi. Grands classiques du certificat d'études, les problèmes relatifs à l'épargne sont « indéfiniment déclinables, avec leur moralisme implicite[28] » : outre leur dimension proprement mathématique, ils familiarisent les élèves avec le fonctionnement de la caisse d'épargne où ces derniers devenus adultes déposeront probablement leurs économies, et incitent à l'économie et à la prévoyance, érigées en vertus morales[29]. Au cours de la période, l'enseignement mathématique est également mis au service de quelques grandes causes, ainsi lors de la campagne organisée à la fin du XIX^{e} siècle pour faire face aux « ravages de l'alcoolisme » ou dans le cadre de la « semaine du doryphore » programmée au début des années 1930 dans certains départements où les cultures sont menacées par cet insecte.

À un second niveau, le caractère éducatif de l'enseignement mathématique réside dans sa contribution à ce que les instructions de 1882 appellent la « culture de l'esprit », c'est-à-dire le développement de la réflexion et de l'esprit critique, du sens de la rigueur et de l'exactitude. C'est ainsi que François Vintéjoux, déjà cité, voit dans l'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie le moyen de « donner de bonne heure aux enfants l'habitude de réfléchir et de ne risquer une réponse qu'à bon escient » et donc de former « des hommes de bon sens » [30]. Le fait que les règles d'alliage, pourtant d'un usage restreint, fournissent « un grand nombre de questions qui sont d'excellents exercices de calcul et de raisonnement » suffit à ses yeux pour justifier leur inscription au programme. Toutefois, cette finalité proprement éducative de l'enseignement mathématique n'est pas unanimement approuvée. Plus exactement, on observe, chez les acteurs de l'instruction primaire, une tension permanente entre finalité utilitaire et finalité éducative. L'examen des différents articles du *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire* (1887) relatifs à l'enseignement mathématique permet d'en rendre compte. L'ouvrage, quasi mythique aujourd'hui, ne peut en effet être considéré comme une sorte de manuel officiel déclinant fidèlement la politique scolaire de la Troisième République, tant des points de vue contrastés, voire antagonistes, peuvent y cohabiter et parfois s'y confronter[31]. Si l'article « Arithmétique », signé Hippolyte Sonnet, place ces deux

---

27 A. Prost, *Histoire de l'enseignement en France, op. cit.* p. 334.

28 P. Cabanel, *La République du certificat d'études, op. cit.*, p. 144.

29 Sur la portée idéologique de l'enseignement mathématique à l'école primaire, voir notamment Guy Vincent, *L'École primaire française, étude sociologique*, Lyon, PUL, 1980, pp. 129-186, ainsi que André Harlé, *L'Arithmétique dans les manuels de l'enseignement élémentaire français au début du XX^{e} siècle*, Thèse de didactique de l'Université Paris VII, 1984.

30 F. Vintéjoux, « L'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie... », art. cit., p. 225.

31 T. Assude et H. Gispert, « Les mathématiques et le recours à la pratique : une finalité ou une démarche d'enseignement ? », *in* D. Denis et P. Kahn (dir.), *L'École républicaine et la question des savoirs. Enquête au cœur du Dictionnaire de pédagogie de F. Buisson*, Paris, CNRS, 2003,

finalités sur un pied d'égalité en voyant dans cet enseignement « une discipline incomparable pour l'intelligence[32] », l'article « Problème » rédigé par Pierre Leyssenne s'inscrit dans une perspective radicalement opposée : l'enseignement primaire devant privilégier « l'acquisition la plus prompte et la plus solide des éléments indispensables de chaque science », la contribution de l'enseignement mathématique à l'éducation générale de l'esprit semble à son auteur une « grave illusion » [33].

C'est que, derrière la « culture de l'esprit », se profile le risque d'une secondarisation de l'enseignement primaire, c'est-à-dire de sa transformation en un enseignement plus spéculatif qu'utilitaire, au risque de détourner les élèves de la vie pratique et des professions auxquelles ils sont *a priori* destinés. L'opposition utilitaire/éducatif renvoie en effet à la dualité scolaire, qui concerne principalement, il est vrai, l'enseignement post-élémentaire. « Plus ces finalités éducatives sont affirmées, plus les frontières institutionnelles qui séparent le primaire du secondaire tendent à être remises en cause », estime Pierre Kahn à propos des articles du *Dictionnaire de pédagogie* relatifs aux sciences physiques et naturelles[34]. La réflexion pourrait aussi valoir pour l'enseignement mathématique. Examinons l'article « Géométrie » du même *Dictionnaire*, également rédigé par Leyssenne[35]. Ce dernier distingue entre l'école élémentaire d'une part, et l'école primaire supérieure d'autre part. À l'école élémentaire, l'enseignement de la géométrie doit éveiller chez les plus jeunes « leur attention, leur intelligence et leur sagacité », mais présenter des « avantages immédiats » dans les classes plus élevées (cours moyen et cours supérieur) : maîtrise du système métrique et de l'évaluation des surfaces et des volumes notamment. À l'école primaire supérieure (ou à l'école normale primaire), en revanche, la géométrie doit « reprendre tous ses droits » et l'ensemble des énoncés faire l'objet de démonstrations rigoureuses et méthodiques[36]. Mais si l'auteur reconnaît là une identité de méthode avec l'enseignement secondaire, c'est pour mieux caractériser ce qui fait la spécificité du primaire : « c'est qu'il ne faut admettre dans cet enseignement que deux sortes de propositions : celles qui peuvent donner lieu à des applications pratiques directes et immédiates, et celles qui sont indispensables à la démonstration rigoureuse des premières. Tout le reste doit être

pp. 175-196. Les mathématiques ne sont pas seules concernées par ce type d'analyse, comme le montrent les différentes études publiées dans cet ouvrage, qu'elles concernent le français, les sciences, le travail manuel ou la gymnastique. La thèse soutenue en 1994 par Patrick Dubois a largement contribué à renouveler l'intérêt pour le *Dictionnaire*. Cf. P. Dubois, *Le Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire de Ferdinand Buisson. Unité et disparités d'une pédagogie pour l'école primaire (1876-1911)*, Thèse de doctorat en sciences de l'éducation de l'Université L. Lumière-Lyon II, 1994.

[32] H. Sonnet, « Arithmétique » in F. Buisson (dir.), *Dictionnaire de pédagogie, op. cit.*, 1re partie, tome 1, p. 114.

[33] P. Leyssenne, « Problème », art. cit., p. 2441.

[34] P. Kahn, « Les sciences : trois modèles pour un enseignement nouveau », in D. Denis et P. Kahn (dir.), *L'École républicaine, op. cit.*, p. 165.

[35] P. Leyssenne, « Géométrie » in F. Buisson, (dir.), *Dictionnaire de pédagogie, op. cit.*, 1re partie, tome 1, pp. 1162-1166, et plus particulièrement pp. 1163-1164. Cf. Teresa Assude et Hélène Gispert, « Les mathématiques et le recours à la pratique », art. cit., pp. 188-190.

[36] Cette différenciation entre enseignement primaire élémentaire et primaire supérieur prévaut encore au début des années 1930. Voir A. Marijon et T. Leconte, « Rapport sur les conférences pédagogiques de 1928 (L'arithmétique et la géométrie à l'école primaire) », *Bulletin de l'instruction primaire du département de la Seine*, janvier-février 1930, p. 104.

écarté, comme oiseux, inutile ou nuisible[37] ». Aussi recommande-t-il d'abandonner les ouvrages classiques, composés « pour des besoins scolaires tout autres » : ni leurs plans, ni leurs démonstrations ne conviennent à l'enseignement primaire.

Des élèves actifs

On l'a vu, l'ancrage de l'enseignement primaire dans la vie courante, quotidienne, constitue un élément essentiel de son identité. Cette dimension pratique peut se décliner en un deuxième sens : l'appel à l'activité des élèves, à leur expérience sensible, à l'observation, constitue une autre caractéristique de cet enseignement, qui n'est pas sans connexion avec les ambitions éducatives de l'école primaire et qui le distingue assez largement, une fois encore, de l'ordre secondaire. C'est à l'école primaire, en effet, que se développe une approche concrète et expérimentale des objets mathématiques et de leurs propriétés : nombres, mais aussi figures géométriques planes ou spatiales. Sous la Troisième République, l'institution de l'enseignement mathématique comme discipline d'observation et d'action, voire comme discipline proprement expérimentale, est partie prenante d'un projet pédagogique global qui rejette des pratiques scolaires jugées trop souvent livresques et routinières : à l'école primaire, l'enseignement doit être intuitif et inductif et recourir à des méthodes actives. Pour utiliser un langage actuel, il s'agit de rendre l'élève « acteur de ses apprentissages ». Entretenant avec les élèves « un continuel échange d'idées », indiquent les programmes de 1882, le maître doit partir de ce que les enfants savent et les amener à découvrir de nouvelles notions en procédant « du connu à l'inconnu ». La démarche préconisée – observer, comparer, généraliser –, participe de la construction d'une véritable culture primaire où la pratique fait partie intégrante de la formation générale. Dans les premières leçons de calcul, le maniement et l'observation d'objets matériels tels que bûchettes, boulier, etc., visent à réduire l'usage souvent trop exclusif de la mémoire au profit des capacités d'intuition des élèves. Comme le rappellent les instructions de 1923, « l'opération manuelle précède l'opération arithmétique[38] ». En géométrie, le dessin – dessin linéaire ou dessin géométrique – comme le travail manuel sont mis à contribution : ils permettent des vérifications expérimentales et des justifications intuitives, et rendent plus tangible un enseignement qui, rappelons-le, commence désormais dès l'entrée à l'école. De fait, les exercices de pliage, de découpage ou de cartonnage sont envisagés comme la partie expérimentale – ou appliquée – de l'enseignement mathématique, à l'instar des manipulations ou des travaux agricoles dans l'enseignement des sciences physiques et naturelles[39]. Appartenant à la tradition déjà ancienne de la géométrie pratique, les activités de mesurage sont également encouragées. En milieu rural, notamment, les instituteurs sont invités à exercer leurs élèves du cours supérieur à la mesure des terrains : « Aucun exercice sur les évaluations de surface ne vaut ceux qu'on aura à résoudre après une séance d'arpentage[40] ».

---

[37] P. Leyssenne, « Géométrie », art. cit., p. 1164.
[38] Instruction du 20 juin 1923, p. 108.
[39] R. d'Enfert, « "Manuel (Travail)" : préparer au métier ou éduquer ? », *in* Daniel Denis et Pierre Kahn (dir.), *L'École républicaine, op. cit.*, pp. 199-222. Voir également R. d'Enfert, « L'introduction du travail manuel dans les écoles primaires de garçons, 1880-1900 », *Histoire de l'éducation*, janvier 2007, à paraître.
[40] A. Marijon et T. Leconte, « Rapport sur les conférences pédagogiques de 1928 », art. cit., p. 104.

Au reste, cette conception expérimentale de la discipline ne se limite pas à la seule école élémentaire. Elle se développe aussi dans le cadre de l'enseignement primaire supérieur pour lequel les programmes de 1909 recommandent aux maîtres de « relier entre eux les enseignements de la géométrie, du dessin et du travail manuel » : « Bien des vérités géométriques essentielles peuvent être mises en évidence au moyen d'exercices de "géométrie expérimentale" figurant au programme de travaux manuels ». C'est que, enseignement court oblige, il faut « suppléer, par l'application et des expériences répétées, aux raisonnements rigoureux et abstraits pour lesquels le temps et l'attention font également défaut[41] ». Au début du XX^e^ siècle, l'enseignement secondaire est également concerné. Les instructions de 1905 relatives au premier cycle (6^e^ à 3^e^) des lycées et collèges affirment ainsi le caractère expérimental de la géométrie[42]. Cette approche, particulièrement novatrice dans le cadre secondaire, est soutenue par des mathématiciens comme Paul Appell, Émile Borel, Jacques Hadamard ou Jules Tannery. « En traitant la géométrie comme une science physique – ce qu'elle est véritablement –, on fera disparaître ce que son enseignement a présenté jusqu'ici d'artificiel et de rebutant[43] », déclare par exemple Jacques Hadamard. Dans une conférence intitulée de façon significative « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire », Émile Borel va même jusqu'à proposer la création, dans les lycées et collèges, d'un « laboratoire de mathématiques » sous forme d'un atelier de menuiserie où les élèves confectionneraient des solides géométriques ou des appareils simples de mécanique. Répondant par avance à l'objection d'une éventuelle primarisation du secondaire, qui perdrait ainsi sa valeur éducative, Borel ajoute : « la valeur éducative de l'enseignement ne pourra être qu'augmentée si la théorie y est, le plus souvent possible, mêlée à la pratique[44] ». Mais il n'est pas entendu et les instructions de 1905 ne font pas référence au travail manuel qui constitue donc une spécificité de l'enseignement primaire. Plus généralement, et contrairement au primaire où l'on observe une certaine pérennité, cette veine expérimentale et pratique qui se développe dans le secondaire au début du XX^e^ siècle résiste difficilement à la réforme menée par le ministre Léon Bérard en 1923 et à ses aménagements ultérieurs[45]. Les mesures d'alignement des programmes des deux ordres d'enseignement, prises ensuite dans le cadre de la réalisation de l'école unique, conduiront à renouer avec cette dimension expérimentale, tant dans les classes élémentaires que dans les classes du

[41] Exposé des motifs du projet de programme de l'enseignement primaire supérieur, juillet 1908, publié dans R. d'Enfert, *L'Enseignement mathématique, op. cit.*, pp. 312-315, ainsi que les programmes de 1909 cités plus haut.

[42] Ces instructions sont publiées par B. Belhoste, *Les Sciences dans l'enseignement secondaire, op. cit.*, pp. 658-671.

[43] Cité par B. Belhoste, *Les Sciences dans l'enseignement secondaire, op. cit.*, p. 57. S'inscrivant dans la même veine, le point de vue exprimé par Carlo Bourlet dans l'article « Mathématiques » du *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*, Paris, Hachette, 1911, dirigé par F. Buisson est analysé dans l'article de T. Assude et H. Gispert mentionné plus haut.

[44] É. Borel, « Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire, conférence faite le 3 mars 1904 au Musée pédagogique », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, 1904, p. 439. Ce texte a été publié par Hélène Gispert dans la *Gazette des mathématiciens*, n° 93, juillet 2002, pp. 47-64.

[45] Selon les *Instructions du 2 septembre 1925 relatives aux programmes de l'enseignement secondaire, op. cit.*, p. 162, « il n'y a pas lieu d'encourager, au début tout au moins, l'emploi des constructions qui conduiraient à une sorte de découverte ou de vérification et introduiraient l'expérience là où elle n'a rien à faire ».

premier cycle secondaire. Il faut néanmoins attendre 1957 pour que des « travaux pratiques » intégrant des exercices manuels soient inscrits au programme de mathématiques des classes de 6^{e} et de 5^{e}.

Les années 1960 : l'école élémentaire change de fonction

Nous n'évoquerons pas la politique scolaire de Vichy qui transforme les écoles primaires supérieures en collèges modernes, modifie l'organisation des études primaires et y remanie les programmes de calcul. À la Libération, en effet, l'enseignement élémentaire (et plus généralement l'enseignement du premier degré qui inclut toujours les cours complémentaires) retrouve à peu près la configuration qui prévalait avant 1940, tandis que de nouveaux programmes sont publiés, non sans emprunts, du reste, à ceux de 1941. Les programmes de 1945 visent à recentrer l'enseignement sur les matières fondamentales : lecture, écriture, français, calcul. Les options pédagogiques qui régissaient l'enseignement mathématique avant-guerre sont réaffirmées avec force : « Les principes, énoncés dans les instructions de 1923 et repris dans celles de 1938 (pour le cours supérieur) restent valables [...] Les modifications apportées au programme ne font que confirmer ces principes et en préciser l'application[46] ». Ces programmes resteront en vigueur jusqu'en 1970 : date majeure qui marque l'avènement des « mathématiques modernes » à l'école, mais correspond également à un changement de perspective plus général qui vise à prendre en compte la démocratisation de l'accès à l'enseignement secondaire.

La question de la généralisation des scolarisations prolongées et de la rénovation de l'enseignement est posée au lendemain de la Deuxième Guerre mondiale au niveau national, avec le plan Langevin-Wallon notamment, comme à l'échelle internationale avec des organismes tels que l'Organisation européenne de coopération économique (OECE, future OCDE) et l'UNESCO ou encore l'Union mathématique internationale qui, tout juste refondée, permet la renaissance de la Commission internationale de l'enseignement mathématique (CIEM). Lors de sa première assemblée générale en 1952, son président Marshall H. Stone souligne ainsi la nécessité pour de nombreux pays de généraliser l'« instruction populaire obligatoire » – entendons la scolarisation post-élémentaire de niveau « moyen » – au lieu de la réserver à un petit nombre de privilégiés, et d'y donner une place significative aux mathématiques compte tenu des besoins engendrés par une industrialisation accélérée, en ayant soin néanmoins d'en rénover les méthodes pédagogiques afin d'en rendre l'enseignement plus accessible à un public désormais élargi[47]. En France, le mouvement de démocratisation commence dès la fin des années 1950 avec l'organisation des cycles d'observation au niveau des classes de 6^{e} et 5^{e} – les cours complémentaires sont alors rebaptisés collèges d'enseignement général – et la prolongation à 16 ans de la scolarité obligatoire (1959) puis la création des collèges d'enseignement secondaire (1963). L'élargissement du recrutement des classes de sixième à tous les élèves bouleverse l'architecture générale du système

[46] Instructions du 7 décembre 1945, p. 94.

[47] M. H. Stone, « L'Union mathématique internationale et ses activités. Rapport sur la première assemblée générale (Rome, 6-8 mars 1952) », *L'Enseignement mathématique*, tome 39, 1942-1950, pp. 156-161. Sur l'activité de la CIEM dans cette période, voir H. Gispert, « Applications : les mathématiques comme discipline de service dans les années 1950-1960 » *in* D. Coray et al., *One Hundred Years* of L'Enseignement Mathématique. *Moments of Mathematics Education in the Twentieth Century*, Genève, L'Enseignement mathématique, 2003, pp. 253-270.

scolaire et modifie en profondeur les fonctions mêmes de l'école primaire. L'enseignement élémentaire ne constitue plus un enseignement terminal mais un enseignement préparatoire à un secondaire diversifié (long, court, pratique) dont il forme désormais la base et aux exigences duquel il doit s'adapter. Dès 1960, une circulaire ministérielle invite les maîtres de l'enseignement élémentaire à « établir les fondations solides et durables de tout l'édifice scolaire » : « On est en droit d'attendre des enfants de 10 ou 12 ans d'intelligence normale [...] qu'ils n'hésitent pas sur le sens d'une opération arithmétique, qu'ils ne commettent pas des erreurs dues à une connaissance imparfaite des tables[48] ».

La réforme de l'enseignement mathématique, dite des « maths modernes », n'intervient qu'à la fin de la décennie 1960. Elle résulte des travaux d'une commission ministérielle présidée par André Lichnerowicz et qui publie un premier rapport en mars 1967. Elle est très largement soutenue par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public qui propose quelques mois plus tard un projet de programmes pour les écoles maternelles et primaires tenant compte du fait que « la dernière année d'école primaire n'est plus pour aucun élève sa dernière année d'école[49] ». L'année suivante, la « Charte de Chambéry » élaborée au sein de l'Association prône une réforme associant actualisation des contenus et renouvellement des méthodes « de la maternelle aux Facultés » : l'acquisition des notions mathématiques est affaire de long terme[50]. Partie prenante d'une rénovation générale de l'enseignement mathématique depuis la maternelle jusqu'à l'université, la révision des programmes de l'école primaire en 1970 est largement motivée par la démocratisation de l'enseignement : « Il s'agit dès lors de faire en sorte que cet enseignement contribue efficacement au meilleur développement intellectuel de tous les enfants de six à onze ans afin qu'ils entrent dans le second degré avec les meilleures chances de succès. L'ambition d'un tel enseignement n'est donc plus essentiellement de préparer les élèves à la vie active et professionnelle en leur faisant acquérir des techniques de résolution de problèmes catalogués et suggérés par la "vie courante", mais bien de leur assurer une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques liées à ces techniques[51] ». Le programme de 1970 est substantiellement allégé. Les écoliers n'ayant plus besoin d'être rapidement préparés à résoudre les problèmes de la vie courante ou professionnelle, il devient en effet possible, en les étalant dans le temps, de proposer des apprentissages mieux adaptés aux différentes étapes du développement de l'enfant, et de reporter l'enseignement de certaines connaissances aux classes du premier cycle secondaire : au cours préparatoire, l'apprentissage arithmétique ne va pas plus loin que l'addition de deux nombres entiers, tandis qu'au cours moyen les pourcentages et les calculs d'intérêts n'apparaissent plus explicitement.

---

48 Circulaire du 19 octobre 1960 relative à l'enseignement du français et calcul dans les classes primaires, *BOEN* n° 37, 24 octobre 1960, p. 3109.

49 « Projet de programme pour les écoles maternelles et primaires. Rapport élaboré par la commission R.R. de l'APMEP », *Bulletin de l'APMEP*, n° 258, mai-septembre 1967, p. 279.

50 « Charte de Chambéry. Étapes et perspectives de la réforme de l'enseignement des mathématiques », *Bulletin de l'APMEP,* n° 261, mars-avril 1968 pp. 167-189.

51 Circulaire du 2 janvier 1970 concernant le programme de mathématiques à l'école élémentaire, *BOEN* n° 5, 29 janvier 1970, p. 349.

Au demeurant, le programme de 1970 ne présente pas en lui-même de rupture majeure avec celui de 1945 : sa rédaction, simplifiée à l'extrême, pouvait sembler familière aux maîtres de l'époque. Dans l'esprit de ses concepteurs, il ne s'agit d'ailleurs que d'un texte de transition, préalable à une rénovation plus complète, laquelle n'interviendra qu'à partir de 1977. Les transformations n'en apparaissent pas moins profondes, et les instructions qui accompagnent le programme de 1970 ont probablement dérouté plus d'un instituteur avec leurs définitions plus abstraites, leurs tableaux de nombres et leurs chaînes d'opérateurs. La nouvelle dénomination du programme – « Mathématiques » – vise à signifier que le calcul ne constitue qu'une partie de l'enseignement mathématique des élèves, qui doit aussi inclure l'observation de l'espace et des objet géométriques, ainsi que des exercices pratiques de mesure. L'accent est mis sur l'élaboration des concepts sous-tendus par l'activité mathématique des élèves, de façon à leur permettre une meilleure compréhension des notions de base. L'apprentissage des techniques opératoires n'est pas minoré pour autant : au lieu d'être apprises de façon purement mécanique, elle seront découvertes par les élèves eux-mêmes, « comme synthèse d'expériences effectivement réalisées, nombreuses et variées ». Le caractère « résolument concret » de l'enseignement est affirmé et les élèves sont appelés à « manipuler effectivement » de façon à découvrir progressivement des notions abstraites et générales.

L'école primaire d'avant 1960 apparaît donc bien différente de celle d'aujourd'hui. Recrutant dans les milieux populaires, elle propose une culture scolaire – et notamment mathématique – bien spécifique qui se démarque du modèle secondaire. La rénovation pédagogique menée dans les premières années de la Troisième République en a largement dessiné les contours : soutenue par un enseignement à la fois intuitif et actif, l'école primaire donne des connaissances pratiques, concrètes, usuelles, qui répondent aux besoins de la vie quotidienne et professionnelle. Passé ce moment fondateur de ce qu'il est convenu d'appeler « l'école républicaine », les programmes scolaires n'échappent pas aux réformes qui, moins souvent qu'aujourd'hui il est vrai, visent tout à la fois à adapter l'enseignement aux évolutions de la société, à promouvoir certaines conceptions didactiques ou épistémologiques, à intégrer les réflexions psychopédagogiques, ou encore à rénover des pratiques enseignantes jugées trop routinières. Enfin, la démocratisation de l'accès à l'enseignement secondaire, commencée dès la fin de la décennie 1950, n'est pas sans effet sur l'enseignement du premier degré. Si l'école élémentaire reste une école de masse, ce qui change, en revanche, c'est sa fonction : d'école du peuple, elle devient l'école de tous ; d'une préparation à la vie, elle devient une préparation aux études longues. Ce changement de perspective, joint à la volonté de rénovation des disciplines d'enseignement et des méthodes pédagogiques, explique très largement la transformation en profondeur de l'enseignement mathématique qui s'opère alors, et dont les programmes scolaires actuels portent encore la marque malgré le reflux des « mathématiques modernes ».

Mais si la transformation des méthodes et des contenus enseignés à l'école élémentaire est le résultat d'une véritable réflexion sur la mission assignée à cette dernière, tel n'est pas le cas, en revanche, de l'enseignement dispensé au sein du « collège unique » issu de la fusion, en 1975, des collèges d'enseignement général héritiers des cours complémentaires d'une part, et des collèges d'enseignement secondaire d'autre part[52]. Car l'unification des structures du premier cycle ne s'est pas traduite par une synthèse réfléchie des deux cultures primaire et secondaire, intégrant les atouts de l'une comme de l'autre. À ce niveau, en effet, le modèle secondaire, entendons ses contenus, ses méthodes, ses pratiques, ses valeurs, son corps enseignant même, s'est imposé comme un horizon naturel et indépassable, sans que soit véritablement discutée la pertinence de ce non-choix. Aussi l'enseignement du second degré, et plus particulièrement le collège, est-il devenu une école « de masse » tout en restant largement fidèle aux conceptions qui ont fondé, depuis le XIXe siècle au moins, la formation d'une élite sociale restreinte et homogène destinée à occuper les positions les plus élevées. Seule une réflexion de fond sur la « culture commune » délivrée par l'école, mais aussi sur ses méthodes pédagogiques, pourra permettre de tenter de résoudre ce paradoxe.

[52] Voir A. Prost, *Éducation, société et politiques. Une histoire de l'enseignement de 1945 à nos jours*, Paris, Seuil, 1997, et plus particulièrement le chapitre intitulé « École et stratification sociale. Le paradoxe de la réforme des collèges en France au XXe siècle », pp. 47-62.

QUELQUES ENJEUX DIDACTIQUES DE LA PRISE EN COMPTE DE LA DIMENSION EXPERIMENTALE EN MATHEMATIQUES À L'ECOLE ELEMENTAIRE.

LE CAS DE LA MESURE DES GRANDEURS

Viviane DURAND-GUERRIER
Maître de conférences,
IUFM de Lyon,
LIRDHIST[1] et IREM, Université Claude Bernard Lyon1
vdurand@univ-lyon1.fr

Résumé

Cet article se propose, au travers de l'enseignement des grandeurs à l'école élémentaire, de poser la question de la nature et des modalités d'élaboration des objets mathématiques et de leurs propriétés en lien avec les objets sensibles d'une part, avec les objets déjà naturalisés d'autre part. Cette question est étroitement liée à celle des enjeux épistémologiques et didactiques de la prise en compte de la dimension expérimentale des mathématiques.
En s'appuyant sur les programmes de 2002 dans lesquels apparaît explicitement la notion de grandeur et sur les documents d'accompagnement qui insistent sur la nécessité de travailler les notions de grandeur avant celle de la mesure, l'article développe trois exemples proposés en formation initiale et/ou continue.

Introduction

L'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire pose selon moi de manière fondamentale et incontournable la question de la nature et des modalités d'élaboration des objets mathématiques et de leurs propriétés en lien avec les objets sensibles d'une part, avec les objets déjà naturalisés d'autre part. Je m'attacherai à montrer, sur le cas du concept de grandeur, que cette question est étroitement liée à celle des enjeux épistémologiques et didactiques de la prise en compte de la dimension expérimentale en mathématique.

1. Les relations entre objets, grandeurs, mesures et nombres

1.1. Les grandeurs à l'école élémentaire dans les programmes de 2002

Lors de la mise en place des nouveaux programmes de l'école primaire en 2002, une modification importante est apparue avec l'introduction de la notion de grandeur qui n'apparaissait pas en tant que telle dans les programmes de 1995.

[1] Laboratoire de Recherche en Didactique et en Histoire des Sciences et Techniques

Ainsi pour le cycle des apprentissages fondamentaux, on trouvait une rubrique « Mesure », indiquant que les élèves devaient commencer à maîtriser les mesures de longueur et de masse, tandis que dans les programmes de l'école élémentaire de 2002, pour le cycle 2, on trouve une entrée « Grandeurs et mesures », dans laquelle on peut lire :

> « Au cycle 2, sur la base des premières expériences fournies par l'école maternelle, les élèves étudient les notions de longueurs et de masse. Ils commencent à appréhender la notion de volume par le biais de la contenance de certains récipients. Ils apprennent à repérer le temps et commencent à distinguer dates et durées, grâce aux calendriers et aux montres. Les concepts de grandeurs et de mesure prennent du sens à travers des problèmes liés à des situations vécues par des enfants : comparaison directe ou indirecte d'objets (relativement à une grandeur : longueur, masse, contenance), mesurage à l'aide d'un étalon. C'est l'occasion de renforcer et de relier entre elles les connaissances numériques et géométriques, ainsi que celles acquises dans le domaine « découvrir le monde ». Les objets mesurés doivent être de nature et de dimensions variées, le choix de l'instrument approprié constituant un objectif important. Les instruments utilisés peuvent être soit « inventés » pour répondre aux problèmes posés (par exemple, recours à la ficelle pour obtenir la longueur d'un objet courbe…), soit être des instruments usuels : mètre ruban ou mètre de couturière, double décimètre, balance et masses marquées. » (MEN, 2004, p.103)

La suite du texte reprend presque à l'identique ce qui relevait de la rubrique « Mesure » dans les programmes précédents. On retrouve une situation analogue au cycle 3 où là encore dans les anciens programmes, on avait une entrée « Mesure », remplacée également dans les programmes de 2002 par l'entrée « Grandeurs et mesure ». En introduction, on peut lire

> « L'essentiel des activités concerne la résolution de problèmes « concrets », réels ou évoqués, en utilisant des procédés directs, des instruments de mesure, des estimations ou des informations données avec les unités usuelles. Les activités scientifiques et technologiques fournissent un champ d'application privilégié pour ce domaine. » (MEN, 2004, p. 227).

Concernant les aires, qui comme dans les anciens programmes sont introduites au cycle 3, on peut lire, ce qui est nouveau par rapport aux anciens programmes.

> « La notion d'aire est mise en place, notamment, par des activités de classement et de rangement de surfaces qui précèdent les activités de mesurage avec une unité choisie. L'étude des aires se prolonge au collège. » (ibid. p. 227)

On retrouve par ailleurs pour les aires les compétences déclinées dans les anciens programmes.

On peut remarquer que concernant les angles, le texte des programmes est resté sensiblement le même : « comparaison de deux angles ; reproduction d'un angle donné ». En effet, bien que les angles apparaissent dans la rubrique « Mesure », la mesure des angles n'était pas au programme, l'étude de l'utilisation du rapporteur en particulier étant renvoyé au collège, ce qui est toujours le cas.

L'importance de travailler la grandeur avant la mesure est développée et explicitée dans le document d'accompagnement des programmes intitulé « Grandeurs et mesure à l'école élémentaire ».[2]

On sait que les intentions des auteurs des programmes ont parfois du mal à se traduire dans les pratiques. Comme j'ai eu maintes de fois l'occasion de le constater tant en formation initiale que continue, pour de nombreux professeurs, il est difficile de concevoir la grandeur sans la mesure. Il y a donc un enjeu fort, au niveau de la formation des maîtres, à rendre sensible cette distinction introduite clairement dans les programmes et de montrer ce qu'elle apporte en termes de gain conceptuel. Je présente ci-dessous des éléments du module « Grandeurs et mesure » que je propose en formation initiale ou continue depuis la rentrée 2002 à l'IUFM de Lyon, en m'appuyant principalement sur Brousseau (2001).

1.2. Objets, grandeurs, mesures et nombres

Selon d'Alembert, la grandeur est la qualité de ce qui est susceptible d'être grand ou petit. Dans un point de vue plus moderne, on peut considérer que la grandeur est un type de variable que l'on peut attribuer à certains objets, et qui permet des comparaisons suivant un ordre total: étant donnés deux objets, on peut toujours les comparer du point de vue de la grandeur choisie. On peut associer une ou plusieurs grandeurs à une catégorie d'objets indépendamment de toute unité : la longueur, l'aire, le volume, la contenance, la masse, la durée… La notion de grandeur est liée à la mise en place d'un protocole expérimental qui permet des comparaisons lorsque les contrôles sensoriels, en particulier perceptifs (mais pas seulement, que l'on pense à la masse qui met en jeu des contrôles kinesthésiques), ne suffisent pas. Ce protocole doit être en accord avec les résultats obtenus par le contrôle sensoriel lorsque celui-ci fournit des informations non ambiguës. De ce fait, la première rencontre avec

[2] Disponible en ligne sur le site d'Eduscol : http://eduscol.education.fr/D0048/primacc.htm

la notion de grandeur passe par la manipulation d'objets sensibles et l'élaboration de protocoles permettant les comparaisons, directes ou indirectes. Ceci est explicité également dans le document d'accompagnement des programmes, déjà cité, dans le paragraphe intitulé : « les grandeurs avant leur mesure ». On peut y lire en particulier :

> « Les premières activités visent à construire chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne. Le concept s'acquiert progressivement en résolvant des problèmes de comparaison, posés à partir de situations vécues par les élèves, suivi de moment d'institutionnalisation par le maître ».(p. 3)

Ceci suppose une anticipation, une mise à l'épreuve avec les objets, des ajustements éventuels, et des retours vers les objets, ce qui est tout à fait caractéristique de la démarche expérimentale (Dias & Durand-Guerrier, 2005). Dans ce processus dynamique, la notion de mesure intervient lorsque l'on fait le choix d'un étalon, c'est-à-dire d'une mesure unitaire de référence ; on va pouvoir alors, sous certaines conditions, attribuer un nombre qui sera la mesure de la grandeur pour l'unité choisie et faire des comparaisons indirectes[3]. On passe alors progressivement d'un point de vue qualitatif (d'Alembert) à un point de vue quantitatif.

La notion de grandeur intervient dans de très nombreux domaines de l'activité humaine, tant relevant des activités scientifiques que technologiques, que dans le champ des sciences humaines et sociales. Dans les activités technologiques, le choix d'une ou plusieurs grandeurs pour caractériser un objet, le reproduire, l'agrandir, ou l'ajuster avec d'autres objets est tout à fait fondamental. Dans ce contexte, les choix des outils et instruments et de leurs usages pour mener à bien ces activités sont tout à fait cruciaux. Il semble donc essentiel qu'à un moment donné du cursus de la scolarité obligatoire, les élèves aient rencontré des situations nécessitant de faire de tels choix. Dans les activités scientifiques, en particulier en physique, les grandeurs jouent un rôle fondamental dans l'étude des phénomènes physiques et dans les applications qui en découlent. Une des difficultés rencontrées en physique tient au fait que pour de nombreuses grandeurs physiques, il n'y a pas d'accès sensoriel direct permettant de faire des comparaisons avant la mesure, et les protocoles expérimentaux mis en place conduisent en général directement à des mesures (par exemple, pour comparer l'intensité d'un courant, on note la déviation d'une aiguille dans un ampèremètre qui est un appareil gradué), si bien que les grandeurs physiques peuvent apparaître comme indissolublement liées à leur

[3] On demande en outre aux mesures d'être additives, ce qui suppose que l'on puisse définir la somme des grandeurs : par exemple, pour la longueur des segments, la mise bout à bout.

mesure. De ce point de vue, on peut faire l'hypothèse que c'est à travers un travail sur les grandeurs géométriques que peut en effet commencer à se construire le concept de grandeur indépendamment de la mesure, et qu'il s'agit là d'un enjeu tout à fait fondamental pour l'école élémentaire. Toutefois, et suivant en cela Brousseau (2001), le premier exemple que je donne en formation pour expliciter la distinction entre *objets, grandeurs, mesure et nombre* n'est pas un exemple géométrique.

II. Trois exemples pour la formation

II.1 Un premier exemple très élémentaire : le cardinal d'une collection

Pour illustrer, en formation, ce qu'est une grandeur et les relations entre objets, grandeurs, mesures et nombre, je m'appuie sur l'exemple du cardinal d'une collection, présenté dans Brousseau (2001)[4].

Dans le cadre de la formation initiale, cet exemple a l'avantage d'avoir été travaillé auparavant dans le domaine de la numération, sous un autre point de vue, et a priori il est également familier aux enseignants en poste. Dans cet exemple, les objets que l'on considère sont les collections finies. La grandeur associée est la taille de la collection. Dans certains cas, en fonction de l'organisation spatiale de la collection, et / ou de la nature, de la taille ou de la forme des objets, matériels ou non, qui composent les collections, on peut comparer à vue la taille de deux collections : il y a plus ou moins ou autant d'objet dans les deux collections que l'on compare. Sinon, la comparaison peut se faire par la mise en place d'un protocole expérimental permettant de réaliser une correspondance terme à terme. On est bien là dans la grandeur (la taille d'une collection) avant sa mesure, avec une comparaison suivant un ordre total. La mesure est alors le dénombrement associé à la structure numérique des entiers. On retrouve, sous ce point de vue, la nécessité de coordonner les aspects ordinaux et cardinaux mobilisés dans le schème du dénombrement, qui requiert en outre une organisation spatiale[5]. Une fois la technique du dénombrement acquise, elle permet de comparer la taille de deux collections sans faire appel à la correspondance terme à terme, celle-ci pouvant permettre de valider en retour les comparaisons faites par dénombrement ; il faut noter aussi que la mise en correspondance terme à terme entre les objets et les désignations de ces objets est au cœur même du schème du dénombrement comme le rappelle Gérard Vergnaud:

[4] Voir aussi Brousseau, Montréal, juin 1997, texte disponible à math.unipa.it/~grim/mesure.pdf
[5] Ceci renvoie en particulier au travail sur l'énumération de Briand (1999), repris par l'équipe Démathé de l'INRP.

> « Dans le cas du dénombrement, on peut identifier aisément deux idées mathématiques indispensable au fonctionnement du schème : celle de bijection, et celle de cardinal, sans lesquelles en effet, il ne peut pas y avoir de conduite de dénombrement possible » (Vergnaud, 1991, p. 139).

Ce double mouvement entre élaboration du schème du dénombrement et travail sur les collections est également à l'œuvre dans la construction des opérations : le travail sur les collections permet de fonder les opérations sur les nombres entiers, puis en retour de valider les résultats des opérations conduites dans le domaine numérique. En effet, l'addition correspond à la réunion de deux collections disjointes ; la soustraction à l'action de retirer une sous collection d'une collection initiale, ou à l'action de compléter une collection initiale pour obtenir une collection équipotente à une collection donnée ; la multiplication correspond à la réunion de plusieurs collections disjointes de même cardinal. Il faut noter que dans ce cas, le nombre de collections équipotentes joue le rôle d'un scalaire[6]. Ceci est tout à fait essentiel, car ici le produit ne modifie la nature de la grandeur (la taille de la collection), contrairement à ce qui se passe lorsque l'on multiplie des mesures de longueurs entre elles, ce qui donne un résultat homogène à une aire. Enfin, comme c'était le cas pour la soustraction, deux actions distinctes permettent de rendre compte de l'opération de division : la première correspond à l'action de retirer d'une collection donnée plusieurs sous collections de même cardinal autant de fois qu'il est possible ; tandis que la seconde correspond à l'action de fabriquer un nombre donné de sous collections équipotentes ayant le plus grand cardinal possible à partir d'une collection donnée ; dans les deux cas, les éléments non utilisés correspondent au reste. Pour éviter toute confusion, je tiens à préciser que dire que ces actions *fonde*nt les opérations correspondantes ne signifie nullement qu'elles suffisent pour *élaborer conceptuellement* les opérations. Ce que je veux dire, c'est que les allers et retours entre les actions et les opérations mathématiques favorisent l'élaboration conceptuelle dans la mesure où elle permettent de comprendre pourquoi et comment les choix théoriques faits pour les opérations permettent d'agir efficacement dans le monde sensible.

1I.2. Un exemple fondamental : le concept de longueur

[6] Une conséquence de ceci est que la commutativité de la multiplication n'est pas inscrite naturellement dans le type d'action qui la fonde, contrairement à ce qui se passe pour l'addition. Cette difficulté est bien connue des enseignants.

En dehors de l'exemple précédent, la première grandeur rencontrée à l'école est la longueur. Les auteurs du document d'accompagnement de programmes déjà cités attirent l'attention sur les questions de vocabulaire dans le paragraphe 3 « Le vocabulaire des grandeurs ». Concernant le concept de longueur, on peut lire :

> « Les mots du domaine des longueurs sont assez nombreux. Sans chercher à être exhaustifs, citons *hauteur* d'un monument, d'un arbre (par contre la *hauteur du soleil* est un angle…) ; *altitude* d'un sommet, d'un avion en vol ; *dénivelé* d'une route, *profondeur* d'une piscine, d'un placard ; *taille* d'une personne ; t*our* de cou ; *tour* de taille ; *distance* entre deux lieux, entre deux points ; largeur d'un fleuve, d'un rectangle ; *périmètre* d'un polygone ; *circonférence* d'un cercle. Il est important pour l'élève, que tous ces mots, utilisés dans des contextes différents, se réfèrent au même concept, appelé en mathématiques *longueur*. » (ibid. p.3)

Concernant le vocabulaire, on peut ajouter que le mot *longueur* est utilisé dans le langage courant et en mathématiques dans un sens plus restrictif que celui définit ci-dessus ; ainsi on parle de la *longueur* de l'intestin, ou de la *longueur* d'un chemin, ou d'un itinéraire ; de la *longueur* d'un tuyau ; d'une pièce de tissu : de la *longueur* d'un texte, d'un programme etc... On parle aussi de la *longueur* d'un rectangle, qui n'est évidemment pas son *périmètre ; de la longueur* d'un arc de cercle, ou d'un arc de courbe.

On parle aussi naturellement de la *longueur* d'un segment, qui joue évidemment le premier rôle dans cette affaire. En effet, pour *comparer des longueurs avant la mesure,* le protocole expérimental standard consiste à se ramener à *des segments parallèles* que l'on sait dans de très nombreux cas comparer à vue. Et pour mesurer des longueurs, on va utiliser le plus souvent une règle graduée, c'est-à-dire un support pour un segment gradué. Ceci montre clairement que si l'on introduit le concept de longueur uniquement par le biais de la comparaison de segments, on ne pourra pas construire de manière idoine ce concept. Comme nous l'avons vu plus haut, la grandeur est associée à un protocole expérimental permettant les comparaisons et c'est en élaborant de tels protocoles dans des situations finalisées lorsque les contrôles sensoriels ne suffisent pas que le concept de longueur va peu à peu prendre sens. Par exemple, pour comparer avec précision la taille de deux enfants lorsqu'on ne peut pas le faire à vue, on respecte un protocole bien établi : talons au sol collés contre le support, dos droit collé au support, regard droit devant et barre rigide horizontale posé sur le somment du crâne, marque sur le support (ou lecture si le support est gradué, ce qui donne alors la mesure). De même, les protocoles pour déterminer l'envergure d'un oiseau ou le garrot d'un cheval sont très précis et codifiés. Pour comparer la longueur de deux tuyaux enroulés côte à côte lorsque la perception ne suffit pas, on peut les dérouler pour une comparaison directe.

En outre, d'une manière générale, un même objet peut se voir attribuer plusieurs grandeurs relevant du concept de longueur. Pour un être humain, en lien avec les vêtements : *tour de cou ; tour de taille ; tour de poitrine ; longueur des bras ; largeur des épaules etc…* Pour un cylindre : *diamètre du cercle de base ; circonférence de ce cercle ; hauteur du cylindre ; périmètre de la surface latérale ; etc....* Pour une figure géométrique plane, on peut s'intéresser aux longueurs permettant de le caractériser, à une isométrie près. Par exemple, pour un triangle, les longueurs des trois côtés ; pour un parallélogramme, les longueurs des quatre côtés et d'une diagonale … On peut se poser le même type de question pour un solide. Au cycle 3, la confection d'un patron permet également de travailler sur les comparaisons de longueurs. Dans la plupart des cas, on peut organiser les situations d'apprentissage pour qu'elles favorisent les allers et retours entre anticipation et mise à l'épreuve avec les objets sensibles, qui sont caractéristiques de la dimension expérimentale des mathématiques (Dias & Durand-Guerrier, 2005). Les situations de communications favorisent quand à elles l'émergence de la nécessité du choix d'un étalon commun et de la mesure pour les comparaison indirectes.

II.3 Une situation de formation : le volume du cylindre

Parmi les grandeurs que l'on peut introduire précocement à l'école primaire, se trouve la notion de contenance, qui apparaît dans les programmes dès l'école maternelle dans la rubrique « Découverte des formes et des grandeurs » (MEN, 2002, p.130). L'une des raisons qui permet cette approche précoce tient à ce que l'on dispose de protocoles expérimentaux permettant de comparer des contenances faciles à mettre en place. La situation que je présente ci-dessous est adaptée de Cerquetti-Aberkane (1999), et venant après l'exemple de la taille d'une collection, elle fournit un exemple qui peut être adapté pour des élèves du cycle 3. Le problème est connu sous le nom de Problème de Galilée, et aurait été posé par des paysans qui cherchaient à savoir comment fabriquer un sac à partir d'une pièce de tissu rectangulaire pour que la quantité de grain contenue soit la plus grande.

En formation, je pose le problème sous la forme suivante :

Étant donné un rectangle non carré, on peut fabriquer deux cylindres dont ce rectangle constitue la surface latérale. Quelle est selon vous la bonne réponse ?

(1) *Les deux cylindres ont le même volume*
(2) *Le cylindre le plus haut à le plus grand volume*
(3) *Le cylindre le plus haut a le plus petit volume*
(4) On ne peut pas savoir

Je demande dans un premier temps aux participants de répondre à cette question sans faire de calcul. Ils peuvent par contre prendre une feuille rectangulaire et la manipuler. En général, la réponse n°1 est majoritaire ; il y a un nombre significatif de réponses n°4, et quelques réponses n°3. Comme souvent dans les situations de ce type, la réponse n°1 est très résistante chez ceux qui l'ont fournie spontanément. Ils ne voient pas comment il pourrait en être autrement. Pour la réponse n° 3, on peut rencontrer le type d'argument suivant (avant tout calcul écrit) : la longueur du côté utilisé pour faire le cercle de base (L) contribue au volume par son carré, tandis que l'autre dimension (L') contribue pour elle-même. Donc, le volume le plus grand est obtenu lorsque la dimension la plus grande est utilisée pour faire le cercle de base.

Le calcul littéral des deux volumes permet d'établir que si on appelle *k* le rapport entre la longueur (L) et la largeur (ℓ) ($L = k\,\ell$, $k > 1$), le rapport des volumes obtenus en choisissant respectivement L comme hauteur (V_L) et ℓ comme hauteur (V_ℓ) est égal à 1/k. Ce calcul permet de travailler sur les relations entre les grandeurs. On utilise en particulier la relation entre la circonférence $\mathcal{C}$ du cercle et l'aire $\mathcal{A}$ du disque correspondant ($\mathcal{C}^2 = 4\pi\mathcal{A}$), qui surprend toujours beaucoup les participants. Le calcul permet également de voir, au sens propre du terme, que le rapport des volumes ne dépend que du rapport des mesures des côtés du rectangle non carré utilisé.

Une fois ceci établi, les participants proposent facilement un protocole expérimental qui permette de trancher sans faire de calcul. On peut en effet fabriquer deux cylindres avec deux rectangles en carton superposables ; découper les bases, dans une autre pièce de carton, pour qu'elles s'ajustent et assembler les deux parties de façon étanche (par exemple avec du scotch). Remplir alors l'un des cylindres à ras bord avec du sable (ou de la farine). Vider le contenu dans l'autre cylindre. La réalisation effective du protocole (que nous ne faisons pas) permet d'éliminer les réponses (1) et (2) comprises comme des réponses générales. Il reste alors les réponses (3) et (4). Si lors de la réalisation effective du protocole des rectangles de dimensions différentes ont été utilisés (par exemple, en donnant des rectangles de dimension différentes dans chaque groupe), on peut faire la conjecture (3). En choisissant en outre une mesure étalon et des valeurs adaptées pour les mesures des rectangles, on peut mettre en évidence expérimentalement la relation de proportionnalité inverse. Ceci montre que la situation peut-être adaptée avec des élèves de cycle 3, ce qu'atteste également l'article de Cerquetti-Aberkane (1999), que je donne à lire aux participants, même si on ne peut pas aller, à ce niveau-là, jusqu'à une résolution mathématique complète du problème.

CONCLUSION

Se donner comme ambition de faire construire la notion de grandeur à l'école élémentaire met en lumière la nécessité de la prise en compte de la dimension expérimentale des mathématiques dans leur apprentissage. Un des bénéfices attendu pour les élèves est le fait de pouvoir éprouver les relations dialectiques qu'entretiennent les nombres avec les objets du monde dans un va et vient entre situations mettant en jeu les grandeurs avant la mesure ; élaboration d'une mesure adaptée et pouvoir prédictif, en retour, des résultats des calculs numériques. Ceci rend justice à la nécessité d'une dialectique du sens et des techniques dans l'apprentissage des mathématiques, dont l'apprentissage de la division est un exemple particulièrement éclairant[7]. Ceci met également en lumière le défi que représente, pour un enseignant polyvalent l'enseignement des mathématiques[8]. La formation doit absolument permettre aux futurs enseignants de l'école primaire de faire ce travail de retour sur les savoirs fondamentaux et, pour un nombre non négligeable d'entre eux, de se réconcilier par là même avec une discipline dont les aspects formels avaient pu les détourner à un certain moment de leur cursus scolaire ou universitaire.

Références

BROUSSEAU, G.(2001) Les grandeurs dans la scolarité obligatoire, *Actes de la XIème école d'été de Didactique des Mathématiques*, la Pensée Sauvage.

CERQUETTI-ABERKANE F. (1999), Introduction à une démarche scientifique en primaire à partir du problème de Galilée, *Repères* 35, p. 5-12.

DOUADY, R., (1987) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 7.2

[7] Ceci renvoie également à la dialectique outil /objet (Douady, 1987)
[8] Sur ce défi à relever, voir aussi Durand-Guerrier (2004)

DIAS, T. & DURAND-GUERRIER, V. Expérimenter pour apprendre en mathématiques, Repères *Irem*, n°60.

DURAND-GUERRIER, V. (2004) Enseigner les mathématiques à l'école primaire. Un défi à relever, La *Gazette du mathématicien.*

VERGNAUD, G. (1991) La théorie des champs conceptuels, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 10/2.3, 133-170.

ETUDE DE LA FORMATION DES PRATIQUES A TRAVERS L'ETUDE D'UN SCENARIO DE FORMATION

Christine Mangiante
ATER, IUFM ORLEANS TOURS
DIDIREM PARIS 7
christine.mangiante@orleans-tours.iufm.fr

Résumé

Cette recherche se présente comme une étude de la formation des pratiques des enseignants débutants vue à travers l'analyse des effets d'un scénario de formation centré sur l'analyse de pratiques : des Ateliers de Pratiques Professionnelles avec utilisation de la vidéo.

Utilisant à la fois les outils de la didactique des mathématiques et les concepts définis en psychologie ergonomique, nous décrivons ce qui se passe lorsqu'un enseignant en formation initiale élabore, met en œuvre et analyse *a posteriori* un projet d'enseignement. L'analyse de l'activité du formé dans le cadre de ces ateliers consistera à étudier comment celui-ci modifie, pour le mettre en œuvre, le projet de séances proposé par le formateur et réfléchit, *a posteriori*, sur sa pratique.

Nous étudierons comment ce processus de modifications, de la tâche prescrite à la tâche réalisée, permet, non seulement, d'étudier le fonctionnement du dispositif de formation mais aussi, de mettre en lumière certains phénomènes qui nous renseignent sur la façon dont se constituent les pratiques des enseignants débutants.

I – PRESENTATION DE LA PROBLEMATIQUE ET DE LA METHODOLOGIE

Comment les enseignants, au cours de leur formation, initient ce qui deviendra leur pratique future ? Que se passe-t-il lorsque ces enseignants préparent, mettent en oeuvre des séances et réfléchissent sur leur pratique ?

Ce questionnement, point de départ de notre recherche[1], s'inscrit dans une question à la fois vaste et complexe : Comment se forment les pratiques ? C'est cette question qui est au centre de notre travail.

I – 1 Un moyen d'accès aux pratiques

Comment aborder la question de la formation des pratiques ? Comment décrire le processus de la formation des pratiques en tenant compte simultanément des multiples influences auxquelles sont soumis les enseignants tout au long de leur formation initiale ? On peut penser qu'il faudrait tenir compte, en premier lieu, de leur vécu, notamment de leur expérience d'élève qui leur sert de référence mais aussi des savoirs théoriques et pratiques rencontrés dans les cours à l'IUFM et en stage.

[1] *Thèse en cours sous la direction de Denis Butlen, Université de Paris 7 (DIDIREM).*

De plus, comment appréhender, dans la durée, le cheminement- probablement non linéaire- de l'enseignant novice ? Il faudrait pouvoir décrire le processus de formation des pratiques avec ses avancées, ses hésitations, ses retours en arrière et l'instabilité des pratiques qui en résulte.

La complexité de la question de la formation des pratiques nous amène à trouver un moyen pour accéder aux pratiques. Il s'agit de regarder la formation des pratiques à travers l'analyse des effets d'un scénario de formation : des Ateliers d'Analyse de Pratiques Professionnelles (que nous noterons AAPP).

I – 2 Présentation générale du dispositif de formation

Le plan de formation prévoit pour la deuxième année de formation IUFM, un module « Analyser les pratiques professionnelles, préparer et exploiter les stages » qui se déroule sur cinq périodes réparties tout au long de l'année de formation.

- La première période est consacrée à une initiation à l'observation et au stage de pratique accompagnée.

- Les trois périodes suivantes sont organisées de façon identique. Pour chacune de ces trois périodes sont prévus un stage en responsabilité précédé d'une série d'AAPP. Les PE2 sont répartis en petits groupes de 4 à 7. Chaque groupe est accueilli dans la classe d'un maître formateur.

- La dernière de ces cinq périodes permet d'exploiter et d'approfondir les AAPP, les stages en responsabilité et d'en faire les bilans.

Sur les 115 heures consacrées au module d'analyse de pratiques, 20 heures correspondent aux AAPP en mathématiques.
Au cours de ces AAPP, des PE2, par petits groupes, élaborent et mettent en oeuvre une séquence de mathématiques avec l'aide des maîtres formateurs et des professeurs d'IUFM. Les séances menées par les PE2 donnent lieu à une analyse « à chaud » puis une analyse en différée grâce à l'utilisation de la vidéo. Deux catégories professionnelles de formateurs interviennent conjointement : des professeurs d'IUFM et des maîtres formateurs. Les AAPP concernent plusieurs disciplines : mathématiques, français, découverte du monde, technologie.
Voici le planning type d'une série d'AAPP. Ce planning se répète trois fois au cours de l'année de formation.

Lundi	*Séance de préparation*
Jeudi	*Mise en œuvre du projet, observation et analyse*
Lundi	*Affinements des préparations*
Jeudi	*Mise en œuvre du projet, observation et analyse*
Lundi	*Affinements des préparations*
Jeudi	*Mise en œuvre du projet, observation et analyse*
Lundi	*Analyses différées - documents vidéo*

Le lundi, tous les formés et tous les formateurs intervenant dans les AAPP se réunissent à l'IUFM pour une séance au cours de laquelle chaque groupe de PE2 prépare avec le maître formateur désigné pour les accueillir un projet d'enseignement pour chacune des disciplines. Les professeurs d'IUFM interviennent ponctuellement auprès des différents groupes pour apporter des informations, des documents, une aide supplémentaire en fonction des besoins ou des sollicitations des PE2. A l'issue de la séance, un PE2 doit être investi par le groupe de la responsabilité de la mise en œuvre de la première séance, pour chacune des disciplines. Il a jusqu'au jeudi pour affiner la préparation.

Le jeudi matin, le petit groupe de PE2 est accueilli dans la classe du maître formateur pour mettre en œuvre les séances préparées le lundi. L'un d'entre eux est chargé de la première séance de mathématiques, un autre de la séance de français, un troisième de la première séance d'un projet dans une autre discipline. Les autres PE2 observent leur prestation avec l'aide du maître formateur et éventuellement d'un professeur d'IUFM. Un entretien « à chaud » suit la séance auquel participent les PE2 et le(s) formateur(s).

Le lundi suivant, formateurs et formés se réunissent à nouveau à l'IUFM pour affiner les préparations, apporter des ajustements au projet initial en fonction de bilan de la séance menée le jeudi. Un PE2 doit être investi par le groupe de la responsabilité de la mise en œuvre de la deuxième séance qui aura lieu le jeudi suivant.

Et le scénario se poursuit ainsi, alternant les séances à l'IUFM destinées à la préparation du projet avec les séances en classe où les PE2 sont chargés de le mettre en œuvre.

I – 3 Notre choix et ses conséquences

I – 3.1 Un découpage

Réduire l'étude de la formation des pratiques au cadre du scénario de formation choisi nous permet de restreindre les paramètres à prendre en compte dans cette étude.

I – 3.2 Un certain regard sur ce découpage

Une autre conséquence de ce choix est la façon dont nous allons regarder ce découpage de la réalité. En effet, nous aborderons l'étude du scénario de formation non pas pour lui-même mais dans le but de mieux appréhender la formation des pratiques et nous proposons pour cela, d'analyser les effets de ce scénario. Notre ambition n'est pas de juger de la pertinence du scénario de formation mais d'étudier la formation des pratiques. Notre méthodologie ne vise pas à mesurer les effets *réels* du scénario en comparant un "avant" et un "après" ou de rapprocher les effets *observés* de ceux *attendus* mais à rechercher à travers les effets de la formation, des renseignements sur le "mécanisme" de la formation des pratiques.

I – 4 Les grands axes de la méthodologie

Parce que nous avons fait le choix de regarder la formation des pratiques à travers l'analyse des effets d'un scénario de formation, notre problématique se précise.

Evaluer les effets des AAPP, nécessite de cerner, préalablement, comment ce scénario de formation est conçu. Sur quelles hypothèses repose-t-il ? Quels sont les effets *attendus a priori* des concepteurs ? Mieux appréhender le contexte dans lequel se forment les pratiques sera un préalable nécessaire à notre travail, c'est pourquoi nous étudierons <u>le scénario conçu</u>.

Pour étudier les effets du scénario, nous devrons, bien sûr, étudier le scénario tel qu'il s'est effectivement déroulé : le scénario effectif. Afin de répondre aux questions posées, nous décrirons l'acte de formation qui se joue pendant ces AAPP de la séance de préparation jusqu'aux entretiens à chaud et en différé, afin de le caractériser et d'en dégager les effets produits.

Enfin, à travers le suivi de certains enseignants sur leur premier poste, nous chercherons des traces de ces effets dans leur pratique, non pas, bien évidemment, dans le but de mener une évaluation des effets à long terme du scénario mais toujours pour mieux comprendre comment se forment les pratiques.

Le questionnement de départ se contextualise au découpage choisi et notre méthodologie consistera à analyser "ce qui se passe" lorsqu'un PE2 élabore, met en œuvre et réfléchit sur sa pratique.

II – CADRE THEORIQUE

Quels cadres théoriques devons-nous mobiliser pour aborder notre questionnement ? Quelles hypothèses allons-nous retenir ? Quels outils allons-nous utiliser ?

II – 1 Cadre théorique général : les recherches sur les pratiques des enseignants

Si l'objet principal de notre recherche porte sur la formation des pratiques des enseignants débutants, nous devons préciser le cadre théorique général dans lequel nous situons cette question.

Le cadre théorique retenu est celui de la double approche, didactique et ergonomique des pratiques d'enseignement, développée par Robert, en collaboration avec Rogalski. Il s'agit de tenir compte à la fois des apprentissages potentiels des élèves et du métier d'enseignant pour décrire les pratiques. Ainsi, si les descriptions des pratiques en classe se font en analysant les activités des élèves que l'enseignant provoque, à la fois par les tâches prescrites et par le déroulement fin qu'il organise, des déterminants externes sont convoqués pour comprendre et interpréter les choix (sociaux, institutionnels, personnels).

II – 2 Comment analyser les pratiques enseignantes ?

Nous retenons de la théorie de la double approche, le choix méthodologique consistant à utiliser les notions de tâche et d'activité pour analyser les pratiques enseignantes et l'hypothèse selon laquelle les pratiques sont cohérentes et stables et les régularités intrapersonnelles sont la manifestation d'une cohérence en germe chez les enseignants débutants.

III – METHODOLOGIE

III – 1 Définir le "cahier des charges"

La méthodologie générale peut se résumer ainsi : rechercher des éléments de réponse à une question très large en examinant celle-ci à travers une certaine focale. Par conséquent, la première des conditions requises est de tenir compte, à la fois, des questions posées et de l'objet d'étude à travers lequel nous cherchons à répondre à ces question.

III – 1.1 Une méthodologie adaptée à l'objet d'étude

Pour être adaptée à l'étude du scénario de formation choisi, la méthodologie doit tenir compte de ce qui le caractérise. Un groupe composé de PE2 (aux cursus universitaires et aux expériences professionnelles diverses) encadré par une équipe de formateurs intercatégorielle (MF et professeurs d'IUFM) et pluridisciplinaire doit préparer, mettre en œuvre et analyser *a posteriori* une séquence d'enseignement.

Par conséquent, la méthodologie utilisée doit tenir compte :

- de la diversité des acteurs qui participent à la formation (les PE2 et leurs parcours universitaire et/ou professionnel, les formateurs et leur expertise liée à leur catégorie professionnelle)
- des différents épisodes imposés par le scénario (la préparation de la séquence, la mise en œuvre, les entretiens *a posteriori*)

➢ <u>Prendre en compte la diversité des acteurs de la formation</u>

Différents acteurs interviennent dans cette formation. Les PE2 abordent ces AAPP, avec certaines représentations (des mathématiques, de leur enseignement, du métier en général), des savoirs susceptibles d'être mobilisés (mathématiques, didactiques, pédagogiques, pratiques…). Les formateurs possèdent également des représentations des mathématiques, de leur enseignement et des savoirs à enseigner. Mais, de plus, ils abordent les AAPP avec une certaine expertise issue de leur expérience professionnelle. Avant d'étudier le scénario de formation, il convient de s'interroger sur ce qui constitue le "bagage" de chacun des acteurs de cette formation.

Nous distinguerons, parmi les formateurs, les maîtres formateurs et les professeurs d'IUFM.

L'expertise du maître formateur est caractérisée par le fait que celui-ci est à la fois enseignant et formateur. Le professeur d'IUFM dispense des cours, il effectue des visites de stage (stage en responsabilité) et participe aux AAPP. Par conséquent, il est à la fois en contact avec le volet théorique, le volet pratique la formation, éventuellement, avec la recherche. Chacun des formateurs aborde, donc, ces AAPP avec son expertise : des savoirs, des représentations du métier en partie liés à sa catégorie professionnelle.

Les PE2 ont des représentations (sur les mathématiques et leur enseignement) et acquièrent des savoirs de différents types : mathématiques, didactiques, pédagogiques, pratiques… pendant les cours en IUFM, les stages de formation et les séances d'AAPP déjà vécues (en tant qu'observateur, ou en tant qu'acteur), pendant les séances menées par les maîtres formateurs et les professeurs d'IUFM sur un thème, éventuellement grâce à leur expérience de l'enseignement, d'autres peuvent avoir une expérience de l'animation, tous ont leur expérience d'élèves.

Comment chacun de ces acteurs aborde-t-il les AAPP ? Afin de cerner quel "rapport" chacun entretien avec cette formation, nous chercherons à répondre à trois types de questions à décliner en fonction des différents types de partenaires de la formation.

- Quel sens lui donne-t-il ? À quoi, d'après lui, cela sert-il ?

- A-t-il un projet par rapport aux AAPP ? Lequel ?
- Quelle est la part des contraintes qui lui sont imposées ? Comment les gère-t-il ?

➢ Distinguer les cinq phases imposées par le scénario

Le scénario de formation détermine cinq épisodes distincts dans l'activité du maître, cinq phases pendant lesquelles le PE2 est en train de réfléchir sur sa pratique. Deux phases se déroulent avant la mise en oeuvre de la séance et deux après celle-ci.

Ces cinq phases correspondent à :

AVANT : Phase n°1 : La séance de préparation et Phase n°2 : Le PE2 prépare seul la séance à mener

PENDANT : Phase n°3 : La mise en œuvre de la séance

APRES : Phase n°4 : L'entretien "à chaud" et Phase n°5 : L'entretien en différé

III – 1.2 Une méthodologie au service de la problématique développée

Comme cela a été précisé précédemment, la problématique de cette recherche est organisée autour d'une question centrale, celle de la formation des pratiques et les grandes lignes de la méthodologie consistent à étudier cette question à travers l'étude d'AAPP. Le fait que l'étude des effets du scénario soit au cœur de notre travail ne doit pas induire en erreur sur l'objet de la problématique. Les effets du scénario de formation sont recherchés, ici, dans la perspective d'une description des pratiques des PE2.

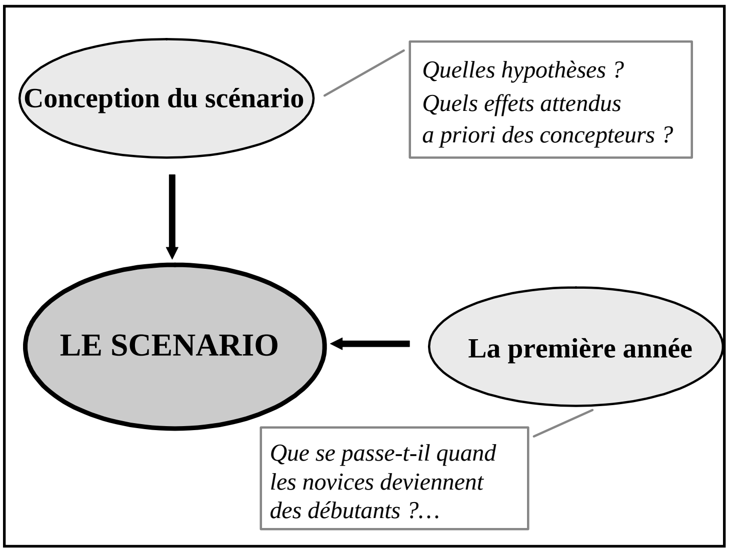
A cette fin, la méthodologie visée doit permettre non pas de rechercher des traces *a posteriori* des effets attendus *a priori* par les formateurs mais de décrire et analyser le parcours des PE2 tout au long des AAPP. Les outils choisis doivent fournir les moyens de comprendre ce qui se passe lorsque le PE2 réfléchit sur sa pratique de la séance de préparation jusqu'au moment des entretiens. Comment retracer le cheminement du PE2 chargé de la séance, du projet initial à sa mise en œuvre ? Quelle analyse fait-il de sa pratique tout au long de ce cheminement et au moment des entretiens *a posteriori* ? La méthodologie utilisée devra nous fournir des éléments de réponses à ces questions afin d'y déceler les effets du scénario. Elle devra également, permettre de mieux cerner les effets attendus *a priori* des concepteurs et des formateurs afin de dépeindre le contexte dans lequel se développent les pratiques.

Ainsi, de la nécessité de tenir compte, à la fois, des questions posées et de l'objet d'étude à travers lequel nous cherchons à y répondre, se dégage le "cahier des charges" suivant :

La méthodologie utilisée doit permettre d'appréhender ce qui se passe au cours des différentes phases et selon le point de vue de chacun des acteurs afin d'une part d'analyser l'écart entre le projet initial et la séquence réalisée et d'autre part d'analyser comment est pris en compte cet écart par la formation.

A partir de ce "cahier des charges", seront mises au point la méthodologie de recueil des données et celle du traitement de ces données.

III – 2 Méthodologie de recueil des données : choix et planning



Le recueil des données s'est déroulé sur trois années consécutives.

Au cours de la première année, nous avons observé le dispositif en réalisant des enregistrements de séance et d'entretiens, afin de mieux comprendre le fonctionnement du scénario et au-delà comment il a été conçu.

Au cours de la deuxième année, de nombreuses séances et entretiens ont été filmés. Parmi les données recueillies, nous avons retenu celles concernant cinq PE2.

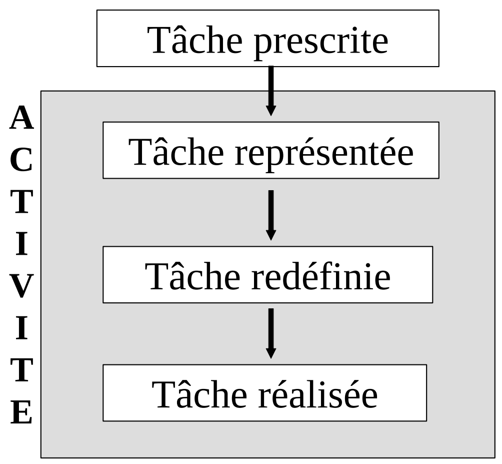
Au cours de la troisième année, nous avons retenu les données de trois PE2 parmi les cinq suivis l'année précédente. Ces trois stagiaires paraissaient emblématiques par rapport aux questions que nous nous posions.

III – 3 Méthodologie de traitement des données

L'objet de ce paragraphe est d'exposer comment à partir des conditions listées dans le paragraphe précédent a été construite la méthodologie utilisée pour analyser le corpus de cette recherche.

Tout d'abord, précisons notre point de départ : la référence au schéma proposé par Jacques Leplat (Leplat, 1997, p.17).

Dans ce schéma, Jacques Leplat décrit la tâche du sujet comme une succession de tâches.



Jacques Leplat : Regards sur l'activité en situation de travail

Le schéma de Leplat est général. Pour l'adapter à notre objet d'étude et à notre problématique, nous devons le modifier. Cette adaptation va se faire en trois étapes, présentées ci-dessous.

III – 3.1 Première étape : Transposition du schéma de Leplat à la situation de formation

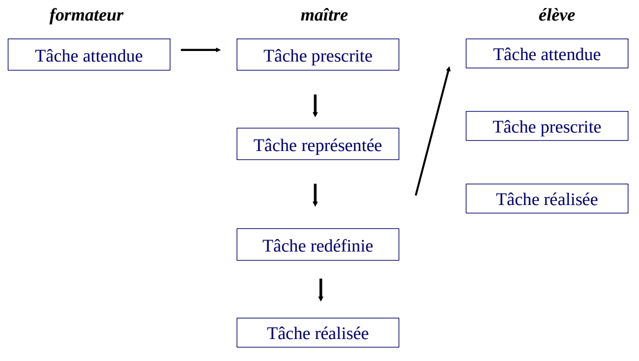
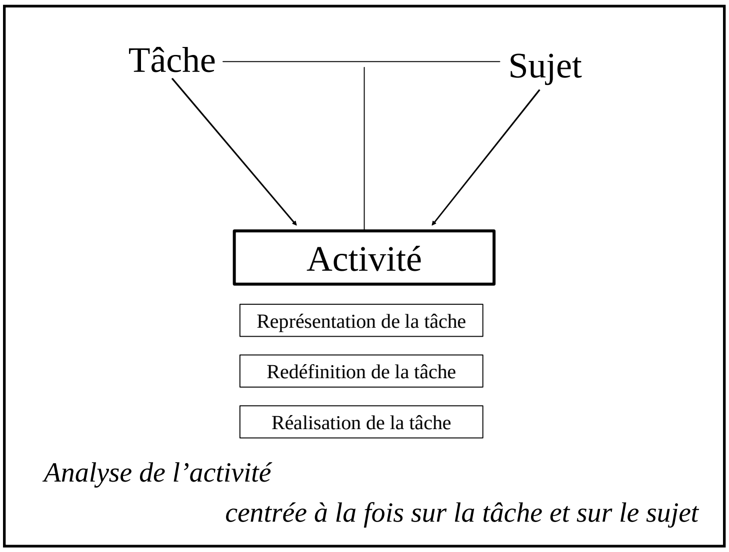


Schéma de Leplat transposé à la situation de formation

Afin de décrire l'activité des différents acteurs, tout au long du scénario, reprenons le schéma de Leplat : "de la tâche à réalisée à l'activité décrite en terme de tâches".

Nous transposons ce schéma dans le cadre de la situation de formation en faisant apparaître l'activité du formateur, du maître et celle de l'élève.

III – 3.2 Deuxième étape : centration de l’activité à la fois sur la tâche et sur le sujet



Le schéma proposé par Leplat est centré sur la tâche. Or, répondre à la problématique qui est la nôtre nécessite de prendre en compte grâce à la méthodologie utilisée, ce qui peut générer ces écarts : les personnes, les savoirs mobilisés, les représentations, leurs rapports aux AAPP, les contraintes auxquels elles sont soumises. C’est pourquoi, nous faisons le choix de prendre en compte l’activité et non la tâche.

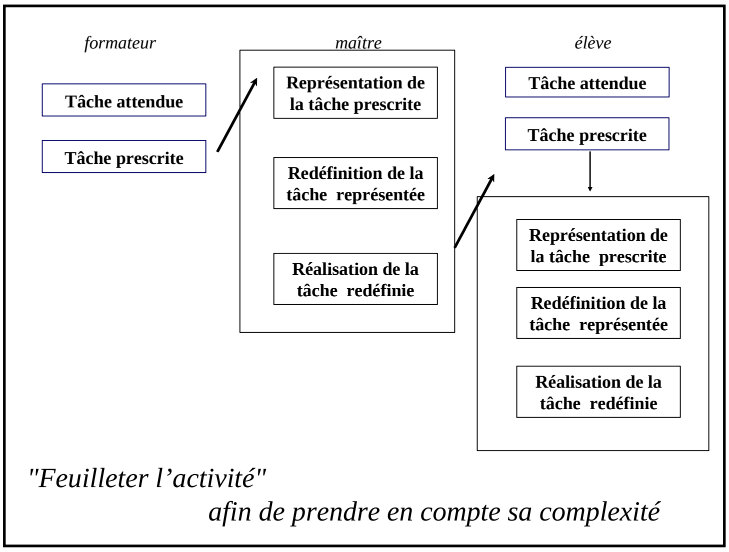
Par conséquent, reprenant le choix fait à l’étape précédente et centrant notre analyse à la fois sur la tâche et sur le sujet, nous définissons : trois niveaux qui correspondent à trois positions du maître.

- REPRESENTATION DE LA TACHE
- REDEFINITION DE LA TACHE
- REALISATION DE LA TACHE

L’étude de l’activité du maître consistera à décrire comment le maître passant d’une position à l’autre (certaines peuvent avoir lieu simultanément) prépare et met en œuvre la séance. L’analyse des entretiens consistera pour l’essentiel à cerner sur quel niveau ou position porte les échanges.

III – 3.3 Troisième étape : prise en compte de la complexité des pratiques par un feuilletage de l’activité

Afin de prendre en compte la complexité des pratiques, nous allons “feuilleter” l’activité du maître. Suivant l’ordre chronologique, décrivons l’activité du formateur et celle du maître à partir du schéma ci-dessous.



a) Au moment de la préparation du projet, le formateur envisage l'activité du maître, celle des élèves. Il les analyse par anticipation et commence à préciser la tâche attendue du PE2 par le formateur. Mais, bien sûr, l'activité du maître ne sera pas tout à fait celle-là et il en va de même pour celle des élèves.

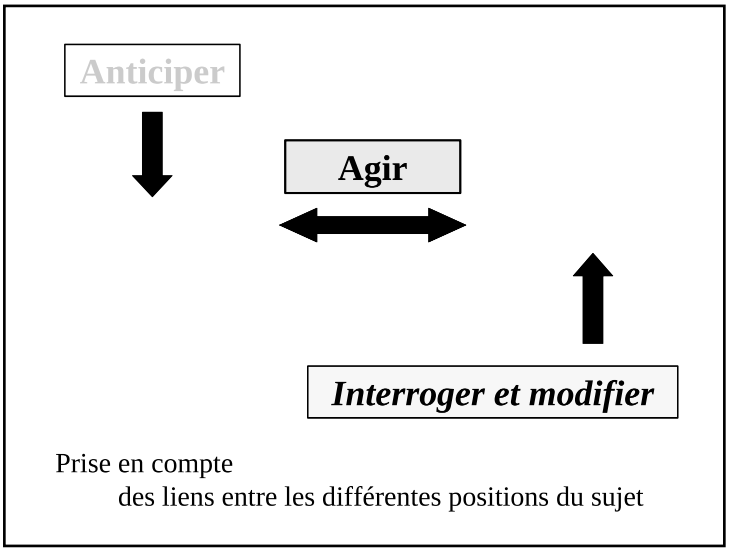
b) Quant au maître, au moment de la préparation de la séance, il commence à se représenter la tâche prescrite par le formateur, c'est-à-dire "ce qu'il pense qu'on attend de lui".

c) La tâche représentée n'est qu'un modèle imparfait, pour l'opérationnaliser, le maître, tout en se représentant la tâche commence à la redéfinir. A cette fin, il est amené à interroger voire modifier la représentation de la tâche prescrite.

d) Enfin, le maître met en œuvre la séance, c'est le moment de la réalisation de la tâche du maître et de celle des élèves. Au cours de l'action, il est probablement amené à apporter des modifications au projet tel qu'il l'avait anticipé, et par conséquent à interroger et modifier la représentation et la réalisation de la tâche.

Ainsi, en feuilletant l'activité, nous percevons les liens existant entre les différents niveaux ou, en d'autres termes, les changements de positions effectués par le maître.

Au cours de son activité, il agit dans une position donnée mais il peut, pour cela, envisager une autre position par anticipation ou alors, réinterroger voire modifier des positions précédemment occupées. (cf. schéma ci-dessous)



IV – LA PREMIERE ANNEE

Les données recueillies au cours de la première année ont permis de dégager les hypothèses sur lesquelles se sont appuyés les concepteurs du scénario.

Trois effets attendus *a priori* peuvent être mis en évidence.

- placer les PE2 dans le contexte "protégé" des classes des maîtres formateurs facilite l'acquisition de gestes professionnels adaptés

- l'intervention conjointe de maîtres formateurs et de professeurs d'IUFM favorise le lien entre la théorie et la pratique vers une plus forte cohésion des savoirs

- les entretiens « à chaud » puis en différé avec l'utilisation de la vidéo aident les PE2 à adopter une posture de “praticien réflexif.”

V– LA DEUXIEME ANNEE

V – 1 Première question : Comment interpréter les écarts entre le projet du formateur et la séance observée ?

Pour trouver des éléments de réponse à cette question, examinons les conclusions de l’analyse de la séance menée par Julie au cours de la troisième série d’AAPP.

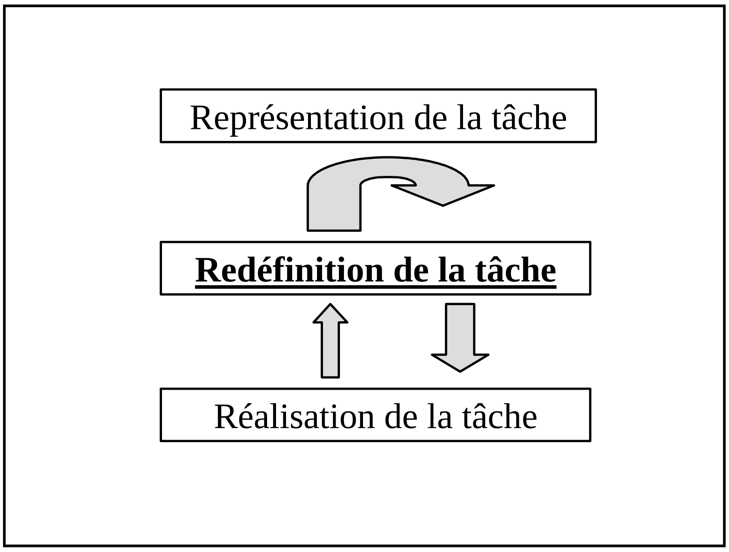
Le projet mis au point pendant la séance de préparation est le suivant. Il s’agit d’introduire l'écriture multiplicative comme une écriture plus économique de l’addition réitérée.

Pour cela, le MF conseille de mettre en place une situation de communication : les enfants doivent commander les cubes nécessaires à la construction de tours de même taille et laisser apparents leurs calculs (par ex : 15+15+15 +…..). Julie devra, au cours d’une phase de synthèse, introduire le signe “x” afin de simplifier les écritures utilisées par les enfants.

La méthodologie que nous avons mise au point nous permet de déceler et de décrire un processus de modifications de la tâche prescrite par le formateur au PE2.

En effet, dans un premier temps, Julie pense ne pas réussir à gérer le projet des formateurs et fait le choix de procéder autrement. Elle modifie, donc, le projet initial. Elle supprime la situation de communication et met des cubes à disposition des élèves. Elle propose des exercices issus du fichier CAP MATHS[2] sans tenir compte de la progression dans laquelle ils s'inscrivent. Les modifications apportées ne sont pas sans conséquence sur la tâche réalisée par les enfants. Ceux-ci construisent des tours et dénombrent les cubes utilisés mais n'ont pas besoin d'écrire de calcul. L'objectif qu'elle s'est fixé n'est pas en cohérence avec le parcours proposé aux les élèves. Au cours de la mise en œuvre, elle n'anticipe pas le "piège" dans lequel elle est en train de s'enfermer et tente d'institutionnaliser l'écriture multiplicative comme une écriture plus économique.

Par conséquent, l'écart constaté au moment de la réalisation de la tâche est issu "en amont", d'un écart créé au moment de la redéfinition de la tâche lorsque Julie, anticipant les difficultés qu'elle pensait rencontrer au moment de sa réalisation a fait le choix de s'écarter du projet du formateur. Utilisant deux sources différentes et construisant une représentation erronée de la tâche du maître, Julie s'enferme dans un processus qui s'amplifie peu à peu. Les modifications s'enchaînent et se renforcent mutuellement.



V–2 Deuxième question : qu'est ce qui initie ce processus de modifications ?

[2] *Cap maths CE1, Guide des activités, édition 2000 Roland Charnay, Marie-Paule Dussuc, Paul Madier , Hatier*

Au cours de la séance menée par Julie, le processus de modifications a été initié par un problème rencontré par Julie au niveau de la redéfinition de la tâche : comment gérer une situation de communication ? Mais, le processus de modifications peut être initié à d'autres niveaux comme le montre la séance menée par Pierre à la suite de celle de Julie.

Le professeur d'IUFM a remis à Pierre une fiche présentant une situation de communication au cours de laquelle les enfants vont devoir rédiger un message susceptible de caractériser un quadrillage de *a* lignes et *b* colonnes. La tâche de l'enseignant est d'amener les élèves à utiliser l'écriture *a x b* et de mettre en évidence le caractère numérique de cette écriture (*axb* désigne le nombre de carreaux de la grille)

Pierre respecte les grandes lignes du projet du formateur : l'organisation générale de la séance, les grandes étapes de son déroulement. Il conserve également les données numériques.

Par contre, il s'écarte du projet du formateur car dans le document, on fait référence à la notion de jeu de cadres[3] et il ne comprend pas pourquoi le maître doit montrer aux élèves que l'écriture a × b désigne un nombre. Alors, il ne donne qu'une partie de la consigne, il ne fait pas valider les messages par un retour vers les émetteurs et il donne, en fin de séance, des explications sur des notions qu'il juge, probablement, plus importantes comme la commutativité, les tables de multiplication.

Ici, le processus de modifications a été initié dès le niveau de la représentation de la tâche car Pierre ne peut mobiliser les savoirs nécessaires pour se représenter l'intérêt d'un jeu de cadres. L'écart, ainsi créé, se répercute sur la redéfinition et la réalisation de la tâche. Pierre conserve du projet initial ce qui est le moins coûteux pour lui en terme de difficultés (le plus facile à comprendre, à préparer, à mettre en œuvre…) et s'écarte du projet lorsque cela lui pose problème et/ou lui demande un effort d'adaptation trop important. Se dégage à travers les choix de Pierre, une stratégie qui consiste à donner l'impression de respecter le projet du formateur tout en poursuivant son propre projet.

[3] *Notion définie par Régine Douady. Les jeux de cadres sont des changements provoqués à l'initiative de l'enseignant pour faire avancer les phases de recherche et notamment pour élaborer une filiation de questions pertinentes par rapport au problème posé. Ici, il s'agit de présenter l'écriture multiplicative dans deux cadres. Un cadre géométrique : a x b désigne le nombre d'objets d'une collection organisée ou pouvant s'organiser sous forme de grille rectangulaire. Un cadre numérique : a x b sera une écriture plus courte de l'écritures additives réitérées.*

<u>Représentation de la tâche</u>

⇓

Redéfinition de la tâche

⇓

Réalisation de la tâche

La difficulté à laquelle le PE2 est confrontée et qui initie un processus de modifications peut se situer à différents niveaux.

- Au niveau de la représentation de la tâche : Pierre ne maîtrise pas suffisamment les savoirs didactiques nécessaires
- Au niveau de la redéfinition de la tâche.

V – 3 Troisième question : quels sont les paramètres susceptibles de jouer sur ce processus ?

Nous cherchons à isoler à partir du corpus recueilli au cours des trois séries d'AAPP, les paramètres dont dépendent les difficultés rencontrées par les PE2 et qui sont à l'origine de processus de modifications.

➢ <u>Du côté du groupe : le rôle joué par le “collectif”</u>

Alors que Julie s'était écartée, dès la préparation, du projet des formateurs, alors que Pierre avait redéfinie la tâche dans l'action en menant son propre projet, Cécile parvient à résoudre le problème qui lui est posé et satisfait à la volonté du groupe, moyennant quelques difficultés au niveau de la mise en œuvre. Est-ce dû aux compétences de Cécile ou à l'aide apportée par le groupe ? Quel est le rôle joué par le “collectif” ?

Un élément de réponse se trouve dans l'adhésion de Cécile au projet construit, en commun, en cohérence avec les observations réalisées, dans le respect et à partir des remarques faites par les PE2. Au cours de l'entretien précédent, les échanges entre les différents membres du groupe ont créé une synergie. Parce que formateurs et PE2 ont *ensemble*, réfléchi aux problèmes posés et proposé, *ensemble*, des éléments de réponses, ils ont partagé la prescription de la tâche construisant dans le même temps sa représentation et réduisant les sources d'écarts au moment de sa redéfinition. Tout se passe comme si la tâche prescrite coïncidait avec la tâche que Cécile se prescrit à elle-même.

➢ <u>Du côté de la situation</u>

Examinons, les situations proposées par les formateurs aux cours de ces AAPP afin de caractériser celles dont la préparation et la mise en œuvre ont posé problème au PE2 et l'ont, de ce fait, engagé dans un processus de modifications.

Parce qu’elle fait appel à des connaissances didactiques, la situation proposée à Pierre va le confronter à un problème dès la représentation de la tâche. L’analyse *a priori* de la séance proposée à Pierre révèle que les modalités prévues pour amener les élèves à prendre conscience du caractère numérique de l’écriture multiplicative reposent sur la volonté du maître. Cette partie de la séance est didactique. Par conséquent, Pierre peut la modifier. Parce qu’elle n’est pas robuste sur cet aspect-là, Pierre va pouvoir s’écarter du projet du formateur et s’engager dans un processus de modification.

Au cours de la deuxième série d’AAPP, Julie a préparé et mené, en grande section de maternelle, une séance au cours de laquelle les enfants devaient reproduire des modèles en utilisant les pièces du jeu du TANGRAM. La situation ne posait pas de problème ni au niveau de la représentation de la tâche, ni au niveau de la redéfinition. Seule la mise en œuvre pouvait donner lieu à modifications.

Nous avons mis en évidence deux paramètres qui interviennent du côte du choix de la situation : sa robustesse (au plus la situation est robuste au moins il y a de modifications au niveau de la redéfinition) et sa complexité (le processus est d’autant plus important que la situation est complexe). Pour un processus de modifications important, on peut, donc, penser qu’il faut réduire les contraintes et complexifier la situation.

- <u>Du côté du formateur</u>

La tâche peut être seulement définie à travers ses buts. Le problème posé au PE2 est d’autant plus important que celui-ci doit prévoir les modalités de la situation mathématique à faire vivre aux élèves.

Le problème posé sera d’autant plus réduit que le formateur anticipe sur l’activité du maître et envisage par anticipation les différents niveaux ou positions de l’activité du maître.

- <u>Du côté du PE2</u>

Les savoirs du PE2, ses représentations sur les mathématiques et sur leur enseignement mais aussi le rapport que celui-ci entretient avec la formation en général et les AAPP en particuliers pèsent sur le processus de modifications.

V – 4 Quatrième question : comment ce processus de modifications est-il pris en compte au cours du scénario ?

- <u>Par anticipation sur l’activité du maître ?</u>

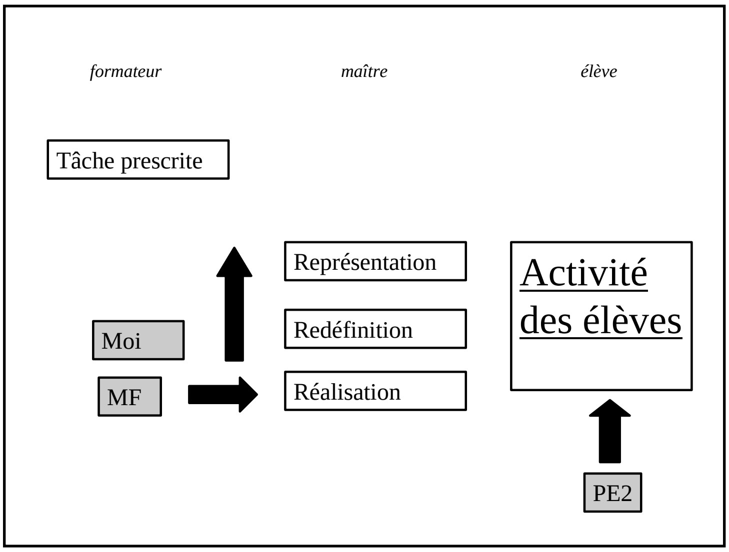
Les difficultés auxquelles sont confrontées les PE2 ne sont pas forcement celles prévues par le formateur. Lorsqu’un décalage est mis en évidence entre la tâche prescrite et la tâche réalisée, l’écart peut provenir de la réalisation de la tâche, mais aussi de la redéfinition de la tâche ou encore de la représentation de la tâche. Il est d’autant plus difficile pour le formateur de prévoir les problèmes rencontrés par les PE2 que la situation proposée est peu robuste et/ou complexe. En effet, si le PE2 modifie la tâche prescrite au moment de la représentation et/ou de la redéfinition, il va devoir réaliser une tâche qui n’est pas celle prévue par le formateur et faire face, au moment de la mise en œuvre, à des problèmes auxquels il ne s’attendait pas.

Il est, par conséquent, difficile pour le formateur d'anticiper sur ce que sera l'activité du maître.

➢ <u>Grâce à un retour réflexif sur l'activité du maître ?</u>

L'analyse des entretiens révèle des régularités dans l'analyse que fait chacun des acteurs de la séance. En effet, selon la catégorie à laquelle il appartient, chacun des acteurs regarde une partie de ce processus :

- au cours des entretiens enregistrés, les échanges initiés par le maître formateur portent majoritairement sur le même niveau : celui de la réalisation par le maître de la tâche ;
- ceux initiés par les PE2 portent sur l'activité de l'élève ;
- les interventions des professeurs d'IUFM consistent essentiellement à placer les échanges au niveau de la représentation ou la redéfinition de la tâche.



A travers les entretiens, le scénario de formation permet aux différents acteurs d'effectuer un retour réflexif sur l'activité du maître et de prendre en compte le processus de modifications. Toutefois, même si leur point de vue se complètent, les différents acteurs de la formation ne portent pas, nécessairement, un regard commun sur l'ensemble du processus de modifications.

V – 5 Cinquième question : à quelles conditions les partenaires de la formation "redéroulent"-ils ensemble le processus de modifications ?

L'analyse des entretiens montre que lorsque le "ressenti" des PE2 rejoint les objectifs de formation des formateurs alors, il est plus fréquent de constater qu'ensemble ils "redéroulent" le processus de modifications. C'est le cas de Pierre qui s'est senti en difficulté au moment de la mise en commun.

Il faut, pour cela, que le formateur, en invitant le formé à rechercher l'origine du problème rencontré, l'amène à changer de niveau, à revisiter les différentes positions de son activité afin d'identifier le problème à l'origine du processus de modifications.

VI– LA TROISIEME ANNEE

A travers l'analyse des séances enregistrées, se dégagent des régularités intrapersonnelles qui permettent de définir trois profils différents.

➢ **Julie**

- Julie n'hésite pas à modifier les documents.
- Julie a des difficultés à anticiper l'activité des élèves et notamment, à envisager le cheminement cognitif qu'ils vont suivre.
- Julie n'hésite pas à apporter des ajustements à son projet. Si nécessaire, elle expose le savoir visé par la séance et elle l'institutionnalise.

➢ **Pierre**

- Pierre utilise peu de documents issus de manuels.
- Pierre s'interroge sur l'activité des élèves.
- Pierre a un projet précis, il anticipe sur ce qu'il doit dire, il veille à être clair et à mettre rapidement les élèves au travail.

➢ **Cécile**

- Cécile s'autorise peu d'autonomie par rapport au manuel même si elle n'est pas convaincue.
- Cécile estime que pour se former, elle doit, avant tout, apprendre des élèves.
- Cécile veille à laisser les élèves s'exprimer, elle les met en situation d'apprentissage mais intervient peu.

Par conséquent, il existe des régularités intrapersonnelles au niveau du crédit accordé à chacune des sources d'informations que le maître utilise pour se représenter, redéfinir et réaliser la tâche, c'est-à-dire :

- le projet du formateur ou les documents utilisés ;
- l'analyse de l'activité des élèves ;
- l'analyse de l'activité du maître.

Ces trois profils, déjà distinguables au cours de l'année de formation, perdurent lorsque les novices sont devenus des débutants. Cependant, les trois PE2 ont acquis de l'assurance et conduisent les séances avec davantage de maîtrise. Leurs pratiques se sont opérationnalisées. Tout ce passe comme si la formation avait permis d'opérationnaliser leur façon d'utiliser les sources, de dérouler le processus de modifications.

VII– CONCLUSION

La méthodologie mise au point nous permet de décrire comment les enseignants novices ou débutants, transforment le projet initial. En montrant ce qui, en amont de l'action est souvent difficile à appréhender, cette méthodologie nous permet d'identifier l'origine des écarts constatés par les formateurs entre leur projet et la séance observée et de décrire le cheminement des maîtres jusque dans la mise en œuvre du projet ainsi modifié.

En traduisant l'activité du maître en termes de processus, nous avons mis en évidence, dans les pratiques des trois PE2 suivis, des régularités dans la façon de traiter les problèmes auxquels ils sont confrontés. Trois profils se dégagent et tout se passe comme si la formation opérationnalisait leur façon de faire fonctionner le processus de modifications.

BIBLIOGRAPHIE (TITRE 2)

BROUSSEAU G. (1986) *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques*, Vol 7/2, Grenoble, La pensée sauvage

BUTLEN D., MASSELOT P., PEZARD M. (2003) *De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation*, Recherche et Formation , 44, pp. 45-61.

DOUADY R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, Recherche en Didactique des Mathématiques, Vol 7/2, Grenoble, La pensée sauvage

LEPLAT J. (1997) Regards sur l'activité en situation de travail, Contribution à la psychologie ergonomique, Paris, PUF.

ROBERT A. (2001) *Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant*, Recherches en didactique des mathématiques, Vol 21/1-2, pp. 57- 80.

ROBERT A. (2003) De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et lycée), Didaskalia. 22 pp99-116.

ROBERT A. ET ROGALSKI J (2002) *Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche,* Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, vol2, n°4 pp505-528.

TOCHON F.V. (1993) *L'enseignant expert,* Nathan

SHON D.A. (1994) *Le praticien réflexif. A la recherche du savoir caché dans l'agir professionnel,* trad. par J.Heynemand et D. Gagnon, Montréal, Les Editions Logiques

GEOMETRIE PLANE AU CYCLE 3 DE L'ECOLE ELEMENTAIRE DANS DIFFERENTS ESPACES INSTRUMENTES.

Jean-Pierre RABATEL
Maître-Formateur
Ecole Jean Moulin, Caluire
Jeanpierre.rabatel@laposte.net

Christiane ROLET
Chercheur
UMR ICAR, Lyon
Christiane.Rolet@univ-lyon2.fr

Résumé
Nous appuyant d'une part sur les travaux de Brousseau et de Berthelot (Colloque COPIRELEM de Chamonix 2000) sur les espaces de tailles différentes, d'autre part sur les travaux de Hoyles & Noss et Rabardel sur le rôle de l'instrumentation dans l'émergence des concepts, nous avons bâti une ingénierie dont le principe fondateur est le travail dans différents espaces instrumentés : cour de récréation avec des cordes, feuille de papier avec instruments divers, écran d'ordinateur avec les commandes d'un logiciel de géométrie dynamique.
Les 4 séquences proposées ont en commun de faire construire un quadrilatère particulier dans les différents espaces instrumentés : un carré, un losange dont l'une des diagonales vaut le double de l'autre, un parallélogramme, un "cerf-volant".
Nous nous sommes également posé le problème du passage des attendus théoriques à une mise en œuvre dans les classes, et de la compréhension de l'ingénierie par un enseignant.

Après avoir analysé les textes officiels relatifs à la géométrie plane au cycle 3, nous donnerons les points de départ de notre réflexion avant de bâtir une ingénierie. Nous donnerons ensuite des réponses de type général, puis les choix spécifiques concernant le changement de taille et d'instrumentation. Enfin nous montrerons comment nous nous sommes préoccupés de la transférabilité de notre ingénierie.

I – REORGANISATION DU SAVOIR A ENSEIGNER

I – 1 Objets et Relations

Le texte du savoir à enseigner présent dans les textes officiels, tels qu'ils sont parus en février 2002, montre une énumération de savoir-faire de natures très différentes sur toute une famille de concepts non vraiment hiérarchisés. Leur organisation, à travers les trois paragraphes "Généralités", "Programmes" et "Compétences", n'est pas évidente même si dans les compétences, ils sont regroupés en deux catégories (relations et propriétés, figures planes). Nous préférons dire que l'élève de l'école élémentaire doit donc acquérir des connaissances sur des relations et propriétés définies sur des objets de base dont on ne nous dit pas grand chose, et sur des objets et relations construits à partir des objets et des relations de base.

Le choix présenté ci-dessous nous est personnel. Le qualificatif "de base" prend en considération à la fois le savoir mathématique et le niveau d'enseignement considéré. Ce n'est pas le seul choix possible.

Objets de base (de la géométrie plane)

Nous entendons par là le point, la droite, le segment, l'angle.

Ils ne figurent dans les textes officiels que comme arguments des relations à étudier. Ainsi on parle de repérage et d'alignement de points, d'égalité des longueurs de segments, de milieu d'un segment, de parallélisme ou de perpendicularité entre droites. Il est par ailleurs demandé que ces mots soient utilisés à bon escient.

Ces objets n'ont pas d'autonomie et les conceptions que les élèves en auront seront obligatoirement et de façon implicite liées aux situations dans lesquelles ils auront été utilisés : comparaison, reproduction, construction, description.

Relations de base

Elles sont premières (mathématiquement et psychologiquement), montrées et non définies, et portent sur des objets de base.

Nous entendons par là l'alignement, l'égalité de longueurs et la perpendicularité. Les élèves doivent avoir des connaissances à leur propos, leur permettant d'utiliser des instruments divers pour reconnaître, décrire et construire des objets liés par ces relations, en particulier dans des configurations classiques de figures planes. Mais nous prenons également en compte des objets de l'espace ordinaire.

Objets construits

Ce sont les objets définis à partir des objets de base et des relations de base. Ce sont, au cycle 3 de l'école élémentaire, le milieu d'un segment, le cercle et ce que les textes officiels appellent les figures planes particulières. Là aussi, même s'il semble dans les textes officiels que les objets ne sont abordés que dans des micro-espaces (principalement celui de la feuille de papier), nous les étudierons également dans l'espace ordinaire.

Toutes les figures planes dont l'approche est demandée dans les textes officiels peuvent se décrire et se construire à partir de segments et des relations de base ci-dessus. Dans les invariants opératoires du concept de carré il y a nécessairement des invariants liés aux concepts de segment, de perpendicularité et d'isométrie.

Relations construites

Le parallélisme est une relation que l'on peut choisir de présenter aux élèves comme une relation construite. Dans un premier temps et en ne se fiant qu'au contrôle perceptif simple, la relation peut être vue comme étant de base, et les droites parallèles être reconnues ou tracées à vue. Mais dans un deuxième temps, le seul moyen de reconnaître avec un contrôle instrumenté "correct" et de construire deux droites parallèles est de les voir comme perpendiculaires à la même droite ou à une distance constante l'une de l'autre. Le parallélisme est alors construit à partir de la perpendicularité et/ou de l'isométrie.

De même, la symétrie est, au-delà de la première perception globale qui peut la faire voir comme une relation de base, construite avec les relations d'isométrie et de perpendicularité.

I – 2 Concepts

Si les situations à mettre en place pour acquérir ce savoir peuvent se déduire assez facilement des textes officiels, il n'en va pas de même des procédures, expressions différentes et contrôles possibles et/ou attendus chez les élèves. Nous avons fait une étude de chacune des relations géométriques ci-dessus en terme de concept au sens de Vergnaud (1990)[1].

> « Un concept est un triplet de trois ensembles C= (S, I, *S*)
> S : ensemble des situations qui donnent sens au concept (la référence)
> I : ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (le signifié)
> *S* : ensemble des formes langagières et non-langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant) »

Le mot situation est ici entendu dans le sens de tâche. Certaines pourront être problématiques pour un sujet donné, d'autres non. La classification des situations est faite en prenant en compte à la fois des considérations mathématiques et des considérations psychologiques.

Rappelons que les invariants opératoires correspondent aux connaissances contenues dans les schèmes d'un sujet c'est-à-dire dans l'organisation invariante de sa conduite pour une classe de situations données. Ces invariants opératoires sont de 3 types : des invariants de type proposition (théorèmes-en-acte), des invariants de type fonction propositionnelle (concepts-en-acte ou catégories-en-acte : propriétés ou relations), des invariants intervenant dans les deux précédents et de type argument. Ces connaissances sont plus ou moins conscientisées ou automatisées, les schèmes sont disponibles ou en construction selon les sujets.

En géométrie, les signifiants prendront les formes de dessins, de symboles, d'énoncés en langue naturelle et/ou en langue formelle.

Nous obtenons donc bien une manière de caractériser le savoir, si nous prenons en compte toutes les situations possibles, tous les invariants possibles et tous les signifiants possibles.

---

[1] L'ensemble de cette étude pour les relations citées se trouve sur le site MAGESI dont les références sont en fin de texte.

I – 3 Type de contrôles exercés

Par rapport à cette caractérisation du savoir, nous pouvons situer un sujet et donner sa conception relative à un concept en donnant la classe des situations qu'il sait gérer, avec l'ensemble des procédures et des signifiants dont il dispose. Nous rajouterons à cette trilogie le type de contrôle qu'il exerce, reprenant par là ce qui est évoqué dans le programme officiel, au début du paragraphe 5 :

> « …passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par explicitation de propriétés et recours à des instruments… »

Trois types de contrôle par le sujet nous semblent possibles en géométrie, les deux premiers seulement l'étant à l'école élémentaire (Rolet 1996).

Le contrôle perceptif simple

Il s'exerce sur des propriétés spatiales et/ou spatio-géométriques du dessin. Par propriétés spatiales, nous entendons des propriétés contingentes dans le cadre de la géométrie envisagée et qui sont des composantes contextuelles du dessin ou de la réalisation matérielle : par exemple, en géométrie euclidienne, la forme, la position, la taille. Par propriétés spatio-géométriques, nous entendons la traduction (lorsque cela est possible) dans le dessin ou la réalisation matérielle, de propriétés géométriques relevant de la géométrie théorique sous-jacente considérée (par exemple : alignement, parallélisme, perpendicularité).

Il utilise la vue comme instrument de construction et de validation.

Il a pour finalité la production d'un tracé ou d'un dessin "ressemblant".

Le contrôle perceptif instrumenté

Il s'exerce sur des propriétés spatiales et/ou spatio-géométriques.

Il utilise comme instruments la vue et d'autres instruments qui peuvent être :
- des instruments propres aux méso-espaces
- calque, gabarit, papier quadrillé, papier pointé, règle graduée
- règle, équerre, compas
- commandes d'un logiciel de géométrie dynamique.

Il a pour finalité la production d'un tracé ou d'un dessin possédant certaines propriétés.

Les lots d'instruments ci-dessus ne sont pas de même nature : le premier lot est propre à la taille de l'espace de travail et comporte des cordes dans des versions rudimentaires, des instruments optiques sophistiqués dans des professions du bâtiment ; le deuxième lot est peu propice à la mise en valeur de propriétés géométriques ; le troisième lot, bien que fait d'instruments "géométriques", ne nous semble pas garant d'un contrôle ne portant que sur des propriétés géométriques, une équerre pouvant être utilisée comme un simple gabarit ou une règle graduée permettant de placer un point à une distance donnée (ou calculée) de l'extrémité d'un segment sans savoir qu'il est au milieu du segment.

Le contrôle théorique

Il s'exerce sur des propriétés géométriques.

Il utilise comme instruments les démonstrations ou, à tout le moins, la cohérence des résultats.

Il a pour finalité la production d'un dessin possédant des propriétés géométriques.

II – POINTS DE DEPART DE NOTRE REFLEXION

II – 1 Difficultés pour les élèves de conceptualiser à partir du réel

Les principaux obstacles des élèves ont pour origine une modélisation difficile à partir du réel. En effet, bien que les textes officiels le demandent et bien qu'historiquement la géométrie soit né pour modéliser des objets de l'espace ordinaire, cela n'est pratiquement jamais fait à l'école élémentaire. Seuls sont assez souvent pratiqués, dans cet espace, le repérage et le codage de trajets. Les seuls espaces dans lesquels soient observés, décrits, construits des objets et relations est l'espace de la feuille de papier et quelquefois l'espace de l'écran d'un ordinateur.

Les élèves n'ont donc, comme nous avons pu le constater de façon récurrente, aucun invariant opératoire dans le méso-espace. Nous donnerons, comme exemples qui nous ont particulièrement frappés, l'isométrie et la perpendicularité. Les élèves ne savent pas prendre deux morceaux de corde de même longueur, reporter une grande longueur, chercher le milieu d'un "grand" morceau de corde : ils font appel systématiquement à des systèmes de mesure qu'ils inventent (longueurs des pieds, d'objets divers) et se trouvent en échec. Ils doivent se réapproprier la superposition, le report et le pliage. De même, tout en connaissant parfaitement, bien sûr, la perpendicularité présente dans les bâtiments autour d'eux, ils ne savent pas comment est obtenue une telle perpendicularité : ils n'ont jamais rencontré la perpendicularité de la verticale du fil à plomb et de l'horizontale d'une droite portée par une surface d'eau au repos. Ils ne se sont jamais posé le problème de la construction de gabarits dans cet espace.

Enfin, ils ont peu travaillé sur le passage de la langue naturelle, propre en particulier au méso-espace (superposition, corde tendue, verticale, horizontale, etc.) au langage de spécialité propre à la géométrie de la feuille de papier.

II – 2 Difficultés pour passer du spatial au réel

Il est reconnu que les élèves effectuent un passage difficile du dessin à la figure géométrique.

Reprenant partiellement les résultats de notre thèse (Rolet 1996), nous pouvons dire que ces jeunes élèves ont deux grands types de difficultés.

Dans les tâches de reconnaissance, ils lisent et/ou cherchent dans le dessin des propriétés spatiales, des mesures et un nombre "minimal" de propriétés géométriques ; les relations, les figures sont reconnues dans des instanciations stéréotypées. Le dessin n'est pas un représentant possible d'une figure géométrique.

Dans les tâches de construction, ils tracent un dessin "à vue" en faisant fonctionner un contrôle perceptif simple et en prenant en compte des propriétés spatiales non pertinentes (ce qui est très facile dans le contexte papier-crayon) ; ils vérifient après coup leur construction avec un contrôle perceptif instrumenté.

II – 3 Passage difficile du contrôle perceptif simple au contrôle perceptif instrumenté

Le contrôle perceptif simple exercé par les élèves est à la fois pauvre (lecture difficile de propriétés géométriques) et trop riche (lecture non pertinente de propriétés contingentes) ; le contrôle perceptif instrumenté est d'une utilisation difficile, ce problème étant lié aux difficultés de compréhension et d'utilisation des instruments fournis.

Peut-on trouver des raisons à cela ? Il nous semble que les obstacles principaux à une dialectique féconde entre dessin et figure et entre les différents types de contrôle résident dans :

- l'imbrication entre spatial et géométrique ; il y a dans notre enseignement, comme le dit C. Laborde (1994), un écrasement entre propriétés spatiales et géométriques : qu'est-il permis de lire comme propriétés dans un dessin ?
- l'attachement très fort des sujets à l'isométrie et à la similitude (dans cet ordre, alors qu'historiquement la similitude était première)
- le manque d'appréhension opératoire des figures : le sujet n'envisage pas plusieurs lectures possibles du dessin en tant que figure géométrique ; il se focalise sur les mesures, ce qui empêche l'émergence d'autres propriétés telles que l'incidence, l'égalité de mesures, des rapports de mesures, etc…
- l'appréhension d'un dessin unique à un endroit précis de la feuille, sans imagination ou prise en considération d'autres "cas de figure", d'autres instanciations de la même figure géométrique
- une pratique fréquente, habituelle, de la reproduction de dessins, que cette reproduction soit demandée de façon explicite ou non
- une difficulté à analyser les rapports entre registres figuraux et discursifs.

Sans nier les origines épistémologiques de ces obstacles (on sait l'émergence difficile du concept d'invariant géométrique), on peut également relever de probables origines didactiques à trouver dans l'enseignement reçu et pratiqué par ces sujets.

II - 4 Problème de la langue de spécialité

Travaillant dans un laboratoire où beaucoup de chercheurs étaient spécialistes de l'étude des interactions verbales, nous avons eu l'occasion de travailler (et d'encadrer un mémoire de DEA) sur le passage de la langue naturelle à la langue de spécialité.

Langue naturelle, langue de spécialité

Les textes officiels insistent en de nombreux endroits sur la nécessité pour les élèves d'acquérir au moins un lexique et des formulations relevant de la langue de spécialité. "*L'usage ordinaire de la langue orale et les formulations spontanées des élèves prévalent. Ils sont toutefois complétés par le recours à un lexique et à des formulations spécifiques,* *nécessaires à la rigueur du raisonnement* " trouve-t-on dans les compétences générales. Ces mots et ces formulations doivent surtout servir à décrire des propriétés ; mais il n'est pas question d'en donner une définition de nature mathématique mais d' "Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : …"

Dans les manuels scolaires, ce passage délicat est peu évoqué, et bien sûr les mots de la langue de spécialité sont employés. Chaque enseignant se retrouve quasiment seul face à ce problème.

Or, il semble qu'il y ait différents types de mots : ceux qui n'existent que dans la langue de spécialité (perpendicularité, losange…), ceux qui ont des synonymes dans la langue naturelle (segment et trait, par exemple) et ceux qui existent dans les deux langues avec une restriction de sens dans la langue de spécialité (droite, extrémité). Or il semble que l'acquisition de ces divers types de mots soit de difficultés différentes et probablement croissantes.

Problème des syntagmes

Quant aux syntagmes, leur acquisition est encore plus difficile à acquérir car elle se fait après la compréhension par les élèves de la nécessité de donner des noms aux objets pour lever les ambiguïtés et de donner des arguments pour définir certains objets. L'expression "la droite" suffit lorsqu'on la montre d'un geste déictique, l'expression "la parallèle" suffit lorsqu'on vient de la tracer par exemple… Chacun sait combien la dénomination par les élèves eux-mêmes est difficile et combien l'emploi spontané du syntagme "droite parallèle à … passant par… " est peu fréquent !

La compréhension précède l'emploi

Les élèves comprennent la langue de spécialité avant de l'employer. Cette compréhension est d'abord orale et est facilitée par l'emploi successif par l'enseignant des deux types de langues.

Programmes de construction

L'écriture de programmes de construction n'est pas vraiment dans les textes officiels car "Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque" ne demande pas l'écriture d'une suite d'ordres simples exprimés dans la langue de spécialité. Les premières années de mise en place d'une ingénierie, nous avons passé beaucoup de temps et d'énergie pour peu de résultats. Les difficultés des élèves (en lien avec leurs difficultés transversales à s'exprimer clairement et à écrire de façon intelligible) étaient telles que nous sommes revenus à la mise en place d'un vocabulaire géométrique et de syntagmes. Il faut beaucoup d'étayage pour passer d'un acte de construction à son expression orale puis à une expression écrite.

Par contre, il nous semble possible de faire suivre aux élèves un programme de construction.

III – REPONSES GENERALES

Nous présentons ici des options générales prises pour la mise en place de l'ingénierie ; options concernant le rôle de l'enseignant, option concernant l'apprentissage des concepts scientifiques et enfin option concernant la séquentialisation de la présentation des savoirs entre les années de CM1 et CM2.

III – 1 Rôle de l'enseignant

Le rôle de l'enseignant, ou nous devrions plutôt dire les rôles de l'enseignant, sont nombreux et concernent à la fois la gestion de la classe sur un plan pédagogique large (gestion des interactions, de la discipline, etc…) et la gestion de la transmission de savoirs. Nous n'évoquerons ici que le rôle de l'enseignant dans sa tâche d'enseignement.

Nous ne reprendrons ici les principales hypothèses sur l'enseignement et l'apprentissage que pour fixer notre propre position.

De la première position, dite rapidement de transmission des savoirs, nous retiendrons qu'elle consiste à présenter le savoir aux apprenants dans la version jugée à leur portée et suffisante pour savoir résoudre un certain nombre de problèmes et d'exercices. Les enseignements consistent donc en un cours magistral suivi d'exercices et de problèmes. Cette façon de faire est efficace dans beaucoup de domaines professionnels, elle permet aux sujets de régler des problèmes et exercices ressortant d'un domaine précis. Elle permet d'acquérir des techniques dans des types de tâches répertoriées et précédemment abordées. Elle est souvent une solution de repli pour des élèves en grande difficulté à qui on veut pouvoir "apprendre" quelques algorithmes (nombreuses recherches dans ce domaine). Mais les recherches ont largement prouvé qu'une telle présentation magistrale (ou même maïeutique sous forme de cours dialogué) d'un savoir non problématisé n'était pas garante d'un apprentissage efficace sur le moyen et le long terme, ou d'une possibilité de transfert pour la majorité des élèves.

Une autre position, souvent appelée "socio-constructiviste", est née à la suite des travaux de Brousseau et consiste à faire construire le savoir par les élèves, en les plaçant dans des situations dites adidactiques (sans intervention de l'enseignant sur le plan du savoir en question), où le savoir visé est l'outil à construire pour résoudre, en groupe, la tâche. Les situations construites sont d'autant plus résistantes que le milieu, système antagoniste de l'élève, permet une validation indépendante de l'intervention de l'enseignant. Cette position a montré ses richesses et ses limites. Richesses pour l'ancrage du savoir, pour le "sens" donné par l'élève au savoir, pour les possibilités de débat et d'argumentation ; limites car de telles situations ne sont pas faciles à construire pour l'ensemble des concepts, sont coûteuses en temps et très difficiles à mener dans des "classes ordinaires" où les synthèses deviennent souvent des transmissions de savoirs pour les élèves les plus en difficulté.

Nous adopterons donc une troisième position intermédiaire entre la position ci-dessus et la position exposée par Vygotski (1985) et Bruner (1983). Nous gardons le fait de donner aux élèves une tâche un peu difficile qui leur pose problème. Cela les motive, leur montre l'origine et/ou l'utilité des savoirs et savoir-faire qui leur sont présentés, leur donne un ancrage de ces savoirs. Nous gardons le fait de **mettre les élèves en activité et de permettre des échanges**.

Nous pensons que le rôle de l'enseignant doit dépasser celui de l'institutionnalisation. Nous optons pour un découpage fait avec les élèves d'une tâche complexe en tâches plus élémentaires **dont la résolution est dans la zone de proche développement** (Vygotski).

Nous optons pour **une aide importante, assumée et réfléchie de l'enseignant** auprès des élèves dans les travaux de groupes, dans les moments collectifs de synthèse et dans les moments individuels. Il peut (il doit) reformuler et/ou corriger l'expression des élèves, trop imprécise, trop ambiguë ; sortir les élèves d'une impasse et leur apporter de nouvelles idées, des outils, des techniques ; apporter une évaluation lorsque le milieu ne peut apporter de validation interne. Pour nous, le milieu (dans lequel nous incluons l'enseignant) doit être davantage un allié qu'un antagoniste. L' "art" consiste à laisser le temps aux élèves de s'emparer du problème et de cerner les difficultés, et peut-être le temps pour certains de commencer une résolution, tout en évitant une perte de temps et/ou un découragement après trop d'essais infructueux. Le temps ainsi récupéré permet de reprendre la tâche dans d'autres contextes et/ou de faire des exercices. Nous savons de toute façon que l'apprentissage ne coïncide pas avec l'enseignement.

Nous nous plaçons donc dans l'hypothèse d'une construction de connaissances chez l'élève avec un étayage important du maître.

C'est pour ces raisons que nous présentons les fiches de préparation avec les tâches à donner aux élèves et les bilans auxquels il est souhaitable d'arriver, mais en indiquant aussi dans des commentaires, les difficultés possibles/probables des élèves et les aides à leur apporter.

III – 2 Apprentissage des concepts scientifiques

Appui sur les concepts quotidiens (Vygotski 1985).

Il s'agit de donner aux élèves un premier contact avec les concepts scientifiques évoqués précédemment. Nous n'adhérons pas complètement à la conception exposée par Vygotski : le concept scientifique (donné de façon explicite et facilement énonçable par l'élève) est "saturé" par le concept quotidien, qui en retour est structuré par le concept scientifique. Il est vrai que le concept scientifique est saturé, précédé par des concepts quotidiens. Mais, d'une part, il n'est pas donné aux élèves, à l'école élémentaire en France en tout cas, avec un définition claire et explicite comme le laisse penser Vygotski. D'autre part, il n'est pas sûr qu'il ait une quelconque influence sur les concepts quotidiens qui peuvent très bien coexister en l'état à côté du concept scientifique.

Autre idée que nous remettons en question : le concept scientifique ne se forme pas seulement par généralisations successives. A partir de concepts quotidiens sur lesquels nous nous appuyons, nous faisons faire aux élèves, au contraire, un travail de tri, de spécification, de restriction du champ sémantique dans le domaine spécifique des mathématiques.

Par exemple, en nous appuyant sur la connaissance d'un "trait" limité tracé à la règle, nous dégageons petit à petit le concept de segment, limité par deux points, possédant un milieu, partie d'une droite, etc. A aucun moment nous ne donnerons une définition de ce qu'est un segment.

Variation des situations (Hoyles et Noss 1996).

En effet, vu notre type d'approche, la première émergence du concept scientifique est encore très largement marquée par le contexte dans lequel celui-ci est apparu. Nous avons donc fait le choix de présenter le même concept (de carré par exemple) dans des situations assez différentes pour que les objets et propriétés géométriques soient "abstraits" indépendamment de leur représentation.

Dans nos séquences de géométrie, nous ferons varier à la fois la taille de l'espace de travail et les instruments, espérant ainsi un meilleur passage de l'espace sensible à l'espace géométrique et une meilleure compréhension des objets géométriques et des relations fondamentales entre objets géométriques.

Variation des registres (Duval 1993)

Les registres envisagés ici sont le registre figural des dessins et les registres de la langue orale et/ou écrite, naturelle et/ou de spécialité. Dans le registre de la langue de spécialité, il s'agit d'abord de mettre en place un lexique et l'expression de syntagmes relevant du domaine géométrique, comme le demandent les Programmes Officiels. Nous avons vu en II.4 les difficultés des élèves à passer d'un registre à l'autre et nous espérons en leur faisant travailler ce point, obtenir d'eux une meilleure compréhension du concept (Duval).

Le passage du registre figural au registre de la langue se fait dans la description de figures simples et de leurs propriétés L'écriture par les élèves eux-mêmes de programmes de construction nous paraît prématuré, à un stade où l'écrit, en lui-même, est encore un obstacle pour beaucoup d'élèves. Du registre figural les élèves passent à une expression orale d'abord en langue quotidienne puis en langue de spécialité. Le passage de l'oral à l'écrit dans les bilans et institutionnalisations favorise le passage vers une langue de spécialité : le lexique et les expressions syntaxiques sont alors fixées ("on n'écrit pas comme on parle").

Le passage du registre de la langue (orale ou écrite) au registre figural se fait dans l'exécution de consignes et de programmes de construction.

Enfin l'écrit est indispensable pour soutenir la mémoire didactique : à court terme dans une même séance, et à moyen terme pour retrouver les résultats d'une séance à l'autre. Ainsi les élèves constitueront un journal de bord avec les mots du lexique géométrique employés dans des bilans et institutionnalisations des séances.

III – 3 Séquentialisation dans la présentation des savoirs

sans que cela signifie que la première catégorie doive être abordée avant la seconde ??

Comme nous l'avons écrit précédemment, une étude des objets de base n'est pas entreprise en elle-même, et les objets sont seulement nommés et employés de façon fonctionnelle. En CM, nous parlerons seulement des objets construits (milieu, cercle et figures particulières), des relations de base de l'isométrie et de la perpendicularité, des relations construites du parallélisme et de la symétrie.

En CM1

Les objets de base nommés et utilisés au CM1 sont le point, la droite, le segment.

Nous avons fait l'hypothèse que la relation de base "alignement" avait déjà été abordée au cycle 2 et avons réservé pour le CM1 l'étude des deux relations de base que sont **l'isométrie** et **la perpendicularité**. Ce qui permet alors d'aborder les objets construits que sont **le milieu**, **le cercle**, et **des quadrilatères** (carré, rectangle, losange) avec leurs propriétés relatives à l'isométrie et à la perpendicularité.

Nous avons choisi de travailler l'isométrie à travers la plupart des situations ne faisant intervenir que les grandeurs :

- reconnaître des segments de même longueur ;
- construire des segments de même longueur, de façon isolée ou dans des figures telles que carrés, losanges, cercle ;
- chercher le milieu d'un segment ;
- construire un segment x fois plus long.

Nous avons choisi de travailler la perpendicularité :

- à travers des situations présentant toutes les facettes de l'angle droit (sauf celle d'angle de rotation, cf. chapitre 1) : reconnaître, reproduire, construire des angles droits avec deux demi-droites, dans une figure, comme secteur angulaire ;
- à travers des situations de reconnaissance et de reproduction de droites perpendiculaires dans le cas très particulier de l'horizontale et de la verticale et dans les autres cas.

Le "prétexte" a été la construction d'un carré d'une part, la construction d'un losange dont une des diagonales vaut le double de l'autre d'autre part.

En CM2

Dans l'année de CM2, nous ajouterons aux objets de base rencontrés au CM1, l'objet angle.

Après les deux relations de base vues en CM1, nous abordons les relations construites de **parallélisme** et de **symétrie**. Ceci permettra en retour de compléter l'étude **des quadrilatères** rencontrés en CM1 et de compléter avec d'autres quadrilatères dont le parallélogramme et le cerf-volant.

Nous avons choisi de présenter d'abord le parallélisme des droites :

- en faisant construire deux droites équidistantes ;
- puis deux droites perpendiculaires à la même troisième.

Nous abordons ensuite le parallélisme des côtés des parallélogrammes en présentant ces derniers comme l'intersection de deux couples de droites parallèles.

Nous faisons l'hypothèse que l'aspect "axe de symétrie" a déjà été exploré au CE2 avec des manipulations (pliage, papier-calque, gabarit.). En CM2, nous avons choisi de commencer à travailler la symétrie en faisant compléter une figure par symétrie axiale. Nous le faisons dans des espaces non quadrillés, en faisant intervenir les reports d'angle et l'isométrie ; les élèves peuvent alors découvrir le lien entre deux points symétriques.

Puis dans des micro-espaces et en particulier sur l'écran de l'ordinateur, nous étendrons le champ d'expériences des élèves sur cette transformation (cf. document d'application des programmes de l'école primaire) en leur permettant de faire frises et pavages.

IV – PREMIER CHOIX SPECIFIQUE : CHANGER LA TAILLE DE L'ESPACE

Dans les textes officiels, il y a un paradoxe entre la demande générale de présenter les relations et propriétés dans l'espace ordinaire et les instruments cités qui ne sont utilisables que dans des micro-espaces. Le travail dans l'espace ordinaire est du coup rarement pratiqué. Nous avons eu une "révélation" de la richesse de ce type de travail dans l'intervention de René Berthelot au XXVII^{e} Colloque de la COPIRELEM à Chamonix en 2000. Notre désir a alors été de systématiser ce travail sur l'ensemble du savoir à enseigner, avec une instrumentation à la portée de tous les enseignants.

IV – 1 Différents types d'espace

Reprenons le problème du changement de la taille de l'espace : les objets s'y présentent de façons différentes, mais on peut espérer que le contrôle perceptif instrumenté nécessaire dans le méso-espace sera transféré au micro-espace.

Macro-espace

Nous n'abordons pas ici le macro-espace, de l'espace de la ville à l'espace interstellaire... Au-delà d'un travail de repérage, un travail dans ce type d'espace nous semble faire intervenir des notions complexes de géométrie dans l'espace, de représentation et d'échelle, de géographie. Si une approche du repérage et du codage des trajets peut être faite, y compris dans les cycles précédant le cycle 3, une étude de l'isométrie et de la perpendicularité dans ce type d'espace nous semble prématurée !

Méso-espace

Nous trouvons chez Brousseau (1983) une définition du méso-espace : "espace des déplacements du sujet dans un domaine contrôlé par la vue, les objets sont fixes et mesurent entre 0,5 et 50 fois la taille du sujet". Le sujet est à l'intérieur de l'espace. Il prend conscience d'objets isolés par des changements de points de vue, des changements de regards. Le contrôle perceptif simple y est très difficile voire impossible : il faut prendre "du recul" et éloigner le méso-espace pour qu'il devienne un micro-espace. Des exemples de méso-espace seront pour nous un mur, le sol d'une salle polyvalente ou d'une cour de récréation

Micro-espace

Un micro-espace est défini par Brousseau comme l' "espace des interactions liées à la manipulation des petits objets". L'élève est extérieur à cet espace et peut avoir une vision (relativement) globale des objets. Des exemples de micro-espaces seront pour nous la feuille de papier ou l'écran d'ordinateur.

Un même espace peut être un méso-espace pour un sujet si sa distance à cet espace est petite et s'il se trouve "dans" cet espace, ou un micro-espace s'il est à une certaine distance de cet espace. Ainsi une feuille de papier A3 peut être soit un méso-espace, soit un micro-espace.

IV – 2 Influence sur les concepts étudiés

Un premier apport est celui cité ci-dessus : une meilleure connaissance des objets géométriques dans le méso-espace. Mais on peut aussi espérer une retombée dans le micro-espace de la géométrie papier-crayon.

Dans un espace sensible micro, une problématique pratique (Berthelot et Salin 1994) et un contrôle perceptif simple conviennent parfaitement. Un problème de construction posé dans un tel espace peut être réglé à moindre coût avec utilisation de calques, de gabarits, de mesures et validation par un contrôle perceptif simple.

Dans un espace sensible méso, le contrôle perceptif simple donne de moins bons résultats, voire est impossible. Il faut alors trouver ou construire des instruments utilisables dans ce type d'espace, et/ou passer à une modélisation (Berthelot et Salin) dans un micro-espace géométrique (pour minimiser les efforts à fournir dans le méso-espace).

Donnons ci-dessous les exemples de l'objet "Droite" et de la relation "Perpendicularité"

	Méso-espace	Micro-espace
Droite	Savoir quotidien Ligne de visée Corde tendue Plus facile à prolonger ?	Lien avec la règle Vision globale Trait droit (non courbe) Trait borné
Perpendicularité	Difficile à lire, sauf pour le cas horizontale-verticale	Vision globale plus facile Stéréotypes

Pour passer d'un type d'espace à un autre, deux types de situations nous semblent a priori possibles :

- poser, dans un méso-espace, un problème de construction dont la résolution demande une utilisation de connaissances géométriques car non résolvable avec le seul contrôle perceptif simple ; puis poser le même problème dans un micro-espace en espérant que la résolution se fera elle aussi avec modélisation spatio-géométrique (et non pas de façon pratique "seulement").

Nous proposons par exemple de faire un grand carré sur le sol puis de faire un carré sur une feuille de papier (sur l'écran de l'ordinateur), en espérant que le carré ne pouvant être fait et validé à vue dans le méso-espace, ne sera plus fait et validé "à vue" dans le mico-espace.

- poser, dans un méso-espace, un problème tel que sa résolution soit facilitée par un passage dans le micro-espace de la feuille de papier.

Nous proposerons par exemple de faire "une route" (une bande aux bords parallèles) sur le sol, en sachant que ce tracé très difficile peut être travaillé dans un micro-espace avant un retour sur le terrain.

V – DEUXIEME CHOIX SPECIFIQUE : CHANGER L'INSTRUMENTATION

Le changement d'instruments peut être inhérent au changement de taille de l'espace. Il peut aussi, dans un même espace, découler d'une volonté didactique. Deux phénomènes sont à prendre en compte : un apprentissage de l'utilisation de ces instruments est un moment important pour les élèves ; selon les instruments fournis, les élèves peuvent être confrontés à des aspects différents des objets et des relations géométriques.

Sur ces deux points, citons Rabardel (1999) :

"L'appropriation de l'instrument par les utilisateurs résulte d'un processus progressif de genèse expérimentale. L'instrument, pour l'utilisateur, évolue tout au long de ce processus de genèse." "Ils [de nombreux travaux] mettent en évidence l'impact des instruments sur la conceptualisation et soulignent que l'analyse de leurs propriétés est une nécessité pour l'enseignant s'il veut atteindre ses objectifs didactiques de conceptualisation. "

Nous rejoignons également Hoyles C. & Noss R.(1996), en disant que le concept abstrait n'émerge pas du concret dans un mouvement ascendant, mais qu'il émerge davantage de connexions faites entre situations où des instruments divers sont utilisés.

V-1 Espaces instrumentés

Les différents espaces instrumentés dans lesquels nous avons fait travailler les élèves sont les suivants :

Méso-espace du sol avec corde

La corde est donnée à volonté, un fil à plomb et un niveau à bulle (ou une bassine d'eau, comme témoin de l'horizontalité), avec bien sûr des piquets ou du scotch.

Micro-espace de la feuille de papier avec des ficelles.

Pour faciliter le transfert, il n'y a que la taille de l'espace qui change. La feuille de papier est cependant de format A3, avec des bords déchirés.

Micro-espace de la feuille de papier avec des instruments plus ou moins classiques

Des règles non graduées, des compas (ou des bandelettes de papier) et des gabarits divers d'angle droit. Nous avons pris soin de multiplier les instruments possibles pour le report de longueur et la construction de droites perpendiculaires.

Micro-espace de l'écran de l'ordinateur avec des commandes d'un logiciel de géométrie dynamique (Cabri-géomètre)

Nous pensons que cet espace instrumenté constitue un des milieux possibles pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, (Laborde C. & Capponi B. 1994). Nous ne présentons pas ici le logiciel Cabri-géomètre utilisé dans cette ingénierie et renvoyons l'utilisateur au fascicule accompagnant le CD-ROM pour une initiation. Nous reprenons simplement les commandes utilisées, en supposant leur usage connu par le lecteur : Point, Segment, Droite, Cercle, Droite perpendiculaire, Milieu, Droite parallèle, Symétrie axiale (auxquelles nous avons ajouté quelques commandes d'édition).

V- 2 Genèses instrumentales

Comme le dit Rabardel, un instrument comporte à la fois contraintes et ressources. Il faut analyser le champ des actions possibles et l'activité requise. Les élèves doivent construire des schèmes d'utilisation, ce qui est possible si ces actions sont dans leur zone proximale de développement instrumental en liaison avec zone proximale d'apprentissage.

Donnons deux exemples des actions requises selon les espaces instrumentés[2]. (Rappelons que nous n'avons donné que certaines commandes de Cabri citées ci-dessus)

	Méso-espace **cordes**	Feuille papier **Instruments classiques**	Ecran d'ordinateur **Commandes de Cabri**
Droite	Tendre une corde	Tracer avec une règle	Utiliser la commande et donner les 2 arguments
Perpend.	Fabriquer et utiliser une équerre-corde	Utiliser une équerre, un gabarit transparent, un secteur angulaire droit	Utiliser la commande et donner les 2 arguments

V- 3 Influence sur les concepts étudiés

Ces activités requises ne correspondant pas obligatoirement aux schèmes de construction des élèves. Le changement d'espace instrumenté n'est pas à lui seul garant d'un changement de type de contrôle et d'utilisation des instruments fournis. Le contrôle instrumenté, nécessaire dans le méso-espace, peut être "oublié" par les élèves lorsqu'ils passent au micro-espace de la feuille de papier où le contrôle perceptif simple peut leur suffire. Deux utilisations du contrôle perceptif instrumenté dans le méso-espace et dans la feuille ne sont pas garants de l'utilisation des commandes dans le logiciel. Le contrôle perceptif simple a la vie dure…

Redisons donc que même si ces changements d'espaces instrumentés sont des facteurs d'évolution du type de contrôle exercé, l'intervention didactique d'étayage de l'enseignant nous semble indispensable.

Certains aspects des concepts se retrouvent d'un espace à l'autre et il est important que les élèves en prennent conscience : ainsi il est essentiel de montrer que tous les gabarits d'angle droit, construits dans les différents espaces, se correspondent ; ainsi il est essentiel de montrer que le report de longueurs est transférable du méso au micro-espace de la feuille.

[2] L'ensemble du tableau se trouve sur le site MAGESI.

Certains aspects sont nouveaux et en particulier ceux apportés par le logiciel. Il est important aussi que les élèves, avec l'aide du maître, en prennent conscience. Nous donnons ci-dessous les deux exemples de la droite et de la perpendicularité.

	Méso-espace **cordes**	Feuille papier **Instruments classiques**	Ecran d'ordinateur **Commandes de Cabri**
Droite	-lien avec des savoirs quotidiens ou des savoirs physiques (cas de l'horizontale et de la verticale) -prolongeable ? -pas de point	- "bord" d'objets dont on sait qu'ils sont "droits", en particulier bord de la règle, de l'équerre, du double-décimètre - trait limité - les extrémités du trait deviennent des points ; quelques autres points	- donnée par 2 arguments : 1 point et une direction 2 points - trait limité - des points (au moins les arguments de la définition)
Perpend.	Perpendicularité verticale-horizontale Angle droit d'un triangle rectangle (équerre-corde)	Droites perpendiculaires (gabarit transparent) Angle droit d'un triangle rectangle (équerre) Secteur droit (feuille pliée)	Droite perpendiculaire à une autre passant par un point

VI – CONSTRUCTION D'UNE INGENIERIE TRANSFERABLE

Nous nous sommes également posé le problème du passage des attendus théoriques à une mise en œuvre dans les classes, et de la compréhension de l'ingénierie par un enseignant.

Au départ, l'ingénierie se présentait comme un écrit de type mémoire. Elle se composait de deux parties, l'une théorique, l'autre pratique. C'était un travail de chercheur à destination d'autres chercheurs, c'est-à-dire que le style, le vocabulaire employé et les références citées nécessitaient une initiation préalable. Très rapidement apparut la nécessité d'adapter cet écrit pour le rendre plus lisible et utilisable par les enseignants de terrain. Fallait-il pour cela sacrifier la partie théorique pour ne conserver que les fiches de préparation? C'était faire offense aux enseignants de considérer que cet aspect de la discipline ne les concernait pas. Au contraire, il fallait la rendre accessible et mettre en avant la complémentarité des deux parties, théorique et pratique, à charge pour chacun d'effectuer des aller-retours selon ses besoins, son envie d'approfondir.

Notre choix fut donc de conserver la partie théorique qui propose un éclairage des choix opérés dans l'ingénierie. Mais il fallait la réécrire dans un langage non "jargonnant" et supprimer tout ce qui relevait de la recherche pure sans retombée immédiate sur cette ingénierie. En bref, elle devait être lisible et directement reliée aux tâches que les enseignants conduisent avec leurs élèves.

VI – 1 Contraintes didactiques et pédagogiques

Nous étions face à une double contrainte : notre document devait à la fois inciter à la pratique des activités proposées mais aussi permettre aux enseignants, quand ils le souhaiteraient, de trouver des réponses à leurs interrogations sur un plan théorique.

Les premières lectures de la version papier de l'ingénierie par des professeurs d'école avaient découragé ou rebuté certains des lecteurs qui espéraient rapidement trouver dans ce document une réponse directe à leurs préoccupations quotidiennes. Notre ingénierie devait non seulement ne pas décourager ou rebuter les enseignants à la recherche d'activités géométriques mais au contraire permettre à chacun d'entrer par le côté qui lui serait utile. A nous ensuite de les amener à aller plus loin, à s'interroger, à leur proposer des ouvertures, … à consulter les attendus théoriques.

VI – 1.1 Respect des programmes officiels et horaires

« Les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles, utiles pour résoudre des problèmes dans l'espace ordinaire, dans celui de la feuille de papier ou sur l 'écran d'ordinateur, en particulier des problèmes de comparaison, de reproduction, de construction, de description, de représentation d 'objets géométriques ou de configurations spatiales. » Programmes 2002.

L'horaire consacré aux mathématiques est de 5h à 5h30. La part consacrée à la géométrie est d'environ 40 minutes hebdomadaires soit approximativement 24h annuelles (que l'on peut compléter avec des heures de situations-problèmes).

Nous nous sommes appuyés sur les programmes officiels de 2002 pour définir et constituer la trame de l'ingénierie afin de répondre au mieux aux attentes des enseignants en ce domaine.

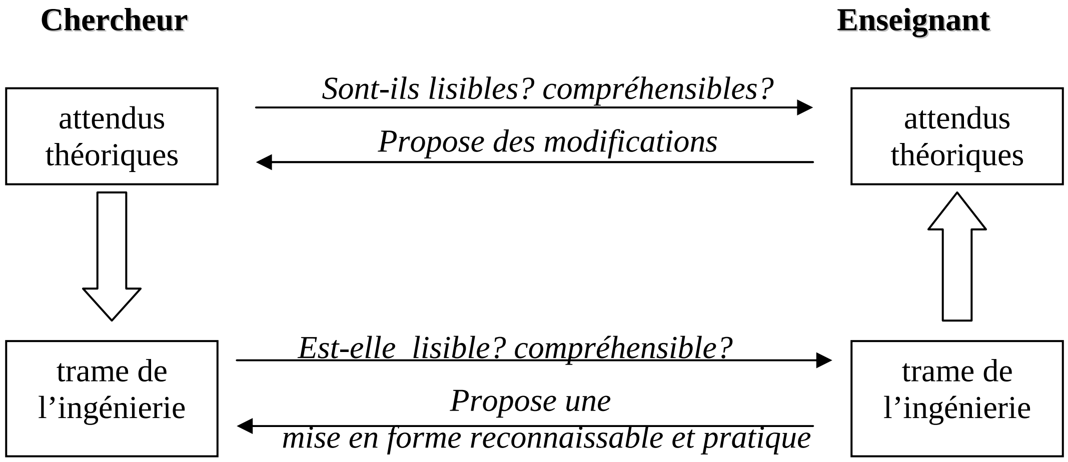
VI – 1.2 Séparation des documents utilisables en classe et des attendus théoriques

Il est apparu que les enseignants du terrain devaient pouvoir utiliser les fiches directement, sans lire obligatoirement la partie théorique. Mais parfois, il est nécessaire de leur indiquer un choix, une préférence, une non-utilisation volontaire de tel outil par exemple, se référant à un concept théorique développé dans la partie théorique. Pour ne pas alourdir la fiche directement utilisable en classe, la rubrique "Commentaires" joue ce rôle d'informations complémentaires et peut être imprimée si l'enseignant le désire.
Notre ingénierie sépare donc nettement les documents directement utilisables en classe (fiches de préparation et commentaires) de ceux consultables avant et/ou après la conduite des séances en classe (attendus théoriques) bien que des liens directs ou indirects existent entre les deux parties.

Pourquoi une telle dichotomie ?
Il est important de ne pas perdre de vue que chercheur et professeur d'école n'ont ni les mêmes objectifs de travail ni les mêmes contraintes. Chacun œuvre donc avec sa propre logique. Elles peuvent ne jamais se rencontrer. Mais elles peuvent aussi se rejoindre si l'un et l'autre connaissent les différences avec lesquelles ils abordent une même question. Et la

richesse de leurs échanges viendra de leurs différences face à un même questionnement. Le chercheur s'interroge sur une problématique dans un domaine bien déterminé. Ce sera l'objet de son travail. C'est un spécialiste. Il lui faudra ensuite imaginer une ingénierie pour mettre en application les concepts qu'il aura retenus. Il va lui consacrer toute son énergie pour la développer. Il dispose de temps pour le faire.
Le professeur d'école ne dispose pas de ce temps-là. Il doit prévoir, concevoir, organiser et gérer six heures de classe par jour et ce, dans toutes les disciplines pour assumer au mieux la polyvalence de son métier. Il se préoccupe d'abord d'une activité pédagogique définie ou à définir en relation avec des objectifs bien définis. Il a donc besoin d'outils pratiques directement utilisables. S'il le souhaite, il peut parcourir la partie théorique, selon ses besoins, ses désirs, du temps dont il dispose, pour s'informer, répondre à une interrogation, comprendre les choix de l'ingénierie.

Le schéma ci-dessous illustre la démarche qui fut la nôtre.



Chercheur et professeur d'école sont complémentaires à partir du moment où, d'une part, le chercheur se nourrit des besoins et difficultés rencontrées sur le terrain pour en faire un travail d'analyse et de recherche aboutissant à de propositions concrètes, et où d'autre part, le professeur d'école utilise le travail du chercheur en ayant à sa disposition les appuis théoriques justifiant l'ingénierie proposée, avec une nécessaire et indispensable adaptation à sa personnalité, sa pédagogie, son savoir-faire et les besoins de ses élèves.

VI – 1.3 Faisabilité sur les plans pédagogique et didactique

Comme nous l'avons précédemment évoqué, notre ingénierie a été conçue avec une progression en cohérence avec nos choix didactiques et pédagogiques. Aussi, les quatre séquences ne peuvent être conduites indépendamment ou dans un ordre différent sans des adaptations répondant à de nouveaux choix.

Ainsi, nous présentons la séquence à l'aide d'un texte court et d'un tableau général: ils la situent par rapport aux séquences précédentes, précisent quels seront les objectifs visés, définissent rapidement l'activité des élèves tout en proposant à l'utilisateur des liens directs avec la partie théorique à propos des concepts mathématiques abordés ou des choix

pédagogiques énoncés. (On trouvera l'exemple de la présentation de la séquence "Parallélogramme" en Annexe VI – 1.3).
Le tableau général de la séquence autorise un accès à toutes les séances aussi bien lors du 1er accès que lors d’une utilisation régulière.

Les fiches de préparation sont volontairement courtes et manipulables pour une utilisation plus facile en classe. On y trouve les rubriques classiques dévolues à ce type de document. Les tâches réalisables sont encadrées pour un meilleur repérage en situation. Les conditions d’organisation proposées sont toujours réalisables, quelle que soit la réalité du terrain à laquelle est confronté l’enseignant.

Les commentaires portent sur chacune des rubriques séparément et proposent photos, applets, explications supplémentaires, réponses possibles des élèves, recommandations particulières, etc. Certaines séances comportent également des fichiers annexes (menus et fichiers du logiciel de géométrie dynamique, fiches élèves).

VI – 2 Documents mis à disposition

Les documents de l’ingénierie MAGESI sont consultables sur le site Internet http://magesi.inrp.fr

Cette ingénierie comporte deux volets : Faire qui comporte tous les documents nécessaires à l'enseignement proprement dit, et Comprendre qui apporte les éclaircissements théoriques sur cette ingénierie. Dès la page d’accueil, l’utilisateur a le choix entre ces deux parties.

Nous avons retenu le principe d’un affichage distinct à l’écran de chaque rubrique de la fiche de préparation habituellement convenue. Mais l’ensemble des rubriques de la fiche de préparation est également affichable à l’écran et imprimable, généralement sur une seule page, afin de fournir à l’enseignant un document rapidement consultable en situation de conduite de classe. L’enseignant peut y joindre, s’il le souhaite, les commentaires associés destinés à l’aider dans sa préparation et sa conduite de classe.

VI – 2.1 Objectifs et commentaires

Une phrase d’introduction présente toujours l’activité de la séance. L’objectif général de la séance est rappelé puis ceux plus précis, nécessaires à la réalisation de cet objectif. Les commentaires apportent ici un éclairage théorique minimum pour s’assurer que l’enjeu de la séance auquel on souhaite parvenir est bien compris. (On trouvera 3 exemples un peu différents d'objectifs avec leurs commentaires en Annexe VI – 2.1)

VI – 2.2 Matériel et commentaires

Le matériel nécessaire à la conduite de la séance est clairement énoncé sur la fiche de préparation. Il est d’un usage courant. Il demande parfois une préparation spécifique (cordes, baguettes de bois, potence du fil à plomb…). Une photo ou quelques mots dans les commentaires proposent et/ou suggèrent des recommandations ou des petites astuces (on trouvera des exemples de commentaires de matériel dans l'annexe VI – 2.2).

VI – 2.3 Déroulement et commentaires

Nous proposons un déroulement que nous souhaitons voir s'approprier par l'enseignant qui l'utilisera. Il l'adaptera à sa pratique et à ses élèves. C'est pour cela que nous l'avons voulu synthétique. La consigne est clairement énoncée dans un encadré pour aller à l'objectif sans ambiguïté. Mais la conduite de la séance reste à l'initiative de l'enseignant qui s'appuiera à sa convenance sur la trame proposée et testée durant 4 à 5 années.

Nous indiquons également vers quoi il est nécessaire d'aboutir et proposons une énonciation possible, constituant par là-même un repère indispensable pour l'enseignant dans sa tâche d'adaptation à ses élèves et à sa pédagogie. (Annexe VI – 2.3)

ANNEXES

Annexe VI – 1.3 Exemple de présentation d'une séquence

Il s'agit de la séquence "Parallélogramme".

Cette séquence est la première de l'année de CM2. Il s'agit, en suivant le cadre théorique exposé dans la rubrique ***Comprendre****, de travailler sur la relation construite qu'est le parallélisme, en lien avec la perpendicularité et l'isométrie vues dans les séquences précédentes de CM1. Il est demandé aux élèves de construire deux droites parallèles puis un parallélogramme, dans différents espaces instrumentés. Cette séquence permet également de faire une synthèse de l'ensemble des propriétés des* ***quadrilatères particuliers****.*

Numéro	***Espace Instrumenté***	***But***	***Type de regroup[t]***
Séance n°0	*Plusieurs*	*Rappels sur les séquences de CM1*	*Classe complète*
Séance n°1	*Méso-espace du sol avec cordes*	*Notion d'écart constant*	*Demi-Classe*
Séance n°2	*Micro-espace de la feuille : Instruments divers*	*Construction de deux droites à écart constant*	*Classe complète*
Séance n°3	*Plusieurs*	*Lien entre parallélisme et perpendicularité*	"
Séance n°4	*Micro-espace de la feuille : Instruments divers*	*Vérification instrumentée des propriétés du parallélogramme*	"
Séance n°5	"	*Utilisation des propriétés pour les constructions du parallélogramme*	"
Séance n°6	*Micro-espace de l'écran : commandes du logiciel*	*Présentation des commandes du logiciel nécessaires pour la fin de la séquence*	*Demi-Classe*
Séance n°7	"	*Exercices dans l'environnement logiciel*	"
Séance n°8	"	*Transfert de la construction de deux parallèles dans le nouvel espace instrumenté*	"
Séance n°9	"	*Constructions de parallélogrammes utilisant des propriétés différentes*	"
Séance n°10	*Plusieurs*	*Propriétés et hiérarchie des quadrilatères vus. Illustration avec le logiciel.*	"
Séance n°11	"	*Evaluation sur reconnaissance et construction de parallélogrammes.*	*Classe complète*

La première séance de recherche de la construction de deux droites parallèles dans le méso-espace reçoit une solution dans l'espace de la feuille de papier dans la deuxième séance. Il y a alors réinvestissement dans le méso-espace dans la troisième séance. Le *parallélogramme est alors étudié dans l'espace de la feuille de papier, puis dans l'espace de l'écran de l'ordinateur avec le logiciel de géométrie dynamique. Les séances 6 et 7 pourront être regroupées si les élèves ont une pratique assez aisée du logiciel. Pour la séance 10, le travail peut se faire en classe complète si on dispose en classe d'un ordinateur et d'un vidéoprojecteur.*

Annexe VI – 2.1 Exemples d'objectifs et de commentaires d'objectifs .

Premier exemple : séance 1 de la séquence "Carré"

Objectifs

Objectif général : faire construire par les élèves un carré dans un méso-espace (sol de la cour de récréation ou sol d'une salle sans mobilier), avec des cordes.

Dans cette séance :
- travailler tout d'abord sur la modélisation d'un segment par marquage de deux points au feutre sur un morceau de corde tendue ;
- redonner des propriétés suffisantes pour avoir un carré ;
- faire résoudre le problème de la "fabrication" de 4 côtés de même longueur par superposition de segments marqués sur la corde.

Commentaires des objectifs

Il est impossible de faire des angles droits à vue dans le méso-espace et on ne dispose pas immédiatement d'un instrument à faire des angles droits dans cet espace. Il s'agit ici de faire comprendre aux élèves la nécessité de fabriquer un instrument ad hoc, et pour cela de chercher à faire un gabarit de l'angle droit "primitif" qu'est l'angle formé par une droite verticale et une droite horizontale. Il y a déjà, dans cette séance, passage de la notion de droites perpendiculaires à celle d'angle droit. C'est une occasion pour les élèves de voir que deux droites perpendiculaires forment 4 angles droits.

La séance est difficile car les élèves sont provisoirement en échec, mais absolument indispensable pour travailler sur le concept de perpendicularité.

Deuxième exemple : séance 7 de la séquence "Parallélogramme"

Objectifs

Objectif général : faire construire un parallélogramme dans l'espace instrumenté par le logiciel de géométrie dynamique.

Dans cette séance :
- présenter les autre commandes du logiciel nécessaires à la construction : "Milieu", "Cercle" et "Compas" ;
- insister sur la différence entre dessin à l'écran et figure définie géométriquement.

Commentaires objectifs

Les deux commandes Cercle et Compas ne sont pas liées à la même définition du cercle : la première correspond à un cercle donné par son centre et un point de sa circonférence, la deuxième correspond à un cercle donné par son centre et son rayon. Cette deuxième définition est utile pour construire des côtés opposés isométriques dans le parallélogramme.

L'objectif de l'exercice 3 est de montrer qu'une propriété réalisée à vue (cercles sécants) ne reste pas toujours réalisée dans les déplacements, et que la droite d'intersection qui dépend des deux cercles n'est pas toujours définie.

L'objectif de l'exercice 4 est de montrer également qu'une définition sous le seul contrôle perceptif simple ne suffit pas (Il est prématuré pour la plupart des élèves de faire une construction correcte de la tangente).

Troisième exemple : séance n°8 de la séquence "Parallélogramme"

Objectifs

Objectif général : faire construire un parallélogramme dans l'espace instrumenté par le logiciel de géométrie dynamique.

Dans cette séance :
- reprendre les constructions d'une droite parallèle à une droite donnée, avec écart constant ou passant par un point, vues dans les autres espaces instrumentés ;
- utiliser la commande "Compas" pour la construction utilisant l'isométrie ;
- présenter la commande "Droite parallèle".

Commentaires des objectifs

Les constructions sont les mêmes que dans les espaces précédents.
La construction d'une droite parallèle à une droite donnée à un écart donné demande le report de cet écart sur deux droites perpendiculaires : la difficulté réside dans l'emploi de la commande "Compas" pour reporter cette longueur.
La construction d'une parallèle à une droite donnée passant par un point demande l'utilisation de la propriété "deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles ».

Annexe VI – 2.3 Exemples de commentaires sur le matériel

Premier exemple : séance 2 de la séquence "Parallélogramme"

Il s'agit de construire deux droites parallèles sur une feuille de papier.

Matériel

Matériel nécessaire pour chaque élève :

- 2 (demi-)feuilles blanches aux bords découpés irrégulièrement : l'une avec une droite et un segment, l'autre avec une droite et un point extérieur à cette droite (on peut éventuellement les trouver en annexe)
- règle non graduée
- bandelette de papier (pas de compas)
- équerres et/ou gabarit de droites perpendiculaires sur transparents

Matériel nécessaire pour l'enseignant :
- quelques constructions faites sur transparents pour une vérification par les élèves (cf. éventuellement fichiers annexes)

Commentaires

Sur la première demi-feuille, on veillera à ce que le segment donné ne soit ni parallèle ni perpendiculaire à la droite et que sa longueur soit supérieure à la largeur du double-décimètre.
Sur la deuxième demi-feuille, on pourra faire varier l'écart (prévoir un double-jeu de transparents).
Le lot des instruments fournis est en principe connu des élèves. Le compas a été enlevé pour interdire la construction (à vue) de la tangente à deux cercles centrés sur la première droite et de rayon l'écart donné.

Les transparents avec le tracé de la parallèle demandée permettent aux élèves et à l'enseignant de vérifier rapidement leurs constructions (les "petites" erreurs seront difficiles à traiter...).

Deuxième exemple : séance 2 de la séquence "Carré"

Il s'agit dans cette séance de construire un carré dans un méso-espace (et plus particulièrement de (re)découvrir l'angle droit fait par une verticale et une horizontale).

Commentaires

L'angle droit est matérialisé par le fil se détachant sur un fond uni et une paille posée à la surface de l'eau.

Troisième exemple : séance 3 de la séquence parallélogramme

Il s'agit dans cette séance de construire des droites parallèles sur une feuille de papier

Commentaires

Si les élèves ont bien rejeté la construction de la tangente à 2 cercles dans la séance précédente, on peut leur laisser le compas pour reporter des longueurs.

Les transparents avec le tracé de la parallèle demandée permettent aux élèves et à l'enseignant de vérifier rapidement les constructions (les "petites" erreurs seront difficiles à traiter...).

Quatrième exemple : séance 9 de la séquence "Parallélogramme"

Il s'agit dans cette séance de construire des parallélogrammes sur l'écran d'ordinateur.

Commentaires

Le menu "para2.men" se présente comme suit :

Annexe VI – 2.3 Exemple de déroulement et des commentaires

Il s'agit de la première partie de la séance n°8 de la Séquence Parallélogramme : il s'agit de construire 2 droites parallèles sur l'écran d'ordinateur

- *<u>Phase 1</u> / collectif / <u>donnée de la tâche</u>*
Ouvrir ou faire ouvrir le logiciel et le fichier "para1.men".
Donner la tâche aux élèves.

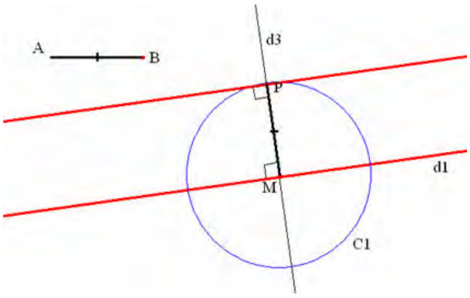
Construisez une droite et un segment. Avec les commandes dont vous disposez, reprenez la construction d'une droite parallèle à la droite donnée, située à une distance égale à la longueur du segment. Vérifiez votre construction avec le déplacement des objets attrapables (segment, droite ou points)

- *<u>Phase 2</u> / groupes de 2 /<u>essai de construction</u>*

- *<u>Phase 3</u> / collectif / <u>Bilan</u>*
Refaire en pas à pas la construction, en nommant les objets et en notant/montrant la ligne de programme correspondante.

Enoncé

d1:droite quelconque
segment AB
M : point de la droite d1
d3 : droite passant par M et perpendiculaire à d1
C1 : cercle (centre M, rayon A B)
P : intersection de la droite d3 et du cercle C1
d2 : droite perpendiculaire au segment PM passant par P



Donner à chaque élève l'encadré ci-dessus qui sera collé dans le journal de bord.

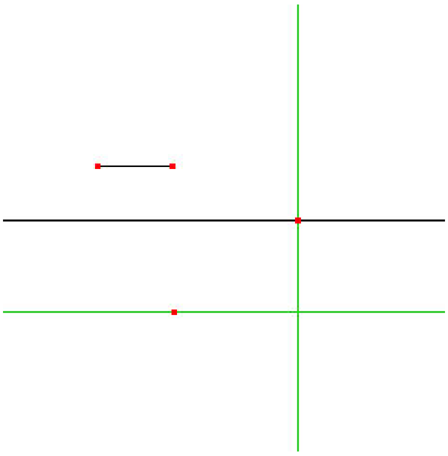
Commentaires

Les commentaires donnent les procédures possibles des élèves et les aides éventuelles à leur apporter. Pour cette partie, ils sont les suivants :

*Pour **la première tâche**, les réalisations possibles des élèves sont les suivantes*
- constructions à vue pour un bon nombre d'élèves : la direction des deux droites est souvent proche de l'horizontale, et l'écart est ajusté en déplaçant la seconde droite par son point de base (ce qui ne peut se produire si la commande laissée à la disposition des élèves est "Droite passant par deux points"). Nous avons mis en noir le segment et la première droite construits par les élèves et laissés les couleurs par défaut pour les autres constructions.

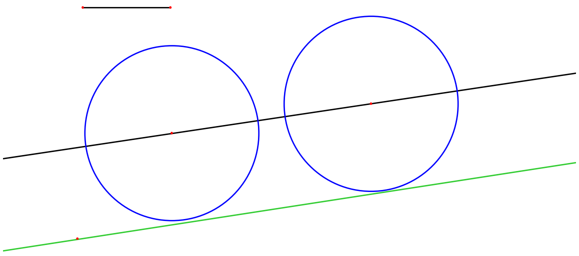
Cliquez sur l'image pour ouvrir l'applet et déplacer les objets.

- construction d'une (ou de deux) perpendiculaires à vue, et report de l'écart à vue.

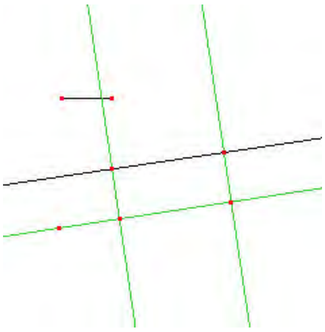


Cliquez sur l'image pour ouvrir l'applet et déplacer les objets.

- résolution en prenant en compte l'une des deux propriétés : deux écarts isométriques au segment donné avec utilisation de la commande "Compas" (et construction à vue d'une tangente aux deux cercles), un écart isométrique au segment donné et une tangente à vue, deux écarts pris sur des droites perpendiculaires (en réalisant à vue l'isométrie).



Cliquez sur l'image pour ouvrir l'applet et déplacer les objets.



Cliquez sur l'image pour ouvrir l'applet et déplacer les objets.

Dans tous les cas, les déplacements généralisés sur la droite construite doivent invalider la réponse. Beaucoup auront besoin d'étayage pour prendre en compte les deux propriétés en même temps et comprendre la construction donnée dans le bilan, plus aisée.

BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire,* Thèse de l'Université de Bordeaux I.

BERTHELOT R. (2000) *Quelques moyens pour placer l'espace au centre de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire, et pour préparer tant l'enseignement technique de l'espace que l'enseignement mathématique du premier cycle.*Atelier in Actes du XXVIIe Colloque COPIRELEM, Chamonix.

BROUSSEAU G. (1983) *Etude de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie*. Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique n° 45, LSD IMAG et Université J. Fourier, Grenoble.

BRUNER J. (1983) *Le développement de l'enfant. Savoir faire, savoir dire*. PUF, Paris.

HOYLES C. & NOSS R. (1996) *Windows on Mathematical Meanings. Learning cultures and computers*. Kluwer Academic Press.

LABORDE C. & CAPPONI B. (1994) *Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique*, Recherches en didactique des mathématiques Vol. 14 (1/2), pp. 165-210.

RABARDEL P. (1995) *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin, Paris.

RABARDEL P. (1999) *Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques.* Conférence in Actes de la IX^e^ Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, Houlgate.

ROLET C. (1996) *Dessin et figure en géométrie : analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-géomètre*, Thèse de l'Université Claude Bernard, Lyon.

VERGNAUD G. (1990) *La théorie des champs conceptuels*. Recherches en Didactique des Mathématiques vol 10 2/3 pp. 133-170.

VYGOTSKI L. (1985) *Pensée et langage (F. Sève, Trans.)*, Editions sociales, Paris.

EXPERIMENTATION EN MATHS : DE QUOI PARLE-T-ON ?

Thierry DIAS
Formateur associé, IUFM
Laboratoire LIRDHIST Lyon 1
thdias@wanadoo.fr

Résumé
L'article suivant propose une brève présentation du travail de Gérard Kuntz publié dans la lettre de la veille scientifique et technique de l'INRP à laquelle j'ai participé en tant que co-auteur avec Viviane Durand Guerrier. Cette lettre traite de la dimension expérimentale des mathématiques dans l'enseignement. J'en proposerai une lecture spécifique en essayant notamment de clarifier la notion d'expérimentation sur un plan épistémologique, mais aussi en abordant quelques principes didactiques qui lui sont corrélés.

I – QU'EST-CE QUE "LA LETTRE DE LA VST"

Ces lettres d'information sont des publications de la cellule Veille Scientifique et Technologique de l'Institut National de Recherche Pédagogique. Elles offrent un panorama relativement exhaustif des ressources mises à disposition sur le site de l'INRP. Elles traitent chaque mois d'une thématique en relation avec l'actualité française et internationale des recherches en éducation.

"Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques", dernier numéro en date de ces lettres, est une étude collaborative entre un auteur principal, Gérard Kuntz, et une équipe restreinte[1]. On peut à ce jour la consulter sur le site Educmath (http://educmath.inrp.fr/Educmath) dans la rubrique Etudes.

Elle propose dans une première partie une réflexion sur la question très actuelle du "pourquoi" de l'expérimentation dans l'enseignement des sciences. Les arguments avancés concernent à la fois les difficultés ressenties par les enseignants de REP dans la transmission des savoirs de leur discipline, mais aussi l'arrivée massive des outils TICE dans les cartables des collégiens. Enfin, est évoqué aussi comme argument la toute récente prise en compte de la transdisciplinarité au sein de dispositifs institutionnalisés comme les IDD et les TPE.

Vient ensuite l'inventaire des prescriptions institutionnelles prélevées dans les différents programmes de l'école, du collège et du lycée. C'est ici l'occasion de montrer que les textes

[1] Cette étude de MathEduc est le fruit d'une collaboration entre : l'auteur principal Gérard Kuntz (animateur de l'APMEP et du réseau des IREM), F. Poyet (Veille Scientifique et Technologique), F. Carraud (Centre Alain Savary, Lyon), V. Durand-Guerrier et T. Dias (IUFM et LIRDHIST, Université Lyon 1), L. Trouche (INRP).

institutionnels sont extrêmement nombreux et convergents sur la place à accorder aux démarches expérimentales au sein même de la discipline mathématique.

De nombreux exemples de mise en œuvre d'une démarche expérimentale dans l'enseignement des mathématiques illustrent pour terminer cette première partie de l'étude. Ils proviennent d'horizons multiples et internationaux, et témoignent d'une histoire déjà fournie sur les projets concernant la dimension expérimentale.

Mais l'introduction d'une dimension expérimentale dans l'enseignement des mathématiques n'est pas sans soulever des débats au sein de la communauté éducative, la lettre en propose alors une lecture personnalisée en présentant un certain nombre de questions parfois douloureuses.

II – EXPÉRIMENTATION EN MATHS : DE QUOI PARLE-T-ON

Expérimenter en mathématiques, pratiquer la démarche expérimentale, ces expressions ont dans la lettre comme dans les propos qui vont suivre un sens très défini. Il s'agit avant tout de ne pas assimiler l'expérimentation à une simple manipulation concrète qui serait en elle-même une source de connaissance. Expérimenter tel que nous l'entendons, n'a de sens que par ses articulations avec la formulation (dimension langagière au service de la communication) et la validation (par la preuve). Le va et vient entre théorie et expérience étant alors pour nous ce qui caractérise la démarche expérimentale.

En conséquence, le "défi" (terme que nous préfèrerons à difficulté) pour l'enseignement réside dans le développement et la mise en œuvre de situations d'apprentissage qui permettent ces allers-retours entre expérimentation et preuve.

II – 1 Un ancrage épistémologique

L'expérimentation en sciences ne prend pas racine dans la manipulation des objets du réel, mais dans les moyens que se donne le scientifique de se frotter à l'incertitude : sa raison d'être. Si révolution il y a (et surtout en mathématique), elle se situe bien dans la situation où la connaissance se trouve confrontée à ses propres doutes, à ses propres limites, à ses propres domaines de validité. Ainsi, et selon la démarche dite scientifique, apparaît-il nécessaire d'aller chercher à l'extérieur (hors de soi), la source d'une décision sans cela inaccessible[2]. On voit alors que la recherche provoquée par un dispositif externe à l'individu (mais néanmoins conçu par lui) n'est pas limitée à une manipulation sans intention d'objets sensibles, c'est-à-dire qu'elle se fonde toujours sur une théorie qui la précède.

L'expérimentation en tant que processus intentionnel, s'appuie sur l'activité de pensée qui n'a rien de "concret" a priori. Cette démarche fait intervenir des objets du monde grâce auxquels des allers-retours entre théorie et expérience sont générateurs de la construction de la connaissance scientifique.

-> l'expérimentation n'est pas une observation béate et spontanée.

[2] Conformément à l'origine latine du mot "experiri" qui signifie à la fois "essayer" et "éprouver".

Epistémologiquement parlant, c'est donc une rupture avec Aristote qui séparait l'objet mathématique de l'objet physique (la séparation ontologique : *chorismos*).

II – 2 Outils et objets

Si, comme l'affirme Paul Langevin dans "La pensée et l'action" : "Le concret, c'est de l'abstrait rendu familier par l'usage", les objets qui permettent l'expérimentation ne sont pas nécessairement des objets matériels. Ce sont des objets suffisamment familiers pour le sujet qui servent de domaine d'expérience pour construire des connaissances plus complexes. C'est par exemple le cas des nombres entiers et de leurs propriétés élémentaires pour la théorie des nombres.

Les objets dont il est question en mathématiques naissent de la pratique de celui qui les donne à voir, c'est là une des principales différences avec les autres disciplines scientifiques qui utilisent pour partie des objets extérieurs à l'activité de pensée de celui qui expérimente. En mathématiques, l'élève (ou plus généralement celui qui apprend) témoigne pour partie[3] de son activité par la production symbolique pouvant être assimilé à une sorte de "chosification" pour emprunter le paradigme à Conne[4]. Ces objets peuvent alors être soumis à des traitements instrumentaux divers comme on le pratique régulièrement au sein d'un laboratoire, ce qui permet aux mathématiques d'être envisagées comme une science expérimentale à part entière.

II – 3 Les mathématiques : une science expérimentale

L'expression "sciences expérimentales" n'est pas un pléonasme. Les deux mots de cet énoncé renvoient à quelques références implicites partagées par la communauté scientifique : une science dite expérimentale est au service de la compréhension du monde tel qu'il nous apparaît et nous questionne. Le média de cette compréhension est lié à l'activité de l'individu dans l'accès à la connaissance, activité le plus souvent instrumentée, parfois modélisée mais toujours guidée par la théorie. Une des finalités de ce système étant d'entretenir un rapport constant à la vérité.

Cette représentation certes un peu caricaturale dans son acception généralisante, n'en contient pas moins un certain nombre de constantes qui peuvent être apparentées à des critères de caractérisation.

- Chaque individu entretient un rapport médiatisé aux objets du monde, aux faits de la science. L'interprétation qui en naît se fait par confrontation à une théorie plus ou moins élaborée.

- L'accès à la connaissance est un projet d'activité du sujet s'appuyant sur un processus de type constructiviste.

- Le processus d'expérimentation s'accompagne nécessairement d'un projet explicatif et critique.

---

[3] Le reste de l'activité mathématique est mise à jour par la mise en mots, elle-même problématique du fait d'une indétermination sémantique quasi systématique.

[4] Choses et objets, mai 1997. Par F. Conne Distribué lors du workshop sur l'objet, fpse, 19.11.1999

- Le débat est possible, la réfutation des savoirs est toujours envisageable, la validation par la preuve est nécessaire.

- La modélisation et l'utilisation d'instruments sont des gestes qui caractérisent l'expérience scientifique. L’espace de mise en œuvre de l’activité est le « laboratoire ».

Autant de caractéristiques qui font des mathématiques une discipline dont l'enseignement se doit d'utiliser les démarches préconisées en didactique des sciences.

II – 4 Une question de démarche

Faire des mathématiques c'est avant tout résoudre des problèmes. L'enseignement de la discipline doit conduire à l'éducation des individus au raisonnement et à la réflexion, avec pour objectif de leur donner des outils pour observer le monde avec un esprit critique, autrement dit de leur permettre de se doter de connaissances pour le comprendre. L'enseignement des mathématiques a donc besoin de l'expérimentation comme méthode de recherche, d'investigation. Une démarche prônant l'observation réfléchie, l'expérience sur les objets (matériels ou de pensée), la formulation de conjectures, la tentative de preuve par le choix des données ou des arguments. Un projet scientifique qui peut d'ailleurs comporter un certain nombre de boucles répétitives dans la mesure où les conjectures sont des affirmations plus ou moins erronées puisqu'elles naissent parfois d'une observation d'expérience, parfois de l'imagination créative des individus.

La question du milieu de l'apprentissage est alors centrale dans le processus d'enseignement/apprentissage. Quels sont les dispositifs, les enseignants, les supports de travail, les matériaux, les conditions d'énonciation, la place de l'erreur qui permettent la mise en œuvre de la démarche d'investigation ? Telles sont les questions qui se doivent d'être étudiées pour étayer la recherche en didactique des mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

BLOCH I. (2001) "Différents niveaux de modèles de milieu dans la théorie des situations", *Actes de la 11ème école d'été de Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (2004) "Pour une nouvelle épistémologie scolaire", c*ahiers pédagogiques*, Paris, CRAP, n°427, pp. 34-36.

CONNE F. (1999) "Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne", in *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Les Presses de l'Université de Montréal

DIAS T., DURAND-GUERRIER V. (2006) "Expérimenter pour apprendre en mathématiques", *Repères IREM*, Metz, Topiques, n°60

GONSETH F. (1974) *Les Mathématiques et la réalité. Essai sur la méthode axiomatique*, Paris, Albert Blanchard.

HACKING I. (1989) *Concevoir et expérimenter*, Paris, Christian Bourgeois.

GEOMETRIE AU CYCLE 3 : OBJETS ET RELATIONS

Gérard GERDIL-MARGUERON
Professeur de mathématiques, IUFM de Grenoble
Equipe ERMEL - INRP
gerard.gerdil-margueron@wanadoo.fr

Résumé
Cette communication prend appui sur les travaux de recherche conduits, au sein de l'INRP, par l'équipe ERMEL. Cette dernière propose une ingénierie complète pour le cycle 3 structurée autour de l'apprentissage des relations géométriques. L'objet de cette communication est de s'interroger sur la place accordée aux objets dans cette ingénierie, sur les apprentissages réalisés sur ces derniers et notamment sur leur changement de statut au cours du cycle.

Mots clés : géométrie, objets, relations, propriétés, rectangle.

L'équipe ERMEL (Equipe de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole Elémentaire) est composée de formateurs en mathématiques venant de huit IUFM, d'un formateur en philosophie, de maîtres-formateurs et de conseillers pédagogiques.

I – OBJECTIFS, MÉTHODE DE TRAVAIL

I – 1. Objectifs

Nos objectifs ont été :

- de préciser pour le cycle 3 les enjeux, les contenus et les objectifs d'un enseignement visant le développement des compétences spatiales et géométriques ;
- d'élaborer, expérimenter, analyser des dispositifs complets d'enseignement (situations, modalités de mise en œuvre, analyses didactiques) cohérents pour l'ensemble du cycle 3 ;
- de conduire, dans le cadre de ces dispositifs, des investigations plus précises sur l'utilisation de phases argumentatives et les capacités des élèves qui y sont sollicitées.

I – 2. Méthode de travail :

Durant les six années qu'a duré notre travail, l'ensemble de l'équipe s'est réunie 3 à 4 fois par an pour concevoir l'ingénierie (réflexion sur les aspects théoriques, élaboration des situations) et pour analyser a posteriori les situations mises en oeuvre.

La progression complète a été expérimentée dans les classes. Aussi, parallèlement, nous avons mené des réunions régulières dans les équipes de sites pour l'analyse préalable des situations, l'observation et le recueil des données.

Environ 80 situations pour le cycle 3 ont été expérimentées plusieurs fois dans des versions successives.

L'ensemble donne lieu à un nouvel ouvrage de la collection ERMEL « Apprentissages géométriques au cycle 3 » à paraître en septembre 2006.

II – QUELQUES ÉLÉMENTS DE CADRAGE

II – 1. L'espace et la géométrie

Nous sommes convaincus qu'au Cycle 3, les connaissances spatiales des élèves doivent être consolidées. Mais la conduite d'activités dans le méso-espace ou le macro-espace est coûteuse et la description des situations liées à un espace particulier difficile. Aussi, nous avons conçu quelques situations reproductibles dans des espaces construits qui ont les caractéristiques du méso-espace ou du macro-espace ; l'objectif principal de ces situations étant l'élaboration de systèmes de repères par les élèves.

Pour la construction des connaissances géométriques, nos travaux nous ont amenés à mesurer l'importance du domaine spatio-graphique.

L'espace que nous appelons ainsi, à la suite des travaux de Colette LABORDE, peut être conçu comme un espace où les objets graphiques sont des représentations d'objets théoriques ou des modélisations d'objets spatiaux usuels.

La majorité des problèmes sont posés dans cet espace, sur des objets graphiques, pris pour eux-mêmes, ou dans une modélisation de l'espace physique fournie par l'enseignant, ou bien encore en référence à des objets théoriques.

II – 2. Les savoirs abordés en géométrie au cycle 3

Nous avons distingué trois classes de savoirs : les objets, les relations et les propriétés.

Les objets

Les objets à aborder au cycle 3 sont cités dans les programmes (point, segment, droite, rectangle, pavé…). Les termes correspondants peuvent désigner aussi bien des objets théoriques que des objets matériels existant dans l'espace sensible (il en est ainsi pour le rectangle par exemple). Il peuvent au contraire être spécifiques de l'espace sensible (trait, bord…) ou bien de la théorie (segment, droite…).

Au cours de la scolarité un même objet va changer de statut. Ainsi le carré est d'abord un objet « compact », perçu comme une forme globale ; il est ensuite un objet composé du point de vue des connaissances supposées de l'élève et conçu comme formé de quatre segments de même longueur, deux segments consécutifs étant perpendiculaires. Souvent, la conception première fait obstacle à l'apprentissage de savoirs « plus théoriques ».

Les relations

Le terme « relation » est utilisé selon son sens usuel en mathématiques ; il désigne des liens de la théorie pouvant exister entre les objets. Ces relations peuvent aussi être des modélisations de liens qui existent entre des objets de l'espace sensible. Il en est ainsi de l'égalité de longueur ou du parallélisme des deux bords d'une règle usuelle. Pour la géométrie plane au cycle 3, nous avons retenu l'alignement, l'incidence, l'égalité de longueurs , la perpendicularité, le parallélisme, le repérage et l'isométrie ou la similitude d'objets composés.

Les propriétés

Dans les programmes ou les manuels de l'école élémentaire ou du collège, le terme « propriété » est un terme générique qui n'est pas sans ambiguïté. Nous l'avons retenu en référence à des énoncés – assertion pouvant prendre les valeurs « vrai » ou « faux » - mobilisés à l'école élémentaire et préparant la mise en place de la géométrie du collège. Ces énoncés peuvent rendre compte de propriétés d'objets de l'espace sensible, être éventuellement des éléments d'une définition… (« un cube a 6 faces », « dans un rectangle, il y a quatre angles droits »). Ils relèvent souvent de constats établis dans l'espace spatio-graphique sur lesquels s'appuieront les axiomes de la géométrie au collège (que l'on nomme « propriétés » dans les programmes …) ou de futurs théorèmes (« si un quadrilatère a au moins trois angles droits alors c'est un rectangle »).

Notre choix

Ce sont ces relations qui structurent notre ingénierie.

Nous avons décidé de commencer par travailler sur les relations pour plusieurs raisons :

- étudier un objet, c'est étudier les relations qui le constituent ou qui le distinguent des autres ;

- c'est un moyen d'inciter les élèves, à passer du global à l'analytique pour la résolution de problèmes, ce que la simple description des objets perçus n'induit généralement pas ;

- les relations sont des éléments moins « apparents » pour les élèves que les objets d'où le recours à une représentation langagière ;

- les « évidences » spatiales sont moins présentes pour les relations que sur les objets usuels, ce qui oblige à des jugements plus « théoriques » .

Par ailleurs, nous avons cherché à faire apparaître les propriétés comme outils implicites pour résoudre des problèmes ou comme outils pour valider une solution, notamment dans des problèmes où la perception ne permet pas de prendre une décision ou, au contraire, amènerait une décision positive en faveur d'un résultat faux. Cependant, ces propriétés ne sont pas réellement des objets d'étude ; il n'est pas question à l'école élémentaire d'expliciter leur statut théorique, ni de viser une forme d'institutionnalisation comme ce sera le cas plus tard au collège.

III - DANS CETTE INGENIERIE STRUCTURÉE PAR LES RELATIONS, COMMENT S'ORGANISE L'APPRENTISSAGE SUR LES OBJETS ?

Les savoirs à aborder concernant essentiellement les objets et les relations, nous nous sommes souvent interrogés sur le sort réservé aux objets dans une ingénierie structurée par les relations. Cette question n'est pas anodine dans la mesure où les pratiques usuelles en géométrie à l'école réservent une place importante à l'étude des objets.

Pour apporter des éléments de réponse, nous nous appuierons sur le cas du rectangle, en présentant sommairement quelques situations concernant cet objet.

III – 1. Le rectangle pour « entrer dans la perpendicularité »

Une forme familière

Le rectangle est un objet spatial familier des élèves de l'école élémentaire. Dès la maternelle, ils manipulent des collections de formes comprenant toujours des rectangles et ont ainsi appris à distinguer un rectangle (« vrai » rectangle et non rectangle « presque carré ») d'autres formes comme le carré, le rond ou le triangle et à le nommer. Comme tout un chacun, ils vivent dans un environnement où de toute part, on peut identifier des rectangles. Il s'agit bien entendu d'objets spatiaux, perçus dans leur globalité et en aucun cas d'objets géométriques définis par des propriétés.

Un objet très « riche » du point de vue des relations

Perpendicularité de deux côtés consécutifs, parallélisme de deux côtés opposés, égalité de longueurs entre deux côtés opposés ou deux diagonales et même présence d'un centre de symétrie ou inscription dans un cercle dont les diagonales sont les diamètres… sont des propriétés en lien direct avec trois relations fondamentales à l'école : la perpendicularité, le parallélisme et l'isométrie.

Souhaitant aborder la perpendicularité par l'angle droit comme le demandent les programmes, nous avons choisi assez naturellement comme première signification rencontrée de l'angle droit : l'angle « d'un coin » d'un rectangle… Le quart de l'angle plein ou l'angle permettant un pliage « trait sur trait » viendront ensuite.

Nous avons ainsi cherché à utiliser les connaissances spatiales de l'élève portant sur des formes 2D pour aller progressivement vers une relation portant sur des droites, tout en sachant que, pendant longtemps, l'élève restera dans l'espace spatio-graphique et n'envisagera qu'une relation entre des traits. Dans leur article « *Les changements de regard nécessaires sur les figures* » paru dans le numéro 76 de la revue *Grand N,* Duval et Godin précisent aussi : *« Ce qui, d'emblée, est reconnu comme une forme 2D, ne se décompose pas perceptivement en un réseau de formes 1D. Autrement dit, il y a une priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D ».*

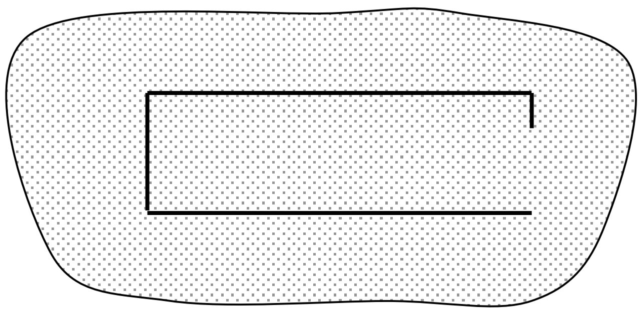
La situation « Rectangle à terminer 1»

Dans l'article cité ci-dessus, les auteurs se posent la question « *Comment amener les élèves à changer de regard sur les figures ? Comment les faire passer d'un regard centré sur les surfaces et leurs contours à un regard qui fait apparaître le réseau de droites et de points* *sous–jacent aux différentes figures étudiées à l'école ?* » et précisent « *Analyser une figure en fonction de la connaissance que l'on a des propriétés géométriques présuppose la déconstruction dimensionnelle des représentations visuelles que l'on veut articuler aux propriétés géométriques.* ». Nous avons construit cette situation avec une analyse très voisine des liens entre objet et relations qui le définissent, entre objet spatial et objet géométrique théorique.

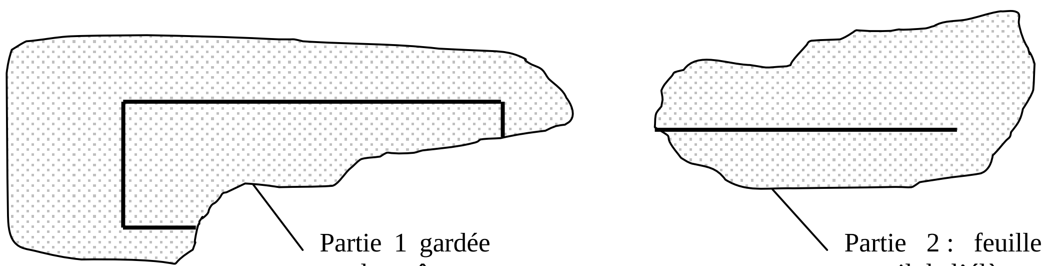
Nous proposons d'utiliser la connaissance qu'ont les élèves de cet objet global qu'est le rectangle pour identifier l'angle droit en isolant un de ses sommets. Ce faisant, nous centrons l'apprentissage sur une des relations présentes dans le rectangle et nous conduisons l'élève à occulter le parallélisme et les égalités de longueurs.

Pour l'élève, le problème mathématique posé est le suivant : construire de manière perceptive le « coin » d'un rectangle, un des deux côtés de ce « coin » étant donné

En pratique, l'élève est amené à considérer un rectangle dont un côté n'est pas terminé :



La mise en œuvre est la suivante : la feuille est coupée en deux parties, de façon à ce que seul un trait du « coin » en question soit présent sur la feuille de travail de l'élève. Il s'agit alors pour lui de reconstruire, sur la partie 2, le « coin » manquant en traçant « le second trait droit » de celui-ci. Il n'a pas accès à la partie 1, même « visuellement ». Dans un premier temps, ce sont des procédures perceptives qui sont visées, puisque, à ce stade, aucun apprentissage sur les outils relatifs à l'angle droit (gabarits, équerre…) n'a encore été organisé. L'élève dispose cependant d'une boîte à outils complète[1] lorsqu'il réalise cette tâche.



Les différentes phases de la situation permettront de travailler sur les différents « coins » du rectangle et de voir évoluer les procédures et les capacités de jugement des élèves sur la validité de leur production. Ce « coin » de rectangle sera une référence pour l'angle droit. Du point de vue du rectangle, cette situation permet de constater et formuler des propriétés comme « *à chaque coin du rectangle, il y a un angle droit* » ou bien « *dans un rectangle, il y*

---

[1] Le lecteur trouvera des informations précises sur le contenu de la boîte à outils dans l'ouvrage « ERMEL (2006). Apprentissages géométriques et résolution de problèmes. Hatier » pp 74 à 77.

a quatre angles droits » - même si cela n'est pas un objectif premier de cette situation. Ces propriétés peuvent d'ailleurs rester implicites mais faire l'objet d'un théorème en acte : « *Dès que j'ai identifié un rectangle, je peux me servir de n'importe lequel de ses « coins » pour construire un angle droit.* »

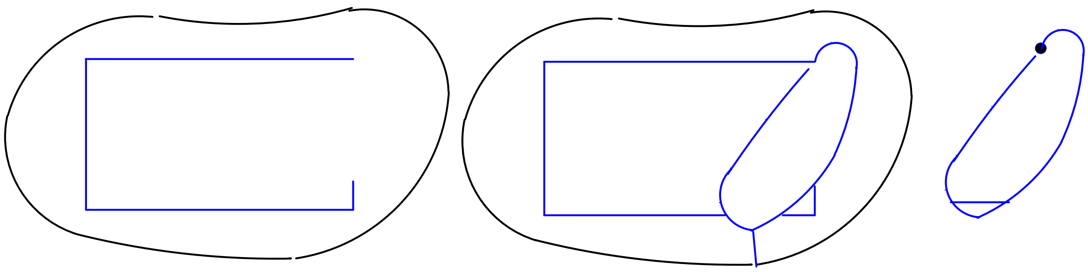
III – 2. De l'angle droit aux droites perpendiculaires

Après avoir conduit l'élève à rencontrer plusieurs significations de la perpendicularité au travers de l'angle droit au cours de la première année du cycle 3, nous continuons cette « déconstruction de la forme 2D » qu'est le rectangle pour aborder lors de la deuxième année de ce cycle la notion de droites perpendiculaires. Et une fois encore, ce sont les côtés consécutifs d'un rectangle qui vont servir de support à la tâche choisie ! Entre temps, les situations proposées auront permis à l'élève de construire (au sens défini par Rabardel) les différents instruments relatifs à la perpendicularité (gabarits d'angle droit, équerre, réquerre).

La situation « Rectangle à terminer 2 »

Le contexte et la tâche sont très voisins de ce qui a été présenté ci-dessus.

Le problème pratique est analogue à celui de la situation « Rectangle à terminer 1 » ; il s'agit encore de terminer un rectangle, mais bien entendu, le découpage de la feuille est différent comme l'indiquent les dessins ci-dessous.



Le premier dessin correspond à la feuille présentée pour la communication du problème ; le deuxième à la partie du « puzzle » gardée par le maître et le dernier correspond à la feuille de travail de l'élève.

Pour l'élève, le problème mathématique posé est donc cette fois : construire un segment, passant par un point donné, perpendiculaire au support (non tracé) d'un segment donné (le fragment du côté en jeu du rectangle).

Du point de vue de la perpendicularité, cette situation permet de passer de l'angle droit (forme 2D) aux droites perpendiculaires et d'obtenir des formulations comme « *Quand deux traits sont perpendiculaires, si je les prolonge, je peux toujours marquer quatre angles droits.* » par exemple. Du point de vue du rectangle, c'est encore l'occasion de travailler la perpendicularité des côtés consécutifs et de faire formuler cette propriété en utilisant la terminologie « droites perpendiculaires ».

III – 3. Plusieurs relations pour un même objet

Dans la progression que nous proposons, nous n'utilisons pas l'objet rectangle pour introduire d'autres relations que la perpendicularité afin que celui-ci reste une référence forte de ce concept. Cependant, après avoir introduit les concepts de parallélisme et de distance, nous allons proposer des problèmes de construction du rectangle en jouant sur les éléments donnés de façon à permettre l'explicitation de propriétés de cet objet.

La situation « Construire un rectangle»

Cette situation met en scène plusieurs problèmes de construction d'un rectangle.

Problème 1 : Construire un rectangle dont on connaît un sommet

Pour résoudre ce problème, dans une première phase, tous les outils habituels sont disponibles. Les procédures visées ici relèvent de tracés relatifs à la perpendicularité des côtés consécutifs et ce sont effectivement celles qui sont obtenues spontanément dans les expérimentations.

Dans une seconde phase, aucun outil n'est disponible. Il s'agit alors pour l'élève de mettre en œuvre des procédures de construction de droites perpendiculaires en utilisant le pliage.

Il est essentiel que les élèves perçoivent qu'il est possible de construire un rectangle sans utiliser de mesure et ce problème leur en donne l'occasion.

Dans les mises en commun, on arrive alors à des constats comme :

– *« Pour vérifier si c'est un rectangle avec les instruments, on doit vérifier si les quatre angles sont droits. » ;*

– *« Quand je trace, si je fais trois angles droits et que je vérifie le quatrième, c'est bien un angle droit. » ;*

– *« S' il y a quatre angles droits, ça suffit, les côtés sont égaux deux à deux. » ;*

– *« Si on raccourcit un trait, on voit bien qu'on n'aura plus un angle droit. » ;*

– *« Pour dire que ce n'est pas un rectangle, on peut le dire dès qu'on a trouvé un angle pas droit. »*

Ces propriétés constatées sont ainsi l'occasion d'aller vers cet objet géométrique théorique complexe qu'est le rectangle, de percevoir dans cet objet les liens de dépendance entre des perpendicularités construites et des égalités de longueur obtenues.

Problème 2 : Construire le quatrième sommet d'un rectangle dont on connaît deux côtés consécutifs (ou trois sommets) en utilisant une règle non graduée et un compas puis terminer le rectangle

C'est l'égalité de longueur des côtés opposés qui est visée ici, les reports de longueur s'effectuent au compas. Cela permet, d'une part, d'éviter le recours à des procédures de construction basées sur la mesure - celles-ci masqueraient les propriétés géométriques utilisées – et d'autre part d'installer le compas comme outil de report de longueurs.

La validation pratique s'effectuant par vérification des trois autres angles à l'équerre, ce problème donne l'occasion de constater que, grâce à cet objet qu'est le rectangle, il est possible, sous certaines conditions, de construire « de la perpendicularité » en construisant « de l'égalité de longueur ».

Les techniques usuelles de production de parallélisme faisant toutes appel soit à l'égalité de longueurs, soit à de la perpendicularité, il est difficile de poser un problème de construction de rectangle débouchant sur des procédures n'utilisant que le parallélisme. Cependant, les problèmes de réinvestissement ci-dessous vont donner lieu lors des mises en commun à des constats dans lesquels la propriété de parallélisme des côtés opposés est explicitée. C'est notamment la discussion sur le nombre de solutions qui va conduire à des constats comme : « *on a plusieurs solutions (une infinité…) et tous les côtés BC possibles sont parallèles entre eux.* » dans le problème 3.

Problème 3 : un côté est donné (ou bien deux sommets).
Problème 4 : un côté et un point du côté opposé (différent des sommets) sont donnés.
Problème 5 : Un point de chacun des côtés, différent des sommets, est donné.

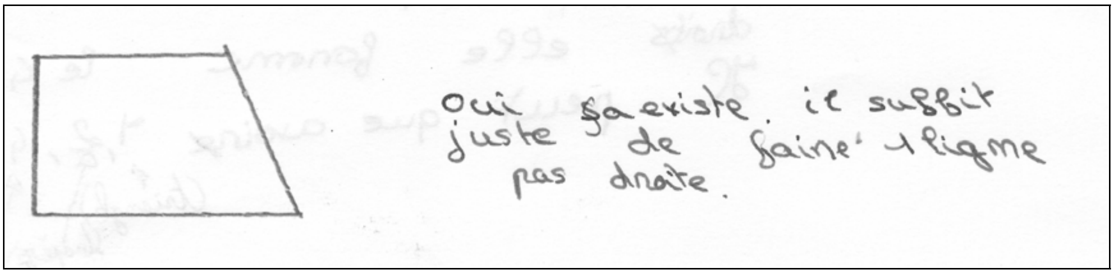
III – 4. Un problème théorique en fin de cycle 3

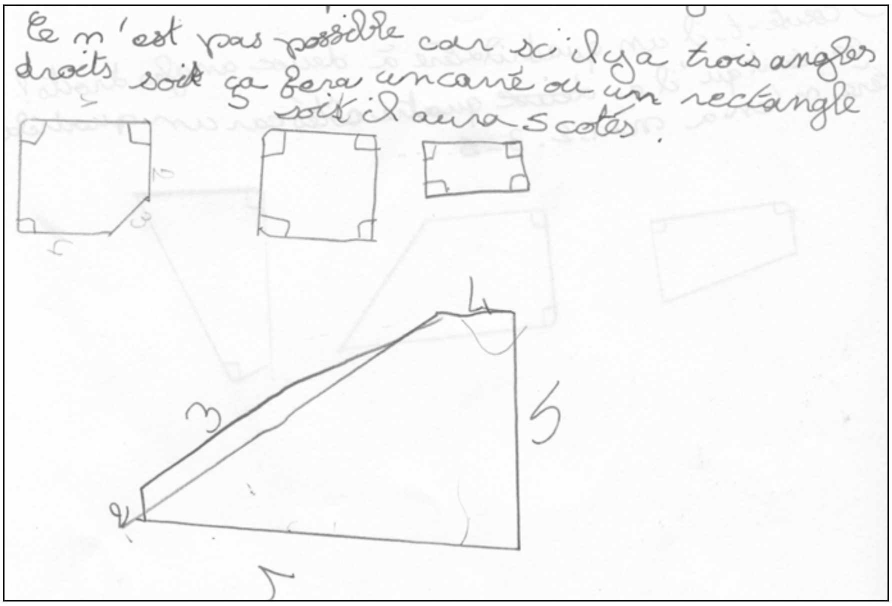
Au cours du cycle 3, le rectangle a progressivement changé de statut, passant d'un objet spatial global identifié perceptivement à un objet géométrique du domaine spatio-graphique muni de propriétés géométriques mettant en relation ses côtés.

Nous proposons alors un problème plus théorique : « Est-il possible de construire un quadrilatère qui a deux angles droits ? Est-il possible de construire un quadrilatère qui a trois angles droits ? ». Bien entendu, à ce niveau, même si cela n'est pas explicité, il ne s'agit pas de « *au moins deux* » ou « *au moins trois* » mais bien de « *exactement deux* » ou « *exactement trois* ».

La résolution va alors se faire soit dans le domaine spatio-graphique (production d'un schéma commenté), soit dans le domaine « théorique » avec des arguments relevant de propriétés certes souvent mal formulées mais bien support d'argumentation comme : « *si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles* » ou « *si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre* ».

Exemples de productions d'élèves de CM2





Non, impossible
Parce que il y aura 2 droites parallèles, une autre perpendiculaire aux deux droites alors on va rejoindre par un autre segment et ça fera 4 angles droits et non 3

Non,
Il y aurait 5 côtés
Il y aurait 4 angles droits
Il faudrait qu'il y ait 2 droites parallèles et aussi deux droites parallèles

IV - CONCLUSION

Le document d'application des programmes de 2002 pour le cycle 3 précise dans le texte introductif de la partie « Espace et géométrie » que « *l'objectif principal est de permettre aux élèves de se familiariser avec les objets du plan et de l'espace et de passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par un recours à des instruments et par la connaissance de propriétés* ».

Cela sous-entend donc que les propriétés possibles des objets puissent être identifiées, que ce soit par la perception ou par l'usage des instruments. En géométrie plane, les invariants qui fondent ces propriétés sont issus de relations comme l'alignement, la perpendicularité, le parallélisme, l'égalité de longueur. S'appuyant sur les connaissances spatiales des élèves et notamment celle des objets 2D usuels de l'espace sensible, leur construction impose des allers et retours permanents entre objets et relations. Ce faisant, les objets changent de nature pour progressivement devenir des objets géométriques théoriques définis par des relations entre leurs constituants, qu'ils soient objets 1D ou points.

A travers l'utilisation de l'objet rectangle tout au long de l'ingénierie proposée par l'équipe Ermel pour le cycle 3, nous avons mis en évidence la contribution de cet objet familier à la construction du concept de perpendicularité mais aussi comment la résolution de problèmes dans lesquels les relations usuelles apparaissent comme outils de solutions permet une connaissance de l'objet géométrique associé à l'objet initial de l'espace sensible.

BIBLIOGRAPHIE

ERMEL (2006). *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes*. Hatier

Berthelot R, Salin M.H. (1994). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Grand N n°53. IREM de Grenoble.

Berthelot R, Salin M.H. (1995). Savoirs et connaissances dans l'enseignement de la géométrie. *Différents types de savoirs et leur articulation*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Duval R, Godin M. (2006). Le changement de regard nécessaire sur les figures. *Grand N n° 76*. IREM de Grenoble.

Laborde C (1990). L'enseignement de la géométrie. *Recherches en didactique des mathématiques, vol 9/3*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Rabardel P (1995). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. *Actes de la 10ème école d'été de didactique des mathématiques.* ARDM.

LE JEU COMME MODÉLISATEUR DES SAVOIRS MATHÉMATIQUES

Didier Faradji
Concepteur de jeux mathématiques
Intervenant extérieur en formation continue
Le Carré Musical Paris
Didier@faradji.fr

Résumé

Dans ce texte, Didier Faradji propose aux enseignants de moyenne et grande section de maternelle d'aider leurs élèves à appréhender la notion de différence entre deux nombres et à parvenir ainsi à construire par eux-mêmes « la transformation de la quantité » au moyen d'un jeu intitulé le Quadruplay.

Préambule

Les mathématiques mettent en oeuvre des principes, des objets, des notions et des outils qui, de par leur caractère abstrait échappent naturellement à nos sens parce qu'ils sont par nature hors de notre portée. L'investigation est un moyen de nous les faire découvrir. Pour cela, il faut d'abord les rendre accessibles à notre entendement. L'observation est la voie privilégiée pour nous en révéler leur existence. Grâce à elle, on peut comparer des faits, les interroger, proposer des réponses et les contrôler en les rapprochant les unes des autres. Ces faits et leur contrôle au moyen du raisonnement, constituent à proprement parler l'expérience. L'expérience est le procédé idéal que nous ayons pour nous instruire sur la nature des choses qui sont en dehors de nous. « L'observation montre et l'expérience instruit » disait Claude Bernard (Introduction à l'étude de la médecine expérimentale).

La démarche du créateur de jeux mathématiques telle que je l'envisage, procède de cette méthodologie. Celle de créer des univers ludiques et mathématisés dont l'utilisation est mue par une double finalité, - celle de pouvoir provoquer artificiellement l'apparition d'objets ou de concepts mathématiques qui, dans la réalité appartiennent au monde des idées et qui de manière courante et régulière n'auraient jamais pu se présenter aussi directement à l'observateur. – Celle de proposer au joueur d'atteindre un objectif en mettant en oeuvre une stratégie qui induira le recours auxdits objets et concepts que le jeu hissera au rang de phénomènes. Grâce au jeu, ce qui est hors de notre portée peut devenir observable et accessible à nos sens. Dans le jeu, la notion mathématique se fait objet pour devenir ensuite un outil (Douady) que l'élève mobilisera de manière autonome.

I- LA MODÉLISATION D'UNE COMPÉTENCE : LA TRANSFORMATION DE LA QUANTITÉ

I – 1 Que doit on entendre par transformation de la quantité ?

Avant de créer le Quadruplay, je suis parti du constat selon lequel un grand nombre d'élèves de Grande Section de maternelle réussissaient à dénombrer avec aisance de grandes collections sans parvenir toutefois à transformer correctement la quantité.

Je définis la « transformation de la quantité » comme l'opération mentale qui nous permet de déterminer le nombre d'éléments qu'on doit ajouter ou retirer à une collection pour qu'elle atteigne une quantité désirée.

Cette compétence, qui est mentionnée à la page 29 des documents d'accompagnement des programmes de mathématiques 2002, aurait pu échapper au champ de mes préoccupations créatives si de manière constante et concordante elle ne m'avait pas été signalée par des pédagogues (IEN, CP, formateurs mathématiques) qui voient en elle, lorsqu'elle est bien assimilée, une des principales raisons de la réussite en mathématiques des élèves entrant en cours préparatoire. Cette compétence permet à l'élève de se représenter le nombre dans ce qu'il a de plus abstrait et de l'utiliser non plus uniquement comme un outil devant servir pour effectuer un dénombrement mais également et plus principalement comme d'un outil de contrôle des quantités.

La transformation de la quantité est une compétence difficilement transmissible dans la mesure où elle s'appuie sur le concept de nombre pris non plus comme l'indicateur d'une quantité préhensible ou dénombrable par le comptage mais utilisé comme outil mental pouvant servir à opérer sur une quantité représentée abstraitement que l'on peut accroître ou diminuer à loisir.

Il est difficile de dire comment la transformation de la quantité se construit et quelles sont les étapes qu'il faut suivre pour pourvoir à sa transmission. On sait en revanche qu'il n'est pas possible d'agir correctement sur le nombre tant que cette compétence n'a pas été construite.

Il apparaît ainsi également très clairement que l'élève qui ne parvient pas, en début de cours préparatoire, à transformer correctement une quantité aussi faible soit-elle peut être mis de manière injuste et durable en position de fragilité au regard de ses apprentissages mathématiques.

Reste pour l'enseignant de Grande Section un défi pédagogique de première importance à relever :

Comment aider un élève à construire une compétence aussi abstraite que celle qui touche à la transformation de la quantité sans pour autant l'amener à recourir de manière explicite aux mécanismes opératoires de l'addition et de la soustraction et à l'utilisation de l'écriture chiffrée ?

Pour illustrer ce que pourrait être la mise en oeuvre du principe de la transformation de la quantité, je me propose d'utiliser la situation didactique suivante :

J'ai cinq timbres dans une enveloppe. Que dois-je faire pour qu'il en reste trois ?

Le raisonnement utilisé bien qu'en apparence évident est en réalité subtil.

- Il part d'une simple situation de dénombrement mais ne se limite pas à celle-ci :

  Combien ai-je d'objets dans cette collection ?

- Il se poursuit par une approche de l'écart numérique.

  Combien en ai-je en plus ou combien en ai-je en moins ?

- Par une conclusion :

  Combien m'en faut-il en plus s'il m'en manque ou combien m'en faut-il en moins si je n'en ai trop.

- Il se termine par une vérification :

  Est ce que j'obtiendrai la quantité d'objets désirée si j'en ajoutais tant ou si j'en retirais tant ?

Cette problématique étant posée, je me suis mis en recherche d'un principe ludique qui modéliserait de manière évidente cette compétence délicate à construire qui suppose que l'on puisse à la fois abstraire le nombre, le garder en mémoire et s'en servir non seulement comme indicateur de quantité mais aussi comme d'un outil lui permettant de modifier celle-ci.

Il s'agissait pour moi de trouver un principe de jeu qui placerait l'enfant en situation de modifier une collection d'objets par actions successives jusqu'à ce que celle-ci atteigne une quotité précise définie à l'avance.

I – 2 Les contraintes du modèle

Le protocole de recherche tel que je me le suis fixé tient toutefois à quelques contraintes :

- Le principe de jeu doit être d'une abstraction totale et ne pas s'inspirer de situations empruntées à la vie quotidienne. Les compétences construites à travers le jeu mathématique doivent pouvoir être aisément transposables à des situations aussi éloignées que possible du contexte dans lequel elles ont été construites.

- Il doit placer l'élève devant un problème à résoudre dont la solution conduira à la construction de la compétence visée par la finalité didactique du jeu. Il s'agit ici de la transformation de la quantité.

- L'enfant doit oeuvrer sur des collections fixes et non mobiles. Les collections fixes n'étant pas préhensibles, leur utilisation par le joueur nécessite un plus fort degré d'abstraction et force le recours préalable à la représentation du concept de nombre.

- Ces collections doivent être inégales entre elles. Il s'agit de montrer comment un même nombre peut être construit à partir d'autres nombres différents les uns des autres.

- Le jeu doit se dérouler en interaction avec un adversaire et créer entre les joueurs un conflit devant générer chez eux de la rigueur, de l'anticipation et du dépassement de soi.

- Le jeu doit être accessible à l'enfant à partir de la Moyenne Section.

- La règle du jeu doit être simple et demeurer la même quelque soit le niveau des joueurs.

- Le jeu doit apparaître comme un système c'est à dire une construction théorique cohérente sur laquelle le joueur peut agir positivement en faisant preuve de déduction et d'anticipation.

- Le jeu doit placer les joueurs au devant de problèmes qu'ils doivent résoudre par la seule puissance de leur raisonnement et au moyen de leurs premières connaissances des nombres aussi modestes soient-elles.

- Le jeu ne doit pas se vider de son ressort ludique sitôt la compétence visée acquise. Il doit pouvoir être pratiqué comme tout autre jeu de société par un élève de Cycle 3, de collège et bien entendu par des adultes.

I – 3 Présentation du Quadruplay

L'idée de départ consistait à demander à l'enfant de construire un nombre qu'il sait déjà reconnaître : en l'occurrence le nombre 4 en l'amenant à envisager l'écart numérique pouvant exister entre ce nombre et ceux qui entretiennent avec lui un rapport de proximité et l'initier par là même aux situations additives et soustractives. Une collection comprenant jusqu'à 4 éléments présente l'avantage d'être reconnue par l'élève sans recourir au comptage) et se prête donc bien aux combinaisons que l'on peut exercer sur ce nombre. Celui-ci est à la fois simple et suffisamment complexe pour servir de base à la résolution des premières opérations. En offrant à l'enfant la possibilité de construire ses premières compétences en oeuvrant sur le nombre 4, le Quadruplay constitue un bon point de départ pour travailler ensuite « la transformation de quantité » sur des collections plus importantes.

I – 3.1 La description du jeu

Le Quadruplay est un jeu numérique composé de 9 constellations disposées en carré contenant 0, 1, 2 ou 3 points (voir plateau en annexe 1). Pour symboliser le nombre 0 le jeu va recourir au principe de la case vide. Les cases contenant 0 ou 2 points sont en triples exemplaires. Il y a deux cases contenant 1 points. La case contenant 3 points est unique.

I – 3.2 La règle du jeu

Les joueurs disposent de 4 anneaux. A tour de rôle, ils les déposent sur le plateau en essayant de réunir quatre constellations totalisant quatre points. Par un jeu de blocage, ils tentent d'atteindre l'objectif fixé par le jeu tout en empêchant l'adversaire d'y parvenir avant.

Une fois les huit anneaux posés et si personne n'a réuni 4 points, les joueurs poursuivent cet objectif en déplaçant à tour de rôle un de leurs anneaux en le faisant glisser d'une case à l'autre en suivant les traits du quadrillage. Le premier qui totalise 4 points avec ses 4 anneaux a gagné. Quand on ne peut pas jouer, on doit passer son tour.

II – L'EXERCICE DE LA TRANSFORMATION DE LA QUANTITÉ

En jouant au Quadruplay, les élèves recourent à des stratégies fondées sur la recherche d'une différence. Celle-ci fait intervenir le principe de la soustraction à chaque fois que l'on cherche à accroître ou à diminuer son total de points en déplaçant un anneau.

La pratique du Quadruplay vise l'acquisition de plusieurs compétences étroitement liées entre elles. On peut citer : l'approche du concept de quantité, la construction d'une

collection équipotente à une collection donnée sans qu'elle soit disponible, l'initiation aux situations additives et soustractives.

En jouant, l'élève utilise le concept de zéro sans avoir à le matérialiser par un signe, ne recourt pas aux nombres sous la forme d'image chiffrée.

En jouant, l'enfant comprendra que les problèmes posés par le jeu peuvent être résolus grâce aux nombres et uniquement avec ceux-ci.

II – 1 De la construction du nombre à l'approche du concept de quantité

La représentation du concept de nombre peut être considérée comme effective dès que l'enfant parvient à mettre en équivalence deux ensembles numériques dont l'un n'est pas marqué physiquement. C'est précisément cette compétence que le Quadruplay vise au premier chef. Ainsi, il est utile de s'interroger, lorsque l'on joue à ce jeu, sur les différentes manières de décomposer 4 en quatre nombres puisque l'objectif du jeu exige que le joueur parvienne à atteindre ce nombre cible en additionnant quatre petites valeurs.

Il existe trois configurations gagnantes possibles : 2, 2, 0, 0

2, 1, 1, 0

1, 3, 0, 0

II – 1.1 La décomposition du nombre 4 en quatre autres valeurs

- ***Construire une collection de 4 points en additionnant quatre quantités : La dépose des anneaux***

Au début du jeu, l'enfant cherche à totaliser le plus rapidement possible 4 points en déposant ses deux premiers anneaux. Il est ainsi tenté d'occuper les cases contenant 3 et 1 point ou les deux cases contenant 2 points. Il ne pense pas à introduire au départ le zéro. Il compte ensuite avec celui-ci en lui faisant jouer le rôle d'un élément neutre lorsqu'il a atteint 4 points ou s'il a dépassé ce total. Il apprend peu à peu à obtenir 4 avec ses 4 anneaux puis il mémorise les configurations gagnantes et les différentes décompositions de ce nombre en quatre autres valeurs (le zéro étant compris).

Rapidement il parvient à additionner deux puis trois et quatre collections de points.

Ainsi, à travers la résolution de petits problèmes additifs ou soustractifs que lui pose le jeu, l'enfant découvre les fonctions du nombre comme représentation de la quantité et comme outil servant à le renseigner sur celle-ci. Par le jeu de la répétition, le Quadruplay amène l'élève à construire un nombre en le décomposant en d'autres nombres plus petits. Lors des séances de jeu, il est à même de donner à chaque fois le nombre d'objets qu'il doit ajouter ou retirer à une collection existante et dire ainsi s'il en manque ou s'il y en trop.

La part de calcul mental que le jeu induit est conséquente. L'essentiel de la difficulté réside toutefois dans la justesse de l'opération mentale utilisée, celle qui permet à l'enfant de programmer une action et d'anticiper un résultat sans qu'aucune consigne n'induise le moyen à utiliser.

Une fois la transformation de la quantité acquise dans le cadre de pratiques régulières du Quadruplay, l'élève peut aisément mobiliser cette compétence pour traiter des collections plus importantes n'excédant toutefois pas 10 éléments. Et de ce point de vue, il apparaît surprenant de voir des élèves qui pratiquent en autonomie le Quadruplay passer sans aucune difficulté sur l'Octuplay. Dans ce dernier jeu (Plateau de l'Octuplay en annexe 2), le principe du jeu reste le même. Son objectif consiste à atteindre 8 points avec ses quatre anneaux et non plus 4. Le contenu des cases a toutefois été incrémenté d'un élément et les cases vides ont disparu.

Ces jeux offrent l'avantage de la progressivité. Ce que l'enfant est capable de faire sur de faibles quantités, il peut ensuite le reproduire sur des quantités plus grandes. La difficulté d'ordre didactique que le jeu prend bien en charge réside surtout dans l'amorçage de la compétence et dans sa consolidation. La progression sur les quantités s'effectue ensuite de manière linéaire selon des paliers qu'on situera pour le premier au niveau de la dizaine.

II – 1.2 La transformation de la quantité

- ***Modifier le cardinal d'une collection en lui ajoutant ou en lui retirant quelques éléments : le déplacement des anneaux***

Une fois que les deux joueurs ont déposé leurs quatre anneaux sur le plateau sans être parvenu à l'objectif, ils doivent alors déplacer tout à tour un de leurs anneaux.

Pour parvenir à l'objectif numérique fixé par le jeu, ils doivent soit accroître soit diminuer leur total de points et résoudre par là même des petits problèmes liés à l'augmentation ou à la diminution d'une quantité.

Par le jeu, le jeune enfant va dépasser les simples possibilités du dénombrement pour faire appel au nombre 4 qu'il mettra en oeuvre dans de petits problèmes additifs et soustractifs auxquels le jeu le confrontera continuellement.

La pratique du Quadruplay l'aide à franchir une nouvelle étape, celle qui lui permet de passer du dénombrement au calcul. Grâce à lui, le joueur construit le nombre quatre ainsi que tous ceux qui lui sont proches dans la chaîne numérique.

Il parvient ainsi à décomposer une collection en plusieurs parties sans jamais perdre de vue le tout. En jouant, l'enfant devient ainsi peu à peu capable d'ajouter ou de retirer mentalement un ou plusieurs éléments à la collection qu'il vient de dénombrer sans avoir besoin de tout recompter.

Les points contenus dans les cases ne pouvant pas être appréhendés ou déplacés, l'enfant est obligé de transformer son total de points en substituant une collection par une autre en déplaçant un de ses anneaux vers une case voisine.

L'enfant n'accroît donc pas son total de points par ajouts de points mais en comparant le nombre d'éléments contenus dans une case avec celui d'une case voisine et en recourant à la notion d'écart numérique. Si la case d'origine contient 1 point et la case d'arrivée 3 points, en déplaçant son anneau de la case 1 vers la case 3, on substitue la case 3 à la case 1 et on augmente le total de 2 points.

Au moyen du Quadruplay, il devient possible d'anticiper des actions élaborées mentalement ayant pour but de modifier le cardinal d'une collection, de contrôler a priori les modifications qui vont intervenir en simulant les coups à jouer et de vérifier a posteriori les résultats obtenus par le comptage. Il est donc possible de faire entrer l'élève au moyen de ce jeu dans des activités de résolution de problème visant à développer chez lui sa capacité à chercher.

III – L'INTRODUCTION DU JEU DANS LA CLASSE

III – 1 Comment pratiquer le jeu en classe ?

III – 1.1 La pratique en deux petits groupes de quatre joueurs sur deux plateaux de jeux : 8 enfants au maximum

L'enfant a besoin au départ d'être guidé par l'adulte dans l'apprentissage du jeu. Aussi, on suggèrera à l'enseignant de réunir autour de chaque plateau de jeux un ou deux groupes de quatre élèves qu'il guidera dans la phase de découverte et dans celle d'appropriation du jeu tandis que le reste de la classe participera en toute autonomie à des activités qui leur seront tout spécialement destinées.

III – 1.2 La pratique du jeu en situation collaborative

Il existe plusieurs manières de pratiquer un jeu mathématique en classe. L'objectif est d'amener l'enfant à délaisser les stratégies aléatoires pour le faire entrer dans la réflexion, l'anticipation, calcul mental ou le calcul réfléchi. Les pratiques en situation collaborative favorisent la progression de l'enfant dans la maîtrise du jeu et des stratégies. Elles mettent en présence d'un même jeu quatre élèves jouant en deux équipes de deux. Les coéquipiers sont disposés de manière alternée afin d'éviter qu'ils dialoguent sur le mode chuchoté, ce qu'ils auraient été incités à faire s'ils avaient été placés côte à côte. Les joueurs d'une même équipe reçoivent 4 anneaux d'une même couleur (deux chacun). Lors du jeu, ils déposent un à un et à tour de rôle leurs anneaux. C'est au joueur dont c'est le tour de jouer de décider de la stratégie à adopter. Son partenaire fait office selon les cas de conseiller ou de contradicteur. Il pourra alerter son coéquipier des conséquences néfastes d'un coup jugé trop intempestif ou lui signaler une erreur de calcul.

Les pratiques collaboratives placent ainsi l'enfant en situation d'apprendre au contact d'autres enfants soit en dialoguant avec leur partenaire soit en écoutant les adversaires débattre de leurs stratégies.

III – 1.3 Le rôle de l'enseignant

Si à travers le jeu, l'enfant est bien l'artisan de ses propres apprentissages, il convient toutefois de dire qu'il y a une différence entre ce que l'enfant peut réaliser seul dans le cadre d'un jeu et ce qu'il est capable de faire avec l'aide d'un adulte.

L’implication de l’enseignant

Doit-on souligner, avant d’aller plus loin dans cet exposé, la nécessaire implication de l’enseignant quant au succès des séances de jeux mathématiques qu’il peut être amené à conduire dans sa classe. Le jeu mathématique est un accélérateur de compétences certes, à condition toutefois que l’enseignant se montre confiant et patient à l’égard de ses élèves.

Pratiquer le jeu en situation collective est sûrement l’activité pédagogique la plus délicate qu’il soit même si elle parait simple au premier abord. Elle ne laisse aucune trace écrite et peut ne pas porter ses fruits dès la première séance. Ces deux points peuvent rebuter de nombreux enseignants qui peuvent hâtivement croire en l’inutilité de leur travail.

La progression rapide de l’élève dans l’étude d’un jeu est liée à l’aisance dont son enseignant peut faire preuve dans sa manière de guider la séance. Cette aisance s’acquiert par l’expérience en multipliant les séances de jeu avec les élèves et en les guidant dans leur expression et dans la conduite de leur raisonnement.

L’enseignant ne doit pas être impatient

La consolidation des compétences construites par l’enfant au moyen du jeu s’effectue à des rythmes divers qu’on ne peut pas bousculer. Certains enfants progressent très vite avant de donner l’impression de stagner, d’autres fonctionnent de manière inverse. L’enseignant doit avant tout, lorsqu’il anime une séance de jeu en classe, se considérer comme un passeur.

L’expérience mathématique que l’on peut vivre au travers d’un jeu est incommunicable si celui avec qui on veut la partager ne l’a pas lui-même déjà vécue. Si l’enfant n’adhère pas au jeu, c’est peut-être parce qu’on est passé trop vite sur la phase d’observation. Il faut alors reprendre la règle du jeu dans chacune de ses étapes. Peut-être faut-il (dans le cadre du Quadruplay) se limiter à la seule dépose des anneaux et programmer la phase de déplacement à une autre séance.

La pédagogie du questionnement

Lorsqu’il initie des séances de jeu en pratique collective, l’enseignant laisse aux enfants, autant qu’ils le peuvent, le soin d’apporter eux-mêmes les réponses aux questions qu’ils se posent.

Celles-ci peuvent être provoquées par l’enseignant à condition qu’elles aident l’élève à comprendre la démarche qui a été la sienne lorsqu’il se trompe et surtout lorsqu’il dit juste. Les situations de jeu se prêtent au débat. Soit on s’interroge parce que l’on n’est pas sûr ou parce qu’on n’a pas compris. C’est sur ce terrain là que l’enseignant doit véritablement s’engager et gagner en expérience.

- ***Pour commencer, l’enseignant peut lancer le débat en demandant à un enfant :***

- D’exposer la règle du jeu à un autre élève

- D’expliciter les raisons d’un coup

- De récapituler une situation de jeu

- De vérifier un total de points

- De verbaliser les conséquences d'une stratégie

- L'enseignant peut également susciter chez l'enfant des questionnements ***:***

En lui suggérant plusieurs solutions et en lui laissant la possibilité de choisir celle qui lui semble la mieux adaptée à la situation.

En lui montrant comment il est possible de conduire un échange avec son partenaire dans le but de parvenir à un accord avec lui.

L'enseignant et le langage

Grâce à l'action éducative conjuguée du jeu et de l'enseignant, l'enfant pourra progresser mieux et plus vite dans l'étude du jeu que s'il avait été livré à lui-même. Dans tous les cas, l'enseignant doit être attaché à faire sortir l'élève de son mutisme naturel en l'amenant à verbaliser ses actions et à rendre compte à voie haute des résultats obtenus. Peu à peu, en jouant, l'enfant se familiarisera avec les représentations du nombre que lui proposera le jeu. Celui-ci lui fera vivre une expérience qui le conduira à répéter inlassablement les mêmes calculs jusqu'à ce que les mécanismes inhérents à l'augmentation et à la diminution de la quantité finissent par fonctionner comme des automatismes.

III – 2 La phase d'initiation

Par le jeu, l'enfant est confronté à un petit univers manipulable qui obéit à des lois qui lui sont propres et à la découverte desquelles il va peu à peu se préparer.

Il y parviendra notamment en décrivant les éléments qui le composent, en s'interrogeant, par exemple, sur les contenus caractéristiques d'une case, sur sa place sur le plateau ou en définissant son cardinal.

III – 2.1 Introduction du zéro sans recourir à une écriture chiffrée

Les cases violettes dans le Quadruplay sont vides. Un anneau posé sur une case vide ne modifie en rien la somme des cases sélectionnées par les autres anneaux.

Ainsi, dans le cas du Quadruplay, le joueur qui a déjà atteint ses quatre points avec trois anneaux devra, pour gagner, occuper une case vide avec son quatrième anneau.

Cela lui permettra de conserver son total de 4 points et de remplir l'objectif posé par le jeu à savoir totaliser 4 points en sélectionnant 4 cases avec ses 4 anneaux. Par ce jeu, il est possible d'aborder le zéro sans recourir à son écriture chiffrée.

III – 2.2 L'appropriation du plateau

Il est essentiel que l'enfant puisse rapidement se sentir à l'aise dans un jeu. Afin de faciliter son appropriation, on pourra privilégier le recours à des questions d'observation ou à de petites consignes ayant pour but de l'entraîner à détailler les différents objets figurant sur le plateau. On peut commencer par cette première question :

- ***Quel point commun ont tous les disques qui sont de la même couleur ?***

Dans le Quadruplay les cases d'une même couleur contiennent toutes un même nombre de points. Ainsi, dans le Quadruplay, si une case verte contient trois points, peut-on pour autant en déduire que toutes les cases vertes contiennent exactement le même nombre de points ? On procèdera à la vérification de cette hypothèse en dénombrant les points de chaque case verte.

La couleur des cases du Quadruplay ne sert pas la fonctionnalité du jeu. Elle contribue à mettre en valeur la disposition harmonieuse des nombres sur le plateau et contribue ainsi à l'esthétisme de certaines configurations gagnantes. Sur un plan plus pratique, elle permet de repérer d'un coup d'œil les cases d'une même valeur et facilite la reconnaissance des collections de même quotité.

On peut poursuivre cette phase de découverte en amenant l'enfant à répondre à cette deuxième question :

- ***Est-ce que chaque ligne contient un même nombre de points ?***

On peut en effet constater que la somme des alignements de trois cases (la somme des quantités représentées sur trois cases alignées) du Quadruplay est bien constante. Elle est de 5 points.

III –2.3 La reconnaissance de certaines formes de géométrie plane (élèves de primaire)

Certaines configurations totalisant 4 points débouchent sur des figures géométriques constituées par les quatre sommets de la configuration gagnante. Ces figures de géométrie plane ne sont pas toutes aussi facilement identifiables. La reconnaissance de ces figures par le joueur ne le dispensera toutefois pas de compter.

Il en sera ainsi des deux triangles que l'on obtiendra en disposant ses quatre anneaux de la manière suivante :

- Case rouge droite, case jaune centrale, deux cases violettes en bas et en haut à gauche.
- Case rouge gauche, case jaune centrale, deux cases violettes en bas et en haut à droite.
La case 3 jaune est située au centre du triangle ainsi constitué.

- ***Il en sera ainsi des carrés que l'on obtiendra en disposant ses quatre anneaux de la manière suivante :***

- Deux cases rouges droite et gauche puis case bleue haut et case violette bas.
- Deux cases violettes en haut droite et gauche puis deux cases bleues en bas droite et gauche.

- ***On trouvera également en jouant un grand nombre de trapèzes, de rectangles et de parallélogrammes gagnants dont les quatre sommets totalisent 4.***

IV – CONCLUSION

Le Quadruplay a bien pour but d'aider l'enfant à se représenter le nombre comme indicateur de la quantité et à l'abstraire.

- **En jouant, il apprend :**

- à créer une relation d'équipotence entre deux collections

- à associer un nombre à une quantité

- à comparer le cardinal de plusieurs collections

- à résoudre des problèmes liés à l'augmentation et à la diminution d'une quantité

- à mettre en œuvre des petits problèmes additifs et soustractifs

- à approcher la notion d'écart numérique

- à aborder la notion (les problèmes du type) « combien de plus » et « combien de moins ».

- à donner du sens aux opérations

- **En jouant, il peut dire :**

- si l'ensemble des points obtenus correspond bien au total requis par la règle du jeu

- s'il a besoin d'un ou de plusieurs déplacements pour obtenir le total requis

- si la quantité à réaliser (4) est supérieure ou inférieure à son total de points

- combien d'éléments il va devoir ajouter ou retirer pour parvenir à 4

MATHÉMATIQUES ET MULTIÂGE

Marie-Pierre Galisson
Maître de conférences, centre IUFM d'Arras
DIDIREM
mpgalisson@aol.com

Résumé
Quelles mathématiques fait-on vivre dans une école qui fonctionne en multi-âge ? Comment y apprend-on les mathématiques ? Comment y enseigne t-on les mathématiques quand on décide de faire de l'hétérogénéité des âges et des compétences un levier d'apprentissage ?
Ces questions définissent, depuis septembre 2005, les axes de travail d'un groupe Recherche- Action-Formation mis en place dans le Val d'Oise. Le projet est né du besoin d'interroger les pratiques pédagogiques qui prévalent en regroupement multiâge pour analyser leurs effets sur les apprentissages mathématiques des élèves. Rappelons que ces activités s'organisent sous forme de « rituels », de « démarches d'auto-socio construction des savoirs (GFEN), d'ateliers de résolution de problèmes et de travail d'entraînement et de systématisation. Ces activités sont pensées dans le cadre d'une pédagogie interactive fondée sur les échanges entre élèves, un étayage par les « plus compétents ».
Nous présentons quelques aspects du cheminement réflexif de l'équipe et quelques éléments révélateurs de la dynamique impulsée : nous mettons ainsi en évidence l'influence de l'organisation pédagogique sur les situations d'apprentissage et les questions que soulève l'analyse *a posteriori* de quelques-unes de ces situations.
Notre cadre d'analyse se propose de prendre appui sur les apports de « l'auto-évaluation régulatrice » (CRESAS) et sur les apports de la didactique des mathématiques (conditions et contraintes déterminées au niveau de la pédagogie et de l'école, caractéristiques et co-détermination des organisations mathématiques et didactiques qui en résultent).

Cet exposé a pour objectif de dresser un premier état des lieux d'une expérimentation qui a débuté il y a deux ans.

Ce travail, qui s'inscrit officiellement depuis cette année dans le cadre d'une recherche-action du PAF de Versailles, mobilise l'ensemble des écoles « multiâge » d'un réseau départemental (Val d'Oise) ; il concerne l'école ouverte des Bourseaux (Saint-Ouen L'Aumône –antenne de Cergy), l'école Van Gogh (Montigny –antenne d'Argenteuil), les écoles Kergomard (Sarcelles) et Jean-Baptiste Clément (Montmagny) –antenne de Sarcelles).

Je n'évoquerai que le travail engagé pour le cycle 3 avec l'équipe de l'école Kergomard et ne présenterai donc qu'une facette de l'étude : j'ai fait le choix de suivre l'équipe avec laquelle une réflexion commune avait déjà été amorcée.

La problématique de la recherche action, à savoir, questionner les pratiques pédagogiques qui prévalent en regroupement multiâge pour analyser leurs effets sur les apprentissages mathématiques des élèves, nous renvoie, en termes mathématiques et didactiques, aux questions suivantes :

Quelles mathématiques fait-on vivre dans une école qui fonctionne en multi-âge ? Comment y apprend-on les mathématiques ? Comment y enseigne-t-on les mathématiques quand on décide de faire de l'hétérogénéité des âges et des compétences un levier d'apprentissage ?

En quoi, les conditions et les contraintes que peut générer le fonctionnement en regroupement multi-âge peuvent-elles permettre de porter un regard différent sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans la classe ?

Mais qu'entendre par multiâge ?

I – UNE ORGANISATION PÉDAGOGIQUE EN MULTIÂGE

I – 1 Une conception pédagogique et politique

Dans le Val d'Oise, le multiâge porte l'héritage d' « un projet d'école » qui s'est réalisé aux Bourseaux dans les années 80. Le multiâge emprunte ses principes aux divers courants de l'Ecole Nouvelle et s'appuie sur des recherches conduites par Legrand et Foucambert, dans les années 70, sur les cycles et les cycles multiâge.

Je retiendrais deux caractérisations du multiâge « regroupement d'élèves d'âges différents » proposées par P. Clerc[1] :

<u>Un groupe institutionnel</u> *: Le groupe multiâge est un groupe qui a du pouvoir : celui du savoir, de la loi, de la force. C'est parce qu'il est riche de puissance, qu'il pousse l'enfant à valoriser le sens de la prise de parole. C'est un aspect dynamique qui force chaque enfant à se situer et à accéder à une autonomie, à une connaissance de soi, réfléchie.*

<u>Un groupe d'apprentissage</u> *: Le groupe multiâge est un groupe institutionnellement mis en place pour accéder au savoir. L'aide y joue un rôle important ; elle est stimulante car elle s'accouple avec la quête du savoir et le temps modelé au rythme de l'enfant : chacun peut gérer son rapport au savoir sereinement, avec une hâte mesurée, avec l'espoir. On se sent fort, parce qu'aidé et non jugé.*

Cette conception pédagogique substitue donc à tout principe de concurrence, de compétition individuelle et aux contraintes temporelles d'une progression calquée sur le cours d'une année, des principes qui reposent sur la coopération, sur le développement d'une autonomie qui se construit dans la durée et dans une communauté fondée sur des différences qui évoluent aussi au cours du temps.

D'un point de vue pragmatique, chaque année le groupe classe se renouvelle : en cycle 3, tandis qu'un tiers des élèves rejoint le collège, la classe accueille les sortants de cycle 2 déjà un peu connus ; ils ont participé à des activités avec le cycle 3.

Conception innovante ? Pour reprendre les termes de De Peretti (psycho-sociologue) lors de son allocution pour les 25 ans des Bourseaux, elle est ancrée dans l'histoire de l'enseignement ; elle emprunte certains de ses traits à la méthode mutuelle (qui permet sous la Restauration d'éradiquer la méthode individuelle). Pour pallier à l'insuffisance de maîtres formés et au grand nombre d'élèves, le maître instruisait préalablement les élèves plus compétents et les désignait pour enseigner à des groupes d'enfants moins avancés. Madame Guizot, en 1816, caractérisait ainsi cet enseignement : *« L'enseignement mutuel est le régime*

---

[1] Clerc P. (1993), Le multiâge, Nathan.

constitutionnel introduit dans l'éducation : c'est la Charte qui assure à l'enfant la part de sa volonté dans la loi à laquelle il obéit ». Les détracteurs de la méthode (tant sur le plan politique que sur le plan pédagogique) obtiendront toutefois sa disparition au profit de la méthode simultanée (des maîtres plus nombreux, bien formés, vecteur de la politique officielle grâce aux écoles normales (instrument de l'Etat) nouvellement créées).

Actuellement, cette conception peut s'inscrire en toute légitimité dans le cadre pédagogique préconisé par la loi d'orientation de 1989, cadre à nouveau ratifié par les programmes de 1995 et 2002 : *« L'indispensable cohérence des apprentissages met en évidence l'importance, dans le premier degré du maître polyvalent, responsable de la progression globale des élèves ; parallèlement, la prise en compte de la diversité des élèves peut justifier la mise en œuvre de différents modes d'organisation de la classe »*[2] ; *« La nécessité de prendre en compte la diversité des élèves s'impose aujourd'hui avec acuité. Elle implique deux questions importantes : celle de l'évaluation des élèves et celle de la différenciation des modalités d'apprentissage. […] La différenciation est souvent pensée au travers de la mise en place d'activités différentes pour des groupes d'élèves dont les performances ont été repérées comme elle-même différentes. Sans renoncer à ce type de différenciation, il convient d'en relativiser l'usage dans la mesure où il risque de conduire à un éclatement du groupe classe. La différenciation peut être pensée différemment, en proposant les mêmes tâches à tous [...] »*[3]. Nous pouvons préciser : à travers la possibilité de démarches différentes et la confrontation collective de celles-ci ; le jeu sur les variables didactiques de la situation, le support, les outils …

S'il n'y a pas réelle innovation, s'il peut y avoir compatibilité avec la pédagogie officielle, ce qui fonde la pertinence du modèle dynamique repose sur les hypothèses élaborées par les chercheurs du CRESAS[4] :

<u>On n'apprend pas tout seul</u> : Les interactions sociales jouent un rôle majeur dans le processus de construction des savoirs et des savoir-faire des enfants ; la diversité des enfants peut être une richesse à condition que les enseignants organisent le milieu de vie des enfants et adoptent une approche pédagogique pertinente. Dans ce cas, l'hétérogénéité des élèves peut être un levier d'apprentissage.

<u>On n'enseigne pas tout seul</u> : L'approche pédagogique susceptible de favoriser l'engagement de tous les élèves dans les processus d'apprentissage se caractérise brièvement ainsi : les enseignants qui se réclament de cette approche ont pour objectif principal le désir de donner aux élèves le goût d'apprendre, de leur faire prendre conscience qu'ils construisent des connaissances pour réussir à l'école ; ces enseignants doivent s'investir encore dans un travail d'expérimentation méthodique (faire des hypothèses, concevoir des situations, les ajuster après expérimentation avec les élèves) ; ils travaillent en équipe, conçoivent et confrontent ensemble situations et progression. Cette approche est désignée sous les termes d'« une pédagogie interactive ».

---

[2] Extrait des programmes de 1995

[3] Extrait du document d'application du programme de mathématiques 2002

[4] Cresas (2001), *On n'enseigne pas tout seul à la crèche, à l'école, au collège et au lycée,* Paris, INRP, (Platone F.& Hardy M . coordonnateurs).

Cette conception pédagogique détermine à priori les rôles que vont tenir les élèves et les maîtres dans les situations d'enseignement/apprentissage, en l'occurrence mathé-matique.

En adoptant l'approche écologique de Chevallard[5], localement, on peut penser qu'au sein d'un réseau d'écoles, un certain niveau pédagogique détermine des conditions et des contraintes qui peuvent modifier des organisations mathématiques et didactiques officielles et, à fortiori, les « topos » de l'élève et du maître.

I – 2 Quelques caractéristiques des mathématiques en multiâge : des maths autrement (le cas particulier du cycle 3)

Y a-t-il une possible différence d'appréciation entre l'enseignant qui s'interroge sur « Qu'est-ce que faire des mathématiques à l'école ? » en ouvrant les programmes ou les documents d'application et d'accompagnement et l'enseignant en multiâge qui se questionne sur « Quelles mathématiques faire vivre dans cette organisation pédagogique ?».

Le modèle épistémologique des mathématiques primaires auquel renvoient les deux questions est bien commun : il s'agit bien pour les deux enseignants de faire vivre des organisations mathématiques conformes au programme, organisations qui se réfèrent à un modèle épistémologique où se conjuguent dimension expérimentale, dimension pratique et dimension éducative.

Les contraintes qui pèsent au niveau de l'école primaire, propédeutique au collège, et qui se traduisent au travers de la définition des compétences de fin de cycle et de l'existence des évaluations nationales déterminent le socle officiel des tâches que devront savoir exécuter les élèves et des techniques qu'ils devront maîtriser.

Seuls certains des enjeux des mathématiques primaires qui n'ont d'ailleurs guère varié au cours du temps, peuvent être plus particulièrement privilégiés dans cette approche pédagogique. Ainsi que l'écrit D. Butlen[6] : « *[…] l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire ne se réduit pas à la transmission de notions mathématiques ou de savoir-faire liés à ces notions mais prend en compte des préoccupations plus générales qui dépassent largement le domaine strictement disciplinaire […]. L'enseignement des mathématiques vise des enjeux généraux et transversaux qui replacent celui-ci dans l'objectif plus général d'éducation du futur citoyen ».*

Si ce n'est en accordant une part privilégiée à l'éducation du futur citoyen, les mathématiques en multiâge construites par un élève de fin de cycle s'inscrivent *a priori* fidèlement dans une culture partagée officielle.

C'est en posant la question seconde « Qu'est-ce que mettre en place une activité mathématique ? » que se révèle non pas le rejet de l'ensemble des dispositifs didactiques

---

[5] Chevallard Y. (2001), Organiser l'étude. Ecologie et régulation, in *Actes de la 11ème école de didactique des mathématiques,* La Pensée Sauvage.

[6] D. Butlen, (2004), Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). Vol.1, Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII. (p.19)

préconisés par les concepteurs des programmes, mais l'influence déterminante d'une conception pédagogique sur des types d'organisations didactiques.

Deux conceptions spiralaires de la progression dans le savoir se distinguent dès lors :

La première, officielle, peut s'envisager comme un processus dans lequel l'élève rencontre, puis retrouve des situations problématiques dans lesquelles il ébauche, puis consolide ses savoirs, dans lequel encore il aborde des problèmes nouveaux qui lui permettront à nouveau d'approcher et de construire des concepts plus complexes. L'introduction des fractions et nombres décimaux, en termes de nouveaux nombres en CM1, peut ainsi s'expliquer par le fait que l'élève a acquis dès lors une connaissance des entiers naturels et de la numération suffisante pour lui permettre d'appréhender quelque peu ce qui est novateur d'un point de vue topologique et algébrique chez les rationnels ; l'introduction de la proportionnalité en milieu de cycle peut se justifier de même par le fait que l'élève familiarisé avec un grand nombre de situations relevant du champ des structures multiplicatives (ne requérant que la multiplication ou la division), habile à identifier les relations arithmétiques entre les nombres, est désormais capable de mettre en œuvre des raisonnements arithmétiques plus complexes.

Le parti pris des pédagogues qui se réclament du multiâge est autre en termes de rapport au temps de l'apprentissage : si, conformément à l'esprit du GFEN et sans rupture notable avec l'esprit des programmes, les mathématiques primaires doivent être envisagées comme une architecture de savoirs qui impose en termes de démarche d'apprentissage « une approche cohérente des fondements conceptuels de ses contenus » (O. Bassis) et par suite une approche fondée sur l'auto-socio-construction des savoirs, il n'y a aucune raison d'organiser la rencontre avec certaines notions à un moment déterminé d'une progression « cumulative ». Les contenus liés aux pratiques sociales (propices à la résolution de problèmes) ou à des pratiques de classe pourront être introduits dans des situations accessibles à tous, quelles que soient leurs connaissances. Le problème du mathématicien d'école en multiâge est de faire vivre ces notions dans une situation, en faisant en sorte de dévoluer cette situation à l'ensemble du groupe classe hétérogène.

Se posent *a priori* quelques questions :

Par exemple, en dehors de la conception d'une situation adéquate, se pose encore la question de la nature de la méthode : ne s'apparente t-elle pas à une méthode concen-trique, méthode qui en privilégiant le travail des techniques et des problèmes type, s'est vue disqualifiée dès que l'obligation de l'instruction et l'allongement de la scolarité ont pris effet ?

La question de l'introduction des nombres décimaux peut illustrer la diversité des points de vue actuels des pédagogues multiâge eux-mêmes.

Pour certains, la familiarité des élèves avec certains nombres à virgule peut légitimer une première approche voisine de celle préconisée par les programmes de 1945. Mais savoir appliquer des techniques sur les nombres à virgule (en utilisant leur parenté avec les nombres concrets et ses connaissances du système métrique) peut-il rendre compte du fait qu'une approche conceptuelle pertinente des nombres décimaux a pu opérer ? La fidélité à une démarche d'auto-socio-construction impose donc de faire vivre dans la classe des situations dans lesquelles le concept de nombre décimal libère le nombre à virgule de ses liens avec les « nombres concrets », avec le système métrique : dans ce cas, cette démarche ne sera que seconde...

Pour d'autres, la démarche d'auto-socio-construction proposée par O. Bassis[7] qui commence par la comparaison de longueurs dont il faudra coder les mesures en base trois et s'achève sur l'introduction du système décimal semble pouvoir s'inscrire dans le cadre temporel comme une étape première.

Pour d'autres encore, c'est la progression officielle (relayée par les activités proposées par « Cap maths, CM1 »[8]) qu'il faut tenter d'inscrire cet apprentissage dans une programmation spiralaire sur l'ensemble du cycle : la trame des situations visitées puis revisitées devra être adaptée à des niveaux de conceptualisation différenciés.

La question d'une approche conceptuelle cohérente (et non seulement pratique et utilitaire) des notions est au cœur du problème ; le socle d'une première culture mathématique ne peut être envisagé comme un agrégat d'outils adaptés à des problèmes type mais non nécessairement adaptables à des situations plus ouvertes. Le mathématicien d'école en multiâge s'assujettit à la contrainte de proposer à chaque élève des tâches communes à tous, qui permettront à chacun, non pas seulement d'imiter, mémoriser ou imposer mais encore de chercher, confronter et construire son savoir.

Pour mieux expliquer ce parti pris, à savoir une programmation sur trois années, tâchons de comprendre comment une organisation pédagogique en multiâge détermine de manière « originale » les structures didactiques relatives aux mathématiques et leur mise en réseau.

Les programmes et documents d'application et d'accompagnement nous renseignent sur les différentes phases et la diversification des modes d'organisation qui règlent la mise en œuvre des séances d'enseignement ; si l'on se réfère au modèle descriptif des organisations didactiques en termes de moments de l'étude (Chevallard[9]), on peut ainsi obtenir le tableau ci-dessous :

Phases	**Modes d'organisation**	**Fonctions**	**Structures**	**Fonctions didactiques (moments)**
Présentation de la tâche	Groupe classe	Appropriation du problème		Appropriation du problème
Phase de recherche	Individuel Groupe ou atelier	Entrer dans le problème et élaborer ses premières idées sur la résolution Confronter les idées et favoriser l'intérêt pour la	Activités d'étude et de recherche	Première rencontre avec la tâche Exploration de la tâche et émergence de la technique

[7] Bassis O. (2003) Concepts clés et situations-problèmes en mathématiques, numération, opérations, nombres décimaux et proportionnalité, Hachette Education

[8] Charnay R. (2005) Hatier

[9] Chevallard Y. (2001), Organiser l'étude. Ecologie et régulation, in *Actes de la 11ème école de didactique des mathématiques,* La Pensée Sauvage.

		tâche proposée		
Phase de mise en commun, débat	Groupe classe	Confrontation, argumentation		Construction du bloc technologico-théorique
Synthèse	Groupe classe		Synthèse	Institutionnalisation
Phase d'entraînement, de répétition	individuel		Exercices et problèmes	Travail de la technique
Phase d'évaluation	individuel	Contrôler le niveau de progression individuel (par rapport à une performance « moyenne »).	Contrôle	Evaluation
Phase de recherche ou de rédaction	individuel	Remobiliser de façon autonome des connaissances.	Activité d'étude et de recherche	Rencontre avec une tâche Exploration de la tâche et mise en œuvre d'une technique
Phase d'aide personnalisée	Petit groupe dont les performances ont été repérées	Effectuer une tâche commune avec des aides ou une procédure moins experte Travailler des techniques en lien avec leur compréhension.	Dispositif d'aide personnalisée	

Cette grille nous renseigne donc sur les dispositifs didactiques et leurs fonctions : il est aisé d'apprécier l'importance accordée à ces dernières. La fonction déterminante de la résolution de problèmes (seul et en groupes), les activités d'entraînement individuelles, une évaluation qui doit permettre de réguler le temps de l'apprentissage en aménageant des temps de différenciation et des travaux personnels, rendent compte d'un ensemble d'activités qui doit guider le maître quand il devra concevoir ses séances de mathématiques et plus largement sa programmation sur l'année ou le cycle. Cette grille permet aussi d'identifier les types de tâches qui spécifient l'activité de l'élève et celle du maître.

En multiâge, les modes d'organisation vont être assujettis à des contraintes spécifiques. L'organisation pédagogique générale est régie selon des règles qui régissent l'organisation temporelle et matérielle de la classe et les organisations didactiques désignées comme des mises en système d'activités spécifiques à un domaine d'apprentissage.

La classe dispose d'un espace « regroupement collectif » où le maître prend place côte à côte avec les élèves et d'un espace permettant le travail en petits groupes (assemblages de tables permettant de réunir 3 à 5 élèves).

Dans un cadre temporel s'inscrivent : le lundi matin, le moment de la réunion coopérative ; chaque matin les « quoi de neuf ? » ou les rituels ; chaque jeudi après-midi l'évaluation des contrats qui conduit, le vendredi matin, chaque enfant à s'auto-évaluer et à passer (s'il est prêt) la ceinture de la couleur qui révèle son niveau d'expertise. Les dispositifs didactiques se déclinaient jusqu'à présent, sous forme de rituels, de démarches d'auto-socio-construction du savoir, d'ateliers de résolutions de problèmes, de travail d'entraînement et de systématisation à partir de fichiers ou de fiche-contrat. Ce mode de fonctionnement vient de faire l'objet d'une nouvelle réflexion.

Le choix d'un système commun de dispositifs didactiques, élaboré par l'ensemble des équipes lors d'un stage GRAP en mars dernier, s'est porté sur le système suivant :

Un système d'activités : tous les ingrédients suivants doivent s'intégrer dans le système d'activités mathématiques :

- *Rituels (mathématiques) : C'est, indépendamment des enjeux de socialisation, une gymnastique collective et répétitive visant à développer des automatismes par imprégnation (langage, stratégies, justification).*
- *Jeux mathématiques et ateliers libres.*
- *Démarche exploratoire ou projet : [la démarche exploratoire], c'est la mise en place d'une situation de recherche, à partir de situations concrètes, sur laquelle se fonde la construction des apprentissages à partir des interactions et des coopérations entre les élèves ayant des compétences différentes. La situation proposée par l'enseignant ou par l'équipe doit être accessible à tous les enfants et doit pouvoir être résolue par l'utilisation de différentes procédures allant de la plus simple à la plus experte. […]*
- *Démarches dirigées : postérieurement à la démarche exploratoire ou dans le cadre des nécessités d'un projet, des démarches dirigées, plus ciblées, peuvent être mises en œuvre (par exemple pour contraindre, en raison des variables didactiques choisies, à utiliser des procédures expertes en lien avec les compétences de fin de cycle).*
- *Entraînement/ Contrats/ Fichiers.*
- *Evaluation*

En utilisant le modèle utilisé précédemment, nous pouvons décrire brièvement le lien entre ces activités et des structures didactiques :

Types d'activités	Mode d'organisation	Structures	Fonctions didactiques
Rituels (calcul mental et réfléchi, jeux, défi logique)	Collectif	Exercices ou problèmes (oraux)	Travail de la technique par adaptation ou imitation
Jeux mathématiques/ ateliers libres	Collectif et en groupes	Exercices ou problèmes (oraux)	Travail de la technique par adaptation ou imitation
Démarche exploratoire ou projet	Individuel Groupes hétérogènes Collectif	Activités d'étude et de recherche	Rencontre (première ou non) avec la tâche Exploration de la tâche et émergence ou travail de techniques en

			coopération Construction éventuelle de blocs technologico-théoriques différenciés
Démarche dirigée	En coopération ou en autonomie (étayage du maître)	Exercices ou problèmes ciblés	Travail de techniques
Entraînement / contrats / fichier	En coopération ou en autonomie (étayage du maître)	Exercices techniques	Travail de techniques Auto-évaluation
Évaluation	Individuel	Contrôle	Auto-évaluation (retour au cahier de progrès) Évaluation en lien avec les exigences officielles.

Si l'on peut établir de nombreux parallèles avec l'organisation officielle, ce qui peut rendre spécifique cette interprétation du cadre officiel se révèle *a priori* à travers les tâches dévolues à l'élève. Les tâches coopératives sont explicitement désignées, le travail en autonomie clairement signalé. La configuration organique n'est pas sans évoquer une continuité avec celle du cycle 1 ; un mode d'apprentissage par familiarisation, ou imitation apparaît comme licite sur l'ensemble des cycles ; la configuration sous-tend que les élèves eux-mêmes disposent de l'initiative de gérer un certains nombre de tâches (en autonomie). Enfin, il convient de souligner l'importance octroyée aux dispositifs collectifs censés susciter l'investissement des élèves pour faire des mathématiques autrement.

L'évaluation occupe elle aussi une fonction spécifique : elle est pour l'élève un outil d'appréciation de ses progrès (par rapport à lui-même), elle lui permet de se situer par rapport au groupe et elle est pour le maître un moyen d'établir un contrat avec l'élève.

D'une certaine façon, ces dispositifs peuvent sembler conçus pour articuler deux logiques interdépendantes : une logique des apprentissages et une logique de socialisation. Comment ces dispositifs s'inscrivent-ils dans le temps de la classe et peuvent-ils régler le processus d'étude des élèves ? La réponse réside dans la « mise en système » de ces activités. La « mise en système des activités mathématiques » rend compte des relations entre ces diverses structures et règle le processus d'étude de l'élève ; celle présentée ci-dessous est celle déterminée par l'équipe cycle 3 de Kergomard.

Évaluation de départ → Cahier de progrès

Activités autonomes (2 fois 45mn)

Fichiers Ateliers

Activités régulières

Familles virtuelles

2 h/ semaine

Contrats techniques

Ceintures / Brevets

Démarches exploratoires

Ateliers de résolution de problèmes

Rituels

4 fois 30 minutes

- Calcul réfléchi
- Jeux
- Défis logiques

Cahier de progrès → Evaluation de départ

Dans l'organisation institutionnelle et temporelle d'une semaine, l'élève rencontre des tâches qui relèvent d'une « routine » favorisant d'abord, en terme de durée, des activités où peuvent se confronter, se mutualiser des compétences diverses, incluant par ailleurs des activités où, en autonomie, il peut prendre la mesure de ce qu'il a appris et de ce qu'il doit encore travailler.

Si ces quelques éléments nous informent sur les tâches « génériques » qui incombent à l'élève, comment précisément se déclinent les tâches du maître ?

Lors du stage GRAP, cette question a conduit à l'élaboration d'une grille qui peut permettre d'identifier la posture du maître pendant une activité particulière : la démarche exploratoire. Nous donnons celle-ci en annexe 1.

Le descriptif des tâches du maître met spécifiquement en évidence l'action de celui-ci dans les phases de dévolution, de mise en commun et d'institutionnalisation. Le retrait du maître pendant la phase d'étude et de recherche, ou du moins l'absence d'une nécessité de réguler, de relancer l'activité mathématique du groupe, renvoie au fait que la situation proposée a été conçue de façon conforme aux enjeux de l'apprentissage. L'accompagnement du maître a pour fonction essentielle une prise d'information sur le cheminement des élèves et sur les productions qui lui permettront de mettre en place la synthèse. Les interactions maître-élèves de la mise en commun sont envisagées comme un outil pour établir une synthèse co-construite. On peut sans doute identifier l'influence d'une réflexion conduite précédemment dans le domaine de la maîtrise de la langue : les apports du maître se réduiraient à la mise en place d'un vocabulaire mathématique adéquat… (du moins dans les moments de synthèse). On peut aussi identifier une réflexion à poursuivre concernant *a priori* les règles du jeu relatives à la légitimité des traces de l'affiche du groupe et l'élaboration d'une synthèse différenciée en fonction d'un degré variable de conceptualisation.

Nous disposons, à partir de ces éléments, d'une certaine image des mathématiques qui peuvent vivre en multiâge, des mathématiques censées prendre en compte deux logiques, celle de l'apprentissage et celle de la socialisation, et du cadre d'une organisation didactique « générique » déterminée par une organisation pédagogique.

Qu'en est-il dans la réalité de la classe ?

II – LE PROJET KERGOMARD

II – 1 Le contexte.

L'école Kergomard est située en REP (réseau d'éducation prioritaire) ; elle regroupe des élèves d'origine sociale différentes (plutôt défavorisées dans le sens que lui octroient certains sociologues) et d'ethnies tout aussi diverses.

Les équipes enseignantes des divers cycles comprennent à la fois des professeurs expérimentés et des professeurs plus jeunes. Toutes les équipes fonctionnent en multiâge ; l'équipe cycle 3 que j'ai plus particulièrement accompagnée comprend 5 enseignants et un collègue poste E. L'un des cinq enseignants (nouveau titulaire, l'an dernier) nous a quittés et a été remplacé par une nouvelle collègue, elle aussi nouvelle titulaire.

Le projet lancé à la rentrée scolaire 2004-2005 par le groupe de travail cycle 3 (sous la tutelle de la circonscription) avait pour objectif (sur le long terme) de concevoir une mallette « les maths en cycle 3 ».

La réflexion initiale des enseignants de l'équipe cycle 3 avait donné lieu à l'élaboration d'un cadre de réflexion dont nous donnons ci-après copie en annexe 2. Ce cadre de réflexion explicite tout à la fois les références théoriques et les objectifs concrets en jeu, à savoir la conception d'un ensemble de jeux, de fichiers, de séances permettant la programmation d'un apprentissage spiralaire de l'ensemble des compétences devant être acquises en fin de cycle 3. J'ai donc été invitée à accompagner ce projet : institutionnellement, cinq réunions de travail en 2004-2005 avaient été prévues pour faire avancer le projet. Ma méconnaissance du multiâge m'a conduit à suivre les enseignants dans les classes, tout d'abord pour comprendre ce qui s'y passait, puis pour y observer les activités expérimentées. Cette année, le groupe a été reconduit, tout comme les réunions de travail « institutionnelles» ; des observations de classes et des réunions informelles m'ont permis de suivre le projet.

En terme de besoins exprimés, la demande initiale me concernant portait plus particulièrement sur l'élaboration d'une programmation spiralaire : le concept n'est pas nouveau. La collection de manuels « Vivre les mathématiques » (Ed. A. Colin-Bourrelier) entre 1985 et 1990, publiée avec la caution de l'Inspecteur Général Louis Corrieu préconisait et mettait *a priori* en œuvre une démarche d'apprentissage censée organiser *« une approche spiralaire des notions , une pédagogie en étoile permettant de varier les approches, une construction spiralaire favorisant à la fois les révisions systématiques et les enrichissements progressifs* » ; certes, mais comment envisager dans l'immédiateté et sans connaître le multiâge une telle programmation ?

Le principe d'une telle programmation reste au cœur du projet de l'école : mais ce sont sur les conditions et les contraintes qui permettraient de faire faire des maths à tous les élèves, que nous avons finalement porté notre réflexion. La démarche exploratoire, en quelque sorte, a consisté à expérimenter des dispositifs (des activités) en s'appuyant sur certains des axes présentés dans le cadre de réflexion.

Brièvement, le contenu des cinq réunions de travail résume les pistes un peu éclatées qui ont été suivies :

La première a abouti d'une part à la constitution d'une bibliographie susceptible d'ancrer certaines notions dans leur contexte historique (en lien avec les numérations anciennes et les décimaux …), d'une bibliographie plus didactique (comprenant notamment « Calcul mental, calcul rapide »[10]) et l'ouvrage « Dur d'enseigner en ZEP »[11], et, d'autre part, à la recherche de jeux (APMEP, commerce, …) afin d'en définir les objectifs en termes d'apprentissage, d'entraînement.

La seconde réunion a eu pour objet la présentation de la démarche d'apprentissage autonome proposée à l'élève notamment à travers l' « Atelier de regard sur Soi » (dispositif d'auto-évaluation et négociation d'un contrat) et l'usage des fichiers (réalisation du contrat). Des actions ont été programmées : élaboration d'énigmes mathématiques, conception de situations problèmes permettant aux élèves de s'approprier la signification des pratiques sociales et de travailler en acte sur les notions de grandeurs.

La troisième réunion a permis le compte rendu des actions : une énigme rédigée sous la conduite du collègue poste E, « le 100 a disparu de la file numérique » (dictée à l'adulte) ; les familles virtuelles ou « Comment les diverses pratiques quotidiennes d'une famille inventée par un groupe d'enfants sollicitent les savoirs et savoir-faire mathématiques » ; la poursuite du travail sur « voyage au cœur des numérations anciennes ».

La quatrième séance a été l'occasion de soulever le questionnement sur la conception des situations, la fonction du maître…

La dernière a permis tout d'abord de décider la reconduction du travail et d'axer plus précisément la réflexion sur un questionnement des pratiques expérimentées à partir de leurs effets sur l'apprentissage des élèves (projet du réseau multiâge). Nous avons donc cherché à décrire et caractériser les démarches des élèves et celles du maître dans des « séances liées à la maîtrise des concepts », séances où se succèdent recherche individuelle, coopération en petits groupes hétérogènes et mise en commun collective.

C'est sur cet axe que je développerai la réflexion menée.

II – 2. Cadre d'analyse et méthodologie.

Des hypothèses pédagogiques préalables dans ce contexte particulier.

Les choix pédagogiques conditionnent un type d'organisation didactique propice aux apprentissages de tous, ensemble.

---

[10] Butlen&Pézard, IREM Paris VII

[11] Peltier-Barbier (dir), La Pensée Sauvage, 2004

Le projet d'enseignement et d'apprentissage d'un savoir mathématique s'inscrit dans le cadre d'une organisation pédagogique qui libère l'enseignant d'un certain nombre de contraintes liées à la gestion de la relation pédagogique. Pratiquement cela se traduit ainsi :

En réunissant une communauté d'enfants, des petits « commençants » et des plus grands « peu ou prou initiés », autour du même projet d'apprentissage, une « dynamique de groupe » se met en place qui permet d'écarter un certain nombre de conflits : ce fonctionnement permet, non pas d'éluder les difficultés dues parfois à des rapports conflictuels entre élèves, parfois encore à des problèmes comportementaux individuels, mais du moins de préserver la qualité d'un temps d'apprentissage pour tous, d'un temps du savoir.

Par ailleurs, la structuration des moments d'études entre « rituels », « démarches d'auto-socio-construction des savoirs » redéfinies en termes de « démarches exploratoires », ateliers de résolution de problèmes, activités de systématisation ou de consolidation (fichiers), semble pertinente pour mettre en place une programmation de l'apprentissage qui prenne en compte « le cheminement cognitif de l'élève » (Butlen[12], p.7). Elle balise ce que les enseignants de l'école désignent sous les termes de « parcours autonome de l'élève » » qui conduit ce dernier à s'évaluer, à renseigner son cahier de progrès pour identifier ce qu'il doit travailler puis à passer la « ceinture » qui atteste de son apprentissage. Le cahier de progrès s'inspire de la grille des compétences exigibles en fin de cycle.

Nous ne focaliserons pas ici notre réflexion sur un parcours autonome de l'élève mais sur les situations situées en amont, dans un espace–temps partagé par le groupe classe.

Des outils pour décrire et analyser.

Les outils d'analyse doivent donc nous permettre de décrire d'une part, les conditions et les contraintes qui déterminent l'activité mathématique des élèves et d'autre part, d'apprécier leurs effets sur les apprentissages. Ils relèvent pour les premiers du cadre anthropologique, il s'agit de décrire et analyser des organisations mathématiques et didactiques, les conditions et contraintes pédagogiques qui influent sur leur codétermination, et pour les seconds, d'une approche que j'ai essayé d'emprunter aux chercheurs du CRESAS et d'adapter, à savoir la méthode d' « auto-évaluation régulatrice », méthode censée permettre la régulation des actions du maître pour favoriser l'apprentissage. Cette méthode peut faciliter la compréhension et l'analyse de ces actions pour l'observateur.

Le choix des situations par les enseignants, à savoir « les maths qu'il faut faire vivre » peut très clairement être analysé en termes d'orientation et de types d'apprentissages (tels que le propose le canevas d'étude élaboré par la COPIRELEM).

CANEVAS D'ETUDE (COPIRELEM Strasbourg 2005)

Orientations	Types d'apprentissages

[12] D. Butlen, (2004), Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). Vol.1, Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII.

1) Rationalité et Raisonnement.	Apprentissage de raisonnement ; Apprentissage de modèle ; Apprentissage de méthodes.
2) Culture.	Apprentissage de référents culturels mathématiques ; Acquisition d'une culture commune ; Développement du plaisir de chercher, de la capacité à produire des efforts.
3) Intégration sociale et formation du citoyen.	Apprentissage de l'argumentation avec des pairs ; Développement de l'esprit critique et apprentissage au discernement ; Développement de compétences ouvrant des perspectives d'avenir ; Construction d'outils ; Acquisition de méthodes pragmatiques.

Un sujet ou un thème d'étude est en quelque sorte contraint (dans la conception pédagogique adoptée) de répondre à plusieurs orientations et de conjuguer de fait plusieurs types d'apprentissage (notamment liés aux compétences transversales); ces déterminations jouent par ailleurs sur le type d'organisation didactique qui va dès lors pouvoir être mis en place : les fonctions qu'elles caractérisent induisent les dispositifs didactiques.

Dans le déroulement de la séance, de nouvelles conditions (les procédures effectives des élèves, les interactions sociales entre ceux-ci) peuvent générer des modifications (immédiates ou à venir) des organisations en place.

La méthodologie

Certaines des activités expérimentées actuellement ne font l'objet que d'un bref descriptif. Les séances présentées ont fait l'objet d'une observation extérieure ou faiblement participante. Il n'y a pas eu de vidéo ; des enregistrements (mise en commun au tableau, échanges verbaux dans des petits groupes) ont été tentés mais n'ont pas été d'une grande utilité ; les analyses reposent sur mes notes et des échanges avec le maître en fin de séance ; on ne peut parler de réelle co-analyse.

Dans ces séances, j'ai essayé de reconstituer quelques moments d'études, de m'attacher aux comportements et aux procédures d'élèves particuliers.

II – 3. Quelques activités « nouvelles » et quelques séances analysées.

Les problèmes familiers et quotidiens

Dans le domaine de la résolution de problèmes, la question des problèmes quotidiens et familiers a conduit à l'élaboration d'un projet non sans traits communs avec un « projet d'étude et de recherche » tel que le conçoit Y. Chevallard[13] . Conçue dans la perspective de développer la rationalité, l'éducation du futur citoyen et son intégration sociale, la situation proposée a aussi pour objectif la maîtrise d'une mathématique liée aux pratiques sociales recouvrant l'ensemble du programme. Le projet des familles virtuelles, mis en place par l'équipe depuis l'an dernier, est un projet conduit sur une année : un groupe hétérogène de trois ou quatre enfants invente une famille (père, mère, enfants, animaux domestiques, description physique, âge, professions et salaires des parents, lieux d'habitation, loisirs). Cette famille va gérer un budget (dépense alimentaire mensuelle (après élaboration de menus), impôts sur le revenu, inscription à des clubs sportifs, voyage et location de vacances), elle va déménager et concevoir le plan d'une maison … Les élèves travaillent de façon coopérative : enquêtes, recherche de documents (la déclaration d'impôt est une photocopie donnée par le maître). Ils résolvent les problèmes qui résultent de ces situations. Ce contexte virtuel suscite un intérêt tout à la fois mathématique et social : se confrontent par exemple des points de vue très distincts entre des élèves qui ont choisi des familles emblématiques d'une catégorie socio-professionnelle moyenne et ceux qui ont jeté leur dévolu sur des familles prototypiques des VIP. Les enjeux sont à la fois mathématiques (ordre de grandeur des nombres exprimant les salaires, relations arithmétiques entre ces nombres) et sociologiques (salaires moyens, catégorie socio–professionnelle).

Les jeux.

Dans le domaine des jeux, l'expérimentation de certains jeux introduits, par exemple Le Pythagore (ERMEL et APMEP), le PLIX (APMEP), le MATHADOR[14], a nécessité d'introduire une grille d'analyse fortement inspirée par celle proposée dans « Jeux 6 » de l'APMEP.

Le tableau synoptique a été complété par les rubriques variables didactiques, variantes envisagées.

La grille comprend donc :

Nom du jeu : Pythagore ; **Domaine** : numérique ; **Notions** : tables de multiplication ; **Niveau** : CE2 ; **Matériel** : photocopie ; **Pratique et Nature** : entraînement en groupe; **Variables** : limitation des tables à 6, 7 ; tableau à compléter en partie ; **Variantes** : en individuel, tableau à achever. Ce travail est encore à faire, notamment pour le MATHADOR.

---

[13] Chevallard Y. (2004), La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire : transposition didactique et nouvelle épistémologie scolaire (3ème université d'été Animath, Saint Flour)

[14] Concepteur : E. Trouillot. http://www.mathador.fr

Une séance de résolution de problèmes.

Les objectifs envisagés : Éveiller la vigilance des élèves sur les mots inducteurs d'un énoncé de problèmes ; identifier et discuter en groupe hétérogène des expressions qui permettent de se représenter le problème et d'identifier l'opération à effectuer.

La résolution des problèmes à proprement parler ne fait pas partie des tâches prescrites *a priori.*

La situation est orientée vers le raisonnement, l'intégration sociale et la formation du citoyen ; il s'agit d'apprendre à raisonner, voire d'acquérir des modèles ; il faut encore apprendre à argumenter avec des pairs et construire des outils de compréhension.

L'organisation pédagogique et didactique :

En regroupement collectif, la tâche va être motivée par le maître. Le thème du problème précédent « La tirelire » (d'après ERMEL) a suscité des difficultés comme le relèvent les élèves : ils n'ont pas réussi à tenir compte de deux contraintes (une somme d'argent fixée, un nombre de pièces déterminé). Un des obstacles apparaît comme lié à une mauvaise représentation du problème liée à la non prise en compte de toutes les données dans un problème de recherche. Un travail sur la lecture fine d'un énoncé apparaît donc comme une première remédiation à ces obstacles.

Les feuilles de problèmes sont distribuées :

Problème 1- Yann a 15 billes. Pendant la récréation, il joue contre Nassim. Il perd 5 billes. Combien de billes lui reste-t-il ?

Problème 2- Yann a 25 billes. Il les partage équitablement entre ses 5 meilleurs copains. Combien de billes donne-t-il à chaque copain ?

Problème 3- Yann a 58 billes. Il donne 35 billes à son petit frère. Combien de billes lui reste-t-il maintenant ?

Problème 4- Yann a 64 billes. Il les partage équitablement entre ses 7 meilleurs copains. Combien de billes donne-t-il à chaque copain ?

Problème 5- La mère de Yann a acheté 5 filets de billes. Dans chaque filet, il y a 15 billes. Combien de billes a-t-elle acheté ?

Problème 6- Yann a déjà 30 billes. Sa mère lui achète un filet de 50 billes. Combien de billes a-t-il maintenant ?

Problème 7- Pour l'anniversaire de Yann, sa mère a acheté 18 petits gâteaux. Malheureusement il y a 24 invités. Combien lui manque-t-il de gâteaux ?

Problème 8- Pendant la récréation, Yann a joué contre Théo. Il a perdu 5 billes. Puis il a joué contre Nassim. Il a alors gagné 8 billes. Au départ il avait 56 billes. Combien de billes a-t-il maintenant ?

Problème 9- La mère de Yann lui a donné 15∈ pour son anniversaire. Il achète un livre à 4 ∈50 et une bande dessinée à 8 ∈99. Combien lui reste-t-il d'argent après ses courses ?

La phase qui suit porte sur l'énonciation et l'explicitation de la consigne, des tâches prescrites :

« Ce que je vais vous demander à chacun, individuellement, tout seul, c'est d'abord de bien lire, vous intéresser aux problèmes, ensuite d'essayer de comprendre ce qu'on vous demande pour ensuite mettre à côté de chaque problème ce qu'il va falloir faire, une addition, une soustraction ou encore une division pour réussir à résoudre ».

Un élève réagit : « Maître, c'est obligé ! ». Il intervient deux autres fois, le maître précise qu'il ne donne pas le choix.

Une dizaine de minutes se sont écoulées. La phase d'étude et de recherche commence ; les élèves sont regroupés par tablées « hétérogènes » : à chaque table, vont travailler ensemble des élèves de 1ère, 2ème et 3ème année. Cette étape va durer une petite demi-heure. Les élèves sont actifs ; nombre d'entre eux ont cependant réinterprété la tâche : ils résolvent les problèmes oralement (seule apparaît une réponse chiffrée) ou en s'appuyant sur des procédures écrites (peu lisibles, car le support n'est pas prévu pour).

Le maître a pris la décision, dans l'action, de modifier la tâche ou du moins d'en proposer une nouvelle : *(le maître prend en compte la démarche naturelle des élèves (ils veulent trouver la solution, résoudre les problèmes) ou perçoit que pour certains élèves « savoir comment on peut faire » ne peut être explicité qu'après avoir fait).*

« Bien, tout le monde va écouter. Ce que je vais vous demander maintenant, c'est de les résoudre [les problèmes]. Faites les opérations et trouvez le résultat ».

Les échanges oraux sont nombreux : confrontation des résultats, en cas de désaccord reformulation de l'énoncé (les élèves qui expliquent s'appuient sur la signification de mots inducteurs, « perdre » par exemple) et discussion des procédures.

Avant que ne survienne la phase de synthèse, des affiches sont distribuées (une par groupe). Il s'agit de classer les problèmes en fonction des opérations utilisées : le maître explique et exemplifie. Les confrontations sont nombreuses dans les groupes, activées par les relances du maître. Cette étape dure une petite dizaine de minutes.

La synthèse : le maître a reproduit la grille de classification au tableau.

« Stop, on arrête tout ». Le calme se fait ; le maître reprend : « Il y en a un qui va lire le problème ; on regarde s'il y avait plusieurs solutions. Ensuite on notera dans le tableau ».

Successivement les problèmes sont lus ; les opérations, identifiées comme permettant de résoudre le problème, sont justifiées par les élèves qui, pour certains, s'appuient sur une reformulation de l'énoncé.

Le tableau complété révèle finalement pour les élèves la multiplicité des procédures envisageables et des opérations possibles pour résoudre les problèmes.

Nous pouvons émettre une hypothèse sur l'évolution de l'organisation mathématique mise en place : la tâche qui sollicitait la lecture, la compréhension, l'interprétation et la structuration des données du problème, la mise en évidence des mots inducteurs lors des échanges (les valeurs des données numériques ne contribuant qu'à mieux se représenter le problème) change de nature parce que le maître, en regard de ce que font les élèves, doit réguler ses actions. La tâche se transforme en une résolution de problèmes, qui cette fois, pilotée par les variables numériques des données, va permettre l'émergence d'une multiplicité de procédures et donc conduire à une synthèse un peu différente.

En utilisant la typologie des problèmes de Vergnaud, une analyse en termes de « nature du problème », « opération », « mots qui aident à comprendre » permettait de générer la synthèse. Mais qu'ont fait les élèves ?

Quelques procédures et formulations d'élèves :

La phase de recherche individuelle, qui naturellement porte sur les premiers problèmes, conduit les enfants à procéder oralement pour résoudre les problèmes : calcul mental, voire décomptage 15, 14, …11, 10.

Un certain nombre d'élèves font appel à leurs connaissances en calcul mental ou réfléchi pour résoudre ces problèmes.

Quelques exemples :

Une élève qui ne maîtrise sans doute pas, par cœur, la table de 7 s'empare d'une table pour obtenir le quotient entier de 64 par 7. Elle a déterminé de tête le quotient de 25 par 5. Les décompositions additives de nombres inférieurs ou égaux à 50, 24, 15 sont aussi utilisées. D'autres procédures, surcomptage pour aller de 18 à 24, de 35 à 58, décomptage pour retirer 5 à 56 sont présentes. L'absence de place pour poser des opérations peut peut-être faire croire aux élèves que les résolutions se font de tête ?

La confrontation des résultats dans les groupes conduisent à des reformulations : celui qui a su faire (ou du moins qui a trouvé une réponse) interprète l'énoncé en plaçant celui qui ne sait pas en position de sujet du problème : « tu perds… ». Le message semble convaincre pour résoudre…

La mise en commun va donc consister à établir la pertinence de plusieurs procédures qui n'utilisent pas les mêmes opérations et leurs liens : soustraction et addition à trous, multiplication et addition itérée, division et multiplication à trous. Les interventions du maître sont dans cette phase déterminantes.

Quelques exemples :

Problème n°4 :

M : « tu as fait quoi ? » ... « une division, c'est le mot que tu as dit ? »

E : « j'ai cherché dans la table de 7 »

M : « tu as fait quoi ? »... « qui a fait une multiplication ? » des doigts se lèvent.

Problème n°5 :

E : « j'ai fait une addition »

E' : « j'ai fait 15 fois 5 ».

M : « qui a fait autrement ? »

E : « j'ai fait une addition 15 + 15…

M : « 15 fois 5 c'est la même chose, c'est 5 fois le nombre 15 ».

Conclusion :

Chaque élève, quel que soit son « niveau d'expertise », a donc pu participer à cette mise en commun, puisque chacun a pris conscience qu'une procédure connue pouvait s'avérer performante.

La synthèse écrite ne peut mettre en évidence la priorité des facteurs liés au lexique des énoncés dans la représentation du problème et le choix de l'opération pertinente (toutefois, oralement, les élèves s'appuient sur le sens des mots ; « perdre ou gagner » sont associés à retirer ou ajouter, mais le « chaque » du problème 5 est aussi lié à une addition). Pour les élèves, la synthèse commune met en exergue la diversité des procédures envisageables pour résoudre le problème, une fois celui-ci compris.

Pour le maître qui a observé le travail des élèves, la synthèse révèle encore les outils dont se sont emparés les élèves pour construire du sens : le calcul mental et le calcul réfléchi permettent d'une part de favoriser la représentation du problème et les liens entre soustraction et addition à trous, addition itérée et multiplication, division et multiplication à trous. Elle révèle encore les capacités de certains pour passer de procédures s'appuyant sur ces calculs vers les techniques opératoires « usuelles ».

Synthèse évaluative, elle permet donc d'envisager des prolongements différenciés en fonction des besoins des élèves.

L'organisation didactique mise en œuvre (AER, institutionnalisation) met en évidence la fonction majeure de ce que font effectivement (individuellement et en collaboration) les élèves ; le moment fort est la mise en commun. La fonction du maître révèle aussi l'importance des actions de régulation décidées en regard du cheminement des élèves et, lors de la synthèse, la complexité d'adapter dans l'immédiateté une synthèse même commune ayant du sens pour tous les élèves. Si dans un premier temps, elle permet d'établir un état des lieux de procédures possibles, dans un temps différé, à l'appui des procédures convoquées par certains élèves, elle peut permettre d'institutionnaliser les procédures attendues selon les compétences des élèves. Il s'agit donc de mettre en place une synthèse en deux temps.

D'autres situations observées mettent en évidence les questions que soulève la co-construction d'une synthèse collective mais aussi différenciée en fonction des compétences des élèves.

Une séance intitulée « les familles géométriques » porte sur la construction d'un jeu.

Elle se situe dans le prolongement de situations dans lesquelles les élèves ont été amenés à élaborer des classifications de configurations géométriques. La démarche mise en œuvre dans cet « avant » emprunte à celle proposée par O. Bassis[15] dans le chapitre « des polygones aux carrés ».

Les objectifs de la séance : Associer une figure géométrique à sa désignation, à sa famille (selon un classement travaillé préalablement), en tenant compte de ses propriétés et non pas seulement d'une simple perception visuelle. Appréhender la notion de propriétés communes.

---

[15] O. Bassis, (2004), Concepts clés et situations problèmes en mathématiques, géométrie, mesures et processus cognitifs, Hachette Education

En termes d'orientations, la situation est censée développer la rationalité et le raisonnement, l'intégration sociale du citoyen ; les apprentissages portent sur le raisonnement, l'argumentation.

L'organisation mathématique proposée met en jeu un grand nombre de tâches pratiques, logiques et géométriques : répartir équitablement des vignettes, faire des classements, apparier en utilisant des connaissances géométriques, valider. Ces tâches coopératives requièrent des techniques induites initialement mais non explicites (classification) ou encore à construire (décodage des propriétés, liens des propriétés et des figures, codage des angles). Lors de cette activité d'étude et de recherche des élèves en petits groupes, les actions de régulation et d'étayage du maître jouent un rôle essentiel sur l'avancée du travail de groupe. Cette situation de construction du jeu semble caractéristique d'une phase de synthèse prise en charge (en partie seulement) par les élèves. Les élèves sont appelés à remobiliser des connaissances précédemment abordées, à les reformuler et à constituer ce qui est finalement la trace écrite d'une leçon.

Ce premier jeu peut constituer une sorte de première phase de « cours » permettant aux élèves de se l'approprier par routine (tant que le jeu ne devient pas obsolescent).

La réalisation du jeu présente donc l'intérêt suivant : les élèves construisent leur synthèse et ils montrent leurs connaissances et leurs besoins. Cette réalisation révèle aussi la nécessité d'une synthèse que n'avaient pas réellement pu s'approprier les élèves dans les séances antérieures. C'est aussi un outil pour s'informer sur les connaissances des élèves (les élèves n'utilisent pas tous les mêmes critères de reconnaissance des figures) et réguler les situations d'apprentissage à venir.

Des jeux coopératifs sont aussi expérimentés.

Deux séances ont été observées, l'une en cycle 3, l'autre en cycle 2 ; les supports respectifs sont le « Mathador classique» et le « Mathador junior ».

<u>Matériel et organisation pédagogique :</u>

Les supports comprennent respectivement des pistes de 63 cases et 28 cases. Les cases désignent, soit les signes des opérations usuelles (les 4, voire deux opérations à prendre en compte pour le jeu classique, seulement les trois premières opérations à l'exclusion de la division dans le jeu junior), soit un point d'interrogation correspondant à une carte énigme. Dans le jeu classique, trois cases 99 peuvent permettre un arrêt de jeu : il s'agit de « faire 99 ». En dehors d'un dé bleu classique qui permet le déplacement de 4 pions sur les pistes, les joueurs disposent de deux dés rouges à dix faces dans la version traditionnelle, le premier désignant les nombres de 0 à 9, l'autre les multiples de 10 (de 0 à 90) ; dans la version junior, au dé des multiples est substitué un dé classique qui désigne le chiffre des dizaines (1 à 6). Cinq autres dés blancs multifaces (polyèdres de Platon) vont permettre à l'aide d'une (ou des) opération(s) fixée(s) d'atteindre ou d'approcher le nombre donné : un dé tétraèdre à 4 faces (1 à 4) ; dé cubique (1 à 6) ; dé dodécaèdre (1 à 12) ; dé icosaèdre (1 à 20). Le lancer des cinq dés fixe les nombres qui doivent permettre « le compte est bon ».

La tâche des joueurs consiste donc à organiser une suite d'opérations comprenant au moins une fois l'opération fixée (ou les deux opérations) à l'aide des nombres qui ne peuvent être utilisés qu'une fois, ou de résoudre une énigme. Est « Mathador » celui qui trouve le nombre cible en utilisant tous les nombres. Les énigmes du jeu classique peuvent être brièvement classées en petits problèmes de logique (sollicitant compétences spatiales et langagières), problèmes de proportionnalité, problèmes de dénombrement, problèmes de recherche (système de deux équations à deux inconnues, partages inégaux, mobilisant des raisonnements arithmétiques, essais-erreurs, double fausse supposition…). Dans le jeu junior, les problèmes relèvent de la logique, du champ des structures additives et multiplicatives.

Les jeux révèlent donc un grand nombre de variables de contrôle qui peuvent permettre au maître (en les adaptant) d'octroyer au jeu le statut d'une activité d'entraînement, de réinvestissement, tant en calcul qu'en résolution de problèmes.

Les deux classes ne disposent que d'un jeu pour tous : celui-ci est donc fixé au mur de façon à permettre à l'ensemble des élèves de suivre le jeu. Les élèves sont regroupés en équipes hétérogènes, de façon à ce que les équipes jouent les unes contre les autres. Les dés sont jetés par un membre de l'équipe : les nombres, les opérations, ou l'énigme sont écrits au tableau par le maître qui est aussi le maître du temps. En effet, le travail de groupe s'articule en trois temps en cycle 3 (3 fois la durée d'une minute, correspondant à l'écoulement du sablier). Le premier temps est un temps de recherche individuelle sur le cahier du jour ; le second temps est un temps de confrontation et d'échange sur les procédures ; le troisième temps correspond au temps d'élaboration de la procédure commune, qui devra pouvoir être communiquée par l'un quelconque des membres de l'équipe. En cycle 2, le jeu se joue en 2 temps : recherche individuelle, arrêt, nouvelle recherche individuelle.

En cycle 3, l'un des membres de l'équipe « gagnante » ou la plus proche du résultat expose sa procédure au tableau ; en cycle 2, la procédure est verbalisée par un élève, le maître, sous la dictée, la retraduit en langage arithmétique.

Ce jeu peut s'inscrire dans les trois orientations, il peut développer le plaisir de chercher, de raisonner, il favorise l'apprentissage de méthodes.

Les fonctions de ces jeux coïncident, en effet, avec les attributs que D. Butlen octroie au calcul mental :

« Les activités de calcul mental sont à notre avis des moments privilégiés pour travailler sur les nombres et sur les techniques opératoires. En effet, l'élève devant par souci d'économie mettre à distance les algorithmes écrits, est amené à adapter ses stratégies en fonction des nombres intervenant dans les calculs ; il a la possibilité d'explorer et de mobiliser diverses propriétés des nombres et des opérations »[16].

[16] D. Butlen, (2004), Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). Vol.1, Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII. (page 52)

Ici, les jeux proposés en favorisant de plus les tâches coopératives peuvent donc permettre de croiser enjeux d'apprentissage et enjeux de socialisation ; les premières expérimentations mettent cependant en évidence l'influence des actions du maître pour institutionnaliser des procédures qui ne peuvent, dans l'immédiateté, être appropriées par les élèves (fixation sur des procédures routinières). Qu'il s'agisse en amont d'anticiper sur les tâches et les techniques qui seront accessibles aux élèves (l'anticipation d'une synthèse différenciée), ou qu'il s'agisse, dans l'action, de réguler, d'institutionnaliser des procédures (la synthèse à réaliser), les gestes du maître sont essentiels pour baliser ensuite le parcours autonome de l'élève. Le travail d'analyse de ces jeux est actuellement en cours.

III – CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Les mathématiques qui doivent être enseignées en multiâge sont dans les principes celles qui existent dans les programmes officiels. En multiâge, en REP, le pari soutenu est qu'elles doivent satisfaire à deux logiques indissociables, une logique d'apprentissage et une logique de socialisation.

Ces principes déterminent des dispositifs didactiques qui, en favorisant la coopération, l'émulation, l'imitation, une régulation du maître dans l'action et la recherche, somme toute modeste, doivent permettre à l'élève de définir son parcours autonome d'apprentissage. C'est en grande partie à l'élève, après qu'il s'est investi dans une action coopérative, de définir avec l'aide du maître l'ensemble des tâches et techniques qu'il devra travailler.

La mise en place de ces dispositifs reposant sur la coopération exige par conséquent, de la part du maître, une analyse approfondie des tâches possibles, non seulement une anticipation de l'activité potentielle des élèves, fonction de leur niveau de conceptualisation mais aussi la capacité à évaluer au plus près le cheminement d'un élève particulier.

La méthode en multiâge conjugue finalement les méthodes mutuelle (activités d'études et de recherche), simultanée (dévolution, mise en commun et synthèse) et individuelle (guidage individualisé)[17].

Si le moment de mise en commun, naturalisée dans le cadre de l'organisation pédagogique, apparaît comme mobilisateur et unificateur, sa structuration en un système d'institutionnalisations différenciées se révèle autrement plus complexe. C'est la question de cette structuration qui est au cœur de la problématique d'une possible programmation spiralaire : l'une des conditions qui apparaît essentielle pour organiser cette structuration dépend étroitement de l'analyse « auto-évaluo-régulatrice » que celui-ci peut opérer dans la

[17] La méthode mutuelle a été introduite sous la Restauration par les mouvements philanthropiques pour pallier aux insuffisances de la méthode individuelle pratiquée dans les petites école de l'Ancien Régime (le maître n'enseignait qu'à un élève à la fois, les autres élèves devaient attendre ; cet enseignement s'avérait inadapté à des enfants nombreux, peu assidus et d'âges divers). La méthode mutuelle repose sur le principe suivant : un élève plus avancé reçoit un enseignement du maître et le dispense ensuite à ses pairs (le maître peut ainsi gérer l'enseignement d'un plus grand nombre d'élèves, tout en différenciant des « niveaux »). La méthode simultanée, empruntée aux frères des Ecoles Chrétiennes est sécularisée par Guizot (Monarchie de Juillet) : le maître dispense un enseignement commun à des élèves réunis selon leur niveau de compétences : une classe où chacun doit acquérir les mêmes connaissances.

phase d'action et de recherche. La capacité du maître à identifier les procédures de chaque élève, l'évolution de ces procédures au cours du travail coopératif impose des dispositifs d'investigation et de réflexion qui n'ont pas encore pu être mis en place.

Si l'objectif du projet réside dans l'évaluation et le développement d'organisations mathématiques et didactiques pertinentes en fonctionnement multiâge, les étapes d'observation et d'analyse nécessitent la constitution d'une réelle communauté de recherche, des appuis institutionnels et les moyens que cela entraîne.

Dans cette perspective, c'est avec l'ensemble des membres de l'équipe qu'une analyse « auto-évaluo-régulatrice » doit pouvoir être menée dans une classe même ou à partir d'une vidéo, et dans un second temps, conduire à se questionner sur l'organisation qui a été mise en place.

Le travail engagé et qui était sans doute nécessaire dans une première étape peut, nous semble-t-il, permettre d'identifier certains phénomènes. Il y a eu co-apprentissage au sens entendu par Jaworski[18] : l'ensemble des acteurs impliqués dans la recherche, -praticiens qui se questionnent sur leurs pratiques et l'observateur extérieur-, ont appris sur les mondes des uns et des autres. Il reste encore à établir que ces pratiques d'investigation et de questionnement jouent un rôle déterminant sur l'apprentissage des élèves. Comment réellement questionner les remarques d'un observateur « extérieur » quand celles-ci n'ont pas été partagées ?

Rendre compte précisément des mathématiques enseignées et apprises par les élèves en multiâge et des développements envisageables doit donc nous renvoyer à un autre modèle de recherche-action. Un certain nombre de conditions sont réalisées :
- une communauté d'enseignants qui ont le souci de s'interroger sur ce qu'ils proposent aux élèves ;
- un projet de transformation des pratiques qui doit conduire à l'amélioration de l'apprentissage des élèves ;
- des outils d'analyse qui tout à la fois peuvent questionner les pratiques et les réguler.

Il convient donc de mettre en place ces outils, non plus seulement dans l'espace privé de la classe, mais dans un espace, qui, dans la durée, réunisse l'ensemble des membres d'une communauté ouverte à des chercheurs extérieurs.

Il semble pertinent de penser que, dans ce contexte pédagogique français, le modèle de « formation interactive » qui s'apparente au courant dit « *d'analyse de pratique professionnelle, en privilégiant, dans une perspective constructiviste et interactionniste, la dimension du collectif et de l'expérimentation* », qui vise « *à engager les professionnels en équipe dans une dynamique de découverte et de transformation pédagogique et institutionnelle centrée sur la conduite d'apprentissage des élèves* »[19] puisse ouvrir des perspectives pour mieux comprendre et développer l'apprentissage des mathématiques en multiâge.

---

[18] Jaworski B. (2003), Research practice into/influencing mathematics teaching an learning development : towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. E.S.m. 54: 249-282

[19] Hugon&Hardy, (2005), Susciter des dynamiques de découverte et de changement, *Recherche et formation,* INRP

BIBLIOGRAPHIE

BASSIS O. (2003) Concepts clés et situations-problèmes en mathématiques, numération, opérations, nombres décimaux et proportionnalité, *Hachette Education.*

BUTLEN D. (2004) Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). *Vol.1, Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII.*

CLERC P. (1993), Le multiâge, *Nathan.*

CRESAS (2001), *On n'enseigne pas tout seul à la crèche, à l'école, au collège et au lycée,* Paris, INRP, (Platone F. & Hardy M . coordonnateurs)

CHEVALLARD Y., (2001), *Organiser l'étude. Ecologie et régulation*, in Actes de la 11ème école de didactique des mathématiques, La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y., (2004), *La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire : Transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire*, 3ème Université d'été Animath, 22-27 août 2004, www.animath.fr/UE/UE04/chevallard.pdf

HUGON&HARDY, (2005), Susciter des dynamiques de découverte et de changement, *Recherche et formation*, INRP

JAWORSKI B. (2003), Research practice into/influencing mathematics teaching an learning development : towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. E.S.M. 54: 249-282

ANNEXE 1 : LA DEMARCHE EXPLORATOIRE

Les étapes successives peuvent s'inscrire dans l'ordre suivant (plusieurs séances peuvent être nécessaires pour une même étape, sachant en revanche qu'il ne faut pas être trop long) :

Etapes de la démarche	Rôle de l'enseignant
1. Recherche individuelle	• il prépare le matériel nécessaire à la mise en œuvre de la démarche • il explicite l'organisation des différents temps de la séance • il permet l'appropriation des consignes • il s'assure de la compréhension et de la mise au travail de tous les enfants
2. Confrontation et mise en commun en petits groupes pour produire une affiche commune au groupe ; l'affiche présente les stratégies mathématiquement acceptables et justifiées *Ce moment de travail en petit groupe a fait l'objet d'un débat au sein du groupe : il conviendra d'approfondir la réflexion à son propos, notamment sur la méthodologie à mettre en œuvre par le maître et par les élèves.*	• Il observe et écoute l'argumentation des enfants • Plusieurs accompagnements sont possibles. Selon ses objectifs, l'enseignant peut décider de suivre successivement l'ensemble des groupes (notamment pour favoriser les relances) ou se concentrer sur un seul groupe (éventuellement deux) pour une observation plus fine ou s'il y a des problèmes spécifiques entre les membres d'un groupe particulier. • Avant la fin de la séance, le maître demande aux groupes de vérifier que les deux conditions de validation sont respectées : stratégie acceptable ; justification. *Selon le cas, le maître intervient auprès d'un groupe ou renvoie cette phase à l'étape 3 (ou à une séance intermédiaire).*
3. Analyse collective des affiches produites par les petits groupes • lister les procédures sans classement • comparer et classer les procédures selon leur efficacité en fonction de la situation explorée ➢ Cette classification est formalisée par écrit (tableau, affiche), puis le cas échéant, mise	• Il amène les élèves à valider l'adéquation entre le travail demandé et le résultat visible sur l'affiche • Il amène les élèves à expliciter les difficultés du groupe, le cas échéant • Il a pensé à la synthèse, mais il la construit avec les enfants *en leur apportant le vocabulaire mathématique approprié si*

au propre par l'enseignant sous forme de synthèse écrite (affiche collective et/ou documents individuels à coller ou glisser dans un porte -vues) ➢ Pour les collègues de cycle 1, c'est prioritairement la « trace » (l'affiche même élaborée lors de la séance d'analyse) qui doit être le document final.	*nécessaire*
4. Relecture collective de la synthèse • Proposition de transfert sur des travaux correspondant à chaque niveau de la synthèse : les élèves choisissent leur niveau d'exercice d'application et, selon les cas, le maître les aide, les pousse à tenter une stratégie plus « experte » ou les ramène à ce qu'ils peuvent maîtriser	• L'enseignant s'assure de la bonne compréhension de l'outil de synthèse – et notamment de la re/connaissance du vocabulaire mathématique spécifique qui aura été apporté.

ANNEXE 2 : LA MALLETTE KERGOMARD