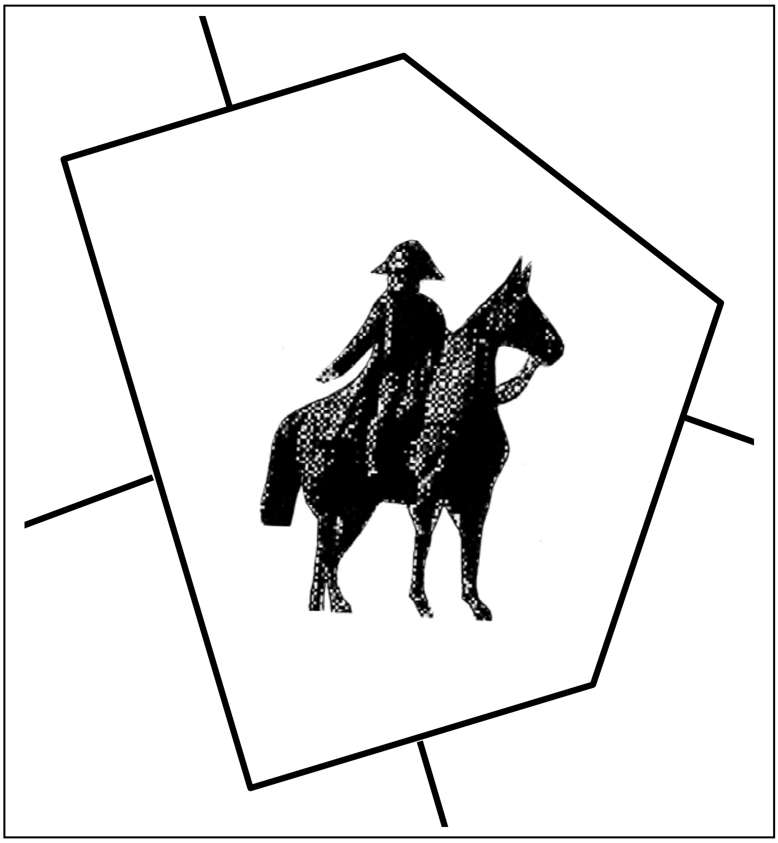
IREM des Pays de la Loire **COPIRELEM**

ACTES

XXIXème Colloque Inter-IREM
des formateurs et professeurs de mathématiques
chargés de la formation des maîtres



La Roche sur Yon, mai 2002

SOMMAIRE

ATELIERS

COMMUNICATIONS POSTERS

ANNEXES

Un grand merci à :

- ***L'IUFM des Pays de la Loire et particulièrement au site de La Roche sur Yon pour le soutien et l'aide apportés avant et au cours du Colloque.***
- ***L'Université de Nantes pour les subventions accordées***
- ***Le site universitaire de la Courtaisière à La Roche sur Yon pour son accueil.***
- ***La municipalité de La Roche sur Yon pour son accueil.***
- ***L'ADIREM pour le soutien constant apporté à la COPIRELEM.***
- ***L'IREM des Pays de la Loire.***
- ***La CASDEN-BP de Vendée pour son soutien.***
- ***Les divers IUFM de France qui ont participé à la prise en charge et facilité la présence de leurs formateurs au colloque.***

Un grand merci aussi aux différentes personnes qui ont apportées leur aide et leur soutien pour que le colloque se déroule dans de bonnes conditions :

- *Raymond Torrent, responsable du site IUFM de La Roche sur Yon et Nikolas Speicher, son adjoint.*
- *Anne-Marie Charbonnel, directrice de l'IREM des Pays de la Loire et François Héaulme, trésorier des Amis de l'IREM.*
- *Catherine Robin, secrétaire de L'IREM des Pays de la Loire.*
- *Mme Chauvière, Mrs Paris et Mary, sur le site universitaire.*
- *Mme Gaudeul, responsable du restaurant Universitaire.*
- *M.   responsable du Centre Sports et Loisirs.*

… et au soleil qui a largement contribué à la bonne ambiance.

Sans oublier la COPIRELEM qui a su me faire partager l'expérience d'organisation de colloques au fil des années.

Un grand merci aussi aux participants de la table ronde, à la conférencière, à tous les collègues qui se sont investis pour faire des communications et pour animer des ateliers.

Merci enfin à tous les participants dont les apports permettent à la communauté des formateurs de mathématiques du premier degré de renouveler ses pratiques et d'enrichir sa réflexion.

Michel JAFFROT
Responsable local de l'organisation.

QUELLES VALEURS L'ECOLE PEUT-ELLE FAIRE VIVRE ET TRANSMETTRE AUJOURD'HUI ?

Jacques George
Professeur honoraire à l'IUFM de Paris
Vice-président du CRAP- Cahiers pédagogiques
Membre du comité de rédaction des Cahiers Pédagogiques

Catherine Taveau
Professeur de Mathématiques à l'IUFM de CRETEIL
Responsable de la COPIRELEM

Jean-Claude Duperret
Professeur de Mathématiques à l'IUFM de REIMS
Membre de la Commission Kahane

Jean Rosmorduc
Professeur Retraité d'Histoire des sciences

Yves Girmens
Professeur IUFM de Montpellier
Membre de la COPIRELEM

INTRODUCTION

Yves Girmens

Pourquoi avoir choisi ce thème dans le cadre d'un colloque consacré à la formation des professeurs des écoles à l'enseignement des mathématiques ?

Tout d'abord parce que notre système d'enseignement et d'éducation repose sur certaines valeurs fondamentales qu'il a l'ambition de transmettre à travers l'éducation et la formation de nos enfants .

S'interroger sur les valeurs que l'école, c'est accepter de revisiter ces valeurs fondamentales afin de les vivifier et de les actualiser.

Cette démarche n'est-elle pas indispensable à un moment où certaines de ces valeurs peuvent sembler, pour beaucoup enseignants, « aller de soi » ou définitivement acquises, parce qu'eux-mêmes les ont naturalisées alors qu'elles sont issues d'une élaboration au fil d'une histoire et que leur pérennisation passe nécessairement par une éducation des enfants, axée sur la transmission de ces valeurs, Cela exige, de la part d'un enseignant, une vigilance constante pour garantir les conditions de l'appropriation et de la mise en pratique de ces valeurs par des choix et des pratiques d'enseignement appropriés.

En second lieu, s'interroger sur les valeurs que peut porter et diffuser l'école amène à aborder de grandes questions sur l'enseignement : quels sont les enjeux de l'école ? Quelles sont les finalités de l'enseignement ? Quelles sont les priorités en matière d'éducation ? Quelles sont les pratiques à promouvoir pour préparer l'insertion des enfants et des enseignants dans une république démocratique ? Quelles valeurs véhiculent nos choix pédagogiques et nos pratiques d'enseignement ?

Nous avons choisi d'aborder la question des valeurs à travers quatre entrées différentes : la laïcité, la mixité, l'enseignement des sciences et celui des mathématiques.

La laïcité est l'une des valeurs qui fonde notre système d'enseignement ; à elle seule, elle résume les valeurs de tolérance, de respect de l'autre et du refus de l'exclusion.

Nous avons demandé à Jacques Georges, Professeur Honoraire d'histoire en IUFM, responsable des Cahiers Pédagogiques de nous apporter quelques repères sur le concept de laïcité, sa genèse, son évolution en vue de mieux cerner ce que peut-être aujourd'hui une pratique de la laïcité dans l'éducation et l'enseignement.

La mixité constitue le cadre même de notre enseignement ; elle est synonyme du principe d'égalité entre filles et garçons, du point de vue des droits, des chances de réussite et des traitements, c'est à dire des conditions dans lesquelles se font leurs apprentissages.

Catherine Taveau, Professeur de Mathématiques à l'IUFM de CRETEIL, qui s'intéresse depuis plusieurs années à la comparaison des conditions d'apprentissage que connaissent les filles et les garçons, nous dresse un bilan de la réalité de la mixité dans l'enseignement actuel des mathématiques.

Les sciences constituent des domaines d'apprentissage où peuvent se ressourcer et se consolider certaines valeurs fondamentales, par la mise en œuvre de postures comme l'esprit scientifique ou un certain rapport au concept de « vérité », lié à l'approche scientifique.

Jean Rosmorduc, Professeur retraité en Histoire des Sciences, expose de quelle manière, l'enseignement des sciences peut contribuer aujourd'hui à la transmission des valeurs et quelles priorités il convient de définir pour cela.

Enfin, l'enseignement des mathématiques, par la rencontre du concept d'universalité, par la pratique de certains modes de raisonnement qui lui sont propres, du débat scientifique en vue d'établir une vérité, constitue un environnement où un certain nombre de valeurs peuvent vivre et s'affermir.

Jean-Claude Duperret, Professeur à l'IUFM de Reims, membre de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques (dite « Commission Kahane »), décrit quelles peuvent être la place et le rôle de l'apprentissage des mathématiques sur le plan de l'éducation et de la formation de la personne.

LA LAICITE ET LES VALEURS

Jacques George

Les valeurs de la laïcité sont plus que jamais essentielles.

Pour bien les appréhender, il faut en saisir l'émergence et l'évolution. Il convient cependant de ne pas aborder cette question de façon dogmatique, c'est-à-dire non laïque.

C'est évidemment très excitant de parler de laïcité en Vendée. Mais je vais peut-être vous surprendre. Après un rappel de définitions, je vous proposerai un détour historique, qui nous permettra de cueillir les valeurs de la laïcité chemin faisant.

Les mots justes

Le mot même de *laïcité* est très récent, sa première occurrence ne date que de 1871 (Littré suppl.), comme « caractère laïque », *laïque* étant ici ce « qui n'est ni ecclésiastique ni religieux », et « conception politique impliquant la séparation de la société civile et de la société religieuse ». Cela ne veut pas dire que l'idée n'existait pas avant, mais les mots faisaient alors partie du vocabulaire ecclésiastique. Le mot *laïc,* beaucoup plus ancien, désignait, dans une société informée par la religion comme le sont les sociétés antiques, celui qui n'est pas prêtre, le λαος (laos, d'où λαίκος, laïque) par opposition au κληρος (clerc, éclairé, instruit) ou au ιερος (hiéros, qui a un caractère sacré, d'où hiératique, hiérarchie : la hiérarchie, c'est sacré !). Les mots qui tournent autour se rapportent aussi à une société structurée par la religion. On ne retrouve cela aujourd'hui que dans l'expression désuète de frère *lai* ou convers, qui vit dans un monastère mais n'est pas prêtre et s'occupe généralement des tâches matérielles.

Aujourd'hui, en oubliant ces origines, on jouerait plutôt sur la dualité *laïc* et *laïque*. Pour simplifier, le *laïc,* c'est le croyant qui n'est pas prêtre, le *laïque*, c'est celui qui est partisan de la laïcité. Un laïc peut très bien être laïque, et même un non-laïc peut être laïque. Laïc, c'est un statut juridique ; laïque c'est un état d'esprit. Les mathématiciens savent qu'il est important de disposer de définitions claires.

Pour aller plus loin, cherchons les antonymes. L'antonyme de *laïc*, c'est clerc, prêtre. *Laïque* par contre peut avoir deux antonymes, ce qui est source de confusion ; les uns l'opposent à *croyant* (d'une religion ; je suis laïque, tu es croyant, on n'est pas pareils) ; les autres l'opposent à *clérical* (je suis laïque parce que je ne veux pas que les églises, y compris le cas échéant la mienne, imposent leurs règles à la société ; les églises, ni aucun groupe idéologique). Robert Escarpit, un grand défenseur de la laïcité, pouvait ainsi écrire : « nombre de clercs sont laïques et nombre de laïques sont cléricaux » (*Ecole laïque, école du peuple*, 1961, p.46). Et Jules Ferry avait déclaré à la Chambre: « Il n'y a pas en France de religion d'Etat, il n'y a pas non plus d'irréligion d'Etat » (10.1.1880) et « Oui, nous avons voulu la lutte anti-cléricale, mais la lutte anti-religieuse, jamais » (10.6.1881).

Même si la frontière entre ces deux aspects - anti-clérical et anti-religieux - est peut-être difficile à tracer précisément - elle a varié au cours de l'histoire, elle passe peut-être en chacun de nous - il y a bien là un clivage majeur, et on voit qu'il est essentiel de s'entendre sur le sens des mots. Et il y a plusieurs façons de concevoir la laïcité, dans l'histoire et aujourd'hui encore.

Actes et pactes fondateurs

Regardons comment la laïcité a été pensée et mise en oeuvre à travers deux épisodes fondateurs à vingt-cinq ans d'intervalle. Il est clair que la laïcité en France s'est constituée en opposition à l'Eglise catholique. Mais elle est partagée entre plusieurs courants : il y a des spiritualistes, agnostiques comme Jules Ferry, protestants libéraux comme son entourage (Pécaut, Steeg, Buisson), déistes comme Jean Macé ou Victor Hugo ; il y a des athées déclarés, comme Paul Bert ou Clemenceau ; il y a des gens non dogmatiques, ouverts, et qui pensent que peut-être les problèmes de classe sociale ou de colonisation sont plus importants, comme Jaurès.

Premier épisode, avec Jules Ferry, la séparation de l'école et de l'Eglise (catholique) ; il est significatif que l'on commence par l'école, dans une perspective à long terme. Avant Ferry, l'école publique est confessionnelle, on y enseigne la religion, une bonne partie des enseignants, surtout à l'école primaire (41 %), sont des « congréganistes », appartenant à des congrégations (comme les Frères des Ecoles chrétiennes) ou à des ordres religieux (il y a aussi des écoles privées, généralement confessionnelles elles aussi). C'est Ferry qui fait de cette école primaire publique [1] l'école laïque au sens d'aujourd'hui. Mais curieusement le mot *laïcité* ne figure pas dans la loi du 28 mars 1882 par laquelle l'école devient obligatoire et laïque, ces deux caractéres ne pouvant aller l'un sans l'autre : un mot suffit, la loi remplace, dans la liste des matières enseignées, l'expression *l'instruction morale et religieuse*, qui était déjà celle des lois Guizot et Falloux, par *l'instruction morale et civique*. Au demeurant, nous dit Pierre Ognier, « les interventions (de Ferry) montrent qu'il préférait le terme et le concept de neutralité à celui de laïcité »[2].

Reste ce problème : si on ne veut pas que la laïcité soit antireligieuse, comme l'affirme Ferry, il faut bien laisser à ceux qui le souhaitent la possibilité de donner à leurs enfants un enseignement religieux. Le projet de loi prévoit donc que l'enseignement religieux [3] pourra être donné le dimanche d'abord, ensuite le jeudi [4] ou les jours de congé ; dans les débats au Sénat (juillet 1881), Ferry avait ajouté « et enfin même les jours de classe, mais à la condition que ce soit en dehors des heures de classe ». Mais donné où et par qui ? « par le ministre du culte, soit dans les bâtiments consacrés au culte, s'ils sont convenablement appropriés à cet usage, soit dans les locaux scolaires. Il sera donné par le ministre du culte directement ; il pourra être donné par l'instituteur lui-même, s'il s'y prête librement, en dehors des heures de classe. (…) Tout le changement, le voici : c'est que l'instituteur cessera d'être le répétiteur obligé et forcé du catéchisme et de l'histoire sainte » [5].

Les débats au Parlement, où « l'intégrisme catholique et l'intégrisme rationaliste et scientifique étaient vraiment l'un en face de l'autre » [6], ont fait litière de ces propositions, trop bienveillantes aux yeux des laïques les plus affirmés, trop laïques aux

---

[1] Faut-il rappeler que Ferry n'a pas « créé » l'école ; avant lui, il y a déjà un très grand nombre d'écoles publiques, dont un bon nombre, à la discrétion des communes, sont gratuites.

[2] In Baubérot et al. *Histoire de la laïcité*, CRDP Franche-Comté, 1994.

[3] Enseignement religieux : enseignement d'une religion à ses fidèles (on dit couramment catéchisme, quand il s'agit des enfants, catéchèse quand il s'agit d'adultes), à distinguer d'un enseignement sur une ou plusieurs religions à fin de culture.

[4] Cela dit, la pratique d'une coupure de l'école en milieu de semaine était déjà en usage dans bien des endroits, on la trouve dans la *Ratio studiorum*, c'est à dire la règle des études dans les écoles tenues par les jésuites, etc. On ne peut donc pas la lier seulement à cette question du catéchisme.

[5] Cité par L.Capéran, *Histoire contemporaine de la laïcité française*, t.2,1960.

[6] Pierre Chevallier, *La Séparation de l'Eglise et de l'école*,1981.

yeux des cléricaux les plus marqués, et on est arrivé à ce que l'enseignement religieux soit donné seulement en dehors de l'école et jamais par l'instituteur. Mais la démarche première c'était quand même celle-là. De même, si le Parlement a refusé que les devoirs envers Dieu soient inscrits dans la loi, ils sont restés inscrits dans les programmes, et le personnel congréganiste n'a été remplacé que très progressivement, en 25 ans pour les instituteurs, plus de 30 ans pour les institutrices. Il y avait un crucifix au mur de chaque classe ; le préfet de la Seine, Hérold, ayant pris l'initiative de les faire enlever dès 1880, ce qui fut fait parfois pendant les heures de classe et devant les enfants, ce qui fit scandale au Sénat ; une circulaire de 1882 recommandera de n'enlever les crucifix que pendant les vacances, et de repeindre le mur, où ils apparaissaient en négatif.

L'autre étape majeure, c'est la Séparation des églises - ici au pluriel - et de l'Etat, la loi du 9 décembre 1905. On connaît la formule de l'article 2 : « La République ne reconnaît, ne salarie ni ne subventionne aucun culte ».

Une anecdote peut aider à éviter un contresens trop courant sur cet article. En 1911, un prêtre, l'abbé Bouteyre, veut être candidat à l'agrégation de philosophie. Le ministre refuse cette inscription, « l'état ecclésiastique s'opposant à ce qu'il soit admis dans le personnel de l'enseignement public, dont le caractère est la laïcité », le Conseil d'Etat confirme ce refus. Mais si la religion était purement chose privée, l'Etat ne saurait pas ce qu'est un prêtre, pas plus qu'il ne sait ce qu'est le grand-maître de l'ordre des canardiers qui se voue au culte du canard à la rouennaise, et le refus de l'inscription aurait été un déni de droit. Il faut voir alors que *reconnaître* renvoie au Concordat de 1801 et aux Articles organiques qui le complètent, par lesquels l'Etat français, tout en étant laïque, donne un statut officiel à quatre religions « reconnues » (Eglise catholique, Eglise réformée, Eglise luthérienne d'Alsace, Consistoire israélite), dont il prend en charge le fonctionnement et assure le traitement du clergé (sans pour autant en faire des fonctionnaires). L'abolition unilatérale du Concordat par la loi de 1905 était rejetée à la fois par les cléricaux, comme signifiant la fin du statut officiel des églises, et par certains anticléricaux, comme abandon d'un moyen efficace de contrôle des églises, ne serait-ce que par le biais des nominations, d'évêques par exemple.

Le projet de loi préparé par Combes – ancien séminariste – sapait l'organisation de l'Eglise catholique ; après sa chute, il sera repris par Aristide Briand dans un tout autre esprit. Mais il faudra attendre 1924 pour que les décrets et circulaires d'application soient acceptés par un nouveau pape, Pie XI : la même conjonction des extrêmes que nous avons vue à propos de la laïcité de l'école avait joué ce retardement.

Le résultat est que, si l'Etat ne *reconnaît* plus les cultes au sens de 1801, il les *connaît*, et même il précise que les associations cultuelles, qui avaient été le point d'achoppement parce que le Vatican craignait qu'elles ne devinssent les germes d'un nouveau gallicanisme, d'une indépendance de l'Eglise de France par rapport à Rome, doivent être conformes aux règles d'organisation de leur culte ; c'est bien reconnaître l'appareil ecclésiastique [7]. Mais c'est aussi conforme aux nécessités de fonctionnement de la société civile et de l'ordre public. Pour les mêmes raisons, l'Etat souhaite aujourd'hui avoir en face de lui une organisation représentative des musulmans[8].

---

[7] Application pratique : si l'archevêque de Paris voulait récupérer l'église Saint-Nicolas-du-Chardonnet, occupée par les intégristes depuis longtemps, l'Etat utiliserait la force publique à cet effet.

[8] Pierre Rosanvallon avait noté de même que l'Etat souhaite qu'il y ait des syndicats, comme interlocuteurs à propos des questions touchant le travail, même si les syndicats ne regroupent plus la majorité des travailleurs.

Mais cela va plus loin. L'Etat ne subventionne pas les cultes. Mais pour assurer la liberté de culte aux personnes qui ne jouissent pas de leur pleine liberté de déplacement - élèves internes, prisonniers, malades des hôpitaux, militaires, etc. - il finance locaux et aumôniers, selon des modalités qui ont varié en fonction des évolutions ; environ 2000 personnes aujourd'hui, semble-t-il. Il y a plus important : la loi prévoit que les bâtiments du culte et leurs annexes (presbytères et évêchés) deviennent, pour les cathédrales, propriété de l'Etat, pour les églises paroissiales, propriété des communes. Ils sont entretenus par leurs propriétaires, et mis gratuitement à la disposition du clergé, « affectataire » ; ce qui revient de fait à une subvention énorme [9]. Cela est-il choquant, ou cela fait-il partie d'une certaine conception de la laïcité ? Et, si l'Etat ne nomme plus les évêques comme au temps du Concordat, des contacts officieux ont lieu pour ces nominations, et le ministre de l'Intérieur est aussi en charge des cultes.

J'évoque enfin un épisode peu connu : le dimanche 19 mai 1940, alors que les chars allemands foncent vers Paris, qui sera occupée le 14 juin, le président du conseil des ministres, Paul Reynaud, et d'autres membres du gouvernement, dont Edouard Daladier, chef du parti radical, vont à Notre-Dame de Paris assister à des prières pour la France[10] ; cette démarche des hautes autorités du pays en danger laisse songeur.

Je laisse de côté le cas de l'Alsace et de la Moselle, où, par suite des vicissitudes historiques, le Concordat et les lois allemandes continuent à s'appliquer et où les quatre églises sont toujours reconnues (les évêques de Metz et de Strasbourg sont ainsi nommés et rétribués par l'Etat). On est dans un tout autre contexte ; l'enseignement public continue à enseigner la religion, mais les élèves peuvent demander à être dispensés de suivre cet enseignement : un tiers environ des élèves du primaire, quatre cinquièmes des élèves du secondaire demandent cette dispense. La question pour les laïques étant de savoir s'il vaut mieux miser sur la diminution progressive de l'attachement des populations à ce statut ou sur une modification législative radicale; choix laïque, mais aussi choix démocratique et politique. A traiter à la manière Combes ou à la manière Briand ?

Quel contenu de la laïcité ?

Ces rappels historiques permettent de commencer à cerner les valeurs de la laïcité, aux plans pratique et politique. Avançons plus profond : la laïcité a-t-elle un contenu propre ? L'époque où le combat laïque commence à se développer, au tournant de 1900, c'est aussi, et ce n'est pas un hasard, la pleine époque de foi dans un progrès scientifique qui s'accélère : la science va bientôt tout nous révéler et la religion ne repose que sur des sornettes. C'est le scientisme - « maladie infantile de la science » dit Régis Debray - que l'on peut voir comme inversant la vieille tendance qui disait que la religion - je parle ici du catholicisme - ne peut pas avoir tort contre la science ; si donc un savant pense avoir trouvé quelque chose qui contredit la religion, c'est lui qui se trompe. C'est l'affaire Galilée, et tant d'autres. Cela s'appelle le concordisme : s'il y a contradiction entre les données de la science et les affirmations de la religion, c'est la science qui a tort et la religion qui a raison. Mais on peut inverser le concordisme et

[9] Cela ne vaut que pour les églises existant en 1905, les églises construites depuis étant à la charge de leurs responsables. Je laisse de côté des cas marginaux, comme les subventions attribuées à la cathédrale neuve d'Evry au titre de l'aide à la création artistique.

[10] Certains auteurs mentionnent aussi la présence de Lebrun, président de la République, de Pétain, vice-président du conseil depuis la veille, voire de De Gaulle, qui ne sera au gouvernement que quelques jours après. Les photographies le démentent. L'archevêque, Mgr Suhard, était en déplacement, l'initiative émane de son vicaire épiscopal. Mais cela ne change rien au fond.

utiliser les progrès de la science pour démontrer l'erreur de la religion : Auguste Comte disait : « il n'y a point de liberté de conscience en astronomie, en physique, en chimie ». C'est Albert Bayet (1880-1961) qui cite cette phrase de 1822 ; ce grand maître de la laïcité, qui était de la même génération que Péguy (1873-1914), évoluera après la seconde Guerre, avec Laïcité XX ème siècle (1958). Exemple classique, le calendrier géologique : le monde a t-il été créé en « six jours », comme dit la Genèse ou en des millions et des millions d'années ? Je vous renvoie à un livre sublime, Jean Barois, de Roger Martin du Gard 11, publié en 1913. C'est le récit du déchirement qui s'introduit dans un couple ; ils s'aiment bien, ils sont également cultivés, mais le mari est incroyant et la femme croyante, ils sont bouleversés, leur relation est bouleversée par ce progrès scientifique. Ce combat a duré longtemps. J'ai retrouvé dans un manuel d'histoire sainte de 1901, publié chez Delagrave qui n'est pas un éditeur religieux, une carte du Proche-Orient indiquant au niveau des sources du Tigre et de l'Euphrate l'emplacement du Paradis terrestre ! 12 Le grand historien de la Révolution, Alphonse Aulard, écrivait en 1904 : « Oui, nous voulons supprimer la religion pour cette raison que nous avons quelque chose de très supérieur à mettre à sa place : la philosophie laïque, fruit de la science et de la longue expérience de l'humanité ». Il était trop facile, et un peu stérile, de faire du concordisme à l'envers 13.

Et d'ailleurs, à partir du début du 20ème siècle, toute une série de révolutions dans le domaine scientifique ont montré que la science n'était pas aussi assurée et positive qu'on le pensait, et ont mis en évidence des idées et des faits qui allaient contre le sens commun et la vulgate scientifique ; je ne citerai, timidement devant des scientifiques, que les géométries non euclidiennes, la relativité, les quanta, la mécanique ondulatoire, etc. ... Si la laïcité peut continuer à se réclamer de l'esprit scientifique, ce n'est plus de cet esprit bien campé sur des certitudes positivistes ; dématérialisation du matérialisme, dit Bachelard. On n'a pas fini de mesurer les conséquences de ce bouleversement dans le rapport entre laïcité et science.

Mais cette critique de Gérard Mendel [14] n'est-elle plus qu'un mauvais souvenir ? « On apprend la science comme le catéchisme. On admire une réalisation technique comme un objet céleste. Loin d'encourager l'enfant à poser des questions, on lui apporte des réponses. Mais rabâcher une formule chimique comme une prière, c'est, pour l'intelligence, du pareil au même : elle n'est en rien concernée ». La formation d'un esprit laïque ne relève pas seulement des professeurs d'histoire, de français ou de philosophie.

Une nouvelle donne

Et depuis, tout au long du 20ème siècle, la problématique a évolué aussi du côté des églises. Elles se sont mises à regarder de façon plus critique, plus scientifique que ne le fait leur propre base, leurs affirmations. Cela n'a pas été sans tensions internes ; les premiers qui ont repris, deux siècles après Richard Simon, l'étude critique des textes des Evangiles ou de l'Ancien Testament ont eu des problèmes avec les autorités religieuses ; dans un autre domaine, Teilhard de Chardin a été longtemps marginalisé [15]. La liste serait longue des certitudes religieuses qui sont remises en questions, parfois

---

[11] L'auteur des *Thibault*.

[12] La carte est reproduite dans le *Cahier pédagogique* 323, 1994.

[13] Si je voulais polémiquer, je rappellerais que certains ont situé par la suite, mais ailleurs, un autre paradis terrestre.

[14] Citée dans *Le Monde diplomatique*, juin 1980.

[15] Même si on peut penser qu'il revient à une certaine forme de concordisme.

profondément, par au moins une partie des croyants et du clergé, voire par l'appareil même des églises (comme ce qu'a fait le Concile Vatican II), et non sans retours en arrière (y compris par rapport à Vatican II).

Mais des progrès notables ont été effectués.

Enfin, ce qui caractérise notre époque est que les religions tendent à s'affaiblir. Au niveau des chiffres, selon une enquête CSA de fin 2001[16], il y a en France 69 % de catholiques (10 % de pratiquants réguliers, 49 % de pratiquants occasionnels, 10 % de non-pratiquants), 2 % de protestants, 7 % de fidèles d'autres religions, et 22 % de non-croyants ou athées. Et surtout au niveau de la force d'adhésion, du degré d'emprise de la religion sur les individus. Quelqu'un me disait récemment : je suis un « catholique athée ». Il y a beaucoup de catholiques athées ; cela n'est contradictoire qu'en apparence.

« La société est sortie de la religion », dit Marcel Gauchet, et l'emprise sur la société s'est également affaiblie. Certes, notre calendrier reste chrétien, avec le dimanche et les jours fériés, dont la plupart renvoient à des fêtes chrétiennes ; si le jour de l'Ascension, par exemple, est férié en France, alors qu'il ne l'est pas dans d'autres pays de tradition chrétienne, je n'ai jamais entendu un laïque pur et dur protester contre cette fête ; de même pour les lundis de Pâques ou de Pentecôte, lendemains des plus grandes fêtes chrétiennes, qui ne sont fériés, curieusement, que depuis 1886 [17]. Mais l'intervention des églises dans la vie culturelle s'est affaiblie. Bien sûr, il y a de temps en temps des protestations, contre tel film, telle affiche, que des églises jugent offensant pour la religion ou simplement pour la morale. Cela ne dure pas longtemps en général. Finira-t-on par admettre, avec Marco Panella, que « la démocratie c'est le droit au blasphème » ? Mais si cela était, serait-ce un progrès ? Blasphémer, c'est injurier la religion, injurier Dieu, injurier les églises. Il fut un temps où le blasphème était puni par la loi civile, et sévèrement : souvenons-nous du Chevalier de La Barre, dont une des rues autour du Sacré-Coeur à Paris porte le nom ! Ce temps est heureusement révolu, et si le blasphème reste théoriquement un délit dans plusieurs pays d'Europe occidentale (sauf la France d'ailleurs, à l'exception là encore de l'Alsace-Moselle), il n'est pratiquement pas sanctionné. Mais, si on rapproche le blasphème du délit d'opinion qu'il est en fait (je n'ai pas le droit de dire telle chose), ne peut-on parler de blasphèmes laïcs ? La loi Gayssot, du 13 juillet 1990, punit « la négation des crimes contre l'humanité condamnés par le tribunal de Nuremberg » ; c'est bien un délit d'opinion, l'interdiction et la punition par la loi remplacent ce qui devrait être la réfutation par le débat, scientifique, historique, juridique. Et si vous sursautiez maintenant, parce les camps nazis ou la Shoah sont si abominables qu'*il ne devrait pas être permis* de mettre leur existence en doute, vous feriez comme ceux qui disaient la même chose s'agissant des questions de religion.

Les religions s'affaiblissent, mais inégalement. Et d'autres religions se développent en France : l'Islam en particulier, même s'il est parfois difficile de séparer - pour l'Islam comme pour les autres religions - ce qui relève de l'affirmation d'une croyance et de la revendication identitaire. Il ne faut pas dire trop vite que l'Islam est rebelle à la laïcité. Un certain nombre de pays islamiques avancent dans cette voie, même si ce n'est

[16] *La Croix* du 24.12.2001. L'évolution des comportements et les difficultés de mesure empêchent de prendre ces chiffres autrement que comme des ordres de grandeur, mais il suffit de regarder un peu ec qui se passe le dimanche dans les villes et les villages.

[17] Jean Baubérot, qui le remarque (*Le Monde*, 21.12.1999), propose de remplacer ces deux jours fériés par le 9 décembre, anniversaire de la Séparation, et, alternativement, par une grande fête bouddhiste, juive ou musulmane. Sa proposition n'a pas eu grand écho.

pas aussi rapide et aussi rectiligne qu'on peut le souhaiter ; mais on ne peut pas exiger que les pays musulmans fassent beaucoup plus vite le chemin qui nous a conduit en plusieurs siècles à définir et installer la laïcité, de façon pas toujours rectiligne non plus. D'autant plus que « il ne faut pas oublier, écrit Amr Helmy Ibrahim, un universitaire égyptien [18], que pour beaucoup de musulmans, la laïcité, ce n'est pas une doctrine philosophique, des idées qu'on combat, c'est tout simplement la démarche de l'Occident. Sans plus. C'est une nouvelle chose, inventée par les Européens pour déposséder les opprimés de leur culture. (…) La laïcité est souvent perçue comme une des stratégies de domination de la culture occidentale. Bien entendu, il se trouve parmi les intellectuels musulmans des gens qui dénoncent cette réaction et qui essaient de démontrer que la laïcité peut être autre chose que la stratégie de l'Occident pour opprimer l'Islam. Le problème est que ces intellectuels ne sont pas très écoutés parce qu'ils sont eux-mêmes très occidentalisés, dans leur mode de vie et dans leur mode de pensée ».

Régis Debray pense que « l'Islam de France est une chance pour la laïcité ». Le développement de l'Islam dans nos sociétés européennes nous oblige en effet à repenser la laïcité parce qu'on est face à une population qui n'a pas fait le même chemin, et à cesser de penser la laïcité seulement par rapport à l'église catholique. Il faut la repenser par rapport à l'Islam, par rapport aux autres religions, par rapport aussi à ces modes de penser et de vivre les religions que sont les intégrismes ou les fondamentalismes. Ces derniers ne se prêtent pas au dialogue. Et là le combat sur le concordisme est toujours à mener (pensons aux créationnistes en Amérique, aux Témoins de Jéhovah), une pédagogie est à mettre au point. Mais il y a aussi des intégristes de la laïcité ![19]

Des religions, on passe aux sectes, la délimitation entre religion et secte n'étant pas toujours évidente. Certaines *sectes* ne sont que des religions minoritaires, et il n'y a pas lieu de les traiter différemment. Mais d'autres posent des problèmes. Il y a des sectes tragiquement loufoques, comme l'Ordre du Temple solaire, et on peut s'étonner d'y voir des personnes de niveau intellectuel élevé. Il y en a dont on se demande quelle est la rationalité de ce qu'elles peuvent avancer, comme la secte dirigée par Raël. Il y en a qui bafouent ouvertement les droits de l'homme[20] .

La laïcité doit aussi évoquer ce qu'on peut appeler le bricolage religieux ; ces gens, très nombreux, qui ne savent peut-être pas grand chose sur les religions mais qui se fabriquent une petite religion à eux, plus ou moins syncrétique, prenant un bout ici, un bout là. Cela relève d'une autre analyse, et la laïcité est un peu désarmée. Par contre, la laïcité doit se préoccuper du succès inquiétant des pseudo-sciences, du poids de l'astrologie, de la divination, dans la mentalité populaire mais aussi, il faut le savoir, chez les enseignants, qui sont autant clients que les autres des vendeurs d'horoscopes. Consultez les *Pages jaunes* aux rubriques Astrologie, Cartomancie, Voyance, etc. Les professeurs de mathématiques notamment doivent être attentifs au développement de la numérologie…[21]

De nouvelles tâches

Tout cela pose problème à la laïcité et à l'enseignement, dans la mesure où cela concerne le respect des croyances, le respect des personnes qui ont ces croyances, la

[18] In *La laïcité en marche*, Ligue de l'enseignement, 1985.
[19] Y compris d'ailleurs parmi les plus croyants.
[20] Un classement commode des sectes dans une brochure du CNDP, *Prévention des risques de prosélytisme sectaire*, collection *Repères*, 2002.
[21] Voir les travaux de Henri Broch et son site zététique : http://unice.fr/zetetique/zetetique.htm.

possibilité de vivre ensemble entre gens qui ont des croyances différentes. Il y a aussi en jeu des valeurs, des dévouements, des engagements, de la beauté. Et la laïcité, qui s'est construite en face d'une religion structurée et puissante mais qui a perdu progressivement de son impact et de sa puissance, doit sans doute s'interroger sur elle-même, à moins de n'être plus, comme le dit Marcel Gauchet, que « un fait sans principes ».

On voit bien qu'on ne peut plus s'en tenir à l'ignorance, qu'on ne peut passer sous silence les questions qui tournent autour des religions. On est obligé de creuser le contenu d'une laïcité et d'abord de faire la distinction nécessaire entre les domaines où nous - l'école laïque ou les gens attachés à la laïcité - nous sommes compétents et ceux où nous sommes incompétents, où nous n'avons pas, es qualités du moins, de jugement à porter.

Nous sommes compétents pour ce qui touche aux droits de l'homme (et de la femme), à la santé, à la vie tout simplement. Vastes domaines, vastes questions.

Nous sommes incompétents sur ce qui touche aux croyances, aux prescriptions alimentaires, vestimentaires, aux habitudes, aux prescriptions cultuelles, sous la seule réserve du respect des droits de l'homme et de l'ordre public. La laïcité n'a pas à juger dans ces domaines, mais elle doit tenir compte de tout cela, dans la limite du raisonnablement possible. Exemple : le dimanche est le jour de repos traditionnel dans le monde chrétien, le samedi dans le monde israélite, le vendredi dans le monde musulman ; additionner vendredi, samedi et dimanche est impossible pour la société civile, pour l'assiduité à l'école aussi. De même pour les cantines scolaires, domaine où il faut d'ailleurs se tenir au courant : le traditionnel « maigre » du vendredi en pays chrétien est devenu désuet, la prohibition du porc, l'exigence kasher ou halal restent en vigueur. La limite du possible, mais sous forme de négociation, au cas par cas.

Cette incompétence n'exclut pas d'essayer de comprendre, et d'abord de connaître. Comme dit Régis Debray dans son rapport, il faut remplacer une laïcité d'ignorance par une laïcité de connaissance, et même une connaissance empathique ; conjuguer, dit Debray, « empathie et recul ». Ce n'est pas seulement connaître, apprendre des choses, c'est connaître en essayant de se mettre à la place des autres, de comprendre les autres, au sens fort du mot : « le temps paraît venu du passage d'une laïcité d'incompétence (la religion par construction ne nous regarde pas) à une laïcité d'intelligence (il est de notre devoir de le comprendre) ». Et d'abord de savoir : mais combien d'entre nous ont lu le Coran ? C'est beaucoup plus court que la Bible, et il serait important que les enseignants le lisent. Dès 1982, la Ligue de l'enseignement demande un enseignement sur les religions à l'école laïque, et un tel enseignement est plus nécessaire que jamais. Je cite encore Debray, pour ceux qui restent méfiants : « s'abstenir n'est pas guérir » et « la relégation du fait religieux hors des enceintes de la transmission rationnelle et publiquement contrôlée favorise la pathologie du terrain au lieu de l'assainir ». J'ai proposé [22] une grille d'étude d'une religion en distinguant plusieurs niveaux pour chacun des points qui concernent cette religion (le dogme, les rites, l'organisation, les pratiques, etc.) : il y a ce que dit la religion d'elle-même, par ses instances officielles et ses textes ; il y a la façon dont les fidèles comprennent, reçoivent et suivent ces enseignements ; il y a les points en débat à l'intérieur même de cette religion ; il y a les points sur lesquels peut porter une analyse scientifique ou critique, qu'elle soit faite par des fidèles de cette religion ou non. Ces distinctions, qu'il faut adapter à chaque cas bien entendu, permettent, à mon avis, de comprendre plus facilement une religion, et aussi ses fidèles.

---

[22] *Cahiers pédagogiques* n° 323

Finalement, les valeurs

Revenons aux valeurs. Cela demande à chacun d'entre nous un effort sur nous mêmes. Peut-être d'abord pour prendre de la distance par rapport à ce que nous croyons savoir des autres religions, de l'histoire de la laïcité, prendre de la distance par rapport à une laïcité qui a été à l'origine « un affrontement », par rapport à une neutralité aseptisée [23].

Il faut essayer de clarifier notre propre conception de la laïcité. Michel Vovelle dit que « la laïcité se définit comme une recherche continuée, une pratique du doute, au sens cartésien du terme, qui s'associe avec la notion de respect ». C'est aussi le refus du principe d'autorité dans ces domaines. Mais la laïcité est-elle seulement la garantie juridique de la liberté de conscience et de religion contre tous les totalitarismes, y compris les totalitarismes de la pensée, du scientisme, du cléricalisme, d'un athéisme qui serait officiel ? Ou y a t-il un idéal spirituel commun à tout le monde, qui transcende les religions ? Probablement. Il y a un certain nombre de valeurs qu'il faut revisiter. Elles ne sont pas spécifiques à la laïcité : la solidarité, y compris avec le passé (« l'héritage »), la vérité, relative ou évolutive, y compris sur la laïcité, l'égalité, qui n'est pas l'uniformité et qui n'est pas contradictoire avec le respect des différences. Albert Bayet est passé « de la diversité tolérée à la diversité souhaitée ». C'est non seulement tolérer le pluralisme, mais accepter que le pluralisme puisse être une richesse, dans « un espace éthique commun, sans lequel une société devient rapidement invivable et ingouvernable », dit Emile Poulat. Ainsi entendue, « la laïcité est toujours à inventer », dit Henri Dieuzaide [24], non sans préciser : « Il faudrait peut-être que l'aggiornamento de la laïcité tienne un peu plus compte des valeurs de 1968, et pas seulement de celles de 1789, qu'elle soit capable de proposer un art de vivre ensemble dans le respect des différences ».

Il faut insister sur la tolérance, à laquelle on a trop longtemps réduit la laïcité. Je ne suis pas le seul à penser que le mot n'est pas heureux, dans la mesure où il a une nuance de condescendance, on tolère parce qu'on ne peut pas faire autrement, sinon on ne le ferait pas. Certes, on ne peut pas tolérer l'intolérable – le Temple solaire par exemple - mais où commence l'intolérable ? Il faut distinguer la tolérance pratique et la tolérance, disons, intellectuelle. Tolérance pratique : il n'y a plus de bûcher, plus d'Inquisition, heureusement, on peut dire ce qu'on veut, la limite étant seulement que ça respecte ou pas les droits de l'homme et l'ordre public. Tolérance intellectuelle : respecter toutes les croyances, ou penser qu'il y a des idées ou des croyances intolérables parce qu'elles ne tiennent pas debout ? mais chacun de nous aura une définition différente de ce qui ne tient pas debout ; ou bien ça tient debout pour l'un, pas pour l'autre. Je pense ici à au raëlisme, à l'astrologie, etc. On objectera que dans des religions traditionnelles on croit à la réincarnation ou à la résurrection, voire aux miracles ; certes, mais cela est susceptible d'interprétation -évolutive elle-même- et de discussion.

---

[23] Exemple caractéristique. Dans la *Pédagogie spéciale, Histoire et géographie* de J.Leif et G.Rustin (Delagrave, 1957) on lit : « Les voix de Jeanne d'Arc. Si nous disons que Jeanne a entendu des voix nous mécontenterons les parents incroyants. Si nous disons qu'elle a cru entendre des voix nous froisserons les parents croyants. Or les uns et les autres ont droit au respect de leurs croyances. Nous dirons donc simplement que Jeanne a dit qu'elle entendait des voix. Cest le fait incontestable ; nous n'y ajoutons aucun jugement ». Le choix de l'exemple est très daté, et il n'est pas sûr que les jeunes élèves en comprennent bien la subtilité linguistique.

[24] Dans *La laïcité en marche*, Ligue de l'enseignement, 1985.

Dernière valeur peut-être : comprendre, admettre que l'interrogation et le doute font partie fondamentalement de la laïcité, sans quoi celle-ci ne serait qu'un dogmatisme comme ceux dont elle veut émanciper. C'est encore Régis Debray : « la laïcité n'est pas une option spirituelle parmi d'autres, elle est ce qui rend possible leur coexistence ».

Pour finir : il y a aujourd'hui une controverse, assez dure, entre tous ceux qui se réclament de la laïcité pour savoir si par exemple on peut parler d'une *laïcité ouverte* ou si celle-ci serait un reniement de la laïcité. Personnellement, je vois qu'il y a deux façons de récuser l'idée de laïcité ouverte. Ou bien on croit plutôt à une laïcité fermée, repliée sur elle-même, j'allais dire un peu frileuse, et certainement dépassée ; ou bien on récuse le concept de laïcité ouverte en disant que cette expression est un pléonasme. Je préfère cette dernière formule.

Quelques instruments de travail : les livres et articles sont innombrables, je n'indique que quelques références essentielles.

- *Cahiers pédagogiques*, n° 323, 1994, *Enseigner les religions dans une démarche laïque* ; n° 344, 1996, *Apprendre à raisonner* ; n° 386, 2000, *Esprit critique, es-tu là ?*
- *Enseigner l'histoire des religions dans une démarche laïque,* Actes du Colloque de Besançon, CRDP de Besançon, 1992.
- Jean Boussinesq, *La laïcité française. Memento juridique*. Cahiers de la Ligue de l'enseignement, 1993 (repris par la suite en édition de poche Seuil).
- Régis Debray, *L'enseignement du fait religieux dans l'école laïque*, 2002.

Annexe

J'ai été très étonné de ne recevoir lors du colloque de La-Roche-sur-Yon aucune question sur l'enseignement privé, qui est en France essentiellement d'obédience catholique. Signe de ce que cette question, qui a longtemps été *la principale question (scolaire)* pour nombre d'enseignants, a perdu de son acuité après plus de cinquante ans de loi Debré ? Je crois utile de donner ici deux textes, tirés du livre de la Ligue de l'enseignement, *La laïcité en marche* (1985).

Jean-Louis Schlegel (un jésuite cependant, diront peut-être certains) : « je ne vois plus très bien la raison d'être de l'enseignement privé, sinon qu'il prolifère sur les carences de l'enseignement public ».

Antoine Prost, après avoir rappelé les chiffres importants de passage d'un enseignement à l'autre : « Mettez fin à l'orientation et à la sectorisation pour l'enseignement public, et la question de l'école privée disparaît (…). Le problème de la liberté de l'enseignement n'est plus un problème du contenu de la laïcité. (…) Ce qui caractérise les militants laïques aujourd'hui, c'est à mon avis leur attachement au centralisme, leur refus de reconnaître un *caractère propre* aux établissements publics, refus historique et non logique, car on peut très bien concevoir un enseignement à la fois laïque et décentralisé. Mais ce refus est un aveuglement volontaire, une politique de l'autruche : les établissements publics ont déjà un caractère propre, et le centralisme ne subsiste plus que dans ses effets négatifs. Il serait plus honnête de le reconnaître, et de faire que ce *caractère propre* ne soit pas un état de fait mais un contrat assumé, discuté entre les parents, les professeurs, les autorités locales et les élèves. La laïcité, pour moi, est aussi le refus de l'hypocrisie ».

Et j'ajoute ce texte de Ferdinand Buisson, qui fut le très proche collaborateur de Jules Ferry, puis président de la Ligue des droits de l'homme : « La laïcité ne consiste pas à faire des gens qui pensent comme nous : elle consiste à faire des hommes qui se respectent, en dépit et même à cause de la différence des idées » [25]. En dépit ! A cause !

[25] Cité par René Rémond, *Evolution de la notion de laïcité entre 1919 et 1939* , in *Cahiers d'histoire,* Lyon, n° 1-1959.

LA MIXITE DES GENRES ET LES VALEURS

Catherine TAVEAU

Pourquoi aborder ce thème à cette table ronde ?

Il ne s'agit pas de parler de mixité sociale, déjà beaucoup analysée dans les recherches pédagogiques, mais il s'agit de s'intéresser à la mixité de genre.

En effet, cette mixité apparaît conforme au principe de laïcité qui commande de traiter tous les élèves sans discrimination de sexe. Dans le milieu scolaire, elle passe pour une évidence, comme quelque chose « qui ne pose pas problème » ; la mixité, cela va de soi.

Mais si on pense que la construction socio- identitaire sexuée des individus s'élabore à partir de normes, de valeurs , de contraintes sociales et qu'elle passe par des interactions entre les sujets, de fait on est amené à réfléchir sur le type de normes, de valeurs et d'interactions que l'école et ses enseignants mettent en œuvre.

Donc, avant de parler des valeurs que l'école pourrait faire vivre et transmettre aujourd'hui, regardons de plus près celles qu'elle véhicule depuis de nombreuses années, en particulier sur la représentation des rôles sociaux des individus selon leur identité sexuée.

Un petit retour historique

Aucun ou peu d'entre nous remettraient en cause aujourd'hui le principe de mixité à l'école. La société est composée d'hommes et de femmes vivant ensemble, il serait ridicule de séparer les filles et les garçons dans le cadre scolaire. Et pourtant……

Cette mixité, qui a été un sujet brûlant pendant plus de 150 ans, a été imposée en 1975, pour des raisons économiques (payer deux salaires d'enseignants, un pour la classe de filles et un autre pour celle de garçons devenait une charge très lourde pour un petit village). Ce changement d'organisation pédagogique ne s'est jamais accompagné d'un débat de société, ni d'un débat pédagogique.

Alors il n'a pas fallu attendre longtemps pour que les chercheurs et la presse pédagogique s'emparent du sujet et analysent les effets de cette mixité :

- En 1979, ***les Cahiers pédagogiques*** publient un numéro spécial : « **Filles et femmes à l'école** » n°178-179 où ils dénoncent les attitudes sexistes repérées dans les pratiques enseignantes.
- En 1980, ***La revue de L'école des parents*** s'interroge sur « **Ecole mixte : un progrès ? »**
- De même, en 1989, Nicole Mosconi publie sa thèse d'état intitulée **« La mixité dans l'enseignement secondaire : un faux semblant ? »**
- En 1996, la sociologue Claude Zaidman publie un ouvrage intitulé« **Mixité à l'école primaire** » qui présente les valeurs discriminatoires véhiculées par l'école aussi bien dans les classes, que dans les cours de récréation, que dans les gymnases.

> Plusieurs reportages télévisés s'appuieront sur ces analyses pour présenter au grand public la réalité de cette mixité de genre à l'école.

Parmi l'ensemble des études de chercheurs en sociologie, il est important de souligner que beaucoup se sont intéressés à la mixité principalement dans deux disciplines très connotées masculines : les *mathématiques* et l'*Education Physique et Sportive*.

Actuellement on pourrait y ajouter incontestablement l'*informatique.*

Ces analyses, assez intimistes dans les années 80, ont fini par être connues et reconnues et ont constitué un support à des publications institutionnelles prônant l'égalité des sexes à l'école.

Ainsi plusieurs circulaires ministérielles ont commencé à traiter de ce sujet à partir des années 1982, principalement dans le cadre de l'orientation professionnelle : *« **Il convient bien de ne pas opérer de ségrégation entre filles et garçons, en particulier dans les disciplines ou activités qui, dans l'enseignement général ou technique, sont le plus susceptibles d'inciter à une discrimination ».(BO du 22/07/1982)***

En novembre 2000, un Bulletin Officiel spécial (n° 10) intitulé « A **l'école, au collège et au lycée : de la mixité à l'égalité »**, présente à partir de scénario, des pratiques enseignantes discriminatoires et propose alors des réponses de pratiques plus égalitaires.

Mais combien d'enseignants, de formateurs se sont intéressés aux contenus de ce document ?

Quelle réelle sensibilisation à ce phénomène si elle n'est pas accompagnée d'un débat, d'un dispositif de formation ?

Que révèlent ces études ?

Concernant les pratiques enseignantes observées, les recherches anglo-saxonnes , suisses, canadiennes et enfin françaises s'entendent pour dire que :

- les interactions entre maîtres et élèves sont très déséquilibrées :

  en quantité : dans la classe 1/3 des interactions pour les filles et 2/3 pour les garçons (même si ces rapports changent un peu chez des enseignants sensibilisés au phénomène : 45% d'interactions pour les filles contre 55% pour les garçons).

  On dira que les garçons occupent l'espace pédagogique de la classe.

  en qualité : ces interactions ne sont pas de même teneur selon qu'il s'agira d'une fille ou d'un garçon. L'enseignant prend plus de temps, encourage plus tout en étant plus critique et plus exigent à l'égard des les garçons ; les consignes données sont plus complexes.

  Les questions posées aux filles sont souvent plus fermées (l'enseignant se contentera d'un OUI ou d'un NON) alors qu'elles sont plus ouvertes et plus incisives pour un garçon (*Peux-tu expliquer comment tu as fait ? Pourquoi tu affirmes cela* ?)

- Les tolérances d'attitudes ne sont pas les mêmes : une fille sera plus rapidement punie sur des attitudes déviantes qu'un garçon. La grossièreté et l'attitude provocante des filles déstabilisent beaucoup les stéréotypes de l'enseignant.

- L'élève fille est souvent utilisée par l'enseignant, essentiellement dans le primaire, comme une « auxiliaire pédagogique[26] » : donner son cahier pour un élève absent, être placée à coté d'un garçon comme gestionnaire de la discipline en classe, aider des élèves en difficultés, rappeler les règles de vie, rester pendant la récréation pour aménager ou préparer les petites choses de la classe…

- Les rôles attribués dans le fonctionnement de la classe : tâches de l'espace intérieur pour les filles (arroser les plantes, essuyer le tableau), tâches de l'espace extérieur pour les garçons (aller porter des documents à un autre enseignant, aller poser une question à la directrice…).

Concernant leurs représentations des élèves :

- Les attentes scolaires sont différentes selon les sexes (soin, propreté, rigueur, travail, vivacité, dynamisme, prise de risque, imaginatif...)

- Les filles réussissent grâce à leur travail et leur conformisme « ***elles font ce qu'elles peuvent* »,** elles sont plus dociles, plus adaptées finalement au système scolaire.

La réussite des garçons est due principalement à leurs compétences intellectuelles ; ils sont souvent considérés comme sous-réalisateurs.

« s'il travaillait plus, les résultats seraient excellents ; mais c'est un fumiste ».

Ces petites expressions ornent régulièrement les bulletins trimestriels.

C'est ce que l'on appelle un « double standard » dans l'évaluation.

- La notation scolaire : des études (DEP) montrent que les élèves sont évalués différemment : il apparaîtrait que les filles sont surnotées dans le cadre scolaire, les enseignants sont plus indulgents et moins exigeants. Une des conséquences est révélée par une enquête sur les notes du baccalauréat : les filles obtenaient des notes inférieures au notes de contrôle continu alors que les garçons avaient les mêmes notes.

- Leurs représentations sur les capacités naturelles en fonction des disciplines : ***« Les garçons scientifiques et sportifs, les filles littéraires et artistes ».***

Ainsi les enseignants construisent chez leurs élèves ce que les sociologues appellent le **« *curriculum caché* », « *ces choses qui s'acquièrent à l'école (savoirs, compétences, représentations, rôles, valeurs) sans jamais figurer dans les programmes officiels explicites* ».**

[26] Claude Zaidman, « La mixité à l'école primaire », L'Harmattan, 1996

Il est important de préciser que l'ensemble de ces pratiques et représentations sont indépendantes du sexe de l'enseignant. Une nuance peut être apportée concernant les classes scientifiques où l'enseignant de sexe masculin est le plus souvent en grande connivence avec ses élèves garçons concernant leurs capacités « naturelles » en mathématiques.

Ces pratiques sont-elles volontaires ? Sûrement pas. Ce sont des pratiques professionnelles, puisque exercées dans le cadre scolaire, mais elles ne sont pas conscientisées. Elles ne sont que le reflet des représentations sociales que se sont construites enseignantes et enseignants en tant qu'individu, mais qui ne sont pas sans impact sur la construction identitaire d'un élève, de la petite section de maternelle à la classe de terminale au moins.

D'où la nécessité, dans le cadre de la formation, de sensibiliser les enseignants, les futurs enseignants et les formateurs à ces thèmes, comme nous le faisons quotidiennement, pour modifier des représentations que les futurs enseignants ont des démarches d'apprentissage. Il s'agit de décider de construire des gestes professionnelles conscients pour agir selon des représentations revisitées.

Analyse de quelques résultats27 **paradoxaux**

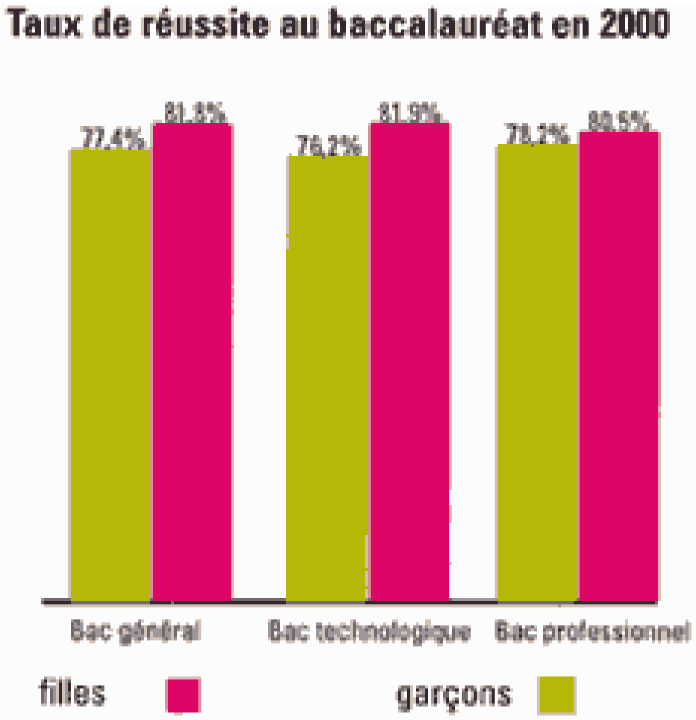
Bien que l'école restreigne l'espace réservé aux filles (l'espace pédagogique, l'espace physique et l'espace intellectuel), celles-ci réussissent mieux scolairement.

1- Les filles réussissent mieux que les garçons

• Parmi les élèves entrés en 6ème en 1989	54% des garçons 68% des filles	obtiennent le bac

- La réussite des filles à l'ensemble des baccalauréats est plus importante

[27] L'ensemble de ces résultats sont disponibles sur le site du ministère (education.gouv.fr/dossier/mixite/default.htm)



50% des filles réussissent le DEUG en 2 ans contre 37% de garçons

2- Les filles font de plus longues études que les garçons

	1985-86	1990-91	1996-97	1997-98	1998-99	1999-2000
Filles	**17,3**	**18,3**	**19,3**	**19,3**	**19,3**	**19,3**
Garçons	**17,1**	**18,1**	**18,9**	**18,9**	**18,9**	**18,9**
Total	**17,2**	**18,2**	**19,1**	**19,1**	**19,1**	**19,1**

Source : MEN, DPD, L'état de l'école, octobre 2001

A la rentrée 2000, 83% des filles de 18 ans sont scolarisées contre 78% des garçons.

3- Une très grande disparité dans les orientations

En fin de 2nd générale

50% des garçons demandent une 1ère S contre 25% de filles
10% des garçons demandent une 1ère L contre 27% de filles

En 1ère STI (Sciences et techniques industrielles) 93%de garçons
En 1ère SMS(Sciences médico- sociales) 97% de filles

En terminale S 43% de filles et 57% de garçons
En terminale L 82% de filles et 18% de garçons

Dans le supérieur scientifique

- les filles représentent 41% en DEUG (mais seulement 30% en SSM et 18% en sciences et technologie-sciences de l'ingénieur)
- elles ne sont plus que 36% en second cycle
- et 35% en troisième cycle

Elles représentent :

- 22,6% des écoles d'ingénieurs
- 30% des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques mais seulement 25% Physique chimie,
  18% maths physique
  10% dans les sections techniques

En 1ère année de BTS informatique 27% de filles

Ces chiffres font apparaître que l'orientation scolaire est encore très liée aux schémas sexués de la société et que la mixité de genre à l'école n'a pas beaucoup modifié les stéréotypes professionnels. D'où les situations paradoxales que nous rencontrons aujourd'hui.

Les filles réussissent mieux à l'école, au collège, au lycée, à l'université que les garçons, elles sont plus nombreuses à obtenir des diplômes. Et pourtant leur réussite professionnelle[28] est loin d'être en lien avec cette réussite scolaire.

- le chômage des femmes est supérieur de 4 points à celui des hommes (10,7% contre 7,1% des personnes de 25 à 49 ans).
- à compétences égales, leur salaire est inférieur de 20% à celui des hommes.
- 30% des femmes qui travaillent à temps partiel le font contraintes et forcées, car elles n'obtiennent que des embauches à temps partiel.
- 80% des personnes travaillant pour un salaire inférieur au SMIC sont des femmes.

On peut s'interroger sur le lien entre ces réussites paradoxales et notre sujet concernant la mixité à l'école. La réponse peut être : c'est un fait de société. Oui, mais quelle en est la part de l'école ?

Elle n'est pas si petite que cela car l'école reste la courroie de transmission d'un bon nombre de représentations dont celles liées aux rôles et à la place des individus dans la société selon leur genre.

Même si l'école permet une certaine réussite scolaire aux filles, elle n'a pas construit chez elles les compétences nécessaires à la vie professionnelle comme **: la prise de risque**, la **combativité intellectuelle**, **la confiance en soi, le goût des activités scientifiques.**

Un exemple en est l'enseignement des mathématiques et aussi celui de l' EPS qui pourrait développer ces capacités, mais qui, selon les enseignants, ne sont pas des disciplines destinées naturellement aux filles. Une des conséquences est la désaffection par les jeunes filles des filières scientifiques après leur obtention du baccalauréat S.

[28] Le Monde du 8 mai 2002

Quelles propositions pouvons nous faire ?

Face à ce même phénomène, certains pays ont envisagé différentes solutions :

Aux USA, certaines écoles ont opté pour une autre organisation pédagogique. Bien qu'elles restent mixtes, filles et garçons sont séparés pendant les cours. Cette pratique a été mise en place surtout dans les collèges de zones difficiles où les résultats sont encourageants depuis cette mesure : les filles obtiennent de meilleurs résultats (surtout en sciences) et les garçons se mettent enfin à travailler.

En Allemagne, les cours de mathématiques et de littérature sont démixés. Les résultats des filles et des garçons sont en nette progression car le regard des élèves de l'autre sexe ne nuit plus aux apprentissages. Les élèves osent dire qu'ils n'ont pas compris, osent poser des questions, démarches difficiles dans les classes mixtes surtout au moment de l'adolescence.

En France, sur la demande des élèves (filles principalement), un certain retour à des classes non mixtes s'effectue dans des établissements privés.

Par ailleurs, face à des projets très connotés masculins ou féminins (*danse par exemple*), des enseignants organisent dans un premier temps des séances non mixtes pour, à terme, construire un projet mixte (*une chorégraphie par exemple*).

Dans le cadre de la formation en IUFM, pour les Professeurs d'Ecoles comme pour les Professeurs de Lycée et Collège, une sensibilisation à cette problématique doit avoir lieu, comme cela est demandé par le gouvernement depuis plus de 10 ans maintenant.

Dans quel IUFM, une conférence sur ce thème a-t-elle eu lieu ?

Nous avançons doucement, le changement prend du temps et, de fait, c'est l'institutionnel qui est le plus volontariste. Le 3 mai 2002, la dernière campagne lancée par J.Lang ministre de l'Education Nationale est sur ce thème : « **Sciences et technologies : l'avenir au féminin** ».

Nous devons permettre, par cette sensibilisation, le développement de gestes professionnels conscientisés (comme il est construit dans d'autre domaines), afin d'éviter que l'école et ses acteurs ne véhiculent des schémas stéréotypés, favorisant ou défavorisant un sexe par rapport à un autre.

Il est nécessaire que l'école ne soit pas la courroie de transmissions des valeurs et des images véhiculées par la société qui peut devenir très réactionnaire face à des situations de crises économiques (le retour des femmes au foyer ou l'embauche massive à temps partiel pour résoudre les problèmes de chômage).

Cette sensibilisation doit aussi s'opérer en lien avec l'enseignement des mathématiques. Quelles conceptions de cet enseignement ? Pourquoi autant de filles sont dégoûtées et laissées sur le bord de la route par cette discipline ? Pourquoi tant d'échecs ?

Cette réflexion a des retombées immédiates pour nous, formateurs. En effet, nous assurons la formation initiale et continue de ces enseignants, je devrais dire enseignantes, car elles représentent 85% des enseignants du primaire, et leur rapport aux mathématiques est bien souvent douloureux. Notre tâche est double : d'une part nous devons redonner confiance, à ces enseignant(e)s dans leurs capacités à revisiter les mathématiques autrement, mais aussi modifier leur regard sur les a priori des réussites « naturelles » de leurs élèves dans cette discipline.

Sans un effort volontariste de notre part dans ce domaine, l'école continuera à véhiculer des valeurs discriminatoires concernant l'équité de traitement dans la construction des compétences, entre les élèves filles et les élèves garçons.

Bibliographie

- Duru-Bellat M., *L'école des filles, formation pour quels rôles sociaux ?,* Paris , L'harmattan
- Mosconi N., *La mixité dans l'enseignement secondaire : un faux semblant ?,* PUF, Paris, 1989.
- Zaidman C., *La mixité à l'école primaire*, Paris, L'Harmattan, 1996.
- Zaidman C., Baudoux C., *Egalité entre les sexes, mixité et démocratie*, Paris, L'Harmattan, 1995.
- Duru-Bellat M., *Filles et garçons, approches sociologiques et psycho-sociales*, Revue française de pédagogie n° 109 , n°110 ,1994-1995
- *Filles et femmes à l'école (II),* Cahiers Pédagogiques , n°372 ,1999
- Baudelot C. et Establet R., *Filles et garçons devant l'évaluation*, Education et Formation n°27-28, p 49 à66.
- Davisse A.,,Louveau C., *Sports, école , société : la part des femmes*, Ed. Actio, 1991.
- Lafortune Louise, *Quelles différences ? les femmes et l'enseignement des maths*, Montréal, Les éditions du remue ménage, 1989 (p53-71et p97-105)
- *Le sexe des sciences*, Revue autrement, série Sciences en société n°6, octobre 1992
- Blanchard- Laville C., *Variation sur une leçon de mathématiques* , Paris, L'Harmattan, 1997
- *La formation scientifique des filles : un enseignement au-dessus de tout soupçon* ? , ouvrage collectif, Ed LIRIS- Ed UNESCO, 1995
- Bihr A., Pfefferkorn R, *Hommes femmes : quelle égalité ?* , Paris,Ed de l'Atelier, 2002

Le dossier du ministère de l'Education Nationale renvoie à de nombreux rapports, statistiques et enquêtes.
http://www.education.gouv.fr/dossier/mixite/default.htm

HISTOIRE DES SCIENCES, HISTOIRE DE LEUR ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE DE LA RATIONALITE

Jean Rosmorduc

L'actualité politique française récente montre s'il en était besoin, la nécessité d'une culture historique valable. Les péripéties, souvent dramatiques, du siècle qui vient de s'achever, confirment la très grande utilité d'une culture scientifique et technique minimale. L'interrogation sur l'enseignement des disciplines scientifiques et techniques fait partie de cette culture, notamment pour ce qui nous concerne ici. Et donc, en toute logique, la réflexion sur l'histoire de cet enseignement, qu'il se situe dans un cadre scolaire ou à l'extérieur de ce cadre – par conséquent la vulgarisation ou la popularisation des sciences.

Vous connaissez peut-être les travaux de recherche sur ces sujets de nos collègues Nicole Hulin, Bruno Belhoste, Hélène Gispert, etc…

J'ai rédigé, il y a quelques mois, le compte-rendu de plusieurs de leurs ouvrages, notamment celui qui porte sur la réforme de 1902 ; celle-ci a pour l'essentiel fondé en France l'enseignement moderne des sciences, tel que nous le connaissons aujourd'hui – au contenu des programmes près- bien évidemment.

Nous retrouvons, dans les attendus de cette réforme comme dans les textes qui l'ont commentée, nombre de considérations valables pour les réformes, ou les tentatives de réformes, entreprises depuis une vingtaine d'années. Notamment l'idée que, pour le plus grand nombre, l'objectif de cet enseignement est de permettre aux élèves d'acquérir la culture scientifique que nécessite la compréhension du monde moderne, aussi bien sur le plan matériel que culturel et social.

<u>Comprendre</u> : qu'est-ce que cela veut (c'est-à-)dire ? Posons d'abord, <u>a priori</u>, le principe qu'il existe plusieurs « <u>niveaux de compréhension</u> ». Nous ne nous intéresserons ici qu'à « <u>la compréhension de base</u> », laquelle est nécessaire, bien entendu (– soit dit en passant – à l'occasion) aux niveaux supérieurs de la compréhension.

« La science », écrivait A. REY, « ne commence qu'avec l'élimination, la tentative nette d'élimination du caractère religieux et mythique de certaines représentations des choses ou du monde »[29] . C'est ce qui a fait de la science grecque de l'époque classique, succédant à ce que l'on peut baptiser les proto-sciences – ou les pré-sciences – empiriques d'Egypte et de Babylone, d'être considérée comme le modèle qui est à l'origine de la science galiléenne moderne.

Mais attention, je ne suis pas ici en train de redorer le blason terni des fantasmes des idéologues scientistes de la bourgeoisie du XIXè siècle qui, tels Ernest Renan, parlaient de « miracle grec ». L'un des enseignements de l'histoire nous montre, que, dans le domaine scientifique [30] toute civilisation hérite des sociétés qui l'ont précédée et avec lesquelles elle a eu des échanges. Ainsi la Grèce a-t-elle bénéficié des apports des autres pays du pourtour méditerranéen et sans doute au-delà : Sumer, l'Egypte, Babylone, la Perse, l'Inde, la Chine peut-être. Et nous avons montré, avec Ahmed Djebbar, que la très riche civilisation du Moyen-âge arabe, que Koyré qualifie de véritable « Renaissance »[31], recueille elle-même les fruits non seulement des sciences grecques et

<u>29 A.Rey, la Science Orientale avant les Grecs, 1942, Paris, A. Michel, p. 32.</u>
<u>30 Dans les autres domaines également.</u>

31 A. Koyré, Etudes d'Histoire de la Pensée Scientifique, rééd. 1973, Paris, Gallimard, p.27

alexandrines, mais aussi de celles de Babylone, de la Perse et de l'Inde, et probablement – à travers les pratiques de la vie courante, de l'Egypte Antique.

Puis, à son tour, la science arabe a irrigué l'Europe Occidentale où la vie intellectuelle était restée en friche depuis plusieurs siècles[32](4).

On admet souvent aujourd'hui que le niveau scientifique est le critère de la modernité et de la qualité d'une civilisation. L'histoire des sciences nous montre que diverses cultures ont été tour à tour, au cours de l'évolution des sociétés humaines, les plus brillantes à une certaine époque, et, dans cette course de relais, nul pays, nulle culture n'a à ressentir de sentiment de supériorité historique.

Dans les critiques, développées depuis un siècle à l'égard de l'enseignement des disciplines scientifiques, revient fréquemment le reproche d'un utilitarisme excessif.

Dans un système resté – malgré quelques tentatives temporaires infructueuses – dominé par le mode de production capitaliste, et donc par le souci d'une rentabilité économique à court terme, les sciences sont trop fréquemment dispensées pour leur utilité immédiate, ce qui détermine l'esprit dans lequel elles sont enseignées. On apprend surtout des modes de calcul, des pratiques, des manières de résoudre des problèmes, des conduites opératoires, des utilisations d'instruments, etc. Ceci rappelle la phrase de Thiers prônant « l'utilité, rien que l'utilité… » comme principe de conception de l'enseignement.

Tel que nous le connaissons aujourd'hui, le système éducatif français, après les prémisses que constituent les écoles et collèges des ordres religieux des 17è et 18è siècles, a été bâti au cours du 19è siècle, à partir de l'héritage de la Révolution par le premier Empire en premier lieu, ensuite par les différents régimes successifs et principalement par la Troisième République.

La bourgeoisie dominante, tout en étant parfois sensible aux idées développées par certains des révolutionnaires – particulièrement par Condorcet, se souciait principalement – et notamment dans sa composante industrielle - de contribuer à former les cadres dont son économie avait de plus en plus besoin. Or le 19è siècle est également celui d'une scientifisation de l'industrie, d'une accentuation des liens entre les sciences, les technologies et l'activité économique. C'est dire que l'industrie a eu de plus en plus besoin de personnels possédant une réelle formation scientifique, très supérieure – et bien mieux construite – aux bribes que l'on dispensait pendant les siècles précédents. Ceci étant, ce que voulaient ces dirigeants économiques – ainsi que les politiques qui relayaient ces conceptions – c'étaient des travailleurs possédant un « profil » bien précis, techniquement compétents, mais peu susceptibles de remettre en cause l'ordre établi. D'où, en partie – il y a évidemment d'autres causes, c'est un phénomène complexe – la coupure entre « les humanités » et les formations scientifiques et techniques, laquelle prolongeait d'ailleurs une tendance plus ancienne. L'apport de la compétence opératoire pour les cadres de l'industrie et les ingénieurs, oui, mais non la dimension contestataire de la démarche scientifique !

L'histoire des sciences, leur épistémologie, restaient à la rigueur dévolues aux enfants de la bourgeoisie.

Mais les processus historiques ne sont jamais aussi simples qu'une analyse simplifiée tend à les montrer. L'enseignement des sciences, même dogmatiques et privées pour une large part de leur composante contestataire, tend malgré tout à susciter celle-ci, même si le processus est plus lent. Par ailleurs, l'éducation a en soi une dimension

32 A. Djebbar, une histoire de la Science Arabe, entretiens avec J. Rosmorduc, 2001, Paris, Seuil.

révolutionnaire. Témoins, par exemple, les pays où un réel effort éducatif a été effectué – Cuba, par exemple – et qui ne se « manipulent » pas aussi facilement que d'autres nations où la situation sociale et économique est par ailleurs comparable. A recenser également les revendications et les luttes des mouvements ouvriers du 19 è siècle, l'héritage de la Commune de Paris, etc.

Il n'en reste pas moins que l'état de l'enseignement scientifique et technique au début du 20 e siècle dénotait, comme le dénonçait Paul Langevin, une tentation excessive de l'utilité. D'où, à l'occasion des débats autour de la réforme de 1902, l'affirmation : l'objectif de cet enseignement est de permettre d'acquérir une culture, non de former par avance de futurs spécialistes.

Un siècle plus tard, le discours est pratiquement le même. La situation s'est cependant considérablement aggravée entre temps, pour des raisons que je n'analyserai pas. Notons cependant l'accumulation des savoirs et des savoir-faire, la mathématisation accrue de certains secteurs, la technicisation des équipements, etc.

Je ne m'interrogerai pas longtemps sur le concept de culture, ce n'est pas le lieu ici. Soulignons simplement que toute culture implique un savoir – et parfois un savoir-faire, mais ne se limite pas à cela. Elle exige ce que j'appellerais – peut-être maladroitement, la faculté – ou la compétence – de prendre du recul par rapport à ce savoir, de comprendre son évolution, de saisir ses implications, d'analyser – et de juger éventuellement – de ses applications, qu'elles soient matérielles, sociales ou culturelles.

« La science est une aventure humaine » disait Jacques Roger, une aventure au cours de laquelle des individus ont – avec leurs qualités et leurs défauts, leur caractère et leur intelligence – joué un rôle déterminant, mais dans un contexte historique précis.

Einstein, par exemple, n'est pas un « produit » - au sens immédiat du terme – de la bourgeoisie allemande du début du XXè siècle. Cependant, le milieu dans lequel il vivait, l'éducation qu'il a reçue, le contexte historique de son époque (y compris dans ses composantes historiques)…, etc, ne sont pas étrangers à son œuvre en physique.

Comprendre les enjeux de telle ou telle formation scientifique implique donc, en sus du bagage disciplinaire au sens strict, une approche historique et épistémologique. Il est une dimension sur laquelle je voudrais, dans le contexte civilisationnel actuel, insister particulièrement. Le texte de 1992 du Conseil National des Programmes sur l'enseignement de la physique – qu'il m'arrive fréquemment de citer – dit que l'un des buts d'une telle formation est de montrer aux élèves que le monde « est intelligible ».

C'est, en ce qui concerne dans ce cas l'univers matériel, une définition possible de la rationalité. L'apprentissage de ce concept capital est aujourd'hui particulièrement important, tant pour les élèves que pour les adultes. Dire que le monde, disons notre environnement – aussi bien social que technique, culturel que physique – est intelligible, qu'est-ce que cela signifie ? En paraphrasant, la définition d'Abel Rey citée plus haut, nous pouvons affirmer que tous les phénomènes, même les plus insolites, sont susceptibles d'être expliqués par la raison humaine et ramenés à des causes concrètes.

Il fut un temps où certains événements étaient attribués à l'intervention de « forces obscures », où l'univers était interprété comme une immense machinerie divine, où les maladies étaient supposées provenir d'une rupture de l'harmonie entre l'individu et le monde…

La classification de Linné, en plein « Siècle des Lumières » est construite comme le reflet d'un ordonnancement voulu par Dieu et elle est, encore aujourd'hui souvent à la mode au XIXè siècle. Et que penser, aujourd'hui, de certaines élucubrations développées à partir du « Big Bang » ou de la « mort thermique de l'univers » ? La rationalité s'est historiquement construite en osmose étroite avec l'évolution des sciences et de la méthode scientifique.

C'est dire que son apprentissage, certes dépendant de l'enseignement de diverses disciplines (sciences, philosophie, histoire…), ne saurait se passer d'une approche historique des sciences.

A l'heure où l'astrologie est plus répandue que jamais, où les « médecines douces » sont à la mode, où le racisme connaît un inquiétant regain, la formation d'esprits rationnels est d'une actualité évidente.

MATHEMATIQUES ET VALEURS

Jean-Claude Duperret

Mathématiques et Histoire

Un des premiers rôles qu'on attribue aux mathématiques est celui de donner une certaine intelligibilité du monde (cela commence avec le monde des grandeurs), puis d'en donner des représentations (c'est le monde des nombres et des figures). La construction des nombres est tout à fait révélatrice des mathématiques : comme le dit Kronecker, « Dieu a créé les nombres entiers, les autres sont l'œuvre des hommes ». C'est une valeur première des mathématiques que de rationaliser le monde.

Dans cette construction des nombres non naturels, il y a deux niveaux, la construction des nombres « raisonnables » (rationnels), et la « constatation » qu'il existe des nombres « non raisonnables » (irrationnels). Il a fallu des siècles pour que ces derniers soient reconnus en tant que tels, mais le problème de leur existence était déjà posé chez les grecs en terme de grandeur avec le côté du carré et sa diagonale. Derrière cette « constatation » se cache l'essence même des mathématiques : la démonstration. La rationalisation du monde par les mathématiques permet à l'homme d'avoir une action intellectuelle sur lui. Une des valeurs essentielle des mathématiques est la « gestion personnelle et sociale de la vérité et de la décision ».

Si l'on peut situer la naissance de ce mode de pensée chez les grecs, en le liant à un contexte politique original, la démocratie, c'est à travers les siècles et les civilisations que s'est peu à peu constitué un langage universel, fruit de toutes les pensées successives d'hommes de cultures très différentes. Voilà encore une valeur forte des mathématiques : l'universalité de sa symbolique et de son mode de validation de la vérité.

L'homme a compris que ce monde de la vérité et de l'exactitude ne suffirait pas à comprendre le monde dans lequel il vivait. Il lui a fallu mathématiser le monde de l'incertitude, en prenant comme hypothèse que nous vivons dans un monde probable : la réponse mathématique est alors de modéliser mathématiquement les informations pour en tirer des conclusions « vraisemblables » et « probables » comme outil d'aide à la décision. C'est ici une valeur d'humilité quant aux affirmations qu'on peut avoir sur un phénomène que nous apprennent les mathématiques. Ce qu'Einstein traduisait par la question : « Dieu joue-t-il usuellement aux dés ? »

Au-delà de ces mondes des grandeurs, de l'exactitude et de l'incertitude, l'homme a construit le monde de la « déraison », pour reprendre l'expression de Wigner : « la déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature ». Ce monde mathématique va aller à l'encontre de notre perception première, il va démolir les évidences. La valeur essentielle sur laquelle il repose est le courage intellectuel. C'est l'arrivée des géométries non euclidiennes, alors que Legendre essaie encore de « montrer » l'axiome d'Euclide. C'est Cantor établissant une bijection entre un segment et un carré et écrivant à Dedekind : « Je le vois, mais je ne peux le croire ». C'est la théorie de l'héliocentrisme, que l'on n'a jamais expérimenté mais que l'on sait expliquer, et qui n'empêchera pas l'homme de continuer encore pendant des siècles à voir le soleil se lever à l'Est et se coucher à l'Ouest.

Les mathématiques sont donc au regard de l'histoire un formidable outil intellectuel qu'a créé l'homme, qu'il a enrichi au fil des siècles et des civilisations. Nous avons donc le devoir de transmettre ce patrimoine de l'humanité. Joseph Fourier résume bien tout cela en écrivant des mathématiques qu’elles sont « une faculté de la raison humaine, destinée à suppléer à la brièveté de la vie et à l’imperfection des sens ».

Les mathématiques, l’individu et la société

Dans nos sociétés de plus en plus technologiques, les mathématiques sont omniprésentes, mais souvent de façon invisible. Nul ne saurait donc contester leur utilité. Mais comme le dit Jean-Pierre Kahane dans la préface du Rapport de la CREM, cette utilité les rend vulnérables : *« Le danger c’est l’utilitarisme. Il consiste à donner des recettes au lieu de contribuer à la formation de l’esprit, à renoncer à l’universalité des mathématiques, à les diviser selon la nature actuelle de leurs applications sans souci des interactions possibles. »*

Cet utilitarisme est particulièrement perceptible dans les sections post-bacs non scientifiques. Mais auparavant, il y a cet enseignement des mathématiques pour tous. En quoi la société a-t-elle intérêt à former mathématiquement tous les individus qui la composent ?

Une première réponse que j’avancerai est que l’apprentissage des mathématiques est une forme d’apprentissage de la démocratie, en mettant les élèves en « activité mathématique ». Celle-ci commence en général par une recherche personnelle, défi entre le problème et nous, démarche intellectuelle intime qui développe et construit notre pensée. Celle-ci continue dans une communauté scientifique, la classe dans notre enseignement, communauté qui permet successivement le débat en soumettant aux preuves et réfutations les diverses possibilités de solutions, puis l’assurance de la certitude partagée. On retrouve dans cette démarche la longue histoire qui lie mathématiques et démocratie depuis les grecs.

Une seconde réponse est liée à la nature même de l’activité mathématique : résoudre des problèmes, c’est-à-dire se mettre dans une constante confrontation au non savoir. Et là se développent des comportements « experts », avec la recherche de la meilleure stratégie, du modèle le plus pertinent, comportements tout à fait transférables à d’autres champs d’action que les mathématiques. Il faut noter que ce comportement expert suppose une valeur première : apprendre à « sécher ».

Une troisième réponse, souvent cataloguée « mathématiques du citoyen », est la formation à l’analyse, au traitement de l’information. Les mathématiques vont développer des aptitudes à trier, ranger, transformer des informations en s’appuyant sur de fréquents changements de registre..

Le Conseil de l’Education des Etats Unis a fait paraître en 2001 un livre « Mathematics and democracy ». L’idée générale de la recherche qui a conduit à cette publication est que la méconnaissance complète des mathématiques, et en particulier du traitement de l’information, que les Américains appellent « innumeracy » rend les citoyens infirmes au même titre que l’analphabétisme, l’illiteracy. Inversement, un apprentissage du calcul, de la géométrie, de la statistique et des probabilités constitue un bon atout pour se situer dans le présent et saisir les enjeux de l’avenir.

Donner des outils, initier au débat scientifique, développer des comportements experts, apprendre à maîtriser l’information, voilà des valeurs profondes qui devraient être celles d’un enseignement de mathématiques pour tous. Mais elles se heurtent à des valeurs de la société actuelle. Je vais illustrer cela sur deux points.

Beaucoup d’élèves sont des « consommateurs » et se situent dans un rapport presque exclusif à la réussite. Le savoir pour beaucoup d’entre eux n’est pas une valeur, mais une marchandise qui a un double prix : l’utilité et la réussite (à quoi çà sert ? est-ce qu’il y en aura au prochain contrôle ?)

Une des caractéristiques de l'activité mathématique telle que je la décris ci-dessus est qu'elle se situe dans la durée. On trouve ici un profond hiatus entre des valeurs dominantes de la société, basées sur le « rapide » et le « volatile », et celles des mathématiques basées sur le « lent » et le « durable ». L'enseignement des mathématiques se heurte donc à une société où l'instant prime la durée.

Mathématiques et enseignement

Si dans un groupe d'adultes, on découvre que vous êtes enseignant de mathématiques, deux attitudes complètement opposées scinderont l'assemblée. Ceux qui vous renverront une image définitivement négative des mathématiques : “ Je n'aimais pas ça ” en ajoutant “ j'étais nul ” comme si vous alliez encore les interroger. Ceux qui au contraire vous diront: “ J'aimais ça ” en précisant “ j'avais de bonnes notes ” comme une espèce de connivence avec vous. Aucune autre matière ne renvoie une image aussi affective : un profond ressentiment associé à l'échec, une grande affection associée à la réussite. Et la question “ Pourquoi les mathématiques ? ” renvoie systématiquement à ce temps heureux ou malheureux de l'enseignement, et très rarement à un essai d'analyse de ce qu'elles ont pu apporter dans la vie personnelle ou professionnelle.

La démocratisation de l'enseignement a remis en cause bon nombre de certitudes, entre autres sur le statut des mathématiques, de leur enseignement et du rôle pervers de sélection qu'elles ont joué. Mais pour élargir ce point de vue, je suivrai Jean Dhombres qui considère que l'enseignement des mathématiques représente l'inévitable, et décline cet inévitable en trois points :

- Inévitable intellectuel (sinon on est considéré comme un imposteur) (*la lourdeur des références mathématiques en sociologie)*
- Inévitable scolaire (pour compter parmi les meilleurs) (*les mathématiques obligatoires lors de la première année de médecine)*
- Inévitable social (savoir calculer étant pris au sens de savoir assurer sa carrière) (*les mathématiques dans les écoles commerciales).*

Au-delà de cette vision « sélective » des mathématiques, de l'inévitable qu'elle représente dans l'enseignement, comment donner une ou plutôt des valeurs à cet enseignement ? La réponse est à la fois uniforme, rejoignant ce que j'ai développé ci-dessus sur la place des mathématiques et de leur enseignement dans la société, et à la fois multiforme au niveau de l'expression, fortement connotée par le passé mathématique de chacun d'entre nous. C'est pourquoi pour ouvrir encore le débat je finirai en vous proposant quatre points de vue de quatre membres du comité des scientifiques des IREM que vous trouverez beaucoup plus développés à côté d'autres points de vue tout aussi riches dans le numéro 38 de Repères-IREM.

Tout d'abord Guy Brousseau pour qui une des finalités premières de l'enseignement des mathématiques est le développement de la personnalité rationnelle de l'élève et l'apprentissage des comportements sociaux relatifs à l'établissement de la vérité.

Ensuite Régine Douady pour qui les mathématiques sont un lieu où il est possible de mettre les élèves en situation d'avoir à faire des prévisions, de les tester, et d'obtenir des réponses pour lesquelles finalement les démonstrations apportent la certitude, et qu'ainsi leur apprentissage contribue :

- A la compréhension mutuelle
- A la communication sociale
- A la prise de responsabilité

Raymond Duval dit ce qu’est pour lui l’activité mathématique : « une certaine expérience qui fait que je ne regarde plus les choses comme avant, que je sens ma pensée devenue un peu plus puissante et un peu plus libre, même à l’égard des mathématiques, de leurs contenus, de leurs modèles, de leurs structures ».

Enfin Gérard Kuntz décline les trois priorités que l’enseignement des mathématiques doit proposer aux jeunes qui lui sont confiés :

- Formation de la personne :comprendre le monde pour mieux se comprendre.
- Formation du futur acteur économique : préparer l’entrée dans le monde du travail.
- Formation du futur citoyen.

Conclure est impossible. Je vais donc me contenter de terminer en posant la question : les mathématiques ne sont elles pas un des rares lieu de l’enseignement où l’élève peut parfois dépasser le maître ? Encore faut-il que celui-ci l’y ait autorisé !

QUELQUES REMARQUES POUR RÉFLÉCHIR AU RÔLE DES PRATIQUES LANGAGIÈRES DANS LES APPRENTISSAGES EN MATHÉMATIQUES

Maryse Rebière
MdC Sciences du langage, IUFM d'Aquitaine (Bordeaux),
labo de Psychologie de l'éducation, Bordeaux 2

Résumé :
L'auteure a travaillé sur le rôle des pratiques langagières dans l'activité de conceptualisation en classes de sciences. Pour donner le point de vue d'une linguiste sur l'apprentissage des mathématiques, elle « prend le risque » de faire fonctionner un certain nombre d'outils dégagés à l'occasion du travail précédent sur une séance de mathématiques de CP.

Depuis quelques années, les didacticiens des diverses disciplines, s'interrogent sur les pratiques langagières mises en œuvre pour penser, pour négocier des significations et stabiliser des savoirs au sein des contextes scolaires. Cet intérêt pour le langage (contraint dans la plus grande ambiguïté par les derniers textes officiels) s'enracine, implicitement, dans la perspective socio-historique sur l'activité humaine, qui voit dans le langage un outil de conceptualisation, point de vue qui entre en résonance avec les apports de Bakhtine sur la création verbale et ses développements de la notion de genre.

Le croisement de ces approches s'est avéré fécond pour le développement des recherches concernant l'écrit. Aujourd'hui, le rôle des pratiques d'écrit, dans la construction des savoirs, plus particulièrement des pratiques d'écrit réflexif, est reconnu : elles favoriseraient la transformation des pratiques antérieures, le rapport au monde et au langage. C'est pourquoi l'institution scolaire, si elle n'attribue encore aucun statut particulier aux écrits réflexifs, les préconise cependant.

En revanche, peu de travaux sur l'oral s'inscrivent dans ce cadre théorique et l'école ignore majoritairement l'oral réflexif. Or, cette focalisation sur les pratiques d'écrit au détriment des activités orales ne nous paraît pas « tenable », ni sur le plan pratique de la classe, ni même sur celui de la théorie. En effet :

- les pratiques réelles montrent que oral et écrit sont très étroitement imbriqués. En dehors peut-être des évaluations - encore qu'on n'évalue que des savoirs qui ont été déjà formulés, au moins dans un autre contexte - il n'y a pas ou peu d'écrit qui n'ait fait l'objet d'une « préparation », i. e d'une formulation/ reformulation orale antérieure, que ce soit en grand ou petit groupe, parfois les deux successivement, et dans ce cas à partir d'un écrit intermédiaire. Quant aux situations orales, elles ont fréquemment pour référent des écrits, qu'ils soient internes à la classe, produits par le maître ou les pairs, ou importés de l'extérieur dans la classe. Par ailleurs de nombreuses pratiques scolaires (dictée à l'adulte, prises de notes) se situent à cheval sur l'oral et l'écrit au point qu'il est difficile (à moins d'adopter des critères rigides et peu opératoires) de les qualifier ;

- - les productions langagières des élèves sont elles-mêmes intermédiaires et leurs caractéristiques linguistiques peu spécifiques du canal utilisé : les formulations orales, particulièrement en grand groupe, sont médiatisées à la fois par le contrat didactique, par la situation d'interlocution créée dans la classe, par l'objet de discours et par la position où se met l'enfant au moment où il prend la parole. Elles sont donc élaborées avec soin, ratures et recherche, incompatibles avec la spontanéité traditionnellement attribuée à l'oral ; les écrits, quant à eux, sont souvent inachevés, « informes », tant en ce qui concerne l'orthographe que la présentation ou même que le type d'écrit choisi, souvent hybride.

Une recherche sur les pratiques langagières en classe de sciences nous[1] ayant amenées à analyser le rôle du travail langagier dans l'activité de conceptualisation, j'essaierai de montrer que certaines pratiques langagières peuvent enclencher l'évolution des élèves, plus encore, sont constitutives et outillent la construction des savoirs.

Je vais donc :

- poser (le plus rapidement possible), le cadre théorique minimal de mon travail, pour que nous nous comprenions : de nombreux travaux pluri-disciplinaires se mettent actuellement en place dans le malentendu théorique, que ce soit sur le langage lui-même – qui pour nous n'est peut-être pas la même chose que pour vous, ou que ce soit sur des notions comme celle de genre, très en vogue actuellement et qui émaillent les discours des professeurs de français ;
- tenter impudemment « d'appliquer » les outils que nous avons construits pour analyser ce qui se passe dans une classe de CM2 en biologie (sur un module d'une trentaine d'heures) à l'analyse d'une demi-heure de CP en mathématiques –ce qui représente une **PRISE DE RISQUES**- et donner ainsi le point de vue d'une linguiste sur une séance de mathématiques, sans prétendre à quelque généralisation que ce soit

1. LANGAGE ET SAVOIRS : UNE RÉVOLUTION POUR L'ÉCOLE

Depuis le 19ème siècle, l'école adhère à une représentation platonicienne du langage selon laquelle il aurait pour mission de véhiculer des idées "déjà là", de traduire le monde et ce, au plus près du réel. Au cours du 20ème siècle, les textes officiels et les pratiques dominantes se sont majoritairement focalisés, au début sur la recherche du mot **juste**, sur l'exactitude de la mise en mots des observations et des sentiments, puis sur la « meilleure façon de dire », la recherche de formulations **riches**, enfin, dans le dernier tiers du 20ème siècle, sur **la** structure textuelle **canonique** idéale dans laquelle pourraient se couler les contenus. Cette conception qui privilégie ainsi les liens bi-univoques entre l'objet et les formes pour le dire, occulte la variabilité des usages en fonction des individus et des situations ainsi que la capacité du langage à créer des mondes (jeux de langage, de rôles… mais aussi analogie avant modélisation…). Elle justifie un apprentissage « transversal » du langage, réduit à des formes préexistantes (mots, phrases, types de textes) capables de coder des contenus construits indépendamment de l'activité langagière elle-même.

[1] Travaux menés en collaboration avec M. Jaubert, par ailleurs co-auteur de la partie théorique de ce texte.

Or, cette représentation traditionnelle, contestée par de nombreux linguistes et didacticiens[2], commence à être battue en brèche par les projets des nouveaux programmes pour le cycle 3 de l'école primaire (2001). En effet, l'apprentissage du langage y est présenté comme inéluctablement lié aux apprentissages disciplinaires qu'il contribue à construire. Cette nouvelle conception du langage est en adéquation avec les théories selon lesquelles **chaque sphère d'activité humaine développe**

- **les pratiques qui lui sont propres, génératrices des savoirs qui la caractérisent,**
- **ainsi que les discours qui en permettent l'élaboration et la communication.**

(concepts d'activité - Léontiev, de communautés discursives-M.Foucault par exemple, de pratiques de référence-Martinand….)

2- UN OUTIL POUR PENSER LE LANGAGE DANS LA CLASSE : LES GENRES OU PLUTÔT « SECONDARISATION »

2-1- La notion de genre

Dans ce cadre, la littérature didactique reprend à son compte actuellement les travaux de Bakhtine sur le fonctionnement du langage et ce qu'il appelle *la création verbale* (1984).

Pour cet auteur, la notion de « **genre** » rend compte de la diversité des pratiques langagières. En effet, chaque domaine d'activité sociale (de la médecine au tricot en passant par la poésie et le jardinage…) produit ses formes propres d'énoncés, relativement stables, qui témoignent de la spécificité de l'activité et des points de vue acceptables dans ce domaine. Tout discours est donc contextuellement situé et signale son ancrage (inscription dans un monde de valeurs, croyances, pratiques; …) dans la communauté qui lui donne sa pertinence.

C'est cette cohérence entre le positionnement énonciatif et le contexte qui permet aux genres de façonner et de communiquer les contenus générés par l'activité considérée.

Dans cette optique, les ruptures, les distorsions, les dysfonctionnements des discours des élèves s'expliquent moins par des manques linguistiques que par les **difficultés qu'ils éprouvent à s'inscrire en tant qu'acteurs efficaces (ayant construit un point de vue homogène et pertinent sur l'activité) dans un champ disciplinaire donné.**

En termes d'apprentissage, la notion de genre, d'une part rend caduque la notion de transversalité du langage puisque **chaque sphère d'activité produit ses genres** ; d'autre part, elle déplace la focalisation de l'enseignement des formes linguistiques vers les pratiques langagières inhérentes à une discipline donnée. En conséquence, il s'agit pour le maître de susciter, observer et infléchir l'activité de l'élève, en vue de l'aider à s'approprier les pratiques performantes, dont les pratiques langagières qui sont indissociables des contenus.

2-2- Genre premier, genre second : une distinction intéressante…

Par ailleurs, Bakhtine établit une distinction, utile à nos yeux, entre le « genre du discours premier » et le « genre du discours second »**. Les genres premiers (ou**

[2] Cf. les travaux de D. Maingueneau, C. Kerbrat-Orrecchioni, E. Bautier, D. Bucheton, J.-P. Bernié, etc.

primaires) façonnent les échanges spontanés qui régulent la vie de tous les jours (conversation banale, familière, à bâtons rompus...). Ils permettent de gérer, dans le face à face immédiat de l'échange oral, la majeure partie des problèmes quotidiens. Ils sont liés à l'action et tributaires des conditions de leurs usages. En revanche, **les genres seconds apparaissent dans des échanges culturels plus élaborés, affranchis de l'urgence temporelle de l'action (roman, théâtre, conférence, débat scientifique,…). Ils permettent de mettre à distance, d'objectiver, de reconfigurer l'activité** dans laquelle le locuteur est engagé, c'est-à-dire de l'arracher de son contexte pour la dire, la réorganiser, la restructurer, la représenter via les formes langagières conventionnelles, déposées dans la culture et partagées par la communauté dans laquelle il s'inscrit. Ces genres sont moins régis par l'action que par des conventions socioculturelles que signalent leurs caractéristiques linguistiques. Bakhtine souligne leur complexité : non seulement ils supposent la combinaison contrôlée des genres premiers nécessaires à l'action qu'ils mettent en scène, mais encore ce qu'il appelle leur « transmutation ». En effet, lorsqu'ils sont insérés dans un nouveau réseau de relations, ils répondent à de nouvelles intentions liées à un déplacement énonciatif, et assurent de nouvelles fonctions constitutives d'un nouveau contexte. Ainsi les dialogues rapportés dans un roman, même les plus vraisemblables entre êtres humains, subissent une transformation en devenant matériau de l'œuvre. La fonction première d'échange qu'ils sont censés assurer dans l'action, si elle perdure, se « transmute » aussi en une fonction littéraire liée à l'économie du roman : les interlocuteurs en situation deviennent personnages et leurs échanges verbaux sont gérés par le narrateur qui leur confère une fonction dans l'œuvre.

Cette distinction « **genres premiers** », « **genres seconds** » peut se retrouver dans les discours de l'école. Le propre des savoirs (scolaires ou non) est qu'ils ne peuvent être élaborés et énoncés que dans les pratiques techniques, technologiques, etc. et langagières spécifiques de la communauté (sociale de référence et scolaire) qui les produit. Les discours du savoir stabilisé, fruits d'échanges culturels élaborés, sont des genres seconds porteurs des valeurs et des contraintes en vigueur dans la communauté. Les pratiques familières des élèves ne leur permettent pas d'agir efficacement dans les différentes disciplines. Il leur faut donc les reconvertir pour pouvoir reconstruire les savoirs. Parmi ces pratiques, figurent bien évidemment les usages langagiers.

Ainsi, lorsqu'un enseignant demande à des élèves de l'école élémentaire ce qu'"il faut faire" pour mettre en évidence un phénomène, il suscite la mise en œuvre d'un genre usuel (donc premier pour eux) : une prescription d'action ("il faut faire…") articulée à la situation immédiate.

En revanche, lorsqu'il s'agit de faire vérifier par les pairs (gage de sa scientificité) une hypothèse expérimentale en vue de la stabiliser, cette prescription est nécessairement rapportée dans un genre discursif nouveau et elle subit les transformations inhérentes au caractère reproductible de l'expérience (mise en place de la situation : finalité de l'expérience, liste des contraintes matérielles, éventuellement théoriques ; présentation chronologique des actions à mettre en œuvre ; résultats attendus).

La prescription initiale devient matériau constitutif d'un genre second, en usage dans la communauté scientifique scolaire et indispensable au contrôle de l'activité.

2-3- … mais une formulation réifiante. Vers la "secondarisation" des pratiques

Si la distinction entre genre premier et genre second est effective en milieu scolaire, elle est cependant peu pertinente, de notre point de vue, dans une perspective développementale. En effet, toute production langagière est nécessairement seconde, s'inscrit dans un champ de discours antérieurs ou potentiels sur un même objet, répond à un ensemble de questions réelles ou envisageables.

Même chez le tout petit, l'apparition du mot "voiture" relève d'un genre second si on le compare aux verbalisations antérieures "tata", "vroum", accompagnées ou non du geste.

En revanche, ce qui nous importe, c'est la transformation progressive des pratiques langagières déjà là : ce qu'on pourrait appeler « **secondarisation** » des pratiques. La question n'est pas de savoir si l'élève produit un genre premier ou second mais si, dans les ébauches d'appropriation d'outils culturels (dont linguistiques), le nouveau discours qu'il élabore, via des formes plus conventionnelles, transforme le déjà là et témoigne de son déplacement énonciatif, d'une modification de sa compréhension du monde et de l'action dans laquelle il est engagé.

Le rôle de l'école ne réside pas dans la mise en œuvre de genres seconds (qu'il s'agirait d'apprendre par l'intermédiaire des structures textuelles), mais dans le travail cognitif et langagier de secondarisation des pratiques langagières initiales des élèves et la construction de positions énonciatives favorisant les déplacements.

L'intérêt que l'on porte actuellement aux activités langagières « réflexives » (réf. A.D.Bucheton) est explicable dans cette optique. En effet, l'écrit parce qu'il permet l'archivage, la comparaison, la critique, etc., i.e. l'objectivation des contenus et des formes verbales, est reconnu propice à l'élaboration des savoirs et des genres seconds du discours. L'école commence à considérer les traces, les écrits intermédiaires d'investigation, d'interprétation, les bilans ponctuels qui jalonnent les étapes de l'apprentissages comme des indicateurs de la façon dont les élèves se positionnent sur le plan énonciatif et s'approprient les savoirs et les genres qui leur sont inextricablement liés[3]. En revanche, l'oral demeure majoritairement réservé aux pratiques de transmission/vérification des savoirs ou de dialogue au service de l'instauration du conflit socio-cognitif. Sa labilité et son apparente immédiateté font que l'oral « réflexif » pour apprendre est sous estimé par les enseignants. Il semble cependant que, le recours au langage, qu'il soit oral ou écrit peut jouer un rôle fondamental dans cette réorganisation des pratiques.

En effet, l'activité langagière dans sa globalité peut permettre aux élèves de construire ou d'ébaucher un point de vue nouveau, de nouveaux réseaux conceptuels et un nouveau contrôle de leur activité scolaire, dont sont tributaires les genres seconds.

3- UN EXEMPLE DE TRAVAIL LANGAGIER DANS UNE SÉANCE DE MATHÉMATIQUES AU CP

En quoi cette réflexion intéresse-t-elle les didacticiens de disciplines (les mathématiques, en l'occurrence) ?

[3] Cf les travaux de Bernié J.-P., Bucheton D., Chabanne J.-C., Jaubert M., Rebière M.

Dans le cadre théorique décrit, apprendre dans une discipline revient à s'approprier indissociablement les contenus, les démarches, les valeurs, les croyances, les pratiques, y compris langagières d'une discipline donnée, ce qui suppose la **construction d'une position énonciative pertinente qui permette de s'instaurer acteur (dire-penser-agir) dans une communauté donnée.**

Il ne s'agit donc pas là de recenser les formes langagières mises en œuvre en mathématiques, ce qui nous conduirait inéluctablement à penser que quelqu'un doit les enseigner préalablement à leur « remplissage » par des savoirs…Ce qui importe, c'est plutôt d'essayer de décrire comment l'enfant s'y prend pour « travailler » les concepts en jeu, en quoi le langage témoigne de ce travail, mais aussi agit sur leur construction. Il s'agit donc de faire apparaître le rôle du langage, à charge pour les didacticiens des disciplines concernées de trouver les situations et les étayages langagiers spécifiques de leurs disciplines.

3.1. Le contexte

Il s'agit d'une séance menée début novembre dans un CP d'école d'application, dont le cycle 1 est très « performant ». Les élèves ont l'habitude des manipulations et des pratiques de verbalisation de leurs démarches. Cette séance est, pour un regard profane comme le mien, très complexe puisqu'il s'agit d'une part de confronter pour la première fois les élèves avec un énoncé de problème écrit, d'autre part de les faire aboutir à l'écriture canonique de la suite additive.

NB.1 Cette séance est peut-être /certainement contestable du point de vue de la didactique des mathématiques , mais elle a le mérite d'être caricaturale, donc de mettre en évidence certaines caractéristiques de l'activité mathématique à l'école.
NB.2 Le hasard a voulu que cette séance soit fortement orientée vers l'utilisation et la construction d'écrit, i.e. ostensiblement vers des pratiques langagières scolaires, ce qui peut paraître discutable :

- d'une part, parce qu'il est plus difficile d'analyser comment le langage travaille des savoirs langagiers que des savoirs de tout autre disciplines ;
- d'autre part, parce que ces moments-là peuvent paraître anecdotiques dans la totalité des activités mathématiques.

On peut cependant penser ce qui est clairement visible dans cette séance est présent de façon plus insidieuse dans toutes les séances.

On peut identifier, dans cette séance, quatre grandes phases :

- lecture/ interprétation de l'énoncé écrit, formulation de la consigne,
- travail, sur affiche, par groupe de deux,
- compte rendu collectif des démarches (qui peut devenir « narration de recherche »),
- enseignement de l'écriture canonique (apport du maître, relecture par les élèves).

Nous tenterons de montrer en quoi l'activité langagière peut être le lieu de la secondarisation des pratiques mathématiques.

3.2. La construction d'une position énonciative pertinente

Tout apprentissage relève d'opérations mentales que sont :

- spécification / généralisation,

- contextualisation/ décontextualisation,
- concret/ abstrait,
- catégorisation.

L'apprentissage des mathématiques ne devrait pas y échapper si on considère qu'il s'agit bien de prendre en compte les données du réel pour les ancrer dans un univers que j'appellerai « virtuel » ou « fictif », au profit de concepts abstraits qui progressivement vont fonctionner entre eux.

La construction d'une position énonciative pertinente pour apprendre et communiquer en mathématiques, repose donc sur :

- la prise en compte du réel,
- la construction de nouveaux contextes dans lesquels les objets vont être « déréalisés » et soumis à des reformulations « culturelles ».

Les acteurs sont alors conduits vers de nouvelles formes d'activité sociale, de nouvelles pratiques, dont les pratiques langagières, et donc un travail nouveau de conceptualisation.

Il s'agit donc d'amener les élèves à passer

- d'un contexte de manipulation d'objets et d'actions (contexte immédiat, expérimental),
- à un contexte nouveau où les objets et les actions ont complètement disparu, toute référence à la situation immédiate a été effacée et où ce qui importe, c'est l'écriture du nombre sous une forme donnée.

La séance de référence est compliquée du fait que ce changement de contexte inhérent à l'entrée « en mathématiques » est précédé d'une immersion (sans précaution) dans un autre contexte constitué par l'énoncé de problème écrit, qui, en plus de présenter toutes les difficultés spécifiques de l'écrit, oblige à imaginer dans le futur des actions, des objets, en référence à des expériences antérieures… *(je traiterai de cette particularité qui, selon moi, suppose acquise la première démarche de recontextualisation, en second lieu)* .

Donc, si on fait provisoirement abstraction de la première décontextualisation/ recontextualisation, entre la manipulation et l'écriture, deux étapes intermédiaires sont envisagées :

- le discours qui rend compte de la manipulation,
- le discours qui rend compte de l'élaboration de l'écriture.

Chacune de ces étapes correspond à la création d'un nouveau contexte dans lequel les objets manipulés subissent des transformations :

1°étape : la représentation graphique

La représentation réfère directement au réel, il s'agit de représenter des objets et d'imaginer des actions ; le **langage est peu utile** puisque les partenaires sont dans un contexte implicite (ici et maintenant) dont chacun contrôle les paramètres

Juliette et Caroline dessinent 9 verres à tour de rôle et Caroline distribue gestuellement deux sucres fictifs par verre **(deux là, deux là, ….).** ***Puis elles dessinent 2 rectangles dans chaque verre.***

Ce qui importe c'est de représenter les objets et de les distribuer, le langage « double » l'action ce qui permet de ne préciser ni les lieux ni la nature des objets puisqu'ils sont désignés gestuellement.

NB. Cette phase de représentation est d'ordinaire sans difficulté au CP. Cependant deux enfants passent leur temps à dessiner « figurativement » les sucres, signe d'incompréhension de ce qu'est l'activité mathématique ; ce malentendu perdure tout le long de la séance et on comprend bien que si le premier changement de contexte est difficile, les autres seront impossibles.

2°étape : verbalisation à partir du produit écrit graphique

L'activité verbale de représentation porte sur la représentation des objets et leur distribution et non sur les objets eux-mêmes. On assiste donc à

- une progressive **« dématérialisation » des objets** :

95 **A.** On a fait <u>un verre</u> et puis Hugo quand il <u>l</u>'avait fait ça faisait un plus un ça faisait deux, moi j'ai fait_et ça faisait 4 *(le maître pointe sur l'affiche au fur et à mesure chaque verre)* ensuite ça faisait six et puis ensuite ça faisait huit, ça faisait dix et douze alors on a fait six verres

96 **M.** D'accord, alors vous vous avez dessiné au fur et à mesure alors et puis vous avez contrôlé en comptant. D'accord.

« les verres » disparaissent après pronominalisation ;

- une relégation de l'action dans le passé pour ne plus prendre en compte que le résultat présent de l'action, ce que marque le passé composé avec, par ailleurs, dans certains cas, un jeu sur les antériorités qui situent clairement que **dans le contexte de travail il n'y a que des traces, que l'on doit considérer comme les nouveaux objets de la communication** :

78. **Math** On en <u>avait mis</u> dix, mais comme ça faisait trop, on a barré et on a recommencé là. Eh bé on a compté et il nous en fallait six.

79. **M** Et pourquoi vous aviez choisi dix ?

80. **Math** parce qu'il en fallait deux de moins et après on a réfléchi et il en fallait que six

81. **M** Ah d'accord. Vous vous êtes dit sans doute il en faut deux de moins, donc vous avez dessiné dix verres et puis après vous les avez remplis et puis vous vous êtes dit finalement il y en a trop, il en faut que six.

82. **Colline** Au début on <u>avait fait</u> sept verres et puis après on s'est dit y en a un peu trop alors on a barré le septième

- d'ailleurs cette étape est suffisamment ambiguë pour que les enfants s'y perdent :

87. **M** Finalement ça ressemble pas à ce qu'avaient fait Mathilde et Lucile ? Ca ressemble pas un peu à ce qu'elles avaient fait ?

88. **E**. Non

89. **M** non, vous trouvez que ça ne ressemble pas ?

90. **E** Non parce que c'est plus clair

enfants et maître ne parlent pas du même objet : celui du contexte actuel, i.e. l'écrit qui rend compte d'une activité d'écriture pour les enfants, celui auquel réfère cet écrit pour le maître ;

- ou même qu'ils se sentent conduits à coder le résultat de leurs actions, par le fait même d'avoir à la représenter sur affiche,

91. **M** Alors ensuite, il y a quelque chose que je ne comprends pas trop mais ils vont m'expliquer peut-être, c'est Thiébaud et Raphaël *(sur l'affiche se succèdent le chiffre 12, le dessin du sucre, le chiffre 2 puis un verre avec 2 sucres, puis le chiffre 6, puis un verre avec 2 sucres)* Et comment tu as trouvé qu'il fallait 6 verres toi ?
92. **T** J'ai compté
93. **M** Tu as compté comment ? Tu peux me refaire comment tu as compté avec tes doigts ?
Thiébaud montre deux doigts en disant un, *puis quatre en disant* deux, [**M** Ah bon] *puis six doigts, en disant* trois *et huit doigts en disant* huit

on voit bien dans cet exemple combien **la situation même d'écriture génère la mise en œuvre d'un code qui tend vers l'arbitraire, et vers le résultat d'une action terminée**, même si l'utilisation de cet écrit ne rend pas tous les services escomptés.

3°étape : verbalisation d'une écriture canonique

La difficulté de cette phase d'introduction d'un code arbitraire, que les enfants ne peuvent pas inventer mais éventuellement réinvestir (encore que…cela supposerait que ce codage ait déjà un sens, les échanges transcrits en montrent la difficulté) réside bien entendu dans les stratégies que le maître va pouvoir mettre en œuvre pour donner un sens à l'écriture. A cet effet, le maître tente d'établir une série de correspondances entre les trois contextes :

122 **M** *(le maître écrit 12 en rouge au-dessus et à gauche du premier verre représenté sur une affiche)* ici on voit très bien apparaître les six verres qui ont été remplis avec deux sucres dans chaque verre. Alors qu'est-ce que j'ai écrit là en rouge ?
123. **E** douze
124. **M** douze, c'était quoi déjà ?
125. **E** Les sucres
126. **M** C'étaient les douze sucres que j'avais là, au départ, que je voulais répartir dans les verres. Thiébaud reste assis correctement. Alors je les ai mis où ces douze sucres ? Ils sont dans quoi ?
127. **E** dans les verres
128. **M** Ils sont dans les verres *(le maître écrit 2 au-dessus du premier verre)* Alors moi j'en ai + qu'est-ce que j'ai dessiné là ? Qu'est-ce que j'ai écrit ?
129. **E** Deux
130. **M** Alors j'en ai deux dans ce verre. *(il écrit 2 au-dessus du second verre)* Après j'en ai deux dans ce verre, encore deux, encore deux, deux, deux, deux *(il écrit 2 au-dessus de chacun des verres).* J'ai écrit où étaient les douze sucres. Il y en a deux dans le premier verre, deux dans le second etc., etc. comme vous expliquait Capucine tout à l'heure. Je mets le signe égale, je veux dire par là que j'ai mes douze sucres et que mes douze sucres ils sont deux dans ce verre, deux dans ce verre, deux dans ce verre, etc. *(le M montre avec le doigt).*

12 c'étaient les douze sucres que j'avais **là**, au départ (contextes1-3)
2 j'en ai deux dans **ce** verre. (contextes2-3)
encore deux (2), encore deux (2), deux(2), deux(2), deux(2) (contextes2-3)
j'ai **écrit où** étaient **les** douze sucres (contextes1-2-3)
j'ai **mes** douze sucres(12) et mes douze sucres (12) ils sont deux (2)dans **ce** verre, deux(2) dans ce verre, deux (2)dans ce verre, etc. *(le M montre avec le doigt).(*contextes 1-2-3).

On voit bien là que tout repose sur le travail langagier du maître, qui est le seul moyen dont il dispose pour à la fois**, initier les élèves à de nouvelles pratiques, faire**

opérer aux enfants les dénivellations entre les trois contextes mais aussi pour tisser les liens entre ces contextes et assurer le sens de l'écriture.

4°étape : l'écriture mathématique est son propre c ontexte

Le passage (nécessairement en force) n'est pas une évidence, et la dernière étape qui consiste à faire fonctionner l'écrit canonique « pour lui-même », c'est-à-dire dans un contexte qui a perdu toute référence au contexte premier présente des difficultés : les formulations/ reformulations des enfants traduisant la rupture au niveau du sens :

140 M Oui, et là *(le M montre l'autre côté de l'égalité),* ce que tu as écrit, ça se lit comment tu sais,?
141 E deux plus deux plus +
142 Ra De plus en plus
143 M Alors Raphaël comment tu vas le lire ça
144 Ra De plus en plus.
145 M.Vous savez pas comment on va lire ça ?
146 E Douze
147 M Alors oui, c'est vrai, c'est douze. Mais ici je le lis comment ça ? on a mis plein de plus là, alors comment on va lire ça ? Capucine
148 Ca En fait, on va lire deux plus, deux plus, *(marque une pause entre chaque groupe « deux plus »),* deux plus, deux plus, deux plus, deux .

la remarque de Raphaël est difficile à interpréter, on peut cependant faire l'hypothèse qu'il n'a pas « identifié » dans la proposition de son camarade un énoncé spécifique de l'activité mathématique à l'école, et, qu'il a échangé une formule qui permet de penser un objet mathématique, contre une formule « lexicalisée » en français et non spécifique, produisant un quiproquo.
Pour Capucine, le regroupement des termes qu'elle propose, signale une « lecture » apparemment « hors sens », sans qu'on sache s'il s'agit d'une incompréhension de l'écrit mathématique ou…de l'activité de lecture, en général.

5°étape : retour sur l'énoncé

Bien entendu, l'énoncé de problème, écrit qui définit à lui seul le contexte immédiat (intention prescriptive, données, destinataire, inscription dans une communauté scolaire spécifique) suppose une première contextualisation. Cependant, cet écrit, éminemment laconique est supposé enclencher la manipulation, mais…jeu pervers (?) , la manipulation ne peut être qu'imaginaire. Donc, la seule première mise en action suppose une première recontextualisation dont l'énoncé fixe les paramètres, ainsi qu'une deuxième qui consiste à construire mentalement une représentation, compliquant ainsi considérablement la tâche des élèves puisque cette étape repose sur le seul travail du langage.

- Difficulté de construction d'une situation fictive

13. M Est-ce qu'il y a des enfants qui arrivent à comprendre la question que j'ai posée ? +++ Non personne ne comprend la question? + Arnaud, tu comprends ?
14. E <u>il faut</u> des verres
15. M. Oui, en effet, j'ai écrit <u>combien faut-il</u> de verres. Donc, qu'est-ce que je cherche dans mon problème alors finalement ? qu'est-ce que je cherche dans mon problème, Capucine ?
16. Ca. Je cherche <u>combien il y a de verres</u>
17. M. Ah, je cherche combien il me faut de verres.

Les glissements *il faut- combien il faut- il y a* ne sont pas innocents, ils témoignent du travail de construction d'un espace commun de fonctionnement, des réajustements : le premier enfant arrive à décoder « il faut » mais le contexte montre bien qu'il n'a pas intégré le sens même du problème, puisque seul le nombre est inconnu. La relance du maître repositionne sur le nombre, c'est alors Capucine qui reprenant à son compte le nombre effectue un autre déplacement, considérant l'action réalisée et non à réaliser.

Ces réajustements sont minimes, comparés à ceux qu'éprouvent certains enfants pour donner du sens à ce discours arbitraire.

- Difficulté pour accepter certaines règles

17 **M.** On va essayer de reprendre tout ça finalement parce qu'il y a beaucoup de choses finalement. Alors, j'ai + Combien je sais que j'ai de sucres ? Marine ?
18. **E.** Y en a trois parce que on les voit sur le tableau
19. **M** Ah, il y en a trois parce que tu en vois trois sur le tableau. Mais dans le problème que je me pose
20. **E** Y en a douze

- Difficulté de fait pour accepter les règles, se projeter, construire une cohérence à l'univers proposé :

50. **M** Qu'est-ce qu'on cherche déjà ?
51. **G** On cherche euh +++
52. **M** Qu'est-ce qu'on cherche déjà ?
53. **J** les sucres
54. **M** Non, pas les sucres. On cherche combien il nous faut de +
55. **G** sucres
56. **M** Non, c'est pas des sucres qu'on cherche, de verres. Et qu'est-ce qu'on a au départ ?
57. **G** deux sucres
58. **M** Non
59. **G** Ah non, douze sucres
60. **M** douze sucres oui. Vous pouvez peut-être commencer par les dessiner les sucres

Dès le départ, ces enfants sont perdus **dans la jungle langagière** qui est leur est proposée.

L'analyse du déroulement de cette séance fait apparaître, me semble-t-il, un des aspects ce qui fait la caractéristique des discours mathématiques scolaires : emboîtement des contextes, garant des opérations de mise à distance, d'objectivation, mais aussi de conceptualisation, emboîtements à la fois signalés ET provoqués par le langage.

C'est lorsque l'enfant s'approprie les stratégies induites par les situations et les pratiques langagières proposées par le maître, qu'il peut devenir acteur (dire-penser-agir) dans la communauté mathématique scolaire.

3.3. Le travail du langage

Nous avons déjà, au fil de l'analyse, relevé quelques marques du travail conjoint formulation-conceptualisation, travail du maître pour tisser des liens entre les contextes, travail des élèves et du maître pour négocier un contexte commun. Quelques autres « figures » peuvent être relevées dans ce corpus, sans pour autant prétendre à l'exhaustivité.

- Des reformulations

Comme pour toute séance de classe, une lecture rapide peut laisser penser que l'information ne progresse pas vite, élèves et maîtres reprenant régulièrement ce qui vient d'être dit. Or, la pratique de reformulation correspond à une réflexion sur la mise en mots et à la prise de conscience du pouvoir du langage. Chaque « rature » signale la subite prise en compte d'un nouveau paramètre du contexte et signale une mise à distance « locale » des formulations ainsi que leur évaluation.

109. **Ca** On a dessiné en fait eh bé on a fait des verres et dedans on a fait des sucres, on en a fait un et un ça fait deux après on en a dessiné encore un verre on en a dessiné deux et ça faisait quatre après on en a dessiné un autre et ça faisait six et après on en a dessiné encore une autre
110. **M** D'accord et puis quand c'est que vous vous arrêtez alors de dessiner?
111. **Ca** Quand on avait mis douze sucres dans chaque verre

Cette première formulation de Capucine est intéressante en ce qu'elle témoigne de son activité de décontextualisation : dématérialisation, mise en valeur du dénombrement, alternance entre dessiné qui prend en compte l'activité même alors que « fait » est plus neutre et témoigne d'une décentration par rapport à cette activité, effacement de l'action au profit du résultat.

Priée de répéter, Capucine, sourire en coin, reformule pour ceux qui n'auraient pas compris :

116. **M**. Voyons Capucine tu recommences allez
117. **Ca** On a dessiné un verre
118. **M** Vous avez dessiné un verre
119. **Ca** et dedans on a fait deux sucres [**M** et dedans vous avez mis deux sucres]. Après on a dessiné encore un verre et on a dessiné encore deux sucres et ça faisait quatre et après on a encore dessiné un verre et ça faisait six et après on a encore dessiné un verre ça faisait huit et après on a dessiné encore un verre ça faisait dix et après on a dessiné encore un verre, ça faisait douze et après on a compté les verres et ça faisait six.

…et elle opère une série de dénivellations (que j'oserais appeler « descendantes ») : maintien systématique du lien avec la représentation, objets, actions, chronologie, prouvant par là sa capacité à choisir des formulations en fonction du contexte : formulations pour apprendre, dans le premier cas, formulations pour communiquer dans un deuxième cas.

- Des introducteurs de changement de contexte

Capucine introduit sa première formulation, par la locution « en fait » Cette locution est récurrente dans ce corpus (7 occurrences)

25. **M.** Combien il va falloir de verres + Est-ce qu'il y a encore des enfants qui ont des questions ou qui n'ont pas compris de quoi il s'agit ? Au fond, Adèle ?
26. **A** En fait, il faut des des verres mais mais il en faut moins que de sucres.
27. **M** Ah, alors tu me dis qu'il va falloir sans doute moins moins que de sucres.
28. **A** Parce qu'on met 2 sucres dans chaque verre

Elle témoigne dans tous les cas d'un retour sur des stratégies ou conceptions initiales, elle marque une dénivellation, une reprise avec déplacement de positions antérieures pas nécessairement verbalisées. Ainsi, si dans le premier cas il s'agit d'une reprise globalisante, dans le second, Adèle pense à haute voix et énonce et annonce le résultat de cette réflexion. Quant à Raphaël, on voit bien qu'il s'appuie sur cette locution pour tenter une décontextualisation :

114. **M** Vas-y explique nous
115. **R** Eh bé en fait un plus un ça faisait deux, après deux plus deux ça faisait quatre [M oui], quatre plus quatre ça faisait huit

- Des formulations floues

Enfin, soulignons dans ce corpus, bien sûr, relevant des usages scolaires en toutes disciplines, mais peut-être davantage encore en mathématiques, l'usage récurrent du pronom très indéfini « ça ».

Un seul exemple pour montrer l'intérêt heuristique de ce pronom mal aimé :

94. **A** On a fait un verre et puis Hugo quand il l'avait fait ça faisait un plus un ça faisait deux, moi j'ai fait et ça faisait 4 *(le maître pointe sur l'affiche au fur et à mesure chaque verre)* ensuite ça faisait six et puis ensuite ça faisait huit, ça faisait dix et douze alors on a fait six verres

L'imprécision du pronom permet peut-être d'appliquer une routine à une situation contextualisée. Hypothèse : pour les enfants, la routine existe hors contexte et fonctionne sur elle-même ; les objets existent, en contexte. « ça » permet de ménager le sens « les verres » en l'occurence ET, en même temps, les connaissances décontextualisées.

CONCLUSION PROVISOIRE

Cette analyse, j'en suis consciente, est parcellaire, ne rend pas compte de la totalité des activités langagières en mathématiques au cours préparatoire et donc ne constitue qu'une toute petite prise d'informations sur l'activité langagière en mathématiques. J'avais deux objectifs :

- essayer de vous montrer que la « mise en langage » en mathématiques n'est pas innocente : elle est le lieu du développement, des déplacements de la pensée de l'élève ; le déplacement cognitif se fait au travers et au moyen de la verbalisation, le travail cognitif se double d'un travail langagier, les concepts son travaillés **par et dans** le langage ;
- souligner les pratiques langagières efficaces dans cette conceptualisation et que nous désignons sous le terme de pratiques « réflexives » : ainsi en est-il du compte rendu de démarche et, étape de secondarisation, de sa réorganisation, de sa globalisation (qui, selon moi justifie le terme de « narration ») ; mais aussi les pratiques langagières de l'enseignant qui assure les multiples décontextualisations-recontextualisations (on sait combien ces usages réflexifs du langage sont déterminants pour l'avenir scolaire des élèves).

Consciente d'ouvrir un abîme de perplexité plus que d'apporter des réponses, je souhaite que cette intervention vous donne cependant l'envie d'aller voir du côté de ce que les enfants font avec le langage pour apprendre les mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

CHABANNE J.-C et BUCHETON D.(dir) (2002) *Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire. L'Ecrit et l'oral réflexifs.* PUF, col.éducation et formation

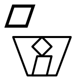
JAUBERT M. et REBIERE M. (2002) "Pratiques de reformulation et construction des savoirs" in *Aster 33*

Annexe

Un problème ouvert au CP

Au tableau

12 sucres
2 sucres par verre
Combien faut-il de verres ?



1. **M.** C'est pour travailler les mathématiques avec vous. Alors j'ai écrit quelque chose au tableau, pour l'instant vous regardez ça en silence. Et vous essayez de comprendre ce qui est marqué là-dessus Vous allez peut-être avoir des difficultés mais on va le regarder ensemble.
2. **E.** Y a des sucres
3. **M.** Pourquoi tu sais que ça parle de sucres ? Comment tu sais que ça parle de sucres ?
4. **E.** C'est écrit.
5. **M.** Est-ce que tu vois combien il y a de sucres ?
6. **E.** Y en a un et deux. Je vois un 1 et un 2
7. **M.** Alors quand on écrit un 1 et un 2 ça fait quoi après ? **+** Ca ça fait douze. Alors dans mon problème de mathématiques j'ai douze sucres. Je n'en ai dessiné qu'un mais dans mon problème j'ai douze sucres ++ Ensuite, est-ce que vous arrivez à comprendre ce que j'ai écrit ici, là (*2è P)*
8. **E.** Il faut deux sucres
9. **M** Il faut deux sucres oui, deux sucres pour quoi ?
10. **Ra.** Pour mettre dans la boîte
11. **M** Ah, c'est pas tout à fait une boîte que tu vois là. *(montre le dessin du verre avec les deux sucres)* J'ai écrit à côté ce que c'était, mais peut-être que vous n'arrivez pas à lire là.
12. **E** verre
13. **M** Alors, effectivement, c'est des verres. Alors, effectivement, il faut 2 sucres par verre. Donc j'ai 12 sucres et je veux en mettre 2 sucres par verre. Là vous voyez, j'ai dessiné 2 sucres par verre. Je pose une question, est-ce que vous devinez ou est-ce que vous arrivez à lire quelle question je pose ? Est-ce qu'il y a des enfants qui arrivent à comprendre la question que j'ai posée ? +++ Non personne ne comprend la question? + Arnaud, tu comprends ?
14. **E** il faut des verres
15. **M.** Oui, en effet, j'ai écrit combien faut-il de verres. Donc, qu'est-ce que je cherche dans mon problème alors finalement ? qu'est-ce que je cherche dans mon problème, Capucine ?
16. **Ca.** Je cherche combien il y a de verres
17. **M.** Ah, je cherche combien il me faut de verres. On va essayer de reprendre tout ça finalement parce qu'il y a beaucoup de choses finalement. Alors, j'ai + Combien je sais que j'ai de sucres ? Marine ?
18. **E.** Y en a trois parce que on les voit sur le tableau
19. **M** Ah, il y en a trois parce que tu en vois trois sur le tableau. Mais dans le problème que je me pose
20. **E** Y en a douze

21. **M** Oui voilà, au départ, j'ai douze. J'ai 1es sucres et qu'est-ce que je veux faire avec ces douze sucres Marine?
22. **Marie** En mettre deux dans les verres
23. **M** Ah, alors je veux mettre deux sucres dans chaque verre et la question que je me pose c'est quoi la question que je me pose ? Jean, c'est quoi la question que je me pose ? J'avais douze sucres, je mets deux sucres par verre et qu'est-ce que je cherche moi? + Jean + qu'est-ce que je cherche moi ?
24. **E** Combien il faut de verres.
25. **M.** Combien il va falloir de verres + Est-ce qu'il y a encore des enfants qui ont des questions ou qui n'ont pas compris de quoi il s'agit ? Au fond, Adèle ?
26. **A** En fait, il faut des des verres mais mais il en faut moins que de sucres.
27. **M** Ah, alors tu me dis qu'il va falloir sans doute moins que de sucres.
28. **A** Parce qu'on met deux sucres dans chaque verre
29. **M** Eh bé oui, parce qu'on va mettre deux sucres dans chaque verre.
30. **E** Moi j'ai une idée.
31. **M** Alors moi j'ai amené du matériel mais j'aimerais qu'on ne l'utilise pas justement, on va l'utiliser à la fin pour vérifier. Donc j'ai préparé une assiette avec des cubes, il y en a douze. Alors les douze cubes c'est les douze sucres, mais je ne veux pas qu'on les utilise, moi pour l'instant. On va s'en servir à la fin pour vérifier. Donc il y a douze sucres et puis là il y a des verres. Et donc, il va falloir mettre deux sucres par verre et on va voir combien de verres on remplit comme ça.
32. **E** Moi je sais combien il en faut
33. **M** Ah tu vas nous dire tout à l'heure. Pour l'instant je veux que personne ne dise la solution, même s'il a trouvé dans sa tête. Pour l'instant je ne veux pas entendre la solution. Alors je crois qu'on va encore ré-expliquer, parce que je ne suis pas sûr que tout le monde ait bien compris. Jean, combien j'ai de sucres au départ ?
34. **J**. deux
35. **M.** Tu as + moi j'ai deux sucres au départ ? Valentine, combien j'ai de sucres au départ ?
36. **V** douze
37. **M** J'ai douze sucres. Mais le deux sucres ça correspond à quoi ? Ca veut dire quoi mes 2 sucres là ?
38. **E**. xxx
39. **M** Oui, voilà, Raphaël, c'est ça oui, je mets deux sucres dans chaque verre. ++Victor, est-ce que j'ai le droit de mettre trois sucres par verre
40. **E** non
41. **M** Je dois mettre combien par verre ?
42. **E** deux
43. **M** deux, je dois mettre deux sucres par verre. Et je cherche quoi, alors, finalement ? On va demander à Lucile. Tiens, Lucile, qu'est-ce que je cherche moi dans mon problème ? +++ qu'est-ce que je cherche dans mon problème ? +++ Juliette, qu'est-ce que je cherche moi dans mon problème ?
44. **J** Combien il faut de verres
45. **M** Combien il faut de verres pour répartir les douze sucres. Donc, c'est de chercher la réponse au problème, en réfléchissant et en écrivant sur cette feuille. Vous allez travailler par deux, je vais donner une feuille pour deux et vous allez devoir me dire combien il faut de verres pour distribuer les douze sucres, avec deux sucres par verre. Alors vous aurez un stylo pour deux, un feutre pour deux. Et vous rédigez, vous travaillez vraiment ensemble. Alors c'est un problème qui est difficile et que vous devez vraiment résoudre avec les moyens du bord. Mais ce qui est important

pour moi, c'est vraiment que vous réfléchissiez, que vous cherchiez, que vous fassiez des essais là sur votre feuille, parce que peut-être vous n'arriverez pas non plus à trouver la réponse du premier coup donc je veux vraiment que vous cherchiez. Mais ce que je veux moi, c'est la réponse à la question. Je veux qu'on me dise combien il faut de verres, mais tu as le droit d'utiliser les moyens que tu veux pour y arriver. D'accord ? Est-ce que d'autres enfants ont des questions ? Juliette non ? C'est bon ?

46. **J** On prend quelle couleur ?
47. **M** Comment ?
48. **E** On prend quelle couleur ?
49. **M** Alors, soit noir, soit bleu, en tout cas, une couleur qui nous permettra de voir bien au tableau tout à l'heure. Mais de toute façon je passe là dans les rangs pour voir si vous faites ce qu'il faut.

Plus tard, avec Jean et Gustave

50. **M** Qu'est-ce qu'on cherche déjà ?
51. **G** On cherche euh +++
52. **M** Qu'est-ce qu'on cherche déjà ?
53. **J** les sucres
54. **M** Non, pas les sucres. On cherche combien il nous faut de +
55. **G** sucres
56. **M** Non, c'est pas des sucres qu'on cherche, de verres. Et qu'est-ce qu'on a au départ ?
57. **G** deux sucres
58. **M** Non
59. **G** Ah non, douze sucres
60. **M** douze sucres oui. Vous pouvez peut-être commencer par les dessiner les sucres

Juliette et Caroline

Elles dessinent neuf verres à tour de rôle et Caroline distribue gestuellement deux sucres fictifs par verre (deux là, deux là, ….). *Puis elles dessinent 2 rectangles dans chaque verre*

Colline et X

Elles ont dessiné sept verres et 2deux sucres dans chaque

61. **M** Combien vous avez mis de verres ?
62. **X** sept
63. **M** Vous en avez sept, vous pensez que ça marche ? Vous avez vérifié ? Vous pensez que c'est bon ?

64. **M** Vous amenez vos productions. Tout le monde n'a pas tout à fait fini, On va voir les difficultés que vous avez. +++ *(productions affichées au tableau)* +++ Il y a plein plein plein de choses. Alors par quoi je vais commencer +++ Alors peut-être par Gustave et Jean qui ont eu quelques difficultés à résoudre le problème.

Affiche de G et J : les enfants ont dessiné six sucres en essayant de reproduire le dessin du parallélépipède qui illustre la première phrase de l'énoncé de problème. Dessous est écrit : 6.

65. **M** Alors, G et J qu'est-ce que vous avez essayé de représenter ?

66. **J** On a , on a, on a fait les sucres
67. **M** Vous avez dessiné quoi là ?
68. **J** les sucres
69. **M** Vous avez dessiné les sucres. Bon vous avez mis beaucoup de temps parce que + On avait pas mal de temps pour chercher, vous avez mis beaucoup de temps. Pourquoi ça a été si long de dessiner les sucres ?
70. **E** C'est pas très long de faire des sucres
71. **M** Mais toi tu n'as pas mis beaucoup de temps pour faire les sucres. Comment tu as fait les sucres toi ? Voyons où elle est ta production. Je ne sais pas si elle est au tableau. Lucile, c'est au tableau là ou ça y est pas ? On va regarder sur d'autres, peu importe, ceux-là, par exemple, eux par exemple, comment ils ont fait les sucres ? ils ont dessiné comment ?
72. **E** Ils ont fait des carrés
73. **M** Ils ont fait des carrés et faire des carrés, c'est pas très long. Et vous, qu'est-ce que vous avez fait ? qu'est-ce que vous avez fait vous?
74. **EEE** des carrés, y a pas que des carrés, des triangles
75. **M** des carrés, des triangles et tout. J'ai l'impression qu'ils ont essayé de faire un peu comme j'avais représenté ici. Est-ce que pour résoudre le problème on avait besoin de faire de jolis dessins comme ça ?
76. **E** Non
77. **M** Non parce qu'il y a plein d'enfants qui ont réussi en faisant juste des carrés, voyez Florence. *(le M montre le dessin des sucres sur l'affiche de Mathilde et Lucile qui présente une première collection barrée)* Mathilde ?
78. **Math** On en avait mis dix, mais comme ça faisait trop, on a barré et on a recommencé là. Eh bé on a compté et il nous en fallait six.
79. **M** Et pourquoi vous aviez choisi dix ?
80. **Math** parce qu'il en fallait deux de moins et après on a réfléchi et il en fallait que six
81. **M** Ah d'accord. Vous vous êtes dit sans doute il en faut deux de moins, donc vous avez dessiné dix verres et puis après vous les avez remplis et puis vous vous êtes dit finalement il y en a trop, il en faut que six.
82. **Colline** Au début on avait fait sept verres et puis après on s'est dit y en a un peu trop alors on a barré le septième
83. **M** Comment vous avez vu qu'il y en avait trop des verres ?
84. **C** Parce qu'on a compté
85. **M** Ah parce que vous avez compté et ça marchait pas. Alors qu'est-ce que vous avez fait ?
86. **C** Alors on a barré le septième verre
87. **M** Finalement ça ressemble pas à ce qu'avaient fait Mathilde et Lucile ? Ca ressemble pas un peu à ce qu'elles avaient fait ?
88. **E** Non
89. **M** non, vous trouvez que ça ne ressemble pas ?
90. **E** Non parce que c'est plus clair
91. **M** Bon, on va arrêter avec ça. *(Le M montre une nouvelle affiche)* Alors ensuite, il y a quelque chose que je ne comprends pas trop mais ils vont m'expliquer peut-être, c'est Thiébaud et Raphaël *(sur l'affiche se succèdent le chiffre 12, le dessin du sucre, le chiffre 2 puis un verre avec deux sucres, puis le chiffre 6, puis un verre avec deux sucres)* Et comment tu as trouvé qu'il fallait six verres toi ?
92. **T** J'ai compté

93. **M** Tu as compté comment ? Tu peux me refaire comment tu as compté avec tes doigts ?

Thiébaud montre deux doigts en disant un*, puis quatre en disant* deux, [**M** Ah bon] *puis six doigts, en disant* trois *et huit doigts en disant* huit

94. **M** Vas-y Antoine, explique nous ce que vous avez fait et puis Hugo continuera peut-être
95. **A** On a fait un verre et puis Hugo quand il l'avait fait ça faisait un plus un ça faisait deux, moi j'ai fait et ça faisait quatre *(le maître pointe sur l'affiche au fur et à mesure chaque verre)* ensuite ça faisait six et puis ensuite ça faisait huit, ça faisait dix et douze alors on a fait six verres
96. **M** D'accord, alors vous vous avez dessiné au fur et à mesure alors et puis vous avez contrôlé en comptant. D'accord. Quels enfants ont fait de la même façon et ont dessiné au fur et à mesure et compté après pour contrôler ? Marie tu as fait comme ça ? Tu m'expliques comment tu as fait toi ? *(le maître montre l'affiche de Marie*)
97. **Marie** Eh bien en fait, on a fait des verres, on a compté un et on a fait des sucres et on a compté pour voir si c'était ++
98. **M** Donc, tu as dessiné tous les verres, tu as mis des sucres à l'intérieur des verres et tu as compté après pour contrôler. C'est bien ça ?
99. **Marie** Oui.
100. **M** J'ai l'impression qu'il y en a qui n'écoutent pas trop, donc on va demander de reformuler ce qu'a dit Marie. Par exemple Juliette, tu as compris comment elle a fait Marie pour résoudre le problème ?
101. J non
102. M Ah ! Lucile est-ce que tu as compris toi comment elle a fait Marie pour résoudre le problème ?
103. **L** Oui
104. **M** Alors explique-nous comment elle a fait pour résoudre le problème.
105. **L** Alors elle a mis tout droit [**M** Comment, parle plus fort] En fait elle a mis tout droit mais elle a pas mis en mélangeant
106. **M** Bon elle a aligné les verres tu veux dire, c'est ça. C'est pas tout à fait ce que j'attendais. Capucine ? tu as compris ce qu'a dit Marie tout à l'heure ou tu n'as pas écouté ?
107. **C** Non
108. **M** Bon alors on va redemander à Marie d'expliquer clairement et je veux que tout le monde écoute, comment elle a fait pour résoudre le problème. Vas-y Marie. Il y a des enfants qui ont fait pareil. Ici je vois des choses qui ressemblent beaucoup. *(affiche de Capucine)* Lucile tu t'assieds correctement.
109. **Ca** On a dessiné en fait eh bé on a fait des verres et dedans on a fait des sucres, on en a fait un et un ça fait deux après on en a dessiné encore un verre on en a dessiné deux et ça faisait quatre après on en a dessiné un autre et ça faisait six et après on en a dessiné encore une autre
110. **M** D'accord et puis quand c'est que vous vous arrêtez alors de dessiner?
111. **Ca** Quand on avait mis douze verres dans chaque verre
112. **M** D'accord
113. **Ca** douze sucres
114. **M** douze sucres D'accord, Jean as-tu compris ce qu'a dit Capucine, c'est très clair pourtant. Raphaël, tu vas nous expliquer puisque toi aussi tu as participé tu vas nous réexpliquer. Je veux que tout le monde écoute d'autant plus que j'ai préparé pour tout à l'heure un autre petit problème un peu pareil donc ça peut vous servir de savoir comment on peut faire pour résoudre le problème. Parce

que tout à l'heure il va falloir refaire un petit peu la même chose avec le problème qui a été un petit peu modifié. Vas-y explique nous

115. **R** Eh bé en fait un plus un ça faisait deux, après deux plus deux ça faisait quatre [**M** oui], quatre plus quatre ça faisait huit
116. **M** Tu es sûr que vous avez fait quatre plus quatre ? Capucine ne disait pas ça comme ça tout à l'heure. Vous faites des calculs dans votre tête ou comment vous avez fait ? Voyons Capucine tu recommences allez
117. **Ca** On a dessiné un verre
118. **M** Vous avez dessiné un verre
119. **Ca** et dedans on a fait deux sucres [**M** et dedans vous avez mis deux sucres]. Après on a dessiné encore un verre et on a dessiné encore deux sucres et ça faisait quatre et après on a encore dessiné un verre et ça faisait six et après on a encore dessiné un verre ça faisait huit et après on a dessiné encore un verre ça faisait dix et après on a dessiné encore un verre, ça faisait douze et après on a compté les verres et ça faisait six.
120. **M** Et voilà. Alors explique-nous, réexplique-nous un petit peu Victor comment ils ont fait ?
121. **V** En fait elle a mis un verre et elle a mis deux sucres dedans ça faisait deux, elle a fait encore une autre verre, ça faisait quatre, elle a fait encore un autre verre ça faisait six [**M** oui oui] elle a dessiné encore un verre ça faisait huit [**M** oui] elle a dessiné encore un verre ça faisait dix et encore un autre ça faisait douze.
122. **M** D'accord bon, très bien du moins par rapport à ce que vous avez réalisé dans le premier problème. Alors, voyons, on va *voir (le maître écrit 12 en rouge au-dessus et à gauche du premier verre représenté sur une affiche)* j'ai pris cette production, mais j'aurais pu en prendre une autre parce qu'il y en a beaucoup qui se ressemblent ici on voit très bien apparaître les six verres qui ont été remplis avec deux sucres dans chaque verre. Alors qu'est-ce que j'ai écrit là en rouge ?
123. **E** douze
124. **M** douze, c'était quoi déjà ?
125. **E** Les sucres
126. **M** C'étaient les douze sucres que j'avais là, au départ, que je voulais répartir dans les verres. Thiébaud reste assis correctement. Alors je les ai mis où ces douze sucres ? Ils sont dans quoi ?
127. **E** dans les verres
128. **M** Ils sont dans les verres *(le maître écrit 2 au-dessus du premier verre)* Alors moi j'en ai + qu'est-ce que j'ai dessiné là ? Qu'est-ce que j'ai écrit ?
129. **E** Deux
130. **M** Alors j'en ai deux dans ce verre. *(il écrit 2 au-dessus du second verre)* Après j'en ai deux dans ce verre, encore deux, encore deux, deux, deux, deux *(il écrit 2 au-dessus de chacun des verres).* J'ai écrit où étaient les douze sucres. Il y en a deux dans le premier verre, deux dans le second etc., etc. comme vous expliquait Capucine tout à l'heure. Je mets le signe égale, je veux dire par là que j'ai mes douze sucres et que mes douze sucres ils sont deux dans ce verre, deux dans ce verre, deux dans ce verre, etc. *(le M montre avec le doigt).* Mais est-ce que je vais pouvoir écrire que douze c'est aussi le nombre deux, deux, deux, deux, deux, deux ? comme ça.
131. **E** non
132. **M** Non parce que moi si je lis ce nombre, ouh lala ! c'est très compliqué. Ca fait deux cent vingt deux mille deux cent vingt-deux. Donc douze, ça ne fait pas deux cent vingt deux mille deux cent vingt-deux. Est-ce que vous savez

comment je vais pouvoir écrire le nombre douze, là à partir de cette écriture là ? C'est pas deux deux deux deux deux deux. Comment je vais l'écrire moi ? Comment je vais l'écrire là ? +++ Très difficile. Mes douze sucres là, vous voyez pas ? Vous voyez pas quelle écriture mathématique je vais pouvoir leur donner ?

133. **Colline** Au premier tu peux marquer deux, au deuxième tu marques quatre, *(rire du maître)* au troisième tu marque six
134. **M** oui, donc j'aurais pu mettre deux, quatre, six, etc. La question que je pose là, c'est que mon douze là, je voudrais l'écrire autrement. Est-ce que mon douze là je peux l'écrire deux deux deux deux deux deux ? Non parce que ça, ça fait deux cent vingt deux mille deux cent vingt-deux. Mais est-ce que je ne peux pas modifier un peu cette écriture là pour que ça fasse douze. Comment je peux modifier cette écriture là pour que ça fasse douze ? Thiébaud ?
135. **T** Mettre des plus
136. **M** Ah, viens, viens *(l'enfant vient au tableau et écrit les signes + entre les chiffres 2)* Qu'est-ce que ça donne ça ? Est-ce que tu peux nous lire ce que tu as écrit ? Ca donne quoi ?
137. **T** Douze
138. **M** Douze qui est égal à quoi ? + Ca donne quoi cette écriture là
139. **E** Douze
140. **M** Oui, et là *(le M montre l'autre côté de l'égalité),* ce que tu as écrit, ça se lit comment tu sais,?
141. **E** deux plus deux plus +
142. **Raphaël** De plus en plus
143. **M** Alors Raphaël comment tu vas le lire ça
144. **R** De plus en plus.
145. **M**.Vous savez pas comment on va lire ça ?
146. **E** Douze
147. **M** Alors oui, c'est vrai, c'est douze. Mais ici je le lis comment ça ? on a mis plein de plus là, alors comment on va lire ça ? Capucine
148. **Ca** En fait, on va lire deux plus, deux plus, *(marque une pause entre chaque groupe « deux plus »)*, deux plus, deux plus, deux plus, deux .
149. **E** égale
150. **M** est égal à douze. Victor, est-ce que tu veux nous répéter comment tu vas lire ça ? Victor ici là comment je vais lire ça ? ++ Louise ?
151. **L** deux plus deux plus deux plus deux plus deux plus deux.

Le maître distribue un nouvel énoncé de problème.

152. **M** C'est un problème qui ressemble beaucoup à celui que nous venons de faire Cette fois-ci vous devez travailler tout seul. Je vous distribue la feuille. Et avant de commencer on regarde d'abord à ce qui ressemble au problème précédent et ce qui est différent. Donc je distribue la feuille et vous regardez et vous essayez de comprendre et on réfléchit ensemble avant de commencer à travailler tout seul.*(Les enfants lisent)* Qu'est-ce qui est pareil avec le problème de tout à l'heure ? Qu'est-ce qui est pareil avec le problème de tout à l'heure ? On va demander à Solène.
153. **S** Le premier
154. **M** C'est quoi, le premier, ça veut dire quoi ?
155. **S** La première phrase qu'on a vue
156. **M** Oui alors qu'est-ce qu'elle nous dit cette phrase ?

157. **S** La première phrase elle est pareil que l'autre elle disait des sucres et il y a des sucres aussi.
158. **M** Je crois que tu n'arrives pas bien à lire le nombre.
159. **S** douze
160. **M** Alors la première phrase est pareille, on a douze sucres. Alors c'est quoi qui a changé ? C'est quoi qui a changé ? Chloé ? on n'a pas entendu Chloé, je crois encore.
161. **C** On met trois sucres par verre
162. **M** Ah ! cette fois-ci il va y avoir trois sucres dans chaque verre. Raphaël ?
163. **R** Il va falloir moins de verres.
164. **M** Ah, sûrement qu'il va falloir moins de verres. Et la question qu'on se pose, c'est quoi toujours la question qu'on se pose Victor ?
165. **V** Bé combien il faut de verres.
166. **M** On se pose toujours la même question
167. **E** Il y a trois à la place de deux .
168. **M** Il y a trois à la place de deux
169. **E** Parce qu'il y a trois sucres.
170. **M** Il y a trois sucres Caroline, est-ce que tu as bien compris ce qui était pas pareil par rapport au problème de tout à l'heure ? (*Caroline secoue la tête)* Qui veut expliquer à Caroline ce qui n'est pas pareil par rapport au problème de tout à l'heure ? Qui veut expliquer ? Juliette ? Attends une seconde, Thiébaud .
171. **J** Parce qu'en fait, ici c'est trois sucres dans chaque verre.
172. **M** Ici on met trois sucres dans un verre. Marie, est-ce que tu as compris ce qui a changé par rapport au problème de tout à l'heure ?
173. **Marie** Là il y a trois sucres, on doit mettre trois sucres dans un verre.
174. **M** Donc vous cherchez individuellement.

LES PE1 ET LA MEDIATRICE : ETUDE STATISTIQUE ET ETUDE DE CAS

Françoise JORE
Université Catholique de l'Ouest
& Equipe DIDIREM (Université Paris-7)

Résumé :
Dans le cadre d'une recherche en cours sur la formation initiale des professeurs des écoles (PE1) en géométrie, nous mettons en évidence les procédures qu'ils utilisent pour tracer aux instruments une médiatrice dans trois situations différentes. Divers outils de traitement statistique nous permettent de faire émerger une première approche du degré d'expertise des PE1 dans le tracé d'une médiatrice, par l'étude de leur adaptabilité dans les situations sous contraintes qui leur ont été proposées. Dans un deuxième temps, une étude de cas permet d'analyser leur comportement dans une tâche de repérage puis de justification d'une médiatrice dans l'environnement « Cabri-géomètre ». Cette analyse montre entre autres la difficulté de l'utilisation de la propriété caractéristique de la médiatrice comme ensemble de points équidistants des extrémités du segment

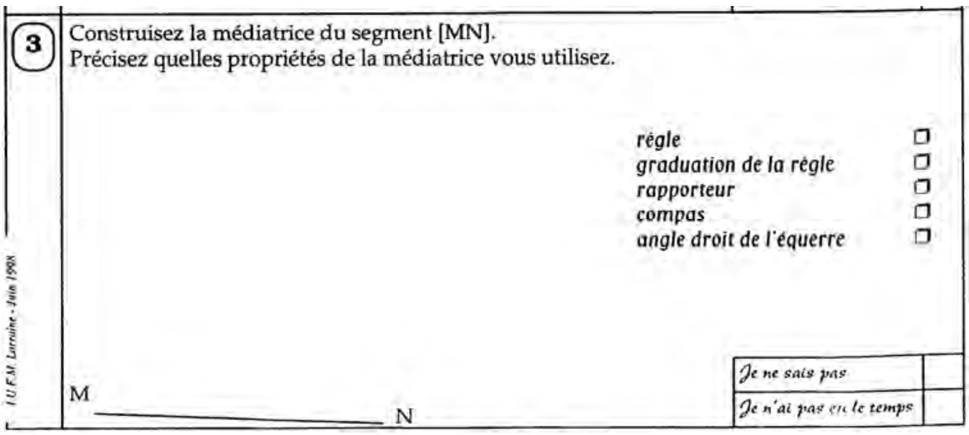
LES OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

En parallèle de la recherche effectuée par le GReDiM de l'IUFM d'Orléans-Tours, je m'intéresse à la formation en géométrie des futurs professeurs des écoles. De manière générale, l'objectif est d'expliciter le rapport à la géométrie théorique des professeurs des écoles en formation initiale. Dans un premier temps, il s'agit en particulier de faire un état des lieux de leur relation aux objets de la géométrie plane en début de formation. Ceci m'a amené, entre autres, à m'intéresser plus précisément au concept de médiatrice, au travers d'une part d'un questionnaire proposé à 878 PE1, et d'autre part d'une séance de travail sous Cabri-géomètre avec 24 étudiants.

ANALYSE STATISTIQUE DU QUESTIONNAIRE

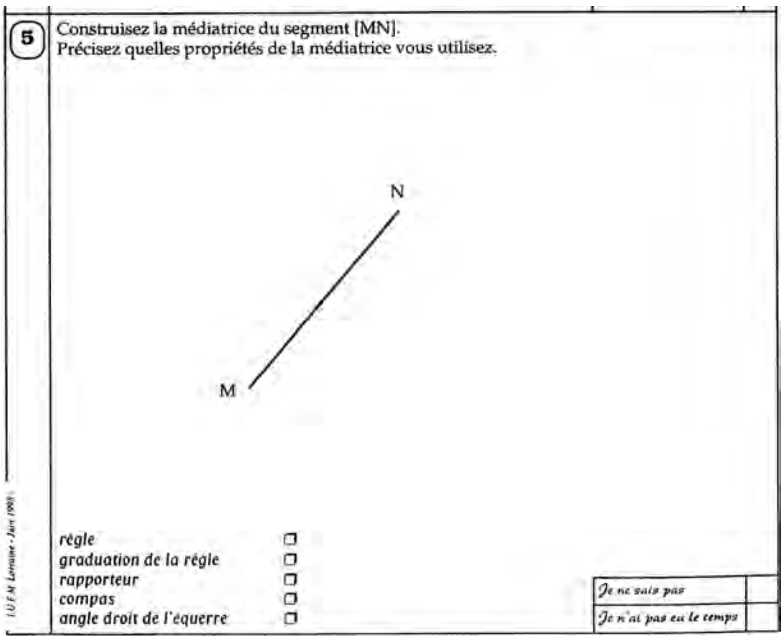
Le questionnaire

Celui-ci a déjà fait l'objet d'un travail présenté par Brigitte Nicolas-Lorrain [Nicolas-Lorrain 2000] lors du colloque de Chamonix. Il ne s'agit donc pas ici de reprendre son travail, mais de le compléter par les divers éléments d'analyse qui ont été mis en place. Rappelons seulement ici les items du questionnaire qui concernent la médiatrice :



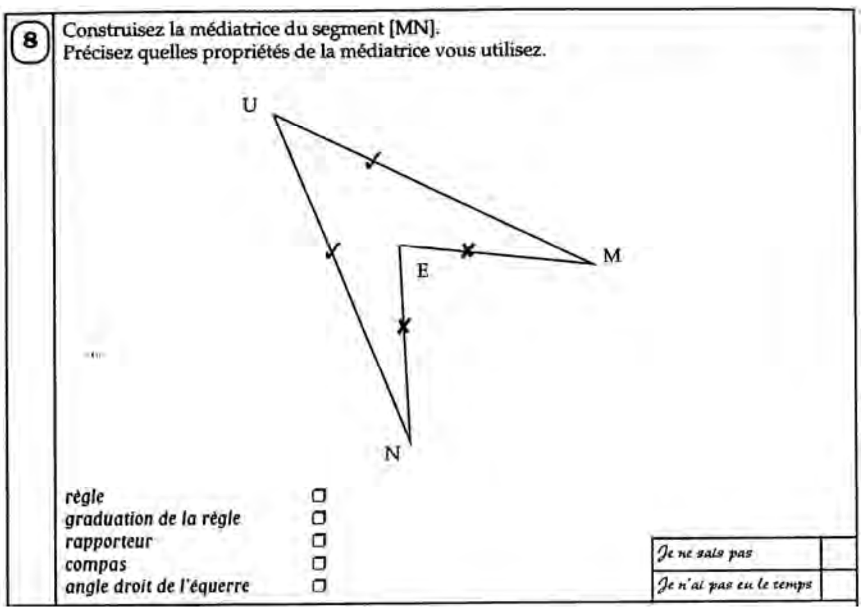
Question 3

Figure 1



Question 5

Figure 2



Question 8

Figure 3

Il s'agit dans les trois cas de tracer une médiatrice et d'indiquer les propriétés utilisées, mais dans des configurations différentes : sans contrainte pour Q5, en bas de la page pour Q3 (rendant difficile la procédure par deux intersections d'arcs de cercles), avec présence de deux triangles isocèles en Q8 (rendant possible le tracé direct d'une droite passant par deux points déjà placés).

De nombreux éléments sont pris en compte dans le codage des questionnaires : des modalités concernant bien sûr la procédure de tracé utilisée, mais aussi les instruments utilisés, l'adéquation ou non du commentaire au tracé, et le contenu même du commentaire.

Plusieurs outils d'analyse sont mis en œuvre, que nous ne détaillerons pas tous ici : tris à plat, tris croisés, analyse des correspondances multiples, analyse statistique implicative.

Analyse statistique des résultats

Les tris à plat effectués permettent de confirmer et d'affiner les résultats de [Nicolas-Lorrain. 2000]. La procédure standard (codée : X X), très largement utilisée (78 %) quand il n'y a pas de contrainte particulière (Q5), consiste à tracer deux intersections d'arcs de cercle, de part et d'autre du segment [MN] (cf. Tableau 1). Tous les arcs de cercle tracés ont, dans la configuration Q5, le même rayon. Ce rayon peut être égal (21 %) ou non (57 %) à la longueur MN. Cette procédure n'est pas massivement remplacée par la procédure « milieu et angle droit » (codée M ∟) quand la position du segment est en bas de la feuille (Q3) (28 % seulement de la population totale utilise cette procédure en Q3), mais plutôt le plus souvent « adaptée », en gardant une intersection de deux arcs de cercle et, selon les cas, en utilisant un angle droit (39 %, codée X ∟) ou le milieu du segment (12 %, codée M X).

	Q5		Q3	
X X	78%	57% : r ≠ MN	14%	8,5% : r1 ≠ r2
		21% : r = MN		5,5% : r1 = r2
M ∟	11%		28%	
X∟	6%		39%	
XM	2%		12%	

Pourcentages d'apparition de chacune des procédures utilisées pour tracer une médiatrice dans les questions 3 et 5

Tableau 1

La procédure standard se retrouve dans la question Q8 : 22% d'étudiants l'utilisent encore, soit la grande majorité (67%) de ceux qui n'ont pas utilisé les points E et/ou U. Par ailleurs, la moitié des étudiants trace directement la droite (EU).

		Q8
Tracé direct de la droite (EU)		49%
XX		22%
Utilisation des points E et/ou U et	∟	9%
	X	5%
	M	4%
M ∟		4%
X∟		3,5%

Pourcentages d'apparition de chacune des procédures utilisées pour tracer une médiatrice dans la question 8

Tableau 2

Une question se pose à la suite de ces résultats : « Quel lien y a-t-il entre les procédures choisies par un étudiant dans chacune des situations ? ». Il est partiellement possible d'y répondre en croisant les procédures utilisées à chaque question.

Nous avons déjà signalé que sur les 78 % d'étudiants qui utilisent la procédure standard à la question 5, deux modalités apparaissent : 57 % de la population totale trace des cercles dont le rayon est différent de la longueur MN, tandis que 21 % utilise cette longueur MN comme rayon des cercles dans la procédure standard. Les tableaux 3 et 4 mettent en évidence la pertinence de cette caractéristique dans l'étude du croisement des questions : la répartition des procédures utilisées aux questions 3 et 8 n'est en effet pas la même selon que le rayon des cercles tracés est ou non égal à la longueur MN à la question 5. En particulier, 19 % de ceux qui ont utilisé un rayon différent de MN utilisent encore cette procédure dans la question 3 : ils peuvent en effet l'adapter, soit en prenant un rayon plus petit (8 %), soit en prenant des rayons différents de part et d'autre du segment [MN] (4 %), soit du même côté du segment [MN] (7%). Parmi ceux qui ont utilisé le rayon MN dans la question 5, ils ne sont plus que 6% à faire de telles modifications ; ils ne peuvent en effet adapter facilement cette procédure qui n'offre aucun degré de liberté et la transforment donc de façon plus fondamentale, en particulier en utilisant l'angle droit. Bien sûr, dans ces deux populations, un certain nombre d'étudiants, relativement stable, change complètement de procédure et utilise alors « milieu et angle droit », procédure attendue compte tenu de la position du segment.

Par ailleurs, le pourcentage de ceux qui utilisent la procédure directe « relier directement les sommets U et E » dans la question 8 est également significatif : on peut penser que ceux qui utilisent le rayon MN font preuve d'un comportement moins expert, parce que moins adaptable. Ils sont proportionnellement plus nombreux à conserver la procédure standard (38 %), sans tenir compte des spécificités de la question 8.

<table>
<tr><td colspan="3">Procédures utilisées à la question 3 par ceux qui utilisent à la question 5 la procédure :
X X r ≠ MN
(57% de la population totale)</td><td colspan="3">Procédures utilisées à la question 3 par ceux qui utilisent à la question 5 la procédure :
XX r = MN
(21% de la population totale)</td></tr>
<tr><td colspan="3">X∟ : 38%</td><td colspan="3">X∟ : 54%</td></tr>
<tr><td colspan="3">M∟ : 25 %</td><td colspan="3">M∟ : 23 %</td></tr>
<tr><td rowspan="3">X
X :
19%</td><td rowspan="2">Avec les intersections de part et d’autre de [MN] :
12 %</td><td>r1 = r2 :
8%</td><td rowspan="3">XX :
6%</td><td rowspan="2">Avec les intersections de part et d’autre de [MN] :
3 %</td><td>r1 = r2 :
2%</td></tr>
<tr><td>r1 ≠ r2 :
4%</td><td>r1 ≠ r2 :
1%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Avec les intersections du même côté : 7%</td><td colspan="2">Avec les intersections du même côté : 3%</td></tr>
<tr><td colspan="3">M X : 12%</td><td colspan="3">M X : 11%</td></tr>
</table>

Pourcentage d’utilisation des différentes procédures pour la question 3 en fonction de la procédure utilisée à la question 5

Tableau 3

Procédures utilisées à la question 8 par ceux qui utilisent à la question 5 la procédure : X X r ≠ MN (57% de la population totale)	Procédures utilisées à la question 8 par ceux qui utilisent à la question 5 la procédure : X X r = MN (21% de la population totale)
Tracé de (EU) direct : 59%	Tracé de (EU) direct : 37%
XX : 24 %	XX : 38 %
(E ou **U)** et ∟ : 6%	**(E** ou **U)** et ∟ : 9%
(E ou **U)** et X : 5%	**(E** ou **U)** et X : 6%

Pourcentage d’utilisation des différentes procédures pour les questions 3 et 8 en fonction de la procédure utilisée à la question 5

Tableau 4

N.B. : 57% et 21 % sont des pourcentages de la population totale, tandis que tous les autres sont des pourcentages des 57% ou des 21 %. Ainsi, 38% signifie que, parmi les 57% de la population totale qui ont utilisé la procédure standard avec un rayon différent de MN à la question 5, 38% des 57% (soit 22 % de la population totale) ont utilisé la procédure « une intersection d’arcs de cercle et un angle droit » à la question 3.

Pour contrôler cette affirmation d’expertise, on peut s’intéresser au croisement des justifications données et des procédures utilisées à la question 5. Ce sera également le moyen de repérer dans quelle mesure les étudiants sont capables de justifier leurs techniques de tracé (dans G1, géométrie spatio-graphique) par une technologie (les propriétés de la médiatrice, dans G2, géométrie proto-axiomatique). Le tableau 5 donne en colonne les procédures et en ligne les commentaires utilisés. Les pourcentages qui apparaissent sont des pourcentages de chaque colonne. Ainsi, parmi ceux qui ont utilisé la procédure standard avec un rayon différent de MN, 35% ont justifié correctement leur tracé par l'équidistance des points de la médiatrice des extrémités du segment [MN], alors qu'ils ne sont que 16 % de ceux qui ont utilisé la procédure standard avec le rayon égal à MN. Dans les deux cas, on note le taux important de ceux qui justifient leur tracé par le fait que la médiatrice est la droite perpendiculaire au segment [MN], passant par son milieu. Ce commentaire correspond à la définition classique de la médiatrice et met bien en évidence que ces étudiants ne font pas le lien entre la technique de tracé qu'ils utilisent dans le cadre G1 (procédure standard, pour ainsi dire "ritualisée" et vidée de son sens : deux intersections d'arcs de cercle de part et d'autre du segment) et la technologie justificative dans le cadre G2 (la médiatrice de [MN] est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment [MN]). Il ne peut donc pas y avoir dans ce cas de contrôle de la technique par la technologie.

	XX r ≠ MN	XX r = MN	Milieu et angle droit
Equidistance	35%	16%	0%
Milieu et angle droit	33%	39%	71%
Sans commentaire	18%	30%	25%

Tableau croisant les commentaires et les procédures pour la question 5 :
« tracé de la médiatrice sans contrainte »
Tableau 5

Quelques conclusions

On peut ici conclure que les étudiants disposent de techniques de tracé de G1 (géométrie spatio-graphique, dans laquelle les objets en jeu sont de nature physique et les validations de type perceptif), souvent non soutenues par une technologie de G2 (géométrie proto-axiomatique, dans laquelle les objets en jeu sont de nature théorique et les validations de type hypothético-déductif). Certaines procédures peuvent néanmoins être considérées comme plus expertes que d'autres, parce qu'elles sont plus adaptables, et qu'elles sont plus souvent reliées par l'étudiant lui-même à la théorie qui les justifie. On peut hiérarchiser ainsi les procédures utilisant au moins une intersection d'arcs de cercle, dans l'ordre décroissant d'expertise :

- dans le cas de la question 5, c'est-à-dire sans contrainte :
  - deux intersections d'arcs de cercle de rayon différent de MN
  - deux intersections d'arcs de cercle de rayon MN
- dans le cas de la question 3, avec le segment en bas de la feuille :
  - deux intersections d'arcs de cercle avec des rayons différents
  - une intersection d'arcs de cercle et le milieu du segment
  - une intersection d'arcs de cercle et un angle droit

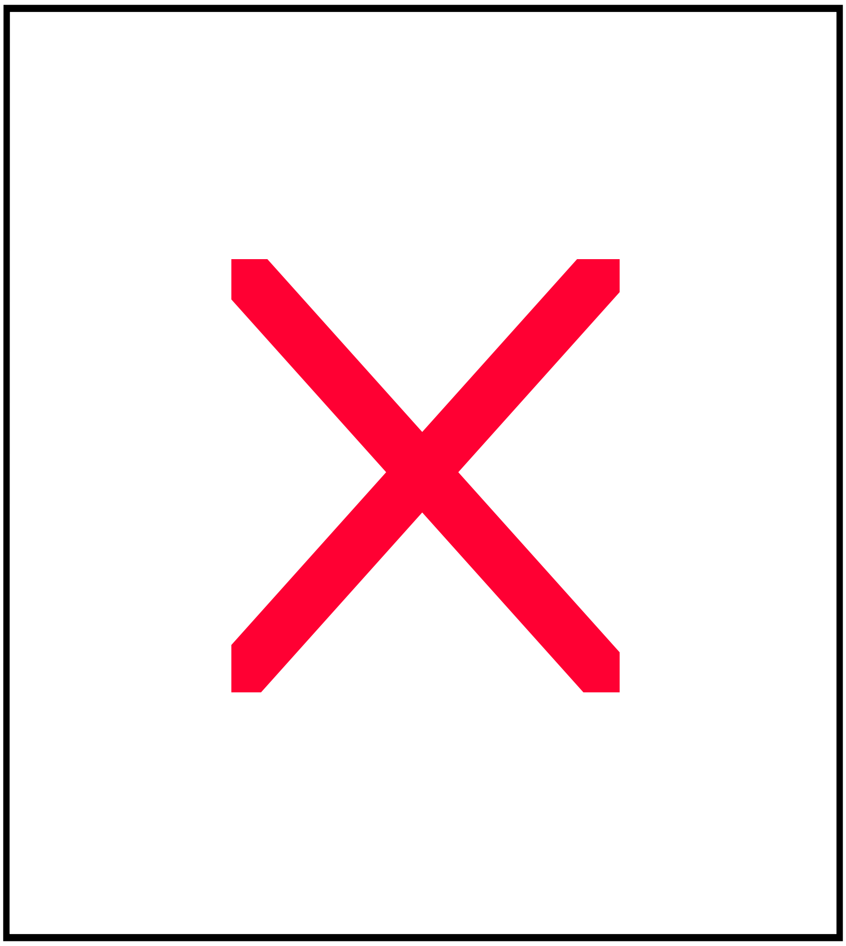
LA SITUATION « PARC »

L'étude statistique précédente faite sur un grand nombre de PE1 met en évidence leur difficulté à justifier par les propriétés correspondantes une procédure utilisée pour un tracé de médiatrice. Il s'agit dans cette deuxième partie d'éclairer ces informations par un regard différent : celui d'une étude de cas sur quelques étudiants seulement, confrontés à une tâche de résolution de problème mettant à nouveau en jeu des médiatrices, non plus dans une situation « papier-crayon » mais dans l'environnement Cabri Géomètre. L'objectif est de repérer quelles propriétés de la médiatrice sont effectivement mobilisables par ces PE1 pour justifier l'existence d'une médiatrice, en même temps que la nature des preuves proposées dans cet environnement informatique.

Les étudiants ont travaillé pendant 2 ou 3 séances de 1h30 pour découvrir le logiciel Cabri Géomètre avant que la situation « PARC » ne leur soit proposée. L'énoncé proposé est le suivant : « Placer 4 points quelconques P, A, R, C. Tracer les segments [PA], [AR], [RC], [CP], [PR], [AC]. Tracer les médiatrices de [PA] et de [AR]. Elles se coupent en un point I. Tracer les médiatrices de [RC] et de [CP]. Elles se coupent en un point K. Déplacer les points P, A, R et C dans le plan. Que peut-on dire de la droite (IK) ? ». Les figures obtenues ressemblent à la figure ci-dessous.

La figure de la situation PARC sous Cabri.

Figure 4



Analyse a priori : les caractéristiques de la situation

La situation choisie répondait à plusieurs contraintes :

L'aspect dynamique de Cabri doit être exploité.

Ce n'est évidemment pas la peine de travailler avec Cabri si la situation est identique, voire plus simple, avec un papier et un crayon ! Les étudiants, peu familiers encore de Cabri qu'ils découvraient, n'avaient évidemment pas toujours le réflexe de déplacer les points dans le plan. C'est pourquoi, dans la consigne, on leur demandait de le faire. L'aspect dynamique de Cabri est ici manifeste. Sans lui, la conjecture est très difficile.

Connaissances et compétences mathématiques accessibles, plusieurs démonstrations possibles.

La deuxième contrainte que nous nous sommes fixée est qu'il y ait plusieurs démonstrations et plusieurs « Cabri-validations » possibles, avec des connaissances et compétences mathématiques concernant la médiatrice qui soient effectivement disponibles pour une partie au moins des PE1. L'objectif de cette partie de l'expérimentation est alors d'observer dans quelle mesure la connaissance « la médiatrice est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment », non mobilisée dans les situations précédemment étudiées dans un environnement « papier-crayon », devient mobilisable dans l'environnement « Cabri » pour une tâche de justification. Le problème proposé ici se rapproche ainsi des « problèmes ouverts » au sens défini par l'équipe de l'IREM de Lyon. Dans [Arsac. 1991], le problème ouvert est défini ainsi :

« Nous appelons « problème ouvert », un problème qui possède les caractéristiques suivantes :

L'énoncé est court.

L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires, ni de questions du type « monter que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours.

Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples. »

Notre situation ne revêt pas exactement ces caractéristiques, mais elle n'en est pas très loin.

L'énoncé n'est pas très long.

L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution : Cette séquence se situe en amont du cours de géométrie, les différents théorèmes ou définitions utiles n'ont pas été travaillés ensemble. Il ne s'agit en aucun cas d'appliquer ce qui a été vu en cours. Par ailleurs, il y a plusieurs manières de résoudre le problème, par des « Cabri-vérifications » ou par une démonstration mathématique, chacun de ces chemins se déclinant en plusieurs possibilités.

Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les étudiants ont assez de familiarité : Les connaissances et compétences nécessaires relèvent du collège et sont disponibles, à défaut d'être mobilisables, à une majorité de PE1.

Par ailleurs, il s'agit bien de mettre les étudiants dans une situation d'apprentissage qui leur permette d'« essayer, conjecturer, tester, prouver », l'objectif étant justement d'analyser la nature de leur preuve, « cabri-vérification » ou démonstration mathématique (plus ou moins formelle).

Analysons deux démonstrations possibles et les compétences nécessaires correspondantes.

Une démonstration possible.	**Compétences nécessaires :** Les étudiants doivent être capables de faire fonctionner correctement les propriétés suivantes :
I est sur la médiatrice de [PA] donc IP = IA I est sur la médiatrice de [AR]donc IA = IR	Si un point est sur la médiatrice d'un segment, il est à égale distance des extrémités du segment
Ainsi IP = IR donc I est sur la médiatrice de [PR]. On démontre de même que K est aussi sur la médiatrice de [PR].	Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, il est sur la médiatrice
Ainsi (IK) est la médiatrice de [PR].	Deux points sur une droite définissent la droite

Les élèves disposent en général de la connaissance suivante :

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment. La difficulté est le passage de cette définition à la mise en œuvre des deux propriétés correspondantes cités ci-dessus. Les étudiants ont des connaissances, mais celles-ci ne sont pas opérationnelles. Elles ne permettent pas d'agir. Nous allons le mettre en évidence dans la suite.

Autre démonstration possible	**Compétences correspondantes**
Dans un triangle, les médiatrices sont concourantes	Mobiliser spontanément ce théorème avec pour seul indice les mots « médiatrices » et « coupent ».
Dans le triangle PAR, deux médiatrices se coupent en I. La troisième coupe également les autres en I. I est donc sur la troisième médiatrice, celle de [PR]. De même, dans le triangle PCR, deux médiatrices se coupent en K, la troisième, celle de [PR], coupe également les autres en K. Donc K est sur la médiatrice de [PR]	Faire apparaître des triangles dans cette situation de quadrilatère Appliquer le théorème
Ainsi (IK) est la médiatrice de [PR]	Faire fonctionner le théorème : Deux points distincts définissent une droite et une seule.

Il semblerait que les configurations « classiques » soient bien mémorisées par les étudiants. Ici, ce théorème de géométrie du triangle est mobilisable, alors même qu'il n'a pas été revu en cours.

En même temps, la conjecture ne doit pas être triviale, pour qu'il y ait un véritable enjeu de vérification ou de démonstration. De ce point de vue, l'expérience montre que la conjecture était peut-être trop cachée. Néanmoins, cela a permis un vrai travail dans les groupes.

Les choix de mise en œuvre sous Cabri

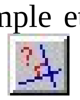
L'outil « médiatrice » est supprimé. Ce choix est fait pour

- Obliger les étudiants à mettre en œuvre une procédure de tracé
- Analyser éventuellement par la suite les effets de cette procédure sur les observations, les raisonnements ou les « Cabri vérifications » effectués.

Par ailleurs la question « Quel(s) moyen(s) pouvez-vous mettre en œuvre pour justifier cette réponse ? (répondez ici et mettez en œuvre ces moyens si possible)» est rédigée de telle sorte que l'on ne fasse pas explicitement référence à une démonstration ou à une « Cabri-vérification ». Effectivement, les deux types de productions apparaîtront.

Les productions des PE1.

24 étudiants ont effectué cette activité, avec les résultats suivants :
12 ne repèrent pas la médiatrice
12 repèrent la médiatrice (dont 7 avec aide) et
effectuent des vérifications visuelles seulement (2)
effectuent des « cabri vérifications » (10)
cherchent une démonstration mais ne trouvent rien (3)
démontrent en utilisant l'intersection des trois médiatrices d'un triangle (3)

La figure obtenue est trop chargée : la moitié des étudiants ne repèrent même pas la médiatrice, et pour l'autre moitié, il faudra parfois un « coup de pouce » du type : « *vous pouvez mettre des éléments en couleur* ». Certains se contentent de vérifications visuelles : « on voit que la droite (IK) est perpendiculaire à [PR] et passe par son milieu ». Presque tous ceux qui ont repéré la médiatrice effectuent des « Cabri-vérifications » : ils placent le milieu de [PR] par exemple et demandent à Cabri si ce point est sur la droite (IK), ou vérifient avec l'outil  si (IK) et [PR] sont bien perpendiculaires. Quelques variantes permettent également de vérifier le milieu ou la perpendicularité : placer d'abord l'intersection de (IK) et de [PR] puis vérifier que ce point est à égale distance de P et de R par exemple pour le milieu ou mesurer les angles pour la perpendicularité. Milieu et angle droit sont les vérifications les plus fréquentes. Quelques essais infructueux sont faits qui utilisent la symétrie orthogonale et un seul étudiant mesure la distance de la droite (IK) aux points P et R. Ces observations renforcent ce qui a été dit précédemment : les PE1 sont relativement « à l'aise » avec la propriété « droite perpendiculaire qui passe par le milieu, mais pas du tout avec l'« ensemble des points équidistants » qui peut également définir la médiatrice.

L'étude des cas de Sophie et de Delphine va permettre de mieux comprendre cette difficulté.

Les cas de Sophie et de Delphine

Après un temps de travail individuel, Christophe et Sophie, seuls dans la séance ce jour-là, rédigent ensemble le texte suivant (c'est surtout Sophie qui travaille) :

> I intersection des médiatrices [AR] et [PR] *(il s'agit en fait des médiatrices **de** [AR] et **de** [PR])*
> Donc [IA] = [IP] = [IR] *(il s'agit en fait dans leur tête de distances)*
> [IP] = [IR] donc I milieu de [PR] *(est-ce le mot milieu qui traduit mal leur pensée ou y a-t-il vraiment déduction erronée ?)*
> K intersection des médiatrices [RC] et [CP]
> Donc [KC] = [KR] = [KP]
> [KR] = [KP] donc K milieu de [PR]
> donc (IK) passe par le milieu de [PR] et elle est médiatrice de [PR] car tous les points issus de la médiatrice sont équidistants des extrémités du segment.

Il apparaît ainsi que ces étudiants sont capables d'utiliser la définition de la médiatrice comme ensemble des points équidistants pour conclure à une égalité de distances, mais ne peuvent utiliser l'égalité de distances correctement pour conclure à l'existence d'une médiatrice. Une difficulté bien connue est mise en évidence : la propriété caractéristique qui définit la médiatrice comme ensemble de points équidistants des extrémités du segment est une condition nécessaire et suffisante mais ces deux aspects ne sont pas également pris en compte par l'étudiant, capable de faire fonctionner l'un mais pas l'autre.

Observons les énoncés suivants :

Tout point de la droite (IK) est à égale distance de P et de R

Les points I et K sont à égale distance de P et R

Le second semble plus faible que le premier, et pourtant ils sont équivalents, grâce à deux autres théorèmes :

par deux points distincts passe une droite et une seule

l'ensemble des points équidistants de deux points fixés est une droite

L'équivalence des deux énoncés n'est probablement pas évidente pour les étudiants et on comprend alors qu'à partir de la définition « la médiatrice est l'ensemble des points équidistants », les étudiants peuvent conclure à des égalités de distance mais qu'à partir de deux égalités de distance, ils ne peuvent conclure à la présence d'une médiatrice.

La même explication permet d'interpréter le travail de Delphine, qui écrit :

> …
> KP = KC (tous les points d'une médiatrice sont équidistants des 2 extrémités de ces segments)
> KC = KR (même règle)
> Donc KP = KC = KR

mais ne peut conclure.

Les démonstrations abouties

Rares sont ceux qui ont réussi à démontrer effectivement que la droite (IK) est la médiatrice de [PR]. Ceux qui l'ont fait (3 seulement) ont pour cela utilisé la deuxième démonstration envisagée lors de l'analyse a priori, qui utilise le théorème de concourance des trois médiatrices d'un triangle, alors même qu'aucun rappel de cours n'avait été fait sur le sujet et qu'aucun triangle n'apparaissait explicitement dans l'énoncé.

Les étudiants utilisent ainsi plus volontiers ce théorème de concourance des médiatrices d'un triangle plutôt que la propriété caractéristique de la médiatrice comme ensemble de points équidistants. L'analyse précédente détaille les difficultés de la seconde et permet donc d'interpréter en partie ce choix. Par ailleurs, celui-ci met en évidence une certaine familiarité de quelques étudiants avec les théorèmes classiques sur le triangle.

CONCLUSION

Pour conclure d'un autre point de vue cette présentation partielle de notre étude sur le rapport à la géométrie des futurs professeurs des écoles en formation initiale, nous pouvons affirmer que la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment de droite d'être « l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment » est une connaissance disponible, au moins pour certains PE1, au sens où ces étudiants sont capables de l'énoncer, voire de la réciter comme une règle apprise, mais elle ne produit aucune compétence mobilisable par eux-mêmes : les étudiants disposent là d'un savoir qu'ils ne peuvent utiliser. Cette connaissance est stérile car elle ne débouche sur aucune compétence. Autrement dit, les connaissances de G2 ne sont pas articulées

- d'une part avec des techniques de G1 (résultat du questionnaire)
- d'autre part avec des utilisations possibles (résultat de la situation PARC).

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC Gilbert, GERMAIN Gilles & MANTE Michel (1991) : *Problèmes ouverts et situation-problème.* Éditions IREM de Lyon.

HOUDEMENT Catherine & KUZNIAK Alain (1998): *géométrie et paradigmes géométriques*, in Petit x n° 51, pp 5 à 21

LABORDE Colette & CAPPONI Bernard (1995): *Modélisation à double sens*, in Actes de la 8ème Ecole d'été de Didactique des mathématiques. Editions IREM de Clermont-Ferrand

NICOLAS-LORRAIN Brigitte (2000): *Conceptualisation géométrique en formation de PE*, in Actes du colloque COPIRELEM de Chamonix, pp.165-178

PARZYSZ Bernard (1989): *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir.* Thèse de doctorat. Université Paris-7. Ed. IREM Paris-7

PARZYSZ Bernard (2001): *Articulation et déduction dans une démarche géométrique en PE1*, in Actes du colloque COPIRELEM de Tours (à paraître)

PARZYSZ, Bernard & JORE, Françoise (2002) : *Qu'ont-ils retenu de la géométrie du collège ? Le rapport à la géométrie des PE1*, in Actes du colloque inter-IREM Premier cycle – Géométrie. Montpellier, (à paraître).

PRÉGNANCE DU CONTRAT INSTITUTIONNEL SUR LA PRATIQUE DU PROFESSEUR

MENOTTI Guilaine
Équipe d'Accueil. 23.05 “ Cognition, Raisonnement et Didactique ”
U.F.R. Psychologie, Pratiques Cliniques et Sociales, Paris 8

Résumé : Le fonctionnement du système didactique doit être mis en relation avec des systèmes plus larges comme le système d'enseignement, et au-delà, la société qui définit les fonctions qu'il doit remplir (théorie anthropologique, Yves Chevallard 1992). Le système didactique est considéré comme contraint par le système d'enseignement dont il participe, lui-même contraint par la société. Nous sommes ainsi en présence de phénomènes de contraintes “ en cascade ”. Dans notre travail de thèse nous avons mis en évidence que certaines clauses du contrat didactique (Guy Brousseau 1980 et 1996) sont issues du contrat institutionnel (Yves Chevallard 1989 et 1996).
Nous présenterons dans cette communication quelques-unes des clauses identifiées ainsi que la nature du travail ayant permis leur identification.

Ce texte prend appui sur ma thèse dont la question centrale était “ Est-ce que la politique d'un établissement a des répercussions sur la situation d'enseignement ? ”.

Pour mettre en évidence cette articulation, entre l'établissement et la classe, et en référence à des travaux précédents, [Maria Luisa Schubauer-Leoni (1986) et Marie Duru-Bella et Alain Mingat (1997)] nous nous sommes interrogée à propos de l'influence que pouvait avoir la politique de création de classes de niveau pratiquée par certains collèges sur le processus d'enseignement.

Nous avons donc étudié la question suivante “ y a-t-il des répercussions sur les situations d'enseignement lorsqu'un enseignant doit, la même année, enseigner la notion de volume en mathématiques dans une classe étiquetée "forte" et dans une classe étiquetée "faible" ? Si oui de quelle nature sont-elles ? ”

Nous tenons à préciser que la terminologie d'élèves ou de classes dit(e)s “ faibles ” et ou dit(e)s “ fortes ” ne repose sur aucune donnée objective permettant de les confirmer ou les infirmer. Ces appellations sont reprises ici uniquement comme témoins d'une certaine politique de gestion de l'hétérogénéité scolaire des élèves.

Toutefois cette politique témoigne qu'aux yeux du Principal et des professeurs de ces collèges les rapports personnels aux savoirs de certains élèves, ceux dits “ faibles ”, ne sont pas idoines à ceux attendus dans ces institutions. Mais inversement, et nous rejoignons ici notre question de départ, “ quelles sont les composantes des rapports institutionnels mises en place en fonction de la réussite scolaire des élèves lorsqu'elle est institutionnellement reconnue comme clivée ? ”. Autrement dit nous avons cherché à dégager des clauses des contrats didactiques régissant l'étude du volume dans chaque classe.

Pour ce faire nous avons eu recours à des concepts issus de trois approches théoriques coexistantes en didactique des mathématiques : la théorie des champs conceptuels de Gérard Vergnaud, la théorie anthropologique des savoirs telle que la développe Yves Chevallard et enfin la théorie des situations de Guy Brousseau.

Pour établir des comparaisons entre les pratiques de différents professeurs, nous avons maintenu constante la notion étudiée au sein des classes : nous avons choisi : le “ volume ” en mathématiques et ce principalement pour deux raisons.

D'une part parce que l'enseignement de cette notion ne mobilise pas la classe trop longuement (ce qui était une contrainte méthodologique) et d'autre part parce que les travaux de Gérard Vergnaud, d’André Rouchier et Graciela Ricco de 1983 avaient exploré les problèmes conceptuels que posait l'arithmétisation du volume. En effet pour l’arithmétisation du volume, c’est-à-dire le passage de l’espace aux nombres, deux conceptions coexistent : d’un côté une conception unidimensionnelle et de l’autre une conception tridimensionnelle. La conceptualisation du volume, dans ses différents aspects, s’étend sur plusieurs années sans être achevée, dans son aspect trilinéaire, par certains des élèves en classe de 3e.

METHODOLOGIE

La population

D'un point de vue méthodologique, pour mettre en évidence “ comment ” le professeur va gérer la double contrainte[1] à laquelle il est soumis, nous avons choisi de procéder à un examen comparatif : les professeurs de mathématiques[2] prêtant leur concours à cette recherche devaient au cours de la même année scolaire enseigner la même notion dans deux classes du même segment scolaire (par exemple deux 6e ou deux 3e) : l'une dite “ forte ” et l'autre dite “ faible ”, comme l’explicite le tableau ci-dessous.

Tableau 1 : récapitulatif du recueil de données

Enseignant de mathématiques	Élèves			Nombre de séances
Un professeur en 6^e	Même année scolaire	en 6^e “ faible ”	6^ef	8
		en 6^e “ forte ”	6^eF	9
Un professeur en 3^e	Même année scolaire	en 3^e “ faible ”	3^eBf	9
		en 3^e “ forte ”	3^eBF	10
Un professeur en 3^e	Même année scolaire	en 3^e “ faible ”	3^eDf	11
		en 3^e “ forte ”	3^eDF	12

[1] D’une part celle de l'environnement sociétal prenant corps sous forme d'un programme identique pour un segment de la scolarité donnée (6^e, 5^e etc) quelle que soit la réussite des élèves et d'autre part celle du système d'enseignement duquel il participe, un collège ayant une politique de création de classes de niveau.

[2] Les trois enseignants, sollicités pour participer à cette recherche, n’avaient pas d'autre charge au sein de l'Éducation Nationale que celle relevant de leur fonction d'enseignant et une des clauses du contrat établi avec les eux était : “ cherchant à cerner la réalité de l'enseignement en fonctionnement je vous demanderai de ne pas apporter de modification à votre façon de faire cours ”. De telles conditions m'ont permis d'étudier le fonctionnement de classes “ ordinaires ”.

Le recueil de données et la constitution du corpus

Nous avons recueilli nos données en observant et enregistrant au magnétophone l'ensemble des séances considérées par chaque enseignant comme consacrées à l'étude du volume. Au sein de ce corpus, ne cherchant pas l'exhaustivité, nous avons défini des épisodes didactiques “ pertinents ”, extraits de séances significatives choisies par une méthode “ descendante ” c'est-à-dire déterminées à posteriori par le contenu en terme de savoir, méthode décrite par Guy Brousseau (1996). Pour être retenues comme significatives les séances devaient toutes correspondre à plusieurs critères dont le plus important était l'introduction d'un "savoir nouveau" à l'aide d'un exercice rédigé par le professeur à l'intention de ses élèves. Ce critère se fonde sur la dynamique du système didactique (l'introduction d'un nouvel objet représente une perturbation par rapport au contrat précédemment établi).

les objets de l'analyse

En ce qui concerne les objets de l'analyse nous avons retenu d'une part les textes du savoir enseigné tels qu'ils apparaissent dans les cahiers de cours des élèves et les exercices “ travaillés ” (c'est-à-dire ceux ne faisant pas l'objet d'une évaluation sommative) pour l'organisation mathématique puis, d'autre part, le déroulement de l'étude et des interactions didactique pour l'organisation de l'étude.

PRÉSENTATION DE L'ANALYSE

Pour l'organisation mathématique

Ici, nous nous limiterons à montrer comment l'analyse des exercices faite à travers l'axe type de tâche, technique, éléments technologiques et mise en œuvre, non pas à partir des énoncés des exercices mais à partir des résolutions écrites au tableau par les enseignants lors de la correction des exercices, nous a permis d'obtenir une grande finesse dans la description des praxéologies mathématiques de chaque classe d'un point de vue aussi bien qualitatif que quantitatif.

A titre d'illustration de notre méthode d'analyse d'un point de vue qualitatif, nous allons nous intéresser à la correction d'un exercice résolu par les élèves des deux classes de 6e et dont l'énoncé est reproduit ci-dessous :

*Tableau 2 : énoncé d'un exercice résolu dans les deux classes de 6^e^*

Cube : compléter le tableau suivant

	arête (en cm)	aire de la base (en cm^2)	aire totale (en cm^2)	volume (en cm^3)
a)	15	a_2	a_3	a_4
b)		121		
c)			294	
d)				27

Pour le calcul demandé dans la case a2, le professeur, lors de la correction, écrit au tableau : $15 \times 15 = 225$.

Le type de tâche mis en œuvre ici est T1 “ *Calculer l’aire de la base d’un cube connaissant la mesure de son arête* ” et la technique associée est :

Technique : $\boldsymbol{\tau_1}$

t_1 : appliquer la formule l’aire de la base d’un cube sous la forme $a \times a$.

t_2 : effectuer le produit d’un nombre entier positif par lui-même, (routinière).

Dont les éléments technologiques sont :

$\boldsymbol{\theta_1}$: un cube d’arête *a* a pour base un carré de côté *a*.

$\boldsymbol{\theta_2}$: L’aire d’un carré de côté *a* est $a \times a$.

Maintenant si nous centrons notre attention sur la correction donnée par le professeur pour la case a4, du tableau précédent, nous constatons des variations entre les deux classes, comme le montre le tableau suivant :

Tableau 3 : traces au tableau de la correction d’une partie d’un exercice commun aux deux classes de 6^e

6^e f	**6^e F**
$15 \times 15 \times 15 = 3375$	$225 \times 15 = 3375$

Ce qui du point de vue des techniques se décrit ainsi, respectivement à chaque classe :

Technique $\boldsymbol{\tau_2}$ en 6f :

1) Appliquer la formule du volume d’un cube sous la forme $a \times a \times a$
2) Multiplier trois fois un nombre entier positif par lui-même.

Technique $\boldsymbol{\tau_3}$ en 6F :

1) Appliquer la formule du volume d’un cube sous la forme $S_b \times h$.
2) Effectuer le produit de deux nombres entiers positifs.

Ainsi, les types de tâche respectivement associés sont $\mathbf{T_2}$ “ calculer le volume d’un cube connaissant son arête ”, dans la classe “ faible ”, et $\mathbf{T_3}$ “ calculer le volume d’un cube connaissant sa hauteur dans l’unité u et l’aire de sa base dans l’unité u^2 ” dans l’autre classe.

Les éléments technologiques afférents sont respectivement à chacun de ces types de tâches :

θ_2 “ le volume d’un cube d’arête *a* est : $V = a \times a \times a$ ” ;

θ_3 “ le cube est un parallélépipède rectangle particulier dont $L = h = \ell$, le calcul du volume d’un cube peut être assimilé à celui d’un parallélépipède de hauteur *h* et d’aire de base S_b : $V = S_b \times h$ ” pour le second.

Ainsi pour la même question d'un exercice les types de tâches, les techniques mais aussi les éléments technologiques varient entièrement d’un classe à l’autre.

Dans la classe “ forte ” la technique utilisée, et les éléments technologiques la justifiant, permettent de faire apparaître l'identité du cube en tant que parallélépipède rectangle particulier, ce qui du point de vue mathématique est une évidence. En revanche, dans l'autre classe la résolution choisie par le professeur ne fait pas apparaître cette particularité mathématique du cube.

Or, présenter le cube comme un parallélépipède rectangle particulier (6^eF) nécessite de dépasser la présentation linéaire des solides[3] et montre ainsi le souci du professeur de la mise en relation de ces deux concepts, ce qui du point de vue de la théorie des champs conceptuels est primordial.

Maintenant si nous centrons notre attention sur le point de vue quantitatif, extrait également de l'analyse des exercices travaillés, nous constatons non seulement qu'un peu plus d'exercices sont résolus par les élèves de la classe “ forte ” ($N_F = 17$ et $N_f = 15$) mais aussi que leur répartition, en fonction des types de tâches étudiés, varie d'une classe à l'autre comme le résume le tableau ci-dessous :

Tableau 4 : effectifs, par classe, des types de tâches, liées au volume, rencontrés dans les exercices travaillés.

	Spécifiques 6^ef	Spécifiques 6^eF	Communs	$N_{total\ 6f}$	$N_{total\ 6F}$
$T_{conversion}$	22	8	47	78	64
T_{volume}	3	5	15	18	20

En effet, si les types de tâches $T_{conversion}$ sont les plus nombreux dans chacune des classes avec une légère supériorité numérique en 6^ef (soixante-dix-huit spécimens dans cette classe et soixante-quatre dans l'autre), en revanche les types de tâches T_{volume} présentent une fréquence très légèrement supérieure en 6^eF (vingt dans cette classe et dix-huit dans l'autre).

Ce tableau montre également que les exercices spécifiques à la classe “ faible ” sont l'occasion d'approfondir le domaine des conversions qui est déjà majoritaire dans les deux classes. Il y a donc approfondissement des aspects calculatoires au détriment des aspects conceptuels de la nouvelle notion.

En conclusion de la présentation de l'analyse de l'organisation mathématique, notre thèse montre, quel que soit le professeur, qu'en fonction des classes le travail de la technique ainsi que les textes du savoir enseigné permettent aux enseignants de moduler l'accès soit à la dimension algébrique du concept de volume en classe de 6^e, soit à l'homothétie en classe de 3^e.

L'ORGANISATION DE L'ÉTUDE

Pour l'organisation de l'étude nous nous limiterons, ici, à exposer la méthode nous ayant permis de dégager des clauses spécifiques à chaque classe en l'illustrant à l'aide des interactions en classe de 6^e.

[3] En effet, l'étude de chacun de ces solides est réalisée successivement ce qui entretient une illusion de linéarité des objets du savoir

Pour dévoiler une partie de l'implicite contenu dans les interactions didactiques se déroulant dans les épisodes définis comme pertinents nous avons retenu des actions didactiques :

a) les annonces, c'est-à-dire les propos de l'enseignant, en rapport avec l'objet du savoir, tenus avant la mise en activité des élèves ;

b) les traces au tableau, c'est-à-dire la production écrite de l'enseignant soutenant la présentation de l'objet du savoir ;

c) l'institutionnalisation, c'est-à-dire les propos de l'enseignant tenus à la fin de chaque processus d'activité en rapport avec l'objet du savoir.

Ces actions sont considérée comme révélatrices d'intentions didactiques :

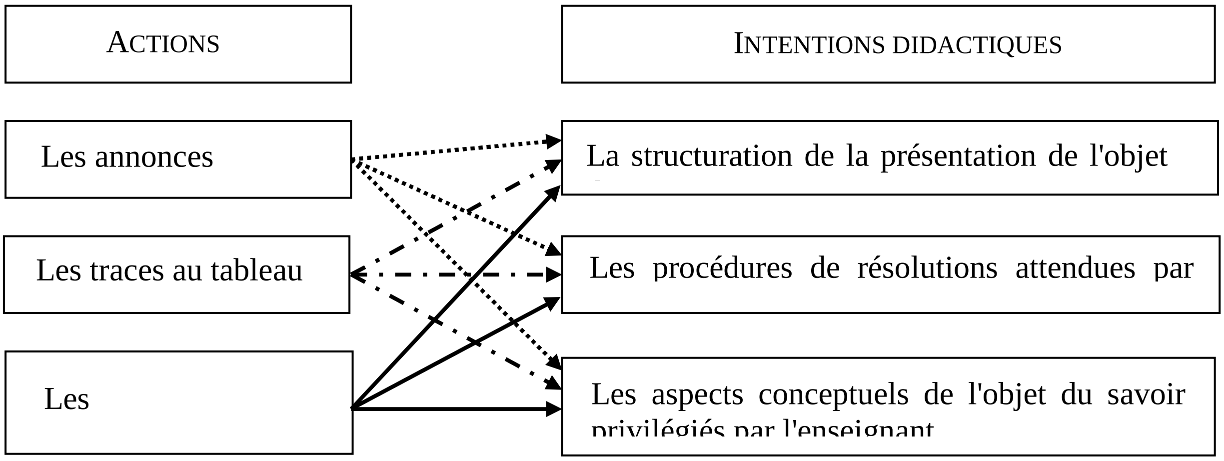
a) la structuration de la présentation de l'objet du savoir ;

b) les procédures de résolution attendues par l'enseignant ;

c) les aspects conceptuels de l'objet du savoir privilégiés par l'enseignant.

Ce qui peut se schématiser ainsi :

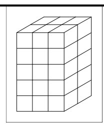
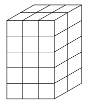
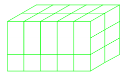
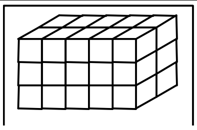
Figure 1 : schématisation des relations entre les actions didactiques et les intentions didactiques (la nature des traits n'indique en aucun cas une hiérarchisation des relations)



Pour donner au lecteur une perception de l'épisode didactique dont il va être question à présent, précisons le déroulement choisi par le professeur de 6^{e} pour l'élaboration de la formule de calcul du volume du parallélépipède rectangle et celle du cube.

Pour établir la première formule, le professeur dispose sur son bureau, dans chacune des classes, d'un solide parallélépipédique constitué de gros “ légos ”. Dans un premier temps il demande à ses élèves le nombre d'éléments constituant le solide, puis il effectue avec les élèves trois calculs du volume de ce solide procédant, chaque fois, à un changement de base comme le représente le tableau 5 dans lequel nous avons rajouté entre crochets les données du problème afin d'en faciliter la lecture. Ensuite, pour établir la seconde formule, l'enseignant constitue un cube dont l'arête est composée de trois “ légos ”.

Tableau 5 : comparaison, par classe, du déroulement de l'établissement de la formule de calcul du volume du parallélépipède.

	6e " faible "	**6e " forte "**
Position du solide lors du premier calcul	 [L = 3 ; ℓ = 2 ; h = 5]	 [L = 3 ; ℓ = 2 ; h = 5]
Position du solide lors du deuxième calcul	[L = 5 ; ℓ = 3 ; h = 2]	 [L = 5 ; ℓ = 2 ; h = 3]
Position du solide lors du troisième calcul	 [L = 5 ; ℓ = 2 ; h = 3]	[L = 5 ; ℓ = 3 ; h = 2]

En dehors d'une variation chronologique de la présentation du solide (deuxième et troisième calcul) le déroulement de la situation d'apprentissage est identique dans les deux classes.

Maintenant si nous centrons notre attention sur les annonces se rapportant à l'établissement de la formule de calcul du volume du parallélépipède nous trouvons :

Tableau 6 : comparaison, par classe, des propos tenus par le professeur de 6e avant les deuxième et troisième étapes de calcul du volume du parallélépipède.

6ef	**6eF**
<u>Au début du deuxième calcul</u> " **P** : *Maintenant je vais retourner le problème. Je vais poser le parallélépipède comme ça. On est tous d'accord que c'est un parallélépipède. Alors quelle est la base ? Une seule personne à la fois. Je préfère que SUL. S'il vous plaît du calme. Vous êtes tous d'accord que là aussi on obtient un parallélépipède ? D'accord ? Alors la base c'est combien ?* "	**<u>Au début du second calcul</u>** " **P** : *Maintenant je vais changer la base. NIC quelle est la dimension de la base ?* "
<u>Au début du troisième calcul</u> " **P** : *Donc maintenant je peux inverser. Je le mets comme ça. Alors GIL ? (…) La base c'est combien ?* "	**<u>Au début du troisième calcul</u>** " **P** : *Bon alors là, on va changer la base et on va prendre celle-là. SAI ?(...) Bon alors quelles sont les dimensions de la base ? J'ai combien ici ?* "

Dans la classe " faible ", le professeur se contente de commenter son action alors que dans l'autre il fait explicitement référence au concept mathématique (la base) mis en œuvre dans la situation. Ce faisant, il ne met pas à la disposition des élèves de la classe " faible " les formes langagières mises en œuvre dans la situation laissant ainsi à la charge des élèves la mise en relation entre ce qu'ils font et les concepts mathématiques sous-jacents, mettant ainsi les élèves en situation de parcellisation du savoir. En revanche dans l'autre classe il structure la présentation de l'objet du savoir en recourant explicitement à ce concept.

En ce qui concerne l'établissement de la formule de calcul du volume du cube les annonces du professeur sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Tableau 7 : comparaison, par classe, des propos tenus par le professeur de 6e avant le calcul du volume du cube.

6e " faible "	6e " Forte "
" **P** : *Bon alors GIL, peux-tu me dire combien il y a de cubes, dans ma ..., mon cube là. Dans mon grand cube combien il y a de petits cubes ?* "	" **P** : *Maintenant si on tombe sur un cas particulier qui est un cube. Puisqu'un cube c'est un parallélépipède, on va faire le volume. Regardez, on a dit longueur fois largeur fois hauteur. D'accord ? Un cube, pourquoi il est un parallélépipède particulier ? (...) Bon, on est tous d'accord ? Qu'il a les mêmes arêtes Donc sa hauteur sera un …* "

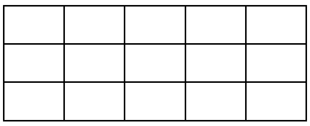
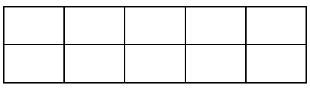
Ainsi le professeur déclare : " (…) Bon alors GIL, peux-tu me dire combien il y a de cubes, dans ma ..., mon cube là " dans la première classe et " Maintenant si on tombe sur un cas particulier qui est un cube. Puisque c'est un parallélépipède particulier on va faire le volume " dans la seconde.

On retrouve ici un phénomène identique à celui déjà dégagé dans l'organisation mathématique. En effet le professeur présente le cube comme un parallélépipède particulier dans la seule classe " forte ". Cette double rencontre confirme que cette mise en relation de ces deux solides n'est pas le fruit du hasard mais bien le fruit d'une volonté délibérée de l'enseignant.

À présent, si nous étudions les traces écrites au tableau par l'enseignant (voir tableau 8 page suivante) nous constatons, dans la classe " faible ", que la représentation graphique de la base et les calculs du volume sont les seules constantes au cours des trois calculs. À cela s'ajoute l'absence totale de désignation explicite non seulement de la longueur, de la largeur mais également du volume. En ce qui concerne l'aire de la base et la hauteur leur désignation n'est pas régulière d'un calcul à l'autre, seul le premier relatant l'ensemble des étapes. Les élèves sont donc dans la situation d'effectuer des calculs, sans vraiment pouvoir les relier au concept mathématique de volume.

En revanche, dans la classe " forte ", les trois calculs présentent une décomposition identique de chacune des étapes et la désignation des objets présents dans la situation à l'aide des symboles mathématiques (à l'exception de l'aire de la base et du volume) est systématique. Pour l'aire de la base l'enseignant recourt tout aussi systématiquement au langage naturel alors que pour le volume il alterne entre ces deux types de langage.

Tableau 8 : comparaison, par classe, des traces écrites au tableau par le professeur de 6^{e} lors de l'élaboration de la formule de calcul du volume du parallélépipède et du cube.

6^{e} " faible "	**6^{e} " Forte "**
<u>POUR LE PARALLELEPIPEDE</u> *suite au premier calcul on a au tableau*  aire de la base = 6 h = 5 $6 \times 5 = 30$ *suite au deuxième calcul on a au tableau* :  h = 2 $2 \times 15 = 30$ *suite au troisième calcul on a au tableau* :  aire de la base $2 \times 5 = 10$ $3 \times 10 = 30$ $h \times L \times l$	***<u>POUR LE PARALLELEPIPEDE</u>*** *suite au premier calcul on a au tableau* L = 3 l = 2 aire de la base 3×2 h = 5 V = 5 x 6 =30 *suite au deuxième calcul on a au tableau* : L = 5 l = 2 aire de la base =10 h = 3 volume = 10 x 3 *suite au troisième calcul on a au tableau* : L = 5 l = 3 aire de la base 3×5 h = 2 volume = $2 \times 15 = 30$ volume = $L \times l \times h$ ***<u>POUR LE CUBE</u>*** volume = $L \times l \times h$ ………..$c \times c \times c$

Ainsi, non seulement les structurations mais également le recours aux symboles mathématiques différent d'une classe à l'autre. Ce faisant le professeur favorise l'accès à la dimension algébrique des mathématiques pour les élèves de la classe " forte " alors que c'est l'aspect calculatoire qui est premier dans l'autre classe.

Ajoutons à ces remarques les différences de présentation concernant la formule de calcul du volume et du parallélépipède rectangle et du cube : les traces au tableau suivent les mêmes tendances que précédemment. La première formule ne fait pas mention du volume, dans la classe " faible ", et la seconde y est carrément absente.

Pour clore cette présentation de l'analyse de l'organisation de l'étude nous ajouterons que non seulement les clauses des contrats didactiques sont fonctions de la réussite scolaire des élèves mais que cela a pour conséquence une modification dans la gestion du partage des responsabilités lors d'un accident dans la relation didactique, comme nous le montrons dans notre thèse. En effet, une grande part de la responsabilité didactique étant laissée aux élèves dits “ faible ” au cours du fonctionnement routinier de la relation didactique, lorsqu'apparaît un décalage entre les attentes de l'enseignant et les réponses des élèves, les professeurs procèdent alors à des glissements en imprimant une forme ostensive au contrat didactique et ce quel que soit le type de contrat que chacun à mis en place c'est-à-dire quelles que soient ses conceptions de l'apprentissage.

CONCLUSION

Ayant dégagé, par l’analyse des organisations mathématique et didactique, des variations dans le contrat didactique, nous pouvons en conclure que les élèves appartenant aux classes “ faibles ” ou “ fortes ” sont placés dans des rapports institutionnels distincts à l'objet volume.

Partant de là nous ne pouvons affirmer que tous les élèves de la 6^{e} “ forte ” accèdent effectivement à la conceptualisation du volume ni qu’aucun élève de l’autre classe n’y parvient ; nous pouvons simplement préciser que le professeur ménage cette construction, à son insu, dans une classe et pas dans l’autre.

Mais de tels phénomènes ne sont interprétables qu’à condition de replacer ces deux classes dans un système plus large, c’est-à-dire les mettre dans une perspective anthropologique des savoirs.

Si, d’une part, le professeur est responsable du maintien de la relation didactique il doit, d’autre part, enseigner la notion de “ volume ” à des élèves dont la réussite scolaire est reconnue comme clivée du fait de la politique scolaire de l’établissement (classes de niveau).

Ainsi dans la classe “ faible ”, le traitement des objets du savoir, mis en évidence dans cette présentation, est l’expression de l’adaptation de l’enseignant à cette double injonction institutionnelle.

Retrouvant dans notre thèse, des phénomènes identiques chez tous les professeurs ayant participé à cette recherche, nous avons rendu visible des dimensions du contrat didactique passant outre l'individu professeur et le segment de scolarité mais en revanche liées à la réussite scolaire des élèves. En effet, dans les situations qui leur sont proposées, les élèves des classes “ faibles ” sont conduits à rencontrer principalement les aspects calculatoires du savoir, ce qui privilégie sa parcellisation. Ces pratiques ont deux conséquences : d’une part des empilements de concepts, sans possibilités institutionnelles de les associer, et d’autre part l’évincement de l’intelligibilité de ces savoirs-faire.

Ainsi l'articulation d'éléments constitutifs du contrat didactique avec ceux du contrat scolaire, permet la description d'un des aspects de la tradition scolaire lié à la scolarisation des élèves “ faibles ” dans les collèges ayant une politique de création de classes de niveau.

Références bibliographiques

AMIGUES (René). - A propos du contrat didactique: quelques remarques pour engager le débat, *Interactions didactiques* n°8, 1988, p. 11-21

BROUSSEAU (Guy). - L'échec et le contrat, *Recherches*, N° 41, sept. 1980, p. 177-182

BROUSSEAU (Guy). - L'ingéniérie didactique dans *Actes de la seconde Ecole d'été de didactique des mathématiques*, 1982.

BROUSSEAU (Guy). - Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.4 n°2, 1983, p. 164-198.

BROUSSEAU (Guy). - Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7 n°2, 1986, p. 33-115

BROUSSEAU (Guy). - Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol.9, n°3, 1988, p. 309-336

BROUSSEAU (Guy). - L'enseignant dans la théorie des situations didactiques dans NOIRFALISE (René), PERRIN (Marie Jeanne), *Actes de la 8° école d'été de didactiques des mathématiques*, Edition IREM de Clermont-Ferrand, 1996, p 3-46

CHARLOT (Bernard)., BAUTIER (Élisabeth)., ROCHEIX (Jean-Yves), *École et savoir dans les banlieues… et ailleurs*, Paris, Armand Colin, 1992, 253 p.

CHEVALLARD (Yves). - Remarques sur la notion de contrat didactique, *I.R.E.M. d'Aix-Marseille*, 1983, p.2-43

CHEVALLARD (Yves). - Emploi et analyse du contrat didactique, *I.R.E.M. d'Aix-Marseille n°14*, 1988 (a), p.41-92

CHEVALLARD (Yves). - Médiation et individualisation didactiques, *Interactions didactiques* n°8, 1988 (b), p.23-34.

CHEVALLARD (Yves). - Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherche en didactique des mathématiques*, vol 12, n°1, 1992, p.73-112

DURU-BELLA (Marie), MINGAT (Alain). - La gestion de l'hétérogénéité des publics d'élèves au collège, *cahier de l'Irédu* n°59, 1997, 227 p.

JAWORSKI (Bent).- *Investigating Mathematics Teaching : A constructiviste Enquery*, The Palmer Press, London, Washington, 1994, 294 p.

MENOTTI (Guilaine) – Pratique institutionnelle et contrat didactique lors du processus d'enseignement de la notion de volume au collège ; Thèse de doctorat en Sciences de l'Education, Université Paris 5, 2001, 257 p.

RICCO (Graciela), VERGNAUD (Gérard), ROUCHIER (André). - Représentation du volume et arithmétisation. Entretiens individuels avec des élèves de 11 à 15 ans, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol.4 n°1, 1983, p. 27-69.

SIERPINSKA (Anka). – Understanding in Mathematics dans ERNEST (Paul), *Constructing Mathematics Knowledge : Epistemology and Mathematics*, Edited by, London, Falmer Press, 1994, p. 45-87.

SCHUBAUER-LEONI (Maria Luisa). - Maître – élève – savoir : analyse psychosociale du jeu et des enjeux de la relation didactique, Thèse de doctorat en Sciences de l'Education, Université de Genève, 1986, 333 p.

SCHUBAUER-LEONI (Maria Luisa). – La construction de réponses à des problèmes impossibles, *Revue des sciences de l'éducation*, vol. XX, n°1, 1994, p. 87-113.

SCHUBAUER-LEONI (Maria Luisa). – Etude du contrat didactique pour les élèves en difficultés en mathématiques, problématique didactique et/ou psychosociale dans RAISKY (Claude) et CAILLOT (Michel) *Au-delà des didactiques, le didactique, débats autour de concepts fédérateurs*, Editions De Boeck, Paris, Bruxelles, 1996, p 157-189.

VERGNAUD (Gérard). *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne, Editions Peter Lang, 1981, 1991, 218 p.

VERGNAUD (Gérard) et al. - Une expérience didactique sur le concept de volume en classe de cinquième (12-13ans), *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol.4 n°1, 1983, p.9-25.

VERGNAUD (Gérard). - La théorie des champs conceptuels, *Recherche en didactique des mathématiques*, vol.10 n°2-3, 1990, p. 133-170.

ARTICULATION ENTRE PERCEPTION ET DÉDUCTION DANS UNE DÉMARCHE GÉOMÉTRIQUE EN PE1, DANS DES ENVIRONNEMENTS PAPIER-CRAYON ET INFORMATIQUE.

Bernard PARZYSZ[1],

pour le GeDiMR[2] (IUFM Orléans-Tours)

1. INTRODUCTION

Depuis près de trois ans, notre équipe poursuit une recherche sur la formation des PE1 en géométrie. Nous avons présenté l'an dernier, au colloque COPIRELEM de Tours, les premiers résultats de notre recherche [Parzysz, 2002]. Après avoir fait travailler les étudiants en environnement papier-crayon, nous avons décidé cette année d'aborder le travail en environnement informatique, en l'occurrence le logiciel Cabri-Géomètre 2.

Rappelons succinctement le cadre théorique dans lequel se situe notre travail. Nous postulons la co-existence, le plus souvent non consciente, de deux paradigmes géométriques chez les futurs professeurs des écoles :

- une géométrie spatio-graphique (G1), dans laquelle les objets en jeu sont de nature physique (maquettes, dessins, images d'écran…) et les validations de type perceptif (coup d'œil, mesurage…) [Parzysz, 1989]

- une géométrie proto-axiomatique (G2), dans laquelle les objets en jeu sont de nature théorique et les validations de type hypothético-déductif[3].

L'une de nos hypothèses de travail est celle de la nécessité, pour un professeur des écoles, de s'approprier cette distinction pour pouvoir guider ses élèves dans leur long cheminement dans l'apprentissage de la géométrie. Un questionnaire, passé auprès de plus de 700 PE1, a fait apparaître que, pour une proportion importante d'entre eux, cette distinction n'est pas prise en compte, tout au moins de façon opératoire dans la résolution de problèmes géométriques. Ceci peut les conduire à ne pas distinguer des validations de G1 (perceptives) de validations de G2 (hypothético-déductives), ou à

[1] Equipe DIDIREM (Université Paris-7).

[2] Groupe de Recherches en Didactique des Mathématiques. Font actuellement partie du GReDiM mes collègues à l'IUFM Ghislaine CAILLETTE, André GAGNEUX, Joëlle JAN-GAGNEUX, Claude LANDRÉ, Edith RENON, Jean TOROMANOFF, Patrick WIERUSZEWSKI, ainsi que Claudine RAPPENEAU, conseillère pédagogique. Qu'ils soient tous ici chaleureusement remerciés pour leur intérêt et leur participation active, tant au niveau de la conception qu'à celui de l'expérimentation, ainsi que l'IUFM d'Orléans-Tours pour son soutien.

[3] Ceci, en particulier, nous conduit à effectuer la distinction désormais classique entre *figure* (objet théorique défini par un énoncé) et *dessin* (représentation d'une figure sur le tableau ou sur une feuille de papier).

introduire, de façon non consciente, des hypothèses perceptives dans une démonstration [Parzysz & Jore, 2002].

L'expérimentation réalisée l'an dernier consistait, pour les étudiants -qui travaillaient d'abord individuellement, puis par groupes de 4-, à réaliser une affiche par groupe en réponse à l'une des 4 versions numériques de la situation suivante :

> *Tracer une droite d. On appelle O un point de cette droite.*
> *Tracer le cercle $\mathcal{C}_1$ de centre O et de rayon 2. Ce cercle coupe la droite d en deux points A et B.*
> *Tracer le cercle $\mathcal{C}_2$ de centre O et de rayon 3,5.*
> *Tracer le cercle $\mathcal{C}_3$ de centre A et de rayon 4. Ce cercle coupe le cercle $\mathcal{C}_2$*
> *en deux points C et D.*
> *Quel(s) moyen(s) pouvez-vous mettre en œuvre pour savoir si la droite (CD) est, ou non, la médiatrice du segment [AB] ?*

Nous avons pu observer 31 groupes de 4 étudiants, ce qui nous a permis de les répartir, selon les modes de validation envisagés, en 4 grandes catégories, à peu près d'égale importance numérique :

1) (10 groupes) : ceux qui se situent sans équivoque dans G2 (référence à « Pythagore ») ;
2) (8 groupes) : ceux qui se situent sans équivoque dans G1 (utilisation d'instruments) ;
3) (6 groupes) : ceux qui produisent des validations relevant des deux types précédents ;
4) (7 groupes) : ceux qui indiquent une validation de G2 (démonstration) dans laquelle vient subrepticement s'immiscer un élément *observé* sur le dessin, mais ne figurant pas dans les *données* (CSP : « contamination du su par le perçu ») .

Le débat qui suit l'exposition des affiches, ainsi que l'étude des réponses individuelles, permettent, entre autres, de constater que, dans la catégorie 3, la quasi-totalité des étudiants placent sur le même plan les validations de type G1 et les validations de type G2.

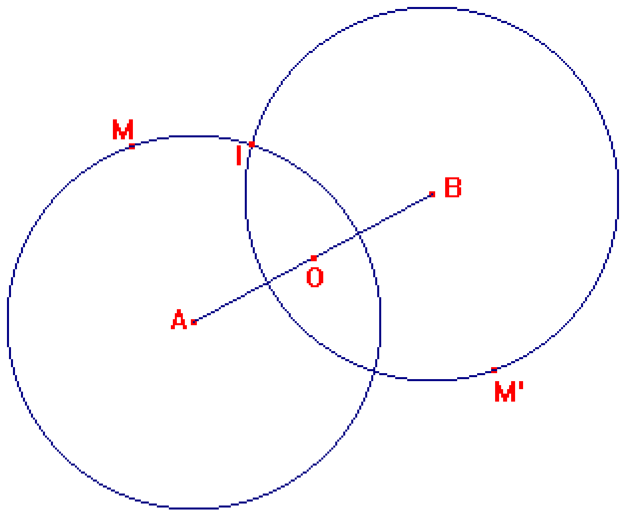
2. LA NOUVELLE SITUATION

La situation précédente, que nous avons baptisée « Médiatrice 1 », avait été conçue pour l'environnement papier-crayon, mais elle ne semblait pas *a priori* convenir à un environnement informatique tel que Cabri-géomètre, et ce pour deux raisons principales. La première est que les commandes de Cabri permettent de tester les propriétés géométriques de la figure construite, et donc d'obtenir immédiatement une réponse à la question posée, coupant ainsi court à la conjecture. Mais ce n'est cependant pas la raison principale, car il est bien sûr possible de désactiver ces commandes. Une objection plus forte réside dans la qualité même du logiciel et la précision du graphisme, associée à la possibilité d'agrandir le dessin, qui risquent fort de ne laisser aucune place au doute, et donc de ne pas provoquer la recherche de validations autres que perceptives. C'est pourquoi nous nous sommes orientés vers la recherche d'une nouvelle situation, susceptible d'être exploitée dans l'environnement Cabri.

L'idée de départ était d'utiliser l'aspect dynamique du logiciel (et plus précisément la fonction « Trace », qui, pour un point B dont la position dépend de celle d'un « point de base » A, visualise l'ensemble des positions de B correspondant au déplacement « à la souris » du point A[4]. Notons à ce propos que, bien qu'il existe également une fonction « Lieu » dans Cabri II, celle-ci ne convenait pas à nos objectifs car elle trace instantanément le lieu géométrique du point B, alors que nous souhaitions au contraire –on verra pourquoi plus loin- que la limitation des déplacements de la souris ne montre qu'une partie (connexe, mais partielle) du lieu de B.

Nous avons finalement retenu une situation plus « simple » que la situation « Médiatrice 1 » -en ce sens qu'elle comporte moins de tracés-, et dont la base n'est autre que le tracé classique de la médiatrice à la règle et au compas. Nous l'avons bien sûr baptisée « Médiatrice 2 » :

Soient A et B deux points du plan et O le milieu du segment [AB].
Soient M un point du plan et M' le symétrique de M par rapport au point O.
Tracer le cercle de centre A passant par M et le cercle de centre B passant par M'.
On appelle I un point d'intersection de ces deux cercles.
Que se passe-t-il pour le point I lorsque le point M se déplace dans le plan ?



Commentaires :

1) Pour « camoufler » la construction usuelle de la médiatrice, nous avons utilisé le fait que la figure constituée de deux cercles de même rayon présente les symétries du rectangle. Par conséquent, lorsqu'un point M décrit l'un des cercles, les points M'_1 (symétrique de M par rapport au milieu du segment joignant les centres) et M'_2 (symétrique de M par rapport à l'axe radical) décrivent tous deux l'autre. Comme on le voit, l' « astuce » consiste ici à prendre pour point M' le point M'_1 au lieu de M'_2, ce qui ne fait pas apparaître la symétrie axiale, laquelle risquerait de mettre trop facilement les étudiants sur la piste de la médiatrice.

4 Cette fonction n'est autre que la fonction « Lieu » de la version antérieure du logiciel (Cabri-géomètre I).

2) Comme on le verra ci-après, l'exploitation de cette situation s'appuie sur une particularité du logiciel : le fait qu'il travaille dans le plan orienté. Ainsi, lorsqu'on nomme le point I (en cliquant dessus), Cabri « intègre » l'orientation de l'angle droit (OA, OI) et, dans un déplacement continu du point M, il conservera cette même orientation. Ce qui fait que, quel que soit le déplacement effectué par M, la trace de I appartiendra seulement à une « demi-médiatrice » de [AB], c'est-à-dire à l'une des deux demi-droites d'origine O portées par la médiatrice.

3) La formulation de la question (« Que se passe-t-il … ? ») est volontairement vague, ceci afin de voir si le problème de la limitation éventuelle du lieu du point I va apparaître spontanément, en liaison avec celle que fait « voir » le logiciel.

3. DÉROULEMENT ET ANALYSE

La séance a lieu en salle informatique, avec deux étudiants par poste. La feuille portant la consigne est distribuée, ainsi qu'une « feuille technique » rappelant les principales fonctionnalités du logiciel qui ont été rencontrées lors de la précédente séance sur Cabri. (Notons à ce propos qu'il s'agit seulement de la seconde fois que les étudiants utilisent ce logiciel, la première séance ayant été consacrée à sa découverte et à sa prise en main.)

3.1. Phase de travail par binômes

3.1.1. Phase initiale

La majorité des binômes commencent directement à utiliser l'ordinateur (effet de contrat lié au lieu), mais certains étudiants réalisent d'abord un dessin sur la feuille qui leur a été distribuée. Interrogés à la fin de la séance, ils diront en avoir eu besoin pour pouvoir s'approprier le problème.

a) Papier-crayon : certaines des constructions réalisées sur feuille ne donnent pas de point I, car le point M choisi au départ est trop proche du point A (AM < ½ AB). Ceci conduit les étudiants concernés, soit à passer sur Cabri, soit à analyser la figure et à refaire un dessin tenant compte de cette analyse. Ce second dessin peut alors, soit être ajouté au dessin initial, soit être une nouvelle version du premier.

b) Cabri-géomètre : de même, certaines constructions à l'ordinateur ne fournissent pas immédiatement de point I, mais ici les étudiants ont rapidement recours à la « souris » pour agrandir le rayon du cercle par déplacement du point M et se situer dans le cas de cercles sécants. L'observation montre que la question des conditions d'existence du point I n'apparaît pas aussi prégnante en environnement Cabri qu'en environnement papier-crayon.

3.1.2. Travail en binômes sur Cabri

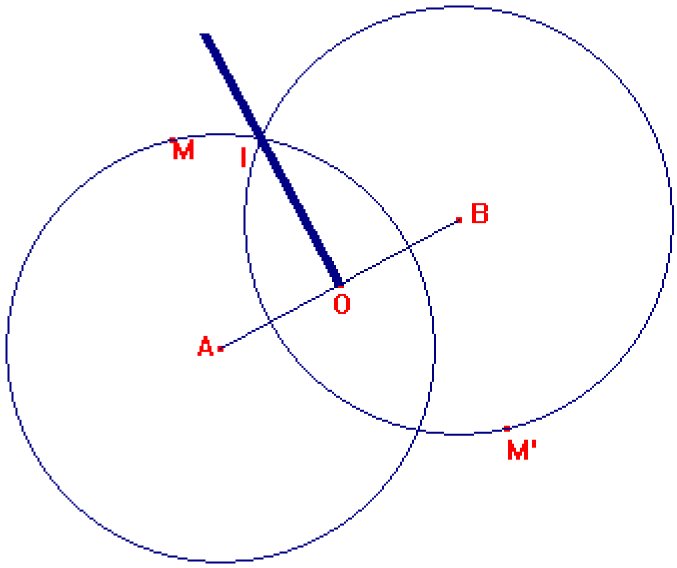
Lorsque tous les binômes se sont mis à travailler sur Cabri, deux grands types de procédures de détermination de la conjecture et de sa validation ont pu être observées :

a) procédures de type papier-crayon : on prend plusieurs points M, M1, M2… et on observe l'alignement des point I, I1, I2… correspondants ; l'identification de cette droite avec la médiatrice de [AB] se fait alors :

- soit en faisant tracer la médiatrice et en constatant qu'elle passe bien par I, I1, I2…,
- - soit en demandant à Cabri si la droite (II1), par exemple, passe par O et est perpendiculaire à (AB)
- - soit en demandant à Cabri si le point I est équidistant de A et de B ;

(nous reviendrons plus loin sur ces validations)

b) procédures de type Cabri : par application de la fonction Trace au point I, ce qui est censé fournir -voir explication plus haut- l'idée d'une « demi-médiatrice » de [AB] (terme que, bien entendu, les étudiants ne connaissent pas, puisqu'il ne fait pas partie du vocabulaire géométrique « classique »).



La conjecture est ensuite validée comme ci-dessus, en testant l'équidistance par rapport à A et B ou en faisant dessiner la médiatrice par Cabri et en constatant qu'elle est bien le support de la trace (certains ont essayé de « tester » la trace, mais ils se sont aperçus que ce n'est pas possible). Les étudiants se rabattent alors sur une validation de type perceptif, en faisant dessiner la médiatrice de [AB], ou la droite (OI), ou la perpendiculaire à (AB) passant par O (ce qui leur permet de constater sa superposition à la trace du point I).

3.2. Phase de travail par équipes de 4

Les binômes sont regroupés deux par deux, et l'enseignant demande à chaque équipe de 4 étudiants de réaliser une affiche commune répondant à la consigne donnée initialement. Lorsque les affiches sont finies, elles sont placardées au tableau, et un représentant de chaque équipe vient tour à tour présenter rapidement la démarche suivie. Sur l'ensemble des trois groupes de PE1 observés, nous avons obtenu 16 affiches, mais nous nous contenterons ici d'analyser celles qui nous ont paru les plus emblématiques de l'ensemble des productions.

3.2.1. Enoncé du résultat

Sur les 16 affiches obtenues :

- 3 seulement signalent une limitation de l'ensemble des points I : « Les points I correspondants se situent sur la demi-droite perpendiculaire à [AB] et passant par le point O » (affiche C 11/12) 5 ; notons qu'aucune de ces 3 affiches n'évoquera plus cette limitation dans la suite du texte (relative aux moyens mis en œuvre) ;

- les 13 autres répondent sans plus à la question posée : « les points I se trouvent sur la médiatrice de [AB] » (affiche B 07/11).

D'autre part, 7 affiches indiquent une condition d'existence du point I : « l'ensemble des points I se trouve sur la médiatrice du segment [AB} pour tout point M tel que AM > AO » (affiche A 01/02) ; « Où que soit le point M (si AM > ½ AB), I sera toujours sur cette médiatrice » (affiche A 05/06). D'après les observations, on peut penser que cette précision (non demandée) est liée au fait que l'un au moins des étudiants de l'équipe a commencé par placer un point M ne conduisant pas à un point I, du fait que les cercles tracés ne sont pas sécants (voir plus haut).

3.2.2. Démarches de validation

Nous retrouvons bien sûr les différentes démarches de preuve que nous avons pu observer directement lors du travail en binômes. En voici trois exemples.

Exemple 1 (affiche A 07/08) :

> *(…) En utilisant Cabri, on peut prouver que :*
> *- (OI) ⊥ [AB]*
> *- (OI) confondue avec la médiatrice de [AB]*
> *- [AI] = [BI] donc [IO] ⊥ [AB] (…)*

Commentaire : Il s'agit ici, comme l'indique le texte, de trois « Cabri-validations » (donc relevant de G1) qui, soit sont purement perceptives (la deuxième), soit font référence à des énoncés de G2 (définition de la médiatrice pour la première, propriété caractéristique pour la troisième). Notons qu'une esquisse de démonstration figure dans la suite de l'affiche.

Exemple 2 (affiche B 07/11) :

> *Avec Cabri, on déplace le point M, point du cercle de centre A, dans le plan, afin de marquer les différentes positions du point I.*
> *Ensuite on trace la médiatrice de [AB].*
> *On s'aperçoit alors que le tracé de I correspond à la médiatrice de [AB].*

Commentaire : Cette validation se situe dans G1, puisqu'il s'agit de perception non instrumentée *(« on s'aperçoit que… »)*. Il n'y a pas de référence à une démonstration (le texte ci-dessus constitue la totalité de l'affiche).

Exemple 3 (affiche C 11/12) :

> *Moyens mis en œuvre :*
> *Cabri-géomètre*
> *En faisant varier les positions de M, on s'aperçoit que le point I varie sur la demi-droite issue de O et perpendiculaire à [AB] .*
> *Démonstration*

[5] Dans les extraits d'affiches étudiés ci-dessous, le groupe est identifié par une lettre (A, B ou C) et l'équipe par les deux numéros des postes de travail correspondants (de 01 à 12).

> *En démontrant que le point I est équidistant des points A et B (les rayons sont les mêmes par les propriétés de la symétrie centrale).*

Commentaire : Nous trouvons ici successivement une validation relevant de G1, analogue à celle de l'exemple précédent (perception non instrumentée : *« on s'aperçoit que… »*), mais également une démonstration de G2 (esquissée mais néanmoins explicite).

3.3. Prolongement

Comme on l'a vu au § 2, il nous est apparu que, même si la plupart des étudiants ont pu constater sur l'écran la « Cabri-limitation » du lieu du point I et si trois équipes l'ont explicitement mentionnée dans leur affiche, cette question n'est pas apparue spontanément dans la suite de la séance, ni dans les démarches de validation mentionnées sur les affiches, ni lors de la présentation de celles-ci au tableau. C'est pourquoi il nous est apparu nécessaire, pour prolonger le travail précédent, de poser explicitement la question de la « réciproque » . L'enseignant donne alors la consigne suivante[6] :

> *On cherche maintenant à préciser l'ensemble des points I.*
> *Cabri montre que tous les points I sont seulement sur une « demi-médiatrice » de [AB]. Mais on veut savoir si un point quelconque P, pris sur la médiatrice de [AB} (y compris sur l'autre « demi-médiatrice ») peut être un point I, c'est-à-dire si l'on peut trouver un point M pour lequel la construction de l'énoncé donnera comme point I ce point P .*
> *Qu'en pensez-vous ?*

Les étudiants, toujours en équipes de 4, ont recours à diverses procédures pour résoudre ce nouveau problème. Les deux principales que nous avons observées sont les suivantes :

(1) créer un nouveau Cabri-dessin, en prenant un segment [AB], en traçant sa médiatrice puis en prenant un point P sur celle-ci ; tracer ensuite les cercles de centres A et B passant par P, et enfin prendre un point M sur le cercle de centre A.

(2) à partir du Cabri-dessin initial, placer un point P sur la médiatrice de [AB] (du *même côté* que I), puis déplacer le point M de façon à ce que le point I vienne coïncider avec le point P.

La première procédure correspond à une démarche classique de G2 lors de la recherche d'une réciproque en géométrie, à savoir « construire la figure à l'envers » ; il reste ensuite à prouver que la construction initiale (« à l'endroit »), réalisée à partir du point M obtenu, donne bien comme point I possible le point P. Quant à la seconde, elle se situe sans ambiguïté dans G1, puisque c'est la coïncidence visuelle des points P et I qui amène les étudiants à conclure que le point I décrit toute la médiatrice de [AB].

---

[6] Dans le groupe A, cette consigne a été donnée oralement. Dans les groupes B et C, une feuille portant la consigne a été distribuée à chaque étudiant, la réponse de chaque équipe de 4 étudiants étant demandée sur l'une de leurs 4 feuilles.

4. CONCLUSION

Au total, cette expérimentation nous aura permis d'observer certaines différences entre les effets induits par les environnements papier-crayon et Cabri-géomètre que nous avons imaginés et mis en œuvre, et notamment le fait que, lors la résolution d'un tel problème, Cabri facilite considérablement l'accès à la conjecture, essentiellement grâce à son aspect dynamique.

Des similitudes sont également apparues. Si certaines d'entre elles peuvent sans doute être attribuées au manque de familiarité des étudiants avec l'outil Cabri (comme par exemple le fait de réaliser plusieurs constructions sur un même Cabri-dessin plutôt que d'utiliser l'aspect dynamique du logiciel), d'autres semblent être ancrées dans la prégnance du perceptif, et plus particulièrement le principe de superposition, comme la procédure de validation consistant à comparer le dessin de l'objet conjecturé avec celui de l'objet expérimental. De même, pour ce qui est des démarches de validation, l'évidence visuelle de la « figure », comme obstacle à la mise en œuvre d'une démonstration, est comparable dans les deux environnements ; elle peut même être plus forte en environnement Cabri, du fait de la plus grande précision des dessins réalisés. On peut cependant noter que, *a contrario*, la limitation apparente du lieu sur le Cabri-dessin ne semble pas suffire, à elle seule, pour inciter les étudiants à approfondir cette question. Mais elle peut cependant permettre à l'enseignant de l'introduire, en mettant l'accent sur l'apparente discordance entre ce que montre Cabri et ce qu'ont conclu les étudiants.

BIBLIOGRAPHIE

PARZYSZ, Bernard (1989) : *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir.* Thèse de doctorat. Université Paris-7. Ed. IREM Paris-7.

PARZYSZ, Bernard (2002) : Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1, in *Actes du 28ème colloque COPIRELEM (Tours)*, pp. 99-110. Ed. Presses Universitaires d'Orléans.

PARZYSZ, Bernard & JORE, Françoise (2002) : Qu'ont retenu de la géométrie du collège ? Le rapport à la géométrie des PE1, in *Actes du colloque inter-IREM Premier cycle – Géométrie de Montpellier*, juin 2001 (à paraître).

ÉTUDE DE PRATIQUES ORDINAIRES L'ENSEIGNEMENT DE LA MULTIPLICATION DES DÉCIMAUX EN 6E

Éric RODITI
IUFM de Paris, équipe DIDIREM
eric.roditi@free.fr

Résumé :
Des séquences enseignements ont été étudiées dans des conditions analogues où le professeur constituait la seule variable. Les résultats obtenus montrent que des contraintes fortes s'exercent sur la préparation des cours mais que des marges de manœuvre subsistent durant leur animation en classe. Ils montrent aussi la cohérence des pratiques de chaque professeur.

Mots-clés : adaptation, analyse de tâche et d'activité, didactique des mathématiques, incident, pratique enseignante, psychologie ergonomique, stratégie d'enseignement

INTRODUCTION

D'une façon générale, l'intérêt pour les pratiques enseignantes vient de l'idée que les apprentissages des élèves dépendent essentiellement de l'enseignement dispensé en classe, et du constat que le projet du professeur ne suffit pas à en déterminer le déroulement. L'étude ici proposée porte sur quatre enseignements de la multiplication des décimaux en sixième, dispensés dans des conditions analogues : niveau des élèves, effectif de la classe, horaire, manuel scolaire utilisé, expérience de l'enseignant. L'analyse repose sur les transcriptions des enregistrements des séances et sur des entretiens avec les professeurs. Elle utilise une approche double élaborée par Aline Robert et Janine Rogalski : la première se nourrit des résultats obtenus en didactique des mathématiques, les enseignements sont alors étudiés pour leurs effets potentiels sur l'apprentissage ; la seconde approche emprunte quelques éléments théoriques à la psychologie ergonomique qui permet l'étude du professeur comme un individu en situation de travail.

1. PROBLÉMATIQUE ET MÉTHODOLOGIE D'ANALYSE DES PRATIQUES

1.1. Variabilité et cohérence des pratiques enseignantes

La question centrale qui traverse la recherche est celle de la régularité et de la variabilité des pratiques ordinaires, dans le cas précis de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en classe de sixième. Les constats de régularité permettent d'en évaluer les contraintes. Les constats de variabilité sont interprétés comme l'investissement d'une marge de manœuvre qui existe par delà ces contraintes. Entre contraintes et marges de manœuvre, se pose aussi la question de la cohérence des choix des enseignants. Du point de vue théorique, pour chaque professeur, la cohérence de ses pratiques est admise. Nous en cherchons des “ traces ”, des indices, en croisant les choix effectués depuis la préparation des cours jusqu'au déroulement en classe.

1.2. Méthodologie d'analyse des projets d'enseignement et de leur déroulement

La méthodologie élaborée permet de confronter des analyses des sources publiées (recherches antérieures, publications à l'intention des enseignants, manuels, programmes scolaires et évaluations de performances d'élèves) et des analyses des séances observées. Afin de percevoir à la fois des régularités et des différences entre les pratiques, un point de vue médian sur les séquences observées a été adopté. Trois observables des projets des professeurs et trois observables des déroulements ont été définis. Ces observables sont ni trop fins, pour ne pas masquer les régularités, ni trop grossier, pour ne pas écraser les différences. Les projets et les bandes magnétiques ont été transcrits avec une méthode adaptée ; le codage des transcriptions constitue le corpus de données expérimentales.

Les trois observables du projet, classiques en didactique des mathématiques, permettent des comparaisons entre les séquences ainsi qu'avec les enseignements possibles qui ont été déterminés par l'analyse *a priori*. Le *champ mathématique* est l'ensemble des contenus abordés durant la séquence. La *stratégie d'enseignement* est l'organisation de ces contenus selon un itinéraire. Les *tâches prescrites* restituent tout ce qui est demandé aux élèves par leur professeur avec le but d'un apprentissage mathématique.

Les trois observables du déroulement ont été élaborés en référence aux hypothèses communément admises selon lesquelles la nature de l'activité de l'élève et des médiations est déterminante sur l'apprentissage. Ils permettent de nourrir des comparaisons entre le projet et son déroulement, et des analyses des interactions professeur - élèves. Les *activités effectives* sont des reconstitutions des activités réelles (généralement inaccessibles) en fonction des tâches prescrites et des productions, notamment orales, des élèves. Les *adaptations* sont des interactions composées d'un *incident* et de sa *gestion* par le professeur. Un incident est une manifestation d'élève(s), en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport à ce qui est attendu ; la gestion est l'intervention du professeur consécutive à cet incident. Enfin, pour des raisons didactiques évidentes mais aussi pour des raisons ergonomiques, la *chronologie* de chaque séquence a été repérée.

2. DES PROJETS D'ENSEIGNEMENT GLOBALEMENT CONVERGENTS

Les analyses globales révèlent une grande convergence des projets des professeurs ; cependant des différences apparaissent localement. Pour la présentation des résultats, les professeurs observés doivent être distingués ; ils sont appelés par des noms de mathématiciens afin de préserver leur anonymat.

2.1. Les contenus enseignés sont les mêmes

Le champ mathématique des quatre séquences est pratiquement identique, il a été analysé en référence à la théorie des champs conceptuels. Ont donc été repérées, dans les limites du cadre de la multiplication des nombres décimaux : les situations multiplicatives proposées, les propriétés de l'opération et les techniques opératoires, ainsi que les représentations symboliques et leurs transformations. En ce qui concerne les situations multiplicatives, on constate une unanimité complète des professeurs. Les seules situations étudiées sont, dans le domaine numérique, les situations d'isomorphisme de grandeurs et en fait seulement les problèmes de prix. Les professeurs ont exposé la technique opératoire et l'ont " démontrée " ou au moins partiellement justifiée. Ils ont envisagé le cas de la multiplication par un facteur inférieur à un, qui est une source de nombreuses difficultés bien connues. Les résultats concernant le traitement des autres propriétés de la multiplication sont plus hétérogènes. En ce qui concerne les représentations symboliques, tous les professeurs ont proposé des révisions concernant la signification de l'écriture décimale mais aucun d'entre eux n'a utilisé les fractions. Madame Germain est le seul professeur qui utilise une autre écriture des décimaux ($3{,}14 = 314 \times 0{,}01$). Madame Agnesi est la seule à demander d'effectuer des changements d'unité dans le système décimal. Ces professeurs ont traité spécifiquement le cas de la multiplication par 0,1 ; 0,01... qui pose des difficultés à environ la moitié des élèves à l'entrée en sixième, les deux autres enseignants ne l'ont pas fait.

2.2. La stratégie est plus personnelle mais les choix didactiques globaux convergent

Les stratégies d'enseignement diffèrent par leur chronologie. Monsieur Bombelli commence par exposer la technique opératoire qu'il justifie à l'aide d'opérateurs multiplicatifs, puis il propose des exercices d'application. Madame Theano introduit le calcul du produit de deux décimaux en utilisant les ordres de grandeurs, la méthode permet d'induire la technique opératoire. Suivent des exercices d'application et de calcul mental. Madame Agnesi commence par des problèmes de prix de marchandises, les produits de facteurs décimaux peuvent se calculer en effectuant des conversions. Les exemples ainsi fournis permettent d'induire la technique opératoire. Le reste de la séquence est consacré à des exercices d'application et à l'examen systématique des propriétés de la multiplication. Madame Germain pose d'entrée de jeu la question à ses élèves : " Comment calculer le produit de deux décimaux ? " Elle les laisse produire des règles efficaces sur certains cas particuliers. À la fin de la séquence, ces règles conduiront les élèves à l'élaboration de la technique usuelle. Dans cette diversité de stratégies, une certaine unité se dégage quant à l'introduction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil/objet. Ainsi, le constat déjà formulé par Jeanne Bolon se confirme : pas de reprise des ingénieries didactiques dans l'enseignement ordinaire. Pourtant, le scénario de Madame Germain contredit l'hypothèse selon laquelle le manque de reprise s'expliquerait par la volonté d'institutionnaliser au plus vite les savoirs visés par le programme.

2.3. Les tâches prescrites sont homogènes sauf durant l'institutionnalisation

Concernant les tâches prescrites aux élèves, on constate une homogénéité assez grande des exercices. Ils portent majoritairement sur le calcul du produit de deux décimaux sans pour autant qu'on puisse les réduire à de simples applications techniques. La plupart de ces exercices proposent des calculs raisonnés, des calculs approchés, des questionnements plus théoriques. Les autres sont des problèmes issus de situations multiplicatives. En revanche, les phases d'institutionnalisation sont nettement divergentes. Monsieur Bombelli expose les savoirs mathématiques sans qu'ils n'aient jamais fait l'objet d'un questionnement préalable en classe. Au contraire, Madame Germain désigne seulement les connaissances construites par les élèves à partir de questions posées en classe. Entre ces deux pôles, les autres professeurs effectuent des choix plus hétérogènes. Une telle diversité laisse supposer des activités différentes des élèves, notamment en ce qui concerne la construction des connaissances.

3. DES DÉROULEMENTS EN CLASSE PLUS CONTRASTÉS

La durée des quatre séquences est analogue et conforme aux instructions officielles ; les professeurs n'ont donc pas surinvesti cet enseignement du fait de nos observations. L'étude des déroulements montre une disparité des choix des enseignants, tant pour les activités effectives que pour les adaptations.

3.1. Les activités des élèves sont variées, en relation avec la stratégie d'enseignement

Les activités effectives sont bien plus diversifiées que l'analyse des tâches prescrites ne le laissait prévoir. Cela confirme que l'accompagnement en classe est déterminant sur l'activité des élèves. Et cela s'explique par le fait que, pendant le déroulement, les professeurs modifient sensiblement les exercices choisis dans le manuel en posant des questions complémentaires qui tendent à renforcer leur stratégie d'enseignement. En particulier, les activités effectives varient sensiblement entre de simples applications techniques et des constructions de connaissances (par découverte de nouvelles propriétés de la multiplication ou par confrontation à un problème sans méthode de résolution déjà établie).

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Construction de connaissances	**80%**	**20%**	**53%**	**44%**
Application de connaissances	**20%**	**80%**	**47%**	**56%**

Les séquences de Monsieur Bombelli et de Madame Germain constituent respectivement deux pôles opposés d'un axe où la classe est soit un lieu “ d'exposition et d'application du savoir ”, soit un lieu de “ construction du savoir ”. Chez Monsieur Bombelli, les activités d'application représentent 80% des activités totales alors qu'elles n'en représentent que 20% dans la classe de Madame Germain. Les séquences des autres professeurs occupent des positions médianes entre celles de leurs deux collègues.

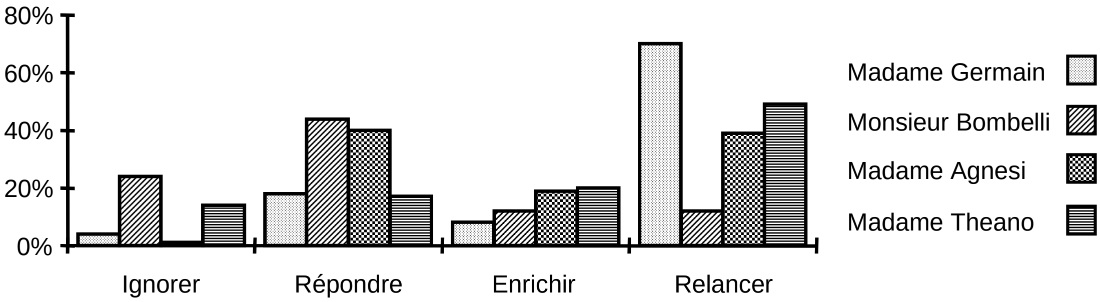
3.2. Les adaptations des professeurs sont personnelles

Les adaptations différencient nettement les quatre séquences. Le nombre d'incidents par heure de cours varie du simple au double, suivant les enseignants. Ils sont cependant très nombreux : un toutes les trois minutes dans la séquence qui en compte le moins.

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano	Ensemble
Erreur	27%	28%	21%	26%	25%
Question	16%	**32%**	15%	20%	18%
Incomplet	36%	**16%**	**49%**	36%	38%

La fréquence des erreurs des élèves est la même chez les quatre professeurs mais ce n'est pas le cas de tous les incidents. Ainsi, dans la classe de Monsieur Bombelli, par rapport à la moyenne observée, les questions des élèves sont sensiblement plus nombreuses et leurs réponses incomplètes sont plus rares. C'est exactement le contraire chez Madame Agnesi. Cette différence montre une divergence pédagogique : les élèves de Monsieur Bombelli doivent formuler des réponses plus abouties que ceux de Madame Agnesi. Quand ils ne savent pas, au lieu de répondre de façon incomplète, ils se taisent (ils sont dans la classe qui compte le nombre le plus faible d'incidents) ou ils posent des questions. On retiendra donc, pour ces deux professeurs, une influence personnelle sur les incidents qui émergent durant leur séquence.

Pour des raisons didactiques, les gestions des incidents ont été classées en plusieurs modes suivant la possibilité de travail qui reste à l'élève après l'intervention de l'enseignant. Pour chaque professeur, la répartition des modes de gestion des incidents correspond à ce qui a été appelé sa *tendance générale de gestion des incidents*.



Celle de Monsieur Bombelli est très fermée : dans 70% des cas, il ignore l'incident ou il fournit la réponse attendue. À l'opposé, Madame Germain relance l'activité des élèves dans plus de 70% des cas. Entre ces deux pôles déjà identifiés, les autres professeurs occupent des positions intermédiaires.

Chez certains enseignants, la tendance générale de gestion des incidents varie en fonction de la nature des incidents ou en fonction des activités effectives des élèves. Monsieur Bombelli suit parfaitement sa tendance quelle que soit la nature des incidents. Madame Agnesi et Madame Theano l'adaptent mais elles effectuent des choix opposés : Madame Agnesi relance davantage lorsque les réponses sont incomplètes alors que Madame Theano relance plus en cas d'erreur. Cette différence de gestion ne semble pas neutre sur l'apprentissage en référence à la notion de “ zone proximale de développement ” définie par Vygotski. Madame Germain, pour gérer des réponses incomplètes ou des erreurs, relance plus qu'elle ne le fait en général. Cependant, Mesdames Agnesi et Theano ne modifient pas leur tendance de gestion des incidents en fonction des activités effectives des élèves alors que les deux autres professeurs radicalisent leur gestion durant les activités les plus fondamentales au regard de la stratégie prévue : celle de Monsieur Bombelli est encore plus fermée et celle de Madame Germain est encore plus ouverte.

4. LES APPORTS DE L'APPROCHE ERGONOMIQUE

La variabilité des pratiques d'enseignement concerne donc à la fois les activités induites chez les élèves et les adaptations. Cette diversité des déroulements est surprenante quand on la compare à la grande convergence des projets. L'approche ergonomique, en considérant les pratiques des professeurs comme étant à la fois personnelles et partie prenante d'un milieu professionnel, permet d'avancer quelques hypothèses.

4.1. Des contraintes liées au métier expliquent la convergence des projets

La convergence des projets est héritée de contraintes communes. Certaines d'entre elles viennent des prescriptions de l'institution scolaire mais d'autres sont liées à l'exercice même du métier. Ainsi, les professeurs écartent-ils, dès la préparation des cours, les contenus qui risquent de provoquer des questions qu'ils ne souhaitent pas aborder pour ne pas être dévié de l'itinéraire prévu ou, au moins, pour rester dans l'enveloppe des trajectoires acceptables du déroulement. Les tâches, la chronologie et le rythme prévus permettent aux professeurs de donner en classe un sentiment de réussite et de progrès dans l'apprentissage, sentiment qui assure un climat suffisamment serein pour permettre à la classe de fonctionner.

4.2. Des marges de manœuvre sont investies personnellement par les professeurs

La diversité des déroulements s'explique par l'investissement d'une marge de manœuvre qui subsiste par-delà les contraintes. Des facteurs individuels concernant la pratique professionnelle permettent d'élucider des différences. On a remarqué souvent l'opposition entre la séquence de Monsieur Bombelli et celle de Madame Germain. Ce qui oppose ces professeurs semble tenir à leur conception de la classe : un lieu d'exposition et d'application du savoir pour Monsieur Bombelli ou bien, pour Madame Germain, un lieu de construction du savoir par les élèves. Cette dimension donne une cohérence aux pratiques. Dans une classe “ lieu de savoir ” l'exposition des savoirs a lieu très tôt, les activités effectives sont surtout des applications, les incidents sont plutôt des questions ou des erreurs, leur gestion relance rarement l'activité des élèves. Dans une classe “ lieu de travail ”, le savoir est institutionnalisé assez tard comme un bilan, les activités de recherche dominent, la gestion des incidents relance l'activité des élèves.

5. CONCLUSIONS

L'étude des pratiques d'enseignement qui a été menée est une étude de type clinique. Elle en possède donc les limites, les résultats portent sur le travail de seulement quatre professeurs. Il faudrait bien sûr évaluer, avec d'autres moyens, leur pertinence sur une population plus importante. Certains niveaux d'analyse des pratiques, notamment le niveau psychologique, ne sont pas pris en compte. Néanmoins, cette recherche a produit quelques résultats importants.

Les régularités constatées montrent que l'institution scolaire, la gestion d'une classe et peut-être aussi des habitudes de la profession contraignent les pratiques enseignantes. Sans doute, les scénarios d'enseignement issus de la recherche bousculent-ils les pratiques ordinaires. Les chercheurs doivent explorer davantage ce ciment des pratiques qui constitue le métier d'enseignant. Ils y trouveront certainement des réponses à " l'indifférence " des professeurs aux travaux menés en didactique des mathématiques.

Cependant s'exprime une variabilité des pratiques d'enseignement. Les professeurs investissent les marges de manœuvre qui existent par delà les contraintes. La diversité observée concerne tant les activités induites en classe chez les élèves que les adaptations des professeurs : les pratiques de chaque enseignant ne sont pas uniformes mais une tendance générale émerge. Elle s'explique par une dimension personnelle du système des pratiques de chaque professeur, plutôt en rapport avec ses conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement. Cette dimension assure la cohérence du système de pratiques de chaque professeur. Cohérence dont l'élaboration débute certainement avant même la formation initiale des professeurs. Cohérence qui assure une stabilité aux pratiques enseignantes et que les formateurs doivent prendre en compte dès qu'ils envisagent de provoquer une évolution de ces pratiques.

Cette recherche participe au travail entrepris sur le pôle enseignant du système didactique. Le cadrage théorique et la méthodologie conduisent à des analyses nouvelles des activités des professeurs. Les résultats obtenus enrichissent la connaissance des pratiques par l'élucidation de contraintes professionnelles qui influencent la préparation des cours, ainsi que par la description des incidents et de leur gestion. Cette recherche illustre aussi la cohérence du système des pratiques de chaque enseignant. Elle permet enfin de dégager plus précisément ce qui est variable, et qui tient aux personnes, de ce qui est partagé par tous, qui tient aux contraintes mais peut-être aussi, plus largement, au métier. Par ses méthodes d'analyses et les résultats obtenus, elle ouvre des voies pour la formation initiale et continue.

BIBLIOGRAPHIE

ROBERT A. (2001), Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant , *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 21/1-2, Grenoble : La Pensée sauvage éditions.

RODITI E. (2001), L'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaires, Thèse de doctorat de l'Université de Paris 7.

ROGALSKI J (2000), Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant, in : *Actes du XXVI^e^ colloque COPIRELEM* (pp. 45-66). Limoges : IREM.

L'UTILISATION DU LANGAGE DANS UNE SÉANCE DE MATHÉMATIQUES : UNE COMPÉTENCE PROFESSIONNELLE ?

Serge Zaragosa
IUFM Créteil
serge.zaragosa@wanadoo.fr

Notre formation mathématique IUFM fonctionne entre autres sous forme d'ateliers professionnels: 5 futurs professeurs des écoles sont amenés pendant 5 séances à construire et à conduire en alternance des séances d'enseignement ; ils sont accompagnés dans leur réflexion pédagogique par des formateurs. Il s'avère qu'au fur et à mesure de l'avancement du travail collectif un changement sensible est perçu au niveau prescriptif (préparation écrite plus pertinente et plus rapide). Cependant l'observation des futurs professeurs dans l'action même ne révèle pas de gros progrès, on remarque ainsi que la conduite de la classe colle parfois exagérément à la préparation écrite et les difficultés à s'adapter à l'imprévu persistent!

Nous cherchons ainsi à montrer qu'il existe une forme d'organisation générée par l'acteur face à la situation d'enseignement-apprentissage. Cette forme d'organisation qui sert à s'adapter à la situation est connue en psychologie cognitive sous le nom de schème. De plus, nous prétendons que l'interaction verbale entre le professeur et les apprenants participe aussi de ce schème: c'est un schème d'interaction verbale didactique. Ces hypothèses sont le fondement de notre recherche, sur l'utilisation du langage par l'enseignant dans le processus de dévolution d'une situation-problème, ayant pour cadre théorique la conceptualisation en acte de Vergnaud et la logique interlocutoire de Trognon.

Cet article se propose de mieux appréhender l'interaction verbale dans l'état actuel de nos connaissances et d'en faire émerger des pistes de réflexion sur le discours en situation didactique.

1. INTRODUCTION

En atelier professionnel on constate une nette amélioration du prescrit alors que les compétences liées à la conduite de la classe ne varient que très peu chez les futurs enseignants. On peut citer l'exemple de cette préparation, qui après discussion avec le formateur, a suscité une autre préparation écrite plus élaborée tenant compte de différentes pistes possibles, et dans laquelle plusieurs scénari sont envisagés : **les stagiaires ont ainsi pris conscience de la difficulté à dévoluer une situation-problème.**

En stage en responsabilité tel enseignant semble déjà possédé les compétences requises dès le début, ou si il y a changement de point de vue sur l'apprentissage après une critique avec des formateurs la mise en œuvre est difficile et en tous cas ne progresse pas aussi vite que le prescrit. Les difficultés à faire en sorte que le problème du maître devienne le problème de l'élève dans la situation proposée par le maître est évidente !

Chez certains professeurs expérimentés au contraire on assiste souvent à une réelle aisance à donner du sens à la situation-problème proposée, par contre d'autres échouent si souvent qu'ils biaisent ce processus et proposent souvent des tâches et non un problème à leurs élèves !

Pour nous il existe une forme invariante de l'organisation de l'activité de dévolution : c'est un schème ; on comprend bien que c'est la forme qui est invariante et non l'organisation**.** Cette activité de l'enseignant médiateur, qui est à l'interface entre une culture mathématique et des apprenants, passe pour une grande part par **l'usage du langage**.

Mieux, il existe une interaction verbale entre les locuteurs enseignant et élèves qui permet la communication de l'intention didactique ; les élèves peuvent ainsi s'approcher, par défaut, de ce que l'on attend d'eux. Il y a bien un savoir mis en scène via la situation, mais aussi, et ce serait une erreur de l'oublier, grâce au discours didactique.

Nous émettons l'hypothèse qu'une élaboration pragmatique des connaissances discursives de l'enseignant se réalise au fur et à mesure de l'expérience professionnelle. La référence au contenu, dans le décours de l'activité enseignante, est donc accompagnée d'une référence au discours didactique. Nous allons donc donner un point de vue sur l'interaction verbale en situation didactique.

2. HISTORIQUE

Pour Le Larousse (1975) l'interaction est « une action réciproque de deux ou plusieurs phénomènes ». Cependant le linguiste pragmaticien Trognon (Connexions, 1991, p9) précise que des domaines aussi différents que les mathématiques, la biologie, la linguistique et la psychologie sont concernés. Cependant en psychologie la pertinence de ce concept prend toute sa force ; les courants éthnométhodologiques de ces dernières années accentuent son importance d'ailleurs avec des concepts de plus en plus fins.

Nous retiendrons **ce principe comportemental** de l'interaction : ce qu'une personne produit, ou même ce qu'elle est, constitue une réflexion de ses relations avec autrui. Nous pouvons en souligner la pertinence dans notre domaine professionnel : autrui pouvant être aussi bien des formateurs que des apprenants.

3. QU'ENTEND-ON PAR INTERACTION ?

Déjà dans le domaine de la linguistique, Bakhtine (1927) pensait que tout message, même monologal, produit par un locuteur unique est une interaction ! Il évoquait ainsi l'idée d'un dialogisme qui existe aussi bien en amont, du moment de l'énonciation, qu'en aval.

Actuellement on ne s'arrête plus seulement à l'action accomplie au moyen de l'émission d'un message : on ajoute la notion de **séquences d'actions** pour expliquer le phénomène d'interaction.

Alors pour le discours, interaction parmi d'autres, d'emblée se pose le problème d'une **clôture de la séquence d'actions**. Le découpage du discours devient une préoccupation méthodologique majeure pour celui qui cherche à analyser le comportement interlocutoire d'un enseignant.

Revenons justement à la méthodologie que nous initions pour permettre une analyse pertinente des interactions verbales en classe dans le processus de dévolution.

Nous avons caractérisé **quatre moments**[1] dans une séance d'enseignement-apprentissage. Ils correspondent en fait à des phases, par opposition à des situations prévues par le maître. Si l'on considère l'activité interlocutoire de l'enseignant cette organisation est le reflet d'un schème d'interaction verbale didactique.

Les quatre phases ne sont pas égales ni en en durée, ni en présence, ni en nombre d'interventions du maître et des apprenants. Il est donc nécessaire de prévoir un découpage plus fin, plus critique ! Ainsi pour rendre compte de cette disparité il est nécessaire de délimiter **des unités ayant une certaine cohérence didactique**, et plus petites que la catégorie « phase ».

Au sein d'une même phase, certains enseignants–locuteurs vont utiliser plusieurs unités verbales, d'autres vont communiquer leur intention d'une manière plus économique. On comprend bien que ces unités verbales didactiques sont révélatrices d'un comportement médiationnel en situation. Une unité constitue donc un échange verbal qui fait émerger une cognition (une connaissance, une représentation, un savoir-faire). Le début d'une unité didactique commencera évidemment avec le premier échange verbal mais comment résoudre le problème méthodologique de la clôture de l'interaction ?

C'est Roulet qui avance des hypothèses intéressantes : en effet, si pour Bakhtine le discours doit être pris comme le produit de l'interaction entre les interlocuteurs, Roulet ajoute (1985) « nous développons une conception du discours comme une **négociation**[2] **(de sens)** qui permet de mieux en saisir la structure et le fonctionnement » d'où l'hypothèse d'une discussion entre les interlocuteurs pour aboutir à un accord ». Cette idée de recherche d'un accord va délimiter notre unité d'analyse verbale, ainsi les actes de langage produits par le maître et les élèves **ne seront pas une suite sans fin.**

Il existe donc une réflexion à faire sur la délimitation de la borne finale de l'unité didactique ; pour ce faire nous nous aidons des notions de complétude interactionnelle et interactive introduite par Roulet.

4. LA COMPLÉTUDE

La complétude interactive

La complétude interactive caractérise « la propriété d'une initiative, d'une réaction ou d'un contre d'être suffisamment « complet »...pour permettre à l'interlocuteur de prendre position et autoriser ainsi la poursuite linéaire de la négociation » (Roulet, 1985)

On le voit c'est bien dans l'interaction verbale que se situe Roulet, quand il dit qu'une initiative d'un locuteur doit être « complète »: son intervention verbale, première

[1] Voir thèse interactions verbales dans le processus de dévolution (Zaragosa, 2000) sous la direction de Gérard Vergnaud

[2] C'est nous qui soulignons

d'un échange, doit être assez transparente pour que l'interlocuteur placé en deuxième position réagisse. La négociation continuera si le deuxième locuteur, lui aussi à son tour, produit un énoncé clair, qui devient un indice pour un nouvel échange. Pour cet auteur, comme pour bien d'autres[3], trois mouvements constituent la forme prototypique d'un échange verbal et c'est ce qui va lui permettre d'introduire la notion de complétude interactionnelle.

La complétude interactionnelle

Si la complétude interactive demande à l'énonciateur d'être clair dans son énoncé, du moins assez transparent pour que le deuxième énonciateur puisse l'interpréter, cela ne suffit pas pour refléter la dynamique de l'interlocution. En effet le deuxième locuteur produit à son tour un énoncé qui lui permet, non seulement de prendre position dans la négociation, mais cela devient aussi le départ d'un nouvel échange. Il se pose encore le problème de l'arrêt de la négociation.

Toujours selon Roulet, un **double accord** entre les interlocuteurs autorise la clôture d'une négociation verbale. Regardons de plus près cet indice conversationnel: un premier locuteur fait une proposition au moyen d'un énoncé; un deuxième locuteur produit une réponse, aussi au moyen d'un énoncé, ce qui va signaler son accord. On parlera de double accord quand le locuteur initial évaluera positivement[4] la réponse du deuxième intervenant. En produisant le troisième énoncé évaluateur, le premier locuteur aura ainsi donné son accord à un accord. Citons encore Roulet « Cette structure tripartite est la condition nécessaire pour réaliser la complétude interactionnelle de l'échange réparateur: l'initiative du locuteur doit être approuvée par l'interlocuteur, et la réaction de l'interlocuteur doit être à son tour approuvée par le locuteur pour que l'échange puisse se clore » (Roulet et al., 1985, p. 26)

Nous attachons beaucoup d'importance méthodologique à cette notion de contraintes finales de la conversation mais il nous semble impossible de l'utiliser telle quelle dans notre analyse du discours didactique.

Quelle implication du double accord dans le discours didactique?

Nous considérons, pour notre part que, dans un échange didactique, la notion de complétude interactionnelle n'est pas toujours visible, alors que cela serait plus souvent le cas dans la conversation courante entre plusieurs locuteurs.[5].Aussi comme nous voulons transposer cette notion dans le dialogue d'un enseignant avec ses élèves il nous faut ajouter certaines précisions.

La présentation des actes de médiation suivants va permettre de comprendre la pertinence de ces deux concepts forts chez Roulet. Il est important pour nous de voir si cela est vrai aussi dans le dialogue à l'école. L'enseignant-médiateur est devenu un négociateur de contenu dans ses interactions verbales avec les élèves-apprenants, il a cependant, ne l'oublions pas, déjà une expérience de la communication verbale ordinaire. Cette expérience lui permet une connaissance à priori de la complétude

[3] Goffman (1973), Moeschler (1982), et plus récemment Trognon dans.
[4] Moeschler ajoute même que cela conviendrait à des échanges polémiques (1982)
[5] toujours selon Roulet et al.

interactionnelle et interactive et ainsi d'en tenir compte dans la production de son discours.

L'exemple suivant montre un micro échange interactionnellement complet: extrait d'une situation où le maître d'un CM2 fait émerger des données pertinentes permettant de faire des rapports de nombres à partir d'un vélo (séquence didactique ayant pour objectif plusieurs séances sur la notion de rapport, de fonction).

exemple n°1 SE1
échange verbal qui montre une complétude interactionnelle

M11: comment ça s'appelle ça...là mais j'ai pas bien compris on se sert de quoi?
E: la fourche
M12: on se sert de quoi...la fourche...on peut se servir de ça comme point de repère ou alors de quoi?...comment il faut qu'il soit le point de repère?...Mickaël tu nous l'as dit
Mickaël: fixe
M13: fixe, donc on peut choisir ça...alors si on choisit celui-là,

Dans cet échange à trois protagonistes (le maître et deux élèves) il y a bien complétude interactionnelle dans le sens de Roulet; en effet les deux énoncés réactifs de E et de Mickaël sont évalués locutoirement par le premier locuteur, ici l'enseignant. En répétant « fixe » et en utilisant le connecteur pragmatique « donc » il montre son accord et par là-même la clôture de l'échange en tant que négociation.

Ce n'est cependant qu'un petit échange, une micro-structure à l'intérieur d'une unité plus grande ayant une intention didactique qui va servir à la dévolution (ici la définition d'un tour de pédalier permettra aux élèves de compter des tours de roue en fonction de tours de pédale).

Dans la même séance didactique, à un moment de l'interaction, SE1 ne donne pas son accord à la proposition d'un élève qui pourrait transformer l'échange verbal en échange didactique complet…si l'enseignant-médiateur le désirait ! Sa position haute (Flahaut,1978; François,1990) en tant que négociateur lui donne ce pouvoir ! Ainsi la position institutionnelle intervient fortement dans le jeu interlocutoire et permet donc de transgresser les règles de la conversation courante.

Ici SE fait donc le choix de relancer le dialogue, nous allons le voir dans l'exemple n°3:

exemple n°3:
protocole SE1,
un acte de médiation verbale qui permet la relance du mécanisme de l'échange

M4: et si elle veut pas faire tourner la roue...un tour de pédalier(E1 refait tourner le pédalier)	on a une **incomplétude interactionnelle…** Au tour précédent, un élève énonce: « si elle veut faire tourner la roue » Le deuxième acte de langage du maître va devenir

	une requête d'informations sur le tour de pédalier en tant qu'unité.
Es: brouhaha	
CHRISTOPHER: faut faire un repérage	assertion qui montre la réussite de l'acte intentionné en M4
M5: comment? (le M a vu l'élève Christopher lever le doigt et le rebaisser)	directif qui prouve que M **assume pleinement l'intention** de l'illocution de Christopher , c'est-à-dire de travailler sur le contenu « tour de pédalier »
CHRISTOPHER: moi je ferais autrement	
M6: ah alors comment tu ferais toi?	
CHRISTOPHER: (l'élève se déplace) moi je le ferais avec un bout de craie...je mettrais un trait à la craie(sur le pédalier)et après je tourne la pédale ,je tourne comme ça	Chistopher a dû s'impliquer en faisant une proposition. Le reste de la classe va pouvoir ainsi inférer, progressivement, à travers le dialogue, les intentions du M

L'enseignant va faire le choix de poursuivre son rôle de médiateur (interface entre la culture mathématique et les apprenants) dans cet échange, car il a une intention didactique bien précise: la définition du tour de pédalier.

Il va donc procéder à un ajustement illocutoire pour relancer le mécanisme conversationnel. L'assertion « un tour de pédalier » prend une valeur de requête d'informations. L'acte de langage que le médiateur avait l'intention d'accomplir en M4 va être complètement réussi ; l'intervention réactive de Christopher par un autre acte de langage, mais à valeur assertive cette fois-ci va fixer deux valeurs communicationnelles:
- premièrement le dialogue peut reprendre, il n'y a pas contestation du nouveau cadre de référence posé par la conditionnelle en M4,
- deuxièmement la poursuite de la négociation verbale se fait dans le sens voulu par le maître puisque Christopher reprend l'échange en donnant son point de vue sur le monde, ici sur le contenu invoqué d'une manière implicite par le maître c'est à dire la définition du tour de pédalier.

Un élève peut provoquer l'arrêt d'une négociation verbale

Si on analyse le petit échange enchâssé du M avec l'élève Ea, nous remarquons que l'incomplétude dans une négociation verbale en classe n'est pas toujours due au seul fait de deux interactants.

Il nous faudra donc tenir compte du nombre d'élèves dans notre unité d'échange verbal, en effet chacun tient une place non négligeable dans le dialogue qui s'instaure dans le groupe. Chaque interactant possède un potentiel cognitif et participe de ce fait à la coélaboration du sens.

exemple n°4
protocole SE1
une incomplétude due au nombre d'élèves

M1: ...alors qu'est-ce qu'on peut compter?	

Christopher: le tour de roue!	
Ea: le tour de pédalier	microéchange à trois interventions entre l'élève Ea et le M. La troisième intervention est une action accomplie par l'élève Ea
M2: qu'est-ce que t'appelles un tour de pédalier....vas-y fais voir...fais un tour (l'élève fait tourner la pédale)	on a ici une demande de justification d'hypothèse mais avec **incomplétude interactionnelle**
Eb: dans l'autre sens?	car l'échange est coupé par l'interactant Eb

Dans la classe le maître échange avec un ou plusieurs enfants, cela demande nous l'avons vu des présuppositions sur l'état cognitif spécifique à chaque protagoniste. Le médiateur doit donc inférer l'interprétation possible du discours par les élèves tout au long de l'échange didactique. Dans la classe c'est le maître qui guide mais les élèves doivent aussi faire leur travail de présupposition et de validation dans l'interaction.

Nous sommes amené pour un échange didactique interactionnellement complet à indiquer le nombre d'élèves qui intervient.

On s'aperçoit très vite que le comportement médiationnel d'un enseignant peut engendrer un grand nombre de « règles d'action et de contrôle » du discours. Nous avons vu qu'il a la possibilité de relancer ou non le mécanisme conversationnel didactique; que les échanges verbaux soient interactionnellement complets ou non d'ailleurs. De plus le nombre d'interactants peut être une gêne pour la conduite du dialogue s'il possède une intention didactique forte; or cela peut être aussi une aide s'il sait en maîtriser les détours possibles.

Pour l'analyse, nous pouvons dire que ce n'est qu'à la fin d'un échange verbal que nous pourrons inférer si la médiation est terminée; il y aura ainsi un accord « médiationnel » voulu explicitement ou implicitement par les protagonistes.

Ainsi nous ne pouvons émettre des hypothèses sur le comportement des enseignants-médiateurs qu'en tenant compte de plusieurs critères.

- La négociation verbale aboutit à un accord que nous dénommerons médiationnel
- Cet accord médiationnel est soumis à des contraintes de complétude dans l'interaction
- Un échange est simple ou complexe,
- Prise en compte du contenu qui en émerge.

Dans l'exemple qui suit même **un double accord littéral** nous montre que le discours didactique obéit souvent à un jeu, à un fonctionnement particulier dont les professionnels devraient avoir conscience.

Dans cette situation le maître MI cherche à connaître les dimensions d'une salle de classe à l'aide d'un bout de bâton considéré comme une unité de longueur.

exemple n°2
Unité Simple MI

M1: et le groupe de Sophie

```
E: 4 bouts
M2: oui 4 bouts d'accord
E: ça fait 32 cm
M3: t'es sûr?
```

Nous avons évoqué la possibilité de terminer la borne supérieure de l'unité verbale didactique par un double accord en faisant référence à Roulet (1985). A la requête de MI en M1 un élève satisfait l'acte de langage précédent sur le contenu mesure d'une grandeur de la classe avec l'assertion « 4 bouts ».

Le locuteur MI peut exprimer sa satisfaction « didactique » en énonçant **littéralement** son accord et donc la clôture de la négociation verbale « oui 4 bouts **d'accord** ». Le mot accord prend une double valeur, c'est aussi un connecteur pragmatique qui, en énonçant un accord sur la négociation verbale, réussie mais pas satisfaite en fait, à propos du contenu mesure d'une grandeur, doit inciter les apprenants à se dégager du contexte (MI a l'intention de commencer le processus d'institutionnalisation). Le locuteur MI va pourtant être surpris: l'intervention réactive M3 faisant suite à l'acte de langage « ça fait 32 cm » révèle bien un obstacle, l'unité est reconsidérée avec une unité légale le centimètre. Les locuteurs élèves rappellent ainsi au locuteur MI que d'autres négociations verbales didactiques sont nécessaires pour donner le sens visé dans la situation-problème. Nous avons donc avec cet exemple, même si un double accord littéral peut signifier la fin d'un échange verbal, des interventions d'apprenants qui mettent à jour une négociation didactique incomplète. Les interventions verbales des apprenants sont bien des actes qui les impliquent dans la situation, cette part de responsabilité fait partie du contrat didactique.

Il est toujours important pour le médiateur de connaître les représentations des élèves, même quand il pense être arrivé à une coréférenciation. Ici c'est l'interlocution provoquée par l'accord du locuteur MI qui est intéressante: son accord locutoire est interprété comme un accord didactique. Les apprenants se donnent le droit de **prolonger l'échange verbal, ils supposent leurs représentations justes car mutuellement re-connues par une évaluation positive du médiateur.**

Le mot « d'accord » devient un stimulus verbal qui incite les apprenants à « dire » leurs connaissances mathématiques. Nous avons là une possibilité de conduite médiationnelle très appréciable pour qui désire connaître le sens donné à la situation par les apprenants.

C'est la proposition tenue pour vraie par MI dans le décours de l'activité, il y a bien adaptation à la situation grâce au schème de cet enseignant.

« Une intervention réactive qui a pour fonction d'évaluer positivement une unité verbale fait facilement asserter l'apprenant sur une situation-problème ».

Ce fait d'interlocution nous renseigne fortement sur l'inconvénient d'une clôture un peu trop rapide d'une unité verbale didactique. Ne devrait-on pas laisser les apprenants initier d'autres échanges verbaux même après un accord locutoire? L'interaction verbale permet parfois une satisfaction didactique par l'intermédiaire d'actes de langage. Ce compromis didactique est dû à la spécificité de l'illocution utilisée. Un locuteur ne devrait pas oublier que la satisfaction n'est possible que **par défaut**, c'est en effet une contrainte des relations qui existent entre les actes de langage.

L'enseignant est devenu un négociateur de contenu par l'intermédiaire de l'interaction verbale avec les locuteurs-élèves, il a cependant, ne l'oublions pas, déjà une expérience de la communication verbale ordinaire. Cette expérience lui permet ainsi une connaissance à priori de la complétude interactionnelle et interactive qu'il va adapter à la production de son discours professionnel cette fois-ci.

5. LE « COMMENT » DE L'INTERACTION

Il est loin d'être connu aussi nous rapportons ici quelques conjectures dues à des linguistes pragmaticiens comme Austin (1962), Trognon (1993), Moeschler, Kerbrat-Orrechioni.

« le terme d'interaction désigne , dans la perspective de l'analyse conversationnelle, un jeu complexe d'attentes réciproques dans lequel les sujets constituent leur identité dans et par le système interpersonnel…un jeu complexe dans lequel la réalité sociale se constitue dans l'intercompréhension » .

On voit que A1 est une action sur le locuteur L2 et A2 est une action sur le locuteur L1 et ainsi de suite.

Kerbrat-Orrechioni écrit « les déterminations mutuelles se déploient à la fois sur l'axe des successivités et sur celui des simultanéités »

C'est donc la réception du message qui détermine pour partie la valeur d'action du message, et ce , à partir d'un ensemble d'hypothèses concernant l'émetteur.

Au moyen du couple (A1, A2) L1 et L2 s'influencent réciproquement ; A1 est une action sur L1 et une réaction à L1 mais également une réaction à une réaction de L1 anticipée par L2.

En première hypothèse les actions sont organisées selon une relation d'ordre en séquences structurées linéairement et ou hiérarchiquement (dans notre recherche nous avons défini des Unités Verbales Didactiques simples et des Unités Verbales Didactiques complexes)

L'interaction se définit donc , je cite Bange, comme l'accomplissement d'une « action dont le but est réalisé par la réaction du partenaire, (…) cette réaction étant elle-même une action au plein sens du terme. »

La version forte de la thèse interactionniste impose que l'émergence des cognitions s'accomplisse <u>dans le cours</u> de l'interaction, pour la version faible l'interaction étant <u>le bain</u> dont émergent les cognitions.

Le modèle peut être représenté en une séquence de trois actes de langage (F1(p1), F2(p2), F3(p3))dans laquelle le second satisfait le premier parce qu'il en réalise le contenu propositionnel, et le troisième « ratifie » en présupposant l'état des choses dû à F2(p2).

Supposons que F(p) soit complètement explicite : la force (F) de l'énonciation est pleinement exprimée par des traits non ambigus de l'énoncé (p), on peut dire qu'une fois la séquence entièrement accomplie :

1° l'intention de L1 aura été sue par L2 et L2 saura que L1 le sait
L'intention de L1 aura été partagée enter L1 et L2

2° L2 manifeste lui-même une intention et ainsi de suite

Tout ceci est inféré **par défaut, bien sûr**, jusqu'à plus ample informé.

L1 ne serait d'ailleurs guère plus avancé s'il interrogeait L2, car en cas de réponse positive, il ne pourrait plus savoir si L2 veut dissiper sa crainte ou si au deuxième temps de l'interaction L2 avait vraiment l'intention de satisfaire l'intention au premier tour.

Si par contre au deuxième tour l'état des choses de F2 (p2) ne correspond pas à l'intentionnalité de L1,trois cas peuvent se présenter :

- L1 assume à son tour le schéma qui lui a été prêté par son interlocuteur et le discours se déroule comme si L1 avait cet intention
- L1 souligne sa divergence
- L1 reformule

La structure d'évaluation F1(p1), F2(p2), F3(p3) peut fonctionner comme un mécanisme de correction mais si ce n'est pas le cas l'interprétation de L2 aura été partagée entre les interactants et sera devenue savoir mutuel.

L1 ne peut pas prouver que son interlocuteur l'a compris lorsque le deuxième mouvement correspond au contenu propositionnel et à la force illocutoire mais il peut réfuter cette idée lorsque le deuxième mouvement n'y correspond pas. L'interaction devient le domaine par excellence de l'intercompréhension.

CONCLUSION

On peut dire que **l'intercompréhension** entre un enseignant et ses élèves se construit dans la relation logique (dans les contraintes ?) qui se tisse entre la réussite et la satisfaction des actes de langage.

Pour inférer des comportements interlocutoires d'enseignants il y a donc nécessité d'une analyse pas à pas. Les schèmes d'interaction verbale didactique sont différents selon les enseignants, cependant les traces laissées par les énoncés permettent de considérer des conduites différentes dans les phases du processus de dévolution .

Nous n'avons ouvert ici que certaines pistes de réflexion pour montrer l'importance et la dimension du travail qui reste à faire!

On le voit, l'interaction verbale n'est certainement pas à négliger pour comprendre l'élaboration pragmatique des compétences chez l'enseignant. Les nouveaux programmes demande d'ailleurs de « prendre en compte le rôle du langage dans les apprentissages mathématiques … » comme dans les autres disciplines. Tout cela nécessite cependant de connaître la théorie (ou les théories) qui sous-tend ces phénomènes linguistiques, j'ajouterais avec tout l'effort nécessaire inhérent à une formation, l'introduction d'un vocabulaire spécialisé dans cet article montre déjà la difficulté d'appropriation de certains concepts en linguistique pragmatique !

BIBLIOGRAPHIE :

AUSTIN J. (1969) *Quand dire c'est faire.* Paris. Edition du Seuil.

BAKHTINE M. (1927, trad. française 1977) *Le marxisme et la philosophie du langage, essai de la méthode sociologique et linguistique*. Paris , Minuit.

BANGE P. (1992) *Analyse conversationnelle et théorie de l'action*. Paris , Hatier

BROUSSEAU G. (1986) *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*
Recherches en didactique des mathématiques vol. 7 n°2 pp. 33-115. ., Grenoble La pensée sauvage

FLAHAUT F. (1978) *La parole intermédiaire*. Paris. Seuil

KERBRAT-ORECCHIONI C. (1990). *Les interactions verbales* T.1. Paris. Colin

KERBRAT-ORECCHIONI C. (1992). *Les interactions verbales* T.2. Paris . Colin

ROULET E. et al. (1985) *L'articulation du discours en français contemporain* Peter Lang, Berne, (deuxième édition 1987)

TROGNON A., GHIGLIONE R. (1993) *Où va la pragmatique ?* Grenoble PUG

TROGNON A., KOTULSKI (1997) *L'analyse de l'interaction en psychologie des groupes: économie interne et dynamique des phénomènes groupaux*. Connexions, 68, érès.

VERGNAUD G. (1990) *La théorie des champs conceptuels*. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10, 2/3, pp 133-170.

ZARAGOSA S. (2000) *Interactions verbales dans le processus de dévolution* (thèse, sous la direction de Gérard Vergnaud)

FORMATION DES ENSEIGNANTS EN DIDACTIQUE : QUELQUES REFLEXIONS

André Antibi
IREM de Toulouse

INTRODUCTION

Les constatations, réflexions et suggestions de cet article s'appuient essentiellement sur les éléments suivants :

- *11 entretiens avec des professeurs d'IUFM*
- *les réflexions d'une trentaine de collègues lors d'une réunion au colloque COPIRELEM de la Roche-sur-Yon (mai 2002)*
- *une étude réalisée avec Christian DENUX, Roseline MARQUES et* Roland POUGET dans le cadre de la recherche IREM-INRP à Toulouse. Lors *de cette étude, 51 enseignants de mathématiques ont répondu à une enquête [voir (5)].*
- *les réactions de professeurs et d'élèves professeurs dans des stages (IREM, CIES) ou lors de séances de formation (DEA de didactique, Diplôme d'Université de didactique, préparation au CAPES)*
- *les réactions de professeurs préparant ou ayant préparé un travail de recherche en didactique sous ma direction (DEA , Thèse).*

Aucune étude statistique précise n'a été effectuée. Cet article n'a donc pas la prétention de « prouver » tel ou tel fait.

1. QUELQUES CONSTATATIONS

1.1. Préliminaire

La didactique des mathématiques est très souvent mal connue des enseignants. Pour beaucoup elle semble réservée à quelques initiés. D'autres en ont parfois un préjugé défavorable. Enfin, le plus souvent, son utilité directe est peu visible.

Un questionnaire sur la didactique des mathématiques a été envoyé par l'IREM de Toulouse dans 50 établissements scolaires du secondaire. Nous n'avons reçu que 40 réponses d'enseignants de math, auxquelles ont été ajoutées 11 réponses d'animateurs IREM.Sans entrer dans le détail de ce questionnaire, un point me semble utile à signaler : le pourcentage élevé de collègues qui n'ont pas répondu à certaines questions.

C'est d'autant plus significatif que, compte tenu du petit nombre de professeurs qui ont répondu, l'intérêt de ceux-ci pour la didactique était vraisemblablement supérieur à la «moyenne».

A titre d'exemple, 35 % n'ont rien répondu à la question «Avez-vous eu connaissance de travaux de didactique?»

A la question "Connaissez-vous des concepts de didactique des mathématiques?", 45 % n'ont rien répondu.

Les résultats détaillés seront publiés à l'IREM de Toulouse (voir(5))

1.2. Chercheur ou enseignant : un décalage important

Une initiation à la didactique n'est pas aussi accessible qu'il n'y paraît. Je m'en suis rendu compte très souvent lors de mes exposés ou conférences, par exemple sur la dé-transposition. Je présente ce phénomène en m'appuyant sur des situations scolaires classiques, par exemple la démonstration d'une égalité, ou la méthode de démonstration à partir de la conclusion J'insiste sur le fait que ce ne sont que des exemples, et que je souhaiterais avoir un débat sur l'utilité d'un phénomène de didactique. A la fin de mon exposé, très peu de questions portent sur ce que je demande. Presque toutes concernent les exemples présentés.

Il faut être conscient de ce décalage qui provient d'une différence profonde de préoccupations. Ce n'est pas qu'une question de vocabulaire ou de clarté de l'exposé.

Remarque : un indicateur, la prise de notes
A ce sujet, lors des stages IREM que j'anime, il m'arrive parfois de faire quelques légères incursions dans le domaine de la didactique. Il y a alors dans l'assistance une rupture. En général, les collègues arrêtent de prendre des notes, même ceux qui semblent manifester de l'intérêt. Ainsi, je me retrouve souvent seul à être motivé par certaines observations méritant quelques commentaires de nature didactique.

Il y a là un exemple de phénomène de décalage motivationnel *

1.3. Commissions de programmes et didactique

A mon avis, les travaux de didactique sont rarement utilisés dans les commissions chargées d'élaborer les programmes, sauf pour le Primaire. Il semble d'ailleurs que, plus le niveau est élevé, moins on tient compte des recherches en didactique. Cela me semble évidemment très regrettable pour le système éducatif en général, et plus particulièrement pour les élèves. Il ne suffit pas d'avoir un «bon» niveau scientifique pour concevoir des programmes.

1.4. Les élèves-professeurs

A l'IUFM, un enseignement de didactique est dispensé aux élèves-professeurs. Compte tenu de l'horaire réduit consacré à cette discipline, les concepts enseignés sont rarement utilisés dans les classes. Le jeune enseignant est confronté à des problèmes plus immédiats : programme à terminer, motivation des élèves, indiscipline, et, parfois même, des problèmes de violence. En plus, dans le Secondaire, l'Inspection n'encourage pas toujours les références didactiques…..

** Notion que j'ai présentée au colloque APMEP de Gérardmer(2000)*

Comme on peut le voir, la situation mérite vraiment d'être améliorée. Je suis convaincu que la connaissance de concepts de didactique, et leur utilisation, peuvent aider de nombreux professeurs à enseigner, et surtout à mieux analyser les situations de classe et les réactions des élèves.

2. 2. LA DÉ-TRANSPOSITION DIDACTIQUE

Nous allons voir dans ce paragraphe comment l'utilisation d'un phénomène de didactique peut permettre de mieux comprendre certaines réactions d'élèves. Nous avons choisi le phénomène de dé-transposition, mais ce n'est qu'un exemple. Dans la situation qui sera proposée, le phénomène de contrat didactique interviendra également. (Brousseau (6)).

2-1. Notion de transposition scolaire

Pour introduire la notion de dé-transposition, il est utile d'introduire préalablement la notion de **transposition scolaire**.*

Le Savoir Savant, constitué par les propriétés et les notions découvertes par les chercheurs en mathématiques, n'est pas enseigné, en général, sous sa forme initiale. Il subit une transformation appelée transposition (Yves Chevallard (7)).

Il me semble utile de préciser une partie de cette transformation. Considérons, par exemple, les programmes de l'Enseignement Primaire et Secondaire. Une fois fixées l'ensemble des connaissances devant figurer aux programmes de toutes ces classes, il convient ensuite de les répartir par niveaux. Ainsi, une même notion pourra être introduite au Primaire, approfondie une première fois au collège, puis de nouveau reprise et précisée dans les classes suivantes…

Ainsi, on conçoit qu'à chaque étape la notion est présentée sous une forme non définitive. Je dirai alors qu'il y a une **transposition scolaire** entre la notion la plus élaborée du programme (elle-même ayant déjà subi une transposition par rapport au Savoir Savant) et la notion enseignée à un niveau donné.

2-2. Notion de dé-transposition

Une transposition scolaire conduit souvent à une simplification, et parfois à une « déformation » de la notion présentée. L'élève peut alors conserver des idées imprécises, et parfois incorrectes de la notion. Si, dans la suite de ses études, il rencontre de nouveau cette notion, ces idées peuvent alors constituer un obstacle. Il convient alors de **dé-transposer**, c.à.d. d'aider l'élève à rectifier ses réflexes, ses représentations.

** appelée également transposition interne (voir (4))*

Un exemple

En classe de 6° on peut énoncer la propriété suivante :

« a et b étant deux entiers naturels, si $a^2 = b^2$, alors a = b ».

En classe de $5^{ème}$ sont introduits les nombres négatifs. La propriété précédente,

« si $a^2 = b^2$, alors a = b »,

n'est plus vraie dans ce cas.

Mais certains élèves conservent l'ancien réflexe. Il ne suffit pas d'énoncer la nouvelle propriété rigoureusement,

« si $a^2 = b^2$, alors a = b ou a = - b »

pour que l'élève oublie du jour au lendemain ses anciens réflexes. Il faut **dé-transposer**, c'est à dire aider l'élève à rectifier.

Les exemples de ce type sont très nombreux [voir ANTIBI-BROUSSEAU (3) et (4)]

2-3. Analyse d'une situation

La situation présentée ici a été observée par Roland POUGET, Professeur à l'IUFM de Toulouse, lors d'une visite de PLC2.

Le contexte

L'élève professeur fait un cours sur l'étude du signe du binôme du 1^{er} degré, puis sur l'utilisation d'un tableau de signes pour en déduire le signe d'un produit de deux binômes du 1^{er} degré. Il propose l'exercice suivant :

1) Montrer que $-2x^2 + 7x - 3 = (2x-1)(3-x)$

2) Résoudre dans R : $-2x^2 + 7x-3 < 0$

Réaction des élèves

La première question est résolue par la quasi-totalité des élèves, mais, à la grande surprise de l'enseignant, la deuxième question pose problème à la grande majorité d'entre eux.

Des élèves produisent des écriture du type :

$-2x^2 + 7x-3 < 0$

$-2x^2 + 7x < 3$

$x(-2x + 7) < 3$

Certains s'arrêtent là, et d'autres continuent par

$x < 3$ ou $-2x + 7 < 3$

ou encore : $x < \dfrac{3}{(-2x + 7)}$

Lorsque l'enseignant essaie de convaincre les élèves d'utiliser le tableau de signes pour répondre à la question, certains interviendront en disant :

« mais Monsieur, on ne faisait pas comme ça l'an dernier ! ».

Une analyse possible de cette situation

Elle dépend, bien sûr, des connaissances préalables des élèves.

Un point commun à tous les élèves de cette classe de seconde : tous ont étudié en 3ème des équations et des inéquations du premier degré. Dans ce contexte, ils ont retenu le « point méthode » suivant :

« On met les x d'un coté, les termes sans x de l'autre ».

Ce « point méthode », utile dans le cas des inéquations du 1er degré, ne l'est plus pour les inéquations du second degré. Il convient donc de dé-transposer lorsque l'on propose à l'élève des inéquations du second degré. Une telle dé-transposition n'avait pas été réalisée ; d'où la maladresse commise par une majorité d'élèves au départ.

Peut-on dire que le phénomène de contrat didactique aurait dû inciter les élèves à utiliser la première question ?

Ici, la réponse est moins simple. En effet, il convient de considérer deux cas :

1er cas : *les élèves ont l'habitude des problèmes à questions enchaînées.*

Dans ce cas, le phénomène de contrat didactique doit inciter les élèves à utiliser la première question. S'ils ne l'ont pas fait, on peut dire, d'une certaine manière, que le phénomène de dé-transposition « l'a emporté » sur celui de contrat didactique.

2eme cas : *Les élèves n'ont pas l'habitude des problèmes à questions enchaînées .*

Il n'y a alors aucune raison de faire intervenir le phénomène de contrat didactique, comme ci-dessus.

Remarques

- *Quelques élèves ont écrit « $x < 3$ ou $-2x + 7 < 3$ ».*
  Ils ont vraisemblablement étendu, par pure analogie, la propriété :
  « $ab = 0$ équivaut à $a = 0$ ou $b = 0$ ».

Contrairement à la maladresse analysée ci-dessus, de la première étape, je ne pense pas qu'ici une phase de dé-transposition soit nécessaire pour l'ensemble des élèves.

- *Les « points méthodes », utiles à un niveau donné, nécessitent souvent une dé-transposition ultérieure. En effet, ils sont précisément destinés à faire acquérir des réflexes, bien enracinés. S'ils ne s'appliquent plus dans des situations plus générales, l'élève est confronté à un obstacle ; on en connaît la cause, et on peut donc plus facilement aider l'élève à surmonter un tel obstacle.*

3. LA CONSTANTE MACABRE

3-1. De quoi s'agit-il ?

Lorsque nous élaborons un sujet de contrôle, nous faisons presque toujours en sorte qu'un certain pourcentage d'élèves soit en situation d'échec. Un tel comportement, souvent inconscient, est dicté implicitement par la société. Les enseignants jouent ainsi le rôle de « sélectionneurs malgré eux ». [voir (1) et (2)]

Remarques

. Certains, se référant à la courbe de Gauss, pensent parfois que cette situation est naturelle. Il n'en est rien ; en effet, Gauss n'a nullement dit que la moyenne devait être égale à 10 sur 20 (souvent d'ailleurs, elle est inférieure à 10).

. Certains également pensent que pour faire progresser nos élèves, nous devons leur proposer des exercices présentant quelques difficultés. C'est aussi mon avis, bien sûr, lorsque l'élève est en situation d'apprentissage. Mais il convient de bien différencier la phase d'apprentissage et la phase d'évaluation.

3-2 Une situation

Parmi les étudiants dont j'encadre les recherches en didactique des mathématiques, certains sont eux-mêmes enseignants. Pour tester et analyser des réactions d'élèves, nous élaborons des tests dont l'objectif est de repérer certains comportements. Il ne s'agit nullement dans ce cas de mettre une note, et encore moins de se soumettre à la « constante macabre ».

J'ai souvent pu constater à quel point les habitudes professionnelles de certains collègues les conduisent à élaborer leurs fiches d'expérimentation comme des textes de contrôle, même si l'objectif n'est certainement pas de mettre une note. Par suite, ils laissent parfois de côté le but de la recherche. Je pourrais faire état de plusieurs anecdotes surprenantes pour illustrer ceci.

En voici une qui me semble vraiment significative.

Le thème de recherche d'un enseignant était la symétrie axiale à l'école primaire.

Sur papier quadrillé, A étant situé à un nœud du quadrillage, on souhaitait analyser les réactions des élèves dans les deux cas suivants.

1^er^ cas
La droite *d* est l'une des lignes du quadrillage.

2^ème^ cas
La droite *d* est une « diagonale » du quadrillage.

Mon collègue m'a communiqué les conclusions de son expérimentation : selon lui, les résultats étaient analogues dans les deux cas.

Ceci nous a évidemment surpris, car le premier cas nous semblait plus simple. Très intrigué, je consulte les fiches des élèves. Je constate alors que, dans le deuxième cas, le point A est placé à 2 cm environ de la droite *d* alors que dans le premier cas, il est bien plus éloigné, à une dizaine de centimètres de la droite *d.* Compte-tenu de cet éloignement, certains élèves s'étaient vraisemblablement trompés dans le décompte des carreaux !

Je demande à mon collègue pourquoi le point était bien plus éloigné dans ce cas que dans l'autre, il m'a alors répondu :

« Si je l'avais placé à 2 ou 3 carreaux, cela aurait été trop facile ! ».

Une telle attitude peut être expliquée par le phénomène de la « Constante Macabre », présente même en dehors d'une situation scolaire d'évaluation classique.

Un tel comportement peut surprendre ; mais il n'est vraiment pas exceptionnel. Je l'ai observé plusieurs fois. Tout récemment, lors d'une réunion avec six collègues préparant leur mémoire pour le Diplôme d'Université de Didactique, une enseignante a eu un comportement du même type. De plus, dans ce cas, je les avais mis en garde auparavant contre de telles réactions, en présentant précisément l'anecdote ci-dessus…

Remarque : variable didactique

La détermination de variables didactiques peut permettre de prévoir certaines difficultés rencontrées par les élèves. Dans l'exemple ci-dessus concernant la symétrie axiale, la mise en évidence, à priori, de la variable didactique «distance du point à l'axe» n'aurait vraisemblablement pas évité à l'enseignant d'être victime de la «constante macabre». D'ailleurs, il est clair que, implicitement, l'enseignant avait considéré la distance du point à l'axe comme une variable didactique. En effet, en éloignant le point de l'axe, il avait conscience que ce serait moins «facile».

Il y a cependant un avantage à déterminer les variables didactiques : on peut mieux se rendre compte que, si l'étude concerne la variable «position de l'axe de symétrie», il faut modifier uniquement cette variable quand on change d'énoncé.

4. PHÉNOMÈNES DE DIDACTIQUE : LEUR UTILITÉ

4-1.Pas de systématisme

J'ai présenté dans les deux paragraphes précédents deux phénomènes de didactique : la dé-transposition et la « constante macabre ».

La question que nous abordons dans ce paragraphe est la suivante :

Le fait de repérer ces phénomènes peut-il être utile ?

Pour répondre à cette question, il convient d'éviter tout systématisme.

Il faut, bien sûr, accepter le fait que des enseignants, essayant de comprendre et d'analyser certains comportements, en trouvent eux-mêmes des explications possibles.

Mais pour d'autres collègues, le fait d'avoir pris connaissance de l'existence du phénomène peut être utile pour comprendre certaines situations.

Plusieurs témoignages d'enseignants confirment ceci.

Remarque : contrat didactique

En ce qui me concerne, je comprends mieux certaines situations d'enseignement grâce à la notion très importante de contrat didactique. Cette notion peut sembler « évidente » à certains. Je suis convaincu du contraire. Souvent d'ailleurs, des notions qui peuvent sembler évidentes sont les plus difficiles à repérer.

4-2. Résolution de l'inéquation

Reprenons l'exemple de l'inéquation proposé au paragraphe 2-3.

On a vu que certaines erreurs peuvent être analysées grâce au principe de dé-transposition. Mais il est clair que des collègues, ne connaissant pas ce phénomène, peuvent expliquer d'où proviennent vraisemblablement les erreurs.

Je pense cependant que le fait de faire appel à un phénomène clairement identifié, la dé-transposition, présente des avantages, par exemple :

- cela peut permettre de clarifier l'analyse ;
- lors d'échanges avec des collègues, le fait d'utiliser un langage commun précis facilite la communication ;
- cela peut inciter certains enseignants à chercher des causes possibles de l'erreur ; le fait de s'appuyer sur un concept bien défini ne peut alors que les aider dans leur recherche.
- le phénomène de dé-transposition ayant été repéré, l'enseignant peut s'appuyer sur des techniques possibles de gestion d'une dé-transposition pour aider l'élève à surmonter l'obstacle.

4-3 .Un second exemple :symétrie axiale

Reprenons à présent l'exemple du paragraphe3-2. sur la symétrie axiale.

Comment analyser la réaction de l'enseignant ?

Une première attitude, superficielle et bien peu constructive, consisterait à dire que le simple bon sens peut permettre de comprendre les résultats des élèves. Cette analyse sommaire ne permet évidemment pas « d'améliorer » la situation. Dire qu'il y a des personnes qui ont du bon sens et d'autres qui n'en ont pas ne sert pas à grand chose. Il convient d'affiner cette analyse bien sommaire. Je pense qu'alors le fait de s'appuyer sur le phénomène de la « constante macabre » peut aider à mieux comprendre et donc à remédier à ce type de comportement.

Remarque

L'exemple du paragraphe 3 illustre le décalage entre le comportement d'un chercheur en didactique et celui d'un enseignant. Les réflexes d'enseignant, trop présents, peuvent constituer un obstacle pour l'enseignant en situation de recherche. Lors de mes activités d'encadrement de recherche, je suis souvent confronté au problème suivant :

- un jeune chercheur ayant très peu enseigné n'a pas de « mauvais réflexes », mais il ne peut pas s'appuyer sur son expérience pour avoir des idées de recherche

- un enseignant chevronné peut utiliser son expérience, pour avoir des idées de recherche, mais il a souvent du mal à modifier ses réflexes d'enseignant.

5. QUELQUES SUGGESTIONS

5.1. Avec les élèves-professeurs

Il me semble qu'il faut surtout ne pas décevoir les élèves-professeurs. Dans ce but, le point suivant me semble important : lors de leur formation, on leur fait croire, souvent implicitement, qu'ils pourront préparer et analyser chacun de leur cours comme les séquences qu'ils doivent mettre en place à l'IUFM, avec l'aide de leur formateur. Lorsqu'ils se rendent compte que ceci n'est évidemment pas possible, par manque de temps, bien sûr, ils éprouvent alors un sentiment de déception et peuvent parfois douter de l'utilité de la didactique. Je pense donc qu'il y a un malentendu au départ.

Néanmoins, l'intérêt des préparations de séquences d'enseignement lors de leurs études ne fait pas de doute ; d'un point de vue théorique en tout cas.

Ce point me semble surtout important car on peut y remédier facilement : il suffit de bien préciser l'objectif des préparations de séquences : elles ont un rôle important de formation, mais ce ne sont pas des « recettes miracles » qui permettent de préparer chaque cours.

De manière analogue, l'étude des séries, par exemple, est formatrice ; mais le professeur de collège ne s'en sert pas directement en classe.

Un autre point important

Lors de la rédaction de leur mémoire, de nombreux élèves-professeurs ont beaucoup de mal à ré-investir des concepts de didactique qu'on leur a enseignés, et peuvent en déduire qu'ils sont complexes, ou encore qu'ils n'ont pas une grande utilité.

Il me semble qu'il faut les rassurer. Il est souvent difficile, effectivement, de ré-investir certains concepts dans un mémoire. Mais il ne faut pas, pour autant, en déduire qu'ils ne servent à rien.

5.2. En formation continue

Il me semble indispensable de prolonger en formation continue l'enseignement de la didactique à l'IUFM ; car alors, le jeune enseignant dispose d'une expérience qui doit l'aider à mieux assimiler certains concepts. Mais il est clair qu'une telle formation continue doit être reconnue par le système.

Dans la situation actuelle, on peut s'interroger sur l'efficacité d'une initiation à la didactique si, dès l'entrée dans la vie professionnelle, il n'en est plus jamais question…

5.3. Les rapports avec la communauté mathématique

Je pense que les rapports entre la communauté mathématique et les didacticiens continueront à s'améliorer.

C'est indispensable pour que chacun, dans son secteur, puisse participer efficacement au bon fonctionnement du système éducatif.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. ANTIBI «Une suggestion pour combattre la constante macabre». Bull. APMEP n° 369 (1989). Cahiers pédagogiques n° 273 (1989)

2. A. ANTIBI «La constante macabre **ou** comment a-t-on découragé des générations d'élèves», Ed. Nathan (2003), à paraître

3. A. ANTIBI et G. BROUSSEAU «La dé-transposition de connaissances scolaires», Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol 20 n° 1/200

4. A. ANTIBI et G. BROUSSEAU «Vers l'ingénierie de la dé-transposition» Les dossiers des sciences de l'éducation, Presses Universitaires du Mirail, n° 8/2002

5. A. ANTIBI, C. DENUX, R. MARQUES, R. POUGET «Les enseignants et la didactique: quelques réactions, quelques analyses de situations de classes» IREM de Toulouse (à paraître)

6. G. BROUSSEAU «Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 7/2(1986)

7. Y. CHEVALLARD «La transposition didactique» La Pensée sauvage, Grenoble (1985)

8. COMITI, J.L. MILLET «Effets de dispositifs de formation à et par la didactique sur les pratiques didactiques des professeurs stagiaires» Actes de l'Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, (Houlgate) 2000

9. G. GLAESER «Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques», Ed. La Pensée sauvage, Grenoble (1999)

PUBLIMATH : UNE BASE DE DONNÉES “EN DÉVELOPPEMENT”

Jeanne Bolon
jeanne.bolon@wanadoo.fr

QUI, QUOI, COMMENT ?

La base de données Publimath est le résultat d'une collaboration entre les instituts de recherche sur l’enseignement des mathématiques (IREM), l’association des professeurs de mathématiques de l’enseignement public (APMEP) et l'association pour la recherche en didactique des mathématiques (ARDM). La base présente un ensemble de notices sur des publications en langue française traitant de mathématiques et de leur enseignement, utilisables par des enseignants de tous niveaux (de la maternelle à l'université), des étudiants, des formateurs, des chercheurs...

En juin 2001, la base comportait environ 3400 fiches. En mai 2002, elle en a 3789.

La commission inter-IREM/APMEP Publimath est constituée de praticiens et de formateurs d’enseignants de mathématiques : Michèle Bechler (Metz), Odile Backscheider (Metz), Laurent Breitbach (Rouen), Gérard Coppin (Marseille), Pierre Ettinger (Toulouse), Thierry Giorgiutti (Brest), Régis Goiffon (Lyon), Gérard Kuntz (Strasbourg), Michel Le Berre (Brest), Jean-Louis Maltret (Marseille), Jean-Claude Marmoret (Brest), Michèle Pécal (Nice), Robert Rocher (Lyon).

Le fonctionnement de Publimath est assuré conjointement par l’association des professeurs de mathématiques de l’enseignement public (APMEP), la commission française pour l’enseignement des mathématiques (CFEM), l’association pour la recherche en didactique des mathématiques (ARDM). Un accord passé entre l’APMEP et Zentralblatt für Didactik der Mathematik (ZDM) permet d’échanger des notices bibliographiques et donc d’accélérer la constitution de la base.

Fruit d’une initiative militante, cette base de données se présente comme une œuvre collective, à laquelle tout enseignant, tout chercheur, tout formateur peuvent contribuer.

UNE COURTE VISITE DE LA BASE

Pour des raisons pratiques, la présentation du cédérom d’octobre 2001 n’a pas été possible. L’étude a été faite directement en se connectant sur un des sites de consultation (voir plus bas “Renseignements pratiques”).

Les participants présents ont trouvé les rubriques retenues intéressantes, l’accès plutôt rapide, l’ergonomie générale agréable et les pages lisibles. Ils formulent quelques remarques sur certains points.

Catégories : Il serait utile de trier les documents repérés en fonction de leur nature (par exemple manuels, cédéroms, jeux...).

Requêtes : Il semblerait que la fonction de requête soit basée sur le repérage des mots signifiants du texte qui résume le document. Cette ouverture n'est-elle pas trop large ? Ne faudrait-il pas se limiter au repérage par des mots-clefs ?

Mots-clefs : Le nombre de mots-clefs attaché à un document est souvent supérieur à 10, ce qui paraît trop élevé.

Thesaurus : La liste des mots-clefs semble avoir été constituée au fur et à mesure des suggestions des auteurs ou des analyseurs. Elle est surabondante. Ne faudrait-il pas prévoir de la limiter, en suggérant au besoin des renvois ?

Sommaires de revues : Pour accéder à un sommaire de revue, les participants n'ont pas vu d'autres moyens que de passer par un article publié dans cette revue, puis de se connecter au serveur de l'éditeur. Ne pourrait-on proposer l'accès aux sommaires dès la page d'accueil ?

CONCLUSION

Les remarques ci-dessus ne retirent pas l'intérêt que les participants ont trouvé au projet *Publimath.* Ils encouragent tous les auteurs (articles, ouvrage, cédérom etc.) et en particulier la COPIRELEM à mentionner ce qu'ils ont rédigé.

Renseignements pratiques

Responsable de la base

Michèle Bechler
Michele.Bechler@ac-nancy-metz.fr

Pour consulter la base

http://publimath.irem.univ-mrs.fr/ *ou*
http://publimath.univ-lyon1.fr/

Pour alimenter la base

http://publimath.irem.univ-mrs.fr/saisie.htm

Cédérom auto-exécutable sous Windows 95, 98, NT ou Millénium

La version d'octobre 2001 est disponible au prix de 7,60 Euros, frais de port inclus, auprès de l'APMEP, 26 rue Duméril, F-75013 Paris.

Communication D3

CONCEPTION, EXPÉRIMENTATION DE LOGICIELS D'ENSEIGNEMENT ET THÉORIE DIDACTIQUE.

Joël Briand
M.C.Mathématiques
IUFM d'Aquitaine
Laboratoire DAEST université Bordeaux 2

Dès 1985, les recherches en didactique des mathématiques conduites au LADIST de Bordeaux 1 puis, plus tard, au DAEST de Bordeaux 2 ont pris en compte le logiciel dans l'acte d'enseignement. Les équipes de recherche ont été amenées à concevoir, réaliser, puis faire réaliser ces logiciels.

L'objectif de cette communication est de :
Mettre en perspective, à l'aide d'un exemple, les résultats de recherches en didactique des mathématiques, les logiciels qui en émanent, et les logiciels de grande diffusion,
Mettre en évidence un exemple de « régression » lors de la mise en place de situations d'enseignement utilisant un logiciel,
Réfléchir à la place des logiciels dans une situation d'enseignement,
Etudier leur influence sur la négociation didactique,
Etudier les critères dominants qui président à la fabrication de logiciels,
Pointer l'intérêt de logiciels d'enseignement en formation des enseignants.
Evoquer brièvement les contraintes de réalisation d'un produit multi-média en France.

PRÉAMBULE : LE DIDACTICIEL: SA PLACE DANS UNE SITUATION D'ENSEIGNEMENT:

Une définition

J'ai déjà proposé une définition du terme didacticiel en le rapprochant de celui de situation :
« Un didacticiel est un logiciel dont le déroulement du (d'un) scénario qui y est proposé contribue à établir un ensemble de rapports explicites et/ou implicites entre un élève ou un groupe d'élève(s), un certain milieu (comprenant le logiciel et son scénario) et un système éducatif (le professeur) aux fins de leur faire approprier un savoir constitué ou en voie de constitution ». En général, le didacticiel est souvent plongé dans une situation d'enseignement plus complexe, sauf s'il fonctionne comme un tutoriel dans une relation duelle, élève-ordinateur. Une première remarque : dès qu'il est utilisé dans une classe, le

29ème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres.
pages 125 à 136

logiciel d'enseignement n'est pas, à lui seul, la situation didactique du moment. Il concourt à l'organisation et à la caractérisation de cette situation, mais il en est seulement une des composantes.

La difficulté à organiser une situation et l'apport possible de logiciels

Une situation didactique conduit le professeur à prendre de nombreuses décisions, à en voir les conséquences, à prévoir les effets de certaines de ses décisions, pour permettre l'adaptation aux élèves. Elle doit autoriser diverses stratégies, correspondant aux différents points de vue, pertinents ou non, que les enfants peuvent avoir sur le sujet et répondre à ces comportements par des réactions appropriées. Elle doit exiger de l'élève un projet personnel et des relations sociales variées communications débats ou négociations, etc. Ces situations qui satisfont ces conditions sont donc très complexes et difficiles à gérer. C'est pourquoi on les trouve rarement dans l'enseignement classique. De plus, à supposer que les professeurs travaillent dans ce sens, encore s'agit-il d'avoir repéré ces situations et leurs variables au regard de l'apprentissage visé. Il est bien difficile de se les approprier, de les reproduire et de les utiliser facilement en classe. Un logiciel ouvre, dans ce domaine, de grandes possibilités : la partie de ces situations complexes qui consiste à prendre en compte de nombreuses stratégies d'élèves et à leur appliquer des rétro-actions diversifiés peut, le plus souvent être confiée à un logiciel, de sorte que leur présentation aux élèves va s'en trouver considérablement simplifiée.

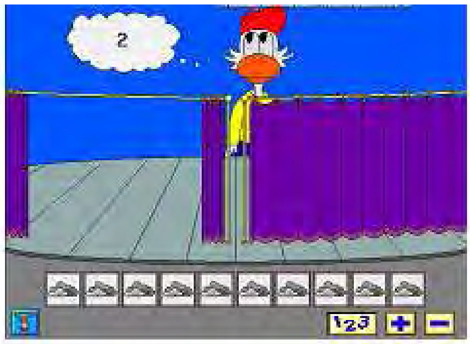
UNE ÉTUDE DE LOGICIELS AUTOUR DE LA CONSTRUCTION DES PREMIERS NOMBRES :

Type d'apprentissage :

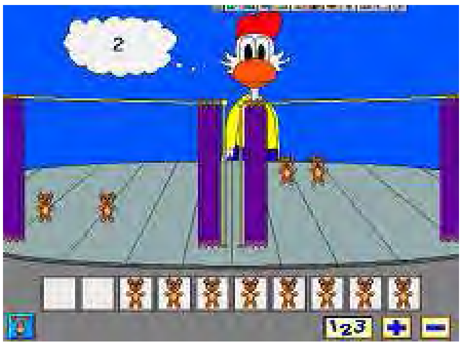
Pour cet exposé, nous nous placerons dans les conditions de fonctionnement de situations d'enseignement en milieu scolaire. (appelées situations adidactiques [Brousseau 1986]) permettant l'acquisition de savoirs dans des conditions d'apprentissage par adaptation. En référence à la théorie piagétienne, on fait l'hypothèse psychologique suivante : le sujet apprend en s'adaptant (assimilation ou adaptation) à un milieu [Brousseau, Margolinas 1999] qui est producteur de contradictions, de déséquilibres. Cette hypothèse nous conduit à construire des situations dans lesquelles le sujet peut apprendre en s'adaptant à un milieu. Dans cette perspective, le professeur est l'organisateur des activités de l'élève avec le milieu. C'est lui qui doit choisir les situations les mieux adaptées. Le milieu est alors un système antagoniste du système enseigné. [Frégona 1995]
Nous avons dit que l'outil informatique est un auxiliaire privilégié pour mettre en scène, simuler, donc pour créer un milieu propre à la construction de situation d'apprentissage. Pour autant, les logiciels diffusés actuellement prennent rarement ce parti :

Un exemple de construction des premiers nombres chez de jeunes enfants

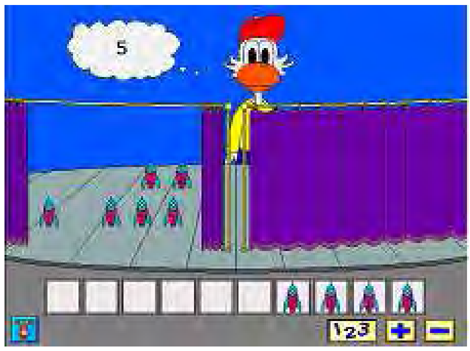
Voici un extrait d'un logiciel vendu, il y a quelques années, dans le commerce :



Jouons à combien j'ai d'objets (musique) : « salut, je m'appelle Rosalie, jouons à combien j'ai d'objets : peux-tu mettre le même nombre d'objets ?» (l'élève pose, à l'aide d'un clic de souris sur les nuages, des animaux).



Si réussite , alors : « c'est bien 2 ».



Si échec, « eh ! c'est pas pareil (rire) » ou « tu t'es trompé ». Le rideau de droite reste tiré.

Analysons le type d'apprentissage :

- La solution est dans la consigne alors que le logiciel annonce une situation d'apprentissage du nombre. Le terme apprentissage n'est donc pas utilisé dans une approche constructiviste.
- L'élève ne peut répondre juste s'il ne dispose pas du savoir « déjà là ».
- Il ne s'agit pas uniquement d'être capable de contrôler le nombre d'éléments d'une collection, mais de savoir lire une écriture experte : « 2 » en l'occurrence
- L'erreur produit des effets qui ne sont pas internes à la situation, donc des effets qui entretiennent une relation de dépendance (ici à « Rosalie »).
- La confrontation avec le milieu matériel (même virtuel) comme moyen de vérifier est conçue comme une récompense (en cas de réussite seulement)…

Tous les logiciels ne sont pas aussi caricaturaux, mais les nouvelles technologies peuvent facilement remettre en scène les méthodes d'enseignement les plus éculées.

La situation fondamentale du nombre

La situation fondamentale du nombre, c'est à dire un ensemble de situations qui produisent les nombres comme savoir, a été modélisée à partir de travaux en didactique des mathématiques [C.Meljac1970, G.Brousseau et coll.1980-90, El Bouazzaoui 1980, B.Villegas 1986] : Il s'agissait d'élaborer un milieu (même si ce terme n'était pas mis en avant à l'époque) dans lequel l'élève a à produire une collection d'objets équipotente à une collection de référence, hors la présence de cette dernière : le nombre est la solution. Cette situation évoluera durant tout le cycle 2.

Reprenons l'exemple connu d'une réalisation de la situation fondamentale en classe de grande section, donc dans le domaine des premiers nombres :

Différentes variantes : autocommunication (avec possibilité d'écrire ou non), autocommunication différée dans le temps ; communications écrite ou orale.

Dans le cas de communications, il y a un émetteur et un récepteur ; l'enseignant peut parfois être le récepteur : la gestion est plus simple, et le traitement des erreurs plus facile ; mais la prise en charge du problème par les élèves est moins importante.

On peut faire varier :

le nombre d'objets bien sûr, la taille des objets (arbres de la cour, ou gommettes…), première collection dessinée ou avec de vrais objets, objets identiques ou induisant une partition de la collection ; collection organisée en paquets (quelconques ou « égaux », de dix) ou bien en « rectangle », etc. Pour la deuxième collection : on peut avoir à choisir parmi des collections déjà préparées. Enfin, selon la nature des objets, la correspondance terme à terme lors de la vérification a-t-elle un sens ?

La question qui nous préoccupe est alors : **comment se servir de l'outil informatique pour contribuer à une utilisation plus aisée de la situation fondamentale du nombre, tout en étudiant l'effet des modifications du milieu créées par le logiciel ?**

Modélisation sur ordinateur

Reprenons le travail effectué en 1985-1992 sur les logiciels « A nous les nombres », « A nous les décimaux ». Au cours de ces années de recherche, nous avons mis au point un ensemble de six logiciels. Prenons l'exemple du deuxième logiciel qui propose un milieu proche de celui proposé dans les situations vues ci-dessus :

Une page écran constitue le tableau de bord du professeur : il pourra modifier la valeur des variables didactiques :

Les élèves, quant à eux travaillent sur une page écran qui leur est propre :

Le scénario, est en bref, le suivant : il s'agit de produire, par un clic clavier, les barques qu'il faut pour que les lapins puissent avoir chacun leur barque. Les oiseaux et les papillons sont ici des informations à écarter. Dans l'exemple, il y a 10 lapins et l'enfant vient d'appeler 7 barques. Bien sûr, la consigne ne consiste pas à dire « compte les lapins… », puisqu'il s'agit d'une méthode de résolution attendue.

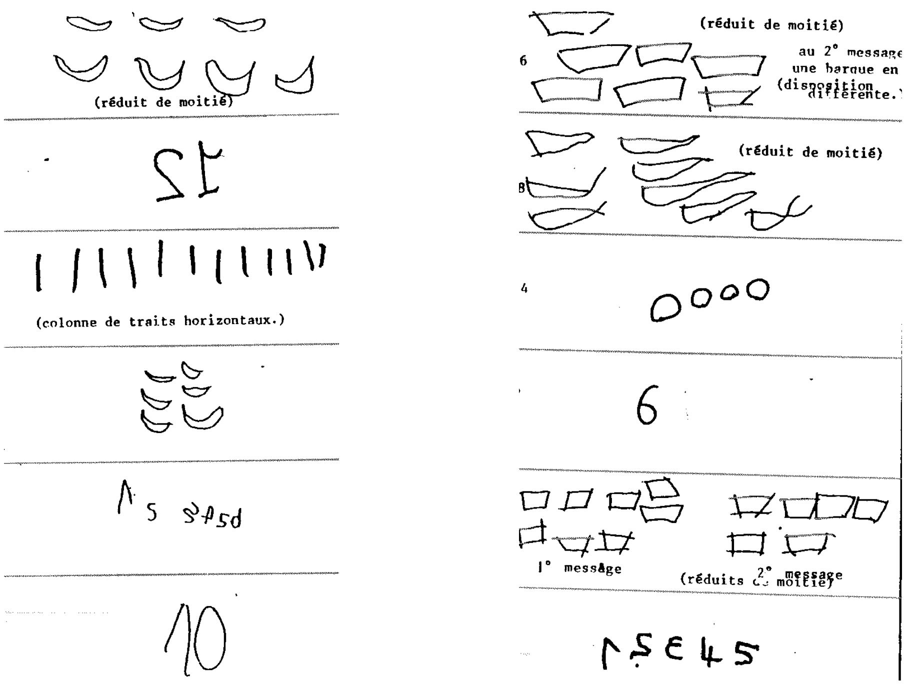
LES EFFETS POSITIFS ET LES ERREURS DE CONCEPTION

Lors de ces travaux, nous avions observé :

- un grand intérêt des enfants pour le « passage à l'ordinateur »,
- une réduction du temps didactique (mise en scène, deuxième essai facile à remettre en scène),

- mais aussi des situations de blocage séparant les élèves qui savaient « dire » les nombres, de ceux qui n'en étaient pas capables : les premières versions du logiciel n'envisageaient pas la possibilité de produire de l'écrit, et, qui plus est, un écrit évolutif, c'est à dire un écrit lui-même lieu de production du savoir. Or les travaux sur lesquels nous nous basions [Pérès 1985-88] avaient montré l'importance du travail sémiotique dans la construction du nombre. Cette option fut négligée en début de recherche : il s'agissait donc d'une régression dans la qualité de conception de la situation. Il fallait réintroduire l'écrit dans la situation utilisant l'ordinateur comme milieu objectif : cette modification de la situation nécessite une modification mineure du point de vue informatique. Elle se règle dans la classe à condition que le logiciel s'y prête. Elle est vitale du point de vue enseignement. Il a donc fallu modifier le scénario de l'utilisation du logiciel : un enfant, devant l'ordinateur, écrit à un autre, qui viendra devant la machine une fois les lapins partis. A la vue du message écrit, il appellera les barques qui conviennent. Ecrivain et lecteur constateront ensemble si la communication écrite a bien fonctionné en plaçant les lapins dans les barques :

Voici quelques réalisation issues d'un tel scénario en début de grande section : (remarque : les élèves ne dessinent pas ce qu'ils voient, mais ce qu'ils anticipent)



Les élèves retrouvent alors un milieu propice au débat (grâce à un travail réflexif sur leurs écrits), débat qui va permettre, dialectiquement, de :

- concevoir, petit à petit le nombre, en travaillant l'écrit,
- progresser vers l'écriture conventionnelle des premiers nombres

Dès lors nous pouvions à nouveau travailler, à l'aide des logiciels, en retrouvant le milieu des écritures propres à la construction des premiers nombres.

La transposition en milieu commercial :

D’autres logiciels du commerce, en faisant (allusivement) référence à nos travaux mirent ces situations en scène : prenons l’exemple d’Adibou :

les buissons, les lapins visibles puis des lapins disparaissent. Il y a donc ceux qui restent visibles et ceux qui sont cachés derrière des buissons. Les buissons sont déjà là, donc certains cachent les lapins, d’autres non. On ne peut distinguer s’ils sont habités ou non.

La consigne et l’aide sont identiques : « un pour chaque , un et un seul ».

On voit ici que, pour organiser l’activité, des variantes ont été ajoutées qui n’ont pas à voir avec l’apprentissage visé. En particulier, le contrôle des collections est brouillé. On retrouve les effets classiques de l’enseignement en ostension : on demande de compter lorsque la collection de référence est absente. Les niveaux de difficulté du jeu ne prennent pas en compte cette présence, puis cette absence de la collection de référence ! Dans ce logiciel, la complexité du niveau 3 est plus faible que celle du niveau 2. Et, bien sûr, il n’est pas question d’écrit, puisque cela suppose une organisation « autour du logiciel » dans un milieu scolaire.

Plus généralement, à cause de contraintes commerciales, les éditeurs s’adressent autant aux parents et aux enfants, qu’aux enseignants et aux élèves. D’où des approches de type jeux vidéo :

-Ecrans saturés en effets, en motifs,
-Erreur signalée,
-Standard culturels contestables (musique grave pour l’erreur, etc.),
-Niveau de jeu fantaisistes,
-Pas de scénario adaptable par l’enseignant.
-Pas d’aller~~s~~ et retour~~s~~ possible~~s~~ entre écran et d’autres milieux matériels.

RÔLES REPÉRÉS DU LOGICIEL :

Le didacticiel, élément du Processus

Les apports de la didactique ne se réduisent pas à ce qui peut se mettre dans l'ordinateur, et l'usage de l'appareil n'est qu'un moment du processus. Nous l'avons vu pour l'organisation de travaux écrits. Mais l'apprentissage se poursuit aussi entre deux passages à l'ordinateur, par exemple en :

-cherchant à comprendre la situation
-élaborant des stratégies
-débattant avec d'autres élèves des questions soulevées
-communiquant les solutions
-mémorisant certaines procédures
-faisant des exercices d'entraînements (activités qui occupent la majeure partie du temps[1]).

Le didacticiel : influe sur la négociation didactique:

C'est en prenant en compte les concepts de contrat didactique que l'on a pu montrer qu'un logiciel d'enseignement pouvait influer sur la négociation de ce contrat:

En particulier, il permet de mettre une distance entre le problème posé et l'enseignant. Or nous savons qu'un obstacle important dans une action d'enseignement est la difficulté pour l'enfant d'expliciter les connaissances indépendamment de la personne qui l'organise afin de s'approprier le problème. (cf.dévolution d'un problème). Toutefois, les premiers travaux ont montré que l'enseignant étant déchargé d'une partie de la mise en scène de la situation, avait tendance à moins bien accepter la nécessaire phase de désappointement de l'élève devant une situation proposée par l'ordinateur, ce qui peut constituer alors un obstacle à la dévolution de cette situation. [Briand 1985 "situation didactique et logiciel d'enseignement"]. L'enseignant doit être sensible à ce problème et agir en professionnel afin de ne pas perdre le bénéfice que peut apporter le logiciel.

Le didacticiel: facilite la communication, aux professeurs, de nouvelles situations didactiques:

Nous avons souvent utilisé le didacticiel, destiné d'abord aux élèves, afin de décrire les situations aux professeurs. Le fait que le didacticiel mette en scène cette situation facilite grandement le travail du formateur de professeurs.

Le professeur peut découvrir une situation comme le fera l'élève sans qu'il soit nécessaire de la décrire, de l'expliquer, de la justifier pour qu'il puisse la concevoir. Il peut à volonté examiner les effets du choix des valeurs des variables à la lumière de son expérience antérieure. Ainsi, le savoir visé s'en trouve beaucoup mieux défini et les rôles des élèves et du professeur dans son acquisition, mieux connus. On voit tous les avantages de l'utilisation de tels logiciels en formation des professeurs.

---

[1] De cette façon, un seul appareil dans une classe peut suffire pour améliorer considérablement le rapport des élèves avec le savoir, avec son apprentissage et avec son professeur.

LE DIDACTICIEL : RÉALISATION, ÉVALUATION.

Réalisation:

Les logiciels d'enseignement participent à la caractérisation des situations didactiques. Réduire la réalisation des logiciels à une négociation entre des informaticiens et des praticiens pourrait, à terme, conduire à la simple (re)-production de situations d'enseignement déjà existante. Bien sûr, il est très utile de développer des logiciels qui apporteront de façon indiscutable, des "plus" dans des pratiques connues, mais si l'on se contente de cette approche, il n'y aura pas d'évolution décisive autre que celle de la technologie même du logiciel. J'utiliserai une, comparaison avec le monde de la construction automobile : un constructeur automobile ne fonde pas la réalisation de ses futurs modèles sur une seule collaboration avec des automobilistes. D'autre part, il ne naît pas tous les jours un Monsieur Diesel, ou Dunlop, qui, de façon isolée, produit des concepts remettant profondément en cause en l'améliorant, celui de l'automobile. Un constructeur possède donc un bureau d'étude dont la fonction est de faire ce "pas de côté", de prendre le recul nécessaire qui le mettra, par exemple, en rapport avec d'autres bureaux d'études dans des secteurs a priori plus éloignés du secteur de l'automobile, d'élaborer des produits nouveaux qui ne soient pas seulement une amélioration des produits déjà existants. Le bureau d'étude n’est pas assujetti à la production immédiate, mais il rend des comptes à la production. Il n'est pas d'une rentabilité immédiate, mais les constructeurs qui ont misés sur des bureaux d'études importants ont fait avancer le concept de l'automobile.

La recherche de situations d'enseignement nouvelles, permettant de vaincre des obstacles d'apprentissages, passe de la même façon par cette cohabitation entre la production en cours et la recherche type bureau d'études.

Ainsi, les didacticiels, en ce qu'ils sont une situation d'enseignement ne devraient pas échapper à la règle. La réalisation d'un didacticiel devrait donc s'effectuer à l'intérieur d'une recherche. La conception du didacticiel resterait liée aux travaux des chercheurs en didactique, l'étude des conditions de mise en oeuvre dans la classe et l'influence sur la situation didactique étant une partie essentielle de la recherche. Bien sûr, cette démarche est coûteuse en temps, en énergie et suppose une méthodologie rigoureuse.

Evaluation:

Le didacticiel apporte une nouveauté importante: il contient, dans sa conception, une partie de la mise en scène, donc du déroulement de la leçon. Cette nouveauté a maintenu l'ambiguïté qui consiste à croire qu'il est TOUTE la situation d'enseignement. Or, comme nous l'avons dit, le didacticiel n'est pas la seule composante de la situation d'enseignement. Ainsi, vouloir évaluer le logiciel d'enseignement, en ayant comme objectif son "intérêt pour la classe" révèle une naïveté.

Pour le didacticien, il sera plus utile et pertinent d'évaluer la situation complète que le logiciel lui-même. Bien sûr, tout comme un livre, il est naturel de vouloir faire une évaluation du logiciel seul, mais cela ne saurait être suffisant. Cela conduit aussi à la question : Qui évalue un logiciel? Un didacticiel est un produit qui va circuler, dès sa naissance dans "plusieurs mains". Le concepteur, le réalisateur, le diffuseur, le grand public, les enseignants, les utilisateurs (les enfants), les parents, les décideurs du ministère.

Chacune de ces classes a son mot à dire dans l'évaluation. Il faudrait analyser de près les intérêts et les sensibilités parfois opposés de chacun de ces partenaires pour pouvoir mieux décrypter l'histoire des typologies d'évaluation des didacticiels. Nous ne le ferons pas ici. Nous donnerons seulement l'exemple de notre expérience lorsqu'il s'est agit de construire 6 logiciels pour la construction du nombre:

La seule évaluation que nous retenons, lors de nos travaux, est celle du logiciel en situation d'enseignement, C'est à dire que nous évaluons la situation d'enseignement elle-même. Sans détailler, ici, cette évaluation nous pouvons évoquer les points que nous avons constamment en vue:

-La situation est elle productrice de connaissances?
-La situation est elle un simple contrôle de connaissances ?
-Etait-ce le but?
-L'enfant s'approprie-t-il la situation pour en faire SON problème?
-L'enfant répond-il aux sollicitations parce qu'il veut faire plaisir au professeur?

Cela nous a permis de modifier profondément certaines parties des logiciels, modifications qui n'auraient pas été conduites si une équipe de chercheurs n'avait continué à évaluer la situation d'enseignement, indépendamment du logiciel lui-même.

Pour autant, je propose en annexe, une grille d'analyse de logiciels, espèce de compromis entre l'évaluation technique et l'acte pédagogique en classe.

GRILLE D'ANALYSE DES LOGICIELS

1) Aspects didactiques 1.1 Quelles sont les notions mathématiques visées ?		
1.2 Quelles sont les connaissances nécessaires pour comprendre la consigne ?		
1.3 La ou les notions visées sont-elles nécessaires pour réussir la tâche ?		
1.4 Comment l'élève sait-il qu'il a réussi ou échoué ?		
1.5 Y a-t-il des rétroactions ? Qui les construit ? (L'élève, l'enseignant, le logiciel, ...)		
1.6 Quelle est la fonction de l'aide ? (rappel des consignes, ergonomie, propositions de rétroactions,...)		
2) Aspects Pédagogiques 2.1 Clarté et modalités des consignes ? (Orales , écrites , ...)		
2.2 Quelles sont les modalités de validation ?		
2.3 Qui détermine les variables des situations ? (L'enseignant, l'élève, le logiciel,...)		
2.4 Existe-t-il des niveaux différents ? Qu'est-ce qui les différencie ?		
2.5 Plusieurs essais sont-ils possibles ?		
2.6 Existe-t-il une mémoire des essais, une évaluation globale ?		
2.7 Existe-t-il des « parasites » ? Sont-ils une variable maîtrisable de situation ?		
2.8 Adaptation à l'âge des enfants		
3) Aspects Ergonomiques 3.1 Lisibilité des icônes		
3.2 Nécessité de revenir à la notice ?		
3.3 Niveau de registre des indications données		
3.4 Ton de la voix		
3.5 Possibilité pour l'élève de se corriger en cours de réalisation ?		
3.6 Facilité de changement de jeu, de niveau		

ARTICULER LA FORMATION INITIALE ET LA FORMATION CONTINUE EN MATHÉMATIQUES DANS UN REP

Catherine Taveau
IUFM de Créteil

Résumé : Cette communication se propose de présenter un dispositif de formation mis en place sur un REP de la banlieue parisienne.. Le problème a été mettre en phase une formation continue en mathématiques (désertée par les enseignants dans le cadre du plan de formation) et une formation initiale des PE2 pour laquelle nous souhaitions une articulation théorie-pratique. Le fonctionnement des trois années de ce dispositif est décrit et analysé et souligne l'importance de la constitution d'un réseau[1], liant l'IUFM, les inspections et le rectorat.

Mots clés : formation initiale PE2, formation continue, REP(Réseau d'Education Prioritaire), ZEP (Zone d'Education Prioritaire), ateliers professionnels, analyse de pratiques

.

A. PRÉSENTATION DU DISPOSITIF

La mise en place de ce dispositif s'effectue autour de quatre évènements :

1- **La mise en place d'un nouveau plan de formation pour les PE2 à la rentrée 1999.**

Ce nouveau plan prévoyait :

192h destinées à l'enseignement des disciplines

148h destinées à la mise en place d'ateliers professionnels (cycle1-cycle2et cycle3)

100h destinées au mémoire, à la préparation de stages, à un module culturel, à des modules spécifiques (AIS, ZEP, Acteur social, TICE).

Ce plan va être mis en œuvre par des équipes de formateurs qui gérent, assez librement, ces volumes horaires avec, par exemple, 2 groupes de 30 PE2 qui constituent ce que nous appelons une Unité Pédagogique de Base (UPB). Cette UPB est coordonnée par un formateur épaulé par une équipe de professeurs d'IUFM (Philosophie, mathématiques, français, EPS, musique, biologie) et de 6 maîtres formateurs.

2- **La mise en place de deux REP sur la ville de Vitry/Seine.**

A la rentrée 1997, une analyse, avec différents indicateurs scolaires et sociologiques, est réalisée sur les collèges de la ville et à partir de celle-ci, un diagnostic va permettre de construire les objectifs principaux assignés au REP.

Pour la rentrée 1998, élaboration des contrats de REP.

[1] Voir annexe 1

Pour le REP Rabelais l'objectif n° 1 ***: Améliorer la conceptualisation des élèves à travers une discipline : les mathématiques***

- développer la pensée critique dès la maternelle
- développer les compétences méthodologiques
- améliorer, sur 3 ans, la réussite des élèves en mathématiques en particulier dans le domaine de la numération et des problèmes numériques.

L'évaluation du contrat de réussite devra se réaliser sur les points suivants:

- réduire de 5 points l'écart en mathématiques entre les résultats nationaux et les résultats locaux des évaluations nationales CE2-6ème et ceci sur 3 ans.[2]
- augmenter de 10% le nombre d'élèves ayant la moyenne en mathématiques au brevet.[3]

3- **Une affectation importante en poste définitif sur le REP de jeunes stagiaires PE2 néo-titulaires.**

Régulièrement de nombreux PE2 sont affectés à titre définitif sur les écoles dépendant de ces deux REP et, au bout d'un an d'exercice, ils souhaitent une mutation sur une autre circonscription car ils ne sont pas spécialement préparés pour enseigner dans ces établissements. De plus ils ont une représentation très négative de ce type d'écoles.

L'objectif est de stabiliser des équipes enseignantes et de leur donner des outils pour l'enseignement, spécifiquement en mathématiques.

4- **Relations professionnelles régulières entre l'IEN de Vitry et quelques PIUFM (Professeur d'IUFM).**

Une nouvelle inspectrice vient d'être nommée sur Vitry et sa particularité est d'avoir été un des piliers de l'élaboration du nouveau plan de formation des PE2 à l'IUFM. D'autre part, elle essaie de construire une équipe ressource de professeurs d'IUFM pour intervenir dans sa circonscription.

L'ensemble de ces évènements a permis de monter un projet mettant en synergie les compétences de l'IUFM et de l'équipe de circonscription pour :

1. **Améliorer les pratiques des enseignants titulaires pour l'enseignement des mathématiques.**
2. **Faire le lien entre les enseignants du 1er et 2nd degrés sur les pratiques de l'enseignement des mathématiques.**
3. **Donner du sens à l'enseignement des mathématiques aux PE2 dans les classes de ZEP.**
4. **Démystifier l'affectation des néo-titulaires en ZEP.**

---

[2] Voir annexe 2
[3] Voir annexe 3

B- MISE EN PLACE DU DISPOSITIF ET ANALYSE

Voici la présentation et le bilan des trois années de fonctionnement du projet. Pour chaque année, la formation continue et la formation initiale des PE2 sont décrites en parallèle, les commentaires, précédés de schémas, présentent les évolutions du dispositif.

Concernant la formation continue, les deux premières années suivent une structure identique : un stage d'une semaine, inter-degré, sur deux thèmes mathématiques différents. La dernière année, il ne s'agit plus que d'animations de circonscription.

En ce qui concerne la formation PE2, les ateliers professionnels structurent le dispositif pendant les trois années, sur un modèle identique en terme de contenu mathématique. L'évolution se fait surtout autour de la constitution d'un réseau entre stagiaires, professeurs des écoles titulaires, formateurs et équipe de circonscription sur un autre regard de l'enseignement en ZEP.

1999/2000 $1^{\text{ère}}$ année de fonctionnement

Stage REP

« Construction du nombre de la PS à la classe de $3^{\text{ème}}$ »
- Appuis sur les évaluations nationales
- Les participants
- Travail à partir des évaluations nationales CE2 et $6^{\text{ème}}$ et des notes du brevet des collèges

Demande de poursuivre le travail sur l'année suivante

Mise en place des ateliers professionnels

- dans des classes banales de la ZEP

- thèmes travaillés :
Résolution de problèmes
Géométrie dans l'espace
Construction du nombre

Affectation de 5 PE2 sur les écoles de la ZEP

Démystification de la ZEP

Commentaires

Le stage REP[4] a été d'une durée d'une semaine (7 demi-journées dont 2 en observations réciproques de classe primaire et collège en mathématiques) en mars 2000.

Le jour d'accueil du stage a été organisé par l'IPR de mathématiques, l'IEN de la circonscription et les principaux des deux collèges concernés. La formation en mathématiques a été assurée par moi-même.

Le groupe de stagiaires est composé de dix professeurs de mathématiques de deux collèges et quinze enseignants de l'école primaire (maternelle et élémentaire) de six écoles différentes.

Le thème abordé est « **La construction du nombre de la PS à la classe de $3^{\text{ème}}$ de collège** ».Il a été traité de **la continuité et de la rupture de** l'enseignement, des

[4] cf le compte rendu de l'atelier B6 intitulé « Des formations spécifiques initiales et continues pour enseigner en ZEP : pourquoi ? Comment ? » dans ces mêmes actes.

différentes pratiques de classes, des difficultés récurrentes des élèves (travail sur les évaluations nationales) et il a été défini les **compétences prioritaires** à développer.

Des rencontres entre enseignants de CM2 et professeurs de 6ème se sont poursuivies dans le reste de l'année.

En parallèle se sont mis en place les **ateliers professionnels pour les PE2** sur cette circonscription.

Un groupe de 24 PE2 répartis en 4 sous-groupes de 6 PE2 vont aller travailler sur le thème de la résolution de problème en mathématiques avec le PIUFM à l'IUFM (11h d'apports théoriques entrecoupées par les analyses des séances menées en classe).

Chaque groupe a construit une séquence d'enseignement de 5 séances pour une classe (maternelle ou élémentaire) dans laquelle il va mener ces séances. En plus des mathématiques, le groupe doit présenter une séance dans une autre discipline (exemple : la musique).

Les séances finies, elles sont analysées à chaud par le prestataire, ses collègues, le formateur PIUFM ou le maître formateur et le titulaire de la classe.

Afin que le titulaire participe plus longtemps à l'analyse, après la récréation, deux PE2 récupèrent les élèves de la classe pendant 20 minutes et font travailler ceux-ci autour d'activités de calcul mental (une progression a été construite au préalable pour les 5 séances aussi).

La préparation de la séance suivante est préparée l'après midi sur les conseils du PIUFM ou avec l'aide active des maîtres formateurs.
Régulièrement les séances sont filmées et des moments sont visualisés dans les cours d'apports théoriques à l'IUFM.

Les apports entre cette articulation de la formation initiale et continue de cette première année.

Tout d'abord le formateur de mathématiques va faire connaissance avec les enseignants du REP et avec leurs pratiques concernant les mathématiques (discipline qui est l'objectif n°1 du contrat de réussite). Il va essayer de gagner leur confiance pour apparaître vraiment comme personne ressource et non comme évaluateur. Les modifications de pratiques nécessitent du temps mais aussi une démarche volontariste de la part de l'enseignant en formation.

D'autre part, les PE2 vont mettre en œuvre collectivement, dans les classes banales de ce REP, des séances de mathématiques. En plus des compétences professionnelles qu'ils vont se construire en mathématiques, ils vont aussi se construire une image différente de l'enseignement en ZEP.

Un autre élément essentiel est ce que j'appelle la « formation continue sauvage ». Les interventions des PE2 dans ces classes, se font sur des thèmes choisis par les titulaires de celles-ci. Ainsi ils peuvent bénéficier d'un complément de formation sur des notions qu'ils maîtrisent souvent mal et observer des démarches préparées à l'IUFM.Ces enseignants ont souvent moins de 5 ans de métier.

Le bilan de cette première année s'est soldé par une demande volontaire de PE2 pour une affectation définitive sur cette circonscription, dans les écoles dans lesquelles ils avaient effectué leurs ateliers professionnels.

2000/2001	**2ème année de fonctionnement**

Stage REP

« Géométrie dans l'espace de la PS à la classe de 3ème »
- Poursuite de la formation en stage filé autour du thème (30heures).

-Document finalisé du travail effectué sur ce thème.
Document qui sera distribué dans les écoles et collèges et sera mis en ligne sur le site de l'Académie ac-creteil/ZEPREP.

Poursuite des ateliers professionnels

- accueil des PE2 dans les classes des « PE3 » entre autres.
- demande d'aide à la construction de progressions sur la géométrie par les titulaires des classes d'accueil.

- des stagiaires du stage REP se proposent pour accueillir les PE2 dans leur classe (mémoire professionnel ou atelier…)

Nouvelles classes pour les ateliers professionnels

Affectations de PE2 volontaires sur la ZEP

Remise en confiance des titulaires des classes car reconnaissance institutionnelle par l'IUFM.

Commentaires

Le stage REP s'est déroulé de façon identique à celui de l'année précédente, mais sur un autre thème : « **La géométrie dans l'espace de la PS à la classe de 3ème** ». La particularité de cette année est la poursuite, le soir ou le mercredi matin sur leur temps libre, de la construction de connaissances et d'objets de l'espace par les stagiaires et le formateur (accompagné de l'équipe de circonscription).

En ce qui concerne **les ateliers professionnels**, leur déroulement est identique à l'année précédente à cela près que, parmi les titulaires qui accueillaient les PE2 dans leur classe se trouvaient les PE2 de l'année précédente (ceux qui avaient bénéficié de ce dispositif de formation). L'articulation formation continue et formation initiale bat son plein.

La confiance gagne aussi les équipes d'école qui demandent au formateur de mathématiques de les aider à élaborer des progressions en mathématiques pour l'ensemble du cycle 3 de leur école.

De plus en plus de classes nous sont ouvertes sur le REP pour accueillir les PE2 dans le cadre des ateliers professionnels dont les enseignants des stages REP. Le formateur arrive aussi à mieux repérer les manques dans les compétences professionnelles des titulaires des classes et ainsi parvient à affiner, avec l'IEN, les offres des thèmes pour les animations de circonscription.

A la fin de cette année, l'IEN part en formation et la continuité du travail engagé se fait grâce à la permanence de la coordonnatrice ZEP, très investie dans le dispositif.

2001/2002 3ème année de fonctionnement

Stage de Circonscription PPAP

-Correction des évaluations CE2 avec le formateur de mathématiques

- Animations de circonscription autour des pratiques du calcul mental

Poursuite des ateliers professionnels

ET
Construction d'un module pour les PE2 « Enseigner en ZEP »

Présentation de la ZEP et du REP de Vitry

2 Conférences :
- Le langage des jeunes de banlieues
- La maltraitance

Ateliers sur :
La peur d'apprendre
EPS en ZEP
Violence et sanctions
Musique en ZEP

Accueil dans les collèges du REP

Commentaires

Pour cette troisième année de fonctionnement, les stages REP s'essoufflent et la participation des professeurs de collège n'est pas envisagée. De fait peu d'entre eux souhaitaient continuer ce travail (pris sur leur temps libre). La circonscription propose alors d'investir sur les PPAP (projet personnalisé d'aide et de progrès) suite aux évaluations nationales de CE2. Par la présence du formateur de mathématiques à la correction de ces évaluations et des apports sur les difficultés spécifiques repérées en mathématiques, les enseignants demandent une formation, sous forme d'animations pédagogiques, autour des pratiques de calcul mental. Ce qui sera fait sur deux samedis matins dans le deuxième trimestre de l'année.

Pour les PE2, les ateliers professionnels se poursuivent comme les années précédentes. On peut spécifier que ce sont ces ateliers qui arrivent en tête des points positifs de la formation à l'IUFM par les stagiaires.

Et grâce au réseau construit sur cette circonscription, cette année nous élaborons un module de formation de 18 heures, sur une semaine, intitulé « Enseigner en ZEP ». Comme il est présenté sur le schéma ci-dessus, ce module prendra du sens car directement relié aux pratiques et difficultés du REP sur lequel les PE2 vont effectuer leurs ateliers professionnels. Après avoir présenté l'histoire et la réalité du REP de Vitry, l'IEN et la coordonnatrice ZEP, ont organisé les visites des PE2 dans les collèges avec participation à des cours de professeurs volontaires et entretien avec les principaux de collège. Un retour des observations sera fait à l'IUFM.

Bilan de ce dispositif

Au bout de trois années de fonctionnement, ce qui est peu finalement, nous pouvons constater :

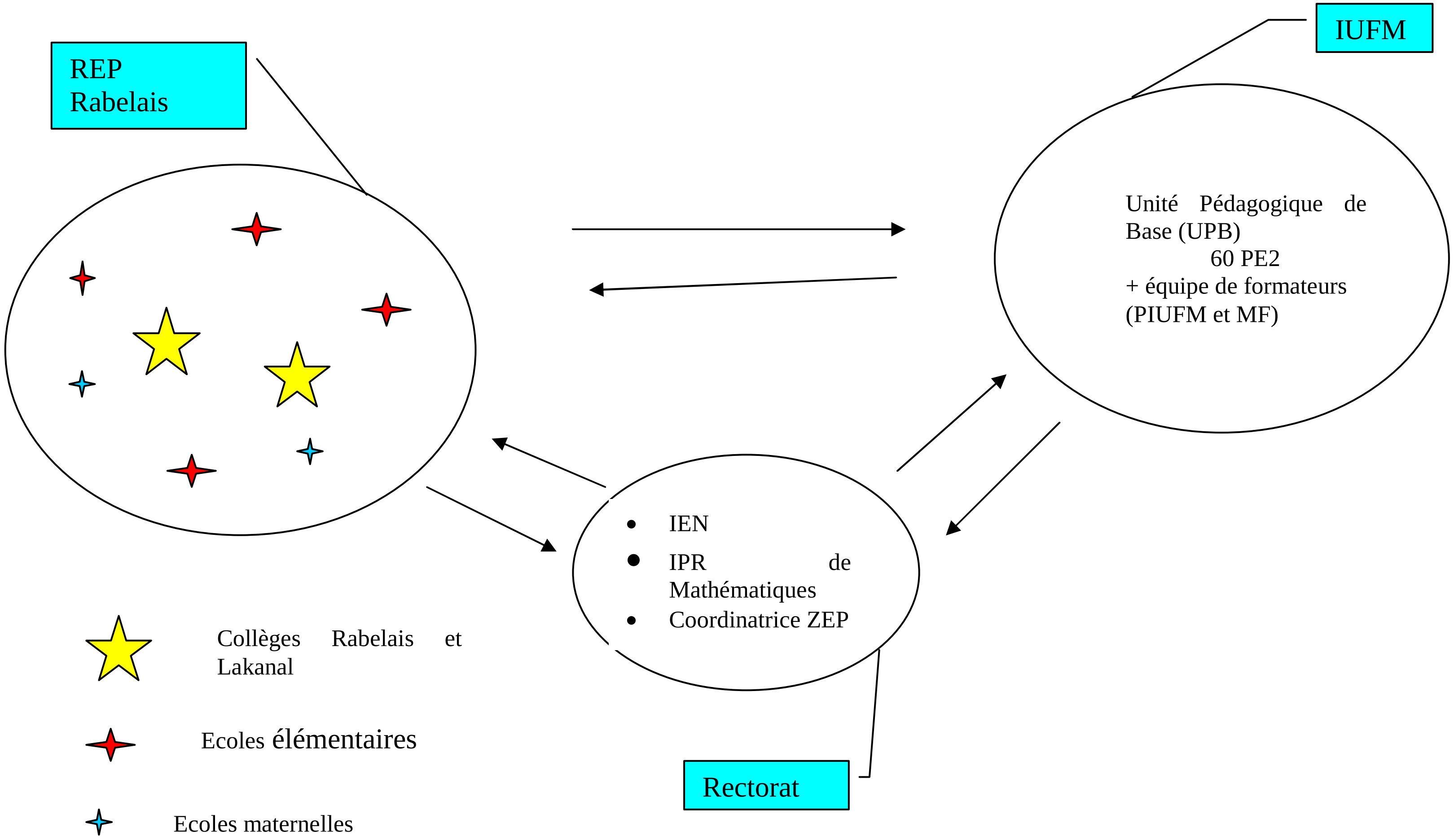
1) Une démystification, en partie, de ce qu'est l'enseignement en ZEP. Les PE2 se sentent plus préparés que d'autres et pour certains n'hésitent pas à demander une première affectation dans les écoles de Vitry.
2) Une sensibilisation à certains principes pour l'enseignement (des mathématiques en l'occurrence) : pas de négociation à la baisse dans les contenus ; c'est la démarche qui doit être différente. Ce principe peut se construire grâce aux analyses de pratiques faites pendant les ateliers professionnels.
3) Les maîtres formateurs perçoivent aussi l'enseignement en ZEP sous un autre point de vue (très peu d'écoles d'application sont en ZEP dans le département).
4) La formation initiale est relayée par la formation continue grâce aux anciens PE2 qui accueillent les nouveaux dans leur classe.
5) La formation continue, pratiquement *in situ*, prend plus de sens et répond immédiatement aux besoins repérés. Les stagiaires sont de fait plus ouverts aux discours et aux propositions faites.
6) Une stabilisation des équipes sur les écoles. Elles savent que l'IUFM les reconnaît comme potentiel ressource et est prêt à les aider dans leurs difficultés pédagogiques.
7) L'investissement des IEN dans la formation initiale, considéré comme nécessaire pour mettre en place la continuité de formation dans les stages intitulés « prise de fonction ».
8) Pour les formateurs IUFM, ce dispositif permet évidemment de créer du sens avec l'ensemble des interventions faites au sein de leurs cours.

En ce qui concerne l'amélioration des résultats en mathématiques sur le REP, on peut le constater en 6ème, mais il faut rester bien modeste car les facteurs de progrès proviennent peut être d'autres paramètres et ne sont peut être pas stabilisés.

PS : À l'heure, où est rédigé ce compte rendu, il faut savoir que l'ensemble de ce dispositif est en voie de disparition. En effet la réforme de la formation des PE2 a réduit, pour nous, de moitié les moyens affectés à l'analyse de pratiques. Dans notre équipe nous essayons de nous battre et de résister comme le village gaulois pour maintenir une part de cette pratique riche en formation. Mais avec quelle énergie !! On peut y retrouver la capacité de l'institution Education Nationale de faire table rase des expériences, sans évaluation sérieuse, et de demander de nouveau à tout enseignant, tout formateur de se réinvestir dans une réforme nouvelle. Et ceci pendant combien de temps……nous serons peut-être moins résistants que le village gaulois.

ANNEXE 1

Constitution du réseau dans le dispositif présenté



ANNEXE 2 **Résultats des évaluations nationales sur le REP**

Evaluations 6ème – Résultats des épreuves de septembre 1999

Champs standards de mathématiques	**Collège Rabelais**	**Collège Lakanal**	**Collège ZEP national**	**Score moyen national**
Numération et écriture des nombres	40,4% (-27,3)	60,3%		67,7%
Techniques opératoires	54,8% (-14,8)	64,8%		69,6%
Problèmes numériques	38,5% (-11,2)	37,7%		49,7%
Travaux géométriques et mesures	54,3% (-3,5)	48%		57,8%
Traitement de l'information	46,9% (-17,4)	52,8%		64,3%
Score Moyen global	**48,8% (-14,3)**	**54,8%**	**53,7%**	**63,1%(ZEP - 9,4)**

Evaluations 6ème – Résultats des épreuves de septembre 2000

Champs standards de mathématiques	**Collège Rabelais**	**Collège Lakanal**	**Collège ZEP national**	**Score moyen national**
Numération et écriture des nombres	59,2% (- 11,6)	58,1%		70,8%
Techniques opératoires	59% (- 11)	66,6%		70%
Problèmes numériques	33,5% (- 15)	35%		48,5%
Travaux géométriques et mesures	56,1% (- 12,7)	59,1%		67,8%
Traitement de l'information	40,5% (- 15,7)	45,2%		56,2%
Score Moyen global	**52,1% (- 12,5)**	**56,2%**	**55,6%**	**64,6%**

Evaluations 6ème – Résultats des épreuves de septembre 2001

Champs standards de mathématiques	**Collège Rabelais**	**Collège Lakanal**	**Collège ZEP national**	**Score moyen national**
Numération et écriture des nombres	49,5% (- 11,9)	55,1%		61,4%
Techniques opératoires	64,3% (- 7)	71,5%		71,3%
Problèmes numériques	47,1% (-9,3)	57,2%		56,4%
Travaux géométriques et mesures	55,5% (-7,2)	60,2%		62,7%
Traitement de l'information	56,3% (-9,7)	59,1%		66%
Score Moyen global	**58,8% (-8,1)**	**64,7%**	**58,5%**	**66,9%**

Evaluations CE2 – Résultats des épreuves de septembre 1999

Champs standards de mathématiques	**REP Rabelais**	**Résultats nationaux**
Géométrie	65,2%	71,8%
Mesures	59,7%	67,4%
Travaux numériques	56,6%	64,1%%
Problèmes numériques	49,2%	56,8%
Score Moyen global	**58,4%**	**66%**

Evaluations CE2 – Résultats des épreuves de septembre 2000

Champs standards de mathématiques	**REP Rabelais**	**Résultats nationaux**
Géométrie	62,5%	71,4%
Mesures	60%	69,6%
Travaux numériques	57,5%	65,7%
Problèmes numériques	48,4%	56,1%
Score Moyen global	**58,4%**	**67,1% (ZEP 59,1%)**

Evaluations CE2 – Résultats des épreuves de septembre 2001 (non communiquées car grève administrative des directeurs d'école)

ANNEXE 3 : **Résultats des notes obtenues au Brevet des collèges par les élèves du collège Rabelais**

Juin 1999

Notes		
[0 ;2,5[	34,8%	Dont 68% des filles et 32% des garçons
[2,5 ;5[	22,7%	
[5 ;7,5[	9,2%	
[7,5 ;10[	15,1%	
[10 ;20[	16%	

66,7% des élèves obtiennent moins de 7,5 sur 20 à l'épreuve.

Juin 2000

Notes		
[0 ;2,5[	31,3%	
[2,5 ;5[	33,3%	
[5 ;7,5[	22,4%	
[7,5 ;10[	7%	
[10 ;20[	6%	

64,6% des élèves obtiennent moins de 5 sur 20 à l'épreuve.

ARTICULATION ENTRE CALCUL RÉFLÉCHI, MANUEL, INSTRUMENTÉ AUX CYCLES II ET III

François BOULE
CNEFEI Suresnes

1. INTRODUCTION

Les nouveaux programmes font une place importante au calcul mental (« *le calcul réfléchi occupe la place principale* ») mais aussi à l'usage des calculatrices, sans toutefois le préciser explicitement ce que devrait apparaître dans les documents d'accompagnement ; les techniques écrites de calcul sont traditionnellement enseignées à l'école. L'équilibre entre ces trois composantes du calcul (mental, instrumenté, manuel) mérite d'être précisé et actualisé car il n'est certainement pas invariant dans l'histoire. De plus quelques éléments de réflexion relativement récents peuvent être versés au débat :

> a. L'expérience montre à l'évidence (BOULE, 1998) que dans la pratique des élèves de cycle III le calcul mental est le plus souvent du *calcul écrit mentalisé* (opération “posée dans la tête”), ce qui ne paraît pas souvent être la meilleure démarche possible. Ce fait révèle probablement un déficit de maîtrise du calcul mental, au moment où l'on installe les techniques écrites, lesquelles occupent dès lors une position dominante. Faut-il *retarder* l'apprentissage des techniques écrites ? Voire en abandonner quelques-unes ? Comment donner au calcul mental une consistance plus précoce, de façon que non seulement il ne s'efface pas derrière l'algorithme écrit, mais au contraire qu'il puisse contribuer à le stabiliser ?

> b. dans le cadre de l'AIS particulièrement, il apparaît que les techniques françaises de calcul (retenue en bas pour la soustraction, absence de soustractions partielles écrites pour la division) ont un coût élevé et subissent une dégradation assez rapide à l'école et plus encore au-delà : se pose la question du “coût pédagogique” de cet apprentissage (justement posé dans les nouveaux Programmes et dans le Rapport Kahane [2002]). Doit-on maintenir cet apprentissage ? Si oui, dans quel but ? Sinon avec quel risque ?

> c. Il est d'expérience courante de constater l'usage massif et peu réfléchi de la calculatrice en collège et lycée, au détriment notamment du calcul mental, alors que le calcul approché semblerait au contraire en être le complément judicieux et indispensable. Comment *régler* l'usage de la calculatrice pour qu'elle devienne un auxiliaire pertinent et non un substitut magique ? Quel type de machine est pédagogiquement préférable ? A partir de quand et comment l'introduire (EDUSCOL) ?

> d. Le *calcul approché*, sur lequel insiste légitimement le rapport Kahane, mérite une place très importante qu'il n'a toujours pas dans les pratiques pédagogiques ordinaires. Socialement, c'est le plus utile (cf Euros ⇔ francs) ; il fournit des procédures de contrôle du calcul instrumenté ; il met en jeu des conceptualisations importantes (ordre de grandeur, approximation, optimisation de calcul, DEHAENE, 1997). Toutefois, sa pratique précoce pose problème, puisqu'elle suppose une conceptualisation plus évoluée que le calcul exact.

2. PROJET DE CET ATELIER

Le propos de cet atelier est de discuter de ces différents points à la lumière de l'expérience de chacun et, sinon de répondre à toutes les questions, du moins d'envisager différents « scénarios pédagogiques » argumentés à proposer aux (futurs) enseignants et qui pourraient donner lieu, de la part des participants à l'atelier, à des éléments d 'expérimentations échangés et synthétisés dans le courant de l'année à venir (publication à envisager).

3. DÉFINITION(S) DU CALCUL MENTAL

On ne cherchera pas ici à nuancer finement calcul mental/réfléchi/pensé.

En première approximation calculer mentalement s'oppose à "poser l'opération". Plus synthétiquement, on pourrait dire qu'il s'agit de calculer sur des ***nombres*** et non pas sur des ***chiffres*** : l'opération "posée" *spatialise* le calcul, en le disposant en colonnes. On opère alors à l'aide d'un *algorithme* appris (de façon univoque) et successivement sur des *chiffres*. Les nombres (et en particulier l'ordre de grandeur) sont temporairement mis de côté ; c'est également ce qui se passe dans le calcul instrumenté. *Travailler sur des nombres* signifie que l'on fait agir des propriétés et des opérateurs numériques. *L'une des finalités du calcul mental est de renforcer la structuration de la droite numérique*. La suite numérique (comptine) n'est organisée que par la succession immédiate (opérateur [+1]) ; la numération chiffrée enrichit cette suite de rythmes (dizaines, centaines…) ; des déplacements avant/arrière par dizaine ou par centaine et la composition de ces déplacements constituent un enrichissement conceptuel de l'ensemble des nombres.

Le calcul écrit ou instrumenté est **univoque** : il répond à un algorithme (opéré à la main ou câblé dans la machine). En revanche le calcul mental, dès que l'on quitte les résultats de "bas niveau" [voir ci-dessous §6] ouvre un *espace de liberté* qui est celui des choix stratégiques. Encore faut-il que ce choix existe : l'enfant qui calcule 44–5 en décrémentant à partir de 44 sera probablement en échec pour calculer 44–37 s'il n'a pas d'autre démarche à sa disposition.

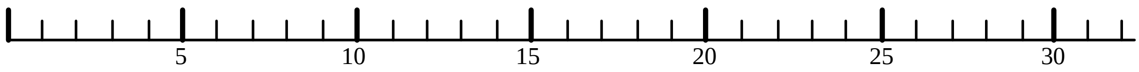
Trois remarques cependant :

a. La désignation “calcul rapide” (en usage il y a plus de quarante ans) n’est pas ici adéquate. On ne cherche pas *a priori* la rapidité d’exécution, sauf en ce qui concerne les parties de plus bas niveau (voir §6).

b. Le calcul écrit, ou même instrumenté, n’exclut pas le calcul mental : la technique française de la division, sans soustraction intermédiaire posée, fait une large place au calcul mental ; l’assimilation difficile et l’érosion rapide de cette technique provient principalement du fait que celui-ci n’a pas été assez consolidé en amont (CE1, CE2).

c. Le souvenir du traditionnel “procédé La Martinière” (exercice collectif muet avec réponse sur l’ardoise) pourrait induire l’idée que le calcul mental exclut tout écrit ou tout support. Il n’en est rien. On peut au contraire opérer selon de nombreuses variantes, notamment avec un support de référence (droite ou tableau numérique), ou l’autorisation d’écrire des résultats intermédiaires.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24



	1	2	3	4	**5**	6	7	8	9
10	11	12	13	14	**15**				
20					**25**				

L’efficacité du calcul est incompatible avec les surcharges inutiles en mémoire de travail. Lors d’une activité de calcul mental, il est donc inutile de surcharger la mémoire par un énoncé oral (qui rajoute une charge de mémorisation et de transcodage oral → chiffré), ni de se priver de supports imagés visibles, ou de laisser écrire des résultats intermédiaires.

4. DISTINCTIONS SÉMANTIQUES

Quelques termes évoqués dans la discussion (stratégie, procédure, programme, démarche, raisonnement, algorithme…) méritent d’être maintenant précisés.

Une défiance est exprimée à l’encontre du terme *stratégie*, dont l’emploi anglo-saxon est massif et quasi-exclusif. La notion de stratégie présuppose un *choix*. Lorsque l’existence du choix n’est pas assurée, il ne peut être question de stratégie. Le terme *procédure* renvoie plutôt au champ psychologique hérité de l’Intelligence Artificielle (cf Logo…). Le terme *démarche* semble le plus neutre, il renvoie en tous cas à l’activité consciente du sujet, alors qu’un algorithme représente une suite d’actions formalisée sur des objets, codés ou non ; un algorithme comporte un enchaînement fini identifiable dirigé par un but et validé par un résultat (cf. Machine de Turing). C'est le cas des calculatrices ou des techniques écrites manuelles, un déroulement "machinal" ne laissant aucune liberté ni adaptation à l'exécutant. On pourrait dire que la calculatrice met en œuvre un *algorithme* dirigé par un *programme*. Le programme est par exemple représenté par la suite des touches frappées, laquelle réalise un projet qui, fondé sur un raisonnement, prend la forme d'une procédure imaginée par le sujet.

5. A QUOI SERT LE CALCUL MENTAL ?

Il y a deux types principaux de justifications :

a. L'utilité pratique : on n'a pas toujours une calculatrice sous la main. Mais c'est bien plus souvent le **calcul approché** qui est utile. Et même si on dispose de calculatrice, il est souhaitable de pouvoir contrôler rapidement un calcul effectué par soi ou par d'autres.

b. L'utilité théorique. La construction des nombres ne précède pas le calcul. Le calcul est un élément de la conceptualisation de l'ensemble des nombres (BRISSIAUD, 2002). On peut dire que le calcul mental a pour fonction de *développer, connecter, enraciner des représentations numériques*, c'est-à-dire un réseau de relations entre les nombres.

Mais il y a des conséquences ou des retombées supplémentaires :

= l'affermissement de représentations numériques et l'habitude du calcul approché retentissent positivement sur l'efficacité du calcul écrit : en effet celui-ci comporte des phases de calcul mental (rappel des tables, opérations auxiliaires). De plus l'habitude du calcul approché fournit un bon moyen de contrôle sur le calcul écrit (calcul sur décimaux, par exemple).

= les stratégies de calcul mental sont des exercices de pensée procédurale : il s'agit d'imaginer une démarche, de planifier des actions, d'en contrôler le déroulement en mémoire de travail. Ce type d'activité logique se retrouve dans l'usage intelligent d'une machine programmable.

= l'enrichissement des opérateurs sur la droite numérique n'est pas sans analogie avec l'enrichissement de la géométrie : homothétie (pour calculer 2,1+1,7 on peut passer par 21+17, puis réduire au dixième), translation ("31–18, c'est comme 30–17"), invariances ("–19, c'est comme –20+1") etc.

Le calcul mental s'appuie sur la découverte de structures (que l'on rencontre par ailleurs en géométrie) et en renforce l'intuition et la compréhension.

6. QUE FAIRE ET COMMENT FAIRE ? (progression)

Une ébauche de proposition est distribuée, en quatre pages. Elle consiste à distinguer schématiquement les étapes suivantes :

a. Les opérations très simples (±1, ±10 pour addition/soustraction,. □10, □100… pour la multiplication). Le “bas niveau” de ces opérations est confirmé par le court délai de réponse et le taux de succès élevé pour des élèves de cycle III (cf. BOULE, thèse, 1997). L’exigence de rapidité vise à réduire le “coût cognitif” de façon à les intégrer dans des procédures complexes. C’est une préoccupation que l’on retrouve ensuite au collège dans le calcul algébrique.

b. Construction et mémorisation d’un “répertoire” arithmétique. Il s’agit de passer progressivement de résultats *reconstruits* à des résultats *rappelés* directement (par exemple, pour +10 passer de l’incrémentation de dix unités à l’ajout d’une dizaine). C’est l’entraînement fréquent qui facilite ce passage. Il est souhaitable que ce type d’exercice emprunte des formes variées, pour deux raisons : pour maintenir l’intérêt (jeux, compétitions, défis…) et parce que la variété des liaisons en mémoire consolide la mémorisation. Il s’agit par exemple des compléments à cinq et à dix, plus généralement des *tables*, du repérage du “nombre rond” le plus proche, et aussi de la reconnaissance de “nombres amis” et de la “personnalité individuelle” des nombres (décompositions additives ou multiplicatives : 48 c’est 6×8 ou 12×4, c’est proche de 50…). Plus ce répertoire est riche, plus le calcul est rapide et les stratégies nombreuses. Les jeux ou exercices associés peuvent être oraux ou écrits, individuels, par groupe ou collectifs (BOULE, 2000)

c. A partir de là s’ouvre le champ des stratégies de calcul. Dès lors, la rapidité d’exécution n’est pas recherchée prioritairement, mais plutôt la mise à jour de la variété des démarches. Ainsi 40+20 ou 12×10 ou même 23 + 99 appellent peu de variété stratégique, le résultat doit être obtenu rapidement ; en revanche 41–17 peut être envisagé selon quatre ou cinq démarches différentes.

Toutefois cette variété doit être explorée méthodiquement et sans précipitation. Pour un sujet donné, la bonne démarche est prioritairement celle qui lui est familière et qui est pour lui efficace. Il est donc préférable de réduire le coût d’une démarche plutôt que d’en proposer beaucoup de nouvelles dont le coût est *a priori* supérieur. L’explicitation d’une démarche (calculer à haute voix) est favorisante en ceci qu’elle soulage la mémoire de travail (BADDELEY, 1992), et pour autant qu’il ne s’agit pas d’une explicitation après-coup ; laquelle risque d’être une reconstruction infidèle de la démarche première.

On peut étudier la variété des stratégies sur des nombres ≤ 100, en intégrant sur des exemples bien choisis de nouvelles démarches. On exerce ainsi des propriétés fonctionnelles qui préparent l’activité algébrique.

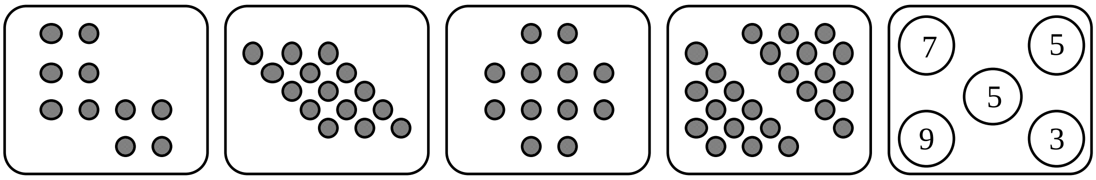
d. Le calcul approché. Il est sans doute socialement le plus utile, mais ne peut être abordé trop tôt car il suppose des compétences (arrondi, ordre de grandeur, estimation de l'erreur) qui sont longues à s'installer. Sans doute pourrait-on le conduire parallèlement à l'exercice du calcul mental dès la fin du CP, à l'aide de supports imagés (échelle numérique, jeux de cible…). Il prend tout son intérêt avec les “ grands nombres”, le calcul multiplicatif, et aussi à titre de contrôle du calcul instrumenté ; et enfin à propos du calcul sur les décimaux.

Il est souhaitable qu'une séquence de calcul mental, quel que soit le niveau d'enseignement, reproduise la progression suivante : exercices d'échauffement très faciles et rapides ; puis reprise de démarches familières sur des exemples où elles sont appropriées ; enfin problèmes plus complexes propres à faire découvrir, expliciter, confronter des démarches nouvelles.

Les instructions de 1945, notamment, préconisent le recours à des “nombres concrets” (situations-problèmes portant sur des grandeurs) par opposition aux “nombres purs”. La représentation activée par la question « 31–18 = ? » n'est en effet pas identique à l'évocation suscitée par exemple par l'énoncé « j'avais 31 billes et je viens d'en perdre 18… », qui peut déclencher des procédures opératoires spécifiques (cf. RESNICK, 1995)

7. UN EXEMPLE : les cartes « COMBIEN ? »

Une image est proposée pendant un délai bref (selon l'âge des enfants). Il faut trouver le nombre de points, ou bien le total des nombres.



Il s'agit là de « stratégie perceptive » c'est-à-dire du choix d'un mode de lecture efficace (par exemple en isolant des constellations connues et ou en faisant appel au répertoire, ou bien en associant des “nombres amis”). Si l'image n'est pas simple, plusieurs lectures sont possibles, intéressantes à comparer quant à leur efficacité. C'est déjà du calcul en œuvre.

La première phase (lecture) porte soit sur des images (constellations), soit sur des “formats” chiffrés. Ces éléments une fois repérés et encodés, la démarche est de même type que celle qui est mise en jeu dans un calcul mental, voire du calcul algébrique.

8. TABLES (MULTIPLICATION ETC.)

La question de savoir s'il faut les apprendre est, semble-t-il, tranchée depuis longtemps par l'affirmative (FISCHER, 1987). Toutefois les études psychologiques apportent quelques éclairages supplémentaires. Il convient de distinguer la *construction* de la table de son *rappel* et de son exercice (*renforcement*).

Il est connu depuis longtemps que l'enfant, sollicité, procède d'abord à une "reconstruction" de la table (revue de question dans FAYOL, 1990) et après quelques années à un rappel (direct) ; cet élément rappelé est vraisemblablement sous un "format" verbal (ex. « *six fois huit, quarante-huit* ») plutôt qu'imagé (référence à un tableau ou autre support imagé). L'asymétrie des énoncés arithmétiques mémorisés en témoigne : chacun a une préférence personnelle pour « six fois huit » ou bien « huit fois six ». Les doubles constituent un cas particulier bien connu : ils sont plus vite et mieux rappelés. Le lent passage de la *reconstruction* au *rappel* est un gain de rapidité et de sûreté. On semble convenir que les supports traditionnels (tables de multiplication) favorisent ce "format" langagier, et que la Table de Pythagore (tableau de nombres) en spatialisant des propriétés, favorise en revanche le repérage de propriétés numériques (commutativité, critères de divisibilité, etc.).

Toutefois l'utilisation du rappel entraîne des risques *d'interférence*, en particulier pour les résultats difficiles à mémoriser (facteurs ≥ 6). Si un énoncé (comme *« sept fois huit »*) voisine toujours avec les mêmes énoncés *(« sept fois sept », « sept fois neuf »*) on accroît le risque qu'ils soient rappelés l'un pour l'autre ; dans ce cas, il semble (cf. Roussel, Dijon) que le renforcement de la Table pratiqué en désordre réduise ce risque. L'apprentissage pourrait en être moins rapide, mais une rapidité d'exécution apparente masque souvent une construction défaillante. En règle générale, l'appui sur une multiplicité de représentations mentales, superficiellement moins rapide, est une meilleure garantie de stabilité et de persistance.

9. TYPOLOGIE DES CALCULATRICES

Quelle que soit la désignation publicitaire, il y a en première approximation deux types de machines non graphiques et non programmables. Elles comportent un registre de mémoire et la fonction opérateur constant.

	« calculettes »	calculatrices
Prix :	< 2¤	> 2¤
Affichage :	8 chiffres	10 chiffres ou davantage
calcul :	troncature	arrondi
syntaxe :	pas de parenthèses	parenthèses
	pas de priorité	priorités

Certaines calculatrices présentent en outre la possibilité de travailler sur des entiers (quotient et reste de division) et sur des fractions, éventuellement avec un affichage sur au moins deux lignes, ce qui est un avantage important pour vérifier l'écriture d'un «programme ».

Il est à regretter que l'on ne puisse connecter/déconnecter des touches à volonté (touches d'opération, touche √,…). On peut rêver d'un cahier des charges correspondant aux machines souhaitables en cycle II, en cycle III, au collège, mais il est peu probable que les constructeurs s'en préoccupent.

Le Principe de Réalité consiste à préférer le matériel le plus répandu, et le meilleur marché, notamment pour éviter l'opposition école/environnement, et le "syndrome L.S.E." (langage de programmation des années 70 très français et rapidement inusité), mais n'est pas sans inconvénient. Les machines les plus simples n'ont pas de parenthèses, elles ont des touches-mémoire. Elles produisent des décimaux tronqués, et pas seulement des entiers. On ne peut pas déconnecter sélectivement des touches. Il reste dès lors à définir un usage fermement réglé, pour chaque niveau.

10. EMPLOI ORDINAIRE DE LA CALCULATRICE

Les élèves témoignent généralement d'une confiance aveugle dans la calculatrice ; mais dans certaines circonstances on observe un certain rejet (élèves au passé scolaire difficile) ou bien un manque d'appétit envers la programmation ; l'expérience (travaux américains) montre en outre une corrélation négative entre l'usage précoce de la calculette et la sûreté du calcul. Tout ceci semble imputable à une représentation acquise de la calculatrice comme "machine à produire des résultats" commodément et sans apprentissage raisonné. La programmation d'une calculatrice, moins confortable que celle d'un ordinateur à cause de restriction d'affichage ou de contraintes syntaxiques, rebute.

L'idée que même une calculette simple est une machine à programmer aurait deux avantages :

> entrée très progressive dans la programmation (continuité dans l'apprentissage)

> analogie de fonctionnement de l'usage de la calculette et du calcul mental (élaboration d'un programme).

Les jeunes générations développent spontanément une capacité pour une logique floue (exploration empirique d'une technologie) assez efficace, par opposition à une entrée (classique) plus algorithmique qui irait du simple au complexe.

Comment intégrer la calculatrice dans un enseignement qui a été conçu hors d'elle ? Il est certainement nécessaire de réviser les programmes de math en fonction des outils disponibles (cf. Rapport Kahane). Ce problème est surtout évident au lycée, mais sa solution impose de se préoccuper de l'amont.

Mais alors quand débuter ? au cycle II ? au cycle III ?

Arguments contradictoires : est-il possible (souhaitable ?) de distinguer très tôt le symbolisme mathématique (17+13 = 30) et le programme de la machine (suite de touches, par exemple : 2 $\times$ = = =) ? Des réticences sont émises quant à la distinction trop précoce (CP ? CE1 ?) de ces notions ; ceci légitime une expérimentation.

11. USAGE SCOLAIRE DE LA CALCULATRICE

Les Programmes mentionnent deux directions :

> Pour résoudre des problèmes en “données brutes”. Lorsque la phase de calcul n’est pas le but principal visé par l’activité, il est souhaitable que la durée ou la difficulté de cette phase ne détourne pas du but principal. La machine est alors seulement un auxiliaire de calcul (qui suppose quand même une certaine habileté d’usage).

> Un usage “intelligent” permet d’en tirer le meilleur parti, et non de s’en remettre à une toute-puissance “magique”. Cela suppose une exploration des fonctionnalités, quelques connaissances technologiques, des procédures de contrôle externe (calcul approché, ordre de grandeur…). Cette étude méthodique est aussi mathématiquement enrichissante : propriétés fonctionnelles, écriture algébrique, optimisation d’un calcul, considérations de précision…

Mais on peut envisager aussi la machine, sans doute précocement, comme “usine à fabriquer des nombres”. Les jeunes enfants (cycle II) montrent une curiosité certaine devant la production numérique. En rendant cette fabrication plus méthodique, on peut susciter des observations, conjecturer, etc. La machine fournit rapidement et à faible coût une *matière numérique* comme objet expérimental (suite arithmétiques ou géométriques, par exemple…) qui peut engendrer de nouvelles perspectives pédagogiques à l’école, et plus encore au collège ou au lycée (cf. Rapport Kahane).

La justification d’activités complémentaires de l’usage de la machine ne sont pas à chercher dans ses seules limitations. On peut trouver des exemples qui mettent la machine en défaut (défaut de précision, mise en panne, dépassement…) mais en général, la machine répond aux attentes. En revanche la concurrence avec des procédures mentales (exactes ou approchées) peut être enrichissante. Remarquer aussi que si la calculatrice sait composer ($9 \times 5 \rightarrow 45$), elle ne sait pas décomposer ($45 \rightarrow$?). Des activités peuvent mêler utilement calcul mental et instrumenté (exemple : *parmi les décompositions en deux termes de 17, quelle est celle dont le produit des termes est maximum ? De quoi 148877 est-il le cube ?*).

12. ET LES SUPPORTS DE TYPE BOULIER ?

Ils sont en usage dans une grande partie du monde, mais pas nécessairement dès la première année d’école (Japon). Le boulier chinois (et plus encore le japonais) intègre un codage intermédiaire (boule 5) qui peut en compliquer l’accès. Les bouliers européens (rangées de dix boules) n'ont pas cette particularité. Il s'agit clairement d'un usage algorithmique concrétisé.

Ce type de matériel est de nature à étayer le calcul écrit (spatialisation en colonnes du codage), à entraîner le répertoire (décompositions autour de cinq et de dix), et la réciprocité addition/soustraction (*ajouter 7, c'est ajouter cinq et ajouter deux, ou bien ajouter dix et retrancher trois*). Il s'agit donc plutôt (en France) d'un rôle temporaire visant à concrétiser, entraîner, voire intervenir comme remédiation (pour la numération, l'addition, la soustraction).

13. PRATIQUE DE L'ALGORITHME DE LA DIVISION

Le rapport apprentissage/persévération (coût) de ces algorithmes est très élevé. L'usage social est très réduit. L'apprentissage en vaut-il la peine ?

Arguments favorables : Un apprentissage bien mené (c'est-à-dire qui ne remplace pas la compréhension par un algorithme) permet de conceptualiser la division ; il constitue une expérience "enfouie" qui rend plus facile un réapprentissage ultérieur, ou la compréhension ultérieure de structures isomorphes (comme la division des polynomes). Ce modèle de *l'expérience enfouie réactivable* trouve de nombreux exemples dans l'expérience géométrique, la résolution de problème etc.

14. FRACTIONS ET DÉCIMAUX

Question impertinente : à quoi sert-il (hors de l'école) de savoir additionner des fractions "quelconques" ? On semble pencher vers l'argument suivant : même si le coût de cet apprentissage est élevé, il ne s'agit pas seulement d'algorithme vidé de signification, mais d'une construction intellectuelle utile, même si l'utilisation pratique se limite le plus souvent aux fractions "simples" ou décimales. Mais le coût « apprentissage/usage » n'est-il pas trop élevé ? et l'érosion ultérieure probable ? La calculatrice (ordinaire) fournit un résultat sous forme décimale (éventuellement tronquée). On a une confrontation intéressante à exploiter entre l'écriture enseignée 7 : 2 = 3 + 1/2 et le résultat fourni par la calculatrice 7 : 2 = [3.5].

15. CONCLUSION

Cette discussion pourrait déboucher sur un programme de travail associé à l'une des nombreuses questions ou suggestions évoquées ci-dessus. La COPIRELEM est le lieu tout indiqué pour fédérer ces expérimentations et faire circuler les témoignages et les analyses. A chacun, participant de l'atelier ou lecteur, d'imaginer et de proposer.

Documents distribués *(disponibles sur demande à* fboule@wanadoo.fr *)*

Mode d'emploi d'une calculette, 4 pages

Progression de calcul mental (ébauche), 4 pages

Exercices / calculette (cycle II et collège), 12 pages

Problème Computix ; quelques jeux de calcul …

Bibliographie

BADDELEY, A. *La mémoire humaine*, P.U. Grenoble, 1992

BOULE, F. *Le calcul mental à l'école*, IREM de Bourgogne, revu 1998

BOULE, F. *Faites vos jeux* (supports et jeux à construire), 2000 [contact : fboule@wanadoo.fr]

BRISSIAUD, R. in BIDEAUD & LEHALLE, *Le développement des activités numériques chez l'enfant*, (Chap. 11) Hermès-Science, Lavoisier, 2002

DEHAENE, S. *La bosse des maths*, Odile Jacob, 1997

EDUSCOL *Utiliser les calculatrices en classe, cycle 2 et 3*, www.eduscol,education.gouv.fr/prog

FAYOL, M. *L'enfant et le nombre*, Delachaux et Niestlé, 1990

FISCHER, J-P. *L'automatisation des calculs élémentaires à l'école*, Revue Frse. de pédagogie, 80, 1987

KAHANE, J-P. (dir.) *L'enseignement des sciences mathématiques*, CNDP, Odile Jacob, 2002

RESNICK, Lauren B. *Inventer l'arithmétique : faire appel à l'intuition des enfants à l'école*, in Savoirs et savoir-faire, Entretiens Nathan, 1995

LES « APPRENTIS-CHERCHEURS » DE MATH.EN.JEANS

Pierre Duchet
CNRS, Paris

Jean Mainguené
IUFM des Pays de la Loire

Cet atelier, réparti sur deux séances avait pour objectifs de faire connaître les actions de type MATh.en.JEANS en primaire, et, après une mise en situation et une réflexion didactique, de discuter sur les difficultés apparentes et sur les apports que cela pouvait présenter pour la formation des maîtres.

L'OPÉRATION MATH.EN.JEANS

MATh.en.JEANS est l'acronyme de "*__M__éthode d'__A__pprentissage des __Th__éories Mathématiques __en__ Jumelant des __É__tablissement pour une __A__pproche __N__ouvelle du __S__avoir*". L'objectif est la popularisation des mathématiques vivantes en milieu scolaire et universitaire par la valorisation des résultats et surtout des méthodes de la recherche.
MATh.en.JEANS associe les élèves les plus modestes (40% des actions ont lieu en "REP") et les plus favorisés, les élèves en difficulté et les plus brillants, les filles et les garçons, du primaire à l'université (exemples du projet en Maine et Loire depuis 1997 et de l'option de DEUG A à l'Université de Marseille-Luminy, des "projets d'articulation" CM2-6ème (Nanterre, Melun)).

En mettant les jeunes en liaison avec des mathématiciens et aux prises avec d'authentiques problèmes issus de la recherche actuelle, MATh.en.JEANS inverse la tendance courante de la classe de mathématiques et assigne à l'enseignant un rôle différent.

Pour se lancer dans l'étude, il n'est plus nécessaire de posséder d'avance tous les outils et la démarche de résolution n'est plus détenue par le maître. Certitudes et réponses cèdent la place au doute, au questionnement et à la découverte. Loin d'être réservée à une élite, l'activité s'adresse à tous : c'est par la représentation, le débat critique et la communication que se forgent les connaissances et s'affirment les capacités créatrices.

Ingrédients types du "jumelage MATh.en.JEANS"

Un(e) mathématicien(ne), deux établissements (école, collège, lycée, université...) ; dans chacun, un enseignant et une vingtaine d'élèves choisissant cette activité ; un bouquet de sujets à la fois attractifs et sérieux ; une "méthode" pédagogique et un calendrier prévoyant, sur l'année, un atelier hebdomadaire (travail collectif en petit groupes de 1h30 à 2h) , 4 "séminaires" réunissant tous les participants, et une présentation "officielle" des résultats (communication en congrès + article).

L'opération MATh.en.JEANS touche actuellement plus de 60 établissements et est coordonnée par une association de bénévoles (loi 1901), l'AMeJ (voir annexe 1)

UN MOMENT DE RECHERCHE

Le problème des découpages de Bolyai (voir énoncé en annexe 1) a été exposé et une courte séance de recherche a été proposée aux participants (l'un de nous jouant le rôle du professeur, l'autre celui du chercheur).

Un groupe a plutôt cherché à obtenir un certain nombre k de carrés identiques par découpage du carré de base et montrait la possibilité d'un tel découpage lorsque k est de la forme n^2 ou $2n^2$. L'autre groupe s'est plus intéressé au cas k=3 et aussi à l'obtention d'un triangle de base $\sqrt{3}$ (cela leur paraissait en un certain sens "équivalent", grâce à des découpages intermédiaires faisant apparaître des rectangles de longueur $\sqrt{3}$).

Le premier groupe avait également observé des exemples "d'équivalence" : il revient au même de chercher à obtenir 3 carrés identiques ou un 1 rectangle trois fois plus long que large. La discussion intergroupes et avec le chercheur, ont permis de préciser ces idées d'équivalence, en aboutissant notamment au résultat suivant : la relation "on peut découper A pour former B" constitue une relation d'équivalence...

SPÉCIFICITÉ "MAINE-ET-LOIRE"

Des expériences de type MATh.en.JEANS en cycle 3 avaient déjà eu lieu à Nanterre dès 1991-92. (Voir Actes des Congrès 1992,93,94).
Depuis 1997, a lieu en Maine-et-Loire avec le soutien de l'IA et de l'IUFM une action MATh.en.JEANS dédiée aux élèves de fin de cycle 3 des écoles primaires.

1997-1998 Quatre classes de CM2 sur Angers et Saumur, jumelages centre ville – ZEP. Congrès départemental à Angers.

1998-1999 Quatre classes de CM2 sur Angers (en fait une de CM1-CM2) et Saumur, jumelages centre ville - ZEP. Congrès départemental à Angers.

2000-2001 Quatre classes aussi, jumelage de deux classes de CE2 et CE2-CM1 et d'une classe de CM2 avec une classe de 6ème. Congrès départemental à Saumur.

2001-2002 Fonctionnement d'un club math. dans une grosse école d'Angers, les problèmes sont du même type que les années antérieures. 23 élèves venus des quatre classes de CM1 et CM2. Durée : 12 jeudis après la classe (à peu près une heure). Stand au Congrès national.

Voici un exemple de planning :

Date	Activité	Chercheur	Nombre de classes ensemble
5/12/1997	présentation et choix des sujets	oui	1
12/12/1997	séminaire de choix des sujets		1
9/1/1998	travail mathématique		1
16/1/1998	travail mathématique		1
23/1/1998	séminaire sur le travail mathématique	oui	2
30/1/1998	approfondissement du travail		1
6/2/1998	approfondissement du travail		1
6/3/1998	séminaire : préparation du congrès	oui	2
13/3/1998	mise au point de la préparation du congrès		1
20/3/1998	mise au point de la préparation du congrès		1
27/3/1998	congrès	oui	toutes
17/4/1998	rédaction finale, synthèse méthodologique		1

Les objectifs et compétences en jeu ne sont pas uniquement mathématiques mais aussi transversaux.
1) en mathématiques, tout ce qui concerne la résolution de problèmes.
2) compétences transversales du cycle 3 (langue, traitement de l'information, méthodes de travail, désir de connaître et envie d'apprendre).
3) présenter un autre aspect des mathématiques et de la recherche. Les apprentissages mathématiques réalisés relèvent de l'attitude et de la démarche scientifique (décrite dans la suite de cet article) plus que des notions curriculaires ([1]).

Exemples de problèmes :

Thèmes de l'année 1997-98 (voir les productions d'élèves dans [6]) :
(1) Les couleurs de Guthrie (le problème du coloriage d'une carte de géographie avec le moins possible de couleurs : les pays frontaliers doivent être de couleurs différentes).
(2) Systèmes balançaires (Peser des nombres pour les écrire : inventer son propre système de numération en en forgeant les principes).
(3) Le cavalier d'Euler (Problème ancien du voyageur de commerce moderne : passer partout en minimisant son trajet ou passer dans le plus d'endroits possible dans un délai imparti).
(4) Des pions et des lignes (un pion suffit à surveiller les lignes (horizontales verticales ou diagonales) qui le contiennent. Combien de pions-gardiens suffisent pour surveiller toutes les lignes ?).
(5) Les tresses (Comment dénouer une tresse par addition d'une autre tresse ?).
(6) Pentaminos paveurs (Comment remplir une forme, la plus compacte possible avec des exemplaires donnés ?).
On trouvera en annexe 3 un autre exemple d'énoncé développé.

Bilan :

Succès d'estime de la part des enseignants, grand intérêt de la part des élèves mais aussi difficultés de faire comprendre la démarche à cause de l'ouverture des problèmes : peut-on poser un problème dont on ne connaît pas la solution ?

DES "SITUATIONS-RECHERCHE" ...

Selon une conception dominante et largement répandue dans les milieux éducatifs, la connaissance mathématique chez une personne donnée évolue suivant une progression graduelle.

Schématiquement, on identifie souvent trois niveaux qui peuvent, par exemple, être décrit ainsi (extrait de *Mathématiques du JIPTO* par G. Tomski, Paris 2002, `www.chez.com/jipto`):

- *Niveau initial :* on commence à comprendre la notion de mathématisation ;
- *Niveau moyen* : on acquiert un savoir mathématique qui peut aller du savoir très élémentaire jusqu'à la connaissance des théories mathématiques complexes ;
- *Niveau supérieur* : on est capable de créer du nouveau savoir mathématique.

Une telle conception doit beaucoup aux traditions et aux coutumes de formation ([2]).

---

[1] Notons toutefois que la recherche donne sens aux savoirs curriculaires naturellement investis par les enfants dans leurs activités.
[2] Ce modèle progressif se trouve conforté, en fait abusivement, par certaines théories cognitives,

En fait, comme le montrent les analyses épistémologiques et didactiques des situations existantes dans les ateliers de recherche (concept de "situation-recherche" abordé dans [2] et partiellement développé dans [5]), cette conception s'avère erronée : si elle traduit bien la réalité structurelle de l'organisation scolaire courante, elle tourne le dos à la réalité des processus d'apprentissage en mathématiques.

Nous avançons la thèse explicative suivante :

Thèse 1 : Un sujet ne peut "commencer à comprendre la mathématisation" que lorsqu'il peut créer du savoir mathématique.
Ou, sous une formulation légèrement différente :

Thèse 1' : Un sujet ne peut réellement comprendre une science qu'en la pratiquant, c'est à dire en participant lui-même à l'élaboration de connaissances scientifiques.

Nous nous contenterons ici d'éclairer ces thèses en posant quelques jalons théoriques qui permettent la conception des expérimentations de terrains et l'interprétation de leurs résultats.

Hypothèse 1 (ontologique) : Sur le plan fonctionnel (pour une approche cognitive et didactique), il n'y a pas de différence de nature entre recherche "novice" (c'est à dire sans bagage mathématique important) et recherche "experte" (i.e. supposant un haut niveau théorique et la maîtrise de technologies avancées).

Définition 1 (naïve) : On appelle *recherche mathématique*, toute activité d'un sujet, (ou plus généralement d'une institution A) qui **crée** des connaissances mathématiques pour une institution B.
Dans cette définition la notion essentielle est celle de "*création*" : ce terme indique bien sûr une nouveauté des connaissances construites [3] mais il exprime surtout que **la connaissance produite est apportée <u>par A</u>, <u>non par B</u>**.

Hypothèse 2. ("théorème d'existence") : Dans une institution éducative donnée, l'enfant , à n'importe quel niveau de connaissances initiales, peut pratiquer une recherche mathématique.
Une hypothèse plus forte, en cours de validation expérimentale, suggèrerait que la recherche mathématique (convenablement définie dans un modèle didactique précis) est présente, *de facto*, dans tout processus d'apprentissage ([4]) :

Hypothèse 3 ("conjecture de didacticité") : La *recherche mathématique*, en tant qu'activité d'un sujet étudiant des mathématiques, est <u>*constitutive*</u> du processus d'apprentissage de mathématique. (Cette hypothèse est à rapprocher de l'approche constructiviste de Vigotski).

C'est sur ces hypothèses, alors simples idées, qu'est née l'opération MATh.en.JEANS en 1989-90. Et c'est autour de motivations analogues que se montait en 1991, dans une

---

notamment par la théorie piagetienne des stades du développement.

[3] Nouvauté pour A et, éventuellement (mais pas nécessairement), pour B. Dans tous les cas c'est à l'institution B qu'il incombe d'évaluer cette "nouveauté".

[4] Le fait est que les "phases" de recherche en situation classique de classe passent le plus souvent inaperçue, non seulement parce qu'elles sont courtes, parcellaires et latentes mais surtout parce qu'elles ne sont pas institutionnalisées : elles restent généralement du domaine implicite, privé et individuel. Une preuve indirecte de ce phénomène est la nécessité de renégociation permanente du contrat de recherche entre le maître et les élèves dans les ateliers de recherche (voir notamment [8])

banlieue défavorisée de Chicago , sous l'impulsion de Léon Lederman (Prix Nobel de Physique 1982) un projet d'une folle ambition : faire *réellement pratiquer la science* par les enfants, et ceci dès l'école primaire ([5]). On trouvera en annexe 4 les principes de cette expérience de Chicago.

Pas de recherche sans objet :

L'***objet de science*** est l'hypothèse qui fonde la démarche scientifique et permet d'en rendre compte. Il s'enrichit des propriétés qu'on lui prête et est à la fois
- déjà là, donné, antérieur à son aventure scientifique
- construit, résultant de sa description scientifique.

L'objet de science est la force antagoniste à l'effort du chercheur. Il lui apparaît comme lacune de son savoir (cf. [4]) et comme instance de son ignorance.

En mathématiques, "faire de la science" suppose la rencontre par le sujet d'un "objet de science", d'un domaine de réalité problématique faisant question ([6]), devenant objet d'étude ([7]). L'exercice d'une démarche scientifique suppose que cette rencontre soit effective, directe ("concrète" pourrait-on dire), c'est à dire non médié par le professeur... C'est une telle rencontre avec un objet d'étude que nous nommons "***situation-recherche***"([8]).

Dans un sens plus théorique, le mot "*recherche*" (mathématique) apparaît maintenant comme l'activité d'un sujet *en situation-recherche*, activité qui se caractérisera essentiellement par la *transformation* de l'objet d'étude *(*devenu *objet de recherche*) en objet de connaissance soumis à l'expérience de la preuve (mathématique). Un sujet *cherche* s'il se trouve confronté à un objet d'étude sur une durée qui lui permet par une interaction directe avec cet objet, de transformer les représentations qu'il en a ([9]) et d'élaborer ainsi une connaissance.

A ce point, il importe de noter que si l'objet de recherche est lié au "Savoir" qui en permet sa présentation et sa description, il ne peut se confondre avec lui : il n'est en effet objet de recherche qu'en tant qu'il est inconnu : l'objet de recherche est "objet à savoir", non "objet de savoir".

La constitution en savoir d'une connaissance acquise par la recherche suppose donc une seconde transformation, une rupture de la recherche par l'intervention d'une *institution didactique*.

Un modèle détaillé d'un processus de recherche complet est présenté en annexe 5 ([10]): les observations expérimentales montrent, de manière frappante, que du point de vue fonctionnel, la recherche "novice" ne diffère pas de la recherche "experte".

---

[5] C'est cette expérience de Chicago, qui s'est par la suite propagée en France sous le nom de "La main à la pâte" avec l'impulsion de G. Charpak, autre Prix Nobel : voir [3].

[6] Une intéressante illustration du l'intérêt questionnement "protomathématique" de l'enfant est fourni par [7].

[7] Nous nous inscrivons ici dans la perspective chevallardienne de la didactique comme "science de l'étude ", l'enseignement ne représentant qu'une des formes possibles de l'étude, la recherche en étant une autre...

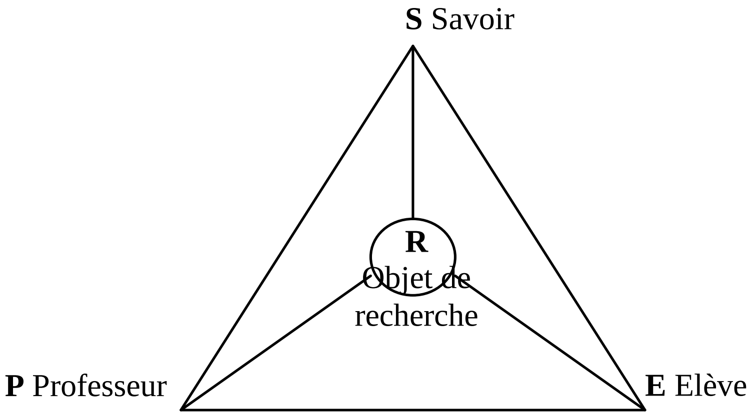
[8] Ce néologisme semble nécessaire : les notions de "situations-problèmes" (Régine Douady, cf. [1]) et de "situation de recherche" (au sens usuel) sont proches mais différentes, car elles s'inscrivent dans des théories didactiques où l'objet de science n'apparaît que comme objet de savoir et non objet d'ignorance.

[9] On pourrait préciser que cette transformation est orientée par un certain *projet d'étude* et qu'elle obéit à un certain *contrat d'étude*...

[10] La naissance de concepts dans la démarche de preuve s'appuie sur des aller-retours fréquents qui émaillent tout cheminement de recherche. Ils ont été mis en évidence par I. Lakatos [9]. Le débat critique entre groupes de recherches différents est un puissant moyen d'avancement de la recherche : on peut notamment recourir à l'ingénierie du "débat scientifique" de M. Legrand [10] qui se prête bien à une transposition aux situations-recherche.

Le tétraèdre didactique :

Au vu de ce qui précède, on conviendra que le fonctionnement des apprentissages dans une situation-recherche ne peut se comprendre que si on fait intervenir explicitement l'objet de recherche (R) comme l'un des pôles fondamentaux des relations didactiques possibles. Au *triangle didactique* traditionnel "Professeur—Élève—Savoir", il nous faut donc substituer un tétraèdre.



PISTES POUR LA FORMATION DES MAÎTRES

La discussion finale de l'atelier a beaucoup porté sur l'attitude des enseignants face aux problèmes, que ce soient des problèmes de type MATh.en.JEANS ou de simples situations-problèmes (au sens de R. Douady). Il en est ressorti que l'on constate une attitude frileuse de nombreux enseignants par rapport à des problèmes autres que ceux bien verrouillés avec une démarche et une solution uniques. Comment faire évoluer cette position, puisque les textes officiels et de nombreux travaux de didactique incitent à utiliser le problème comme un outil ? La conclusion du groupe a été d'envisager de mettre pendant le temps de formation des enseignants un moment de recherche mathématique (à leur niveau) de façon à faire évoluer – et c'est le principe d'une formation - la conception des mathématiques et des problèmes. Peut-être en faisant participer des stagiaires IUFM à des actions MATh.en.JEANS ?

Pour terminer, nous ne pouvons résister à l'envie de citer André REVUZ au chapitre mathématiques de l'Encyclopedia Universalis (reprenant en partie un thème de [13]) :

« Le problème didactique crucial vient de ce que la société donne pour mission à l'enseignant de faire connaître la science faite, alors que l'élève la perçoit comme une science à faire. Si l'enseignant - que la pression sociale par les programmes et les examens, pousse fortement dans ce sens - met trop fortement l'accent sur l'aspect "science faite", le dialogue avec l'élève est vicié dès le départ : l'enseignant imposera, contraindra, et l'esprit de l'élève au lieu de se développer librement et de prendre progressivement de la vigueur sera écrasé par la masse des acquisitions de la science faite. »

Bibliographie

[1] ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M., Problème ouvert et situation-problème, IREM de Lyon, Université Lyon I, Villeurbanne, 1991.

[2] AUDIN P., DUCHET P. (1991), La recherche à l'école : MATh.en.JEANS, *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique*. n°121, La pensée sauvage, Grenoble, 77-101.

[3] CHARPAK Georges (sous la direction de), Enfants, Chercheurs et Citoyens, Odile Jacob, Paris, 1998. 278 pp.

[4] CHEVALLARD (1995), *Éléments pour l'analyse didactique de "situations de recherche"*, conférence invitée, université d'été, "recherche mathématique et enseignement", *Marseille-Luminy*. 1994.

[5] DUCHET P. (avec la coll. de AUDIN P.), De la recherche à la formation : MATh.en.JEANS, *Actes de l'Université d'été Recherche mathématique et Formation* (Dijon, Juillet 1996), IREM de Bourgogne, 1997, 129-160.

[6] DUCHET P. et élèves des écoles primaires J.-J. Rousseau, C. Bénier (Angers), du Dolmen et J. Prévert (Saumur), Recherches à l'école primaire, *Comptes Rendus MATh.en.JEANS* n° 98-03, Site MATh.en. JEANS, 2001.
http://www.mjcandre.org/pages/amej//edition/9803prim/a98d04version1.html2001]

[7] ENZENSBERGER H.M., Le démon des maths, Seuil/Métailié, Paris, 1998.
Ecrit par un "littéraire", ce livre met en valeur le questionnement de l'enfant comme source de motivation et d'apprentissage.

[8] EYSSERIC P. et al. (1994), Le plaisir de chercher, in *Le Plaisir de chercher en mathématiques et autres textes de didactique*, IUFM de Nice. 9-84.

[9] LAKATOS I. Preuves et Réfutations (essai sur la logique de la découverte scientifique), édition française (en collaboration avec N. Balacheff, traduction de J.-M. Laborde) de Proofs and Refutations, (Cambridge University Press), Hermann, Paris 1984.

[10] LEGRAND M. (1993b) Débat scientifique en cours de mathématiques, *Repères IREM* n°10, Topiques Editions.

[11] *Actes de Congrès, Compte-Rendus MATh.en.JEANS*, sur site Internet :
`http://mathenjeans.fr.st`

[12] MITSUMA ANNO, *Jeux mathématiques*, Père Castor, Flammarion, 1992- , 139 F . (Plusieurs volumes)
Où, à partir de 3 ans, l'on peut rencontrer vraiment des "objets d'étude mathématiques" par le truchement de représentations effectives.

[13] REVUZ A. Est-il impossible d'enseigner les mathématiques ? , PUF, Paris, 1980, 150 p.

Annexe I
Carte de visite de l'association "MATh.en.JEANS" (AMeJ) en 2002.

Origines
Lancée par une action pilote en 1989-90 dans le cadre d'une reprise de l'initiative ministérielle "1000 classes-1000 chercheurs", l'opération MATh.en.JEANS s'est doté d'un statut associatif pour mieux coordonner des aides spécifiques qu'elle obtient de ses partenaires.

Rôle
L'association a permis à plus de 2500 jeunes de vivre les mathématiques avec ... plaisir et aussi à de jeunes talents de se révéler. L'association :

- coordonne les actions de terrain (les "jumelages MATh.en.JEANS" et organise un congrès annuel avec actes (520 participants à l'université d'Orsay cette année dont 400 jeunes).
- assure la promotion de sa "méthode", poursuit la réflexion théorique et l'expérimentation de terrain.
- dispense des formations nationales et académiques et réalise des projets pédagogiques spécifiques ("*Chryzode*" (1995), "*Espace*" (1996), "200*0-1-2...Jeunes en recherche*" etc.).
- fut initiatrice et partenaire des congrès satellites juniors qui se tiennent maintenant régulièrement en parallèle des Congrès Mathématiques Européens.

Distinctions
L'association a reçu le prix de la démarche scientifique (salon PÉRIF 1990) et le prix d'Alembert (SMF, 1992).

Parrainage et Partenaires
Soutenue par le CNRS, le Ministère de la recherche et des instances locales de l'Éducation Nationale, l'association est parrainée par d'éminentes personnalités du monde scientifique et éducatif et par la *Société Mathématique de France* (SMF), le *Palais de la découverte* et *l'Association des professeurs de Mathématiques de l'enseignement Public* (APMEP), au niveau académique (Ile de France) et national.
Les principaux partenaires :

- Ministère de la Recherche (aides sur projets) et DRRT ("Ateliers Scientifiques")
- Instances locales de l'Éducation Nationale : projets d'établissement, aides à l'innovation pédagogique et l'action éducative (Rectorats , notamment Créteil et Aquitaine), zones d'éducation prioritaire
- CNRS : département Sciences Physiques et Mathématiques (SPM) et Mission à l'Information Scientifique et Technique (MIST) [manifestations et actions "passion-recherche"]
- Palais de la découverte. [Animations]
- Association ANIMATH. [Formation de formateurs]
- Commission Inter-IREM "Rallyes". [Formation de formateurs].
- IREM de Lyon. [Recherche scientifique].
- Equipe Combinatoire, UMR 7090 du CNRS. Paris [Organisation, contenus scientifiques].
- Equipe "CNAM" du laboratoire Leibniz-IMAG, Grenoble. [Recherche scientifique]
- Collectivités territoriales (organisation des séminaires et des congrès)

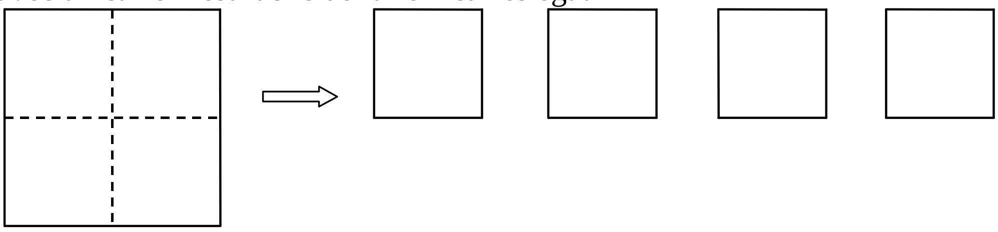
Contacts
MATh.en. JEANS 48bis rue Custine, 75018 PARIS
mathenjeans@free.fr ou le site http://mathenjeans.fr.st

Annexe II

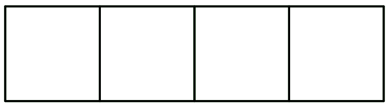
Sujet traité durant la conférence-atelier de La Roche sur Yon. Il est identique à l'un des 4 sujets proposés dans un dispositif «MATh.en.JEANS» pour le cycle 3 en Maine et Loire en 2001-2002.

Les découpages de Bolyai [1]

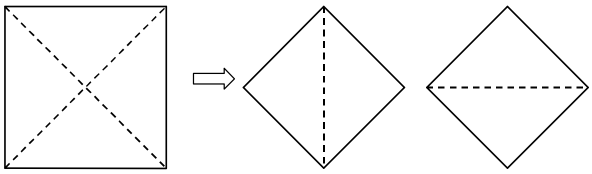
Que peut on fabriquer par découpage ?
On ne veut pas de pertes : tous les morceaux découpés dans une forme doivent être utilisés pour réaliser une ou plusieurs autres formes :
Exemple : avec un carré il est facile de faire 4 carrés égaux



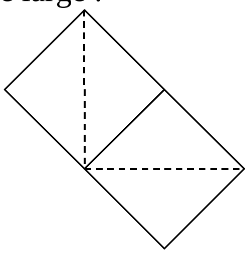
ou un rectangle deux fois plus long que large :



On peut même obtenir 2 carrés de même taille !



ou un rectangle deux fois plus long que large :



1) Que peut-on faire en découpant un carré ?
   - Peut-on faire 3 carrés égaux et un rectangle 3 fois plus long que large ? 5 carrés ? 6 carrés ? un triangle ?
   - transformer un carré en triangle. Essayer d'obtenir le plus de formes différentes possibles pour le triangle final.
   - Peut on faire un pentagone avec un carré ? Un hexagone ? ...

2) Peut-on faire un carré avec un rectangle (la feuille "A4" par exemple) ?
3) Et dans l'espace ? Que peut-on faire à partir d'un cube (essayez avec un morceau de polystyrène, de pâte à modeler ou un cube de gruyère sans trou) ?
Peut-on fabriquer une pyramide ?

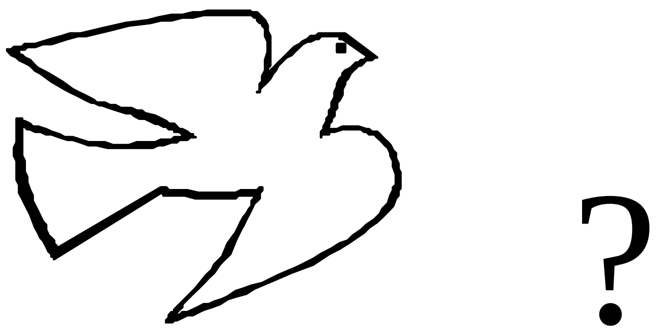
---

[1] Trois mathématiciens du XIX$^{\text{ème}}$ siècle ont traité ce problème : Williams Wallace, Farkas Wolfgang Bolyai et Jonathan Borwein, respectivement en 1831,1832 et en1833. Le fils de Farkas Bolyai, János, est avec Lobatchevski l'un des créateurs de la géométrie "non-euclidienne" (i.e. où l'axiome des parallèles est rejeté).

Annexe III

Le problème du pigeon voyageur [1]

1) Un pigeon voyageur fait chaque semaine depuis son nid un aller-et-retour à Cholet, un à Baugé, un à Saumur et enfin un à Angers.
Où doit-on établir son nid de façon à ce qu'il parcoure le moins de distance possible par semaine ?



Il faut utiliser une carte de la région.

2) Même question en remplaçant Baugé par Vihiers.

3) Le même pigeon voyageur va être utilisé de la même façon mais pour quatre autres villes, que l'on ne connaît pas encore. Peut-on trouver une méthode pour déterminer le meilleur endroit pour son nid comme aux questions précédentes ?

4) Même question avec les villes de Mortagne sur Sèvre, Noyant et Pouancé.

5) Même question avec les villes de Angers, La Roche sur Yon, Laval, Le Mans et Nantes.

[1] ce problème est attribué à Fermat.

Annexe IV

« CLASSROOM PRACTICAL FRAMEWORK… »

(National Center for Improving Science Education) –1994

Ce cadre pour une pratique dans la classe définit 12 repères pour la conduite de l'activité des "ateliers de sciences". Il est conforme au NSES ("nouveaux standards pour l'enseignement des sciences") adopté aux USA à partir de 1998.
[extraits de [3] choisis par nous, P.D. et J.M.]

1. Les élèves *font* de la science.
Prévoir inférer, comparer, estimer.

2. Les élèves enquêtent.
Problèmes ouverts (dont les limites ne sont pas fixées par le contrat d'atelier ou sont inconnues) recherche impliquant la collecte et l'analyse de données, la conception d'expériences (individuellement ou en groupe)

3. Les élèves communiquent
Rapports, exposés, discussions (avec commentaires) , journaux, carnets de bord.

4. Les élèves collectent manipulent et utilisent les données.
Laboratoire, bibliothèques. Orientation vers des preuves (en science expérimentale, les preuves sont "majoritairement" dans le réel, en mathématiques elle sont extérieures au milieu).

5. Les élèves travaillent en groupe
Coopération (répartition des tâches) ou collaboration (communauté des tâches) via des projets, enquêtes etc.

6. Les enseignants pratiquent une véritable évaluation.
Tester la compréhension, la capacité à poser ou à résoudre des problèmes et non la connaissance des faits ou des notions.

7. Les enseignants facilitent l'acquisition.
"Auxiliaires d'étude" : poser des questions ouvertes, encouragement à l'explication et aux projets, questions fouillées qui encouragent la discussion. Rôle de consultant.

8. Les enseignants soulignent les relations avec la vie réelle.
Choix du Site et enrichissement du milieu. Lien avec le travail des scientifiques.

9. Les enseignants intègrent la science, les techniques, les mathématiques.
Socialité de la science, multidisciplinarité.

10. Les enseignants offrent la profondeur plutôt que l'ampleur
Moins de sujets mais des sujets qui durent (des semaines ou des mois)

11. Les enseignants construisent sur ce qui a déjà été compris.
Articulation avec les savoirs antérieurs. Détection des éventuelles incompréhensions

12. Les enseignants utilisent une grande variété de matériels.

Annexe V

Situations-recherche : carte d'orientation.

Chaque pavé "◆" marque une étape identifiable. Les flèches marquent les "itinéraires de progressions de recherche" possibles : ils comportent de fréquents aller-retours.

◆ **Paradoxe - PROBLÈME - OBJET** [fourni *avec* ou *sans* modèle]

↓↑ ***Questionnement***

◆ **QUESTIONS**

◆ ↓↑ Exploration, Observation, Information

◆ **FAITS OBSERVÉS** ***Preuve*** **1***(externe, pragmatique)*

Modélisation (*langage*)

↑ ↓↑ ***Formulation*** (*explicitation*)

Débat (*en communauté restreinte*)

◆ **LOIS** ***Preuve*** **2***(externe, intellectuelle)*

↑ ↓↑ *Théorisation, Mathématisation (1)*

[Associations, Réseaux déductifs]

◆ **THÉORIES LOCALES [systèmes, modèles]** **Phase didactique**

Notions, hypothèses, documentation (théorèmes…)

Souci de cohérence interne

↓↑ *(mais pas encore de validation)*

◆ **CONJECTURES, PROTOTHÉORÈMES** ***Reformulation*****, "*****Preuve*** **3"**

↓↑ (*Argumentation protomathématique*)

Résolution ou Réexamen — Épreuve ; "impérimentation"

Travail de deuil — *décontextualisation,dépersonnalisation*

↓↑

◆ **Objet Scientifique LOCAL** [Énoncé & statut démonstratif]

↓↑

ÉNONCÉ ÉPROUVÉ ***Preuve*** **4** (*interne, mathématique*)

Validation (*officielle*)

Vérification ↓↑ critique ***Mathématisation*** **(2)** (*meta*)

◆ **Objet Scientifique GLOBAL** ***Convention*** (*institutionalisation 1*)

(œuvre mathématique) (*statuation*)

↓ ***écriture*** ↓ ***mathématisation*** **(3)** ↓ ***institutionalisation*** **(2)**

PRODUIT (articles,…) — **OBJET THÉORIQUE** (théorèmes,…) — **OBJET DE SAVOIR** (cours, leçons,…) ◆

PROTOMATHÉMATIQUES

MATHÉMATIQUES

LE RÔLE DU LANGAGE DANS LA CONSTRUCTION DES APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ET AU DÉBUT DU COLLÈGE

Muriel Fénichel
IUFM de Créteil

Cet atelier avait pour objectif d'amorcer une réflexion :

- sur les différentes manières de prendre en compte le rôle du langage comme partie intégrante à la mise en place des connaissances mathématiques,
- sur les différentes activités qu'il est possible de proposer en formation initiale et en formation continue pour aider les futurs professeurs des écoles et les enseignants déjà expérimentés à développer les compétences des élèves à la fois dans la maîtrise du langage et dans le domaine des mathématiques.

Dans un premier temps, je présenterai les pistes de réflexion du groupe de travail auquel je participe et les principales hypothèses sur l'utilisation des pratiques langagières dans la constructions des connaissances disciplinaires.

Dans un second temps, j'évoquerai les différentes pistes de travail abordées lors de cet atelier, les réflexions et les questionnements des différents participants.
Dans un troisième temps, je proposerai quelques pistes pour travailler en formation.

A) Le groupe de réflexion de l'IUFM de Créteil et ses hypothèses de travail

Ce groupe de réflexion est né d'une proposition de stage de formation continue non remplacé s'adressant aux maîtres-formateurs et aux directeurs d'écoles d'application du département de Seine-Saint-Denis et dont l'intitulé est “ écrire pour apprendre ”. Les instigateurs de ce groupe, qui fonctionne maintenant depuis quatre ans à raison d'une séance par mois, sont Jacques Crinon, professeur d'université en français et Eliane Ricard-Fersing, professeur de philosophie. L'équipe d'animation comporte, en outre, deux enseignants en mathématiques : Marcelle Pauvert, aujourd'hui retraitée et moi-même. Cette année, le stage a été ouvert aux formateurs de l'académie (proposition au plan de formation départemental et au plan de formation académique). Cela a permis à des professeurs d'autres disciplines de se joindre à nous

Chaque année nous essayons de produire des documents relatant le fruit de nos réflexions communes issues d'un travail d'analyse concernant des activités élaborées au sein de l'équipe et que les différents participants peuvent mettre en œuvre avec leurs élèves. Lors de l'année 1999-2000, nous avons participé à l'élaboration d'un dossier coordonné par Jacques Crinon pour les Cahiers Pédagogiques (Cahiers Pédagogiques n°388-389 “ Ecrire pour apprendre ” novembre - décembre 2000). Cette année, nous envisageons de produire un document destiné plus particulièrement à la formation des enseignants : produire des écrits comme outil de formation, comment utiliser les écrits produits par des élèves de l'école élémentaire ?

La principale question qui permet d'orienter notre travail est la suivante : qu'est-ce qui dans l'écrit permet d'apprendre ? Cette question nous a été fortement suggérée par le contenu de l'ouvrage de David Olson : " L'univers de l'écrit " (Paris, Retz, 1998). Les synthèses écrites[1] à propos des réflexions issues de nos échanges mettent bien en évidence nos hypothèses concernant le rôle de l'écrit dans la construction des apprentissages :

- Le passage à l'écrit peut contribuer à la compréhension du sens d'un texte qu'on est en train d'apprendre à lire, il s'agit alors d'écrire pour apprendre à lire, d'écrire pour mieux lire.
- Les écrits ont un rôle d'outil dans la construction des savoirs.
- Les écrits ont un rôle de levier pour engager les apprenants à mener une réflexion à propos de ce qu'ils sont en train d'apprendre.
- Les écrits peuvent servir de mémoire, véritable support d'analyse et de débat permettant ainsi, grâce aux échanges oraux, de construire un langage commun traduisant les acquisitions en cours.
- Les écrits permettent aussi de renvoyer à l'apprenant à la manière dont il évoque le savoir en jeu, lui donnant ainsi l'occasion de prendre conscience de la manière dont il apprend.
- Nous faisons l'hypothèse qu'une dialectique écrit/oral permet aux élèves de faire évoluer leur pensée. Les échanges oraux organisés à partir des écrits individuels des élèves sont nécessaires parce qu'ils permettent à travers l'expression et l'écoute de débattre, d'argumenter, de suggérer, d'élaborer un langage commun, mais dans ces moments , les propositions se succèdent, interfèrent les unes avec les autres si bien que les élèves perdent facilement le fil des échanges. Les écrits peuvent servir de support aux échanges oraux dans la mesure où ils peuvent être lus et écoutés. Aidés par l'enseignant, les élèves peuvent prendre en compte les différences, les ressemblances. Parce qu'ils peuvent se juxtaposer, les écrits peuvent être confrontés et ainsi provoquer des réactions, ôter à certains l'illusion d'avoir compris, permettre à d'autre une ouverture vers d'autres éclairages, faire émerger un questionnement. On peut alors espérer que les élèves seront mieux armés pour continuer à apprendre.

B) Les pistes de travail évoquées dans cet atelier : comment prendre en compte les pratiques langagières dans la constructions des connaissances mathématiques.

1) Un regard sur les contenus des nouveaux programmes et sur ce qui était dit il y a une vingtaine d'années

Les enseignants débutants ont du mal à intégrer les écrits qu'ils font produire à leurs élèves dans une véritable dynamique d'apprentissage. Et pourtant, les nouveaux programmes de l'école élémentaire évoquent la nécessité de prendre en compte les pratiques langagières écrites et orales dans la constructions des connaissances

[1] Elles ont été écrites par Patrick Avel (professeur de Biologie) et Marcelle Pauvert

mathématiques. Dans un premier temps, il nous a paru intéressant de confronter trois textes dont les propos concernent les mathématiques et le langage :

- Un document issu de l'ouvrage " Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire " de l'équipe ERMEL – 1977 (Annexe 1).
- Un document comportant des extraits des nouveaux programmes de l'école élémentaire (Annexe 2).
- Un extrait des projets de document d'application en mathématique (Annexe 3).

La juxtaposition de ces trois textes a permis de dégager les points suivants :

- A la fin des années 70, on considérait que les mathématiques commençaient avec les écritures. Les propos évoqués par les auteurs de l'ouvrage " ERMEL " mettent néanmoins en garde les enseignants sur le fait qu'une entrée trop rapide dans cette langue des signes qui caractérise les mathématiques peut interdire l'accès au sens des énoncés mathématiques. Il s'agit tout de même d'amener les élèves à construire la signification des écritures mathématiques et les raisonnements en jeu dans les démarches qu'ils proposent en utilisant d'abord la langue courante.
- La crainte de voir s'installer un certain formalisme dès que les élèves vont entrer au collège : une maîtrise de la langue mathématique peut être illusoire si elle est déconnectée des objets mathématiques étudiés.
- Les pratiques argumentatives dans l'organisation de débats : argumente-t-on de la même manière en biologie, en français, en histoire.... ?
- Le risque de considérer la communication comme objectif central de l'enseignement en perdant de vue le fait qu'à travers la langue courante, support de la communication, il s'agit d'apprendre des concepts mathématiques.
- La nécessité d'intégrer les pratiques langagières dans la construction des apprentissages mathématiques sans les considérer comme des objets d'étude en soi.

Pour conclure ce paragraphe, on pourrait évoquer les propos de Michel Mante (Revue Math-Ecole n° 187) à propos de l'élaboration d'un concept.

Un concept se caractérise à la fois par ....

- Les obstacles qu'il permet de dépasser, les procédures qu'il permet de remplacer avantageusement,
- L'ensemble des problèmes qui peuvent être traités en l'utilisant,
- Des savoir-faire, des techniques,
- Des définitions, des propriétés,
- Un langage : signes, syntaxe, vocabulaire.

A travers ces différents aspects, il s'agit donc bien de faire parler, faire écrire en mathématiques pour mieux construire les concepts.

2) Dire et écrire pour faire le point sur ce que l'on sait déjà, sur ce que l'on est en train d'apprendre

" Apprendre, c'est comprendre, c'est aussi être en mesure de traduire sa pensée, de la communiquer aux autres, de pouvoir se situer dans la construction des connaissances en faisant plus ou moins explicitement référence à ce que l'on sait déjà, en étant capable de dire ce que l'on est capable de faire à un moment donné. C'est aussi exprimer de plusieurs façons les relations qui existent entre les différents objets. C'est donc dire et écrire à propos des mathématiques " (d'après l'article de M ; Fénichel et M. Pauvert

“ Balbutier, brouillonner...expliquer, résoudre ” dans le double numéro 388-389 des Cahiers Pédagogiques)

Les trois exemples suivants illustrent ces propos :

a) Les rubriques mathématiques et français

Ces rubriques ont été introduites dans le manuel “ L’heure des Maths au CE2 ” (Hatier - 1999 – ce manuel n’est plus édité). Elles n’existent pas pour elles-mêmes. Elles sont intégrées dans un ensemble d’activités qui permettent d’atteindre un objectif d’apprentissage. Elles servent de relais à une question introductive. Les mots, les expressions, les phrases qui surgissent au moment de la mise en commun sont retravaillés, précisés, organisés. Ils participent à l’élaboration d’un lexique. Il ne s’agit pas encore de définitions mathématiques mais ce sont des mots, des images, des phrases que chacun peut s’approprier pour commencer à se construire une notion.

Différentes leçons comportant ce type de rubrique ont été analysées par les participants. Les échanges entre ces derniers ont abouti à la mise en évidence de deux types de rubriques :

- Les rubriques qui concernent la désignation des objets mathématiques (Annexes 4). Elles mettent en évidence l’usage social et l’usage mathématiques des mots que l’on emploie. L’objectif est alors de distinguer les différents contextes, les différents registres dans lesquels on utilise ces mots. Il s’agit aussi de travailler dans un champ sémantique particulier (Quelles informations te donnent les mots “ triangle ”, “ quadrilatère ” ? Trouve d’autres mots commençant par “ tri ” ou “ quadri ”).
- Les rubriques qui concernent les expressions traduisant les relations entre les objets mathématiques (Annexes 5). Il s’agit alors de dire autrement ces différentes relations, avec ses propres mots, en s’appuyant sur ce que l’on sait déjà. C’est aussi l’occasion de tisser des liens entre les différentes notions que l’on est en train d’apprendre et de donner plus de cohérence aux apprentissages en cours.

b) “ Explique à ta manière.... ”[2]

Voici quelques réponses obtenues par des élèves de fin de CE1 à la consigne donnée volontairement oralement “ Explique *cent* à ta manière ” .

Sur les 22 élèves (certains ont proposé plusieurs réponses), voici ce que l’on obtient :

14 ont répondu en écrivant 100,
2 élèves évoquent le tableau de numération,
7 élèves disent que c’est un nombre,
2 élèves précisent qu’il s’agit d’un nombre à trois chiffres,
4 élèves évoquent 10 x 10,
2 élèves proposent une écriture additive : 80 + 20, 70 + 30,
1 élève évoque le fait que 50 c’est la moitié de 100,
1 élève parle de numéro,
2 élèves écrivent la suite des nombres de 1 à 100,

[2] Ces activités ont été inspirées des travaux de Lucie De Blois : “ Une analyse conceptuelle de la numération de position en primaire ”,RDM Vol 16/1, Grenoble, La Pensée Sauvage, 1996.

5 élèves ont évoqué le mot “ sang ” dans les veines.

Dans cette classe aucun élève n’a fait de schéma, n’a produit de représentation évoquant des groupements.

Voici la production d’un des participants à l’atelier à qui j’avais proposé de répondre à la question : “ *Après quatre-vingts*
Peut-on dire cinq-vingts ?
Sans vous faire de mauvais sang
Dites simplement cent. ”

D’autres consignes de ce type peuvent être envisagées : “ Explique trois quarts d’heure à ta manière ”, “ Explique deux virgule cinquante sept à ta manière ”....

Il s’agit ici de faire le point, de provoquer un retour sur les connaissances acquises plus ou moins récemment, de rendre compte de la manière dont elles ont été mémorisées. Il s’agit de mettre à jour les références de chacun. La confrontation des différentes réponses permet de situer une notion mathématique au cœur d’un réseau aux références multiples. A partir des écrits produits, il est possible d’organiser les connaissances des élèves d’une classe, de les mettre en relation avec d’autres. Cela permet à chacun de situer ses propres connaissances et de les compléter. Ces propos concernant l’utilisation de la diversité des écrits des élèves dans la construction des apprentissages peuvent être aussi illustrés par l’article de Jean-Claude Rauscher “ Le rôle de l’écrit dans les travaux numériques au début du collège ” (Annales de didactique et sciences cognitives, volume 7, IREM de Strasbourg).

Ce genre de consigne, proposée en formation initiale ou continue, peut illustrer un type d’écrit de référence, mémoire de l’état des connaissances de la classe à un moment donné. Il est alors possible, avec les stagiaires, d’évoquer d’autres types d’écrit de référence, par exemple à travers l’article de Denis Butlen : “ Construction d’une mémoire collective et écrite ” dans le tome V des Documents pour la formation du professeur d’école en didactique des mathématiques ” (COPIRELEM).

c) “ Qu’est-ce que je peux dire pour expliquer qu’il y a un zéro dans 307 ? ” [3]

Il s’agit ici de faire le point sur la signification des chiffres dans l’écriture d’un nombre en terme de groupement : le “ 0 ” est le chiffre des dizaines, mais cela ne signifie pas qu’il n’y a pas de dizaine dans ce nombre. Cela signifie que toutes les dizaines ont été regroupées pour constituer des centaines, qu’il n’y a pas de dizaines isolées : dans 307, il y a 30 dizaines.

3) Ecrire pour chercher, pour organiser sa recherche

Ces écrits apparaissent quand les élèves sont en train de résoudre un problème. Ce sont des écrits “ privés ”. Ils traduisent le cheminement de l’élève dans son raisonnement, ses hésitations, ses essais.... Ces écrits sont en général délaissés au profit de l’écrit finalisé, “ au propre ” de la communication de la solution du problème dans le cahier du jour. Nous pensons qu’il est important de donner un autre statut à ces écrits de recherche dans la mesure où ils traduisent la véritable activité mathématique de l’élève

[3] Cf note précédente.

développée au cours de la résolution. Pourquoi ne pas constituer des dossiers comportant ces écrits que les parents seraient amenés à consulter de temps en temps au même titre que le cahier du jour ?

Se pose alors la question suivante : si ces écrits sont privés, peut-on les rendre publics, peut-on les utiliser comme support d'apprentissages ? Il s'agirait plutôt alors de permettre aux élèves de confronter plusieurs procédures, d'apprendre à rentrer dans les procédures des autres, éventuellement de s'en approprier pour avancer dans sa recherche.

Nous avons aussi évoqué la narration de recherche[4] , plutôt expérimentée au collège et au lycée. Concernant l'école élémentaire, quelques pistes sont données dans l'article de Sandrine Carré " J'écris pour penser en mathématiques " (Cahiers Pédagogiques n°388-389) et dans l'ouvrage écrit par Sylvie Gamo " Résolution de problèmes au cycle 3 " (Bordas). Il faut être prudent concernant l'utilisation de ce type d'activité à l'école élémentaire dans la mesure où la tâche demandée est lourde : pour les élèves, il s'agit de chercher le problème en même temps que raconter les étapes de la recherche, et pour l'enseignant il s'agit de lire chaque narration et de l'annoter de manière à faire évoluer les écrits des élèves .

4) Ecrire pour approfondir ses connaissances

Il s'agit ici d'explorer une piste de travail issue d'un questionnement de maîtres lors d'une conférence pédagogique à propos de l'utilité de faire écrire des énoncés de problèmes par des élèves de l'école élémentaire : est-il possible de conjuguer l'écriture partielle ou totale d'énoncés de problèmes avec la construction de notions mathématiques à travers l'emploi à bon escient de vocabulaire et d'expressions traduisant des relations entre des objets mathématiques ?

Il s'agit aussi de réfléchir à la manière d'utiliser les écrits produits par les élèves pour leur permettre de construire des connaissances : quel(s) objectif(s) choisir ? Quelle(s) consigne(s) donner ? Quel(s) outil(s) pour analyser ces écrits ? Quelles productions choisir pour provoquer au sein de la classe des échanges permettant de faire évoluer les connaissances en jeu ? Nous nous sommes en effet aperçus que, bien souvent, les enseignants font écrire leurs élèves mais qu'ils ont beaucoup de mal à utiliser les écrits produits pour construire un apprentissage. Voici deux exemples de productions d'écrits qui peuvent être porteuses d'apprentissage : elles ont été obtenues dans deux classes de CE2. Les enseignantes de ces classes, en réfléchissant après coup à la manière de les prendre en compte, ont senti qu'il n'était pas inutile de faire écrire des énoncés de problèmes à leurs élèves.

a) Un premier exemple : écrire des énigmes " à la manière de "[5]

Etape 1 :

Première phase : lecture et résolution du problème suivant :

[4] Revue " Petit x " (IREM de Grenoble BP 41 38402 Saint Martin d'Hères cedex)
n°33 : " Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire " Arlette Chevalier

[5] D'après un travail mené dans la classe de CE2 de Mme Bourgeois à l'Ecole Jaurès de Livry-Gargan en décembre 2000 en présence de Marcelle Pauvert qui en a proposé l'analyse.

“ Le nombre mystère a quatre chiffres. Le chiffre des unités est la moitié de 16. Le nombre des centaines vient après 39. La somme de tous les chiffres est 14. Quel est le nombre ? ”

On remarque que ce problème a plusieurs solutions mais que les élèves de cette classe ont traduit l’expression “ *vient après 39* ” de manière restrictive par “ *est le nombre qui vient juste après* ”.

Deuxième phase : écriture par les élèves d’un énoncé de problème du même style que le précédent pour permettre à leurs camarades de trouver un nombre mystère grâce à des informations.

Les élèves reprennent les expressions de l’énoncé initial et produisent le même type d’énoncé.

Troisième phase : échange des énoncés produits par les élèves, résolution des problèmes, correction entre pairs.

Etape 2 :

Première phase : Par groupe de quatre élèves, analyse des énoncés suivants choisis par l’enseignante

Enoncé a) “ *Mon nombre a 4 chiffres. Le chiffre des dizènes est après 5. Le chiffre des unités de mille est le premier chiffre. Et la somme de tous donne 11. Qui suis-je ?* ”

Enoncé b) : “ *Le chiffre des unités est avant 10. Le nombre des dizaines est après 15. Quel est le nombre ?* ”

Enoncé c) : “ *Le nombre mystère est à 4 chiffres. Le nombre des unités vient avant 9 ; le nombre des dizaines vient après 8. La somme fait 19. Qui suis-je ?* ”

Ces énoncés ont été sélectionnés pour permettre :

- de revenir sur l’orthographe de certains mots,
- de reprendre la signification du mot chiffre : le premier chiffre est “ 0 ”,
- de faire la différence entre “ chiffre ” et “ nombre ”,
- de traduire correctement les relations d’ordre entre les nombres.

Deuxième phase : échange et mise au point

Ce moment d’échange est important car les élèves peuvent s’appuyer à la fois sur l’énoncé du problème et sur sa résolution. Il devient fructueux lorsque les élèves sont amenés à utiliser des connaissances mathématiques afin de pouvoir mettre en adéquation l’écriture de l’énoncé du problème et sa résolution. Dans cette classe, les échanges en groupe ont permis d’engager une discussion entre les mots “ chiffre ” et “ nombre ” en faisant appel à des connaissances précises, sur les différentes manières d’écrire un nombre.

Troisième phase : réécriture des énoncés

Enoncé a) : “ *Mon nombre a quatre chiffres. Le chiffre des dizaines est après 5. Le chiffre des unités de mille est après zéro. La somme de tous donne 11. Le chiffre des centaines est la moitié de 8. Qui suis-je ?* ”

Pour les élèves, ce problème n’a qu’une solution 1460

Enoncé b) “ *Le chiffre des unités est avant 10. Le nombre des dizaines est après 15. Quel est ce nombre ? ”*
Pour les élèves, cet énoncé n’a qu’une solution : 169.

Enoncé c) *“ Le nombre mystère est à trois chiffres. Le chiffre des unités vient avant 9. Le nombre de dizaines vient après 8. La somme fait 19. Qui suis-je ? ”*
Les élèves proposent la solution : 298. On remarque qu’ils ne semblent pas encore très sûrs de la distinction entre chiffre et nombre.

Remarques générales :

La résolution de ces problèmes montre que les élèves ont une interprétation très restrictive des expressions “ vient (est) avant “ , “ vient (est) après ”. Il aurait alors été intéressant de leur proposer une autre solution possible que la leur. L’enseignante aurait alors pu donner la consigne suivante : comment modifier chaque énoncé de manière à ce que le problème ne puisse avoir qu’une seule solution ? Ainsi, elle aurait pu amener les élèves à être plus précis dans la manière d’exprimer les relations d’ordre entre les nombres entiers naturels.

Du point de vue des mathématiques, “ vient avant ” se traduit par “ est inférieur à ” ou “ est plus petit que ” et “ vient après ” peut se traduire par “ est supérieur à ” ou “ est plus grand que ”..

Les mots “ successeur ” et “ prédécesseur ” auraient pu être introduits :

- **Le** prédécesseur d’un nombre est celui qui vient juste avant. **Le** successeur d’un nombre est celui qui vient juste après.
- **Les** prédécesseurs d’un nombre sont tous ceux qui viennent avant ce nombre, qui sont inférieurs (plus petits que) à ce nombre. **Les** successeurs d’un nombre sont ceux qui viennent après ce nombre, qui sont supérieurs (plus grands que) à ce nombre.

Il faudra bien sûr illustrer ces phrases par des exemples. Il serait intéressant de réfléchir à la manière d’utiliser ces mots dans la vie de tous les jours.

La synthèse d’un tel travail aurait alors pu prendre la forme suivante :

En écrivant ces énoncés de problèmes et en les résolvant, nous avons appris que :

- Il y a dix chiffres pour écrire les nombres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (on peut alors faire référence au fait qu’il y a 26 lettres dans l’alphabet pour écrire les mots).
- Le successeur d’un nombre est celui qui vient juste après ce nombre. Exemple : le successeur de 482 est 483, le successeur de 199 est 200.
- Le prédécesseur d’un nombre est celui qui vient juste avant ce nombre. Exemple : le prédécesseur de 643 est 642, le prédécesseur de 100 est 99.
- Il y a plusieurs manières d’écrire un nombre :

256 = 2 centaines + 5 dizaines+ 6 unités = 25 dizaines + 6 unités
200 + 50 + 6 = 250 + 6

On peut conclure en disant que le fait de conjuguer l’écriture d’énoncés avec l’apprentissage de notions mathématiques demande une vigilance accrue concernant l’utilisation des expressions linguistiques qui leur sont associées. Le moment de résolution et de réécriture semble un moment fort pour la construction des apprentissages dans la mesure où les élèves sont confrontés à la nécessité de s’appuyer sur des connaissances mathématiques pour prendre des décisions concernant la mise en cohérence entre l'écriture de l'énoncé du problème et sa résolution.

b) Un deuxième exemple : écrire des énoncés de problèmes pour améliorer ses connaissances concernant la soustraction[6]

La consigne suivante a été donnée aux élèves : “ *Ecrire un énoncé de problème utilisant les nombres 57 et 172 et l'une des deux expressions suivantes “ de plus que ” et “ de moins que ”*

Les énoncés de problèmes produits par les élèves sont en annexe 6.

Comment utiliser ces productions d'écrits pour faire avancer les élèves dans leur connaissance de la soustraction ?

Voici quelques pistes laissées à votre réflexion :

Du point de vue de la classification de Gérard Vergnaud relative au champ conceptuel des structures additives/soustractives, les énoncés de problèmes auxquels s'attendait l'enseignante devaient relever de la comparaison d'état.

Une analyse préalable des énoncés par l'enseignant est nécessaire afin d'en faire un choix raisonné en cohérence avec les objectifs choisis. L'analyse peut se faire du point de vue des mathématiques en utilisant les travaux de G. Vergnaud et dans ce cas, on peut constater que neuf énoncés qui satisfont à la consigne portent sur la recherche de la valeur de la comparaison :

Enoncé 1 : « *Pierre a 327 billes. Il joue et gagne 5 X 57 billes. Son ami a 2 X 172 billes Combien Pierre a-t-il de plus de billes que son ami ? »*

Enoncé 3 *: “ Madame Durant fait ses courses et doit payer 57F X 2 et Madame Salsa, elle, doit payer 172 F X 10. Combien Madame Durant a payé de moins que Madame Salsa ? ”*

Enoncé 5 *: “ Monsieur Dupont à 57 € et Monsieur Adam a 172 €. Combien Monsieur Dupont a t-il de moins que Monsieur Adam ? ”*

Enoncé 6 *: “ A la campagne, Monsieur Dupont a 57 moutons, son voisin en a 172. Combien Monsieur Dupont a de moins que son voisin ? ”*

Enoncé 10 *: “ A Saint Germain sur Vienne, il y a deux prés de moutons, il y a le pré de Jac qui contient 57 moutons dont 35 ont la fièvre aphteuse. Dans l'autre pré, il y a des moutons de Marie-Louise, qui en a 172. Combien Marie-Louise a-t-elle de plus que Jac ? »*

Enoncé 12 *: “ Monsieur Secco a 172 F sur lui. Combien y a-t-il de plus que le nombre 57 ? ”*

Enoncé 15 *: “ Madame Duchamp a dans son porte-monnaie 172 F. Elle achète des oranges à 10 F, des poires à 40 F, et des pommes de terre à 7 F. En tout, il y en a pour 57 F. Combien y a-t-il de moins d'argent dans le porte monnaie de Madame Duchamp ? ”*

Enoncé 19 *: “ Dans une ferme où il y a 57 cochons et 172 lapins. Combien y a-t-il de plus de différence ? ”*

Enoncé 22 *: “ Dans une école, il y a 57 élèves et 172 instituteurs. Combien y a-t-il de plus d'instituteurs que d'élèves ? ”*

Seul l'énoncé 7 : “ *Dans une école, il y a 57 élèves et 172 instituteurs. Combien y a-t-il de plus d'instituteurs que d'élèves ? ”* porte sur la recherche d'un état, la valeur de

[6] Ce travail a été mené dans la classe de CE2 de Mme Pelletier à l'école Jaurès de Livry-Gargan en mars 2001 en présence de Marcelle Pauvert qui en a proposé un début d'analyse.

l'autre état et celle de la comparaison étant connus. On remarque aussi que l'énoncé 18 correspond à un problème de comparaison relatif à la structure multiplicative. Il est alors possible de faire comparer des phrases du type :

" Fatou a quatre billes de plus que Julien "
" Fatou a quatre fois plus de billes que Julien "

Mais il est aussi intéressant d'adopter le point de vue grammatical pour analyser ces productions dans l'objectif d'aider les élèves à mieux exprimer les relations de comparaison qui existent entre deux nombres et qui sont sous-jacentes à la structure additive/soustractive.

De ce point de vue, on remarque la difficulté, pour certains élèves, d'utiliser le pronom " en "(dans l'énoncé : *" A la campagne, Monsieur Dupont a 57 moutons, son voisin en a 172. Combien Monsieur Dupont a de moins que son voisin ? "*, le pronom est utilisé dans la partie informative mais pas dans la question) et pour d'autres la difficulté à placer l'expression qui traduit la comparaison *(" Dans une école, il y a 57 élèves et 172 instituteurs. Combien y a-t-il de plus d'instituteurs que d'élèves ? "*).

Il est plus difficile d'écrire un énoncé qui contient l'expression " de plus que " ou " de moins que " dans la partie informative dans la mesure où il faut parfois écrire une proposition subordonnée : par exemple, l'élève qui a écrit l'énoncé *" Dans une école, il y a 57 élèves et 172 instituteurs. Combien y a-t-il de plus d'instituteurs que d'élèves ? "* a donné un état : 57 élèves dans l'école Benoît et il a utilisé l'expression " de plus que " de manière à quantifier la différence entre le nombre d'élèves précédent et celui d'une autre école et il a écrit toutes ces informations en utilisant une proposition subordonnée introduite par " qui ".

D'autre part, les élèves ont du mal à écrire un énoncé dans lequel ils doivent exprimer deux informations de nature différente : dans l'énoncé *"Il y a 57 gâteaux au chocolat de moins que 172 gâteaux à la fraise "* , l'élève inclut l'état : 172 gâteaux à la fraise dans l'expression de la relation de comparaison. Les deux informations numériques ne sont pas de même nature : l'une exprime un état et l'autre la valeur de la comparaison. Il semble ne plus voir ce qu'il faut chercher, d'où l'absence de question.

L'élève qui a produit l' énoncé suivant *: " Paul a 57 F. Sa sœur a 172 F. Son père lui donne 172 F de moins que sa sœur. Combien Paul a-t-il ? "* semble avoir du mal à utiliser l'expression " de moins que " pour que sa question porte sur la quantification de l'écart entre deux états.

Bien souvent, les élèves n'utilisent que deux des trois éléments de la contrainte comme le témoignent les énoncés suivants : *"Madame Dubois achète des produits à 57 F de plus que Madame Chapente " et " A Paris 172 magasins de plus que Livry - Gargan. Livry- Gargan a moins que Paris. Combien il y en a en Belgique ? "*

On peut alors engager les élèves à chercher dans les manuels comment sont écrits les énoncés de problèmes de comparaison. Il est aussi possible de revenir sur les différentes manières de traduire des écritures du type

172 – 57 = 115 ou 172 + 57 = 229 :

- 115 est la différence entre 172 et 57
- 115 est l'écart entre 172 et 57
- 172 c'est 57 de plus que 115
- 115 c'est 57 de moins que 172
- 229 c'est 57 de plus que 172
-....

De même que précédemment, l'aller-retour entre la résolution et la réécriture de certains des énoncés peut amener les élèves à faire évoluer leurs connaissances concernant l'addition et la soustraction.

C) Pour terminer : quelques pistes pour travailler en formation

Faire travailler les stagiaires :

- sur les mots de la langue courante, les mots de la langue mathématiques : monosémie, polysémie.

Engager les stagiaires à utiliser un langage précis, à reformuler ce que disent leurs élèves, à construire avec eux des outils qui seront amenés à évoluer (affiche, cahier outil avec des mots, des phrases désignant des objets mathématiques ou désignant des objets qui n'appartiennent pas à ce domaine, rubrique maths et français.)

- sur les “ petits mots ” pour raisonner, pour argumenter: si alors, donc, parce que, puisque, et....
- sur les écritures symboliques : la manière de les introduire, de leur donner du sens, de les parler, de les traduire... A propos des écritures additives, soustractives, multiplicatives, on peut évoquer le champ conceptuel des structures additives/soustractives ou multiplicatives comme un outil pour analyser les différents types de raisonnements mis en jeu dans la résolution de problèmes numériques et faire prendre conscience des difficultés que peuvent rencontrer les élèves pour traduire les relations entre les nombres par des écritures mathématiques. Les stagiaires peuvent alors comprendre la nécessité de mieux analyser les énoncés de problème qu'ils donnent à leurs élèves en portant leur attention sur les mots et les expressions qui traduisent les relations entre les informations numériques..
- sur les différents types d'écrits qu'il est possible de faire produire aux élèves et sur leur rôle dans la construction des connaissances mathématiques.
- sur la manière de les utiliser comme support d'échanges oraux en permettant ainsi de construire des référents communs, une pensée plus rigoureuse et mieux structurée.
- sur les consignes qu'il est possible de donner aux élèves pour les inciter à écrire, pour qu'ils sentent la nécessité d'écrire.
- sur le rôle et les limites des situations d'émission - réception pour construire un langage précis et compréhensible par tous.
- ....

Mais aussi et surtout, faire écrire les stagiaires à propos de mathématiques et faire qu'ils puissent échanger à propos de ces écrits.

Bibliographie

Cahiers pédagogiques n° 316 : : “ Français – Mathématiques ”.(Septembre 1993)

Cahiers pédagogiques n°363 : Lire et écrire à la première personne (Avril 1998)

Cahiers pédagogiques n °388-389 : “ Ecrire pour apprendre ” (novembre - décembre 2000)

Revue “ Petit x ” (IREM de Grenoble BP 41 38402 Saint Martin d’Hères cedex)

- n°33 : “ Narration de recherche : un nouveau type d’exercice scolaire ” Arlette Chevalier
- n° 54 : “ L’écriture au quotidien dans une classe de mathématiques ” Térésa Assude, Marie Lattuati, Nicole Leorat

Groupe EVA-INRP, Evaluer les écrits à l’école primaire (Hachette-éducation)

Groupe EVA-INRP, De l’évaluation à la réécriture (Hachette – Education)

“ Mathématiques et langages ”, Actes du congrès national de l’ANCP, 9-10-11 mai 1994, 5Hachette- éducation)

Documents pour la formation du professeur d’école en didactique des mathématiques, tome V (COPIRELEM)
Article : “ *Construction d’une mémoire collective et écrite* ”, Denis Butlen

Annales de didactiques et de sciences cognitives Vol.7 IREM de Strasbourg
Article “ Le rôle de l’écrit dans les travaux numériques au début du collège ” Jean-Claude Rauscher

ANNEXES

Annexe 1 : Extrait du ERMEL CP 1977
Annexe 2 : Extraits des nouveaux programmes de l’école élémentaire concernant les mathématiques –2002
Annexe 3 : Projet de document d’application en mathématiques pour le cycle 3 – 2002

Annexes 4 : extraits des pages du manuel «L’heure des maths au CE2 »,Bordas, chapitres 3, 6, 12, 14
Annexes 5 : extraits des pages du manuel «L’heure des maths au CE2 »,Bordas, chapitres 6, 9, 18
Annexe 6 : Productions d’élèves de CE2

Annexe 1 : ERMEL CP 1977

Mathématiques et langage

Ainsi, pour s'approprier les contenus mathématiques (pourtant bien légers, semble-t-il) qu'on propose aux enfants de l'école élémentaire, il faut une démarche qui vise plus que le simple apprentissage de « savoirs » ; les enfants doivent pouvoir donner la preuve de leurs «connaissances.» mathématiques autant de fois qu'il le faut, et dans des formes variées. Mais ces contenus, ces connaissances bien élémentaires, peuvent être ou non l'occasion d'un travail grâce auquel les élèves s'approprient non seulement des énoncés corrects, mais des règles d'énonciation. Bref, l'apprentissage des mathématiques, au niveau le plus modeste, pourrait être considéré comme l'appropriation d'un nouveau langage, d'une langue structurée et qui se révèlerait par là mime structurante.

« La mathématique est une pensée, une pensée sûre de son langage »

Cette phrase de Bachelard a sans doute constitué un sujet de (douloureuse) réflexion pour bacheliers. Elle pourrait constituer plus qu'un thème de méditation, une sorte d'axe de travail pour tous les pédagogues qui, peu ou prou, ont à enseigner les mathématiques; ou plus exactement à faire faire des mathématiques. Si la mathématique est une pensée, faire des mathématiques c'est penser, et faire faire des mathématiques, c'est faire penser. Or, s'il est évident qu'on ne peut ni contraindre à penser, ni interdire de penser, il est non Moins évident que les exercices pédagogiques que l'on propose peuvent constituer tantôt une aide, tantôt un obstacle à l'exercice de la pensée : sont un obstacle, toutes les procédures pédagogiques qui relèguent au second plan le travail sur le langage et la réflexion sur son fonctionnement particulier.

Or, le premier caractère de ce langage est qu'il ne se « parle » pas, mais qu'il est tout entier du côté de l'écriture: Ceci parait poser une difficulté presque insurmontable si l'on pense que les enfants de six ans n'ont avec la langue écrite qu'une relation toute récente. Mais apprendre à écrire dans sa langue maternelle n'a rien à voir avec apprendre à écrire des énoncés mathématiques. Dans le premier cas, l'écriture apparaît comme le code second d'une langue qui est déjà présente oralement. Même si, on n'écrit pas comme on parle, même s'il existe des règles pour l'écriture qu'ignore la langue orale (et réciproquement), il n'empêche qu'il s'agit toujours d'une seule langue, en ses modalités diverses d'énonciation.

En revanche, l'écriture n'est pas pour les mathématiques un code second, mais un code unique. Quel rôle joue donc la langue maternelle par rapport au langage mathématique ? Son rôle est double : d'une part elle est la langue dans laquelle se lisent les énoncés (« quatre-vingt sept plus onze égale - égalent ? – quatre-vingt dix-huit » ou « petit *a* appartient à l'ensemble grand E » ou « pour tout x, il existe ... » etc.), la langue dans laquelle se font les commentaires et peuvent se donner plusieurs « traductions » de l'énoncé écrit, rigoureuses ou approximatives, explicites ou allusives.

D'autre part la langue maternelle est partiellement investie dans l~ travail mathématique, puisque les chaînons de raisonnement s'appuient sur elle, sur son organisation syntaxique et son pouvoir déductif. Mais les transformations, les opérations que l'on peut faire sur les écritures mathématiques n'ont pas d'équivalent dans la langue maternelle.

Ceci nous amène à un second caractère du langage mathématique : il est essentiellement *mise en relation de signes.*

En effet, s'exprimer rigoureusement n'est pas un préalable à ,l'activité mathématique, mais *l'effet* d'une telle activité. En exigeant des enfants un langage propre, précis, on risque bien d'interdire à certains l'accès au «sens» des énoncés mathématiques, qui se construit à partir d'une langue approximative, dans un travail où il s'agit d'articuler des significations, de relier des segments de raisonnement. Le problème n'est donc pas dans l'usage spontané de termes triviaux par les enfants (Pascal, enfant, parlait bien de ronds et de bâtons là où nos moins bons élèves parlent de cercle et de droite), il est plutôt .dans les risques de « placage » : on peut habiller la langue maternelle d'oripeaux mathématiques, mais elle ne sera pas pour autant « mathématisée ». Néanmoins, il est essentiel que l'enseignant soit capable de parler rigoureusement, voire d'offrir sans cesse aux enfants la version « mathématique » de leur parole balbutiante, car c'est bien une telle aptitude qui est visée à terme, à la sortie du travail, comme effet normal de l'apprentissage. Pour les enfants, deux triangles sont peut-être « égaux », et aussi deux parts de tarte ou deux collections d'objets. Mais il n'y a abus de terme que pour celui qui distingue très clairement, pour les avoir manipulés longtemps, les concepts d'égalité, d'équipotence, d'équivalence, etc.

En revanche, on est en plein dans le langage mathématique, toutes les fois que l'on met en place une situation permettant aux enfants de saisir à quel point les termes des énoncés mathématiques sont liés et combien sont contraintes, réglées, leurs liaisons.

Dans le langage mathématique, tout se passe comme si le sens d'un énoncé était à chercher uniquement dans son organisation interne, dans l'agencement des termes, dans la série des transformations qu'on lui a fait subir, bref dans la façon dont se conjuguent les maillons d'un raisonnement logique (tel qu'on peut en trouver aussi dans la langue naturelle) et les enchaînements opératoires (qui n'ont, eux, aucun équivalent dans la langue).

Ainsi, la tâche des pédagogues semble devoir se déployer dans deux directions : d'une part, en direction du travail sur les écritures, sur l'élaboration des symboles, sur la mise à jour des règles qui rendent certaines écritures licites, d'autres incorrectes, certains énoncés ambigus, d'autres inutiles ; d'autre part, en direction du travail sur le raisonnement, qui est pour de jeunes enfants un travail dans la langue orale (et peut être seulement un travail dans la langue orale au Cycle Préparatoire). Lors des séquences mathématiques, toutes les fois qu'on demande à un enfant ou à un groupe d'enfants de dire ce qu'ils ont fait et pourquoi, de verbaliser leur démarche en la justifiant, de commenter ce qu'ils ont écrit, représenté, schématisé en racontant les étapes de leur recherche (qu'elle ait ou non abouti à « la » ou à « une » solution), on leur permet de travailler dans leur langue maternelle et en rupture avec elle, à l'élaboration d'un langage mathématique pourvu de sens - et c'est bien là la seule chose qui compte.

Peu importe alors que la terminologie soit assurée ou pas et les formulations incorrectes au regard du mathématicien parlant comme un livre. C'est dans ce tâtonnement que s'apprend toute langue. En mathématique plus encore qu'ailleurs, la crainte de mal dire fait des enfants des muets.

Annexe 2

Extraits des nouveaux programmes de l'école élémentaire concernant les mathématiques

Cycle des apprentissages fondamentaux, Objectifs (“ Q'apprend-t-on à l'école élémentaire ? MEN pages 102 et 103”)

“ Les capacités à chercher, abstraire, raisonner et expliquer se développent aussi bien dans les moments de travail individuel ou en petits groupes que dans les phases d'échange et de confrontation qui permettent de mettre en valeur la diversité des méthodes utilisées pour résoudre un même problème.

Le travail de recherche sur des situations réelles et la réflexion collective à laquelle il donne lieu imposent un usage privilégié de la langue orale. Au cycle 2, l'usage des mots précède celui des symboles mathématiques : ils sont à la fois plus proches du langage des élèves et plus à même d'exprimer le sens des notions. La mise en place nécessaire d'un langage élaboré et du symbolisme conventionnel, spécifique aux mathématiques, doit être réalisée avec prudence, à mesure qu'elle prend sens pour les élèves dont elle ne doit pas freiner l'expression spontanée. L'appui sur l'écriture est évidemment indispensable, en particulier dans les phases de recherche. Au cycle 2, les écrits de recherche servent également souvent de support aux échanges collectifs au cours desquels les élèves trouvent une occasion de s'initier à l'argumentation et à ses exigences (écoute des autres, contrôle par autrui de ce qui est avancé, recours à une expérience pour trancher entre deux propositions…). En fin de cycle, la rédaction de textes plus élaborés rendant compte de la démarche de résolution fait l'objet d'un travail collectif. ”

Cycle des approfondissements (“ Q'apprend-t-on à l'école élémentaire ? MEN)

Maîtrise du langage et de la langue française : ***compétences spécifiques devant être acquises en fin de cycle*** (page 175)

Parler :

- Utiliser le lexique spécifique des mathématiques dans les différentes situations didactiques mises en jeu.
- Formuler oralement, avec l'aide du maître, un raisonnement rigoureux.
- Participer à un débat et échanger des arguments à propos de la validité d'une solution.

Lire :

- Lire correctement une consigne, un énoncé de problème,
- Traiter les informations d'un document écrit incluant des représentations (diagrammes, schéma, graphique),
- Lire et comprendre certaines formulations spécifiques (notamment en géométrie)

Ecrire :

- Rédiger un texte pour communiquer la démarche et le résultat d'une recherche individuelle ou collective.
- Elaborer avec, l'aide de l'enseignant, des écrits destinés à servir de référence dans les différentes activités.

Mathématiques, Objectifs (page 226) :

“ Dans les moments de réflexion collective et de débat qui suivent le traitement des situations, l'usage ordinaire de la langue orale et les formulations spontanées des élèves prévalent. Ils sont toutefois complétés par le recours à un lexique et à des formulations spécifiques, nécessaires à la rigueur du raisonnement. Une attention particulière doit être portée aux difficultés de lecture des énoncés que rencontrent de nombreux élèves afin, d'une part, de ne pas pénaliser les élèves dont l'autonomie face à l'écrit est insuffisante, d'autre part, de travailler les stratégies efficaces de lecture de ces types de textes. L'écriture comporte, en mathématiques, différentes formes qui doivent être progressivement distinguées : écrits pour chercher, écrits pour communiquer une démarche et un résultat, écrits de référence. ”

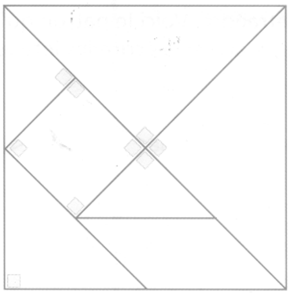
Annexe 4.1

3 Formes géométriques planes

Jeu du portait avec les pièces du tangram

- Sais-tu distinguer les triangles et les quadrilatères ?

Revoir



1. Regarde bien le tangram.

a. Écris le nom des figures que tu reconnais.

b. Reproduis-le à main levée sur une feuille de papier uni.

c. Reproduis-le maintenant à l'aide d'un papier calque.

Colorie de la même couleur les segments qui ont la même longueur.

d. Numérote les pièces et découpe-les.

e. Classe-les en fonction du nombre de leurs côtés. Écris ton classement.

2. Sur la figure de l'exercice 1, les petits carrés indiquent les angles droits.

a. Vérifie en posant un gabarit carré à leur place.

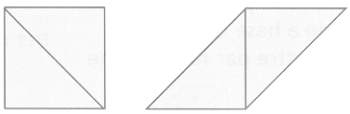
b. Classe les pièces en fonction du nombre de leurs angles droits.

c. Les classements par nombre de côtés et par nombre d'angles droits sont-ils identiques ? Explique.

S'exercer

3. Trouve plusieurs façons d'obtenir un carré avec 2 pièces, 3 pièces puis 4 pièces du tangram.
Quelles pièces utilises-tu et combien trouves-tu de solutions à chaque fois ?
Trace toutes les solutions sur du papier quadrillé. Explique-les.

4. Explique la transformation du carré en parallélogramme.



5. Trouve plusieurs façons d'obtenir un triangle puis un rectangle, avec des pièces du tangram.

6. Math et français

Quelles informations te donnent les mots « triangle », « quadrilatère » ?
Trouve d'autres mots commençant par « tri » ou « quadri ».

162

Annexe 4.2

12 Du carré au cube

Jeu de Kim sur pentaminos

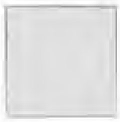
- Sais-tu reconnaître un patron de cube ?

Étudier

Faire des paris !

1. Avec les autres élèves de la classe, numérotez les douze formes que vous avez trouvées page 174. Observez-les et faites des paris en choisissant ceux qui, d'après vous, deviendraient des « cubes sans couvercle » en les découpant et en les refermant.

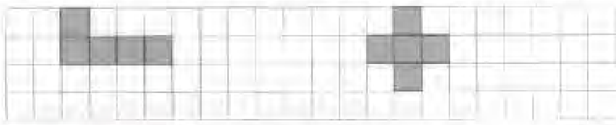
2. Trace les pentaminos sur un quadrillage agrandi ou utilise ce gabarit. Vérifie les paris.



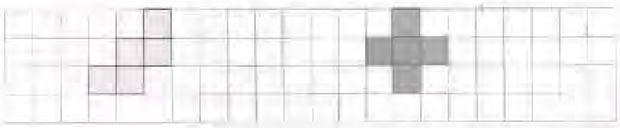
Obtiens-tu des « cubes sans couvercle » ?
Si oui, bravo ! Dans le cas contraire, explique les erreurs.

S'exercer

3. Voici plusieurs pentaminos. Marque de la même couleur les côtés des carrés qui se rejoindront lors du montage du cube. Tu peux aussi les relier par des flèches.



4. Voici deux patrons de cube sans couvercle. Reproduis-les puis trace, à la bonne place le sixième carré qui pourrait fermer le cube.



5. Math et français

Explique le mot « patron » quand il est utilisé en mathématiques.
Ce mot est utilisé en français avec d'autres significations. Quelles sont celles que tu connais ?

175

Annexe 4.3

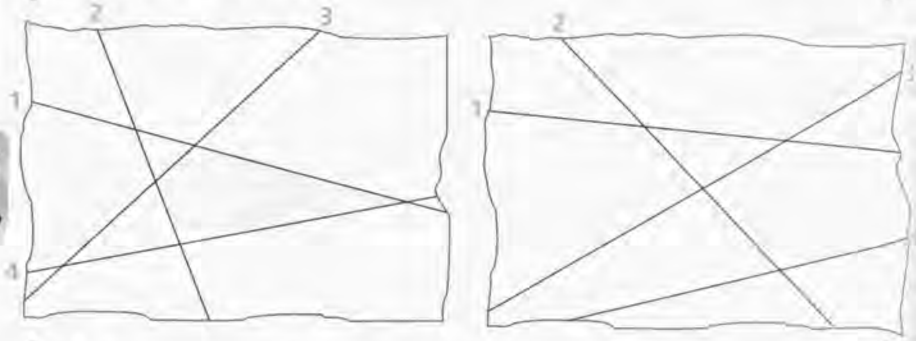
6 Des tracés géométriques à la règle

Tracer dans l'air une droite oblique, horizontale, verticale

- Sais-tu utiliser ta règle pour réaliser des tracés géométriques ?

Étudier

Charlotte et Adel ont tracé quatre droites à la règle mais leurs tracés sont différents.



1. Combien vois-tu de points d'intersection sur chacune de leur feuille ?

2. Combien vois-tu de régions sur chacune de leur feuille ?

3. Pourquoi vois-tu moins de points d'intersection sur le tracé d'Adel ?

4. Sur une feuille unie, trace soigneusement avec ta règle quatre droites de manière à obtenir cinq points d'intersection.

5. Colorie en vert les régions qui touchent les bords, en bleu les régions triangulaires, et en jaune celles qui ont quatre côtés.

S'exercer

6. Sur une feuille de papier calque, trace soigneusement à la règle quatre droites. Compte les points d'intersection et reporte-les sur du papier uni. Échange cette feuille avec un camarade qui devra tracer les droites qui passent par les points que tu lui as marqués.
En superposant le calque et la feuille unie, les droites et les points doivent coïncider.

7. Math et français

Explique le mot « intersection ». A-t-il le même sens en mathématiques et dans le code de la route ?

Annexe 4.4

14 Mesurer des masses importantes

Dans n tonnes, combien de kg ?

SE RAPPELER COMMENT DIRE
Tu sais qu'un kilogramme est 1 000 fois plus grand qu'un gramme ou encore qu'il faut 1 000 grammes pour faire un kilogramme.

Étudier

1. Observe les deux images.

2. Écris une phrase pour décrire chaque image.

3. Un cochon pèse environ 175 kg. Combien pèsent un éléphant, une baleine bleue ?

4. 1 tonne = 1 000 kg. Exprime le poids de l'éléphant et celui de la baleine en tonnes et kilogrammes.

S'exercer

5. Quelle unité utilise-t-on pour mesurer les masses des animaux suivants :

un lion	une puce	un bison	un chien	un moineau
un chat	un lapin	un hippopotame	une souris	un orque

6. Transforme en kilogrammes.
a. 2 t 358 kg **b.** 7 t 125 kg **c.** 4 t 2 kg **d.** 10 t 26 kg **e.** 25 t 60 kg

7. Transforme en tonnes ou en tonnes et kilogrammes.
a. 8 000 kg **b.** 12 050 kg **c.** 50 160 kg **d.** 35 004 kg **e.** 20 010 kg

8. Math et français

Explique :
- J'ai épluché une « tonne » de pommes de terre.
- Papa a croisé un « sept tonnes ».
- Madame Flamme a commandé une « tonne » de charbon.

Annexe 5.1

6

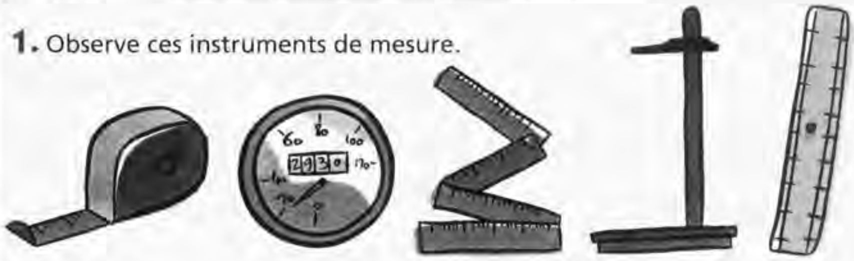
Les longueurs

Un objet, une longueur : possible ou impossible ?

- Connais-tu des unités de longueurs ?

Revoir

1. Observe ces instruments de mesure.



Que va utiliser :
- Charlotte qui veut dessiner un carré dont le côté a pour longueur 10 centimètres ?
- Le marchand qui doit vendre 25 mètres de tuyau d'arrosage ?
- Adel qui veut mesurer la longueur de 2 segments ?
- Monsieur Tapinou qui veut poser de la moquette dans sa chambre ?
- La famille Renaud qui veut connaître la distance parcourue en voiture pour arriver en vacances ?
- Les élèves de Martine qui veulent connaître leur taille ?

S'exercer

2. Écris « possible » ou « impossible » pour chacune des phrases.
- Sur son cahier, Solène a tracé une ligne de 1 mètre de long.
- Léo a couru 560 kilomètres sans s'arrêter.
- Ta main a une largeur de 15 mètres.
- La distance entre la maison de Victor et l'école est de 300 mètres.
- La Loire, plus grand fleuve de France, a 1 000 centimètres de long.
- La tour Eiffel a une hauteur de 320 kilomètres.
- Le record de saut à la perche est de 6 centimètres.

3. Champions de plongée
Dans l'océan, à 355 m de profondeur, on peut rencontrer le rorqual.
180 m plus bas que le rorqual, on trouve le grand dauphin et encore 365 m plus bas, l'éléphant de mer. 300 m au-dessus de l'éléphant de mer, on peut croiser le phoque de Wedell.
À quelles profondeurs peut-on croiser chacun de ces animaux ?

4. Math et français

a. Explique à ta manière « mètre » et « centimètre ».
b. Comment les écrit-on en abrégé ?
c. Écris des phrases traduisant les relations entre ces unités de longueur.

Annexe 5.2

9 Double, moitié

Construire des suites en doublant chaque élément

● Sais-tu calculer le double, la moitié d'un nombre ?

Étudier

Histoire à la manière de…
Dans un village, il y a une rue.
Dans cette rue, il y a deux maisons.
Dans chaque maison, il y a deux pièces.
Dans chaque pièce, il y a deux chaises.
Sur chaque chaise, il y a deux chats.

1. Combien y a-t-il de chats dans ce village ?

2. L'année dernière, dans le même village, on avait compté 24 chats.
Explique pourquoi.

S'exercer

2. Calcule le double des nombres, sans poser l'opération.
a. 16 b. 150 c. 360 d. 3 500 e. 10 003

3. Trouve la moitié de chacun des nombres.
a. 20 b. 400 c. 180 d. 1 400 e. 80

4. Carole a gagné 14 images. Sophie compte les siennes.
Elle en trouve 2 fois moins que Carole.
Combien Sophie a-t-elle d'images ?

5. Dans le monde, 129 millions de personnes parlent français,
le triple parle espagnol.
Combien de personnes parlent espagnol ?

6. Un père a 46 ans. Yvan, son fils, a la moitié de son âge.
L'âge du grand-père d'Yvan est : trois fois celui d'Yvan plus 9 ans.
Quel âge a Yvan ? Quel âge a son grand-père ?

7. Trois enfants ont décidé de regrouper l'argent de leur tirelire pour acheter un cadeau à leur maman. Le premier a 60 F, le deuxième a la moitié et le troisième a deux fois plus que le premier.
De quelle somme d'argent les enfants disposent-ils pour acheter le cadeau ?

8. Math et français

Explique, en les utilisant dans une phrase, les mots et les expressions :
« doubler », « tripler », « quadrupler », « quintupler », « décupler », « moitié »,
« deux fois moins que », « trois fois plus que ».

Annexe 5.3

18 Multiplication et ordre

Compter de 6 en 6, 7 en 7

SE RAPPELER COMMENT FAIRE
Pour comparer des produits, il n'est pas toujours nécessaire de les calculer, il suffit parfois de les lire et d'en comparer les éléments.

Étudier

Charlotte et Victor jouent à la bataille.

Naïma et Léo jouent à la bataille.

1. Dans chaque cas, qui est le gagnant ?

2. Quels produits peut-on comparer sans les calculer ?

S'exercer

3. Range les produits dans l'ordre croissant, sans les calculer.
8524 x 39 ; 8542 x 39 ; 8452 x 39 ; 8542 x 49 ; 8524 x 49

4. Pour décorer son appartement, monsieur André cherche des cadres.
Dans un catalogue, il trouve ces formats :
50 x 70 ; 40 x 50 ; 35 x 21 ; 30 x 40 ; 21 x 30 ; 35 x 50.
a. Range les cadres de monsieur André du plus petit au plus grand.
b. Un des cadres est deux fois plus petit qu'un autre, donne les dimensions de ces deux cadres.

5. Math et français

Dans les catalogues, les dimensions sont indiquées sous forme de produit.
Exemple : « Matelas 90 x 200 ». On lit « Matelas 90 sur 200 ». Qu'est-ce que cela signifie ?

Annexe 6

1)Pierre a 327 billes. Il joue et gagne 5 X 57 billes. Son ami a 2 X 172 billes Combien Pierre a-t-il de plus de billes que son ami ?

2) Justine a 137 bonbons et Yoann a 140 bonbons et Prisca a 101 bonbons. Combien Prisca a-t-elle de moins que Justine et Yoann réunis ?

3) Madame Durant fait ses courses et doit payer 57F X 2 et Madame Salsa, elle, doit payer 172 F X 10. Combien Madame Durant a payé de moins que Madame Salsa ?

4) Madame Dubois achète des produits à 57 F de plus que Madame Chapente.

5) Monsieur Dupont à 57 € et Monsieur Adam a 172 €. Combien Monsieur Dupont a t-il de moins que Monsieur Adam ?

6) A la campagne, Monsieur Dupont a 57 moutons, son voisin en a 172. Combien Monsieur Dupont a de moins que son voisin ?

7)Dans une école, il y a 172 élèves de plus que dans l'école Benoît qui a 57 Elèves. Combien y a–t-il d'élèves dans l'autre école ?

8) Luc a 172 billes. Il en perd l'après-midi 57. Combien a-t-il de billes maintenant ?

9) Ils ont 57 jeux d'ordinateur et Nourief a 172 jeux d'ordinateur et Ismaël a moins de jeux que Nourief et Dean n'a rien. C'est Nourief qui a plus de jeux qu'Ismaël et Dean. Combien y a-t-il de jeux en tout ?

10) A Saint Germain sur Vienne, il y a deux prés de moutons, il y a le pré de Jac qui contient 57 moutons dont 35 ont la fièvre aphteuse. Dans l'autre pré, il y a des moutons de Marie-Louise, qui en a 172. Combien Marie-Louise a-t-elle de plus que Jac ?

11) Iloud gagne 12 billes le matin, l'après–midi, il perd 8 billes, et 1 soir, Mouloud perd 5 billes. Combien Iloud a de billes à la fin de la partie de l'après-midi ?

12) Monsieur Secco a 172 F sur lui. Combien y a-t-il de plus que le nombre 57 ?

13) Laura dans son porte-monnaie a 172 F, elle achète deux cahiers et un stylo pour un total de 57 F. Combien Laura a-t-elle de plus que 100 F ?

14) Il y a 57 gâteaux au chocolat de moins que 172 gâteaux à la fraise.

15) Madame Duchamp a dans son porte-monnaie 172 F. Elle achète des oranges à 10 F, des poires à 40 F, et des pommes de terre à 7 F. En tout, il y en a pour 57 F. Combien y a-t-il de moins d'argent dans le porte monnaie de Madame Duchamp ?

16) Dans le sac de Yoann, il y a 57 gâteaux, dans le sac de la maîtresse, i y a 172 gâteaux à la framboise. A la récréation, la maîtresse en mange 9. Combien la maîtresse a-t-elle de gâteaux de plus que Yoann ?

17) A paris 172 magasins de plus que Livry Gargan. Livry Gargan a moins que Paris. Combien il y en a en Belgique ?

18) Nicolas a 57 F dans sa tirelire et son père a 172 fois plus que Nicolas. Combien a le père de Nicolas ?

19) Dans une ferme où il y a 57 cochons et 172 lapins. Combien y a-t-il de plus de différence ?

20) Sébastien dans sa tirelire, il a 172 F. Son père lui a pris 57 F pour se dépanner, son père lui dit : " Je vais te rembourser, je vais te donner 111F + 179 F. Son père va lui donner plus que 172 F ou moins que 172 F ?

21) Paul a 57 F. Sa sœur a 172 F. Son père lui donne 172 F de moins que sa sœur. Combien Paul a-t-il ?

22) Dans une école, il y a 57 élèves et 172 instituteurs. Combien y a-t-il de plus d'instituteurs que d'élèves ?

23) Malk est pharmacien, il a 300 béquilles . Iloun veut lui en acheter 57. Malk doit enlever de moins que 300 parce que Morad veut aussi lui en acheter 100. Trouve combien Iloun et Morad en ont en tout .

GÉOMÉTRIE EN MANIPULANT : PLIAGES MATHÉMATIQUES

Valérie Larose

Résumé :
Cet atelier présente des pliages à partir de feuilles A4 qui peuvent être pratiqués, selon les modèles et selon les objectifs, à l'école élémentaire, en PE1, en PE2 ou en formation continue.

Remarque :

La lecture d'un tel compte-rendu nécessite d'avoir avec soi feuilles de papier, ciseaux et ouvrages cités.

INTRODUCTION : MA PRATIQUE DE PROF DE COLLÈGE

Objectifs généraux

Le chapitre "géométrie dans l'espace" est maltraité, repoussé en fin d'année et le premier supprimé du programme au cas (non exceptionnel) où l'on manquerait de temps. Les professeurs y sont mal à l'aise, car les objets manipulés étant encombrants, on a pris l'habitude de les évoquer de façon abstraite, le plus souvent par l'intermédiaire de dessins en perspective. Dans le meilleur des cas, le professeur dispose d'un solide en bois ou en plexiglas à montrer du bureau aux élèves. Enfin, pour les mêmes raisons de manque de temps, les règles du dessin en perspective, pas si simples ni intuitives, ne sont jamais vraiment enseignées. Par sa facilité de mise en œuvre, le pliage peut être une réponse à ces difficultés. Que ce soit en classe ou en club, les pliages sont un moyen motivant de faire des mathématiques. L'élève qui a réalisé un pliage a par la suite une représentation concrète de l'objet mathématique obtenu ; il s'approprie l'objet en manipulant du concret. La présence simultanée de l'objet et de sa reproduction en perspective permet des allers et retours rapide entre les deux et ancre la perspective dans les représentations de l'élève. Il apprend ainsi à décoder un dessin en perspective, en particulier lorsque des calculs de volumes ou de longueurs sont demandés.

En classe, l'enseignant a une priorité pédagogique liée au programme : les pliages seront ceux des volumes étudiés (cube, pavé droit, pyramides, prismes) ou des pliages plans mettant en action la symétrie axiale ; ils permettent de manipuler les objets, de se les approprier, de mieux comprendre par la suite la nécessité de choisir tel ou tel plan pour appliquer un théorème en vue de calculer une longueur demandée. Parmi les pliages possibles pour obtenir un volume souhaité, l'enseignant choisira en fonction de la simplicité du pliage ou des calculs qu'il souhaite ensuite faire.

Exemple : on peut construire rapidement une pyramide à base carrée évidée (on a matériellement la hauteur et quatre triangles rectangles ayant comme côtés la hauteur de la pyramide et une demi diagonale du carré de base) ce qui permet à l'élève de réaliser dans quel triangle rectangle le théorème de Pythagore pourra être appliqué. Mais on peut également choisir de faire réaliser une pyramide de même volume que la précédente mais ayant ses faces latérales pleines pour une première approche de l'objet.

Les pliages proposés lors de l'atelier sont en grande partie des créations de Didier Boursin, architecte et sculpteur de papier, ils sont décrits dans les ouvrages "Mathématiques et pliages" ainsi que "Mathémagie des pliages" écrits par Didier Boursin et Valérie Larose, édités aux éditions du Kangourou.

En club, les élèves sont volontaires et on a le temps de réaliser des structures géométriques qui impressionnent soit du point de vue esthétique (choix des couleurs des papiers utilisés), soit par leur complexité, soit par leur côté totalement magique (flexagone ou flexaèdre réalisés à partir d'une simple enveloppe par exemple). Les élèves découvriront des mathématiques là où ils ne pensaient que construire des objets. Il est passionnant d'observer des élèves qui en classe abandonnent très vite avec un refus de l'effort se mettre à plier soigneusement quelques dizaines de modules pour un assemblage futur qui aurait de quoi décourager ! Ces assemblages demandent de la patience et plusieurs séances pour être achevées.

Certains pliages utilisent la technique du pliage modulaire. Une référence en ce domaine est l'artiste japonaise Tomoko Fusé qui a publié de nombreux ouvrages en langue anglaise dont le remarquable "Unit Origami".

Je dois préciser qu'après avoir animé pendant des années un club pliage en collège, je me suis depuis trois ans investie dans un parcours diversifié hebdomadaire intitulé "Devenez mathartiste" en partenariat avec une collègue d'arts plastiques. Les pliages "mathémagiques" sont à l'honneur et permettent à des élèves en grande difficulté ou scolaire ou comportementale (voire les deux à la fois) de se motiver et d'être enfin acteur.

DÉROULEMENT DE L'ATELIER

Remarque :

À l'IUFM il semble bien que cette pratique puisse, avec bonheur, être utilisée à la fois en PE1 pour réactiver ou découvrir une géométrie spatiale et le plaisir de faire, et bien sûr en PE2 pour introduire en classe une géométrie active et réfléchie où l'élève de l'école pliera, anticipera et prendra du plaisir à faire ; sans oublier d'en faire profiter les stages de formation continue !

L'introduction d'un pliage lors d'un cours de maths ou en club peut se faire de diverses manières selon les objectifs visés. Il importe cependant que l'enseignant le maîtrise totalement, qu'il l'ait testé de nombreuses fois pour en repérer les difficultés.

Avec des élèves, je choisis soit de montrer aux élèves le pliage pli par pli ; c'est alors l'écoute de toute la classe en même temps qui est sollicitée ainsi que la mémoire visuelle des plis pour pouvoir recommencer seul le pliage ; cette mémoire n'est pas la même que celle qui permet de retenir les tables de multiplication ou une poésie : c'est une mémoire des gestes, d'un savoir faire manuel peu sollicité durant nos cours de maths.

Il m'arrive également de distribuer le diagramme du pliage pli par pli avec les consignes rédigées en français ; c'est alors l'utilisation du français qui est sollicitée. L'élève est autonome devant les consignes, il doit comprendre un nouveau langage … le solfège du plieur de papier et visualiser les dessins en perspective.

Lors de l'atelier, j'ai proposé les deux façons de procéder. Les ouvrages d'où sont tirés les diagrammes étaient disponibles et permettaient aux participants de se familiariser avec les diagrammes, les codes des plieurs pour signaler telle ou telle action.

Nous avons donc réalisé, dans la bonne humeur les pliages suivants. Chaque réalisation a permis d'échanger sur son utilisation et sur les mathématiques à exploiter …

Matériel de base : feuilles de papier A4 80g de différentes couleurs vives (celui pour photocopieuse imprimante convient), ciseaux.

Première plage de l'atelier :

CUBE RÉALISÉ AVEC 6 MODULES

Pliage réalisable dès le CM, qui à partir de six modules identiques (un carré et deux triangles dans une feuille A5) permet d'obtenir un cube démontable à faces pleines. Le pliage d'un module est simple, l'assemblage demande de réfléchir surtout si on souhaite obtenir un cube avec des faces opposée de la même couleur.

12 modules identiques mais pliés en deux à la fin permettent d'obtenir un rhomboèdre.

réf. : "Pliages et mathématiques" page 39 et 41, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

Le n°47 de la revue Grand N (année 90/91) donne d'autres pliages avec d'autres modules.

CUBE RÉALISÉ À PARTIR D'UNE ENVELOPPE 11×22

Pliage magique (possible au cycle 3) qui permet à une enveloppe au format 11×22 de se transformer en cube au bout de quelques plis et coups de ciseaux. Ce cube peut se coller astucieusement le long du pli d'une feuille A4 pliée en deux ; si la feuille est collée dans un cahier, le cube s'ouvrira avec le cahier.

réf. : "Pliages et mathématiques" page 44, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

CUBE RÉALISÉ À PARTIR DE "BANDES" D'ENVELOPPE 11×22

On découpe en 4 bandes une enveloppe et on assemble un cube avec 3 de ces bandes. Pliage extrêmement. simple qui permet à un élève dès le CP de construire un cube en intégrant la notion de "trois dimensions". La réalisation de huit cubes et leur fixation les uns aux autres permet de construire un jeu de cubes articulés, qui décorés avec des lignes géométriques réserve de belles surprises visuelles.

réf. : "Pliages et mathématiques" page 42, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

"Mathémagie des pliages" page 7, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

CUBES AVEC DES COINS EN MOINS

Même pliage/découpage que précédemment mais des entailles sont faites astucieusement sur les bandes pour qu'au montage (parfois délicat), un cube avec un ou deux coins en moins apparaisse.

réf. : "Mathémagie des pliages" page 7, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

A l'occasion de ces pliages sur le thème du cube, j'ai présenté quelques activités basées sur le matériel “Polydron” et le coloriage astucieux d'un patron de cube recouvert de zones (cf. Annexe 1).

réf. : "Jeux 5” publié par l'APMEP

POP UP OU CARTES ANIMÉES

Un pop up se définit comme une structure en 3D qui se déploie lorsqu'on ouvre des formes préalablement pliées. Pas de difficultés particulières et un excellent moyen d'apprendre à utiliser son équerre dès le CE1. Les structures obtenues permettent de travailler les notions de parallèles et perpendiculaires, de symétries et la création de mini décors de théâtre avec les notions "devant-derrière"

réf. : "Mathémagie des pliages" page 40, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

"Pliage et découpage", Paul Jackson, éditions Manise.

Deuxième plage de l’atelier :

TÉTRAÈDRES RÉGULIERS

Plusieurs tétraèdres ont été réalisés soit à partir d'enveloppe 11×22, soit à partir de feuille au format A4. Le tétraèdre enveloppe a été réalisé en CM après un travail sur un matériel type “Polydron”. Un assemblage de plusieurs tétraèdres de volumes différents permet d'obtenir un octaèdre étoilé.

L'un des pliages permet d'obtenir une ligne des milieux intéressante, et de rechercher le plus grand triangle équilatéral à partir d’une feuille A4 (activité riche à tous niveaux PE1 et PE2, PLC2, formation continue).

réf. : "Pliages et mathématiques" page 30 à 32, D. Boursin et V. Larose

"Mathémagie des pliages" page 22, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

PYRAMIDES À BASES CARRÉES

Là aussi, des pliages utilisent des enveloppes 11×22 avec la possibilité de coller astucieusement la pyramide dans un cahier et de la voir se monter en ouvrant le cahier. Dès le CP on peut utiliser le découpage d’une enveloppe quelconque pliée en 2 , ou même simplement le “coin” d’une enveloppe pour obtenir simplement une pyramide.

Une pyramide évidée permet de visualiser la hauteur de la pyramide et les 4 arêtes latérales ce qui devrait aider les PE1 à choisir un triangle rectangle pour appliquer le théorème de Pythagore lors d'un calcul de hauteur ou d'arête latérale.

réf. : "Pliages et mathématiques" page 36, D. Boursin et V. Larose
"Mathémagie des pliages" page 20 et 24, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

OCTAÈDRE RÉALISÉ À PARTIR D'UNE ENVELOPPE 11×22

Magie de ce pliage qui après plusieurs plis transforme l'enveloppe en hexagone puis en octaèdre !
réf. : "Pliages et mathématiques" page 52, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

LE FLEXAGONE PLAN (À PARTIR D'UNE BANDE DE 10 TRIANGLES ÉQUILATÉRAUX)°

Pliage mathémagique qui fait apparaître une troisième face à un objet plat lors de sa manipulation …. Un choix astucieux de décoration géométrique des faces permettra des transformations étonnantes. Cette activité demande une bonne maîtrise de l'adulte avant de la proposer à des élèves (cf. Annexe 2).
réf. : "Mathémagie des pliages" page 43, D. Boursin et V. Larose, éditions du Kangourou.

LES SECRETS MATHÉMATIQUES DU BALLON DE FOOT

Le mondial va bientôt envahir les ondes et les têtes de certains et certaines … Alors pour finir je propose une activité de découpage/pliage tout à fait spectaculaire qui permet d'obtenir un icosaèdre tronqué à partir d'un pavage d'hexagones (donc plan). Les faces pentagonales sont évidées, les faces hexagonales pleines. Vous trouverez en Annexe 3 de quoi réaliser l'objet.
réf. : "Mathématiques buissonnières en Europe" publié à l'occasion de la fête de la science 2000.

BIBLIOGRAPHIE :

Didier Boursin est l'auteur aux éditions Dessain et Tolra de:
Pliages en mouvement
Pliages en liberté (pliages d'avions et d'objets volants)
Pliages utiles
Animaux de papier
Le livre de l'origami rassemble des extraits des précédents ouvrages
Pliages premiers pas
Pliages magiques
Pliages des serviettes

Didier Boursin et Valérie Larose sont auteurs aux éditions ACL-Kangourou de :
Pliages et mathématiques
Mathémagie des pliages

Paul Jackson (spécialiste des PopUp et cartes animés)est l'auteur de :

Pliages et découpages aux éditions Manise
Origami et art du papier chez Quinted Publishing Limited, MLP pour l'édition française

David Mitchell est l'auteur aux éditions Tarquin (voir catalogue des éditions Tangente) de :
Mathematical Origami.

Pour les pliages modulaires, il y a les nombreux livres de Tomoko Fusé en langue anglaise accessibles sur le site internet de Amazon.fr. Entre autres :
Unit Origami chez Japan Publication
Boxes chez Japan Publication

Pour le plaisir des yeux et des textes, un très beau livre aux édition Seuil intitulé "Papier(s)".

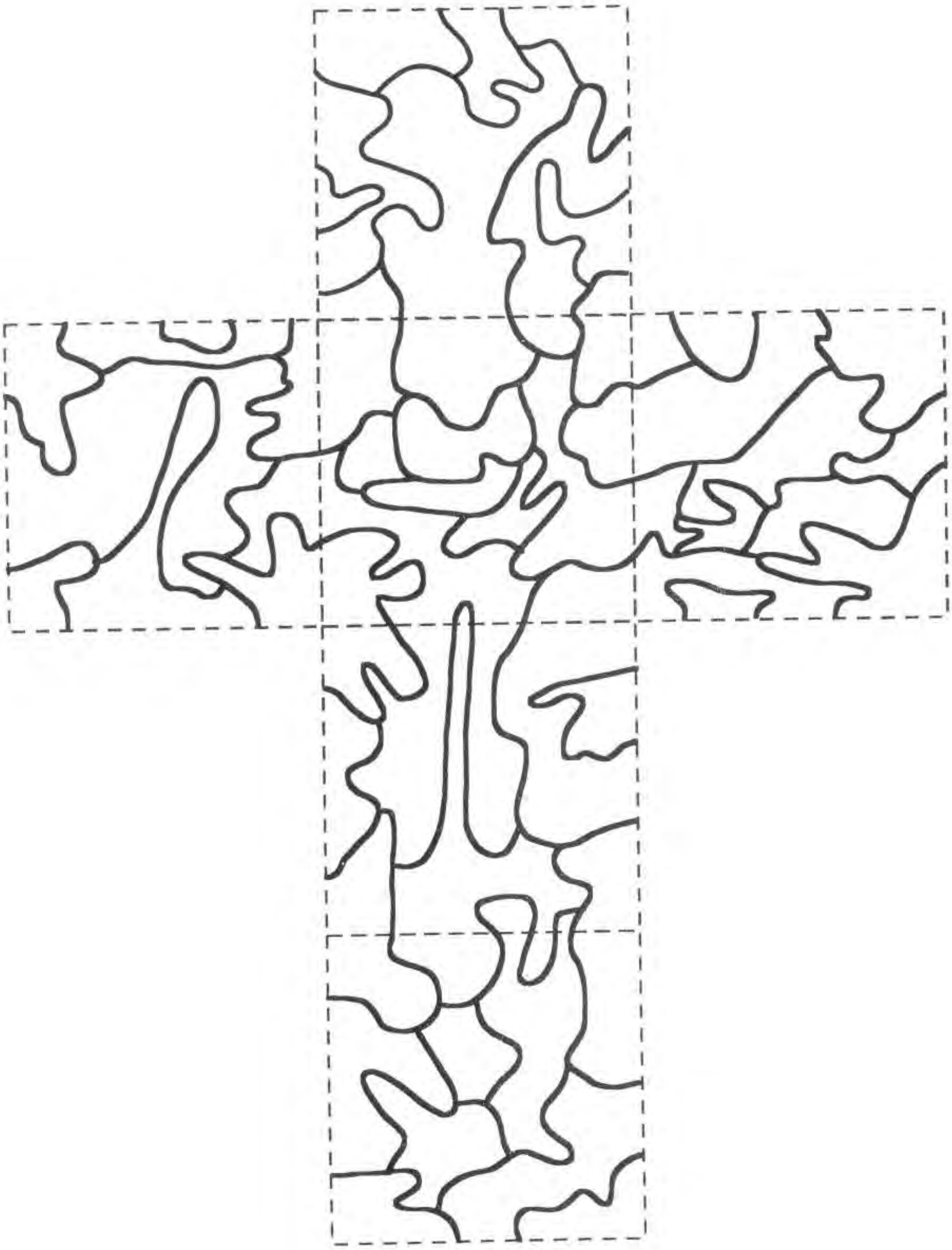
SUR INTERNET

Compte tenu des délais de confection de ces actes, toute référence donnée ce jour risque fort d'être périmée lors de la parution, il n'est donc pas très raisonnable d'en fournir ici. Par contre les mots "polyèdre", "polyhedron", "origami", "tomoko fusè" permettent de belles trouvailles dans les moteurs de recherche. (www.google.fr fournit très rapidement des réponses nombreuses et pertinentes).

Annexe 1

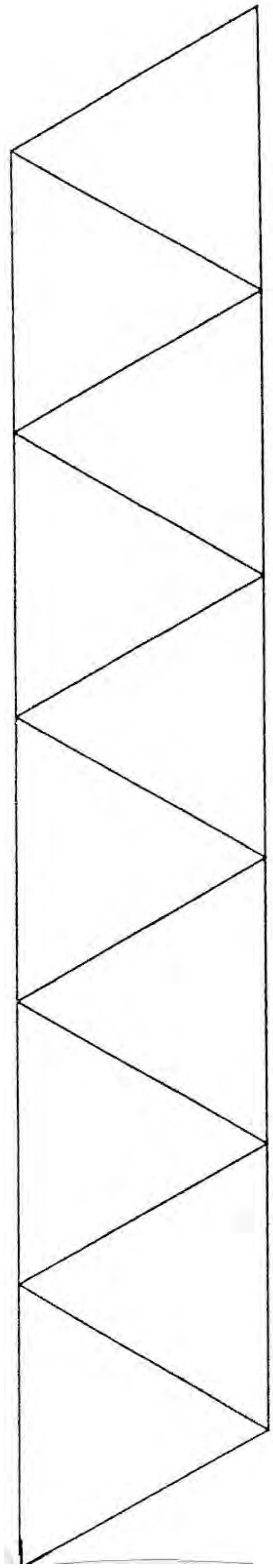
Le cube à colorier

Avec le moins de couleurs possible, colorie le cube dont voici un patron.
Attention ! Deux zones voisines ne doivent pas être de la même couleur.
Les pointillés ne sont pas des limites de zones : une zone peut se prolonger d'une face à une autre.
(A.P.M.E.P. Brochure n°119 – 1988)



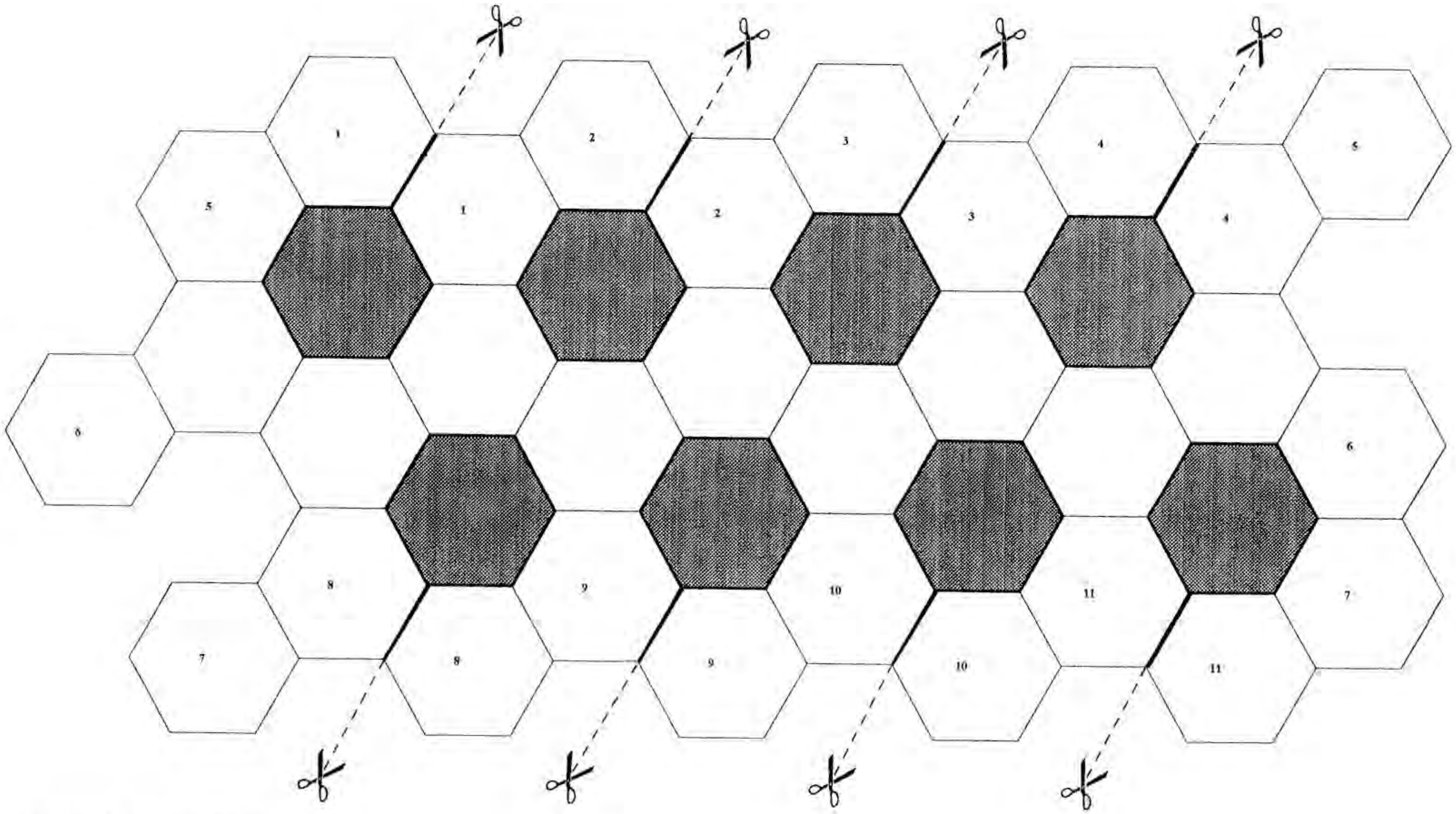
Annexe 2

Un flexagone plan



Annexe 3

Le ballon de foot



Consignes de montage:

① Découper la figure en suivant le bord extérieur
② Enlever les hexagones grisés en coupant le long des traits plus épais.
③ Marquer soigneusement tous les plis restants.
④ Coller l'un sur l'autre les hexagones portant le même numéro.
⑤ Combien y a-t-il de sommets ? de faces ? d'arêtes ?
⑥ Les sommets sont-ils tous semblables (même nombre d'arêtes, même types de faces, dans le même ordre) ?
⑦ Connaissez-vous un objet qui a cette forme ?

INTÉGRATION DE LOGICIELS DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE DANS DES CLASSES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE

Teresa Assude
& Brigitte Grugeon
Equipe DIDIREM

Résumé :
Cet atelier vise à aborder les questions d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique, Cabri géomètre ou GeoplanW, dans l'enseignement de la géométrie en cycle3. Il s'appuie sur des expérimentations réalisées dans des recherches menées respectivement à l'IUFM de Versailles et à l'IUFM d'Amiens.

INTRODUCTION

Dans un premier temps, nous abordons les problèmes d'initiation aux logiciels Cabri et GeoplanW pour étudier les questions relatives aux processus d'instrumentation d'un logiciel et les principales difficultés rencontrées par des élèves de cycle 3. En particulier, nous nous demandons : quelles activités proposer aux élèves ? quelles connaissances instrumentales doit-on institutionnaliser ?

Dans un deuxième temps, nous analysons des séquences proposées aux élèves en prenant essentiellement le point de vue des choix des professeurs, notamment à partir de la question : quels choix d'activités proposer pour l'enseignement de la géométrie de manière à articuler le travail en papier-crayon et le travail avec le logiciel ?

Finalement, nous mettons en discussion le problème de l'intégration d'un nouvel instrument, ici un logiciel de géométrie dynamique, dans le travail des élèves au quotidien.

I - PRÉSENTATION DE L'ATELIER : OBJECTIFS ET PLANIFICATION

Cet atelier a abordé la problématique de l'intégration de logiciels de géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie dans des classes ordinaires de cycle 3 de l'enseignement primaire. Il s'est appuyé sur deux recherches réalisées dans le cadre d'appels d'offre de recherche dans les IUFM d'Amiens et de Versailles[1]. Cette problématique d'intégration était commune aux deux recherches mais les expérimentations mettaient en jeu deux logiciels différents de géométrie dynamique, Cabri géomètre et GeoplanW et le travail a été fait séparément. L'objectif de l'atelier est de comparer le travail fait dans les deux expérimentations en cherchant des invariants et des différences pour identifier des conditions et des contraintes d'une telle intégration en nous situant dans le cadre multidimensionnel de l'intégration de nouveaux instruments pour l'apprentissage d'un savoir donné (Artigue 2001, Lagrange 2001).

En premier lieu, il s'agit de proposer et d'analyser une initiation rapide aux deux logiciels de géométrie dynamique utilisés dans le cadre des deux recherches. C'est l'occasion d'aborder les problèmes posés par la genèse instrumentale, étape essentielle pour un utilisateur pour qu'il apprenne à se servir d'un nouvel outil afin qu'il devienne un instrument du travail mathématique, ici géométrique (Rabardel 1999). Cette initiation a été l'occasion d'engager un premier questionnement : comment intégrer un instrument logiciel dans les séances de géométrie ? Faut-il mettre en place des séances d'initiation au logiciel ? Si oui, comment construire une séance d'initiation ? Quels sont les choix à réaliser ? Quelles sont les institutionnalisations à envisager ? En quoi le déplacement peut-il faire évoluer la dialectique dessin / figure ? (Parzysz 1988, Laborde 1998). En quoi ces logiciels de géométrie dynamique peuvent-ils favoriser l'apprentissage de la géométrie en cycle 3 ?

Ensuite, il s'agit d'analyser les choix relatifs à la conception et à la mise en œuvre de deux progressions sur les quadrilatères puis de les comparer. En effet, l'intégration d'un nouvel instrument modifie la conception des progressions et des organisations praxéologiques en géométrie, notamment en tenant compte de l'articulation des tâches avec des instruments différents (Chevallard 1999, Lagrange 2001). Nous avons abordé en particulier les questions suivantes : quelles sont les compétences visées ? Quelle est la place des connaissances instrumentales dans l'apprentissage ? Quelle dialectique entre les connaissances instrumentales et les connaissances géométriques ? Quels sont les rapports entre les environnements papier-crayon et logiciel et en particulier comment s'articulent les types de tâches avec des instruments différents ?

Dans le paragraphe II, nous présentons les séances d'initiation aux logiciels Cabri Géomètre et GeoplanW et analysons les choix qui les sous-tendent et leurs effets. Dans le paragraphe III, après avoir présenté les deux progressions sur les quadrilatères proposées en classe de CM2, nous analysons et comparons les choix sous-jacents à ces progressions. Nous concluons en dégageant des conditions et des contraintes d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique dans le travail mathématique en fin de cycle 3, en prenant aussi en compte la transition école / collège.

II - LA QUESTION DE L'INITIATION À UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

La première étape de l'atelier a été l'occasion d'aborder les questions relatives à la prise en main d'un logiciel de géométrie dynamique. Après une demi-heure de présentation puis de prise en main de chaque logiciel de géométrie dynamique à partir de la construction d'une figure géométrique, les participants ont réalisé et analysé les activités proposées aux élèves lors des séances d'initiation (Cf annexes 1 et 2). Cette analyse a permis de mettre en évidence de nombreux points communs et quelques différences dans les choix réalisés pour les séances d'initiation dans les deux écoles et de dégager des différences entre les logiciels de géométrie dynamique. Nous les précisons ci-dessous.

1 - Les choix des séances d'initiation

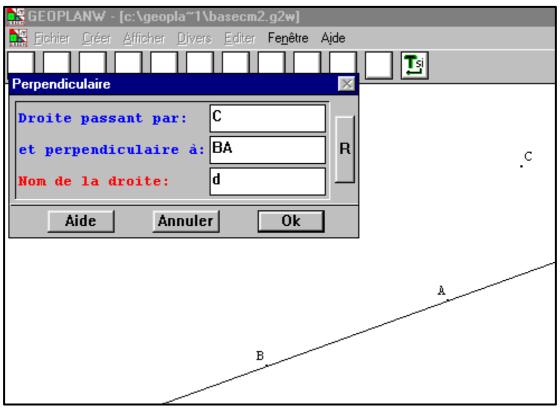
Dans les deux classes, plusieurs choix explicites ont structuré la conception des séances d'initiation. :

- Il s'agit de faire utiliser par les élèves le maximum de fonctionnalités (primitives de dessin, de construction, outils d'affichage, …) mais d'une façon organisée. La définition des activités a donc été guidée par ce principe. A l'école Launay, les primitives permettant l'affichage des mesures n'étaient pas à disposition contrairement aux Meillottes.

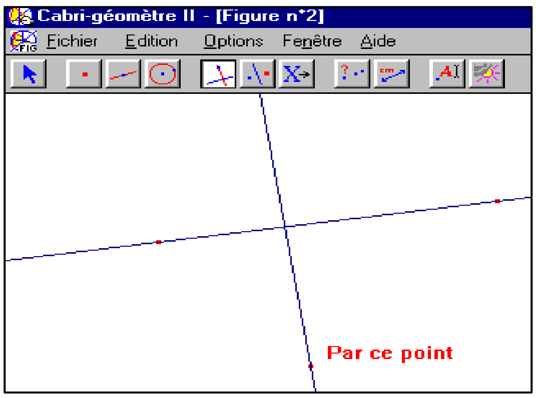
- Les activités proposées ne mettent pas en jeu d'objets mathématiques nouveaux.
- Les élèves (en individuel à l'école des Meillottes, en binôme à l'école Launay) doivent expérimenter, observer et analyser les rétroactions logicielles, confronter leurs points de vue et écrire des remarques pendant le travail sur logiciel.
  Ce dernier choix nous semble essentiel pour amener les élèves à prendre de la distance par rapport aux images logicielles.
- Il s'agit aussi d'institutionnaliser des connaissances instrumentales liées aux logiciels de géométrie dynamique, Cabri géomètre ou GeoplanW. Certaines sont communes aux deux logiciels :
  - la nécessité d'expliciter et de sélectionner les arguments nécessaires à la construction des objets géométriques,
  - la nécessité d'indiquer le statut des points (point libre, point sur objet, point «fixe»), la permanence des propriétés par déformation pour valider une construction.

Mais leur mise en œuvre dépend de l'interface et des interactions en jeu dans le logiciel. En effet, les logiciels diffèrent par les problématiques caractérisant leur conception : manipulation directe pour Cabri Géomètre II avec des transformations contrôlables en temps réel, création et description d'objets pour obtenir une représentation graphique dynamique et interactive pour GeoplanW (Grugeon et al, 2001). Les spécificités de chaque logiciel seront donc à prendre en compte dans la définition des séances et dans la sélection des connaissances à institutionnaliser. En particulier, on spécifiera :

- pour le modèle géométrique implémenté
  - les objets géométriques (objets de base),
  - les caractéristiques des figures logicielles,
- pour l'interface
  - la structuration des menus et des fonctionnalités,
  - les modes de création et de déplacement,
  - la nature des rétroactions (textuelle / visuelle) et les interprétations associées.



Interface de GeoplanW



Interface de Cabri Géomètre

2 - Éléments d'analyse

Une prise de distance difficile avec les images logicielles

Suite à l'observation des expérimentations dans les deux classes, on peut dégager plusieurs invariants relatifs aux conditions de la genèse instrumentale.

Il apparaît pour les élèves un conflit entre la souris et le crayon. Face au logiciel Cabri géomètre ou GeoplanW, ils privilégient au début l'action avec la souris sur l'écrit avec le crayon. Ils éprouvent des difficultés à se détacher de l'ordinateur pour répondre aux questions posées. Il apparaît un phénomène de rupture par rapport au contrat habituel de travail « ludique » sur ordinateur : travail dans l'action, dans l'immédiateté avec la souris sur l'écran, sans prise de distance. Le travail en binôme favorise progressivement une prise de distance par rapport à l'action en amenant les élèves à confronter leurs points de vue sur les questions posées. L'interface de GeoplanW donne une plus grande place à la description des objets, permet une interaction plus encadrée et semble (disons-le prudemment) permettre une évolution plus rapide d'un tel conflit.

Le travail dans l'environnement informatique déstabilise le contrat didactique mis en place dans l'enseignement habituel de la géométrie dans l'environnement papier – crayon. En effet, les élèves doivent :

- expliciter les relations entre les objets géométriques pour les construire,
- désigner les objets,
- écrire des remarques sur les questions posées suite aux expérimentations demandées.

Contrairement aux pratiques mises en jeu dans les jeux sur ordinateur, ils doivent lire et suivre les consignes pour réaliser le travail demandé. L'organisation du travail mise en place dans cette expérimentation provoque aussi un conflit entre une direction et l'errance.

Connaissances instrumentales et opérationnalité

A la fin des séances d'initiation, pour les deux logiciels, les connaissances instrumentales ne sont pas tout de suite opératoires. C'est le cas pour

- l'usage des fonctionnalités internes (en particulier les commandes « style », « supprimer » avec GeoplanW ou « montrer/cacher » avec Cabri géomètre),
- l'interprétation des rétroactions logicielles (en liaison avec chaque logiciel),
- la mobilisation du déplacement pour vérifier la validité d'une construction,
- la mobilisation des trois types de points pour élaborer des constructions.

Il s'avère essentiel de prendre en charge le rapport entre les connaissances instrumentales et les connaissances mathématiques pour permettre aux élèves de rentrer dans le travail géométrique. En particulier, la poursuite du travail sur l'interprétation des rétroactions logicielles (nature du pointeur auprès d'un point...) à travers la résolution de problèmes de construction va s'avérer déterminante dans la compréhension de la nature des objets en jeu, et en conséquence, des relations entre les objets d'une figure géométrique.

III - LA CONCEPTION DE SÉQUENCES AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

1 - Présentation de deux progressions sur les quadrilatères en CM2

Les deux séquences sur les quadrilatères réalisées respectivement dans les classes de CM2 des Meillottes et de l'école Launay, sur lesquelles se sont appuyées l'analyse et la comparaison des choix d'une progression pendant l'atelier, sont présentées en Annexe 3 et 4 (chronologie des séances puis organisation des tâches par séance – seulement pour Launay). Un des objectifs de leur analyse comparative était de mettre en évidence des critères caractérisant l'organisation des tâches et des techniques.

Nous présentons d'abord les étapes qui structurent chacune des séquences sur les quadrilatères.

Séquence sur les quadrilatères en CM2 – Meillotes

La séquence sur les quadrilatères à l'école des Meillotes peut être divisée en trois étapes : la première étape concerne les séances 1 à 3, la deuxième étape les séances 4 et 5 et la troisième étape les séances 6 à 8.

Première étape

La première séance sur les quadrilatères était organisée de la manière suivante :

- travail collectif et oral : reprise des connaissances Cabri vues auparavant et reprise des connaissances sur les quadrilatères (qu'est-ce qu'un quadrilatère ? quels quadrilatères ? comment on les distingue ? comment on les construit ?)
- travail en deux groupes (chaque élève travaille individuellement et après un temps ils changent de groupe) :
  - le premier groupe travaille avec Cabri et a comme tâche t1 de “ construire des quadrilatères ” ;
  - le deuxième groupe travaille avec le papier-crayon et a comme tâche t2 de “ construire des quadrilatères dont les diagonales ont une longueur imposée ”[2].

Le but initial de ce travail était d'avoir un maximum de quadrilatères différents pour pouvoir ensuite les classer et identifier des propriétés des quadrilatères particuliers.

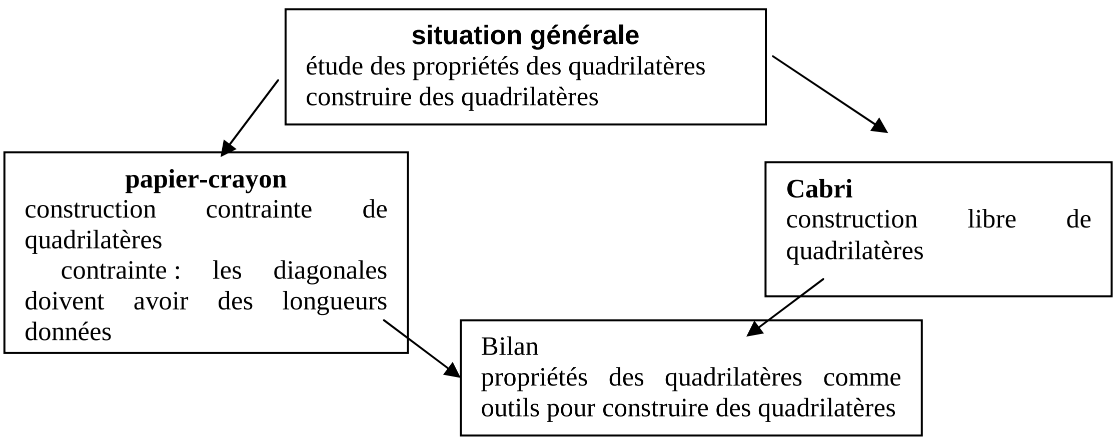


Figure 1 : Schématisation de la première étape

Deuxième étape

La deuxième étape reposait sur une série d'exercices constitués de figures Cabri préalablement construites et de questions qui s'y rapportaient. La figure 2 propose un exemple représentatif de cette famille d'exercices. Dans cet exemple, le fichier Cabri s'ouvrait sur un carré qu'il s'agissait de déformer. Les dessins obtenus à partir de cette figure Cabri étaient tous des losanges, du fait des propriétés géométriques qui avaient présidé à sa construction. Les objectifs de la tâche proposée étaient à la fois de nature instrumentale et mathématique. Sur le plan instrumental, il s'agissait de travailler sur la distinction figure/dessin (une même figure Cabri engendre des dessins dont les propriétés géométriques peuvent être différentes), ainsi que d'affirmer la permanence de propriétés par déformation d'une figure. Sur le plan mathématique, cette tâche était l'occasion de revoir les propriétés des différents quadrilatères (on vérifie qu'un quadrilatère est un losange en mesurant à l'aide de Cabri les longueurs de ses côtés et en déplaçant les points libres[3]). Cette activité permettait aussi de travailler sur les inclusions entre classes de quadrilatères particuliers (tout carré est un losange, mais il existe des losanges qui ne sont pas des carrés). Les autres exercices étaient similaires et concernaient d'autres couples de quadrilatères particuliers (tels que les rectangles et les carrés, ou les parallélogrammes et les rectangles).

La première séance (S4) permettait aux élèves de travailler les exercices par groupes de deux. La deuxième (S5) était l'occasion de reprendre collectivement les résultats obtenus, de travailler sur une fiche relative aux inclusions de classes de quadrilatères et de réaliser une institutionnalisation des connaissances instrumentales et mathématiques visées.

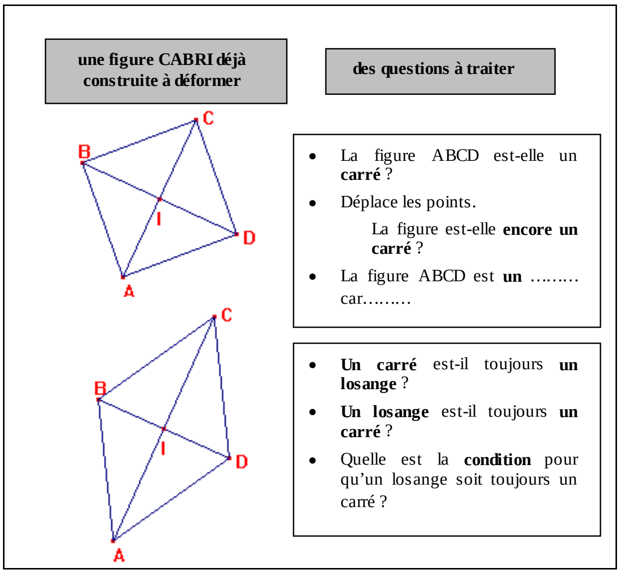


Figure 2 : Exercice représentatif de la deuxième étape

Troisième étape

La troisième étape aborde le problème des programmes de construction[4]. Elle se caractérise par une forte imbrication des activités papier/crayon et des activités Cabri qui s'enchaînent et se répondent. Les programmes de construction (vus dans le contexte papier/crayon) et les historiques des figures Cabri se correspondent, tout comme la construction de figures à l'aide des instruments usuels (règle, équerre, compas) et à l'aide de Cabri. Le déroulement chronologique de cette étape est le suivant :

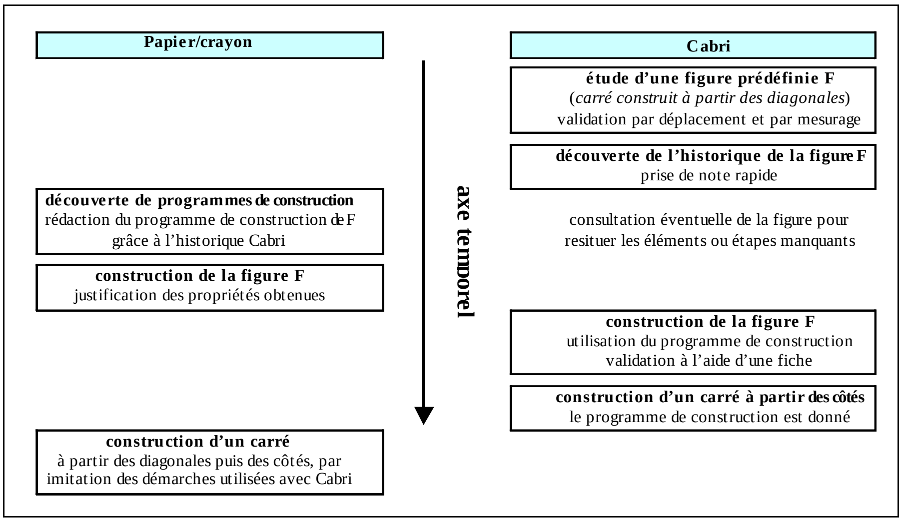


Figure 3 : Schématisation de la troisième étape

Séquence sur les quadrilatères en CM2 – Launay

On peut distinguer trois grandes étapes qui structurent cette séquence.

La première étape (séances 1 à 4) avait pour but de présenter les enjeux de la séquence, ici, construire de plusieurs façons des quadrilatères particuliers, analyser leurs propriétés géométriques et les classer. L'objectif final était de construire un carré. Les séances ont été organisées autour de tâches de construction et de classement. La construction a d'abord été proposée dans l'environnement papier-crayon avec les instruments habituels de géométrie plane (règle, équerre, compas) en individuel ensuite avec GeoplanW sans contraintes puis avec contraintes par groupe de deux.

Séance 1 :

Tâche : Construire des quadrilatères particuliers sur papier blanc. Les instruments habituels de géométrie (règle, équerre, compas) sont disponibles. Réaliser d'autres constructions pour un même quadrilatère particulier

Séance 3 :

Tâche : Construire un rectangle avec GeoplanW. Es-tu sûr que c'est un rectangle ? Pourquoi ? Ecris les étapes de construction. Construis d'autres quadrilatères particuliers.

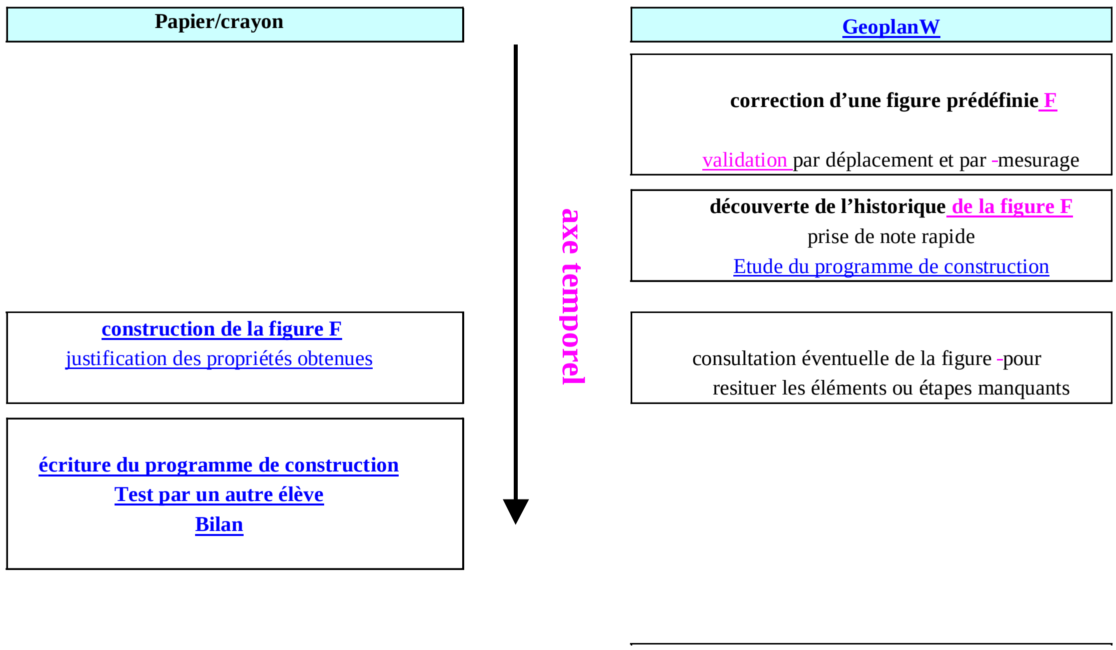
Séance 4 :

Tâche : Construire un rectangle utilisant une seule fois la primitive « droite perpendiculaire ».

Pendant la deuxième étape nommée « figures OUI / NON » (séances 5 et 6), les élèves ont travaillé avec le logiciel GeoplanW. Ils ont observé et analysé des figures « boîte noire »[5] F_i par binôme afin de conjecturer les liens entre les propriétés d'une figure et un programme de construction. Les élèves validaient leur conjecture par déplacement puis à partir de l'historique de la figure Fi vérifiaient ou découvraient et analysaient son programme de construction. Un des objectifs était d'amener les élèves à distinguer la figure de ses dessins. Il s'agissait ensuite d'amener les élèves à établir des liens entre les différents quadrilatères particuliers.

Pendant la troisième étape, dans les séances 7 et 8, il s'agissait de réaliser un programme de construction après analyse d'une nouvelle figure « boîte noire » puis de le tester en construisant cette figure avec GeoplanW ou sur papier.

Le schéma ci-dessous représente l'articulation entre les étapes deux et trois.



2 - Analyse des séquences : types de tâches et types de techniques.

Pour analyser ces séquences nous définissons les types de tâches, ici tâches de construction et de description, proposées aux élèves pendant les séances :

t1 : construire des quadrilatères t2 : construire des quadrilatères à partir des diagonales étant donnés des segments de longueur donnée t3 : reconnaître des quadrilatères dans une figure complexe t4 : décrire les différents éléments d'une figure et notamment d'un quadrilatère t5 : décrire les propriétés de certains quadrilatères t6 : établir des liens entre différents quadrilatères t7 : élaborer un programme de construction t8 : construire un carré à partir de ses diagonales t9 : construire un carré à partir de ses côtés.

En comparant les deux séquences, on constate des analogies importantes dans les choix réalisés :

- il y a une articulation entre des tâches avec logiciel et en papier-crayon
- il y a une articulation entre des tâches anciennes t1, t3, t4, t5, t7, t9 et nouvelles t2, t6, t8,

- deux types de tâches organisent le travail conceptuel des élèves (t1 et t5) même si ces tâches se déploient ensuite dans d'autres tâches (t2, t7, t6 aux Meillottes) [t2, t8, t6 à l'école Launay].

Recentrons notre analyse sur les tâches de construction. Selon les conditions et contraintes mises en place (environnement papier ou logiciel, tâche ancienne ou nouvelle, instruments disponibles, variables didactiques des situations), les élèves vont construire les figures à partir de techniques différentes (Assude & Gélis 2002) :

- - technique perceptive (TP) en utilisant les propriétés spatio-graphiques de dessin d'une figure,
- - technique perceptivo-théorique en utilisant les propriétés géométriques d'une figure (TPT),
- - technique programme de construction (TPC)
- - technique analytique (TA) en dégageant les propriétés d'une figure.

L'enjeu de ces séances a donc été de faire évoluer les techniques mobilisées par les élèves, des techniques perceptives à des techniques perceptivo-théoriques, mais en passant par d'autres techniques comme des techniques analytiques ou des techniques « programme de construction ».

Les tableaux ci-dessous montrent l'évolution des types de tâches sur l'ensemble des séances ainsi que celle des types de techniques :

	Cabri (C)	Papier-crayon (PC)
S1	t1 TP	t2° TP
S2	t8° TP	t2° et t5 TA et TPT
S3		t3, t4 et t5 TP, TA, TPT
S4	t5 et t6° TA et TPT	
S5		t5 et t6° TA et TPT
S6	t7 et t8° TPC	t7 et t8° TPC
S7	t8° TPC et TPT	
S8	t9 TPC et TPT	t9 TPC et TPT

Evolution des types de tâches et des types de techniques : CM2 des Meillottes

	GeoplanW (G)	Papier-crayon (PC)
S1		t1 TP
S2		t4 et t5 TA et TPT
S3	t1,t7 TPT, TA	
S4	t2, t7 TPT, TA	
S5	t5 et t6 TA et TPT	t7 TPC
S6	t5 et t6, t1 TA et TPT	t1, t7 TPT, TA
S7		t3, t1 TPT, TA
…..		
S8	t9 TA et TPT	

Evolution des types de tâches et des types de techniques : CM2 l'école Launay

3 - « Juste distance » entre l'ancien et le nouveau

Cette proximité dans la conception des séances repose sur un principe à la base du choix des types de tâches: une connaissance doit apparaître en tant qu'outil pour résoudre une difficulté ou une question. Les tâches sélectionnées permettent la mobilisation de connaissances qui doivent apparaître comme des outils pour dépasser des obstacles ou pour résoudre des problèmes, ici de construction. Ce principe de base est l'un des éléments pour trouver la «juste distance» entre l'ancien et le nouveau (au niveau des tâches, des techniques mais aussi des principes) qui est l'une des conditions de l'intégration.

De plus, ce principe de base vise à travailler les distinctions spatial / géométrique, le passage d'une géométrie perceptive à une géométrie théorique. En effet, les géométries perceptive et théorique se distinguent par les objets en jeu, concrets (dessins, usage d'instruments) ou théoriques (figure et propriétés géométriques) et par les modes de validation d'ordre perceptif ou théorique. Le travail avec un logiciel, Cabri ou GeoplanW permet d'une part de distancier une figure de ses dessins : nous avons voulu ainsi donner une importance à la notion de propriétés d'une figure, non seulement pour la caractériser mais aussi en tant qu'outil pour la construire.

Nous l'illustrons à partir de l'analyse de la conception de deux séances.

4 - Analyse de la première séance aux Meillotes

La séance est organisée autour d'une tâche ancienne qui doit être accomplie par une technique nouvelle instrumentée par cabri, et d'une tâche nouvelle en utilisant des instruments anciens : la situation est très ouverte. Cette ouverture de la situation ne résidait pas dans la variété des quadrilatères ou des techniques pour les construire (ce qui était visé) mais dans les potentialités par la suite (dialectique ancien/nouveau). Par exemple, en ce qui concerne les techniques utilisées : les élèves ont essentiellement construit des carrés et des rectangles en utilisant des techniques perceptives.

Cette ouverture a posé beaucoup de problèmes de gestion : manque de temps pour les deux tâches, beaucoup de demandes d'aide, trop de difficultés conceptuelles, trop de difficultés instrumentales, beaucoup d'éclatement dans les procédures des élèves, peu de variété de quadrilatères, difficulté de prise d'informations pour la synthèse.

Le non respect de la «juste distance» entre l'ancien et le nouveau a fait infléchir le travail prévu dans de nouvelles directions.

5 - Analyse de la troisième séance à Launay

La séance est organisée autour d'une tâche ancienne « construction d'un rectangle » qui doit être accomplie par une technique nouvelle instrumentée avec le logiciel GeoplanW.

Les élèves ont tous utilisé au début des techniques perceptives (par exemple, tracé d'un segment horizontal, tracé de deux segments perpendiculaires de façon perceptive (verticaux) ayant approximativement la même mesure, tracé du dernier segment pour « fermer ») qui sont remises en cause par le déplacement.

Ils essaient de mobiliser des techniques TPT mais ils rencontrent des difficultés liées à des difficultés instrumentales (gestion des boîte de dialogue, statut des points non opérationnel, interprétation partielle des rétroactions logicielles, construction à partir d'éléments de la figure non détruits). Il apparaît clairement une dialectique entre connaissances géométriques et connaissances instrumentales qui ne peut vivre si l'instrumentation des élèves est insuffisante.

La proximité des tâches et le travail par binôme qui permet le développement d'interactions riches entre élèves crée une juste distance entre l'ancien et le nouveau et met en place les conditions d'une réalisation possible de cette tâche ancienne à partir de techniques nouvelles.

De plus, avec le choix du menu restreint de GeoplanW, les élèves découvrent à partir de la commande « supprimer » une technique pour écrire les étapes de construction (TPC) : ils ont détourné l'usage de la liste des objets présents dans le menu supprimer pour obtenir la liste des objets construits et donc des étapes de construction.

Dans la quatrième séance, les élèves ont à construire un rectangle sous contrainte : c'est une tâche nouvelle qui fait appelle à une technique instrumentée nouvelle mais déjà travaillée une fois.

CONCLUSION

Cet atelier a permis de mettre en évidence différentes dimensions de l'intégration d'un logiciel de géométrie dans des classes ordinaires de CM2. La comparaison des progressions mises en œuvre avec les deux logiciels Cabri géomètre et GeoplanW a permis de pointer des invariants dans les conditions et les contraintes de l'intégration de tels logiciels dans l'enseignement de la géométrie :

- la place essentielle du savoir pour concevoir des situations d'apprentissage ;
- la similitude des connaissances instrumentales à institutionnaliser (nécessité d'expliciter et de sélectionner les arguments nécessaires à la construction des objets géométriques, nécessité d'indiquer le statut des points (point libre, point sur objet, point «fixe»), permanence des propriétés par déformation pour valider une construction) en tenant compte des spécificités de chaque logiciel liées à leur philosophie de conception et au type d'interaction implémenté ;
- la nécessité d'une juste distance entre l'ancien et le nouveau pour articuler les tâches dans les environnements papier et logiciel et les techniques en jeu.

BIBLIOGRAPHIE

Argaud H-C (1998). Problèmes et milieux a-didactiques pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier-crayon et Cabri-géomètre. Thèse de l'Université Joseph Fourier : Grenoble.

Artigue M (1998). Rapports entre la dimension technique et conceptuelle dans l'activité mathématique avec des systèmes de mathématiques symboliques. Actes de l'Université d'été 1996 " Des outils informatiques dans la classe… ", IREM de Rennes, 19-40.

Artigue M. (2001). Learning mathematics in a cas environment : the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. Journal of Computers for Mathematical Learning. (à paraître)

Artigue M & Lagrange J-B (1999). Instrumentation et écologie didactique de calculatrices complexes : éléments d'analyse à partir d'une expérimentation en classe de Première S. In Guin D (ed) Actes du congrès " Calculatrices symboliques et géométriques dans l'enseignement des mathématiques ", IREM de Montpellier, 15-38.

Assude T., Capponi B., Bertomeu P. & Bonnet J.F. (1996). De l'économie et de l'écologie du travail avec le logiciel cabri-géomètre. Petit x, 44, 53-79.

Assude T & Gélis J-M (2002), La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri à l'école primaire, Educational Studies of Mathematics, (à paraître)

Chevallard Y. (1997), Familière et problématique, la figure du professeur, Recherches en didactique des mathématiques, vol.17.3, 17-54.

Chevallard Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, Recherches en didactique des mathématiques, vol.19.2, 221-266.

Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (2000). Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement. Bulletin de l'APMEP, n°430, 571-599.

Defouad B. (2000). Etude de genèses instrumentales liées à l'utilisation d'une calculatrice symbolique en classe de première S. Thèse de doctorat. Université Paris 7.

Fischbein E. (1993). The theory of figural concepts. Educational Studies in Mathematics, 24.2, 139-162.

Gomes A.S. (1999). Développement conceptuel consécutif à l'activité instrumentée. Septentrion : Lille.

Grugeon B, (2001), L'intégration d'un environnement logiciel dans l'enseignement de la géométrie à la transition école/collège, Rapport de recherche de l'IUFM d'Amiens (non publié).

Grugeon B., Duvert R. (2001), Environnement logiciel et enseignement de la géométrie dans l'articulation école collège, in Actes du colloque de la Commission Inter – IREM Collège, Cap d'Agde, 6-7 juin 2001.

Laborde C., Capponi B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 14/1.2, 165-210.

Laborde C. (1994). Enseigner la géométrie : permanences et révolutions. Bulletin de l'APMEP, 396, 523-548.

Laborde C. (1998). Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment. In Mammana C. & Villani V. (eds), Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century, p.113-121. Kluwer academic publishers : Dordrecht.

Lagrange J.B. (2001). L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques. Educational Studies in Mathematics, 43, 1-30.

Notes

[1] Expérimentation menée en deux classes de CM2 à l'école des Meillottes (Soisy sur Seine) dans la recherche à l'IUFM de Versailles

Expérimentation menée en classe de CM2 à l'école Launay (Beauvais) dans la recherche à l'IUFM d'Amiens

[2] La consigne de la tâche cabri était très générale " construire des quadrilatères avec le logiciel Cabri " et la consigne de la tâche papier-crayon était la suivante : " Soient deux segments [AB], [CD] de 8cm de longueur et [EF], [GH] de 5cm de longueur ; construis plusieurs quadrilatères particuliers différents à partir de ces segments qui en sont les diagonales. Nomme ces quadrilatères. Note leurs propriétés après les avoir vérifiées. "

[3] Cette manière de vérifier est aussi expérimentale que celle faite avec les outils habituels mais elle nous paraît acceptable pour les élèves de l'école primaire.

[4] Un programme de construction est un ensemble ordonné d'instructions qui permet de construire une figure.

[5] Des figures « boîte noire » sont des figures qui sont construites au départ et que les élèves doivent trouver comment elles ont été construites

Annexe 1

SÉANCE D'INITIATION DANS UNE CLASSE DE CM2 – ECOLE DES MEILLOTTES

Utilisation libre du logiciel

- ouvre CABRI et manipule les menus
- trace des points, des segments, des droites ou d'autres objets géométriques
- déplace les objets que tu vois à l'écran
- Fais cela pendant quelques minutes et ensuite passe aux exercices

---

Exercice 1

Trace un point. Nomme-le A Construis une droite qui passe par A.
Bouge la droite.
Que remarques-tu ? Comment peut-on bouger la droite ?

Peux-tu construire une autre droite passant par A ? Fais-le.
Combien de droites peux-tu faire passer par le point A ?
Que remarques-tu ?

Enregistre la figure (menu « fichier ») en l'appelant à l'aide de ton prénom et du chiffre 1.
Par exemple, si tu t'appelles Pierre, appelle ton fichier : **pierre1**.

Exercice 2

Trace 2 points A et B. Construis une droite qui passe par les points A et B.
Peux-tu construire une autre droite qui passe par ces 2 points ?
Combien de droites passent par 2 points donnés ?

Enregistre la figure (appelle-la **pierre2** si tu t 'appelles Pierre).

Exercice 3

Trace le segment [AB]. Place un point O sur le segment [AB] en utilisant « point sur un objet ». Déplace les points A et B.
Que remarques-tu ?

Déplace le point O.
Que remarques-tu ?

Enregistre la figure (appelle-la **pierre3** si tu t 'appelles Pierre)

Exercice 4

Trace 3 points A, B et C. Construis le triangle ABC. Bouge les points.
Cherche “ Milieu ” dans les menus.
Construis le milieu I du côté [AB] et le milieu J du côté [AC].
Bouge encore les points.
Que remarques-tu ?

Construis le segment [IJ]. Cherche « distance et longueur » dans les menus pour mesurer les segments [IJ] et [BC]. Bouge les points.
Que remarques-tu ?

Enregistre la figure (appelle-la **pierre4** si tu t ‘appelles Pierre).

Exercice 5

Trace un segment [AB].
Cherche “ Cercle ” dans les menus.
Trace un cercle de centre A qui passe par B. Trace un deuxième cercle de centre B qui passe par A.
A l’aide du choix « Point sur deux objets », trace les points M et N d’intersection des deux cercles. Bouge les points M et N.
Que remarques-tu ?

Trace le milieu I du segment [AB].
Marque l’angle MIN en utilisant la consigne « marquer un angle » et en indiquant les points dans l’ordre M, I et N.
Mesure l’angle MIN.
Que peux-tu dire sur les droites (AB) et (MN) ?

Enregistre la figure (appelle-la **pierre5** si tu t ‘appelles Pierre).

Exercice 7

Trace un segment [AB].
Construis un triangle ABC qui soit rectangle en B.
Bouge les points pour vérifier que le triangle reste bien rectangle dans le déplacement.
Si ce n’est pas le cas, supprime le point C et recommence à nouveau.

Aide (au cas où tu n’arrives pas)
Programme de construction
Trace le segment [AB]
Construis la droite passant par B et perpendiculaire au segment [AB]
Trace un point C sur cette droite.
Trace les segments [BC] et [AC]
Cache la droite (menu « cacher/montrer »).
Bouge les points pour vérifier que le triangle reste rectangle.

Exercice 8

Construis un triangle ABC équilatéral.
Bouge les points pour vérifier qu'il reste équilatéral.
Aide : construis d'abord le côté [AB] et ensuite utilise le cercle ou le compas.
Rédige un programme de construction en t'aidant du « revoir la construction » (menu « Edition »).

Programme de construction :

Enregistre la figure (**pierre 8** si tu t'appelles Pierre)

Exercice 9

Trace le triangle ABC.
Soit M un point du segment [AB].
Trace la parallèle à (AC) passant par M. Elle coupe (BC) en N.
Trace la parallèle à (AB) passant par N. Elle coupe (AC) en P.
Trace la parallèle à (BC) passant par P. Elle coupe (AB) en Q.
Déplace le point M pour que les points M et Q soient confondus.
Que remarques-tu ?

Enregistre la figure .

Exercice 10

Construis un segment [AB]
Construis un axe de symétrie de ce segment
Déplace les points : la droite construite reste-t-elle axe de symétrie ?

Place un point sur cet axe de symétrie
Construis les segments [MA] et [MB] et mesure-les.
Déplace le point M.
Que remarques-tu ?

Enregistre la figure

Annexe 2

SÉANCE D'INITIATION (1) DANS UNE CLASSE DE CM2 – ECOLE LAUNAY (BEAUVAIS)

Travail demandé :

1. Je vais **créer** des objets géométriques	Ce que je fais - ce que je remarque
Créer un **point** *A* *Que se passe-t-il lorsqu'on s'approche du point ?*	Je sélectionne
Créer les points *B* et *C*	
Créer trois **segments** [*AB*], [*BC*], [*CA*]. Colorie les en rouge.	
Créer le point *D* sur le segment [*BC*] *Déplace le point D ? Que se passe-t-il ?* S'il ne reste pas sur le segment, reconstruis-le pour qu'il y reste.	
Créer la **droite** passant par deux points *A* et *D* puis colorie la en vert.	
Trace le cercle *c* de centre *D* passant par *A*.	
Créer la **droite *d* perpendiculaire à la droite (*BC*) et passant par *A***. Créer H, **point d'intersection** de la droite d et du segment [BC]. *Que se passe-t-il quand on déplace le point A ?* *Que se passe-t-il quand on déplace le point B ?*	
2. Je veux **supprimer** des objets	Ce que je fais
Choisis un point à supprimer : par exemple le point D. *Que devrait-il se passer ?* Fais-le. *Que s'est-il passé ?* Tu peux annuler cette action :	Je déroule le menu *Éditer*, je sélectionne *Annuler* et l'exécute
3. Je veux **enregistrer** une figure puis **quitter** le logiciel	

SÉANCE D'INITIATION (2) DANS UNE CLASSE DE CM2 – ECOLE LAUNAY

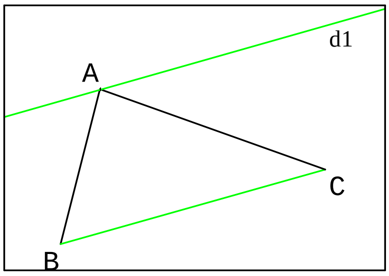
<u>Activité 1</u> :

Charge le fichier para1.fig

Décris la figure obtenue sur l'écran.

Déplace le point A. Que constates-tu ?

Que peux-tu dire de la droite (d1) ?

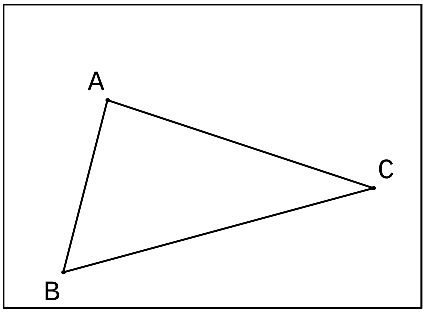


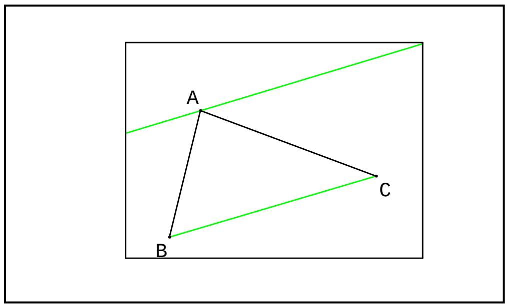
A retenir
Pour tracer la droite (d1) parallèle à la droite (AB) passant par le point C, on utilise le menu *Créer Ligne Droite Parallèle*

<u>Activité 2</u> :

L'objectif de cette activité est de continuer la construction précédente pour obtenir le dessin de l'écran 5 : les étapes de la construction sont données successivement par les écrans 2 à 5.

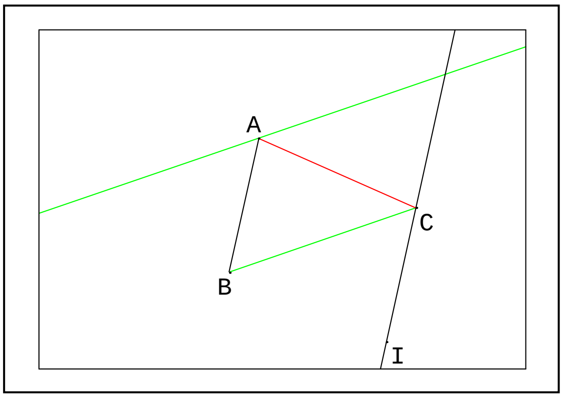
Les objets que je vais créer	
Crée la droite (d2) parallèle à (CA) passant par B Crée la droite (d3) parallèle à (AB) passant par C Déplace les points A, B et C. Note les observations : **Si les droites parallèles ne restent pas parallèles c'est que la figure construite n'est pas correcte.** Dans ce cas, recommence et écris les étapes de la construction.	
Crée le segment [AI] (écran 5). Que constates-tu ? Avant de créer le segment [AI], il est nécessaire de créer le point d'intersection I. Termine la construction.	

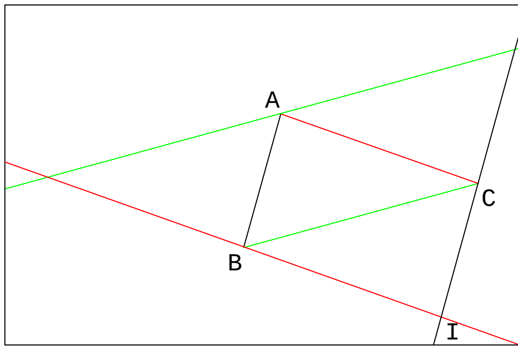




Ecran 1

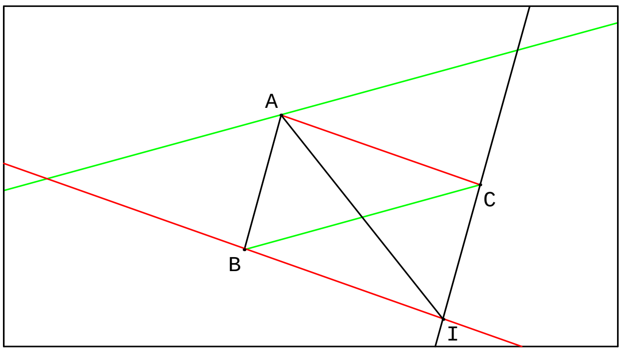
Ecran 2





Écran 3

Écran 4



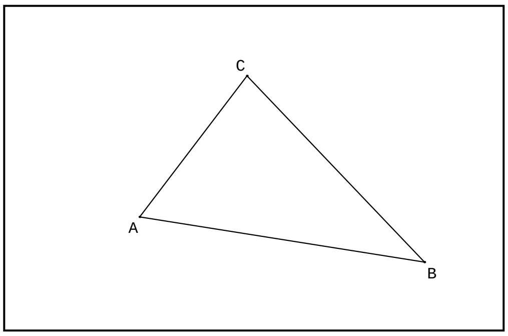
Écran 5

SÉANCE D'INITIATION (3) À LAUNAY

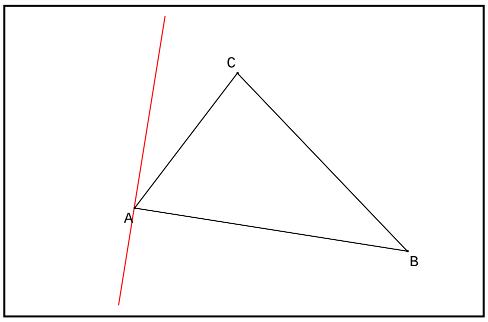
1. Réaliser avec le logiciel la figure qui est dessinée sur l'écran 4. Les étapes de la construction sont données successivement par les écrans 1 à 3.

2. Déplacer les points A, B et C.
Si les droites construites ne restent pas perpendiculaires, c'est que la construction n'est pas correcte.

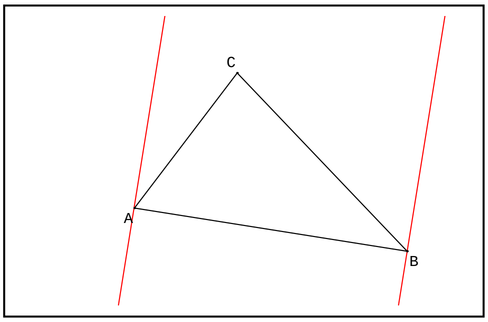
1. Écrire le programme de construction de la figure.



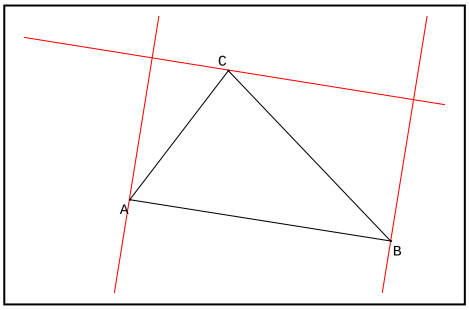
Ecran 1



Ecran 2



Ecran 3



Ecran 4

Annexe 3

CHRONOLOGIE DU TRAVAIL DES ÉLÈVES DANS LA CLASSE CM2 DES MEILLOTTES

28 novembre 2000	initiation à cabri (collective + individuelle)
30 novembre 2000	initiation à cabri (individuelle)
11 décembre 2000	initiation à cabri (individuelle)
19 décembre 2000	1) analyse collective d'un exercice du travail d'initiation mise en évidence du rôle des remarques écrites et de leur pertinence : lien avec l'énoncé et les manipulations 2) Synthèse des découvertes : au niveau géométrique ; au niveau des caractéristiques du logiciel
21 décembre 2000 (S1)	Les quadrilatères : travail en 2 groupes (individuel) utiliser le logiciel cabri et les outils usuels pour construire des quadrilatères particuliers : - dégager la notion de propriétés - aborder le critère de permanence de la figure - aborder l'observation de liens entre les différents types de quadrilatères
11 janvier 2001 (S2)	construire des quadrilatères particuliers à partir de leurs diagonales analyser les propriétés liées aux côtés, aux angles, aux diagonales utiliser ces propriétés pour la construction (cabri ou papier-crayon)
16 janvier 2001 (S3)	identifier les quadrilatères faire un inventaire et comparer leurs propriétés analyser un tableau de synthèse
18 janvier 2001 (S4)	faire un exercice avec Cabri observer des “ déformations ” de quadrilatères : dégager des propriétés
22 janvier 2001 (S5)	corriger des exercices avec cabri sur les quadrilatères visionner collectivement des “ déformations ” : analyser des propriétés et faire des vérifications dégager la notion de figure compléter individuellement une fiche d'exercices conclure sur les liens entre les différents quadrilatères
25 janvier 2001 (S6)	analyser l'historique de la construction d'un carré élaborer un programme de construction à partir de l'historique dégager la notion de figure et les liens entre construction et propriétés
1er février 2001 (S7)	évaluation individuelle construire un carré (figure stable) avec cabri à partir de ses diagonales faire des exercices sur une fiche : repérer des propriétés des quadrilatères et travailler sur le vocabulaire lié aux quadrilatères
8 février 2001 (S8)	faire une synthèse du travail sur les quadrilatères construire un carré à partir d'un côté (cabri et papier-crayon) faire une synthèse sur ce qu'on a appris en géométrie et sur la complémentarité cabri et outils usuels ; spécificité de cabri

Annexe 4

CHRONOLOGIE DU TRAVAIL DES ÉLÈVES DANS LA CLASSE CM2 DE L'ÉCOLE LAUNAY

Date	**Séance**
	Test diagnostic - Exploitation
	Travail sur la description
	Séance de présentation collective puis prise en main par binôme GeoplanW
	Séance de prise en main par binôme de GeoplanW - bilan au niveau logiciel
	Séance de prise en main par binôme de GeoplanW - bilan
	Institutionnalisation : au niveau géométrique et au niveau logiciel
18/10/1999	Perpendiculaire et parallèle (1)
	Perpendiculaire et parallèle : « une figure, plusieurs points de vue »
25/10/1999	*Séance P/C*
9/11/1999	Reproduire d'une figure complexe Construire deux droites parallèles sous contraintes
16 /12/ 1999 (S1)	Construire des quadrilatères particuliers sur papier Faire une évaluation diagnostique Dégager diverses constructions pour un même quadrilatère
08/01/2000 (S2)	*Tri de polygones puis de quadrilatères (P/C)* Faire un inventaire et comparer leurs propriétés Analyser un tableau de synthèse
20 /01/ 2000 (S3)	Corriger des exercices avec geoplanW sur les quadrilatères Utiliser le logiciel geoplanW pour construire un rectangle sans contraintes - dégager la notion de propriété ; aborder le critère de permanence de la figure - écrire les étapes de construction – distinguer spatial et géométrique
27 /01/ 2000 (S4)	Observer des « déformations » de rectangle avec le logiciel GeoplanW utiliser le logiciel geoplanW pour construire un rectangle avec contraintes - réinvestir une propriété ; réinvestir les critères de validité des figures - écrire les étapes de construction – distinguer spatial et géométrique
10 /02/ 2000 (S5)	*Les figures oui / non* Déformer les quadrilatères « oui1 », « oui2 », « oui3 », « oui4 » (des quadrilatères « non » sont à disposition) Conjecturer puis valider des propriétés des quadrilatères de la famille « oui ». Analyser l'historique – Ecrire les étapes de construction Etablir les liens entre les différents quadrilatères

17/02/2000 (S6)	Les figures oui / non Dégager la notion de figure Dégager les liens entre propriétés et construction Construire un quadrilatère de la famille « oui » et l'enregistrer Ecrire le programme de construction
22/02/2002 (S7)	Identifier des quadrilatères dans une figure complexe sur papier. Justifier Evaluation : construire un quadrilatère de la famille « oui », écrire un programme de construction. Le faire tester.
23 /03/ 2000	*Reproduire un triangle (P/C)*
27 / 03 / 2000	*Reproduire un triangle (P/C)*
30 /03/ 2000	Reproduire un triangle sous contrainte (EI)
3/04/ 2000	Construire un triangle isocèle, équilatéral (EI)
6/04/ 2000	Construire un carré avec geoplanW Ecrire un programme de construction
	…..
8/06/2000	Reproduire une figure complexe
	Construire une figure complexe

SÉANCES À L'ÉCOLE LAUNAY EN CM2.

- Les séances ont généralement lieu de 8h30 à 11h30. Habituellement, chaque séance sur ordinateur est découpée en trois ateliers tournants de quatre groupes de deux élèves durant 40 mn suivie d'une synthèse de 15 mn.
- La salle de classe contient 4 ordinateurs équipés de GeoplanW
- Lors de ses séances les adultes présents étaient Bénédicte Mauny (enseignante de la classe) et Dominique Chabault, étudiante en DEA de didactique à l'université Paris 7.

Les élèves de CM2 de l'école Launay ont déjà réalisé des séances dans l'environnement logiciel.

Séance 1 à Launay

Il s'agit pour la maîtresse de faire une évaluation diagnostique. La séance a lieu en classe entière. Elle envisage donc la tâche suivante :

Tâche :
Construire des quadrilatères particuliers sur papier blanc. Les instruments habituels de géométrie (règle, équerre, compas) sont disponibles.
Réaliser d'autres constructions pour un même quadrilatère particulier.

- Phase de recherche individuelle sur papier
- Phase de mise en commun avec confrontation de divers procédés de construction. Il s'agit de faire une première mise en perspective entre propriétés et construction.

Séance 3 à Launay

L'organisation de la séance est celle présentée initialement. La tâche proposée est la même que celle donnée à la séance 1 mais l'activité instrumentée est réalisée avec GeoplanW:

Construire un rectangle
Es-tu sûr que c'est un rectangle ? Pourquoi ?
Ecris les étapes de construction.
Construis d'autres quadrilatères particuliers.

Les consignes et quelques rappels d'ordre instrumental, sont donnés en classe entière avant de commencer le travail :
*Rappel à propos des instructions disponibles dans le l*ogiciel :
Pour placer un point sur un segment ou sur une droite, on utilise la primitive "point libre sur" avec Geoplanw ; De même, pour définir le point à l'intersection de deux objets on utilise la primitive "point d'intersection".
Pour remplir une boîte de dialogue, on peut utiliser sélectionner les objets sur l'écran avec la souris.

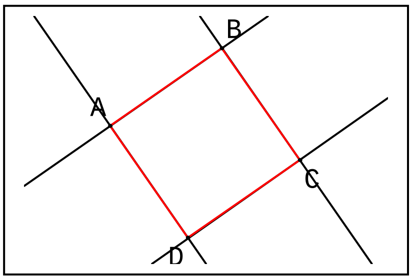
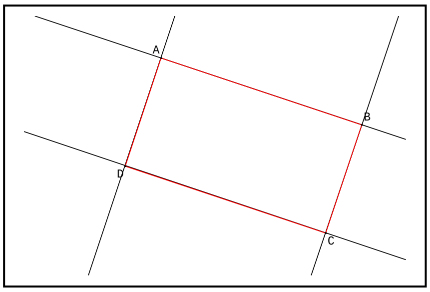
Phase de recherche par groupe de deux sur ordinateur

Phase de synthèse :
Il s'agit d'amener les élèves à percevoir, qu'à partir du tracé d'un rectangle qui résiste aux déplacements on peut obtenir « tous » les rectangles. Il s'agit de leur faire distinguer une figure des dessins et vis versa.
Certaines relations spatiales « liées à la position, à l'orientation » peuvent ne pas être pertinentes et disparaître par déplacement. D'où un dessin sur écran peut ne pas être un représentant d'une figure, s'il n'a pas été construit à partir de primitives géométriques. Une figure doit conserver ses propriétés par déplacement.

Il s'agit aussi d'amener les élèves à dégager différentes constructions pour caractériser un rectangle :
- Un rectangle est un quadrilatère qui a trois angles droits.
- Un rectangle est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux et un angle droit.

Séance 4 à Launay

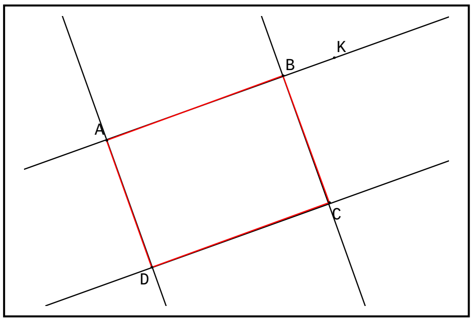
Tâche 1 :
Le maître a donné la consigne « Construire un rectangle ». Les figures-geoplanW de deux élèves ont été enregistrés. Pour chacun des dessins geoplanW, dire si la construction est correcte et pourquoi.

	Fichier fab.g2w La construction est-elle correcte ? ……………………... Pourquoi ? …………………………………………….. ………………………………………………………… ………………………………………………………… ………………………………………………………… ………………………………………………………… …………………………………………………………
	Fichier pat.g2w La construction est-elle correcte ? ……………………... Pourquoi ? …………………………………………….. ………………………………………………………… ………………………………………………………… ………………………………………………………… ………………………………………………………… …………………………………………………………

Lorsque vous avez terminé, ouvrez le fichier ou.g2w. Vous trouvez une figure. Dîtes pourquoi vous êtes sûr que c'est un rectangle.

Tâche 2 :

Voici un dessin de la figure que l'on veut obtenir



Quand vous chargez la figure « rectangl », le point C et la droite (AK) sont déjà tracés à l'écran.

Quand vous avez terminé, enregistrer la figure. Quels points peut-on déplacer ?

Ecris le programme de construction.

Tâche 3 :

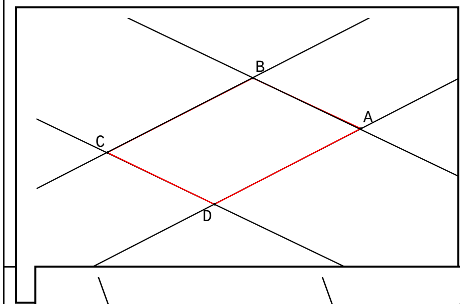
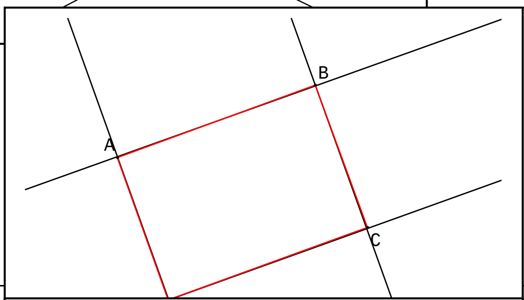
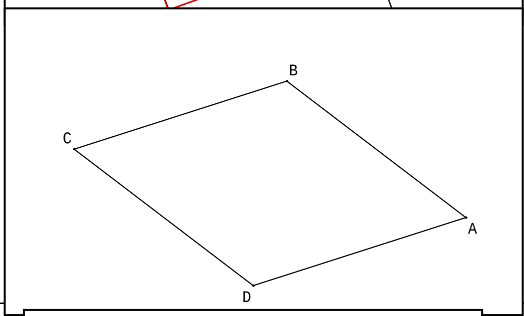
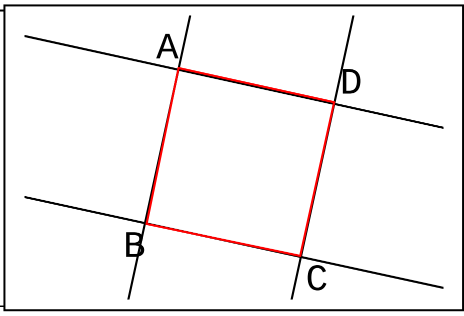
Construire un rectangle utilisant une seule fois la primitive « droite perpendiculaire ».

Séance 5 à Launay

Consignes de la tâche:

Quatre figures « oui1 », « oui2 », « non1 », « non2 ». Quelles propriétés doit avoir un quadrilatère pour faire partie de la famille « oui » ? (Si vous n'êtes pas certains ou si vous voulez plus d'informations, vous pouvez charger les figures « oui3 »ou « oui4 »ou « non3 »ou « non4 »).

Pour chaque quadrilatère de la famille « oui », analyser l'historique puis écrire les étapes de construction. Quels sont les liens entre les différents quadrilatères ?

 	***Figure « oui1 »*** *A point libre* *B point libre* *C point libre* *Droite (AB)* *Droite (BC)* *d1 droite parallèle à (AB) passant par C* *d2 droite parallèle à (BC) passant par A* *D point d'intersection des droites d2 et d1*
 	***Figure « oui2 »*** *A point libre* *B point libre* *Droite (AB)* *d1 droite perpendiculaire à (AB) passant par B* *C point libre sur d1* *d2 droite parallèle à (BC) passant par A* *d3 droite parallèle à (AB) passant par C* *D point d'intersection des droites d3 et d2*
 	***Figure « oui3 »*** *A point libre, B point libre* *c cercle de centre B passant par A* *C point libre sur le cercle c* *Segment [AB], Segment [BC]* *d1 droite parallèle à (AB) passant par C* *d2 droite parallèle à (BC) passant par A* *D point d'intersection des droites d2 et d1* *Segment [AD]* *Segment [DC]*
 	***Figure « Oui4 »*** *A point libre* *B point libre* *c1 cercle de centre A passant par B* *Droite (AB)* *d1 droite perpendiculaire à (AB) passant par A* *D point d'intersection 1 de la droite d1 et du cercle c1* *d2 droite parallèle à (AB) passant par D* *d3 droite perpendiculaire à (AD) passant par B* *C point d'intersection des droites d3 et d2*

Séance 6 à Launay

Organisation de la séance
- Un bilan de la séance précédente
- Une séance de 9h à 11h30 découpée en trois ateliers tournants de quatre groupes de deux élèves durant 30 mn suivie d'une synthèse de 15 mn.

Bilan :
Il s'agit de dégager la notion de figure
Il s'agit ensuite de dégager les liens entre les propriétés des quadrilatères et leur construction

Activité :
Construire un quadrilatère de la famille « oui » avec le logiciel GeoplanW.
Ecrire son programme de construction

QUELS PROCESSUS PSYCHOLOGIQUES POUR LA CONCEPTUALISATION ARITHMÉTIQUE ?

Brissiaud Rémi
MC de Psychologie Cognitive à l'IUFM de Versailles
Laboratoire « Cognition et Activités finalisées »

Résumé : J. Bideaud et H. Lehalle ont récemment dirigé l'édition d'un ouvrage de synthèse concernant le développement des activités numériques chez l'enfant. Dans un chapitre intitulé : "Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques", j'ai essayé de montrer que, quelle que soit l'opération arithmétique (addition, soustraction, multiplication, division euclidienne, fractionnement), le progrès des élèves peut se décrire comme cela est résumé ci-dessous.

Quelle que soit l'opération arithmétique (addition, soustraction, multiplication, division euclidienne, fractionnement), il est possible d'exhiber des problèmes que les élèves, avant tout enseignement, échouent massivement malgré une bonne compréhension de leur énoncé (« Combien y a-t-il de gâteaux dans 50 paquets de 3 gâteaux ? », par exemple). Il échouent parce qu'ils ne savent pas comment mener à son terme le processus d'énumération des unités d'une collection. De façon plus précise, c'est la façon dont les unités sont décrites dans l'énoncé qui explique leur échec et non la taille de la collection à énumérer en tant que telle (« Combien y a-t-il de gâteaux dans 3 paquets de 50 gâteaux ? », est bien réussi).

Pour réussir, les élèves sont alors conduits à *réorganiser l'énumération* des unités en s'appuyant, le plus souvent, sur une organisation spatiale de ces unités (concernant la multiplication, l'organisation en quadrillage, par exemple). Cette phase nécessite que les élèves considèrent ces unités à un niveau plus abstrait qu'ils ne le faisaient initialement. Rappelons que pour le psychologue, abstraire c'est abandonner des propriétés (ici abandonner provisoirement la propriété selon laquelle les gâteaux sont groupés par 3 pour s'intéresser à un autre mode d'organisation possible). Cette première abstraction, d'un point de vue piagétien, est plutôt de type "empirique".

L'enseignant peut alors organiser une prise de conscience de *l'équivalence entre les différents modes d'énumération* qu'il était possible d'utiliser pour résoudre le problème de départ et il peut donner au signe arithmétique le statut de symbole de cette équivalence (le signe « multiplié par » peut être introduit comme symbole de la commutativité de la multiplication et pas seulement parce qu'il conduit à une écriture plus courte que l'addition répétée). Il importe de remarquer que l'opération arithmétique constitue toujours la solution des problèmes à un niveau plus abstrait que celui correspondant aux premières résolutions mises en œuvre par les élèves, celles où ils s'appuient sur une organisation spatiale des unités pour trouver la solution. Cette abstraction supplémentaire, d'un point de vue piagétien, est plutôt de type

“ réfléchissante ” parce qu’elle porte plus sur les actions des sujets que sur les objets concernés par ces actions.

Dans l'atelier, j’ai donné des exemples de chacun de ces deux processus d'abstraction concernant la multiplication, la soustraction, la division euclidienne et les fractions. L’intérêt d’une telle approche est évidemment qu’elle donne un cadre théorique très général permettant de penser le progrès des élèves quel que soit le concept arithmétique auquel on s’intéresse. Elle permet par ailleurs de faire le lien entre les propositions théoriques des psychologues et celle des didacticiens.

J’ai ensuite abordé une question particulièrement délicate : le rôle souvent ambivalent du symbolisme arithmétique dans le progrès des élèves vers la conceptualisation (Il faut, par exemple, distinguer deux façons de s’approprier la commutativité de la multiplication : l’une, où l’élève se l’approprie par l’usage et l’autre en la fondant en raison. D’un point de vue éducatif, ces deux façons ne se valent évidemment pas !).

Référence :

Brissiaud, R. (2002). Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques. In J. Bideaud & H. Lehalle (Eds) : *Traité des Sciences Cognitives. Le développement des activités numériques chez l'enfant*, 265-291. Paris : Hermes.

MISE EN COMMUN ET ARGUMENTATION

Jacques Douaire
Compte-rendu : J.Douaire et Marianne Frémin

IUFM Versailles – chercheur associé INRP

Les échanges oraux jouent un rôle important dans les apprentissages mathématiques au cycle 3. Les phases de mise en commun permettent aux élèves de formuler et critiquer des propositions, de développer des éléments de preuve grâce à une argumentation en mathématiques. Ces phases sont souvent des moments difficiles à gérer pour les enseignants notamment débutants : les maîtres doivent donner aux élèves la charge de la preuve tout en restant garant de la vérité mathématique.

Quels sont les compétences et les raisonnements mobilisables par les élèves lors de ces phases de débat ? Quelles conceptions, structuration et gestion de situations mettre en place pour induire dans la classe un comportement scientifique et favoriser l'acquisition de connaissances ? Cet atelier propose des éléments d'analyse à partir des travaux menés dans ce domaine depuis plusieurs années par l'équipe ERMEL du département de didactique des disciplines de l'INRP.

Après une exposition rapide de ces problématiques, l'atelier a débuté par un tour de table des constats et questions des participants. La présentation des expérimentations et les discussions se sont ensuite articulées autour de deux axes d'analyse : d'une part les compétences argumentatives des élèves en mathématiques, d'autre part la gestion des mises en commun dans cette discipline.

1- QUESTIONS INITIALES FORMULÉES PAR LES PARTICIPANTS

Elles concernent les fonctions et les spécificités de l'argumentation en mathématique et des raisonnements. Le risque est souligné de se lancer sur des activités par trop vagues avec le domaine de la “ maîtrise de la langue ”.

Des constats individuels ont été exprimés ; ils sont relatifs aux difficultés des stagiaires ou des maîtres débutants dans les phases de validation ou de synthèse : des mises en commun sont quelque fois “ catastrophiques ”, des débutants essayent des situations de recherche, puis au bout de quelque mois en viennent un usage exclusif de fiches polycopiées. Des questions portent sur la gestion des échanges par les maîtres : quelles sont les décisions que l'enseignant peut prendre “ à chaud ” ? Pourquoi se limitent–ils dans leurs choix? Par ailleurs des PE2 mettant en place “ fidèlement ” des situations issues de travaux de recherche comme ERMEL, même en rupture avec les habitudes de la classe, obtiennent des productions qu'ils n'exploitent pas. Souvent il y a une fausse communication : les maîtres se précipitent sur un mot. L'un des participants demande pourquoi lancer les PE2 sur les mises en commun s'ils ne sont pas armés ? D'autres font remarquer que les stages en filé semblent intéressants pour travailler ces points.

2- HYPOTHÈSES DE TRAVAIL SUR L'ARGUMENTATION EN MATHÉMATIQUES AU CYCLE 3

2.1 La situation du plus grand produit

La situation proposée pour susciter les échanges (en prenant appui sur une vidéo tournée au CM2 1) est le “ Le plus grand produit ”. Le problème posé est de chercher parmi les décompositions additives d'un nombre, celle(s) dont le produit des termes est le plus grand. Les élèves émettent des hypothèses, formulent des conjectures et développent des démarches de preuve pour les infirmer ou les valider. La résolution sollicite une coopération effective de la classe, car les élèves ne peuvent chacun, isolément, trouver une solution générale; ils sont obligés de formuler leur méthode, donc de l'identifier; ils comprennent aussi qu'ils ont besoin d'utiliser des termes précis pour communiquer leurs propositions et pour débattre.

La première phase porte sur la recherche de solutions pour quelques valeurs successives (10, puis 14, et éventuellement 16). Elle permet l'appropriation du problème : comprendre qu'il faut décomposer additivement un nombre, calculer le produit des termes de cette décomposition, effectuer de nouveaux essais, les comparer pour optimiser le résultat. Le but de cette phase n'est pas de prouver si les résultats produits sont les plus grands, ce qui sera l'objet de la phase suivante.

Dans une seconde phase, lors d'une nouvelle séance, les élèves recherchent une méthode générale : dans ce but ils formulent individuellement par écrit des propositions, qui seront débattues. Certaines propositions peuvent être redondantes (“ il faut faire des calculs ”), ou utiliser des termes imprécis (comme : "il faut prendre des petits nombres"). La valeur de vérité d'autres propositions (telles que “ il ne faut pas utiliser de 1 ”) peut être rapidement établie en faisant appel à des savoirs. Pour d'autres enfin, il n'y aura pas de certitude sur un accord sur leur valeur de vérité ; un travail par groupe est nécessaire pour élaborer des preuves. Une mise en commun permet de faire expliciter les conclusions de chaque groupe et de mener un débat collectif sur la validité de ces propositions. Le but de cette étape est aussi de critiquer les preuves énoncées précédemment.

Dans les différentes classes où cette situation a été expérimentée, le problème constitue bien un enjeu intellectuel pour les élèves; ils sont curieux de trouver le meilleur résultat, ils essaient d'induire une méthode, de l'appliquer à de nouveaux nombres et mènent une critique des propositions.

---

[1] Classe d'Anita Jabier (MF, Gennevilliers 92). Cf. . “ Vrai ? Faux ?…On en débat ! De l'argumentation à la preuve au cycle 3 ” (ERMEL -Coordination Jacques Douaire et Christiane Hubert - INRP 1999) et aussi ERMEL CM1 (Hatier 1997)

2.2 Synthèse sur les compétences argumentatives des élèves

Celles-ci ont été sollicitées dans un ensemble de situations 2, lors des mises en commun, mais aussi lors des débats au sein de petits groupes menés dans la plupart de ces situations pour déterminer en général la valeur de vérité de certaines propositions. Nous avons constaté que les élèves sont capables :

- d'entrer dans un débat argumentatif : de prendre en compte les arguments des autres élèves, d'apporter un argument à l'appui du débat, de reprendre un argument de quelqu'un d'autre 3.

- d'utiliser progressivement un vocabulaire précis, nécessaire pour permettre la communication;

- d'abandonner très rapidement une argumentation extra-mathématique (accumulation de propriétés…), et de mettre en œuvre des raisonnements (dissociation des cas, utilisation du contre-exemple, déductions…).

- de recourir à des exemples génériques pour décrire en s'appuyant sur des valeurs numériques un raisonnement qui peut s'appliquer à d'autres nombres. Ce niveau de preuve que décrit N.Balacheff 4 consiste à montrer pourquoi une proposition est vraie en expliquant des transformations générales opérées sur un objet particulier. Mais en fonction des connaissances en jeu dans certaines situations, les élèves sont aussi capables de produire des déductions en s'appuyant sur l'énoncé de propriétés adéquates.

2.3 Discussion

Cette situation a suscité des interrogations principalement sur :

- le rôle du contre-exemple : " les élèves admettent qu'il invalide, mais reviennent-ils dessus dans l'action ?", " est-ce que cela fait comprendre ce qu'est un contre-exemple ? " . Dans cette situation ce sont des propositions élaborées par les élèves qui sont débattues, les contre-exemples produits sont directement en relation avec ces propositions. Mais au cycle 3 le contre-exemple n'est pas un objet d'étude. Comme le souligne l'un des participants, les élèves produisent des faits (des résultats numériques) qu'ils mettent en relation pour chaque proposition étudiée.

- le travail de la maîtresse : elle rappelle les règles du débat, elle est amenée à de solliciter certains élèves, à veiller à ce que personne ne soit exclu; elle est garante du fait que le débat porte bien sur l'intégralité de la proposition. Une interrogation plus générale porte sur la participation réelle de chaque élève dans un débat argumentatif : faut-il que tous s'expriment ?

- la formation : " Est-ce un bon exemple pour les PE2 ? N'y a-t-il pas plus simple à leur proposer ? " . Cette situation vise à permettre l'analyse des tâches mathématiques des élèves,

---

[2] cf. " Vrai ? Faux ?… " et ERMEL CM1 et ERMEL CM2

[3] Cf. GOLDER C. *Le développement des discours argumentatifs* Delachaux et Niestlé, Genève 1996 ;

[4] BALACHEFF N. *Une étude du processus de preuve en mathématiques chez les élèves de collège* Thèse, Université Joseph Fourier Grenoble- 1988.- p 57

la prise de conscience de leurs capacités à raisonner, l'appréhension de la structuration de la situation en différentes phases distinctes (produire des solutions, formuler une méthode générale, puis la critiquer) et du genre de décisions qu'un maître peut-être amené à prendre. La reproduction de cette situation par des PE2 en stage n'est pas visée : d'autres situations plus simples présentant des enjeux de preuve peuvent être expérimentées, comme celle présentée ci-dessous.

3. MISE EN COMMUN

3.1 La situation “ les trois nombres qui se suivent “

La présentation des problématiques liées à la mise en œuvre des mises en commun s'est appuyée plus largement sur l'analyse d'une situation : “ Les trois nombres qui se suivent”. Cette situation est proposée en début d'année au CM1 5.

La première phase propose de trouver trois nombres entiers qui se suivent dont la somme (96, 354…) est donnée, puis la seconde phase de prouver que 25 n'est pas la somme de 3 nombres qui se suivent, et la troisième phase de déterminer quels sont les nombres qui sont la somme de trois nombres qui se suivent.

Les mises en commun de ces trois phases visent à permettre aux élèves d'expliciter leurs productions, de les formuler, de comprendre et de s'approprier des propositions d'autres élèves. Mais chacune de ces mises en commun a des objectifs différents : l'amélioration de la gestion de procédures par essais de calcul pour la première, l'explicitation des processus de preuve pour la seconde (nécessité de prouver, recours à une propriété effectivement probante,…), l'acquisition d'une connaissance pour la troisième (les nombres qui sont la somme de trois nombres qui se suivent sont les multiples de 3).

Les critères de validation sont aussi différents : la fiabilité, la rapidité ou l'économie des méthodes de calcul pour la première, la vérité d'une proposition mathématique pour la seconde (en mathématique une proposition est soit vraie, soit fausse, un exemple ne prouve pas une proposition, un contre-exemple infirme une proposition), le recours à des savoirs pour la troisième.

3.2 Apports sur les tâches du maître dans les mises en commun

D'une façon plus générale, en mathématiques, les débats menés lors de mises en commun ont donc des buts différents :

- certains visent à émettre des critiques sur des résultats, sur des méthodes, dont la validité ne s'exprime pas en terme de vrai ou faux, mais d'efficacité, de rapidité… comme dans la première phase de cette situation.

- d'autres visent à prouver une proposition mathématique. Dans ce cas, le rôle de ces débats peut donc être dans un premier temps, par le passage de convictions privées à un questionnement public, de poser la question de la valeur de vérité de la proposition. La seule affirmation par un élève de la valeur épistémique de la proposition à ses yeux (il est "persuadé

[5] Cf. ERMEL CM1 “ Apprentissages numériques et résolution de problèmes au CM1 ” (ed. Hatier 1997).

que c'est vrai") n'est pas acceptée comme preuve. Puis, dans un deuxième temps, le rôle des débats est d'établir la valeur de vérité des propositions mathématiques.

Les tâches du maître sont multiples et complexes lors de ces phases de validation :

a) Analyser préalablement à la mise en commun l'ensemble des productions pour en définir les principales catégories à traiter : productions correctes, productions correctes mais mal formulées, résultats inachevés mais méthode correcte, productions correctes mais méthode non optimale, résultats incomplets, méthodes erronées, type de méthodes …

b) Fixer un objectif à la mise en commun : quelles sont les connaissances visées à l'issue de cette mise en commun ?

c) Préparer les échanges :

- Choisir les supports : travaux collectifs ou non, types d'écrits…
- Déterminer un ordre de traitement des productions

d) Conduire la mise en commun :

- Donner aux élèves le charge de la critique.
- Assurer le bon déroulement des échanges.
- Solliciter et relancer certains élèves (en particulier ceux dont les connaissances ou les capacités d'expression sont les moins assurées ainsi que ceux qui ont produit des résultats ou des méthodes erronés).
- Faire reformuler si nécessaire.

e) Choisir une “ sortie ” pour la mise en commun. Celle-ci, en effet, conduit à des évolutions différentes suivant notamment ce que les élèves avaient produit préalablement. Pour certains élèves, il y a une amélioration de la méthode déjà produite, ou prise de conscience des erreurs, pour d'autres la compréhension d'une méthode plus pertinente; pour d'autres enfin la mise en commun reste insuffisante pour garantir la compréhension d'une méthode plus efficace. Aussi le maître peut être amené à :

- Décider d'une relance éventuelle.
- Décider d'une phase de conclusion.
- Proposer une situation voisine si nécessaire pour permettre le réinvestissement des procédures explicitées, soit pour tous ou pour certains élèves avec éventuellement des choix de différenciation.

3.3 Quelques constats chez des jeunes maîtres

Dans le cadre d'une recherche en cours 6 nous avons été amenés à préciser quelques hypothèses sur les causes éventuelles des difficultés rencontrées lors de mises en commun, par des maîtres débutants utilisant régulièrement dans leur enseignement des situations de recherche; ces difficultés pouvant avoir comme effet de réduire l'activité mathématique des élèves pendant les mises en commun.

Nous pensions que les maîtres pouvaient éprouver une appréhension ou des réticences face à la mise en place d'un débat (crainte de se laisser déborder ou d'être amené à aborder des questions mathématiques non prévues, ou de perdre du temps …). L'analyse des productions, préalablement à la mise en commun pouvait être sous-estimée. La conduite des débats pouvait poser des problèmes (distribution de la parole, sollicitations ou relances de certains et reformulations, rappel des règles du débat). Nous avons donc analysé des mises en commun menées par des enseignants débutants au CM1, ainsi que et des entretiens portant sur ces séquences

Tout d'abord rappelons que l'investissement personnel et professionnel de ces maîtres est évident. Ces mises en commun ne sont pas apparues comme de simples corrections, ni comme la simple explicitation par chaque élève ce qu'il aurait fait. Nous avons constaté, chez ces maîtres ayant juste quelques années d'expérience et ayant choisi de recourir à des situations produites par notre équipe, une relative aisance dans la conduite des mises en commun. Les interventions de ces enseignants sont assurées. La gestion des prises de parole (dans le cadre toujours des spécificités de chaque classe) est maîtrisée. Les intentions déclarées portant sur les valeurs “ socialisantes ” des mises en commun ou même les objectifs “ langagiers ” de ces phases sont réellement mis en œuvre. Même si les entretiens, menés après les séquences, traduisent des interrogations, voire des remises en question sur les décisions prises “ à chaud ”, la limitation de l'activité mathématique de l'élève n'a donc pas pour cause une appréhension de la conduite de la mise en commun (crainte de se faire déborder, que cela soit toujours les mêmes qui parlent…).

Nous avons aussi constaté que la compréhension des objectifs de la situation était certaine et que l'analyse préalable des productions des élèves était précise et suivie d'une (re)structuration éventuelle pertinente des groupes.

La source principale des difficultés des maîtres débutants ne semblait pas venir d'un décalage insurmontable entre les représentations du maître et ses actions.

Par contre la sous-estimation de l'importance de la dévolution aux élèves de la validation, et donc de leur rôle dans ces phases était fréquente.

Le faible effectif sur lequel a porté nos observations ne nous permet pas de répondre à certaines questions sur des causes de cette sous-estimation : est-elle générale ou spécifique aux mathématiques ? et dans ce cas est-elle principalement liée à la représentation que le

6 Recherche INRP/ADIREM (2000/2003): "Evaluation et développement de dispositifs d'enseignement en Mathématiques". Une publication est prévue en 2003 (ed. INRP)

maître a de la discipline ou au potentiel réduit qu'il accorderait aux élèves dans ce travail de validation ?

Mais il apparaît que la plupart du temps la mise en commun n'a pas été pensée comme pouvant faire, de la part du maître, l'objet de choix potentiellement différents. En d'autres termes, ces phases n'ont pas été réellement des objets d'analyse ; le champ des possibles n'a pas été exploré.

Ces résultats, hypothèses, méthodes, pourraient servir pour les formations destinées aux enseignants lors de leurs premières années d'exercice du métier, le public de cette recherche correspondant notamment à ce profil. En l'état actuel de nos recherches, il nous semblerait utile que ces maîtres débutants puissent analyser des descriptifs prévisionnels ou des mises en commun effectuées par eux-mêmes ou par d'autres collègues, afin de mieux appréhender leur finalité, leur déroulement et leur diversité. Cela leur permettrait de percevoir les capacités des élèves pour argumenter en mathématique, la variété des mises en œuvre selon les organisations pédagogiques de chaque classe et l'effet des attitudes et des interventions du maître en situation sur l'activité mathématique de l'élève. 7

L'importance de l'argumentation dans les phases de validation se pose aussi dans les apprentissages géométriques au Cycle 3. Les constats empiriques basés sur l'évidence de la perception sont souvent trompeurs : des procédures fausses peuvent conduire à des productions satisfaisantes d'un point de vue perceptif et des procédures valides à des productions erronées selon ce même point de vue par manque de précision dans l'utilisation des instruments par exemple. Nos travaux actuels en géométrie 8 nous ont conduits à distinguer la validation du produit de celle de la procédure, ce qui suppose souvent de différer la validation pratique, après une phase d'argumentation portant sur les procédures. Mais la validation de procédures, qui sont souvent fugaces, spatiales, associant des gestes et des registres différents, pose de nouveaux problèmes. Les débats argumentatifs peuvent donc plutôt porter sur la validité de connaissances. Dans ce domaine de la géométrie aussi les critères de rationalité (validation perceptive, recours aux instruments, appel à des propriétés ou à des raisonnements) sont en construction au cycle 3.

3.4 Discussion

Une première série d'interrogations a porté sur la nature des difficultés rencontrées par les débutants. Bien entendu le fait que les PE ont ces tâches-là et bien d'autres (solliciter tel élève…) est souligné ; cela les amène à faire des choix, aussi il y a des moments où ils fonctionnement en routine (“ ils ne peuvent pas penser à tout tout le temps ”).

---

[7] Cet objet (les mises en commun) est un de ceux auxquels s'intéresse l'Equipe en Projet “ Pratiques langagières et construction des savoirs ” (2003/2004) associant plusieurs IUFM.

[8] Ces différentes tâches sont prises en charge dans le cadre de la recherche INRP : "Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3".

Pour certains participants c'est la conception que les PE ont du savoir mathématique qui fait obstacle et non la conception de l'apprentissage : quand une solution a été trouvée, la preuve de la solution est sentie comme superflue ; aussi comment peuvent-ils être convaincus que la nécessité de la preuve est à travailler avec les élèves. Les PE2 expriment souvent qu'il faut que tout le monde participe, ce qui peut apparaître comme un objectif ; mais ce qui est visé parfois n'est plus la nécessité première du débat : établir une vérité mathématique. Il existe donc un risque de dérapage dans la mise en œuvre de débats argumentatifs, si l'on souhaite une classe vivante et dialoguée, où souvent il y a alternance systématique de prise de paroles entre le maître et un élève. Des obstacles à une argumentation en mathématiques pourraient ainsi être produits.

Même si en formation, le temps est compté (“ on a juste le temps de soulever les problèmes ”), plusieurs participants pensent qu'il est utile de leur proposer de telles activités, pour analyser les pratiques professionnelles évoquées dans cet atelier : analyser les productions, définir un objectif aux mises en commun, laisser aux élèves la charge de la critique… Comment déclencher cette centration sur l'élève dans toutes les disciplines ?

Mais il semble aussi important et efficace de traiter ces aspects sur la durée. En formation continue, mais aussi avec des “ PE3-T1 ” et des “ PE4-T2 ” sans qu'il soit question d'un report du travail, débuté en PE2, mais plutôt d'un approfondissement.

USAGE DE LA VIDEO EN FORMATION

Yves Girmens
IUFM de Montpellier

Ce compte-rendu a été réalisé en collaboration par Claire Winder, de l'IUFM de Draguignan et Yves Girmens.

CONTENU

L'objectif de l'atelier était, en premier lieu, de confronter les pratiques des participants autour de l'utilisation d'un document vidéo en formation initiale des Professeurs des Ecoles de deuxième année et en second lieu, de mener une réflexion commune sur l'intégration en formation d'un document vidéo déterminé.

La séquence vidéo choisie présentait une mise en œuvre avec un petit groupe d'élèves de la situation « Châteaux », qui est proposée par l'ouvrage ERMEL CP dans le cadre de l'apprentissage du nombre.

PLAN DE L'ATELIER

L'atelier s'est déroulé en trois temps : un premier temps a permis d'identifier les difficultés soulevées, d'une façon générale, par l'utilisation d'un document vidéo en formation ; puis, après avoir visionné la séquence filmée « Châteaux », les participants ont d'abord essayé de définir les thèmes d'étude possibles que ce document permet d'aborder puis, en groupes, ont élaboré une proposition de scénario d'utilisation de ce document en formation initiale.

DEROULEMENT

I- Questions soulevées par l'utilisation d'un document vidéo en formation

I-1. Plusieurs types de documents

Il existe plusieurs types de documents vidéo que l'on peut utiliser en formation : ceux qui sont spécialement conçus pour la formation (et qui sont généralement « montés »), et ceux que l'on produit soi-même, « ordinaires » en filmant le plus souvent des professeurs d'école stagiaires en situation d'enseignement (souvent conservés et utilisés « bruts » sans montage).

Ces deux grands types de documents vidéo répondent à des objectifs différents et nécessitent des exploitations différentes.

I-1-a. Les documents vidéo « maison »

Ces séquences « brutes » filmées par les stagiaires ou par un formateur sont généralement réalisées et exploitées dans le but d'analyser des pratiques d'enseignement.

Dans ces conditions, il est alors assez difficile de construire un questionnement sur les aspects didactiques car ceux-ci seront forcément parasités par les problèmes de gestion de classe.

D'autre part, pour que les stagiaires puissent commenter leur travail, il incombe au formateur d'être attentif à ce qu'aucune remise en cause directe ne soit faite et d'amener le stagiaire à une comparaison entre ce qu'il avait l'intention de faire (déterminé par sa préparation) et ce qu'il a effectivement réalisé (identifié par l'observation).

I-1-b. Vidéo structurée ou « brute », une chronologie ?

Dans le cas où l'on présente à des stagiaires un document vidéo de ce type, fabriqué pour focaliser sur un aspect particulier, didactique ou pédagogique, il faut se méfier de l'effet « modélisant » inhérent à toute vidéo : on peut être tenté de reproduire en classe exactement ce que l'on a vu, à moins qu'on ne le réfute totalement au nom du « principe de réalité ».

Un tel document vidéo ne représente pas la réalité complète de la classe et dans ce cas, on ne peut pas faire l'économie de la resituer dans une pratique normale de classe, en évoquant certaines questions liées à la mise en œuvre concrète dans une classe.

Par exemple, la séquence « Jeu du Château », qui est utilisée dans l'atelier est conçue et structurée pour mettre en évidence les procédures utilisées par les élèves ainsi que leurs erreurs dans une tâche d'identification de nombres définis par certaines de leurs caractéristiques.

I-1-c. Vidéo structurée ou « brute », une chronologie ?

Au cours de la formation des professeurs des écoles à la pratique, il paraît préférable d'amener un stagiaire à faire le travail d'adaptation, a son propre contexte d'exercice, d'une séquence déjà élaborée et pour laquelle, il dispose déjà de bon nombre d'informations didactiques et pédagogiques, plutôt que de lui demander d'inventer totalement une séquence à partir d'éléments ou de sources qu'il aurait lui-même collectés.

En se référant à la vidéo « Jeu du Château » à titre d'exemple, on peut ainsi envisager son visionnement, en tant vidéo « montée », comme point de départ de « re-création d'une séquence ».

Dans ce cas, la présentation de la vidéo, assortie d'un questionnement approprié, est le moyen d'entrer dans la situation pour en saisir des composants essentiels (tâche, consigne, procédures à priori…), ce qui permet ensuite de compléter et d'approfondir l'appropriation de la situation par la lecture de la présentation de cette situation proposée par le livre du maître, ERMEL, CP.

En outre, les participants s'accordent pour penser que, dès que l'on prévoit une action de formation à partir d'un document vidéo, quel que soit l'objet de travail, aspect du contenu ou de la réalisation, il y a nécessité d'envisager la mise en œuvre dans une classe, par les stagiaires eux-mêmes, de la séquence présentée.

Cela doit permettre aux stagiaires de mieux prendre conscience des contraintes de la situation, de restituer la chronologie des moments, mise à mal par le montage, et par là - même, de mettre à distance l'observation au moyen de l'image qui sélectionne une portion de la réalité, en replongeant ce qu'ils ont vu dans une situation réelle.

I-2. A propos du questionnement à propos d'une vidéo

L'observation et l'étude d'un document vidéo en formation ne peuvent se faire qu'à travers un questionnement constitué de questions renvoyant à des types de tâches précises.

L'éventail des questions possibles est généralement large et assez riche et la sélection des questions ainsi que leur gestion exigent une réflexion importante de la part du formateur.

La formulation des questions doit permettre le relevé d'éléments d'observation précis mais aussi préparer la mise à distance préalable à toute analyse.

L'un des participants pense que la nature du questionnement proposé dépend nécessairement du moment de la formation, et il fait part d'une « progression » qu'il a définie pour les thèmes donnant lieu aux questions :

1. une sensibilisation à la consigne ;
2. un travail sur les phases de correction ;
3. un travail sur les phases de conclusion.

On pourra envisager de cibler des objets de questionnement différents en fonction du stage de pratique qui va suivre.

D'autre part, il est possible de gérer la multiplicité des questions « en différenciant le travail par les tâches », c'est-à-dire en répartissant les pôles d'observation entre les stagiaires : par exemple, seules deux personnes dans un groupe peuvent être chargées de répondre à une même question.

Les questions peuvent porter sur des objets aussi divers que : la consigne, le titre des différentes tâches, les activités, les erreurs des élèves et les réponses de l'enseignant, les phases de clôture.

En outre, si les questions sont trop larges et ne correspondent pas à des points d'observation précis, il sera nécessaire de visionner plusieurs fois la vidéo, ce qui rend son exploitation très longue et très malaisée.

Ainsi, le visionnement d'un document vidéo ne devrait pas dépasser une durée d'une quinzaine de minutes et le relevé des réponses aux questions doit pouvoir être fait lors d'un seul passage du film.

II – Repères pour l'exploitation d'un document vidéo en formation

Les participants de l'atelier ont élaboré ces éléments à partir d'un travail sur la vidéo de la séquence « Jeu du Château » mais ont souhaité les formuler en leur donnant une portée générale.

II - 1 Les thèmes d'étude possibles à partir d'une séquence vidéo

Les thèmes d'étude qu'il est possible d'aborder à partir de toute séquence vidéo se rattachent à trois pôles : la situation, les connaissances des élèves, le rôle du professeur.

II-1-a. La situation :

Quelle est la tâche mathématique dévolue aux élèves ?
Comment la consigne déclenche-t-elle la tâche ?
Quelles sont les différentes phases que l'on peut identifier dans la situation ?

II- 1- b. Les connaissances des élèves :

Celles qui sont mises en jeu par les élèves : relever les connaissances antérieures attendues, celles qui sont utilisées pour l'action, pour la validation, les connaissances réflexives, culturelles, …

Les procédures mises en œuvres et les erreurs produites.

II- 1- c. Le rôle du professeur :

Comment articule-t-il la gestion de la classe entière et les interactions individuelles ?
Y- a- t- il des écarts entre les actions et manières de faire du maître que l'on observe sur le film et ce que les stagiaires ont l'habitude de faire ou s'autorisent à faire ?

Remarque : Il convient de veiller à ce que la vidéo ne soit pas considérée comme le « modèle absolu » pour mener la séance : pour cela, il sera nécessaire de questionner les stagiaires sur certains éléments de la gestion et de la mise en œuvre observés sur le film, et de les relativiser.

II- 2. Un exemple de proposition de scénario à partir d'une vidéo

Les participants de l'atelier proposent, pour l'exploitation d'un document vidéo, un dispositif de travail en groupes, chaque groupe prenant en charge une tâche choisie parmi les axes suivants :

Reconstruction de la séance : son contenu mathématique et/ou son déroulement.
Description du rôle du maître, de sa prise en compte des erreurs, de ses étayages.
Etude de l'activité des élèves.
L'évolution des connaissances, les énoncés des savoirs.
Les arguments produits et leurs effets sur le débat, et aussi sur l'avancement du savoir mathématique.

Chaque tâche confiée à un groupe sur un même thème peut s'articuler autour de trois ou quatre questions.

Un travail de reconstruction de la séance est nécessaire pour terminer l'activité, lorsque l'analyse est orientée sur la pratique.

III- Une utilisation possible de la vidéo du « Jeu du Château »

Les participants constatent tout d'abord que cette vidéo est assez « fermée » sur le plan des gestes professionnels (il ne semble pas opportun de l'utiliser pour cela), et d'autre part, qu'il est indispensable de l'utiliser pour provoquer un travail d'analyse.

• Elle peut être utilisée comme une illustration :
- d'un moment de la progression dans l'apprentissage des désignations orales et écrites des nombres entiers : cela peut donner lieu à la recherche de ce qui a été fait avant, de ce qui suit, de ce qui peut être fait pour différencier,
- des procédures utilisées par les élèves pour repérer les nombres dans la suite des nombres organisée en tableau 10 x 10 ;
- des erreurs produites par les élèves dans la caractérisation des nombres ;
- des différences de connaissances entre les élèves.

En ce sens, elle peut être utilisée, au moyen de questions portant sur les points précédents, en PE1, voire en PE2.

• Elle peut également être un point de départ pour présenter le modèle générique du jeu du portrait à travers les aspects suivants :
- le traitement de l'information ;
- le traitement logique du « oui » et du « non » dans une collection de référence ;
- l'entraînement à la reformulation.

Une ouverture est possible vers différents jeux du portrait : numériques, géométriques, logiques , que l'on peut prolonger par une identification des variables didactiques (collection de référence connue, propriétés des objets).

Un argument pour choisir « le jeu du portrait » comme thème de travail en formation réside dans le fait que les jeux de portrait sont des situations qu'il est possible et constructif de proposer dans les trois cycles.

IV- Prolongements : D'autres exemples d'utilisation de documents vidéo

IV-1.Utilisation d'un document «brut »

Faire réaliser un montage vidéo, à partir du film d'une séquence, par le stagiaire qui a effectué la séquence dans le but de le montrer au groupe classe ultérieurement.

Cela suppose qu'un travail a été mené en amont, d'abord par le stagiaire seul, puis avec le formateur, pour faire émerger les points intéressants.

Un tel emploi de la vidéo, que l'on peut estimer très productif pour le stagiaire lui-même, est trop lourd à mettre en œuvre à grande échelle.

Cependant, on peut penser qu'il pourrait être utile pour des stagiaires en difficulté.

IV-2. Utilisation de documents structurés

Avant chaque stage, on peut proposer une vidéo particulière qui illustre le cycle dans lequel va se dérouler le stage, par exemple :

- cycle 1 : vidéo sur la structuration de l'espace ;
- cycle 2 : vidéo présentant « Le bon panier »
- cycle 3 : vidéo montrant « Les fourmillions »

Au cours de l'année, la vidéo « La boîte noire » concernant la soustraction peut être visionnée, pour engager une discussion sur les étapes d'une progression et leurs durées.

IV-3. Une situation en autonomie

Un participant souligne qu'il peut être intéressant, par rapport à un questionnement de certains professeurs-stagiaires de deuxième année, de les renvoyer à des vidéos, en autonomie, pour obtenir des compléments de réponses.

IV-4. Autour de la vidéo présentant la situation « Tri de graines »

Pour provoquer une réflexion autour d'une situation a-didactique, un participant fait part de sa pratique en PE2 :

Il propose aux stagiaires, sans aucun exposé introductif, le visionnement de la vidéo « Tri de Graines », avec la consigne suivante : « 1) Repérer ce que la maîtresse dit aux enfants pour les mettre en action. 2) Repérer ce que font les enfants ».

Un travail en groupes est ensuite organisé, avec une nouvelle consigne : « En fonction de ce que vous avez observé, déterminez l'enjeu de la séquence. »

Il est alors intéressant, lors du retour du travail de groupes, de pointer les malentendus sur la consigne ou les gestes des enfants.

Il apparaît en outre que le travail en groupes permet de tempérer des lectures trop personnelles que certains stagiaires font de la situation.

AUTOUR DE QUELQUES SITUATIONS DE FORMATION EN GÉOMÉTRIE POUR LES PROFESSEURS D'ÉCOLE.

Alain Kuzniak et Jean-Claude Rauscher

IUFM d'Alsace

Résumé :

Notre recherche porte sur des situations de formations pour les professeurs d'école et pour les professeurs du secondaire qui permettent à ces derniers de prendre conscience des enjeux de l'enseignement de la géométrie.

Nous nous appuyons pour cela sur deux types d'approche : une approche épistémologique et une approche plus cognitiviste. Ces deux approches nous ont permis de mettre en place des situations de formation que nous appelons les petites provocations didactiques et d'autres basées sur la pratique des écrits réflexifs.

A l'occasion de l'atelier, nous avons présenté aux participants puis discuté avec eux le dispositif de formation qui fait l'objet de ce compte-rendu. Cette description suivra une présentation qui rappelle quelques éléments de notre cadre théorique.

PRÉMISSES THÉORIQUES

L'école, et plus généralement la scolarité obligatoire, propose aux élèves plusieurs « mondes mathématiques ». Parmi ceux-ci, le « monde géométrique » garde comme spécificité de réaliser une abstraction proche de la réalité. Ainsi la figure géométrique, normalement totalement déterminée par sa définition, se trouve confrontée à son dessin qui la réalise et qui est en est aussi l'origine empirique. La confusion qui en résulte est clairement identifiée et constitue un des points d'appui les mieux établis du développement de la didactique de la géométrie.

Les niveaux de Van Hiele (Annexe 1)

En s'appuyant, d'une part sur la théorie de Piaget et d'autre part sur la GestaltTheorie, Van Hiele a construit une théorie du développement de la pensée géométrique chez l'enfant basée sur les différents niveaux d'appréhension perceptifs et logiques des figures et dont l'influence est très grande dans les pays anglo-saxons. L'élève passe idéalement par cinq niveaux (numérotés de 0 à 4) qui le conduisent de la perception simple à une conception abstraite et discursive de la géométrie. Les deux premiers niveaux (visualisation et analyse) se distinguent ainsi des deux derniers (déduction formelle et abstraction). Le niveau 2 (déduction informelle) correspond à une phase de transition où s'élabore le raisonnement géométrique.

Paradigmes géométriques.

Cette vision de l'évolution de la pensée géométrique s'insère dans une vision linéaire et univoque de la géométrie. Or les recherches épistémologiques initiées par Bachelard ou *Koyré, relayées en mathématiques par Lakatos ont montré l'illusion d'une évolution* scientifique paisible des concepts mathématiques. Un certain aboutissement de la logique conflictuelle de l'histoire des idées scientifiques culmine dans l'œuvre de Kuhn qui propose le passage d'un paradigme à l'autre par une révolution où le nouveau paradigme se substitue à l'ancien.

Nous avons envisagé [CHAK 1] l'étude de la géométrie à travers cette vision de l'évolution de la science basée sinon toujours sur des ruptures du moins sur des évolutions notables de point de vue. Pour parvenir à dégager des paradigmes géométriques qui, par delà la perspective historique, rendaient compte des conceptions des pratiques géométriques, nous avons suivi l'idée de Gonseth de poser l'existence de la géométrie dans son articulation avec le problème de l'espace. Autour de trois modes de connaissances de l'espace (intuition, expérience, déduction), il est possible d'organiser une synthèse qui réorganise la relation avec l'espace et donne naissance à trois types de Géométrie. *(Annexe 2).*

La Géométrie naturelle (Géométrie I) a pour source de validation la réalité et le monde sensible. Dans cette géométrie, une assertion est légitime si l'intuition d'un résultat et les conclusions d'une expérience ou d'une déduction correspondent. La confusion entre le modèle et la réalité est grande et tous les arguments sont permis pour justifier une affirmation et convaincre un interlocuteur.

Ensuite, nous rencontrons la Géométrie axiomatique naturelle dont le modèle est la géométrie euclidienne classique. Cette géométrie (Géométrie II) est bâtie sur un modèle proche de la réalité. Mais une fois les axiomes fixés, les démonstrations doivent se situer à l'intérieur du système pour être certaines.

Enfin, il y a la Géométrie axiomatique formaliste (Géométrie III) où le plus important est le système d'axiomes lui-même sans relation avec la réalité. Ce système doit être totalement axiomatisé ce qui n'est pas le cas dans la Géométrie II.
Il importe également de distinguer la géométrie des limbes du proto-géométrique (Géométrie 0) qui englobe à la fois les pratiques spontanées autour de l'espace étudiées par Piaget dans ce qu'il appelle justement « la géométrie spontanée » et aussi certaines pratiques automatisées d'arpentage ou de construction effective dans le meso-espace. Pour nous la Géométrie supposera une distanciation théorique minimale par rapport à l'espace qu'elle étudie.

LA QUESTION DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS.

Nous en arrivons enfin à notre question telle qu'elle se présente en formation des enseignants. Comment sensibiliser les enseignants à ces distinctions épistémologiques ? Comment favoriser ce détour réflexif, ce pas de côté, nécessaire au géomètre et au formateur de géomètres ?

Nous avons exploré deux pistes : les petites provocations didactiques (PPD) [CHAK 2] et la pratique des écrits réflexifs.

La première piste étudiée repose sur les travaux engagés par notre équipe dans le passé sur les stratégies de formation utilisées pour former les futurs enseignants et qui a permis de mettre au point des situations appelées « petites provocations didactiques ». Nous ne retiendrons ici que l'insistance mise sur une remise en question dynamique du savoir et du rapport au savoir géométrique des étudiants.

La seconde voie s'inspire des conflits socio-cognitifs dont elle se propose de dépasser la trop grande sensibilité aux arguments de pouvoir provoquée par les interactions sociales propres à ce type de conflit. La pratique des écrits réflexifs se propose de développer un contexte qui favorise l'approche scientifique, idéalement peu sensible aux effets de pouvoir. Elle passe par la formulation écrite par l'étudiant de remarques sur ses productions mathématiques et sur celles de ses pairs ou futurs élèves. C'est la voie suivie dans le dispositif que nous présentons dans la suite de cet article.

LE PROCESSUS MIS EN ŒUVRE.

Le processus comporte deux grandes phases pour les étudiants.

1. La **première phase** repose entièrement sur un questionnaire écrit et individuel dont certains éléments servent ensuite à la deuxième phase gérée plus collectivement.
Voici les ingrédients de ce questionnaire.

Trois mots pour caractériser la géométrie. Puis trois exercices :

Deux exercices de mathématiques de fin de Collège que les étudiants doivent résoudre et sur lesquels ils sont invités à exprimer « les incertitudes ou les difficultés qu'ils y ont rencontrées ».

Un exercice de début de Collège où, cette fois, les étudiants doivent s'interroger sur « les incertitudes ou les difficultés que les élèves peuvent rencontrer dans cet exercice ». Cette formulation les invite à dépasser leur posture d'étudiant pour adopter celle de leur futur métier.

Tableau résumé de la phase 1.

	Tâche principale à effectuer dans l'exercice.	**Tâche à effectuer par l'étudiant après avoir résolu l'exercice.**	**Fonction de cette deuxième tâche.**
Exercice 1 Niveau 4ème	Prendre position sur des affirmations au sujet de la nature d'un quadrilatère et la justifier.	Évoquer les incertitudes ou les difficultés rencontrées par l'étudiant lui-même	Regard de l'étudiant sur ses connaissances.
Exercice 2 Niveau 3ème	Émettre un avis sur le parallélisme de deux droites.		
Exercice 3 Évaluation nationale 6ème.	Trouver la longueur d'un segment dans une figure et expliquer sa réponse.	Imaginer les incertitudes ou les difficultés rencontrées par les élèves	Se représenter les conceptions et connaissances des élèves.

Une dernière question demande aux étudiants de préciser s'ils perçoivent le but poursuivi par ces questionnaires.

2. La **deuxième phase** propose aux étudiants trois travaux bien distincts qui permettent de revenir sur le questionnaire précédent et de mettre en œuvre un retour réflexif sur leur propre rapport aux contenus mathématiques mis en jeu dans les exercices.

Le premier travail consiste à apparier les mots caractérisant la géométrie pour les étudiants.

Dans le deuxième travail, cinq productions d'étudiants sur le premier exercice, sont mises à l'étude en suivant la consigne suivante :

> *Vous allez lire ces 5 productions. Ensuite, indépendamment de leur validité, vous allez comparer leurs contenus. Lesquelles se ressemblent et en quoi ? Quelles sont leurs différences ? Après avoir réfléchi individuellement vous allez produire par groupe votre réponse sur cette feuille.*

Enfin, le troisième travail porte sur l'exercice 3, des productions d'élèves de sixième sont données et doivent être analysées. Puis la question suivante est posée :

> *Y a-t-il des similitudes ou des liens entre les attitudes des étudiants par rapport au problème « losange-carré » (exercice 1) et celles des élèves par rapport au problème du « rectangle-cercle ».*

Ce travail est individuel et écrit, ce qui est important dans cette approche réflexive de regard et de retour sur ses propres conceptions.

Tableau résumé de la phase 2.

Corpus pris en compte dans la deuxième phase	**Tâches à effectuer par l'étudiant**	**Fonction de la tâche et effets recherchés.**
5 réponses d'étudiants à l'exercice 1 produites lors de la première phase.	Comparer les réponses.	Regard comparatif sur les connaissances et conceptions des étudiants. **Effet** : retour réflexif sur ses propres conceptions.
4 productions d'élèves issues de l'évaluation nationale.	Analyser les productions des élèves.	Comparer les conceptions des élèves à ce qu'on en imaginait a priori. **Effet** : repérage d'enjeux d'apprentissage à l'école primaire.
	Comparer les productions des élèves et celles des étudiants.	Comparer les conceptions des élèves et celles des étudiants en géométrie**.** **Effet** : prise de conscience de la nécessité de réaménager ses propres conceptions en géométrie

Quelques remarques sur le processus.

1. Sur le choix des exercices (Annexe 3)

<u>a. Le contenu mathématique.</u>

Le processus mis en œuvre cherche à sensibiliser les étudiants à l'existence de différents paradigmes géométriques et à montrer l'importance de la distinction entre différentes géométries dans l'enseignement de cette matière aux élèves. Mais comme souvent, en formation des enseignants en mathématiques, l'aspect didactique est étroitement lié à la volonté et aussi à la nécessité d'accroître le savoir mathématique des étudiants. Ici les deux théorèmes fondamentaux pour tout candidat au concours ont été retenus : le théorème de Pythagore et le théorème de Thalès.

<u>b. Particularités des exercices</u>

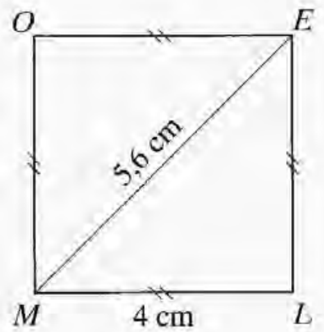
Nous souhaitons mettre les difficultés des étudiants en perspective avec celles que rencontrent les élèves de l'école primaire. Le choix des exercices est donc essentiel et nous avons retenu la possible similitude entre les confusions des élèves sur la figure « carré-rectangle » et celles des étudiants sur la figure « losange-carré » de l'exercice 1. Nous avons fait l'hypothèse, amplement confirmée par la suite, que la confusion entre dessin et figure, caractéristique de la Géométrie I, risquait de se produire au niveau des étudiants.

A chaque fois, une figure est présente. Certaines données sont indiquées soit sur la figure elle-même (angles droits codés, mesure de longueurs en cm….), soit dans un texte accompagnant la figure (ABCD est un rectangle, ABCD est un carré de côté 5 cm). Ces données permettent de répondre aux questions sans recours à l'apparence de la figure ou à des mesures supplémentaires. Il est donc possible de traiter ces exercices en Géométrie II. En revanche les figures peuvent induire des hypothèses parasites, soit par la tentation d'effectuer des mesures (Exercice 3), soit par leur apparence (Exercices 1 et 2). Dans les deux premiers exercices, la conclusion donnée par le calcul est en contradiction avec l'appréhension perceptive. Détaillons ce point sur le problème de Charlotte et Marie (Exercice 1).

c. Un impossible espace de travail ?

L'exercice choisi (Hachette Cinq sur Cinq 4ème 1998, page 164) entre dans cette catégorie d'exercices de géométrie où se pose clairement la question de l'existence d'un espace de travail idoine pour résoudre le problème.

1° Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère *OELM* est un losange ?
2° Marie soutient que *OELM* est un carré.
Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai.
Qui a raison ?



Le dessin proposé à l'étude semble être un carré, il s'agit en fait d'un dessin coté dont certaines données sont omises. Comme le signale un étudiant :

Il n'y a pas de textes pour l'énoncé, il n'y a qu'un dessin qui peut tromper.

Ce dessin comporte des indications sur les dimensions des côtés et d'une diagonale. La longueur du côté [ML] mesurée sur le livre est 3cm, ceci indique que les dimensions de la figure ne sont pas les dimensions réelles. La longueur de la diagonale [ME] est donnée au dixième de cm près (5,6 cm). Cette double indication, en centimètres et au dixième, semble préciser que l'espace local privilégié est un espace mesuré et que les nombres utilisés appartiennent à $\mathbf{D}_1$ (nombres décimaux dont la valuation est inférieure à 1). Si l'on se place dans ce cas, il faudrait normalement gérer des approximations basées sur des encadrements et conclure grâce à la marge d'erreur tolérée. Mais, cette façon de raisonner classique en physique ne fait pas partie de l'habitus mathématique.

Le théorème de Pythagore joue un rôle fondamental dans ce type d'exercice en évitant le recours à une mesure effective. Il permet un changement de cadre en privilégiant l'approche numérique de la Géométrie. Pour notre propos, nous introduirons deux formes du théorème de Pythagore, une forme abstraite classique portant sur des nombres réels et sur des égalités

Si le triangle ABC est rectangle alors $AB^2+BC^2=AC^2$

et une forme concrète pratique qui utilise des nombres approchés et, de façon moins courante, des figures approchées.

Si le triangle ABC est « à peu près » rectangle alors $AB^2+BC^2\approx AC^2$

La première forme permet de basculer simplement dans une Géométrie qui s'écarte des données de l'expérience en raisonnant ici de manière élémentaire dans le cadre numérique qui sera plus généralement remplacé par un cadre algébrique à un niveau plus avancé des mathématiques et de la scolarité (Géométrie III). Quant à la seconde formulation, elle apparaît plutôt comme une forme avancée de Géométrie I.

Est-ce Charlotte ou Marie qui a raison ? Incontestablement la perception donne raison à Marie. Par contre, si l'on se place en Géométrie II en utilisant la forme abstraite du théorème de Pythagore, alors on peut raisonner comme le propose un étudiant [Et 1] :

On sait que si OEM est rectangle en O alors on a $OE^2+OM^2=ME^2$
On vérifie $4^2+4^2=5{,}6^2$ et $32\neq 31{,}26$. Donc OEM n'est pas rectangle.

Si on utilise *le théorème de Pythagore* ***pratique*** dans un cadre mesuré alors on suivra plutôt le raisonnement proposé par un autre étudiant [Et 2] :

C'est un carré si un angle au moins est droit entre deux côtés.
L'angle MLE est droit si et seulement si :
$ML^2+LE^2=ME^2$ d'après le théorème de Pythagore
$16+16=32$ or $\sqrt{32}\approx 5{,}6$
Marie a raison OELM est un carré.

En fait, il faudrait conclure qu'OELM est « presque » un carré mais comme on le sait, faute d'un langage adapté, il n'est pas possible aux élèves de jouer sur ces différentes distinctions. Ils vont être de fait confrontés à un malentendu à la fois épistémologique et didactique qui se manifeste dans la difficulté, que nous avons signalée, à déterminer l'espace de travail idoine.

2. Sur le choix des productions des étudiants.

<u>a. La grille d'analyse.</u>

Dans la deuxième phase (*annexe 4*), les étudiants doivent étudier un certain nombre de solutions de l'exercice 1. Il est certes possible de partir d'exemples produits par des élèves de Collège, mais comme le montrent diverses études, les futurs Professeurs d'écoles n'ont pas tous clairement accédé aux paradigmes mathématiques les plus élaborés et ils se situent dans des Géométries différentes. Nous avons donc préféré partir de leurs propres solutions pour produire le choc réflexif que nous avions en vue.

Nous avons analysé toutes les productions du groupe grâce à une double approche qui croise paradigmes géométriques et niveaux de Van Hiele. Dans ses travaux [JCR1], l'un d'entre nous a déjà montré la nécessité de ne pas utiliser la seule approche de Van Hiele pour comprendre les productions d'élèves. La voie que nous suivons ici a été initiée par B. Parzysz [PAR] qui a le premier tenté une synthèse de notre approche paradigmatique avec celle plus classique de Van Hiele.

Bernard Parzysz propose une articulation autour du niveau 2 (déduction informelle) que nous interprétons comme un niveau de transition entre Géométries.

<table>
<tr><td>Type de géométrie</td><td>G0</td><td colspan="2">G1</td><td colspan="2">G2</td><td>G3</td></tr>
<tr><td>Niveaux de Van Hiele</td><td>Niveau 0</td><td>Niveau 1</td><td colspan="2">Niveau 2</td><td>Niveau 3</td><td>Niveau 4</td></tr>
</table>

Cette vision nous semble adaptée à la progression de l'élève découvrant la Géométrie enseignée pendant toute sa scolarité, elle l'est moins pour un étudiant qui a déjà parcouru tout le cursus scolaire. De plus, elle ne prend pas suffisamment en compte le jeu entre les différents paradigmes. Nous préférons une vision bidimensionnelle que tente de résumer le tableau suivant

Synthèse Kuzniak-Rauscher

	GÉOMÉTRIE I	**GÉOMÉTRIE II**	**GÉOMÉTRIE III**	
Niveau 0 Visualisation				
Niveau 1 Analyse			*Outil heuristique*	pôle empirique (Intuition et expérience)
Niveau 2 Déduction informelle	Transition			
Niveau 3 Déduction Démonstration		Transition		pôle théorique (déduction)
Niveau 4 Abstrait Structure				
	Horizon technologique		Horizon formel	

Ce tableau doit plutôt être considéré comme un plan de travail que comme un point de vue figé : il est notamment essentiel de vérifier l'existence de chaque case du tableau et de préciser ses propriétés.

Dans notre perspective, les géométries ne poursuivent pas le même objectif à long terme et ont des horizons de préoccupations différents : un horizon technologique pour la Géométrie I et un horizon formel pour la Géométrie III. Dans sa forme la plus élaborée, chaque Géométrie suppose de la part d'un utilisateur expert une maîtrise de tous les niveaux de Van Hiele. Il y a en effet des conceptions savantes et abstraites de la Géométrie I occultées à l'école mais qui ont fait l'objet de travaux théoriques [CHAK 3]. La voie privilégiée dans le cadre des mathématiques enseignées est celle que nous avons grisée.

b. Caractéristiques des productions d'étudiants.

Comme le montre l'analyse des productions des PE, certains étudiants se situent nettement en Géométrie I tout en manifestant des compétences au niveau de Van Hiele qui vont bien au-delà de la simple visualisation.

Ainsi l'étudiant [Et A] retenu dans notre corpus (*annexe 4*) manifeste des compétences de niveau 1 et 2 :

1) OELM est un losange car : ses quatre côtés sont égaux
ses angles sont droits
ses diagonales se coupent en formant des angles droits

2) *Marie a raison c'est un carré, puisque en plus d'être un losange, OELM a ses diagonales de même longueur, OELM est un losange particulier.*

Un autre [Et C], après avoir construit la seconde diagonale sur la figure, affirme

1. *Le quadrilatère OELM est un losange car OE=OM=Ml=EL=4cm*
Car OE // ML et OM //EL

2. *OEML est un carré si les diagonales EM et OL ont même longueur et se coupent en leurs milieux. OL = 5.6 cm et donc OL se coupent en leurs milieux. Il s'agit d'un carré.*

Difficultés rencontrées : Lors de la démonstration. Définitions des caractéristiques des différents quadrilatères

Dans ce cas, le niveau 3 de Van Hiele est clairement évoqué par l'étudiant et aussi mis en œuvre dans le raisonnement, mais insidieusement des éléments du dessin sont utilisés comme hypothèse. Cet étudiant se situe dans cette zone de transition entre G1 et G2 avec des aspirations vers le niveau 3.

Quant à l'exemple de l'étudiant [Et B] déjà cité à la fin du paragraphe précédent, il est bien clair que son niveau de raisonnement est élevé dans l'échelle de Van Hiele. Nous situerons son approche dans ce que nous appelons (G1G2) où la Géométrie II apporte des éléments de validation en Géométrie I. On peut aussi voir ce cas comme un cas de contamination du raisonnement par des éléments visuels.

D'autres productions [Et B et Et E] se situent clairement en Géométrie II. L'entrée dans cette géométrie est facilitée par l'emploi du théorème de Pythagore qui déplace le problème dans le cadre numérique. Il est alors intéressant d'observer le retour au cadre géométrique à l'issue des calculs.

3. Sur le choc réflexif. Réactions d'étudiants : réflexions et révisions…surprises !

La confrontation simultanée de chaque étudiant avec les conceptions des autres étudiants et celles de ses futurs élèves est réalisée grâce à la question donnée dans le troisième travail.

> *Y a-t-il des similitudes ou des liens entre les attitudes des étudiants par rapport au problème « losange-carré » et celle des élèves par rapport au problème du « rectangle-cercle ».*

Cette confrontation assez radicale entre les difficultés des adultes et des élèves constitue une provocation didactique.

Les étudiants qui éprouvent des difficultés semblables à celles des élèves, doivent surmonter leur problème grâce au retour réflexif provoqué par l'écrit individuel tel que nous le mettons en place. Pour les autres qui se situent de manière implicite en Géométrie II, le même effet d'étonnement doit être produit par la confrontation entre les productions de leurs pairs et celles des élèves.

La provocation est efficace mais semble agir à des niveaux dont nous faisons l'hypothèse qu'ils dépendent de la place de l'étudiant dans notre grille d'analyse.

Ainsi certains étudiants restent fixés sur les exercices qu'ils ont du mal à résoudre.

> *On constate que deux problèmes majeurs ont été rencontrés :*
> - *les incertitudes dues au dessin:*
> - *comment caractériser les losanges et les quadrilatères en général ?*

ou encore :

> *Au vue des réponses des différents étudiants je me suis rendue compte que je n'ai pas utilisé les mesures données sur la représentation graphique. Si c'était à refaire, je les inclurais dans ma recherche.*

On peut constater une légère prise de distance mais encore très personnalisée chez d'autres :

> *Si l'exercice était à refaire, j'utiliserai le théorème de Pythagore – essentiel ici – et je m'avancerais moins franchement sur des affirmations trompeuses sur la simple lecture du dessin*

Enfin, chez ceux qui avaient résolu sans trop de problèmes l'exercice en se plaçant en Géométrie II, surgit une certaine prise de conscience :

> *J'ai été très surprise par le fait que les élèves mesurent le segment surtout concernant l'élève A mais en observant l'élève B je trouve cette démarche très astucieuse mais elle est tout de même risquée.*
>
> *Mais je suis vraiment surprise car je n'aurai vraiment pas pensé à trouver la réponse en passant par la méthode de mesure réelle du segment.*
>
> *Les seules similitudes que je vois c'est que les élèves comme certains étudiants se basent sur le dessin.*
>
> *Pour les élèves géométrie signifie "mesure" et "outil" et donc règle.*
>
> *Ces productions d'élèves me montrent que je ne réfléchis plus comme les enfants, au lieu de chercher plus simplement je cherche toujours des propriétés, des théorèmes etc.*

Pour dépasser la déstabilisation assez nette qui résulte de ce type de situation, nous faisons l'hypothèse que l'explicitation d'un cadre théorique « neutre » est indispensable. Par « neutre », nous voulons préciser que ce cadre ne donne pas une prévalence à une Géométrie plutôt qu'une autre mais qu'il les articule dans une dialectique positive.

Le retour réflexif individuel et privé de chaque étudiant sur ses résultats est censé lui permettre de se situer et aussi d'assumer ses difficultés éventuelles.

Une autre question à l'étude concerne le moment de l'explicitation des cadres théoriques : dans le processus décrit ici, cette explicitation survient à la suite des différents travaux des étudiants. Dans d'autres recherches [CHAK 2], l'explicitation est produite à l'issue d'une PPD, des éléments théoriques peuvent donc être utilisés dans le retour réflexif et ainsi atténuer la virulence de la confrontation de l'étudiant avec ses propres manques.

4. Quelques remarques des participants à l'atelier.

Il est toujours facile pour les animateurs d'un atelier de dire que les membres du groupe se sont fortement investi dans les activités proposées mais c'est vraiment le cas et de nombreuses remarques ont été formulées tant sur le cadre théorique (avec la découverte de Van Hiele et le rappel de l'importance de la schématisation chez Gonseth), que sur le choix des exercices (le hasard a fait que R. Delors auteur de l'exercice analysé se soit trouvé dans le groupe).

Nous ne détaillerons pas toutes les remarques dont certaines ont été reprises dans le compte-rendu, signalons simplement que A. Massot pense qu'il est possible de transférer le principe de notre provocation didactique au niveau du Collège : elle prévoit de mettre en œuvre un processus similaire pour faciliter l'accès de ses élèves de troisième à une prise de distance par rapport aux dessins. A suivre…

BIBLIOGRAPHIE.

Fischbein E.(1987) Intuition in Science and Mathematics. An educational Approach. Reidel

Gonseth F. (1945-1954) La géométrie et le problème de l'espace. Ed du Griffon Lausanne.

[CHAK 1] Houdement C. et Kuzniak A. (1999) Quelques éléments de réflexion sur l'enseignement de la géométrie : de l'école primaire à la formation des maîtres Revue Petit X n°51 Article repris dans la revue Grand N Grenoble.

[CHAK 2] Houdement, C. and Kuzniak, A. (2002). Pretty (good) didactical provocation as a tool for teachers' training in geometry. *Proceedings of CERME 2*. 292-304. Prague: Charles University. (Disponible sur le Web).

[CHAK 3] Houdement, C. and Kuzniak, A. (2002). Approximations géométriques Revue l'Ouvert n°105. Irem de Strasbourg. Université Louis Pasteur. Strasbourg.

[PAR] Parzysz (2001) Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. Actes du Colloque inter Irem des formateurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres. Université de Tours.

[PLUV] Pluvinage F., Rauscher J-C, (1986). La géométrie construite mise à l'essai, in *Petit x n°11*, IREM de Grenoble, 5-36

[JCR1] Rauscher J.C. (1993) L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogénes : cas de l'enseignement de la géométrie au début du collège. Université de Strasbourg.

[JCR2] Rauscher J-C (1998), Quelques repères pour enseigner la géométrie au début du collège, in *Des Mathématiques en sixième*, Bulletin Inter-Irem Premier Cycle, p 115 à 127

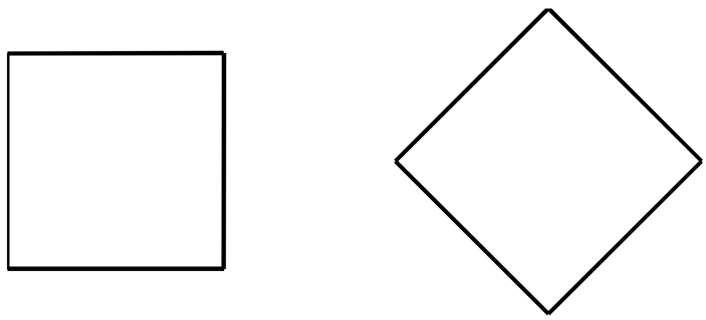
Van Hiele P.M. (1986) Structure and Insight. A theory of Mathematics Education. Academic Presss Orlando.

Annexe 1

Les niveaux de pensée repérés en géométrie par Van Hiele.

Niveau 0 (reconnaissance visuelle) : aucune analyse explicite des propriétés des figures ne préside à leur reconnaissance. Elles sont reconnues par les enfants d'après leur apparence.

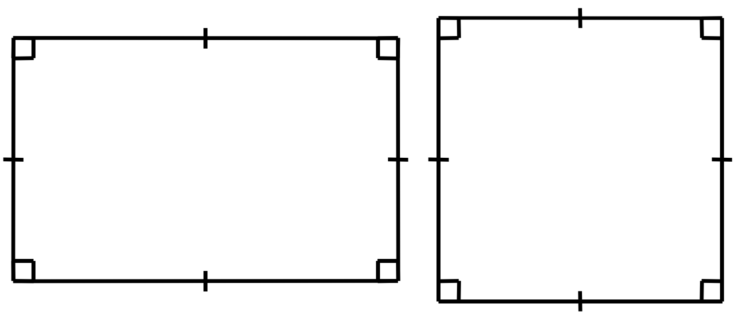
Un élève qui pense à ce niveau et auquel on demande comment il peut être sûr qu'il a devant lui un carré répondra par exemple que la figure en question en a la "forme". On rencontre alors les élèves pour qui un carré placé de "travers" ne sera pas un carré mais un losange.



Un carré ! *Un losange !*

Niveau 1 (analyse) : les figures deviennent porteuses de propriétés. Les enfants analysent les propriétés de chacune des figures, mais ne sont pas amenés à les ordonner à l'intérieur d'une figure ou entre figures.

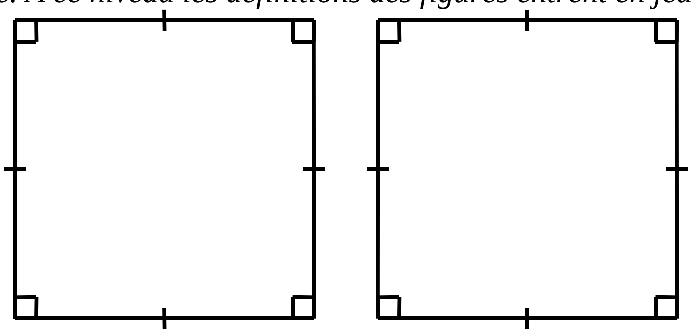
Les propriétés commencent à être explicitées par les élèves, indépendamment les unes des autres. Pour justifier la nature d'une figure, l'élève dépassera la justification globale pour dresser une liste d'arguments : "la figure a 4 angles droits, ses côtés opposés sont parallèles et ils ont la même longueur, les diagonales ont même longueur etc..". Dans cette accumulations d'arguments, il ne se préoccupera, ni du statut de ses assertions, ni des éventuelles redondances entre arguments ou insuffisances. De ce fait, à ce niveau, un carré n'est pas nécessairement identifié comme un rectangle particulier.



Un rectangle *Un carré*

Niveau 2 (propriétés semi-ordonnées ou déduction informelle) : les enfants ordonnent et relient les propriétés à l'intérieur d'une figure ou entre figures, mais ils n'organisent pas encore leurs assertions en démonstrations.

Au niveau 2, l'élève ne se contentera pas de donner une accumulation inutile ou insuffisante de faits pour prouver qu'il a devant lui un rectangle : il signalera un fait suffisant pour caractériser la figure : "il y a 4 angles droits". Le carré est alors reconnu comme un rectangle. A ce niveau les définitions des figures entrent en jeu.



Un carré *Un rectangle !*

Niveau 3 (déduction démonstration) : certaines propriétés sont déduites à partir d'autres organisées en théorèmes ou axiomes, les déductions sont explicitées sous forme de démonstrations.

A ce niveau, un élève admettra que pour avoir un rectangle, il suffit d'avoir un parallélogramme possédant un angle droit, chose qu'il n'aurait pas admise à un niveau précédent. A ce stade l'élève devient attentif au statut des assertions : "on sait, d'après ce qu'indique l'énoncé que la figure est un parallélogramme…"

ABCD est un parallélogramme et (AB) et (BC) sont perpendiculaires,
donc
ABCD est un rectangle

A chaque niveau, ce qui est implicite devient explicite au niveau suivant. Par exemple, les caractéristiques qui font qu'une figure est un carré ne sont pas exprimées au niveau 0, mais le sont en vrac au niveau 1 où les figures deviennent porteuses d'informations. Les relations entre ces informations sont explicitées au niveau 2 où apparaissent les propriétés caractéristiques des figures. Les relations entre ces propriétés sont explicitées au niveau 3. Van Hiele considère que l'entrée dans chaque niveau nécessite la maîtrise du niveau précédent et que la progression des élèves dépend de l'enseignement donné. Voir [PLUV] et [JCR2] pour une exploitation pédagogique qui facilite les transitions de niveaux.

Annexe 2
Paradigmes géométriques

	Géométrie naturelle I	Géométrie axiomatique naturelle II	Géométrie axiomatique formaliste III
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Support du raisonnement et “figural concept”	Schéma d'un objet théorique, outil heuristique
Aspect privilégié	Evidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets.

Alain Kuzniak et Catherine Houdement

[Sur la gestion des paradigmes géométriques

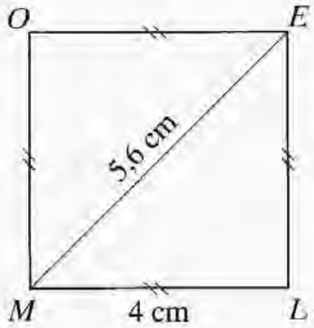
Colloque Copirelem de Tours 2001 page 287]

Annexe 3
Documents de la Phase 1

La Géométrie :
Donnez trois mots qui à votre avis caractérisent la géométrie :

EXERCICE 1

1° Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère *OELM* est un losange ?
2° Marie soutient que *OELM* est un carré.
Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai.
Qui a raison ?



Pourquoi ?

Réponse à la question 1 :

Réponse à la question 2 :

Quelles sont les incertitudes où les difficultés que vous venez de rencontrer dans cet exercice ?

EXERCICE 2

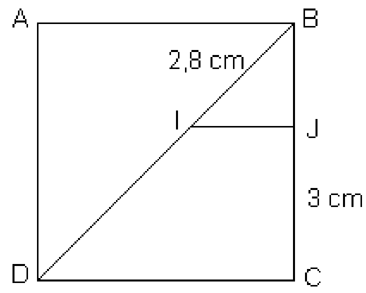
Construire un carré ABCD de côté 5 cm. 1) Calculer BD. 2) Placer le point I de [BD] tel que BI=2,8 cm puis le point J de [BC] tel que JC=3 cm. La droite (IJ) est-elle parallèle à la droite (DC) ?	

Figure :

Réponse à la question 1 :

Réponse à la question 2 :

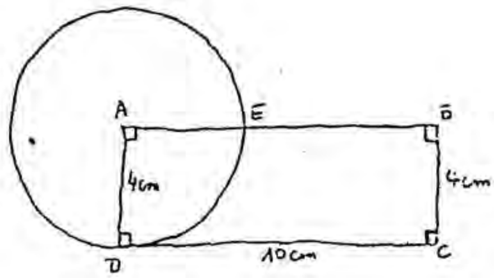
Quelles sont les incertitudes où les difficultés que vous venez de rencontrer dans cet exercice ?

EXERCICE 3

Voici un exercice posé en évaluation en début de sixième.
Répondre sur la feuille à la question posée.

Exercice 14

Sur ce dessin à main levée, on a représenté un rectangle ABCD et un cercle de centre A qui passe par D. Les mesures réelles sont en centimètres.
Ce cercle coupe le segment [AB] au point E.



Trouve la longueur du segment [EB]. ....

Explique ta réponse : ....

....

....

2) Quelles sont les incertitudes et les difficultés que les élèves peuvent rencontrer dans cet exercice.

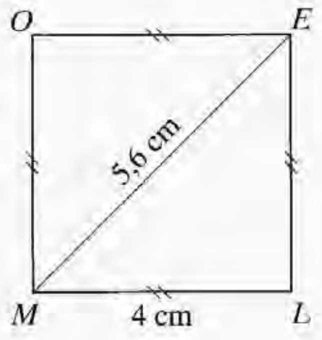
Annexe 4
Documents de la phase 2

2ème travail :

Rappel de la première feuille de test :

1° Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère *OELM* est un losange ?

2° Marie soutient que *OELM* est un carré.
Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai.
Qui a raison ?



Pourquoi ?
3° Quelles sont les incertitudes ou les difficultés que vous venez de rencontrez dans cet exercice ?

Sur la feuille jointe vous avez 5 productions d'étudiants.

Consignes :
Vous allez lire ces 5 productions.
Ensuite, vous allez comparer leurs contenus et ceci indépendamment de leurs validités :
Lesquelles se ressemblent et en quoi ? Quelles sont les différences ?
Après avoir réfléchi individuellement vous allez produire par groupes votre réponse sur cette feuille.

Noms des personnes de ce groupe :

Réponses de l'étudiant A

1) *OELM est un losange car :ses quatre côtés sont égaux*
ses angles sont droits
ses diagonales se coupent en formant des angles droits

2) *Marie a raison c'est un carré, puisque en plus d'être un losange, OELM a ses diagonales de même longueur, OELM est un losange particulier.*

3) *Incertitude sur la longueur (OL). Est-elle égale à EM ?. J'ai supposé que oui.*

Réponses de l'étudiant B

1) *OELM est un losange car ses quatre côtés sont de même longueur.*

2) $4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$ $\quad$ $5{,}6^2 = 31{,}36$
Donc $ML^2 + LE^2 \neq ME^2$
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle MEL n'est pas rectangle en L. Donc les droites (ML) et (LE)ne sont pas perpendiculaires. Donc OELM n'est pas un carré. Donc Charlotte a raison.

3) *Ici le dessin accompagnant l'exercice peut paraître trompeur.*

Réponses de l'étudiant C

1) *Le quadrilatère OELM est un losange car OE=OM=ML=EL=4cm*
car OE // ML et OM//EL

2) *OELM est un carré si les diagonales EM et OL ont même longueur et se coupent en leur milieu.*
OL=5,6cm et donc OL se coupent en leurs milieux. Il s'agit d'un carré.

3) *Lors de la démonstration*
Définition des caractéristiques des différents quadrilatères.

Réponses de l'étudiant D

1) *Les 4 côtés du quadrilatère OELM ont la même mesure. Ce quadrilatère peut de ce fait n'être qu'un carré ou un losange, or un carré est un losange.*

2) *Les deux ont raison, Marie et Charlotte. En effet, c'est un carré, or un carré est un losange.*

3) *Prouver qu'une figure est un carré, un losange, …alors que cela vous semble évident.*
Savoir classer les quadrilatères dans des familles, avec leurs particularités.

Réponses de l'étudiant E

1) OELM est un losange car ses côtés successifs sont égaux deux à deux.

2) Si OELM est un carré, alors MEL est un triangle rectangle en L. Selon le théorème de Pythagore on aurait alors, $ME^2 = ML^2 + LE^2$ $\quad$ $ML^2 + LE^2 = 16 + 16 = 32$
$ME^2 = 5{,}6^2 = 31{,}36$
L'angle ELM n'est donc pas un angle droit.
Par conséquent, OELM n'est pas un carré et c'est Charlotte qui a raison.

3) Les incertitudes que j'ai rencontrées concernent les caractéristiques du losange, les propriétés qui permettent d'affirmer qu'il s'agit d'un losange.

3ème travail :

A propos des productions d'élèves :

Consignes :
Lire les productions des élèves.
Travail individuel à rendre sur cette feuille :

Indépendamment de la validité de ces réponses, notez tout ce qui vous surprend ou est à remarquer dans ces réponses.

Y a t il des similitudes ou des liens entre les attitudes des étudiants par rapport au problème "losange-carré" et celles des élèves par rapport au problème du "rectangle-cercle" tiré de l'évaluation 6ème ?

Réponses :

Indépendamment de la validité de ces réponses, notez tout ce qui vous surprend ou est à remarquer dans ces réponses.

Y a t il des similitudes ou des liens entre les attitudes des étudiants par rapport au problème "losange-carré" et celles des élèves par rapport au problème du "rectangle-cercle" tiré de l'évaluation 6ème ?

Nom :

Productions d'élèves de sixième.

Elève A

Trouve la longueur du segment [EB]. Elle est de 3,6 centimètres

Explique ta réponse : j'ai mesuré avec ma règle le segment [EB] et je trouve 3,6 centimètres

Elève B

Trouve la longueur du segment [EB]. 6 cm

Explique ta réponse : J'ai pris ma règle et j'ai mesuré le côté de 1 cm cela faisait sur ma règle 2,2 cm j'ai reporté cette mesure sur le segment A E cela faisait même longueur j'ai fait 10 moins 4 et j'ai trouvé 6

Elève C

Trouve la longueur du segment [EB]. 6 cm

Explique ta réponse : car J'ai fait la longueur = 2,2 = 4 cm et 10 − 4 = 6 cm.

Elève D

Trouve la longueur du segment [EB]. 3,05 cm

Explique ta réponse : j'ai pris la règle et j'ai mesuré

Elève E

Trouve la longueur du segment [EB]. La longueur du segment EB est de 3,8

Explique ta réponse : Pour trouver la longueur de segment EB il faut faire 3,4 ÷ 4 = 3,8 (L+l)

« DES FORMATIONS SPÉCIFIQUES INITIALES OU CONTINUES POUR ENSEIGNER EN ZEP : POURQUOI, COMMENT ? »

Marie-Lise Peltier
IUFM de Rouen

Catherine Taveau
IUFM de Créteil

Résumé : L'atelier s'est déroulé en deux parties. Dans un premier temps, les animatrices ont présenté quelques résultats d'une recherche sur les pratiques des professeurs d'école, enseignant les mathématiques en REP, ainsi que des exemples d'actions de formation initiale et continue sur l'enseignement en REP. Dans un deuxième temps les participants ont travaillé à la construction de séances de formation à l'enseignement en REP.

1. QUELLES SONT LES DEMANDES AUXQUELLES LES FORMATEURS IUFM ONT À RÉPONDRE DANS LE CAS DE LA FORMATION INITIALE OU CONTINUE ?

Voici les demandes issues des différentes catégories d'enseignants.

Demandes de formateurs IUFM

- Y a-t-il un enseignement spécifique et des pratiques spécifiques en ZER/REP ?
- Les connaissances disciplinaires sont-elles revues à la baisse ou adaptées ? Si oui comment ?
- Existe-t-il des observations en ZEP au niveau des chercheurs ?
- Les évaluations en ZEP sont-elles encourageantes ?
- Comment former les PE2 à enseigner en milieu difficile ?

Demandes de professeurs d'école stagiaires

- Les enfants sont-ils différents ?
- Comment gérer les comportements difficiles ?
- Comment gérer l'hétérogénéité ? Les enfants peuvent-ils travailler en groupe ?
- Enseigner les mathématiques en ZEP, faut-il les enseigner différemment ?
- Comment passer du concret à l'abstrait ?

Demandes de professeurs d'école confirmés

- Comment prendre en compte les préoccupations familiales ?
- Faut-il partir du " vécu " des élèves ?

- ➢ Comment gérer l'hétérogénéité ?
- ➢ Comment travailler en cycle 3 sur des notions de cycle 2 ?
- ➢ Les élèves doivent-ils travailler avec des manuels scolaires ?
- ➢ Beaucoup d'élèves ont des grosses difficultés au niveau :
  - de la lecture des énoncés
  - de la compréhension des énoncés
  - de l'écrit
  - du repérage dans l'espace
  - de la mémorisation du vocabulaire géométrique,

- ➢ Comment travailler sur ces points ?
- ➢ Les enfants ont du mal à entrer dans l'abstraction. Comment leur faire résoudre des situations problèmes ?
- ➢ Comment faire apprendre les tables ?

Ces trois listes de questions mettent en évidence des préoccupations relativement différentes de chacun des publics concernés. Si la question de la spécificité de l'enseignement des mathématiques en REP est soulevée par nos collègues formateurs et par les PE en formation initiale, cette question semble résolue par les PE confirmés en formation continue. En effet dans les questions que posent ces derniers, nous pouvons repérer des éléments de leur propre réponse à cette interrogation. Les maîtres enseignant en REP acceptent presque a priori que les élèves qui leurs sont confiés ne peuvent recevoir le même enseignement que les autres puisqu'ils pensent nécessaire de travailler les notions de cycle 2 en cycle 3 et que de ce fait l'utilisation de manuels scolaires de cycle 2 leur paraît sans doute délicate.

2. QUELQUES RÉSULTATS DE NOS RECHERCHES ACTUELLES SUR LES PRATIQUES DES PROFESSEURS D'ÉCOLE ENSEIGNANT LES MATHÉMATIQUES EN REP.

Nous[1] faisons partie de l'équipe de recherche DIDIREM de l'Université Paris 7, et nous menons cette recherche en collaboration avec le Centre Alain Savary de l'INRP et les IUFM de Créteil et de Rouen.

Un article à propos de cette recherche sera publié dans la revue française de pédagogie n° 140 (juin-juillet-août 2002)

2.1. L'objet de la recherche

Nous étudions :

- L'environnement mathématique dans lequel sont placés les élèves de REP, les itinéraires cognitifs qui leurs sont proposés dans cette discipline, les apprentissages potentiels que les activités proposées peuvent permettre de réaliser.
- L'activité du professeur considéré comme un professionnel exerçant un métier. Ce qui implique une analyse de ses choix d'enseignement en repérant les contraintes diverses auxquelles il est assujetti, les habitudes de la profession, les éventuelles marges de manœuvre qui lui restent, la manière dont il les investit au quotidien.

[1] Marie-lise Peltier

Nos recherches sont de type "clinique". Ce qui nous intéresse avant tout, ce sont les logiques qui sous-tendent les choix des professeurs. Nos résultats n'ont donc pas de prétention statistique.

Le public observé est composé de 10 professeurs d'école, dont 3 maîtres débutants affectés en première nomination en REP, enseignants tous dans des écoles de REP situées dans des quartiers très défavorisés.

2.2. Cadre théorique et méthodologie

Nous utilisons une double approche :

- **Didactique**, pour analyser des pratiques de l'enseignant par rapport aux apprentissages potentiels des élèves.
- **Ergonomique**, pour cerner les différences entre mathématiques proposées et mathématiques effectivement fréquentées par les élèves et pour penser les pratiques de l'enseignant du point de vue du métier.

Pour analyser les pratiques observées, nous avons adapté la méthodologie mise au point par A. Robert[2] (2001) qui consiste à effectuer un découpage selon cinq composantes : une composante **cognitive**, une composante **médiative**, une composante **personnelle**, une composante **sociale** et une composante **institutionnelle.**

2.3. Des résultats

Nos recherches nous ont permis de mettre en évidence cinq principales contradictions auxquelles étaient soumis les enseignants de REP et de montrer que leurs pratiques (qui se construisent en assumant ces contradictions) sont à la fois complexes, cohérentes et relativement stables.

Cinq principales contradictions

- Une contradiction entre logique de socialisation des élèves et logique des apprentissages.

- Une contradiction entre logique de la réussite immédiate et logique de l'apprentissage.

- Une contradiction entre la gestion individuelle, publique et collective, à la fois des apprentissages et des comportements.

- Une contradiction entre le temps de la classe et le temps d'apprentissage.

- Une contradiction entre une logique de projet et une logique d'apprentissage.

[2] ROBERT A., (1999), Pratiques et formation des enseignants. *Didaskalia 15*, pp.123-157.
ROBERT A., (2001), Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 21.1.2. pp.57-80

Cohérence

Nous avons mis en évidence trois genres de réponses aux contraintes et contradictions, liés au versant enseignement du métier de professeur et quatre styles de classe de mathématiques, liés davantage au versant éducation du métier (voir tableau ci dessous).

Trois genres de pratiques

Genre 1	**Genre 2**	**Genre 3**
2 professeurs 2 PE confirmés, CP, CM2	7 professeurs 2 PE débutants CP 5 PE confirmés, CP, CE2, CE2/CM1, CM1, CM2	1 professeur débutant, CE2
Des indicateurs relevant plutôt de la composante cognitive		
Des scénarios faisant une grande part à la résolution individuelle d'exercices d'application, non précédés d'un travail sur la notion en jeu. ➢ Une présentation de l'exercice, collective ou non. ➢ Un temps de résolution individuelle. ➢ Une correction publique.	**Des scénarios faisant une part importante à la présentation collective de l'activité proposée.** ➢ Le professeur montre, explique, dit comment faire. Cette phase de présentation peut jouer le rôle d'une institutionnalisation a priori ou être l'ostension simple d'un exemple qui sera à reproduire. ➢ Un temps de résolution individuelle d'exercices d'application. ➢ Une éventuelle correction individuelle ou publique.	**Des scénarios d'enseignement et d'apprentissage proches d'une organisation exposée en formation.** ➢ Une présentation de situations-problèmes parfois complexes. ➢ Un temps significatif laissé à la recherche sans trop de négociation à la baisse. ➢ Des phases collectives de formulation, de mises en commun des stratégies.
Une quasi-absence de phase de synthèse.		Des phases collectives de bilan des productions, de synthèse.
Une absence de phase d'institutionnalisation.		Des phases collectives d'institutionnalisation.
		Des réinvestissements contextualisés puis décontextualisés.
Une anticipation sur les difficultés des élèves débouchant sur un abaissement des exigences.		
Des indicateurs relevant plutôt de la composante médiative		
Un étayage consistant, relayé éventuellement par un tutorat organisé entre élèves.	Un étayage consistant, relayé éventuellement par un tutorat organisé ou, pour le cycle 3, spontané entre élèves.	Une aide légère apportée aux élèves en grande difficulté sans grande négociation à la baisse. Un étayage important lors des phases de formulation.
Un traitement des comportements plutôt individualisé, des rappels à	Un traitement des comportements plutôt individualisé	Un traitement des comportements sur un mode plutôt collectif

l'ordre individualisés.	Des rappels à l'ordre sur le mode public conduisant parfois à l'arrêt de l'activité.	s'appuyant sur de fréquentes références au groupe classe.
Une valorisation des élèves dès qu'il y a réussite.		Une valorisation individuelle du travail des élèves par exemple par un affichage public de leurs productions.
Une recherche et un entretien de la motivation des élèves par le recours à des jeux sur fiches.	Une recherche et un entretien de la motivation des élèves par le recours à des jeux ou à des projets périscolaires.	Un entretien de la motivation des élèves en les faisant participer à des projets périscolaires.
Des indicateurs relevant plutôt de la composante institutionnelle		
Une maîtrise de la gestion du temps.	Une gestion du temps qui échappe partiellement, voire totalement, aux maîtres et qui peut s'éloigner des normes institutionnelles.	Un souci manifeste de respecter le temps institutionnel.
Une forme de pédagogie différenciée par des tâches individualisées grâce à des fiches souvent différentes par groupes d'élèves.		
Critères "unificateurs" ou distinctifs des genres		
La réussite est privilégiée au détriment des apprentissages.		L'apprentissage est privilégié.
La logique de l'individuel l'emporte sur celle du collectif.		Le collectif est au service de l'individuel.

Quatre " styles de classe de mathématiques "

Lieu d'exécution de tâches scolaires		Lieu de vie et d'échanges	Lieu d'acquisition de comportements cognitifs et d'une autonomie	Lieu de construction et d'exposition des savoirs
Genre 1	**Genre 2**			**Genre 3**
1 CM2, 1CP	2 CP débutants 1CP, 1 CE2	1CE2/CM1, 1CM1	1CM2	1CE2 débutant
Les élèves doivent faire leur métier d'élèves		Les élèves doivent se sentir bien dans la classe et aimer aller à l'école.	Les élèves doivent apprendre à apprendre et à être autonomes.	Les élèves doivent construire ou s'approprier des savoirs scolaires.
Les mathématiques sont une discipline ardue, rigide, rigoureuse, dans laquelle on ne peut réussir qu'à force d'entraînement et de répétition.	Les mathématiques sont utiles à la vie quotidienne, elles servent à compter et calculer. De plus elles sont au programme.	Les mathématiques ont une utilité sociale, elles sont un outil de modélisation.	Les mathématiques sont logiques et rigoureuses. Elles contribuent à la formation de l'esprit. Les démarches sont plus importantes que les résultats.	Les mathématiques sont une discipline constituée, dont une des caractéristiques est la résolution de problèmes.
Un rôle essentiel de l'enseignant est de montrer ce qu'il faut faire et de gérer le travail individuel.	Un rôle essentiel de l'enseignant est de montrer ce qu'il faut faire, de faire manipuler les élèves, de contrôler le travail.	Un rôle essentiel de l'enseignant est d'animer les débats.	Un rôle essentiel de l'enseignant est de susciter l'investissement dans le travail et de réguler les échanges.	Un rôle essentiel de l'enseignant est d'organiser les échanges pour faire émerger des savoirs.

En conclusion

La cohérence des pratiques semble se construire très rapidement. On ne note pas de différences importantes entre les pratiques des débutants et celles de professeurs plus expérimentés.

3. QUELLES INFORMATIONS DONNER EN FORMATION INITIALE OU FORMATION CONTINUE ?

Historique des ZEP

La création des ZEP en 1981 par Alain Savary : “ Donner plus à ceux qui ont moins ”.

Le rapport Moisan Simon, les déterminants de la réussite scolaire.

La relance des ZEP : “ donner non seulement plus, mais mieux et même le meilleur à ceux qui ont moins ”.

La création des REP, des contrats de réussite, des pôles d’excellence.

Le point de vue institutionnel

Les textes officiels (les objectifs, les moyens, les ressources).

Etat des lieux sur le plan local.

Des résultats de nos recherches

- Les contraintes et les contradictions.
- Les genres dominants et les styles de classe de mathématiques.
- La rapidité de construction des pratiques.

Des pistes

- Travailler en équipe avec les collègues non seulement pour les questions organisationnelles ou de maintien de l’ordre et de la discipline, mais aussi et surtout pour l’élaboration de progressions dans les différentes matières et pour le choix des modes de travail sur les différents contenus.

- Mettre en place dans la classe de règles de vie très précises, en cohérence avec celles de l’école.
- Centrer les interventions sur les apprentissages.
- Ne pas baisser le degré d’exigence.
- Articuler les projets à l’ordinaire de la classe.
- Apporter ce qui dans d’autres établissements va davantage de soi :
  - aide à la structuration des connaissances
    - institutionnalisations très précises et très clairement identifiées
    - situation de rappel et constitution d’une mémoire collective de la classe, cahier mémoire individuel
  - aide à la mémorisation
    - apprendre en classe une leçon,
    - retenir en classe des faits numériques, du vocabulaire géométrique,
  - aide à l’organisation matérielle

- rôle des différents outils et matériels pédagogiques : cahiers, classeurs, manuels, instruments, calculatrice,
- organisation des lieux de “ stockage ” de ces outils et matériels,
- organisation spatiale et temporelle de la classe

4. DES EXEMPLES DE FORMATION À L'ENSEIGNEMENT EN REP

4.1. En formation initiale : un module optionnel pluridisciplinaire de 36 heures en PE2 (IUFM de Rouen)

Thème général : Mémoire et anticipation

Deux constats :
- Prédominance du travail dans l’instant sans lien apparent pour les élèves avec le passé et sans anticipation du lendemain.
- Absence fréquente de capitalisation des connaissances chez les élèves.

Objectif : construire puis mettre en oeuvre dans des classes un mini-projet centré sur un (ou des) apprentissage(s) conduisant les élèves à trouver des moyens de se rappeler ce qu’ils ont appris pour prévoir et anticiper des actions futures.

1. Organisation matérielle

8 séances de 4 heures

• Recueil des représentations des stagiaires sur les l’enseignement en ZEP/REP.
• Apports d’informations.
• Prise de contact avec les classes.
• Préparation de deux séquences (4 séances) par groupe de deux PE2, à partir de deux mini projets, dans deux disciplines différentes. Un professeur de la discipline aide à la conception des mini projets. Mise au point de situations de rappel.
• Mise en oeuvre des mini projets dans les classes, et des situations de rappel. Un professeur observe la mise en oeuvre au cours d’une ou plusieurs séances.

2. Les situations de rappel

Deux élèves sont désignés à chaque séance pour préparer la situation de rappel de la séance suivante. Cette situation de rappel consiste à rendre compte à la classe de ce dont il a été question à la séance précédente. Ce rappel se fait sous forme d’un texte de 5 à 10 lignes préparé par les deux élèves, texte qui est présenté par les auteurs et mis au débat dans la classe pour être éventuellement amendé et adopté.

3. Les mini-projets dans chaque matière

Dans chaque discipline les mini projets doivent donner lieu à l’élaboration d’écrits mémoires : textes de résumé, textes de recherches, textes de procédures, textes de rappel, etc.

Mathématiques

Premier projet : réalisation d'une mosaïque pour la classe
Objectif : identifier quelques propriétés spécifiques de certaines figures planes, savoir les utiliser pour décrire les figures, les reproduire, les construire.
Trois étapes :

- Dictée de dessins avec institutionnalisation de certaines propriétés
- Situation de communication par messages (codage, décodage) sur des figures faisant intervenir les propriétés institutionnalisées
- Reproduction d'une figure complexe, à échelle différente.

Deuxième projet : Construction d'un jeu de cartes recto verso
Objectif : identifier la structure de problèmes arithmétiques simples pour les résoudre, passer de la résolution mentale à la production d'un écrit (schéma, calcul en ligne).
Quatre étapes :

- Résolution mentale de problèmes choisis par le maître
- Recherche de moyens pour représenter le problème, les procédures utilisées, la solution
- Association énoncés et représentations du problème et de la solution, constitution des cartes pour le jeu
- Jeu à deux ou quatre

Géographie
Sujet d'étude sur le thème : le quartier.

Physique
Premier projet : construire un calendrier des phases de la lune.
Deuxième projet électricité : construire un plan de jeu électrifié.

EPS
Premier projet : jeu d'opposition sur tapis.
Deuxième projet : jeux traditionnels, jeu de Tech, jeu de drapeaux.

Français
Apprendre à anticiper : construction d'une carte de correspondance à volet, créant un suspens et déjouant l'anticipation de l'observateur, travail sur la structure du récit et sur la chute.

4• Bilan des stagiaires à la fin du module

Les stagiaires ont apprécié le thème choisi " mémoire et anticipation ". Ils ont apprécié particulièrement l'aspect pluridisciplinaire avec ce thème fédérateur.

Ils trouvent ce module très enrichissant pour leur expérience personnelle.

Mais ils souhaitent être davantage guidés dans l'élaboration des mini-projets et les préparations de séances de classes. Ils trouvent la charge de travail très importante, trop importante.

Ils pensent également qu'il faudrait clarifier la place du professeur titulaire de la classe.

4.2 En formation continue : stage inter-degré pour les enseignants d'un REP de la banlieue parisienne (IUFM de Créteil)[3]

Voici la présentation d'une formation continue, sur une circonscription, dont un des objectifs était la constitution de références communes pour les enseignants d'un même REP. Ce stage devait être une amorce pour une réflexion dans le continu d'un REP qui venait de définir son contrat de réussite et dont l'objectif n°1 était l'amélioration des compétences mathématiques dans le 1er et 2nd degrés.

Ce stage a été organisé et préparé par un formateur IUFM en mathématiques, l'IEN de la circonscription et les deux principaux des collèges concernés. L'IPR de mathématiques a fortement soutenu cette action et était présent à l'ouverture du stage.

Ce stage regroupait dix professeurs de mathématiques des deux collèges et quinze enseignants de six écoles (maternelle et élémentaire) rattachées au REP.

Durée : 7 demi-journées en mars 2000.

Intitulé : “ La construction du nombre, de la petite section de maternelle à la classe de 3ème de collège. ”

Objectifs :

1) A travers un objectif prioritaire du contrat de réussite, l'amélioration des résultats des élèves en mathématiques (de la maternelle à la classe de 3ème du collège), amorcer une connaissance mutuelle, échanger sur les pratiques professionnelles, élaborer des projets communs au sein du REP.
2) Construire des références communes pour les enseignants du REP (maternelle, élémentaire, SEGPA, collège) autour d'un domaine mathématique : la construction du nombre.

Contenus :

1) Présentation et analyse des programmes de mathématiques concernant la construction du nombre de la PS à la classe de 3ème.
2) Travail autour des difficultés rencontrées par les élèves dans cette construction et réflexion sur les aides possibles.
3) Gestion de la continuité et des ruptures d'apprentissage à travers les cycles.
4) La construction des décimaux : quel sens donner à cet apprentissage ?

Méthodes :

- Analyse des résultats nationaux et locaux concernant cette notion mathématique (évaluations nationales CE2, 6ème et EVAPM (6ème à la 3ème)).
- Visite mutuelle de classe (de la maternelle aux classes de collège) pour une meilleure connaissance des pratiques professionnelles attendues selon les cycles de la scolarité. Les enseignants du primaire vont observer une ou deux séances de mathématiques en collège et les professeurs de mathématiques du collège vont observer des séances de mathématiques dans les classes du primaire.

[3] Cf l'article sur la communication intitulée “ Articuler la formation initiale et la formation continue en mathématiques dans un REP ” présent dans ces mêmes actes.

- Echanges entre les stagiaires sur leurs différentes pratiques et observations ; repérage de ce qui est de la rupture nécessaire, de ce qui ne l'est pas. Essais pour construire ce qui est de la continuité.
- Construire une référence commune possible sur une démarche d'apprentissage (démarche évidemment transposable à d'autres notions et d'autres disciplines).

Evaluation :

Mise en place de dispositifs pouvant assurer une continuité du travail et de la réflexion entamés.

Planning

	Lundi	Mardi	Jeudi	Vendredi
Matin		Travail autour de la continuité et de la rupture. Préparation des visites de classes.	Visites des classes de primaire. Analyse des pratiques observées.	Démarche d'apprentissage autour de la construction des décimaux.
Après midi	Ouverture du stage Rechercher les compétences à développer, à travers les cycles concernant la construction du nombre.	Visites au collège. Analyse des pratiques de classes	Bilan des visites. Difficultés didactiques des élèves dans la construction du nombre.	Gestion de l'hétérogénéité et construction des aides possibles. Bilan du stage. Quelles suites pour le REP ?

Remarque : ce planning permet aux enseignants du collège de faire leurs cours du lundi matin, mardi après-midi, mercredi matin et aussi certains cours du jeudi matin. Les enseignants du primaire étaient considérés en stage d'une semaine, donc remplacés.

Ce stage a été très enrichissant du point de vue de la connaissance mutuelle des enseignants du 1er et 2nd degrés. Les visites de classes ont soulevé beaucoup d'interrogation sur le fonctionnement du collège globalement et sur les attentes des professeurs de mathématiques dès la 6ème.

Les enseignants du primaire se sont étonnés du manque d'autonomie laissé aux élèves de 6ème, alors que selon eux cette autonomie fonctionnait bien en CM2.

Les grandes ruptures repérées s'établissent essentiellement autour :

Du statut de l'écrit (écriture et lecture)
Du statut de la manipulation
Du travail à la maison
De l'utilisation du matériel
De la gestion du temps (très rapide au collège, l'unité de temps étant ponctuée par la sonnerie de l'établissement)

Les continuités sont apparues principalement en 6ème sur les contenus mêmes des mathématiques.

L'évaluation de ce stage s'est construite progressivement par la rencontre des enseignants de cycle 3 et les professeurs des collèges sur le reste de l'année, puis par la participation au même style de stage l'année suivante, toujours autour des mathématiques : “ La géométrie dans l'espace de la PS à la classe de 3ème. ”.

COMMENT ABORDER LE DOMAINE « DÉCOUVRIR LE MONDE » EN PETITE SECTION D'ÉCOLE MATERNELLE ? DIFFICULTÉS RENCONTRÉES PAR LES ENSEIGNANT(E)S ET PISTES DE TRAVAIL

Marie-Hélène Salin
IUFM d'Aquitaine

Dans les nouveaux programmes de l'école maternelle, c'est sous la rubrique « Découvrir le monde » que figurent les apprentissages correspondant aux connaissances relevant des mathématiques dans les cycles ultérieurs. Si la liste des compétences devant être acquises en fin d'école maternelle permet aux enseignants de grande section de construire des situations d'enseignement qui y préparent directement, ce travail est plus difficile pour ceux de moyenne section et a fortiori pour ceux de petite section. L'expérience acquise en formation continue d'enseignants de petite section[1], ces deux dernières années, m'a convaincue de la nécessité de travailler de manière spécifique avec eux, à partir de leurs questions et de leurs démarches. L'objectif de l'atelier était donc de présenter une partie du travail réalisé pendant ces stages et de confronter entre formateurs des expériences différentes concernant la petite section.

La première partie de ce compte-rendu présente une analyse succincte des réponses des stagiaires de la Gironde à un questionnaire sur leurs pratiques et leurs questions. La seconde, à partir de l'interrogation : « Les nouveaux programmes peuvent-ils apporter une aide aux enseignants de classe de petits ? » comporte une analyse comparative des nouveaux et des anciens programmes, la troisième partie présente quelques axes de travail possibles en petite section, illustrés par des exemples.

I) Difficultés rencontrées par les enseignants de petite section

A la première séance de chaque stage, un questionnaire a été proposé aux enseignants, avec une première étape individuelle, puis mise en commun par groupes de 5 environ et élaboration de trois questions par groupes paraissant les plus importantes, et enfin synthèse collective.

* Le tableau (annexe 1) présente le résultat d'un groupe de stagiaires, (très comparable aux réponses de l'année précédente).

On peut remarquer que la plupart des notions abordées pourraient se retrouver dans une enquête du même genre auprès d'enseignants de GS, et ce phénomène est d'autant plus frappant que presque toutes les classes comportaient un nombre non négligeable de 2 ans.

- Les activités de tri sont très présentes mais il y a un appauvrissement des propriétés travaillées

[1] Le temps réservé aux mathématiques était de 12 heures. Le stage était centré plus particulièrement sur l'accueil des 2 ans. Les stagiaires avaient entre 40 et 55 ans.

- Le nouveau, par rapport à un passé récent, c'est le travail sur le nombre, réduit à la comptine et au comptage
- Il y a « descente » en petite section d'activités et de contenus relevant il y a 10 ans de la grande section : comptage des absents et des présents, activités autour du temps.

Au cours des échanges entre les stagiaires, j'ai pu entendre des affirmations comme : « je leur enseigne un, deux », « on fait zéro aussi, il ne faut pas l'oublier », « une situation que l'on pourrait exploiter : s'il y avait des bonbons à distribuer, presque à la fin, leur poser la question : comment faire pour savoir s'il y en aura assez ? », etc.

D'autre part, très peu de personnes donnent du sens à la dernière question, sur les stratégies de tâtonnement à mettre en œuvre dans la résolution de problèmes, comme dans le témoignage suivant : « on les met toujours en situation-problème, par exemple en leur demandant de colorier les pommes en vert, les cerises en rouge etc. ».

* L'annexe 2 présente la liste des questions, considérées comme les plus importantes par les stagiaires, relevées au cours des 2 stages.

On peut remarquer que peu de questions portent sur le fonctionnement cognitif de l'enfant et sur les situations à mettre en œuvre avec eux. Un résumé un peu caricatural pourrait être : « Comment faire en petite section ce qu'on fait en grande section ? »

S'agissant d'enseignantes expérimentées, on ne peut qu'être frappé par la désorientation que manifestent leurs interrogations. Comment l'expliquer ?

En l'absence de recherches sur ce sujet, mes réponses sont plutôt des conjectures qui devraient être étayées.

- C'est l'effet d'un programme formulé en terme de compétences à atteindre en fin de cycle. Les enseignants ne savent pas (et nous les formateurs non plus !), comment à partir d'une compétence accessible à un enfant de 6 ans, construire une situation d'apprentissage qui y prépare 3 ou 4 ans à l'avance.
- C'est l'effet de l'obsession de rendre des comptes aux parents, avec le fameux cahier d'évaluation. La multiplication des fiches y est liée, parce que les enseignants ne voient pas comment expliquer aux parents comment évolue leur enfant, indépendamment de travaux écrits. Beaucoup d'entre eux le vivent très mal et sont soulagés quand on leur dit que les fiches ne sont pas obligatoires.
- S'ajoute à cela la pauvreté de la documentation existant pour ce niveau dans le commerce.

Depuis quelques années sont arrivés sur le marché des documents et fichiers « aberrants », que sans doute peu d'enseignants arrivent à utiliser mais qui les confortent dans l'abandon de leurs pratiques antérieures pour des activités de plus en plus « scolaires » adaptées à des élèves plus âgés.

L'annexe 3 est tirée de l'Education Enfantine de février 2000. Le cahier 2-3 ans présente une activité mathématique dont le titre est tout un programme : « jusqu'à 5 je sais compter » !

L'annexe 4 est tirée de « Une année de Notions mathématiques avec les 2/3 ans », (Nathan Pédagogie 1995), une lecture, même rapide du document, conduit à s'interroger sur la connaissance réelle par leur auteur des intérêts et des capacités des 2-3 ans !

II) Les nouveaux programmes peuvent-ils apporter une aide aux enseignants de classe de petits ?

L'annexe 5 parue dans le Grand N n° 70, présente une analyse du nouveau texte, initiée dans le cadre de l'atelier. Il ne semble pas que les enseignants de petite section puissent trouver beaucoup d'aide dans les nouveaux programmes.

III) Quels types de situations proposer ?

Il est usuel, à l'école maternelle, de distinguer trois types de situations au cours desquelles les élèves peuvent réaliser des apprentissages mathématiques, situations que l'on a coutume de classer en diverses catégories, selon leur type d'insertion dans la vie de la classe.

* **situations fonctionnelles** : celles dans lesquelles l'enseignant propose à certains élèves, à tour de rôle, la prise en charge des aspects mathématiques d'une situation liée au fonctionnement général de la classe ou au fonctionnement d'une autre activité. ex : l'appel, la distribution de matériels, la préparation des jeux de société etc.

Ces situations sont peu accessibles aux petits, sauf si elles restent constamment sous le contrôle de l'enseignant. Elles prennent alors la forme de « rituels », très en vogue actuellement, sur l'intérêt desquels on peut s'interroger[2].

* **ateliers de jeux de société, de construction etc.**

C'est le tout début. Pour les petits, l'aspect social est sans doute plus important que l'aspect « pré-mathématique ».

Ces activités semblent en perte de vitesse actuellement. On ne trouve plus dans les classes, par exemple de « tonneaux emboîtables » (« ça fait crèche », a entendu dire une participante à l'atelier).

L'ensemble des personnes présentes à l'atelier étaient convaincues de l'intérêt de ce type d'activités, tant du point de vue du développement individuel des élèves que comme moyen de faire entrer les enfants dans des pratiques sociales qui ont du sens, et qui peuvent être promues et reprises dans les familles. Des titres de jeux intéressants et des adresses pour se les procurer ont été échangés entre les participants et sont indiqués à la fin de ce compte-rendu.

Le travail à faire en formation (initiale ou continue) est nécessaire et important : décortiquer un jeu pour comprendre quelles connaissances et compétences il fait travailler, déterminer les variables didactiques et s'interroger sur la modification de leurs valeurs pour élaborer des variantes. Cf Bolon J. : « Comment analyser un jeu mathématique ? », dans Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques tome III (1993)

* **situations d'enseignement, construites par l'enseignant pour permettre à ses élèves de s'approprier telle ou telle connaissance.**

La difficulté, pour les classes de petits, est encore plus grande que dans les autres classes, car il n'y a pas de consensus sur ce qu'il faut « enseigner » à cet âge, et il n'y a guère de modèle de situation d'apprentissage.

Dans la plupart des situations évoquées ci-dessus, on peut dire que **l'apprentissage se fait par "frayage" ou familiarisation** : l'enfant comprend le problème et fait comme le lui montre ou lui explique quelqu'un de plus avancé, l'enseignant ou un autre élève, puis devient peu à peu capable d'autonomie.

L'annexe 6, tirée de « Maths en pousse » p. 60 « De l'ordre dans la bibliothèque » en est un exemple.

Peut-on proposer aux élèves des situations « d'apprentissage par adaptation »[3] ?

La réponse est oui, même si ces situations posent problèmes du point de vue de

[2] Voir Garcion-Vautor L. dans Grand N n° 66 et Valentin D. dans Grand N n° 67

[3] Les caractéristiques en sont rappelées dans grand N spécial maternelles (Loubet et Salin 2000) et dans les cahiers du formateur n °3

l’organisation de la classe.

Le dernier temps de l’atelier a consisté en la présentation filmée de quelques-unes de ces situations, expérimentées en petite section, relevant de champs de connaissances différents.

Les annexes 7, 8, 9 et 10 les présentent de manière plus ou moins détaillée.

L’annexe 7 est le scénario d’une des situations présentées dans le futur CD-ROM de formation élaboré à Bordeaux, à partir des travaux menés au COREM

L‘annexe 8 est un texte de S. Vinant qui couvre un champ plus large que la petite section mais qui est particulièrement intéressant par toutes les précisions apportées sur les variables des situations proposées et sur la gestion de ces situations par les enseignants.

L’annexe 9 présente succinctement une série de jeux proposés par René Berthelot dans une perspective d’observation, à adapter en situations d’enseignement dans la classe, pour conduire les petits à prendre des repères spatiaux et à les expliciter.

Enfin, l’annexe 10, non reproduite car figurant dans le grand N spécial maternelles « structuration de l’espace » porte sur la fabrication d’objets fonctionnels, dans des conditions adaptées aux enfants à partir de 3 ans.

Bibliographie

- Bolon J. (1993) : Comment analyser un jeu mathématique ?, dans *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques tome III*
- J. Briand (1999) Trier en petite section *Grand N spécial maternelle t 2 : Structuration de l'espace*
- J. Briand et al. (1999) Une activité de marquage –désignation *Grand N spécial maternelle t 1 Approche du nombre*
- L. Champdavoine (1989) "Les mathématiques par les jeux" Nathan PS
- M-H Salin et M. Loubet (1999) L'élaboration et la lecture de listes *Grand N spécial maternelle t 1 Approche du nombre*
- Y. Girmens Quelles activités à caractère mathématique en maternelles ? *Actes du XXVII ième colloque Interirem Chamonix*
- Y. Girmens, M-H Salin et S. Vinant (2001) La formation des PE2 concernant l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle *Cahiers du formateur N° 3*

Quelques albums pour les petits, intéressant du point de vue des connaissances « pré-mathématiques »

Un, deux, trois, c'est à moi (Albin Michel)
Caillou : un ou beaucoup collection cache-cache (Chouette)
Caillou : que manque-t-il ? collection cache-cache (Chouette)
Caillou cherche collection cache-cache (Chouette)
Touche à tout La Ferme (Dorling Kindersley)
Des milliards d'étoiles (Thierry Magnier)
Un, deux, trois, quatre, cinq, Maman Cane compte ses petits (Bayard Presse)
Le cinquième de Norman Junge et Ernst Jandl
Cinq petits canards (Nord Sud)
Les trois ours de Byron Barton (L'école des loisirs)
Maman de Mario Ramos (Pastel)

Des jeux

Un Catalogue : Eveil et Jeux à demander à l'adresse : 95907 Cergy-Pontoise cedex 9
Boa bella (HABA)
Drôle d'engin (HABA)
Coâ : se débarrasser de ses grenouilles (HABA)
HU HUUH : on gagne contre le soleil
Jeu des nains

Où se procurer les jeux dans la région parisienne ?

- Magasin HABA (les jeux Haba sont assez chers)
8 rue du bois sauvage
91055 Evry Cedex 01 69 36 96 81
- OYA (14h – minuit)
25 rue de la reine blanche
75013 Paris
- Fournisseur des ludothèque (à faire venir dans un stage) :
Monsieur Prévost
Société Thésa
6 rue des suisses 75014 Paris
01 64 21 77 97 et 06 60 88 38 70

ANNEXE 1

Stage « Bien vivre à l'école maternelle pour les 2-3 ans »

Petite enquête sur ce que vous proposez comme activités à « orientation mathématique »

1) quelle est la proportion, dans votre classe, des 2-3 ans ?
NR: 4 ; 0 : 4 ; inférieure à 1/3 : 2 ; égale à 1/3 : 5 ; inférieure à 2/3 : 3 ; égale à 2/3 : 3 ; égale à 1 : 3
2) Le programme propose dans la partie « des instruments pour apprendre » 5 domaines d'activités. Pour chacun, indiquez si vous l'abordez, et de quelle manière, avec vos élèves.

Domaine	Description succincte des activités	Participation des 2-3 ans
Classifications et sériations	Tris divers de jeux, cartes, objets, couverts, par formes, couleurs, fonctions : 24 Rangements des ateliers, coins-jeux : 10 Présents / absents : 1 G/F : 2 Boite au trésor : 3 Distributions : 1 Albums : 1	En général oui, pour les classes concernées
Approche du nombre	Comptines (taille variable) : 21 Comptage des présents, des absents : 12 Anniversaires 6 Mise du couvert : 5 En EPS, se mettre par groupes de … rapporter … balles etc..5 Correspondance terme à terme : 4 Jeux de société : 4 Calendrier : 3 Distribution : 3 Situation « rapporter juste assez de » : 2 Albums : 2 Ecriture des nombres par la M : 1 Comptages des jours restants : 1	Le oui est moins général

Domaine	Description succincte des activités		Participation des 2-3 ans
Reconnaissance des formes	Empreintes et traces : 8 En liaison avec graphisme : 4 Encastrement : 4 Collages de gommettes : 3 Fabrication d'objets : 2 Jeux de construction : 2 Colliers : 2 Lotos / dominos / reconnaissance au toucher (nommés une fois)	Rond 14 Carré : 13 Triangle : 8 Rectangle : 2	Oui pour plus de la moitié des réponses
Repérage dans l'espace	Déplacement et repérage dans l'espace de l'école, de la classe :12 Activités motrices et parcours suivant des contraintes : 12 Puzzles, encastrements : 5 Relation photos-lieux : 2 Objets à retrouver : 3 Porteurs : 2 Symbolisation de lieux / Chemin codé / collage dans, autour etc../plan de l'école / algorithme / graphisme / enfilage de perles	dans, autour, ouvert, fermé Papier haut et bas, sur / sous dessous, près, dehors, dedans, entre, en haut, en bas, derrière, au milieu	Fréquente (et bonne)
Repérage des évènements dans le temps	Emploi du temps de la journée (avec photos assez souvent) : 15 Remise en ordre d'images (albums, séquentielles) : 9 Calendrier : 7 Anniversaires : 7 Travail autour du classeur de la vie de la classe : 5 Verbalisation du déroulement d'actions à l'aide des photos prises : 5 Photos personnelles/ du bébé à l'adulte/	Avant / après : 3 Maintenant/ après Tout de suite / tout à l'heure Frise du temps Début, milieu, fin Jours, mois, années.	difficile

- dans les compétences relatives aux « instruments pour apprendre », liés aux mathématiques, il est dit : « Au cycle des apprentissages premiers, l'enfant doit pouvoir mettre en œuvre des stratégies de tâtonnement pour trouver des solutions aux problèmes pratiques qui lui sont proposés. »

Proposez-vous des situations pour développer cette compétence chez vos élèves ? si oui, lesquelles ? 5 personnes seulement ont répondu oui

ANNEXE 2
Questions relevées au cours des 2 stages

Portant sur le fonctionnement cognitif des petits
- comment se construit le nombre à 3 ans, voire à 2 ans ?
- quelle est la capacité d'abstraction d'un tout petit ?
- quels objectifs par rapport au développement intellectuel du tout petit ?
- qu'est-ce que c'est que « des instruments pour apprendre »?

Portant sur le domaine : classifications-sériation
- comment aborder le rangement ?

Portant sur le domaine : approche du nombre
- l'approche du nombre
- peut-on se servir de ses doigts pour compter ?
- est-ce la même démarche de pensée de créer une collection identique à une collection donnée ou de compléter une collection déjà commencée ?
- jusqu'où aller dans le dénombrement ?

Portant sur le domaine : reconnaissance des formes
- quelles formes aborder en PS ?
- ordre de présentation des formes ? lesquelles choisir ?
- à quel âge peut-on estimer que l'enfant est capable de passer du volume au plan (ie de travailler sur des fiches qui représentent des dispositions d'objets) ?

Portant sur le domaine : Repérage dans l'espace
- notions espace / temps
- comment aborder le repérage dans l'espace ?
- que faire pour améliorer le repérage dans l'espace avec le tout-petit ?
- peut-on utiliser les « fiches de fabrication » pour travailler sur l'espace ?
- jusqu'où peut-on aller dans l'exigence d'un rythme, longueur d'un rythme ?

Portant sur le domaine : Repérage des évènements dans le temps
- comment aborder le repérage dans le temps ?
- que faire pour améliorer le repérage dans le temps avec le tout-petit ?

Portant sur les situations
- quelles sont les premières situations à proposer aux enfants de 2 ans ?
- quels jeux (à règles, de société…) pour les enfants de 2 ans ?
- varier les situations où l'enfant doit trouver des stratégies. Demande d'exemples pratiques
- pourquoi y a t-il peu de traces écrites en maths ?
- quand on utilise des fiches, comment valider ? comment conserver le « droit à l'erreur » pour les élèves ?
- quelle utilisation de l'informatique avec les 2 ans ?

Portant sur les objectifs
- comment fixer des objectifs pour les 2-3 ans, pour les 3-4 ans dans chaque domaine de compétences mathématiques ?

Portant sur l'évaluation
- comment vérifier, évaluer les savoirs ?
- comment savoir s'ils sont acquis dans toutes les situations ?
- peut-on lister des compétences à atteindre à la fin de la TPS ?

Portant sur le langage
- que peut-on demander à un enfant de cet âge, sachant que le langage n'est pas acquis ? (compréhension des consignes)
- quel vocabulaire (lexique) avec les petits ?

Portant sur l'organisation de la classe
- nécessité de petits groupes : comment organiser la classe ?

ANNEXE 3

CAHIER 2-3 ANS

DES INSTRUMENTS POUR APPRENDRE : MATHÉMATIQUES

THÈME : LA NEIGE

JUSQU'À 5, JE SAIS COMPTER

PRÉSENTATION L'enseignement des mathématiques dès la section des petits est tout à fait envisageable et même souhaitable. À cet âge, les enfants maîtrisent en général déjà de petites quantités. Les techniques proposées doivent essentiellement permettre à l'enfant de développer des stratégies de comptage dont le but est d'amener le jeune utilisateur vers le calcul pensé.

PROJET / OBJECTIF Développer des procédures de comptage, en améliorer la pratique et résoudre des problèmes à partir de celles-ci.

DÉROULEMENT DE LA SÉQUENCE

JEU DE KIM

• Réalisé à partir d'objets familiers, par exemple des jouets de la classe, ce jeu doit permettre aux élèves de deviner quel objet a disparu parmi un étalage de ceux-ci, placés au milieu du groupe, bien visibles par tout le monde.

• Au départ, présenter trois objets, cette quantité étant généralement acquise à 2-3 ans. Il est possible de glisser un piège en ajoutant un objet, ou en en cachant deux. Pour le résultat, un enfant propose sa réponse, les autres écoutent et donnent leur avis. Vérifier en découvrant l'objet (caché dans les mains ou dans un sac opaque).

• Proposer la comptine *"Greli-Grelo"*, extraite du répertoire de nos grands-mères pour égayer le jeu. Entraîner les plus timorés.

Compétences
• Comprendre la notion de manque, d'élimination, ou d'ajout.
• Exercer sa mémoire.

Matériel
Divers petits objets de la classe.

Groupement des élèves
Le groupe classe ou, si possible, des petits groupes.

DESSIN : © CLAUDE CHAUVEAU

ÉDUCATION ENFANTINE 57 N°6 FÉVRIER 2000

THÈME : LA NEIGE

JEU ET COMPTINE

JEU POUR S'EXERCER AU CALCUL

À la suite du jeu de Kim, proposer cette variante orientant la recherche uniquement sur la quantité.

• Disposer des objets identiques. Demander aux enfants de fermer les yeux et de ramasser un ou plusieurs objets. Secouer le ou les objets cachés dans les mains en chantant la comptine du recto.

• Demander aux enfants d'ouvrir les yeux et d'observer les objets restant pour en déduire la quantité contenue dans les mains. Lorsque les enfants maîtriseront bien les règles, les laisser, à tour de rôle, mener le jeu. Introduire une farce en ne prenant aucun objet.

• Prolonger l'exercice par un questionnement sur le bruit entendu. Chercher des objets qui produisent des sons particuliers. Les placer successivement dans des boîtes opaques. Les secouer et écouter attentivement les sons produits pour reconnaître quel type d'objet est placé à l'intérieur. Fabriquer un intrus en glissant une boîte silencieuse. S'interroger sur ce silence. *"La boîte est-elle vide ou contient-elle un objet d'une matière qui ne fait pas de bruit ?"*

Compétences
• Construire la notion de nombre.
• Percevoir de petites quantités.
• Découvrir le zéro.

Matériel
• Choisir différents types d'objets identiques : pièces, boutons, haricots.
• Boîtes.

Groupement des élèves
En grand ou en petits groupes.

COMPTINE POUR BIEN COMPTER

Ajouter cette comptine au répertoire de la classe et la proposer quotidiennement, moyen ludique et efficace de travailler sur la quantité jusqu'au chiffre 5.

TRICOTI-TRICOTA

Tricoti-tricota,
Pour faire un gant combien faut-il de doigts ?
1 doigt ?
Ça ne va pas,
Les 4 autres auront trop froid !
2 doigts ?
Ce n'est pas assez,
Les 3 autres seront gelés !
3 doigts ?
Ce n'est pas suffisant,
2 mécontents claqueront des dents !
4 doigts ?
Il en manque encore 1,
Qui s'enrhume dans son coin !
5 doigts ?
C'est joliment compté pour une main emmitouflée !
Mon autre main grelotte, donne-moi ta menotte,
On va recommencer…
Tricoti-tricota, lève les doigts et amuse-toi !

© Martine Simonin, Claude Chauveau.

Compétence
Apprendre à compter jusqu'à 5, à ajouter et à retrancher.

Matériel
Photocopie de la comptine (en grand format pour un affichage et en petit format pour les cahiers).

Groupement des élèves
Grand groupe.

Bibliographie
Comment les enfants apprennent à calculer.

ANNEXE 4

Séquence 8

UNE PLACE À TABLE POUR CHACUN

Une Unité Pédagogique		Des Activités Satellites
Titre : Une place à table pour chacun **Nombre d'enfants :** 6 **Durée :** 15 minutes **Reprises :** 5 fois, puis de nouveau dans l'année **Période de l'année :** février	**AS 1**	**Titre :** Coin garage **Nombre d'enfants :** 6
	AS 2	**Titre :** Collage de bandes **Nombre d'enfants :** 6
	AS 3	**Titre :** Tricycles et porteurs **Nombre d'enfants :** 6
	AS 4	**Titre :** Collage de gommettes **Nombre d'enfants :** 6

Une UP cognitive avec le maître

Matériel

– Les étiquettes des prénoms,
– des gobelets,
– une assiette,
– des boîtes de lait individuelles

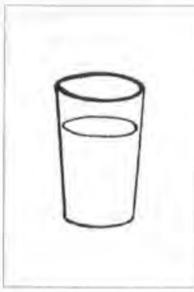
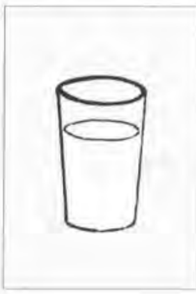
Justification de la situation

Chaque jour, une collation est offerte aux enfants. Elle est préparée par l'ATSEM. Les habitudes de classe étant bien acquises, ce goûter du matin va être le prétexte à de multiples activités mathématiques.

Activité préalable

Depuis le mois de décembre, la collation est préparée à l'avance par l'ATSEM ; chaque matin, les enfants, qui désirent soit du lait, soit de l'eau, déposent dans une corbeille une étiquette symbolisant leur choix.

Exemple :

Eau   Lait

Objectifs

- **Développer des capacités symboliques.**
- **Développer des capacités logiques.**
- **Être capable de compter.**
- **Établir une correspondance terme à terme.**

Stratégie

- Un groupe est choisi pour effectuer la tâche à accomplir.
- Ce groupe devra suivre des consignes verbales données par le maître.

Premier temps : établir une correspondance terme à terme

- **Consignes :**

– choisir autant d'enfants qu'il y a de chaises autour de la table (6) ;
– matérialiser ce choix en utilisant les étiquettes-prénoms avec la photo.

- **Vers la correspondance terme à terme**

Les enfants vont chercher les étiquettes une par une et les posent sur la table ; ils n'établissent pas de correspondance entre les chaises et l'étiquette. C'est l'intervention du maître qui va permettre une réflexion logique et fera comprendre comment procéder pour réussir le début de la tâche.
Les étiquettes ont été placées tout d'abord sur la chaise : matérialisation de la correspondance terme à terme.

Deuxième temps : apprenons à compter

- **Consignes : il faut maintenant**

– questionner les camarades concernés sur le choix de leur collation : soit du lait, soit de l'eau ;
– utiliser les étiquettes correspondantes pour ne pas se tromper.

- **Début du comptage**

Pour savoir quels enfants et combien prennent du lait ou de l'eau, plusieurs stratégies conviennent et sont utilisées :
– placer une par une les étiquettes représentant le choix de chacun ;
– compter ceux qui prennent du lait et ceux qui n'en veulent pas et prendre le nombre d'étiquettes qui convient pour chaque possibilité.

Les deux méthodes se sont montrées complémentaires.
Le comptage aide ceux qui connaissent déjà la comptine à mieux appréhender les notions de correspondance terme à terme et de dénombrement (jusqu'à 4).
La méthode au coup par coup permet au maître de veiller à ce qu'aucune erreur de menu ne soit faite, et également d'aborder la connaissance de la comptine.

Troisième temps : réutiliser la correspondance terme à terme

- Au début de cette phase, on trouve sur la table et correspondant à chaque place (6) :

– l'étiquette-prénom avec photo ;
– une étiquette concernant le choix individuel.

- Il reste à réutiliser la même démarche que précédemment pour compléter la collation : il faudra faire correspondre à chacun un verre, une assiette, deux biscuits.

Au cours de chaque phase, les enfants agissent par deux ; les autres observent et aident.
Encouragés par le maître, la réflexion est stimulée et les enfants aborderont peu à peu, grâce à cet exercice lié à la vie de la classe, les notions mathématiques de correspondance terme à terme, comptage, dénombrement.

Prolongements

- Faire disposer la table pour les trois poupées par un seul enfant.
- Introduire les jeux de dés et commencer avec le maître les jeux de société avec quatre enfants.

ANNEXE 5

Quelques réflexions à propos du nouveau programme de l'Ecole Maternelle …..

Marie-Hélène Salin
IUFM d'Aquitaine

Une première remarque s'impose : les élèves n'apprennent plus de « mathématiques » à l'école maternelle. Nulle part, le terme n'apparaît[4] et les compétences devant être acquises en fin d'école maternelle, regroupées dans le texte de 95 sous le chapeau « Des instruments pour apprendre » dans la partie « mathématiques » des compétences « relatives aux différentes disciplines » ne sont plus reliées à cette discipline mais au champ d'activités « Découvrir le monde ». Ainsi semble disparaître la contradiction mise à jour par J. Bolon dans l'article « Mathématiques à l'école maternelle, des conceptions qui ont varié »[5] : « la présentation des activités invite à ne pas découper les contenus d'enseignement selon les disciplines scolaires, tandis que la description des compétences de cycle s'inscrit explicitement dans le découpage disciplinaire. » Il est même précisé dans le premier paragraphe de la partie « Programmes » du nouveau texte relatif à ce domaine : « c'est à l'occasion d'activités globales et, bien entendu non-disciplinaires, que l'enseignant guide les enfants dans l'exploration des thèmes ci-dessous. Les rubriques ont été sériées dans le seul but de faciliter la lecture. » Mais dans la mesure où le domaine « Découvrir le monde » se clôt par une liste de compétences très proches de celles de 95, suffit-il d'un changement de présentation pour contrer le constat formulé par J. Bolon : « De manière insidieuse, le fonctionnement de l'école maternelle reprend celui de l'école élémentaire et au premier chef dans le domaine de l'évaluation » ?

Deux autres différences avec les instructions précédentes m'apparaissent significatives mais sans pouvoir préjuger de leur impact sur les pratiques :

Le programme de 95 était présenté en deux parties : « Domaines d'activités de l'école maternelle » et « Des instruments pour apprendre » lui même découpé en : « L'activité graphique » et : « classifications, sériations, dénombrement, reconnaissance des formes, et relations spatiales ». Cette dernière était introduite par la phrase suivante :

« Tous ces instruments du travail intellectuel qui deviendront plus tard des opérations de l'activité mathématique sont particulièrement utiles pour décrire la réalité et pour comprendre les phénomènes qui y surviennent ».

Cette formulation pouvait laisser penser que l'enfant devait d'abord acquérir des instruments intellectuels avant de les appliquer à la compréhension du monde.

Dans le nouveau programme, l'activité graphique et les activités considérées par les enseignants comme pré-mathématiques perdent leur caractère « d'instrument pour apprendre » et redeviennent comme dans la circulaire de 86, des domaines d'activités, parmi d'autres. La conception développée par les objectifs du domaine « Découvrir le monde » est différente de la conception précédente, et plus conforme à la vocation traditionnelle de l'école maternelle :

> « En jouant, en poussant toujours plus avant ses expériences et ses tâtonnements, l'enfant se constitue un premier capital de connaissances. Il manipule, il observe, il cherche comment utiliser un objet, un instrument. Il s'interroge. Il identifie des réalités, les représente et les nomme. Il distingue les qualités des objets ou des collections d'objets qu'il compare, classe, range, dénombre. Il apprend à conduire ses actions, à en prévoir les

[4] Si ce n'est pour dire qu'il ne s'agit pas d'apprendre un vocabulaire ou un formalisme mathématique
[5] Grand N spécial maternelles tome 1

résultats, à anticiper les événements et à les expliquer. Il raconte ses expériences, verbalise ses actions, écoute l'enseignant lorsqu'il les commente et dialogue avec lui à leur propos. Il obtient les premières réponses aux nombreuses questions qu'il se pose et devient peu à peu capable de formuler des interrogations plus rationnelles. Il commence ainsi à se confronter aux contraintes de la pensée logique, apprend à utiliser des repères spatiaux et temporels pour structurer ses observations et son expérience, constate qu'on peut relier la cause et l'effet. L'enseignant lui montre qu'il est possible de décentrer son point de vue et il l'aide à se forger un début de pensée rationnelle. »

Acquisition de connaissances et développement intellectuel sont concomitants, ils se forgent peu à peu au cours d' « activités ».

C'est la présentation de ces activités qui constitue la troisième différence d'ordre général que j'ai notée entre les deux programmes, relativement aux thèmes « pré-mathématiques ». Si le terme de « problème » est bien toujours présent, la référence à la « résolution de problèmes » comme moyen d'entrée important dans la démarche mathématique a disparu, ainsi que la compétence ainsi formulée dans le texte de 90 puis reprise en 95 : « au cycle des apprentissages premiers, l'enfant doit pouvoir mettre en œuvre des stratégies de tâtonnement pour trouver des solutions aux problèmes pratiques qui lui sont proposés ». Remarquons par ailleurs la présence très forte de l'observation dans les sous-domaines de « Découvrir le monde », qui se prolongeront au cycle 3 en « sciences expérimentales et technologie ».

Avant d'aborder les ressemblances et différences relatives aux sous-domaines énumérés, il me paraît important de noter la profonde continuité du style des instructions depuis la circulaire de 86, en ce qui concerne ce domaine tout au moins[6], style bien représenté par le paragraphe repris ci-dessus. A deux exceptions près, le sujet dont il est question est un « enfant » et non un « élève ». Cet enfant découvre le monde dans la solitude : aucune mention n'est faite du rôle du groupe, des interactions entre les élèves. Le rôle de l'enseignant est flou : il « guide » l'élève, mais celui-ci semble constamment agir de lui-même. Rien n'est dit[7] sur les situations qui vont provoquer son intérêt, ses questions, et lui permettre d'acquérir des savoirs-faire et des connaissances. Alors qu'entre 2 et 6 ans, le développement de l'enfant est considérable, les enseignants ne trouveront dans ce texte que très peu d'indications leur permettant de différencier les activités à mener en petite, moyenne et grande section et les évaluations des acquis correspondants à mener. Enfin, alors que le programme se termine par une liste de compétences devant être acquises et évaluées en fin de cycle, les relations entre situations d'apprentissage et situations d'évaluation ne sont pas évoquées.

Rentrons maintenant un peu plus dans le détail du texte. Par rapport au texte de 95, un sous-domaine a disparu : celui ayant pour titre « classifications et sériations », les autres ont changé de nom, et les instructions les concernant sont nettement plus développées :

Programme 95 Instruments pour apprendre	*Programme 2002* Découvrir le monde
Approche du nombre	Approche des quantités et des nombres
Reconnaissance des formes	Découverte des formes et des grandeurs
Repérages dans l'espace	Repérages dans l'espace
Repérage des évènements dans le temps	Le temps qui passe

[6] La rédaction de la partie « le langage au cœur des apprentissages » me semble très différente.
[7] A l'exception du sous-domaine « Approche des quantités et des nombres »,

- Faut-il regretter la disparition du sous-domaine « classifications et sériations » ? Celui-ci était apparu dans les programmes de 77, au moment de la plus forte influence des conceptions piagétiennes sur l'acquisition du nombre. Maintenant que sur ce sujet il y a eu des évolutions significatives, les classifications et sériations constituent le plus souvent à l'école maternelle des activités rituelles, qu'un élève rencontre chaque année sous la même forme, et sans que ces opérations soient reliées à un but qu'elles permettent d'atteindre. Elles ne disparaissent d'ailleurs pas mais sont intégrées dans les sous-domaines « découverte sensorielle », « découverte des formes et des grandeurs », et « exploration du monde de la matière ». Elles constituent en effet un outil important dans la catégorisation des propriétés des objets et dans l'apprentissage de leur désignation. L'importance des découvertes sensorielles, un peu oubliée actuellement à l'école maternelle, est manifestée par l'existence d'un sous-domaine propre.

- On retrouve dans les textes concernant les deux sous-domaines « Repérages dans l'espace » et « Le temps qui passe » des indications relevant de champs disciplinaires différents dans le texte de 95 : le champ des compétences transversales, d'une part, celui des mathématiques de l'autre. Ceci manifeste bien l'intention des auteurs de revenir sur une approche jugée trop disciplinaire.

- Le texte définissant le sous-domaine « Repérages dans l'espace », fournit des indications sur les étapes par lesquelles passe l'enfant pour la construction de l'espace propre et l'entrée dans la représentation des relations spatiales. Il évoque d'autres domaines d'activités (langage, arts plastiques, découverte de territoires lointains) qui concourent à cette construction. On peut espérer que ces indications permettront aux enseignants de prendre de la distance par rapport aux manuels et fichiers qui confondent repérage dans l'espace et repérage dans un espace représenté sur une feuille de papier et conforteront ceux qui, dans ce domaine de l'espace, optent pour des activités globales, laissant difficilement des traces dans les albums individuels des élèves. Mais on peut regretter que ne soient pas évoquées les situations qui provoquent les questionnements et les apprentissages, en particulier les situations de communication avec un autre ou avec soi-même, différées dans le temps, comme la situation évoquée ci-après : « qu'est-ce que je dois dire à mon camarade pour qu'il comprenne que l'objet caché qu'il doit retrouver selon mes indications est dans cette boite ? ».

- Le sous-domaine « Le temps qui passe » est celui dont le texte est le plus développé et, selon moi, le plus sujet à discussion. Il est incontestable que le rôle de l'école maternelle et de l'enseignant dans la construction des repères temporels est essentiel, et que la maîtrise des marqueurs langagiers temporels et la conceptualisation sont indissociables (voir le développement sur « Se repérer dans le temps et utiliser les marques verbales de la temporalité » dans la partie « Le langage au cœur des apprentissages »). Cette conceptualisation peut être aidée par l'usage des instruments sociaux de la mesure du temps, mais l'importance qui leur est attribuée (dès la petite section) me paraît difficile à soutenir. Sur quelles recherches s'appuient les auteurs de ces propositions ? De même, peut-on à l'école maternelle, comme c'est suggéré, questionner les représentations spontanées liées aux relations entre distance et durée ?

- La « Découverte des formes et des grandeurs » se limite aux propriétés des objets « manipulables », et s'éloigne, à juste titre selon moi, des apprentissages trop précoces préconisés dans le texte précédent, se référant explicitement à la préparation à la géométrie. (nombre de sommets, de faces etc..)

- Enfin, le sous-domaine « Approche des quantités et des nombres », est beaucoup plus développé que dans le texte de 95. Les explications et repères apportés devraient être d'une grande utilité pour les enseignants, à condition de pouvoir identifier les problèmes dont les stratégies de résolution faisant appel aux nombres sont énumérées dans le texte, et de pouvoir en faire le cœur de situations adaptées aux intérêts et aux possibilités des enfants, en fonction de leur âge.

Une liste de compétences devant être acquises en fin d'école maternelle relative au domaine « Découvrir le monde » est présentée en conclusion. Un affinement de la rédaction est sensible par rapport au texte précédent, une légère élévation des exigences en ce qui concerne les nombres et le temps mais dans l'ensemble, il n'y a pas de modification profonde.

En conclusion de ces quelques réflexions, je dirais qu'on est en présence, comme avec les documents précédents, d'un texte composite : ni programme au sens habituel de liste de notions à enseigner, ni proposition d'indications précises sur la construction et la conduite des activités que l'enseignant doit mettre en œuvre, sur ce qui est accessible par les élèves aux différents moments de leur scolarité qui s'étale sur 3 ou 4 ans, sur les rapports entre apprentissage et évaluation. Ces trois sujets d'interrogations de la part des maîtres[8] ne reçoivent pas de réponse. On peut espérer qu'un document d'application en traitera rapidement.

Peut-on tout de même espérer que ce nouveau programme permettra de revenir sur « l'élémentarisation » rampante de l'école maternelle[9] ? C'est très certainement l'intention des rédacteurs, mais nous savons tous que d'autres facteurs, beaucoup plus lourds que la volonté des ministres, pèsent sur l'évolution du système scolaire ! Personnellement, j'estime que ce nouveau texte, malgré les limites signalées ci-dessus et les risques de l'absence de références identifiées pour les connaissances et les savoir-faire visés, fournit, en tout cas aux formateurs, un appui pour défendre une conception de l'école maternelle plus adaptée aux besoins des enfants entre 2 et 6 ans que celle qui prévaut actuellement. Le débat est ouvert….

[8] Mon expérience récente en formation continue est que les enseignants de petite section, même d'ancienneté importante (20 ans), sont très désorientés par l'évolution actuelle. Leur demande initiale peut se formuler ainsi : « Comment faire en petite section ce qu'on fait en grande section ? ». Cette demande est compréhensible puisque les compétences qu'on leur demande d'évaluer dès la petite section ne sont adaptées qu'à des enfants de fin d'école maternelle.

[9] L'article cité de J. Bolon formule ainsi les intentions des choix de 90 : « consacrer l'intégration de l'école maternelle au système d'enseignement primaire », « mettre en valeur la continuité des apprentissages d'un cycle à l'autre ».

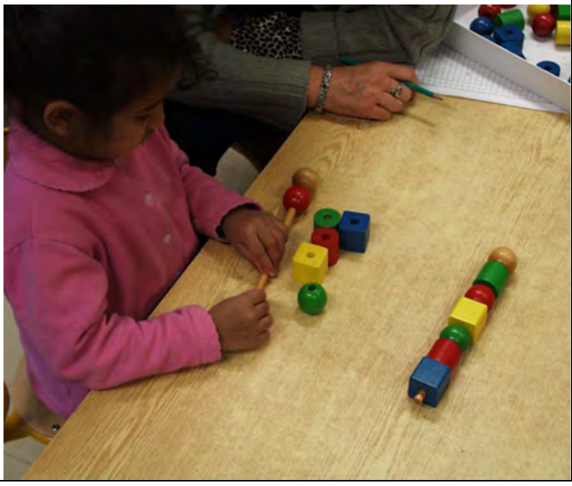
ANNEXE 6

Situation 4 : De l'ordre dans la bibliothèque

OBJECTIFS SPÉCIFIQUES	MATÉRIEL	DÉROULEMENT	REMARQUES
• Introduire la notion de propriété. • Faire rechercher la propriété commune à plusieurs objets.	• Des livres et des revues de la classe en série. *Par exemple :* des livres « Petit Ours Brun », des albums « Popi », des albums « Toupie », des livres « Norbert », des livres « Tomtira ». • Des étagères, le meuble de rangement des livres ou de grandes boîtes.	• Présenter les livres aux enfants (les livres sont mélangés). Les laisser s'exprimer (reconnaissance de certains albums, de personnages ou d'animaux de la couverture). • Proposer aux enfants de classer les livres dans la bibliothèque. Rechercher avec eux des critères de classement : la taille, le titre ou le héros... *Par exemple :* On met tous les « Popi » ensemble, tous les « Petits Ours Brun » ensemble. • À tour de rôle, chaque enfant prend un livre et le place dans la bibliothèque en expliquant son choix. On peut ensuite demander à chaque enfant de classer toute une série de livres ou de revues.	• Les enfants doivent connaître quelques livres mais il est intéressant qu'une série soit complètement inconnue des enfants. • Dans un deuxième temps, on peut proposer aux enfants une activité de codage en utilisant les photocopies des personnages.

ANNEXE 7

Respectez la file 1 PS - Reproduire une file d'objets.



Selon que vous êtes proches ou éloignés…Consigne collective puis atelier tournant.

Situations variées, de la petite à la grande section, avec les mêmes objectifs, en changeant de matériel, en modifiant des variables :

Ici, en petite section, des images alignées sur une réglette ; l'élève dispose du même matériel et doit reproduire la suite en ayant le modèle près de lui ou à distance.

Une activité semblable, avec un matériel constitué de perles à enfiler comme le modèle, engage des connaissances différentes.

Matériel :

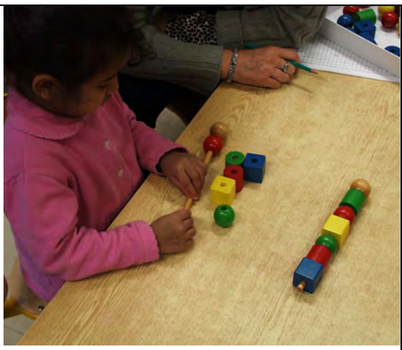
« Mini rythmes et maxi perles » Nathan :
72 perles, 3 formes (boules, cylindres, cubes), 4 couleurs (jaune, bleu, vert, rouge), 3 tailles
12 brochettes avec arrêtoir

« Rythmes et perles » Nathan :
144 perles, 3 formes (boules, cylindres, cubes), 4 couleurs (jaune, bleu, vert, rouge), 3 tailles
8 brochettes avec arrêtoir

« Images » Asco
12 dessins peints sur des petits carrés en bois, en 6 exemplaires
6 réglettes

« Trains d'images » matériel fabriqué par l'enseignant

Déroulement



dispositif modèle proche

dispositif modèle éloigné

Dispositif modèle visible uniquement par déplacement de l'élève.

consigne : « Voici des perles des images glissées dans une réglette (ou enfilées sur un bâton). C'est le modèle. Vous avez le même matériel. Vous devez refaire la même chose, comme le modèle ».

validation : Par coïncidence en plaçant le modèle et la réalisation de l'élève côte à côte, en nommant et pointant en même temps.

situations retenues : **PS**
« Images »
situation 1/modèle réel, modèle proche, nombre 7
situation 2/modèle réel, modèle éloigné, nombre 7
situation 3/modèle réel, modèle non visible, nombre 7
« Mini rythmes et Maxi perles »
situation 1/modèle réel, modèle proche, nombre 7
situation 2/modèle réel, modèle éloigné, nombre 7
situation 3/modèle réel, modèle non visible, nombre 7

déroulement : au moment de l'accueil, le maître appelle 2 élèves, ils travaillent en même temps, avec un modèle chacun.

situations retenues : **PS / MS**
« Images »
situation 1/modèle réel, modèle éloigné, nombre 7
situation 2/modèle réel, modèle non visible, nombre 7
« Rythmes et Perles »
situation 1/modèle réel, modèle éloigné, nombre 7
situation 2/modèle réel, modèle non visible, nombre 7
situation 3 /modèle représenté, modèle éloigné, nombre 7

déroulement : au moment des ateliers, atelier tournant, le maître appelle 3 élèves. Ils travaillent en même temps, à leur rythme, avec un modèle pour tous.

Analyse didactique

Un élève observe en attendant son tour.

La (non) coïncidence rend perplexe…

Une discussion avec l'enseignant.

objectifs pour le maître :

proposer une situation au cours de laquelle, pour reproduire une suite ordonnée dans un ordre linéaire, les élèves doivent contrôler une file.

objectifs pour les élèves :

reproduire une suite ordonnée dans un ordre linéaire.

analyse :

En préparant ces activités, nous voulions :

une activité avec des manipulations d'objets avant de passer à la représentation,

une utilisation de différents matériels pour éviter une impression de « déjà vu ».

Chaque type de matériel a ses avantages et ses inconvénients (matériel orienté ou non, discrimination plus ou moins facile des objets utilisés...), il favorise telle ou telle stratégie (possibilité de corriger en déplaçant une partie ou en recommençant le tout, correspondance terme à terme et/ou comptage...).

variables envisageables :

- modèle réel/représenté
- modèle proche / éloigné / non visible (déplacement)
- dans tous les cas, l'orientation est la même pour l'emplacement du modèle et le poste de travail de l'élève
- nombre d'objets à ranger
- type de matériel à placer selon l'ordre choisi par l'élève/donné par l'enseignant

ANNEXE 8
Apprentissage du nombre en maternelle
à partir de variantes de la situation fondamentale

Il s'agit dans tous les cas de **réaliser une collection ayant autant d'éléments qu'une collection donnée** (c'est à dire équipotente à cette collection). La vérification se fait en réalisant effectivement la correspondance terme à terme entre les deux collections.

Guy Brousseau a parlé à ce sujet de " situation fondamentale pour l'apprentissage des nombres entiers "

Bien sûr, ce n'est pas en ces termes que le problème est posé aux élèves ! Pour eux, il s'agit, par exemple, d' " aller chercher juste ce qu'il faut de cuillères pour mettre exactement une cuillère par pot " ; ainsi, " mettre les cuillères dans les pots " n'est pas une " vérification " : c'est le but de l'activité.

Les variantes fondamentales :

Situation d'autocommunication :

Un élève reçoit la première collection ; il réalise une deuxième collection équipotente à la première.

Si l'objectif visé est le dénombrement, il faut ajouter : l'élève ne voit pas la première collection quand il réalise la deuxième.

Situations de communication orale ou écrite

Elles mettent en jeu un émetteur et un récepteur ; l'émetteur reçoit une première collection, il doit encore se procurer une deuxième collection équipotente à la première ; mais cette fois-ci, il ne peut pas aller chercher lui-même cette deuxième collection, il doit la commander, oralement ou par écrit, à son " récepteur "

- ➔ l'émetteur réalise un " message "
- ➔ l'enseignant transmet le message au récepteur;
- ➔ ce dernier réalise la deuxième collection en se servant du message et il l'apporte à l'émetteur
- ➔ ensemble ils vérifient en réalisant la correspondance terme à terme entre les deux collections.

Situation d'autocommunication différée dans le temps

Un élève reçoit une collection ; il en dispose un certain temps puis la collection est rangée dans une boîte.

Quelques jours après, l'élève, sans ouvrir la boîte, doit réaliser une collection équipotente à la première.

Un exemple en Petite Section : Les animaux de la ferme
(auto-communication avec collection visible, puis invisible)

Description rapide

Cette situation est une variante, ou plus exactement une succession de variantes, de la situation fondamentale .Ici la première collection est constituée d'animaux de la ferme, et la deuxième de mangeoires ; et il faut, bien sûr, se procurer les mangeoires nécessaires pour qu'il y en ait une exactement pour chaque animal.

Le matériel :

- la « ferme », constituée de plusieurs sortes d'animaux, posés sur un plan de jeu. Exemple de ferme, au départ de la situation : 1 cochon, 2 poules, 3 moutons et 4 vaches
- les « mangeoires » : bouchons de bouteilles en plastiques
- des barquettes : pour réaliser les collections de mangeoires (une par collection)
- un « pré » : plan de travail de couleur verte, sur lequel peuvent être posés des animaux

Les différents problèmes envisageables :

Dans tous les cas, l'élève doit préparer dans sa barquette la collection de mangeoires nécessaire pour donner à manger à une partie des animaux ; il doit y avoir « juste ce qu'il faut de mangeoires » pour en donner une à chaque animal.

Pour la sous-collection d'animaux, nous avons envisagé plusieurs possibilités. Il peut s'agir :

- des animaux d'un même type : l'élève doit, par exemple, « préparer juste ce qu'il faut de mangeoires pour donner à manger aux poules ».
- des animaux de deux (ou trois) types : il doit préparer, d'un seul coup, les mangeoires pour les poules et les vaches.
- de tous les animaux de la ferme
- des animaux qui sont sortis dans le pré (nombreuses possibilités, aussi bien dans le choix des animaux que dans leur disposition dans le pré)
- d'une collection d'animaux que reçoit l'enfant dans une poche, et qu'il installe lui-même dans le pré.

Pour la réalisation de la collection de mangeoires, nous avons envisagé plusieurs variantes :

- variante 1 : la réserve de mangeoires et la barquette sont posées sur la même table que la collection d'animaux.
- variante 2 : les mangeoires sont sur une autre table, assez proche pour que l'enfant voit les animaux pendant qu'il prépare sa collection dans la barquette.
- variante 3 : les mangeoires sont éloignées ; l'enfant ne voit pas les animaux quand il prépare sa collection.

Commentaire à propos des barquettes : leur présence est très importante pour bien matérialiser la collection de mangeoires , et aider l'enfant à prendre conscience de la quantité globale.

D'autre part, ces barquettes seront utilisées dans toutes les variantes de la situation fondamentale qui seront proposées dans l'année avec un autre contexte ; nous pensons qu'elles aideront les enfants à identifier plus facilement le problème posé .

Problème posé : il s'agit de “ faire le travail du fermier ” et de donner une mangeoire à chaque animal.

1° étape (facultative) : simple distribution d'une mangeoire à chaque animal

2° étape : introduction d'un tracteur avec une remorque ; il s'agit maintenant de préparer dans la remorque “ juste ce qu'il faut de mangeoires ” pour nourrir les animaux d'une même famille ; les enfants voient les animaux quand ils préparent les mangeoires.

3° étape : maintenant, les enfants ne voient plus les animaux quand ils préparent les mangeoires.

3° étape- bis : la collection d'animaux reste visible, mais l'élève doit préparer les mangeoires pour plusieurs familles d'un seul coup, voire pour tous les animaux ; d'autres animaux peuvent être introduits au début de cette étape (par exemple 4 moutons supplémentaires)

Procédures visées :

2°étape : correspondance terme à terme mentale/ perception globale des premiers nombres .

3°étape : correspondance terme à terme mentale en se représentant la collection ; perception des premiers nombres globalement, ou à partir de leurs décompositions (2 et 1 vaches, 2 et 2 moutons)

3° étape bis : correspondance terme à terme mentale, ou paquet à paquet (“ ces deux mangeoires pour les cochons, ces deux mangeoires pour le coq et la poule, etc… ” et, si l'élève a l'idée, de lui-même, de structurer en paquets la collection de moutons : “ ces trois mangeoires pour ces trois moutons, ces deux-là pour ces deux-là, etc… ”).

Autres supports expérimentés

Le bateau des pirates (P.S.)
Le maître montre « le bateau des pirates » : un gros bateau en lego sur lequel sont posés des legos carrés qui représentent » les places pour installer « les pirates » (personnages en lego)

Mettre le couvert (P.S.)
Autour d'un tapis sont installés des ours ou des poupées. Il faut aller juste ce qu'il faut d'assiettes pour leur mettre le couvert : chacun doit avoir une assiette et il ne doit pas en rester. Un autre enfant est chargé des fourchettes etc..

Les garages (P.S.)
Les garages sont des assemblages de 1, 2, ou 3 rectangles. L'enseignant propose un garage, il faut aller chercher juste ce qu'il faut de voitures pour remplir ce garage. Il peut, dans un deuxième temps, proposer 2 garages

Procédures visées

Dans " le bateau des pirates ", l'élève peut réaliser une correspondance terme à terme mentalement, en s'aidant éventuellement d'un pointage avec les doigts . cette procédure est possible chaque fois que la première collection reste visible. (mais que certaines contraintes empêchent de réaliser tout de suite matériellement la correspondance terme à terme, sinon il n'y aurait plus de problème)

Dans " mettre le couvert ", l'élève peut énumérer mentalement les éléments de la première collection et réaliser mentalement la distribution (" une assiette pour le gros ours, une pour le lapin rose, etc…) : cette procédure est possible quand les éléments de la première collection sont différents et bien connus des enfants (et pas trop nombreux aussi bien sûr).

Dans " les garages ", l'élève peut réaliser mentalement une correspondance paquet à paquet : il " voit dans sa tête " un garage de deux places et un garage de trois places, et il prend deux voitures puis trois voitures ; si l'élève reconnaît globalement 2 et 3, il peut en même temps se dire " il m'en faut 2 et 3 " et utiliser ainsi une désignation additive du nombre. Ces procédures sont possibles quand la première collection est structurée en paquets (disposition des éléments, nature des éléments)

Quels apprentissages conduire en maternelle à partir de ces situations ?

Il faut noter d'abord qu'avant de proposer une situation de ce type, il ne suffit pas de préparer soigneusement le matériel, l'organisation en classe, la consigne ; il faut aussi (et surtout !) avoir réfléchi aux objectifs visés ; c'est en fonction de ces objectifs, que l'on préparera soigneusement le discours que l'on va tenir sur la situation avec les enfants, et en particulier au moment des débats, par petits groupes ou avec toute la classe, et que l'on mettra en place un environnement propre à favoriser l'apprentissage visé.

Quelles sont les connaissances numériques visées ?

En GS, et pour la plupart des enfants de MS, il paraît clair que la procédure attendue en auto-communication est de compter les pots, et d'aller chercher ce nombre de cuillères, les connaissances visées concernent le dénombrement des collections (dire combien il y a d'éléments ; former une collection de nombre donné en utilisant le comptage un à un) ; l'objectif est de donner du sens à l'apprentissage de ces connaissances en conduisant l'enfant à les utiliser de lui-même, pour résoudre le problème posé.

Pour les P.S. et le début de la MS, les avis sont plus partagés quant à l'opportunité d'apprendre tout de suite à dénombrer en comptant un à un (cf les articles de R.Brissiaud et de R.Charnay dans " Grand N " spécial maternelle). Dans la description que nous donnons des situations pour la P.S., nous nous basons sur les travaux de Brissiaud pour envisager une première entrée dans le nombre basée sur :

- une perception globale des tout premiers nombres
- une perception additive des premiers nombres

Si l'on fait ce choix, la façon de conduire l'activité sera très différente de celle adoptée en vue d'enseigner le comptage un à un. Prenons l'exemple " clowns - ballons "[10]

*dans le choix de la collection de clowns : on veillera à proposer quelques cas avec des paquets bien visibles pour déclencher une perception additive (mais cependant pas uniquement de tels cas : il faut laisser la possibilité à l'enfant de structurer de lui-même une collection en ligne par exemple et de se dire " il m'en faut 2 et 2 ")

*et surtout dans le discours tenu lors des bilans par petits groupes ou avec toute la classe : à la question " comment as-tu fait pour gagner, "si un enfant dit " y en avait 3 " ou seulement montre 3 doigts, on dira " tu as vu qu'il y avait trois clowns, et tu as pris 3 ballons ; " 3 " c'est comme ça " (en montrant sur ces doigts, et en invitant ensuite tous les enfants à montrer 3 doigts.

Alors que si l'on voulait plutôt enseigner le comptage, on dirait " qui vient nous faire voir comment on fait pour voir qu'il y en a 3 ?" et on ferait faire une démonstration de comptage un à un. Cet apprentissage du comptage sera fait bien sûr , mais un peu plus tard, quand tous les enfants auront commencé à percevoir les premiers nombres globalement ou de façon additive.

Et si un enfant montre avec ses doigts 2 clowns puis 3 clowns, on dira " tu as vu qu'il y a 2 clowns ici, et 3 clowns là, et tu as pris 2 ballons puis 3 ballons ; il y a 2 et 3 clowns, il y a 5 clowns ; 2 et puis 3, c'est 5 "

Ces formulations seront reprises systématiquement dans les activités liées à la vie de la classe. Elles peuvent bien sûr cohabiter avec le comptage un à un si certains enfants le proposent.

Les procédures non numériques

En P.S. et en MS (et encore pour certains élèves de GS) il est important de leur donner l'occasion de réaliser d'eux-mêmes des correspondances terme à terme pour fabriquer la deuxième collection ; ces correspondances participent à la construction du concept de nombre. On commencera donc ces situations par la variante " première collection visible ", que l'on pourra proposer jusqu'à des nombres beaucoup plus grands qu'avec la collection invisible : un enfant peut réussir à préparer les ballons pour 8 clowns visibles, alors qu'il ne sait pas aller chercher les ballons pour 4 clowns, s'il ne les voit pas.

Il est souhaitable de proposer des situations " collection visible " avec de vrais objets sur un plateau, afin que l'enfant puisse les organiser à sa guise sur le plateau

- les phases d'action

Nous sommes convaincus de la nécessité de phases d'action assez longues, au cours desquelles l'élève est confronté individuellement au problème ; il fait des tentatives, constate lui-même la réussite ou l'échec de ses tentatives, il peut recommencer. C'est lui qui a la responsabilité de la résolution de " son " problème.

---

[10] Proposé chez des moyens : avec la première collection dessinée

L'élève reçoit une feuille sur laquelle sont dessinés des clowns ; il doit se procurer " juste ce qu'il faut de ballons (jetons) , pour donner un ballon à chaque clown. Plusieurs variantes possibles à partir de ce contexte.

Concrètement, elles correspondent à des fonctionnements en atelier, où, soit plusieurs enfants sont confrontés individuellement au même problème (c'était le cas dans " voitures-bonshommes " ; soit un seul enfant est confronté au problème, sous le regard de deux observateurs (comme dans " le bateau des pirates ")

Dans ces phases, le maître organise la situation, intervient au moment de la vérification : en faisant reformuler le problème posé, il aide l'enfant à voir s'il a gagné ou perdu. Il suscite aussi des échanges entre les enfants, mais il n'intervient pas directement dans la résolution, il laisse l'enfant aller jusqu'au bout de ses tentatives. Il faut toujours faire faire un deuxième essai à l'élève qui vient d'échouer car l'expérience montre qu'un nombre important d'enfant réussit au deuxième essai, comme si le premier leur avait permis d'entrer dans le problème. Par contre s'il échoue au deuxième, la réussite à un essai ultérieur est plus aléatoire ; on prendra en compte le désir de l'enfant de continuer, et ce que l'on connaît de ses possibilités, pour décider d'un troisième essai, ou de la confrontation à un problème plus facile.

Je vais donner un exemple ; dans LE BATEAU DES PIRATES, avec une collection de 4 places, non visible, Pierre plusieurs fois de suite part sans regarder la collection et ramène tantôt " beaucoup " de pirates, tantôt deux seulement ; le maître intervient au moment où l'enfant met les pirates sur les places pour l'aider à verbaliser ce qu'il constate et bien rappeler le problème posé " il reste des pirates, il y a trop de pirates, il y a des pirates qui ne peuvent pas partir ", il faut se débrouiller pour ramener " juste ce qu'il faut ".

Le maître sollicite aussi les commentaires des deux enfants qui regardent " comment ferais-tu toi ? " ; les réponses sont gestuelles : un pointe vigoureusement chacune des 4 places ; un autre pose pouce et index de la main droite sur deux places, pouce et index de la main gauche sur les deux autres ; le maître essaie de " mettre en mots " les procédures montrées, mais sans donner son avis sur leur validité. Et tout d'un coup, c'est le déclic : Pierre a envie de rejouer et on le voit qui fabrique la collection de pirates en reproduisant avec eux la disposition des places sur le bateau.

- <u>Les phases de formulation et de preuve</u>

En petite et moyenne section, formulation et preuve seront ébauchées d'abord dans les échanges par petits groupes, ensuite au moment des regroupements collectifs. L'enseignant sollicite la verbalisation de l'élève par des questions sur le " comment fais-tu ? " et le " es-tu sûr de toujours gagner en faisant ainsi ? ou " pourquoi fais-tu ainsi ? ", ces questions étant posées soit directement au moment de l'action, soit à partir de simulations de l'activité ; il aide les élèves en reformulant clairement leurs explications verbales ou gestuelles.

En proposant ainsi aux élèves " les mots pour le dire " il les aide à construire les connaissances mathématiques et il est clair que cette construction est en étroite relation avec l'acquisition du langage.

Reprenons l'exemple ci-dessus dans LE BATEAU DES PIRATES. Pour faire formuler la procédure de Pierre lors du regroupement, le maître fait une démonstration :

" Pierre avait ces places dans le bateau; quand il a préparé les pirates, j'ai vu qu'il a fait ça dans son plateau ; est-ce que vous devinez ce qu'il a fait ? " et il aide à formuler :

" il a bien regardé les places et il a fait pareil avec les pirates …il les a mis pareil que les places "

" et vous croyez qu'on gagne toujours en faisant comme ça ? "

" oui parce que celui qui est là, on le met sur cette place, celui qui est là, sur cette place etc… "

Nous voyons que le discours qui est tenu dans ces moments joue un rôle essentiel dans l'apprentissage : il doit être préparé, même s'il faut ensuite partir de ce que les enfants vont dire ou faire.

- La place de l'erreur dans cette démarche

L'erreur est inévitable dans ce processus, puisque c'est en prenant conscience de ses erreurs que l'élève va modifier ses procédures et construire une procédure correcte, mettant en jeu la connaissance visée.

Cf Bachelard : *“ la vérité est une erreur corrigée ” ou encore “ il n'y a pas de vérités premières, il n'y a que des erreurs premières ” !*

Mais le rôle de l'enseignant n'est pas facile : comment ne pas intervenir quand on voit un enfant se lancer dans une procédure qui n'a aucune chance d'aboutir ? Pour avoir la patience de le laisser aller jusqu'au bout, il faut avoir vu plusieurs fois des “ déclics ” comme celui de Pierre : un élève qui après quelques échecs a tout à coup une “ illumination ” et se précipite pour essayer sa nouvelle procédure ; on comprend alors combien ç'aurait été dommage de lui avoir montré tout de suite comment faire ! D'autant plus que dans les explications du maître, l'élève voit souvent une nouvelle consigne et non pas une façon de résoudre le premier problème.

Imaginons par exemple que, lors du premier essai, le maître veuille enseigner à Pierre une façon de résoudre le problème ; il lui montre comment disposer les personnages dans le plateau pour reproduire la disposition des places ; peut-être qu'en obéissant au maître, Pierre va “ réussir ” du premier coup mais réussir quoi ? ce n'est pas lui qui a résolu le problème ! Au moment où il réalise la disposition des personnages, il exécute une nouvelle consigne du maître, il peut le faire sans comprendre que cela va lui servir à atteindre le but fixé, cela n'a pas du tout le même sens que quand il le fait de lui-même pour avoir “ juste ce qu'il faut de personnages ”.

On peut certes enseigner des savoirs-faire ; mais pour qu'ils aient du sens il faut que l'élève ait l'occasion de les utiliser de lui-même pour résoudre un problème.

Remarque : il faut bien noter qu'une telle démarche n'est possible que si l'enfant peut effectivement constater par lui-même sa réussite ou son échec ; sinon, il faut bien que le maître intervienne pour corriger l'erreur.

- La question du contrat didactique

Chez les petits, les élèves ont l'habitude que l'on les aide quand il n'arrivent pas à faire quelque chose, que la maîtresse intervienne si elle voit qu'ils se trompent ; ne pas intervenir constitue une rupture du contrat didactique qui devra être annoncée clairement.

D'autre part il est clair qu'ils ne doivent pas se sentir fautifs s'ils n'arrivent pas à résoudre le problème, ni même s'ils n'ont pas envie de se le poser ; on peut exiger d'un enfant qu'il participe au rangement de matériel, éventuellement qu'il colle des gommettes sur une feuille, on ne peut pas l'obliger à se poser un problème !

Et c'est toute la question de la “ dévolution du problème ” à l'élève, qu'il faut réussir : pour que l'élève progresse, il faut que le problème devienne son problème, qu'il ait vraiment envie de le résoudre, qu'il y mette la même obstination que pour arriver à grimper sur la table, ou à construire une grande tour avec les cubes. Le rôle de l'enseignant est alors de l'accompagner dans ses tentatives, de l'encourager en soulignant les progrès réalisés, de l'éveiller au plaisir de chercher, lié à celui d'avoir réussi tout seul (cf le célèbre “ aide-moi à faire tout seul ! ” de… ? Mme Montessori, je crois ?).

Susy VINANT

ANNEXE 9

Retrouver ou faire retrouver l'objet caché
(Situation proposée par R. Berthelot, antenne IUFM Pau)

Sur un grand tapis, l'enseignant a disposé une dizaine de boites identiques. A côté de certaines, il a disposé des objets repères, faciles à identifier et à nommer par les élèves.

1ère étape

Un groupe de 7 enfants, assis contre le mur devant le tapis. Le maître place l'objet (une image de loto) sous une boite. Il leur demande de fermer les yeux une dizaine de secondes. Puis il leur demande de les rouvrir et demande à un élève de retrouver l'image. Si l'élève retrouve l'image, il a gagné, sinon, perdu. Un autre élève continue

2 modalités: l'image est placée dans une boite proche d'un repère ou éloignée.

2ème étape

Les élèves sont debout contre le mur. Ils regardent le maître cacher l'image puis sortent faire un petit tour dans la salle à côté et reviennent. L'enseignant les interroge suivant les 2 mêmes modalités.

Pour alléger la durée, l'enseignant n'en fait sortir qu'un.

3ème étape

objectif: évaluer les capacités des élèves à formuler à quoi ils se repèrent pour retrouver l'objet caché

Le maître travaille avec un seul élève.

Deux modalités ont été explorées :

- le maître interroge l’enfant après la réussite : « comment as-tu su que 1’image était là ? ».
- le maître demande à l'élève de lui montrer avec le doigt où il va aller chercher l'image et lui demande comment il sait que l'image est là.

Dans chaque cas, l'enseignant explore les 2 positions possibles : sous une boite proche d'un repère, sous une boite éloignée

***4**ème étape*

Le maître cache l'image devant un enfant qui doit montrer la boite à un autre qui ne l'a pas vu faire, en accompagnant son pointage d'explications. Là aussi les deux types de situations sont expérimentées.

Adaptation de la première étape pour un jeu collectif en salle de jeux

Chaque enfant emporte son étiquette.

Le professeur a préparé (n) boites toutes identiques, (genre barils) réparties dans (différents) endroits dans la salle de jeu. Chaque élève choisit une boite dans laquelle il cache son étiquette. Puis, l'enseignant donne la consigne de se promener dans la salle. A un signal, chacun va se placer près de la boite où il pense qu'est placée son étiquette.

La validation se fait boite par boite sous le contrôle de l'enseignant.

Il est sans doute préférable de jouer par demi-classe, l'autre moitié étant spectatrice.

Variables de la situation :

- le nombre de boites
- leur disposition
- l'existence de repères à côté

LE CALCUL MENTAL AU COLLEGE : UN NOUVEL OUTIL PEDAGOGIQUE ?

Patrick Wieruszewski
IUFM d'Orléans-Tours, site de BLOIS.
patrick.wieruszewski@orleans-tours.iufm.fr.

PRESENTATION :

Depuis quelques années, l'Institution marque une priorité en (re)donnant une place reconnue au " **calcul mental** ".

En effet, le calcul mental constitue un des objectifs prioritaires de l'enseignement des mathématiques. Au cycle II, " *le calcul mental doit occuper la place principale* " ; des items de calcul mental sont proposés lors de l'évaluation à l'entrée au CE2 et à l'entrée en sixième et les nouveaux programmes des classes de première du lycée accordent une place essentielle à l'acquisition et à la mémorisation de techniques de calcul.

L'objet de cet atelier est de présenter un **dispositif de classe** " ***calcul mental dans les classes du collège*** " prenant en compte des avancées tant sur le plan théorique que pédagogique.

Trois objectifs spécifiques seront analysés :

- Expliciter et légitimer les (nouveaux) enjeux liés à cet " ancien " outil pédagogique.
- Illustrer, par des exemples argumentés, une pratique effective de classe : " ***les fiches de calcul mental au collège*** ".
- Travailler des éléments de liaison cycle III – collège autour de ce thème.

En **ANNEXE** : présentation d'une progression sur ce thème pour la classe de CE2, à partir du dispositif mis en place au collège.

PUBLIC : tout formateur intéressé par ce thème, qu'il intervienne auprès du public PE ou PLC, tant en formation initiale qu'en formation continue.

MODALITES :

- Présentation du dispositif expérimenté en classes et de travaux en cours dans le cadre d'une liaison cycle III – collège : analyse de deux fiches.
- Perspectives, en direction du primaire et du lycée, débat.

Auteurs des " fiches de calcul mental au collège " :
Stéphane VERRONNEAU : professeur de mathématiques au clg T. DIVI à Chateaudun (28) et INRP.
Patrick WIERUSZEWSKI : professeur de mathématiques, IUFM Orléans-Tours, site de Blois (41).

1. INTRODUCTION

Dans le domaine qui nous intéresse, les difficultés des élèves ne datent pas d'aujourd'hui. Mais, une majorité de professeurs qui enseignent en classe de sixième dénoncent, et ce dès le début de l'année scolaire, de réelles faiblesses en calcul mental et plus généralement dans le traitement mental d'informations, ne relevant pas uniquement et nécessairement du numérique.

Pourtant, les professeurs qui enseignent en cycle III " en font " et " en refont ", presque tous les jours !

Alors, que faire, au cycle III et en sixième ?

La même observation peut se " transporter " à la charnière collège-lycée, où les professeurs qui enseignent en classe de seconde dénoncent le peu d'autonomie et de maîtrise de beaucoup d'élèves dans tout ce qui relève globalement du " calcul mental " rapide ou réfléchi. A une différence près avec ce qui se passe au primaire, c'est qu'au collège et au lycée, le calcul mental n'a peut être plus la même place ou le même statut qu'à l'école élémentaire, alors que le besoin s'en fait réellement sentir du côté du professeur et de son enseignement tout autant que du côté des mathématiques.

A partir de ce premier constat, et à l'aide des lectures d'articles et de brochures proposant de réelles avancées sur ce thème, nous avons décidé d'intégrer de manière volontaire le calcul mental dans la classe.

Pour ce faire, en liaison étroite avec les organisations choisies d'enseignement et les progressions annuelles et pluriannuelles, nous avons mis au point pour chaque niveau de classe un jeu de plusieurs fiches, dont la " gestion " est laissée à chaque élève sur un temps donné. La totalité des fiches, pour chaque niveau de classe du collège devrait bientôt se trouver sur le site web de l'Académie d'ORLEANS-TOURS, dans les pages mathématiques au collège. Un document d'accompagnement légitime cette production, explicitant les enjeux, les objectifs et les dispositifs de classe. A la date d'aujourd'hui, plusieurs collègues enseignant en collège utilisent ces fiches ou un dispositif similaire, à la suite d'une présentation de ce travail lors de la journée des MATHEMATIQUES de l'Académie en avril 2001.

Pour résumer le document d'accompagnement, les enjeux pédagogiques qui ont prévalu lors de la confection de ce produit pédagogique sont parmi les suivants :

- Réhabiliter le " calcul mental " et toute forme d'activité mentale liée au calcul et au traitement mental d'informations de nature numériques, algébriques ou géométriques, dans le cadre des programmes.

- S'inscrire dans une organisation de l'enseignement associée à la problématique d'élaboration de progressions pluriannuelles et annuelles.

- Développer l'autonomie de l'élève en lui faisant assumer sa part de responsabilité dans tout apprentissage.

- Assurer et légitimer une continuité dans les enseignements et les apprentissages lors du passage d'un cycle au suivant ou lors du passage du primaire au collège.

Du côté des mathématiques et du programme, les objectifs sont classiques et connus, se reporter à la bibliographie. Ce qui a paru important, c'est que le calcul mental fasse l'objet d'un enseignement-apprentissage au même titre que d'autres dispositifs d'enseignement habituels. L'originalité de ce dispositif se trouve surtout dans le rôle et la place dévolus aux professeurs et aux élèves par rapport aux enjeux définis ci-dessus.

Du côté des professeurs, tel qu'il est prévu, l'outil ainsi créé a pour fonction de renforcer l'homogénéité de la classe en réorganisant collectivement des apprentissages : c'est la notion de contrat pédagogique qui est au centre de ce dispositif. Le professeur rend publique dans la classe les connaissances des élèves.

Cet outil est complémentaire d'une pratique habituelle et raisonnée du calcul mental dans la classe. De plus, les deux aspects “ objet de reprise de l'étude ” et “ objet d'avancement dans l'étude ” d'une notion ou d'un concept doivent être pris en compte dans l'élaboration des fiches : c'est la particularité de ces fiches. En conséquence, la conception d'une telle fiche relève donc d'un travail partagé et négocié entre professeurs de mathématiques : voilà une entrée non forcée dans la concertation et le travail en commun.

Sur le plan des modalités pratiques, le professeur distribue et gère le suivi de chaque fiche sur le mois ou la période considérée. Différents modes de passation des contrôles pour les prises d'informations chiffrées sont à sa disposition pour l'évaluation.

Du côté des élèves, c'est le contrat pédagogique, négocié avec le professeur, qui est au centre des motivations. L'autonomie se conquiert par la responsabilisation de l'élève sous le pilotage du professeur. La dimension travail personnel de l'élève prend toute sa place à travers les deux composantes : travail en classe et travail en dehors de la classe. Le travail personnel de l'élève en dehors de la classe doit avoir pour fonction de servir à l'avancement de l'élève dans l'étude d'une notion ou d'un concept : ce n'est donc pas uniquement un prolongement de ce qui a été “ fait ” en classe.

L'étude par l'élève d'une fiche sur un thème donné doit naturellement lui permettre d'améliorer ses compétences en calcul mental. Cependant, d'autres objectifs sont aussi pistés, afin de ne pas limiter ou automatiser l'apprentissage. Par exemple, en étudiant une fiche, l'élève réinvestit des techniques apprises ou apprend de nouvelles techniques apportant des réponses à des tâches routinières ou non, l'élève explicite ces techniques en les rendant lisibles et visibles par rapport à ce qui a été fait “ en cours ” : cette partie est à mettre en regard avec les deux aspects “ objet de reprise de l'étude ” et “ objet d'avancement dans l'étude ” cités ci-dessus.

En fin de mois ou en fin de période, l'évaluation “ en direct ” permet à l'élève de se situer par rapport à la classe et aux objectifs fixés. Cette évaluation rentre dans le calcul des moyennes trimestrielles, en même temps que d'autres prises d'informations chiffrées, dont le détail figure dans le contrat pédagogique installé dans la classe.

Pendant cet atelier, une fiche de la classe de sixième et une fiche de la classe de troisième ont été étudiées par les participants (au nombre de cinq). Une progression sur le thème du calcul mental pour la classe de CE2 a été montrée : elle est le fruit d'un travail initié lors d'un stage sur les pratiques innovantes au collège T DIVI, à CHATEAUDUN (28), pendant l'année scolaire 2000-2001. Cette progression, conçue et rédigée par Mme GRARE, PE de la circonscription de CHATEAUDUN, est proposée en **ANNEXE** de ce document. Elle est livrée en l'état : c'est un document professionnel qui demande encore à être retravaillé et reexpérimenté. Cela est en train de se faire au cours de cette année scolaire.

2. COMMENT " FONCTIONNE " le DISPOSITIF ?

Pour la classe de sixième. Il existe neuf fiches de calcul mental à étudier sur l'année, ce qui fait que l'élève en étudie environ une par mois. Chaque élève reçoit donc une telle fiche en début de chaque mois, il a trois semaines pour la travailler et le contrôle des connaissances a lieu la quatrième semaine. Le modèle ci-dessous décrit la fonctionnalité d'une telle fiche.

Fiche de consignes : modèle d'une fiche type.

Classe de SIXIEME. Fiche de CALCUL MENTAL. Trimestre (i), fiche n°(j).

THEME : (*un thème par mois ou par période, en liaison avec la progression annuelle*).

COMMENT TRAVAILLER avec cette FICHE ?

Cette fiche contient trois séries "d'auto-entraînement". Il est conseillé d'en travailler une par semaine pour assurer un bon apprentissage. Pour chaque série, appliquer les consignes ci-dessous :

1) ***Replier le bas de la page sous la première double flèche pour cacher les réponses ou utiliser un cache.***
2) ***Réviser le cours et les exercices concernant ce thème, ainsi que les tables d'addition et de multiplication . Ca peut servir!***
3) ***Prendre une feuille de brouillon et la préparer en la numérotant de 1) à 10).***
4) ***Sans poser l'opération, sans calculatrice, répondre à chaque calcul proposé, sans dépasser un temps indicatif de 5 à 10 min par série.***
5) ***Compter un point par bonne réponse, en regardant la correction, corriger les erreurs (chercher à les comprendre), écrire alors la note obtenue sur 10.***

Le contrôle, en classe, est calqué sur les trois séries d'entraînement. Bon courage !

SERIE n°(1). Cette série contient 10 "calculs" numérotés de (1) à (10), en respectant le thème de la fiche.	**SERIE n°(2).** Cette série contient 10 "calculs" numérotés de (1) à (10), en respectant le thème de la fiche.	**SERIE n°(3).** Cette série contient 10 "calculs" numérotés de (1) à (10), en respectant le thème de la fiche.
Correction série n°(1). Les dix réponses (justes !) à cette série figurent dans cette partie de la fiche.	**Correction série n°(2).** Les dix réponses (justes !) à cette série figurent dans cette partie de la fiche.	**Correction série n°(3).** Les dix réponses (justes !) à cette série figurent dans cette partie de la fiche.

Quelques règles à retenir : …

Cette partie contient les règles ou techniques ou algorithmes étudiés et mis en évidence dans la fiche. Ces "propriétés" sont ainsi explicitées et permettent un apprentissage ou un ré-apprentissage de notions déjà vues ou une anticipation sur d'autres notions dont l'étude est programmée plus tard dans l'année. Elle est mise au point et rédigée après le contrôle.

3. EXEMPLES de FICHES : une en classe de 6è et une en classe de 3è.

<table>
<tr><td colspan="3">

Classe de SIXIEME. Fiche de CALCUL MENTAL. Trimestre 2, fiche n°6.
<u>THEME</u> : multiplication des décimaux, × par 0,1, par 0,01, par 0,001, ordre de grandeur d'un produit, rangement.
<u>COMMENT TRAVAILLER avec cette FICHE ?</u>
Consignes non reproduites ici, voir page précédente.

</td></tr>
<tr>
<td>

<u>SERIE n°1 :</u>
1) $2 \times 7{,}9 = ?$
2) $7/10 \times 4/10 = ?$
3) $48 \times 0{,}1 = ?$
4) $84 \times 0{,}01 = ?$
5) $76 \times 0{,}001 = ?$
6) $3{,}4 \times 1{,}9 = 64{,}6$ ou $6{,}46$?
7) $7{,}31 \times 1{,}4 = 10{,}235$ ou $10{,}234$?
8) $0{,}5 \times 0{,}5 = 2{,}5$ ou $0{,}25$?
9) Ranger par ordre croissant les trois nombres : 41 ; 29 et 41×29.
10) Ranger par ordre croissant les trois nombres : 2,7 ; 0,34 et $2{,}7 \times 0{,}34$.

</td>
<td>

<u>SERIE n°2 :</u>
1) $3 \times 8{,}1 = ?$
2) $6/10 \times 5/100 = ?$
3) $18{,}2 \times 0{,}1 = ?$
4) $141 \times 0{,}01 = ?$
5) $37 \times 0{,}001 = ?$
6) $137 - 98 = 41$ ou 39 ?
7) $1{,}5 \times 4{,}2 = 6{,}3$ ou $5{,}7$?
8) $39 \times 43 = 16677$ ou 1677 ?
9) Ranger par ordre croissant les trois nombres : 4,1 ; 0,26 et $4{,}1 \times 0{,}26$.
10) Ranger par ordre croissant les trois nombres : 1999 ; 721 et 1999×721.

</td>
<td>

<u>SERIE n°3 :</u>
1) $5 \times 17{,}3 = ?$
2) $8/100 \times 9/10 = ?$
3) $28{,}1 \times 0{,}1 = ?$
4) $7{,}2 \times 0{,}01 = ?$
5) $202{,}7 \times 0{,}001 = ?$
6) $77 \times 11 = 847$ ou 947 ?
7) $1{,}2 \times 99 = 118{,}8$ ou $150{,}8$?
8) $2 - 0{,}157 = 1{,}753$ ou $1{,}853$?
9) Ranger par ordre croisant les trois nombres : 0,7 ; 0,72 et $0{,}7 \times 0{,}72$.
10) Ranger par ordre croissant les trois nombres : 11,23 ; 3,4 et $11{,}23 \times 3{,}4$.

</td>
</tr>
<tr>
<td>***<u>Correction SERIE n°1 :</u>***
Non rédigée dans ce document.</td>
<td>***<u>Correction SERIE n°2 :</u>***
Non rédigée dans ce document.</td>
<td>***<u>Correction SERIE n°3 :</u>***
Non rédigée dans ce document.</td>
</tr>
<tr><td colspan="3">

<u>Quelques règles à retenir :</u>
Sont rappelées ici les principales propriétés de la multiplication des nombres décimaux, sachant que le “ chapitre ” relatif à ce contenu a été étudié le mois précédent la mise en classe de cette fiche. On peut se reporter à la brochure ERMEL 6è et au livre du professeur de la collection “ Math et Clic ” de la classe de 6è, édité chez Bordas.

</td></tr>
</table>

<u>Quelques commentaires :</u>

- Le contrôle en classe calque les items de chaque série d'entraînement.
- Pour chaque série, on retrouve les mêmes types d'items. <u>Item 1) à item 5)</u> : calculs de produits, le choix de l'écriture est libre. <u>Item 6) à item 8)</u> : produit à trouver en utilisant diverses stratégies de calcul vues en classe (dernier chiffre, nombre de chiffres après la virgule, ordre de grandeur d'un produit calculé, …). <u>Item 9) à item 10)</u> : “ rupture ” multiplication des nombres entiers et multiplication des nombres décimaux, rôle du nombre1. *<u>Remarque</u> : deux petites soustractions se sont subrepticement glissées dans cette fiche, ça arrive de temps en temps !*

<table>
<tr><td colspan="2">

Classe de TROISIEME. Fiche de CALCUL MENTAL. Trimestre 1, fiche n°2.
<u>THEME</u> : Calculs divers, simplications, développements et factorisations, équations ...
<u>COMMENT TRAVAILLER avec cette FICHE ?</u>
Consignes non reproduites ici, voir pages précédentes.
<u>Une nouveauté en classe de troisième</u> : il n'y a que deux séries d'entraînement, auxquelles s'ajoutent de nouveaux items, **les cinq TREFLES** !

</td></tr>
<tr><td>

<u>SERIE n°1 :</u>

1) $2^2 - 5^2 = ?$
2) $10 + 10^2 + 10^3 = ?$
3) $1 - 2^2 + 3^2 = ?$
4) Simplifier : 48/36.
5) Simplifier : 50/75.
6) Développer l'expression : $2w \times (a - 9)$.
7) Développer l'expression : $(-1) \times (3x - 2)$.
8) Factoriser l'expression : $3x + 7x^2$.
9) Résoudre l'équation : $4x - 5 = 7$.
10) Résoudre l'équation : $7x + 1 = -15$.

♣ Périmètre d'un rectangle de dimensions : x et (3x + 1). Périmètre = ?
♣ Aire d'un triangle de base 7 et de hauteur associée (2x + 8). Aire = ?
♣ Traduire par une égalité : “ w diminué de 15 vaut 7/9 ”.
♣ Traduire par une égalité : “ m est l'inverse du quotient de 13 par9 ”.
♣ Donner la propriété relative à la somme des angles d'un triangle.

</td><td>

<u>SERIE n°2 :</u>

1) $(-3) \times 2^3 = ?$
2) $(10^2)^3 = ?$
3) $(-4)^2 \times 5 = ?$
4) Simplifier : 42/70.
5) Simplifier : 500/12.
6) Développer l'expression : $(a + b - 2) \times 3$.
7) Développer l'expression : $(-2x+1) \times (-2)$.
8) Factoriser l'expression : $18a - 27ab$.
9) Résoudre l'équation : $5x = -7$.
10) Résoudre l'équation : $0,5x + 8 = 16$.

♣ Aire d'un rectangle de dimensions : (x + 2) et (x – 1). Aire = ?
♣ Donner une égalité mettant en relation : Vitesse (moy), Distance et Durée.
♣ Traduire par une égalité : “ 2 est la somme de x et du quotient de 13 par 7 ”.
♣ Traduire par une égalité : “ t est le double du produit de 3 par (x – 1) ”.
♣ Donner la formule permettant de calculer la longueur d'un cercle de rayon R.

</td></tr>
<tr><td>

<u>Correction de la SERIE n°1 :</u>
Non rédigée dans ce document.

</td><td>

<u>Correction de la SERIE n°2 :</u>
Non rédigée dans ce document.

</td></tr>
<tr><td colspan="2">

<u>Quelques règles à retenir</u> :
Le point sur ce qui doit être su “ par cœur ” est fait suite au contrôle en classe. Les règles et propriétés réinvesties sont celles relatives aux objets étudiés dans la fiche.

</td></tr>
</table>

<u>Quelques commentaires :</u>

- Le contrôle en classe calque les items de chaque série d'entraînement. Les items **TREFLES** sont aussi testés sur le modèle de ceux qui figurent dans la fiche étudiée.
- La fiche proposée est la deuxième de l'année, la périodicité n'est plus la même que celle de la classe de sixième. Pour ce niveau de classe, une fiche est mise en circulation par période scolaire entre deux moments de vacances. Actuellement, il y a donc six fiches complètes qui balaient le programme de cette classe.
- Pour aller plus loin, un nouvel axe de travail se développe à partir de ces fiches : dans la partie des **TREFLES**, des items spécifiquement de géométrie seront à étudier.

4. COMPLEMENTS

Comme on le voit bien à la lecture des paragraphes précédents, ce dispositif est lié à la progression mise en place dans chaque classe. Des questions professionnelles se posent donc sur la nécessité d'élaborer une progression raisonnée et argumentée. Il en a été débattu au sein de l'atelier. Les principes à partir desquels ont été établies les progressions et les fiches sont les suivants :

(i). Articuler les rubriques du programme officiel autour de grands thèmes pluriannuels :

- Connaissances des “ familles ” de nombres et des “ objets ” de la géométrie.
- Accès à l'algèbre au collège, à l'analyse au lycée et à la “ géométrisation ”ou à la pensée géométrique du collège au lycée.
- Accès à différents types de raisonnements et accès à la modélisation (exemple : la proportionnalité).

(ii). Organiser l'enseignement à partir de quelques “ points-forts ” ou objets d'enseignement autour desquels on va pouvoir “ spiraler ” la progression. Par exemple, les “ points-forts ” retenus pour la classe de sixième sont :

- Les nombres décimaux.
- La symétrie axiale.
- Les quotients.
- Les grandeurs du programme.

Ces “ points-forts ” suffisent à “ couvrir ” et à structurer la progression en termes de chapitres ; en particulier, l'étude de chacun de ces “ points-forts ” ne se limite pas à un seul chapitre ! On peut bâtir tout le géométrique du programme de sixième à partir de la symétrie axiale. En conséquence, ces “ points- forts ” sont visités tôt dans l'année scolaire et exploités de façon continue et progressive, à l'aide de dispositifs d'enseignement adaptés.

Le débat a porté alors sur un possible “ transfert ” de cette pratique réflexive au cycle III : cette lecture et cette appropriation des programmes officiels semblent intéressantes, mais le problème du temps de formation s'est posé et la question demeure toujours ouverte.

5. ELEMENTS de BIBLIOGRAPHIE.

- BUTLEN D. et PEZARD M. (2000). <u>Calcul mental et résolution de problèmes numériques au début du collège</u>. Revue REPERES-IREM n°41.
- PERRIN-GLORIAN MJ. (1997). <u>Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques ?</u> Revue REPERES-IREM n°29.
- MILHAUD N. (1997-1998). <u>Le travail personnel des élèves</u>. Revue “ Petit x ” n°47.
- BOULE F. (1998). <u>Le calcul mental à l'école</u>. Brochure de l'IREM de DIJON.
- DJAMENT D. (1996). <u>Réhabiliter le calcul mental</u>. Bulletin vert de l'APMEP n°406.
- Les programmes officiels et documents d'accompagnement ou d'application du primaire, du collège et du lycée.

ANNEXE

CALCUL MENTAL au CE2 : PERIODES.

1ère période :

- Tables d'addition.
- Ajouter des dizaines.
- Compléter à la dizaine supérieure.
- Décomposer un nombre.
- Encadrer un nombre.
- Suite numérique.
- Ajouter 11.

2ème période :

- Ajouter une ou des centaines.
- Compléter à la centaine supérieure.
- Soustraire une unité.
- Décomposer un nombre.
- Comparer. Encadrer.
- Ranger croissant – décroissant.
- Ajouter 9. Soustraire 11.
- Décomposer des unités de mesure.

3ème période :

- Soustraire des dizaines.
- Tables de multiplication.
- Double.
- Convertir dans unité plus petite.
- Ajouter unité de mesure.
- Décomposer un nombre.
- Comparer.
- Suite numérique du grand vers petit.
- Ajouter 99. soustraire 9.
- Soustraire 111.
- Soustraire 10 ; soustraire 100.
- Ordre de grandeur d'une unité de mesure.
- Approcher d'un produit.

4ème période :

- Soustraire des centaines.
- Tables de multiplication.
- Multiplier 10 et par 100.
- Moitié.
- Convertir en une unité plus grande.
- Ajouter une unité de mesure
- Retrouver un nombre selon sa décomposition.
- Suite numérique de 2/2, de 3/3 …
- Ajouter 999. soustraire 99.
- Ordre de grandeur.
- Ajouter une somme d'argent.
- Comparer les unités de mesure.

5ème période :

- Tables de multiplication.
- Multiplier par 20, 30 …
- Nombres pairs, impairs.
- Ajouter des durées.
- Déduire l'âge, la naissance.
- Calculer un périmètre.
- Retrouver un nombre selon sa décomposition.
- Insérer un chiffre dans un nombre.
- Arrondir à la centaine.
- Organiser un calcul. Parenthèses.
- Ajouter 19, 99. Ajouter 25, 50.
- Soustraire 999.
- Estimer un ordre de grandeur.
- Multiplier deux nombres entiers.
- Rendre la monnaie.

6ème période :

- Tables de multiplication. Triple.
- Ajouter des durées, âge, naissance.
- Retrouver un nombre selon sa décomposition.
- Arrondir un nombre au millier près
- Ajouter 19, 39. Ajouter 25, 50.
- Décomposer pour +, pour – .
- Soustraire 19, 39, 25, 50.
- Décomposer pour multiplier.
- Encadrer une unité de mesure.
- Ranger des unités de mesure.

CALCUL MENTAL au CE2 : DOMAINES.

DOMAINE : CALCUL.

OBJECTIFS	EXEMPLES
Connaître les tables d'addition.	2 + 2 = ? et 3 + ? = 15
Ajouter une ou plusieurs dizaines.	12 + 10 = ? et 42 + 30 = ?
Ajouter une ou plusieurs centaines.	251 + 100 = ? et 326 + 500 = ?
Compléter à la dizaine supérieure. Compléter à la centaine supérieure.	24 + ? = 30 et 293+ ? = 300. 325 + ? = 400 ou 608 + ? = 700.
Savoir soustraire des unités.	235 – 3 = ? ou 265 – 8 = ? ou 240 – 9 = ?
Savoir soustraire des dizaines.	352 – 20 = ? et 51 – 40 = ?
Savoir soustraire des centaines.	523 – 200 = ?
Connaître ses tables de multiplication.	5 × 3 = ? et 50 = 5 × ? et 81 = ? × ?.
Savoir multiplier par 10, 100, 1000.	53 × 10 = ? ou 120 × 10…. = ? 530 × ? = 5300.
Savoir multiplier par 20, 30, 40, …	5 × 20 = ? et 240 = 8 × ?
Connaître les nombres pairs, les nombres impairs, …	Chercher l'intrus. Trouver 2,3, … nombres pairs/impairs vs 30 et 40. Nombre pair après 117 ; 25 est-il pair ?
Maîtriser la notion de double	Double de 8 : ? 36 est le double de ? Double de 4 : 16 ou 8 ou 6 ?
Maîtriser la notion de moitié	Moitié de 50 : ? 8 est la moitié de ?
Maîtriser la notion de triple	Triple de 5 : ? 36 est le triple de ?

DOMAINE : MESURE.

OBJECTIFS.	EXEMPLES.
Savoir convertir dans une unité plus petite.	12 km en dm.
Savoir convertir dans une unité plus grande.	2500 mm en dm, 255 cm en m.
Ajouter des unités de mesure.	2kg + 520 g = ? ou 250 g + 85 g = ? 2kg 532 g + 265 g = ?
Ajouter des durées simples.	20 min + 30 min = ? et 40 min + 35 min = ?
Ajouter des durées.	1h15min + 2h 20 min =? 2h30min + 3h 50min = ?
Déduire un âge ou une année de naissance.	Né en 1976, j'ai eu 15 ans en ? J'ai 11 ans en 2002, je suis né en ?
Calculer un périmètre.	Carré dont côté = 5 cm. Losange dont côté = 6 cm.
	Rectangle l = 5 cm et L = 3 cm.

DOMAINE : NUMERATION.

OBJECTIFS :	EXEMPLES :
Savoir décomposer un nombre. Maîtriser la notion de u, d, c, m.	582 = 500 + 80 + 2 ou 605 = ? 362 = 3c + 6d + 2u ou 5006 =? 8278 = (8 × ?)+(2 × ?) + ? et 6035 = ?
Retrouver un nombre d'après une décomp. Maîtriser la notion de u, d, c, m.	600 +50 +2 = ? ou 500 + 2 = ? 6m+5c+9d+2u= ? ou 8m+6d = ? (4×100)+(8×10)+(3×1) = ?
Comparer deux nombres.	52 > ou < que 36 ? 305 > ou < que 350 ?
Trouver un nombre plus gd, plus pt.	? >250 ou ? < 250 et 4?52 < 4523
Intercaler un nombre.	201 < ? < 632, …
Arrondir un nombre à la dizaine, à la centaine, au millier.	Arrondir à la dizaine : 51 ou 231 ou 635 … Arrondir à la centaine : 321 ou 3857 ou …
Encadrer un nombre à l'unité, à la dizaine, ..	? < 46 < ? (unité) et ? < 254 < ? (dizaine)…
Ranger en ordre croissant, décroissant, …	
Connaître les suites numériques.	68 ; 69 ; …………………
Compter du +gd/+pt ou du +pt/+gd.	158 ; 157 ;…………… ; 132.
Compter de 2 en 2, de 3 en 3, de 10 en 10, …	25 ; 27 ; … et 362 ; 365 ; …
Approcher un produit.	6 × entier < 36 et entier1 × entier2 < 43.

CALCUL MENTAL au CE2 : COMPETENCES NUMERIQUES.

COMPETENCES :	EXEMPLES :
" Organiser " un calcul.	17 + 8 + 12 + 3 = ? et 25 – 8 – 5 = ?
Connaître les priorités des parenthèses.	(21 – 5) × 3 = ? ; 21 – 5 × 3 = ?
Ajouter 9, 99, 999. Ajouter 19, 39, ...	25 + 9 = ? et 235 + 19 = ?
Ajouter 11. Ajouter 25, 50.	235 + 11 = ? et 68 + 25 = ? et 421 + 50 = ?
Décomposer un nbre pour " mieux " l'addit.	53 + 19 = ? (avec : 19 = 17+2)
Décomposer un nbre pour " mieux " le soust.	52 – 15 = ? (avec : 15 = 10 +2 + 3)
Soustraire 9, 99, 999. Soustraire 19, 29, …	68 – 9 = ? et 362 – 49 = ? et …
Soustraire 11, 111, … Soustraire 25, 50, …	5863 – 111 = ? et 63 – 25 = ? et 127 – 50 = ?
Soustraire 10, 100.	5632 – 100 = ? ou 8032 – 100 = ?
Estimer un ordre de grandeur d'une somme.	235 +362 ≈ ? 23 + 36 ≈ 60 ou ≈ 50 ? 69 + 35 inférieur. à 100 ? ou sup. ou égal à ?
Décomposer pour multiplier (distributivité).	25 × 16 = (25 × 10) + (25 × 6) = ?
Multiplier deux nombres entiers.	200 × 30 = ?
S'aider d'un résultat connu.	11 × 11 = 121 donc 11 × 12= 121 + 11 = ? …
Ajouter des sommes d'argent.	25,50 € + 2,15 € = ?
Rendre la monnaie sur une somme.	Monnaie rendue 13,30€ sur 20 € : ?
Ordre de grandeur d'une unité de mesure.	2385g < ? < 3kg ? Idem avec des durées.
Comparer des unités de mesure.	250cm < ? < 356 cm. Idem avec des durées.
Décomposer des unités de mesure.	2351m = 2km 351m = …
Encadrer une mesure.	? kg < 2351g < ? kg
Ranger des mesures.	235g – 2 kg – 2351mg – 56g

Le plus difficile est fait : la progression existe en termes de PERIODES d'étude sur l'année scolaire, de DOMAINES mathématiques du programme et des COMPETENCES à acquérir. L'écriture des fiches, sur le modèle proposé au collège et adapté au cycle III, est donc la dernière étape avant la mise en œuvre effective de ce " nouvel " outil pédagogique.

PRESENTATION DU SITE DE L'ARPEME

www.arpeme.com

Pierre EYSSERIC IUFM d'Aix-Marseille

Durant le colloque COPIRELEM, une série de posters affichés dans le hall vous a permis de découvrir le site de l'ARPEME (Association pour l'élaboration et la diffusion de ressources pédagogiques sur l'enseignement des mathématiques à l'école). Cet article reprend cette présentation des principales pages que vous pourrez découvrir sur ce site régulièrement mis à jour.

LA PAGE D'ACCUEUIL

Cette première page permet d'accéder rapidement à :

- Des informations récentes relatives aux IUFM, à la formation des PE, à l'enseignement des mathématiques à l'école.
- La présentation du colloque COPIRELEM de l'année en cours, ainsi que celle du séminaire de formation des nouveaux formateurs.

A partir de cette page vous pouvez vous diriger vers l'une des six ages principales du site :

- L'association.
- Rencontres.
- Ressources.
- Actualité.
- Liens.
- Documentation.

PAGE « L'ASSOCIATION »

Présentation de l'ARPEME : ses statuts, ses responsables et les modalités d'adhésion.

PAGE « RENCONTRES »

Les rencontres organisées par la COPIRELEM :

Les colloques des douze dernières années.

Les séminaires de formation des nouveaux formateurs de PE.

Avec les programmes détaillés de ces rencontres.

Des informations sur les autres rencontres pouvant intéresser les enseignants engagés dans la formation en mathématiques des professeurs d'école.

PAGE « RESSOURCES »

Les sommaires des différentes publications de la COPIRELEM avec l'accès en ligne à certains articles :

- Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques
- Les cahiers du formateur (de professeurs d'école en didactique des mathématiques)
- Actes des colloques annuels de la COPIRELEM

Toutes les informations pour se procurer les annales du Concours de Recrutement des Professeurs d'Ecole.
Des ressources en ligne accessibles avec un mot de passe réservé aux adhérents de l'ARPEME :

- Des articles relatifs à l'enseignement des mathématiques à l'école.
- Des analyses de logiciels.
- Des compléments « annales du CRPEpour les formateurs.
- Les annales du CRPE (sujets seulement et bientôt des anciennes annales).
- …

PAGE « ACTUALITÉ »

Les rencontres, colloques, séminaires, universités d'été, …
L'actualité des IUFM.
Les programmes de mathématiques de l'école.
(…)

PAGE « LIENS »

Des liens vers les principaux sites indispensables pour les formateurs :

- Portail des IUFM.
- Portail des IREM.
- Portail des académies.
- Sites ministériels.
- CNDP.
- Publimath.
- APMEP.
- Grand N, Petit x.

PAGE « DOCUMENTATION »

En projet, l'accès à une présentation des différentes publications relatives à l'enseignement des mathématiques pour les enfants de moins de douze ans : sommaire, résumé, mots clefs, première de couverture, mode de diffusion.

Pour toutes informations relatives à ce site, critiques ou suggestions, s'adresser à :
arpeme@club-internet.fr

DE L'IMPORTANCE DE LA SIMULATION DE LA MAUVAISE FOI DANS L'APPRENTISSAGE DE LA RIGUEUR D'EXPRESSION

Jean-Philippe Drouhard
<drouhard@math.unice.fr>
Maître de Conférences

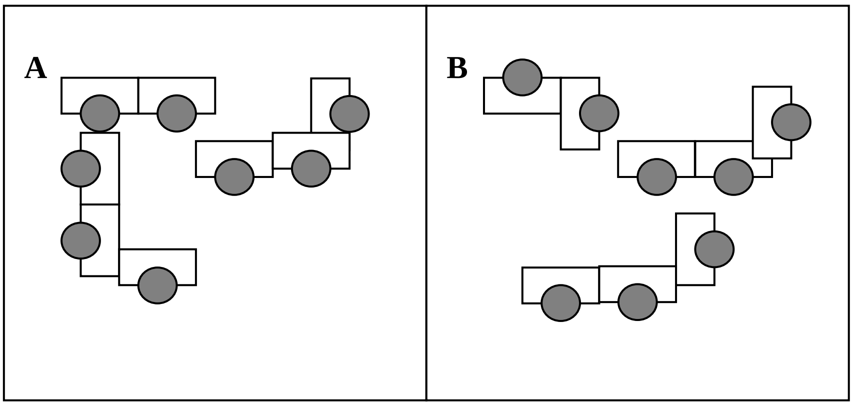
Régine Siguenza
Professeur des Écoles

À l'origine de cette étude

Déroulement inattendu d'une séance de formation de PE à l'IUFM de Cergy.

Ce qui était prévu

Séance sur la lecture et l'écriture des descriptions de figures géométriques.
Le groupe de PE est divisé en deux demi-groupes **A** et **B**.
Au sein des deux demi-groupes les PE travaillent en petits groupes (2 ou 3)



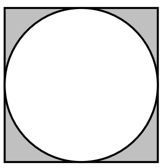
Dans chaque demi groupe :

- Les petits groupes dessinent une figure plane (variante : construisent un solide)
- Ils rédigent la description de leur figure (leur solide)
- Remettent la description à un petit groupe de l'autre demi-groupe
- Chaque petit groupe réalise la figure (le solide) correspondant à la description

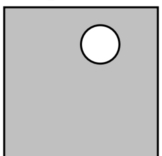
Finalement les réalisations sont confrontées aux modèles, et la mise en commun permet de mettre en évidence la nécessité d'un vocabulaire précis et non-ambigu.

Ce qui s'est passé

Les consignes ambiguës sont "corrigée" implicitement et donc bien interprétées :
"*Un cercle dans un carré*" est interprété comme ceci (i) ➔



et jamais comme cela (ii) ➔



D’où la nécessité, pour sauver la situation, de demander aux PE (receveurs de messages) de “faire les idiots”, c’est à dire chercher systématiquement à interpréter la consigne de la manière (ii) dont ne l’avait pas prévue les émetteurs.

Interprétation

Interprétation relativement élémentaire ➔ Le “Principe de charité” en communication ordinaire, lequel ne fonctionne pas dans la communication mathématique.

Or cela ne va pas de soi ; c’est une règle du jeu de la communication mathématique (“connaissance d’ordre II”, Drouhard 2002) qu’on n’a aucune chance d’apprendre si on ne nous la fait pas savoir.

➔ Il faut donc *modifier la consigne* pour que les participants enfreignent le principe de charité,

➔ et *institutionnaliser* cette connaissance (évidemment, de manière différente en CM et à l’IUFM) :
bien communiquer en mathématiques, c’est pouvoir toujours coincer son interlocuteur, même quand il “fait l’idiot”
(ici “faire l’idiot” consiste à interpréter de la manière la plus aberrante possible tout en respectant les consignes au pied de la lettre)

Conjecture (didactique)

La présence ou non de la consigne “faire les idiots” est une variable didactique de la situation de dictée de figures.

à l’époque, pas de mise à l’épreuve expérimentale de cette conjecture -

2001

L’influence de ce type de consigne sur l’apprentissage de la précision de l’expression dans les activités de figure a été le thème du mémoire de Régine Sigüenza (PE2 à l’IUFM de Nice en 2000-2001). Les deux classes choisies pour mettre en place l'expérimentation sont deux classes de CM2 (école St Philippe-Nice). Il s'agit des classes des deux directeurs, l'intérêt étant que la même modulatrice est chargée d'enseigner la géométrie dans les deux classes (que nous appellerons dorénavant “M1” et “M2” pour mixte1 et mixte2). Les élèves ont donc travaillé les mêmes notions, du moins durant l’année de l’expérimentation.

Première séance

Situation de découverte présentée dans *Objectif calcul - CM2*[1].

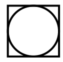
Mise en évidence les difficultés majeures rencontrées par les enfants (passage du registre des figures, à celui du discours mathématique) :

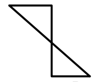
- Vocabulaire : “trait”, “ligne”, “droite”, “demi-droite”, ou même “petite barre” au lieu de “segment” ou “diamètre”, “rond” au lieu de “cercle” , “milieu du carré” (Notons quand-même que certains enfants parvenaient à s'exprimer très précisément au travers des questions qu'ils ont posé durant la séance, éprouvant ensuite des difficultés à l'écriture).
- Orientation de la figure dans le plan de la feuille ➔ confusions supplémentaires (“horizontale” et “verticale” au lieu de “perpendiculaires”, “diagonale” pour un segment qui n'est ni horizontal ni vertical.).

[1] Clavier Y., Bia J. & Maréchal C. (1988) *Objectif Calcul*, Hatier, Paris.

Deuxième séance

La classe est partagée en deux groupes (A et B). Chaque groupe est alors composé de binômes.

Une figure géométrique (fig. a) est proposée aux binômes du groupe A. 

Une figure géométrique différente (fig. b) est proposée aux binômes du groupe B. 

Chaque groupe de codeurs a pour consigne de se mettre d'accord sur la rédaction d'un message ne devant comporter aucun dessin, destiné à un autre groupe de deux élèves, à qui il doit permettre de reconstituer exactement la figure donnée. Une fois le message terminé, l'enseignant demande à tous les binômes de procéder à une vérification consistant à redessiner la figure eux-mêmes, à partir de leurs propres indications. Les figures géométriques distribuées sont alors ramassées, ne restent sur les tables que les programmes de construction. Les binômes procèdent à un échange entre groupes A et B et doivent construire la figure décrite par leurs camarades. Suit une mise en commun par groupe de quatre pour comparer les figures de départ à celles d'arrivée et tenter de comprendre ce qui n'a pas fonctionné.

Troisième séance

1re phase :

Chaque enfant doit inventer et construire une figure géométrique, puis écrire son programme de construction pour un camarade, en s’appuyant sur les critères définis lors de la séance précédente.

2ème phase :

Construire la figure à partir de son propre message. La consigne est alors différente pour chaque classe :

- M1 : relire et vérifier
- M2 : trouver une “figure incorrecte” répondant tout de même au message. (paraphrase : “jouer au *robots idiots*”)

3ème phase :

Échange des messages, réalisation des figures

4ème phase :

Regroupement pour verbaliser, critiquer et éventuellement réécrire le message une dernière fois

Quatrième séance

Évaluation finale, observation de la progression de chaque élève d’une part, et de comparer cette progression d’une classe à l’autre d’autre part.

Réalisation par les enfants du même travail que lors de la 1ère séance, à partir de figures différentes mais mettant en jeu les mêmes compétences.

Évaluation : critères

Comparaison des productions initiale (première séance) et finale (4ème séance) de chaque élève :

Deux critères :

- Précision et pertinence du vocabulaire employé
  3 valeurs :

A : le vocabulaire utilisé est approprié dans les deux messages
B : le vocabulaire est approprié seulement en partie
C : le vocabulaire est inapproprié en général

- Clarté globale du message à partir de la figure qu'il induit
  3 valeurs :
  A : programme induisant des figures correctes pour lesquelles on ne trouve pas de contre-exemple.
  B : programme ambigu mais susceptible de donner une figures correctes
  C : programme inachevé, incompréhensible, ou donnant une figure différente de la figure initiale.

Effectifs :

- Classe M1 : 27 élèves
- Classe M2 – ayant joué au *robots idiots* – : 25 élèves

Évaluation : résultats

En ce qui concerne le **vocabulaire**, plus d'un tiers des élèves de chaque classe a progressé ; progression très légèrement supérieure dans M2 que dans M1.

En ce qui concerne la **rigueur** du message, un quart des élèves de M2 ont progressé, contre un cinquième de ceux de M1.

Mais si l'on tient compte de la progression en général (**vocabulaire + description du message**) on observe une augmentation assez significative pour la classe M2 (48% d'élèves en progression) par rapport à la classe M1 (24%).

Bien entendu, ces résultats doivent être relativisés en tenant compte des faibles effectifs et de la courte durée de l'expérimentation. Certes, il n'y a rien de surprenant à ce qu'une majorité d'enfants progressent (en clarté et en vocabulaire) au fur et à mesure qu'ils participent à des jeux de message sur des figures géométriques. Néanmoins les divers indicateurs retenus (et d'autres non détaillés ici, par exemple le nombre d'enfants qui régressent, qui est plus faible dans M2) vont tous dans le même sens, à savoir que les enfants à qui on demande "de jouer aux robots idiots" progressent plus que ceux à qui on ne le demande pas.

Références Bibliographiques

DROUHARD J-Ph. (2002) : Les trois ordres de connaissances : un essai de présentation synthétique, à paraître dans les *Actes du Séminaire SFIDA* ; IREM de Nice.

DUVAL R. (1995) : *Sémiosis et Pensée Humaine, Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Berne : Peter Lang.

SIGÜENZA R. (2001) : *Influence des consignes dans les activités de dictée de figures au CM2*, Mémoire Professionnel PE2, IUFM de Nice.

SEANCE DE MOUVEMENTS GESTUELS

Public concerné : participants au colloque COPIRELEM

Séance proposée par Sylvie Grau, stagiaire PIUMF pour validation de formation initiale, le jeudi 16 mai 2002, Espace Arago à La Roche sur Yon

Jury : Conseil scientifique de l'ARPEME

<u>Objectifs</u>

- ✓ Que chaque participant essaye au moins de danser
- ✓ Que chacun ait l'occasion de se détendre après deux jours de travail acharné
- ✓ Création d'une autre dynamique de groupe basée sur la convivialité

<u>Modalités de mise en œuvre</u>

1. Situation problème

Création d'un milieu : concert du groupe BLEU NUIT (Sylvie au chant, Hervé à la guitare, Lolo à la batterie et Alain au chant).

Les participants devront donc danser sur des musiques connues ou reconnues, aussi bien que sur les compositions du groupe qui elles sont inconnues du public. Un groupe d'observateurs analysera et critiquera les productions.

ANALYSE A PRIORI

Plusieurs procédures sont envisagées :

- ✓ L'évitement. La personne reste à sa <place, décide de quitter la soirée, prétexte qu'il fait trop chaud…
- ✓ L'utilisation de procédures connues plus ou moins expertes allant de la station debout sans mouvement perceptible ou presque à des techniques déjà apprises (rock, slow,…)

Les musiques étant nouvelles, les danseurs devront donc s'adapter à des imprévus (changement de rythme, arrêts, re-départ…) d'où la nécessité de créer des mouvement nouveaux demandant des compétences liées à l'anticipation, la mémoire et la reconnaissance d'algorithmes (couplet, refrain…)

La mise en commun de procédures peut amener à des techniques institutionnalisées qui nous amèneront à des chorégraphies.

2. Réinvestissement

Retour à des musiques connues avec la soirée disco (avec Thierry à la sono). Les danseurs devront alors réinvestir les techniques nouvelles découvertes pendant la phase de découverte pour améliorer les savoirs anciens. Les chorégraphies devraient donc être plus nombreuses.

3. Evaluation

A 1 heure, une fiche bilan sera proposée pour que chaque participant puisse noter ce qu'il a retenu de cette séance.

<u>Contrat didactique</u>

On a le droit de ne pas danser. On a le droit de danser même si on ne sait pas. On peut le faire seul, à deux (couples mixtes ou non), ou en groupes de tailles illimitées. On peut "copier" sur les voisins. On peut s'arrêter à tout moment. On peut utiliser des aides : aller se rehydrater, chanter, frapper des mains… On peut acheter le disque de BLEU NUIT (9 euros) pour pouvoir continuer l'entraînement à la maison.

CHANSON DES IREM

Refrain

DANS LES IREM,
TRAVAIL OK, MAIS IL FAUT CHANTER
POUR MIEUX AIDER
TOUS LES COLLEGES UN PEU DESABUSES
DANS LES IREM
D'LA MATRENELLE, A L'UNIVERSITE
SANS HIERARCHIE
ON EST AMIS, ET ON AIME CHERCHER

Couplet 1

DEPUIS 18 ANS ON SE LE DIT
"L'AN PROCHAIN, Y'AURA PLUS DE CREDITS"
MAIS SI ON EST TOUSQ LÀ AUJOURD'HUI
ÇA DURERA PEUT-ÊTRE TOUTE LA VIE

Couplet 2

LES IREM Y'EN A A L'ETRANGER
BEAUCOUP PLUS QUE VOUS NE CROYEZ
UN'TRENTAINE ET CE N'EST PAS FINI
LES IREM TOUT LE MONDE LES ENVIE

Couplet 3

LA COPIRELEM C'EST BIEN CONNU
SES TRAVAUX SONT TOUJOURS BEAUCOUP LUS
A SON COLLOQUE ON PEUT TRAVAILLER
SANS OUBLIER DE S'AMUSER

André ANTIBI
La Roche sur Yon, le16 mai 2002

Les participants au Colloque COPIRELEM
La Roche sur Yon
Mai 2002

ANTIBI André	Toulouse
ARHEL Danièle	Antony
ASSUDE Teresa	Etiolles
AUBERTIN Jean-Claude	Besançon
AUCAGNE Jacques	Chartres
AUDEOUD Anne	Carouge - Suisse
AURAND Catherine	St Germain en L
BERGEAULT J François	Toulouse
BERTOTTO Anne	Massy
BIZ Annie	Soisy / Seine
BLOCH Isabelle	Pau
BOHN Isabelle	Rouen
BOLON Jeanne	Antony
BOULE François	Suresnes
BOUVATIER Chantal	St Germain en L
BREGEON Jean-Luc	Moulins
BRIAND Joël	Bordeaux
BRISSIAUD Rémi	Versailles
BUGNON Jean-Pierre	Carouge - Suisse
CANIVENC Bruno	Aix en Provence
CARRAL Michel	Toulouse
CATHALIFAUD Robert	Limoges
CAUVAS Madeleine	Massy
CHAMBRIS Christine	Etiolles
CHEVALIER Claudine	Melun
CLINARD Michel	Bordeaux
CORTHESY Muriel	Carouge - Suisse
COUSSON Bernadette	Besançon
DELORD Robert	Périgueux
DEPECKER Hervé	Toulouse
DEPREZ Michèle	Paris
DESCAVES Alain	Périgueux
DOUAIRE Jacques	Versailles
DROUHARD J-Philippe	Nice
DUCHET Jean	Paris 6
DUCREST-RAMEAU Mireille	Carouge - Suisse
DUPERRET Jean-Claude	Reims

DUVAL Alain	Bordeaux
EXCOFFON Yvonne	Troyes
EYSSERIC Pierre	Aix en Provence
FENICHEL Muriel	Bobigny
FERRIER Jean-Pierre	Vandoeuvre
FREMIN Marianne	Antony
GALISSON M. Pierre	Cergy
GAMO Sylvie	Bobigny
GAUCHE Patricia	Beauvais
GAUDEUL Alain	Lille
GAUDEUL Claire	Lille
GEORGE Jacques	Rouen
GIBEL Patrick	Pau
GIRMENS Yves	Perpignan
GOUSSARD Annick	Niort
GRAU Sylvie	Nantes
GRISONI Pascal	Chaumont
GRUGEON-ALLYS Brigitte	Beauvais
HEAULME François	Nantes
HERRY-GUILLEMOT A.Marie	Vannes
HILI Hélène	St Brieuc
HOUDEMENT Catherine	Mt St Aignan
HUET Marie Louise	Le Mans
IMBERT Jean-Louis	Tarbes
JAFFROT Michel	La Roche sur Yon
JOLLIVET Marie-Claire	Angoulême
JORE Françoise	Angers
KELHETTER Alain	Angers
KERLOC'H Anne	
KERMORVANT Erik	St Brieuc
KOBER Paule	Nice
KOSKAS Joël	Etiolles
KUZNIAK Alain	Strasbourg
LACAZE-ESLOUS Bernard	Jauhaux
LARGUIER Mirène	Montpellier

LAROSE Valérie	Les Ulis
LAURENCOT-SORGIUS Isabelle	Toulouse
LE NOST M. Hélène	St Germain en L
LEBRETON Jean-Claude	Blois
LEDUC Christian	Valenciennes
LELIAS Bernard	Draguignan
LEPOCHE Gaby	Rennes
LEVAILLANT Pascale	St Germain en L
MADEC Gwenola	Villetaneuse
MAGENDIE Laurence	Toulouse
MAGNE Pascale	Soisy / Seine
MAINGUENE Jean	Angers
MALLEN Annie	
MARTY Marilyne	Le Puy
MASSELOT Pascale	Melun
MASSOT Annick	Ste Luce sur Loire
MASSOT Christian	Ste Luce sur Loire
MATTI Brigitte	Carouge - Suisse
MAURIN Claude	Avignon
MENOTTI Guilaine	St Denis
MINIER Jean-Charles	Fondettes
MORIZOT-DELBREIL Brigitte	Mt St Aignan
NGONO Bernadette	Mont St Aignan
ORANGE Christian	Nantes
PARZYSZ Bernard	Orléans
PEDROLETTI J-Claude	Besançon
PELTIER Marie-Lise	Mt St Aignan
PENOT Jérôme	Niort
PEREZ Sylvie	Pau
PEZARD-CHARLES Monique	Melun
POULAIN Brigitte	Maronne
RANC Geneviève	Massy
RAPPENEAU Claudine	St Jean de Ruelle

RATIER Stéphane	La Réunion
RAUSCHER Jean-Claude	Strasbourg
REBIERE Maryse	Bordeaux
RENAUD Philippe	La Roche sur Yon
RENON Edith	Orléans
ROBIN Catherine	Nantes
RODITI Eric	Paris
RODRIGUEZ Ruben	Caen
ROSMORDUC Jean	
ROSSIGNOL Jean-Paul	La Glacerie
ROUSSIGNOL Nelly	Bonneuil
ROYE Louis	Lille-
SALIN Marie-Hélène	Bordeaux
SARROUY Michel	Mende
SAYAC Nathalie	Le Bourget
SCHMITT Marie-Josèphe	Cluses
SICARD Mireille	Rennes
SOSSA Liliane	Créteil
TAVEAU Catherine	Bonnueil
TERRIER Suzanne	Brieuc
TIENNOT Luc	Bastia
TIGROUSSINE Brahim	Les Pieux
TOROMANOFF Jean	Orléans
TORRENT Raymond	La Roche sur Yon
TOURNIER Gérard	Albi
VANNIER Marie Paule	Moissy
VERBAERE Odile	Lille
VERCKEN Dominique	St Germain en L
VERDENNE Dominique	Le Bourget
WIERUSZEWSKI Patrick	Blois
WILLHELM Christian	St Brieuc
WINDER Claire	Draguignan
ZARAGOSA Serge	Créteil
ZIN Isabelle	Etiolles

Auteurs : travail collectif coordonné par la COPIRELEM

Titre :

Actes du XXIXème Colloque Inter-IREM
des formateurs et professeurs de mathématiques
chargés de la formation des maîtres

Public concerné : Professeurs de mathématiques et formateurs chargés de cette discipline pour le premier degré

Résumé : cette brochure contient les textes de la table ronde, de la conférence et des communications de recherches ainsi que des compte-rendus des ateliers du colloque qui s'est déroulé à La Roche sur Yon du 15 au 17 mai 2002.

Mots-clés : didactique des mathématiques, enseignement et apprentissage, formation des maîtres, école élémentaire

Editeur :

IREM des Pays de la Loire
2, rue de la Houssinière
BP 92208
44322 NANTES Cedex 3

Responsable de la publication :
Anne-Marie CHARBONNEL,
Directrice de l'IREM des Pays de la Loire
mél : direm@irem-hst.univ-nantes.fr

Date : mai 2003

Nombre de pages : 350

Prix : 22 euros