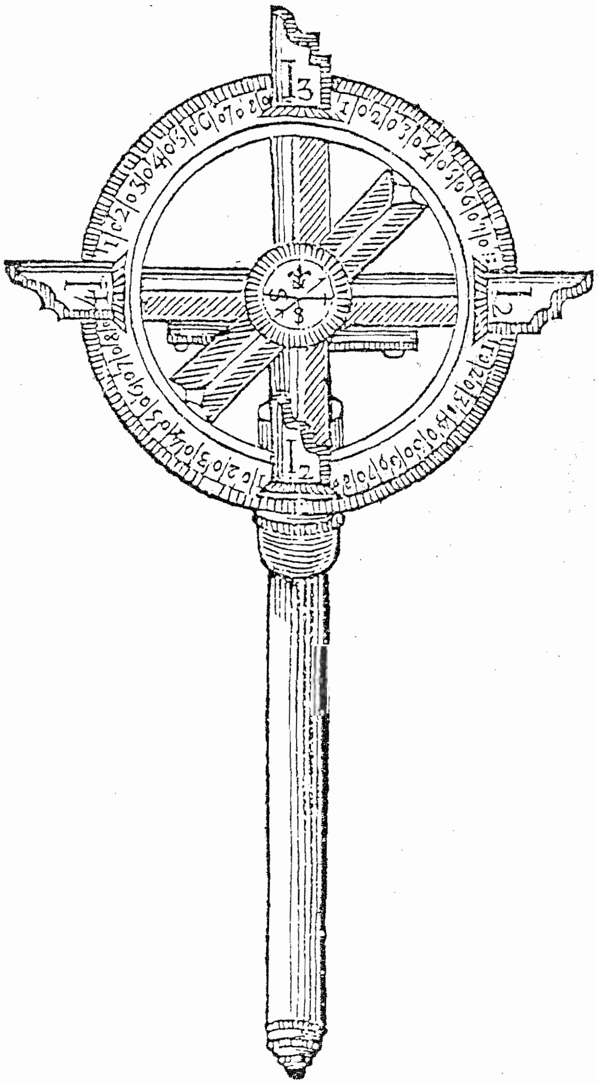
IREM de Lille

COPIRELEM

XXIIème Colloque inter IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres

Douai - 15, 16, 17 mai 1995

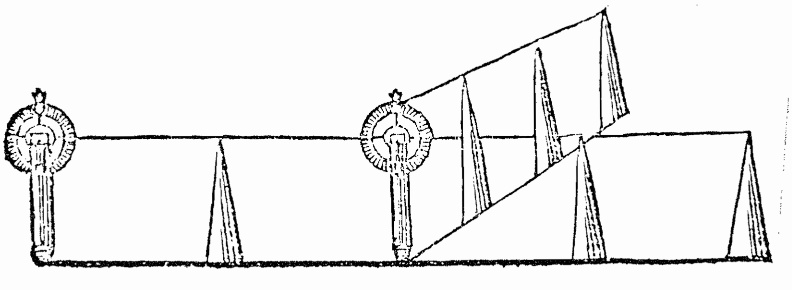


ACTES

Nous tenons à remercier

la Direction des Écoles,
la Municipalité de Douai
et le Conseil Général du Nord

pour l'aide financière qui a permis le bon déroulement du colloque et la publication de ces actes.



Illustrations extraites d'un manuel d'arpentage des "porions" d'une compagnie minière du Nord

Sommaire

COMPTES-RENDUS DES ATELIERS A

COMPTES-RENDUS DES ATELIERS B

Mesdames et Messieurs,

Je suis très heureux de vous présenter la bienvenue à ce XXIIème Colloque inter-IREM des Professeurs et Formateurs de Mathématiques chargés de la formation des maîtres.

Tout d'abord, je tiens à remercier les professeurs, les inspecteurs et les autorités ainsi que leurs représentants qui ont bien voulu honorer de leur présence cette séance inaugurale.

Je remercie Monsieur Natali, directeur du Centre de Douai de l'IUFM Nord - Pas-de-Calais, qui accueille ce colloque ainsi que son secrétariat pour le support organisatif.

Je tiens à remercier spécialement Monsieur Denis Butlen, responsable national de la COPIRELEM et Monsieur Henri-Patrice Delègue, animateur à l'IREM de Lille, chargé de l'organisation du colloque.

Je tiens à exprimer mes remerciements au personnel du secrétariat et du service audiovisuel de l'IREM de Lille, toujours très généreux dans ses efforts au moment des colloques.

En tant que directeur de l'Institut de Recherche sur l'Enseignements des Mathématiques de Lille, je tiens à souligner ici rapidement la spécificité de notre institut.

Les IREM - car il y en a un par Académie - sont constitués en réseau, nationalement coordonné, tant administrativement, que du point de vue de la recherche (commissions inter-IREM nationales).

L'IREM de Lille consacre une partie de son potentiel à la formation continue des enseignants de mathématiques (dans le cadre de la MAFPEN, en collaboration avec les IPR, dans les GFE (Groupe de Formation en Établissement), ou de façon autonome).

L'expérience et le savoir construits depuis plus de 20 ans, l'ont porté naturellement à s'impliquer dans la formation initiale des maîtres et la partie plus professionnelle de celle-ci (par exemple la préparation des mémoires professionnels) en collaboration avec l'unité de recherche et de formation des formateurs de l'IUFM.

Les piliers de l'IREM sont les animateurs du secondaire qui travaillent avec passion et enthousiasme, selon leur domaine de recherche, avec un ou plusieurs enseignants du supérieur.

À l'IREM de Lille, il y a aussi l'intervention d'autres enseignants du supérieur, dans le cadre d'un stage intitulé Colloquium organisé en collaboration avec la MAFPEN de Lille. Lors de ce stage, les chercheurs expliquent de manière simple, certaines idées nouvelles apparues récemment dans la recherche en mathématiques (dernier théorème de Fermat et sa démonstration, tant pour citer un exemple).

En effet, même si trop souvent on l'oublie, l'abstraction en mathématiques provient toujours du besoin de résoudre des problèmes posés à une étape donnée de la pensée.

C'est pourquoi, il est propre aux gens qui ignorent la genèse de nouvelles définitions et des nouveaux théorèmes de s'acharner contre un soi disant "pouvoir des mathématiques et de l'abstraction liée à cette discipline".

Ainsi, ils cherchent toute occasion pour démolir une des disciplines les plus antiques de l'humanité et dont l'évolution a permis aux sciences appliquées de connaître le progrès qui est sous les yeux de tout le monde.

Les mathématiques rendent en arrière - si je peux m'exprimer ainsi - l'effort produit par la multitude des chercheurs, en donnant l'image d'une discipline où l'effort de la rigueur, la lucidité, la curiosité, la fantaisie, la profondeur et l'honnêteté de la pensée prennent la partie centrale de ce magnifique tableau.

Pour toutes ces raisons, qui me semblent de valeurs sûres à transmettre à nos élèves, mon souhait est que cette conscience soit présente aussi au niveau des pouvoirs publics qui financent ces efforts de recherche.

Ainsi, j'espère que la collaboration entre les IREM et les pouvoirs publics puisse s'améliorer davantage chaque année, dans l'intérêt du système éducatif et surtout des élèves.

En particulier, je lance un appel : que la famille des animateurs de l'IREM de Lille puisse s'agrandir en recrutant davantage des enseignants de l'école primaire, avec l'aide, bien évidemment, des Inspecteurs d'Académie et des Inspecteurs de l'Éducation Nationale. Concrètement, les inspecteurs pourraient autoriser deux ou trois enseignants d'école primaire de notre académie à rajouter une ou deux heures à leurs service normal, pour venir le mercredi à l'IREM afin d'effectuer leur recherche.

Je souhaite de tout mon coeur que cela puisse se réaliser dès la rentrée prochaine car il y a beaucoup de travail à faire au sujet de l'école primaire. Beaucoup de thèmes de recherche seront soulevés pendant ce colloque.

Il me reste donc qu'à souhaiter que ce colloque soit un moment riche d'échanges d'idées et de vous remercier de votre aimable attention.

Valerio VASSALLO
Directeur de l'IREM de Lille

Mesdames et Messieurs,

Je remercie pour leur présence à ce colloque et pour leur aide financière, les représentants de la ville de DOUAI et du Conseil Général.

Je remercie également le Directeur du centre de DOUAI ainsi que toute l'administration et le personnel du centre pour son accueil.

Je remercie également le Directeur de l'IUFM du Nord - Pas-de-Calais pour avoir accepté d'accueillir dans les locaux de l'institut ce XXIIème colloque.

Je remercie Monsieur Corrieu, Inspecteur Général pour sa présence et sa participation à nos travaux.

Je remercie évidemment le Directeur de l'IREM de Lille pour le soutien logistique et scientifique que l'IREM nous a apporté.

Enfin, je remercie tous les participants à ce colloque pour leur participation.

Ce colloque est le XXIIème colloque inter IREM organisé par la COPIRELEM. Chaque année, il réunit environ un formateur de mathématiques sur trois ou sur quatre intervenant dans la formation des professeurs d'école.

C'est un lieu d'échanges et de réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et maternelle et sur la formation des maîtres. C'est un moment important dans la diffusion des recherches, des expériences et des pratiques de formation, il permet également à tous les formateurs des IUFM du premier degré de réguler leur action.

Ce colloque annuel réunit cette année plus de 130 personnes, le compte n'est pas encore définitif. Nous comptons notamment la participation de :

- *universitaires*
- *PIUFM*
- *IEN*
- *IMF et IMFAIEN*
- *professeurs de collèges et lycées*
- *directeurs d'IUFM*

Chaque année ce colloque donne lieu à la publication d'actes.

Ce colloque est donc organisé par la COPIRELEM, commission inter IREM, commission permanente des IREM sur l'enseignement élémentaire.
Pour ceux qui ne connaissent pas son action, permettez-moi de rappeler que la COPIRELEM, depuis 22 ans, coordonne les recherches effectuées dans les différents IREM sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.
Ces recherches sont des travaux d'équipes regroupant différentes catégories d'enseignants : instituteurs, professeurs d'IUFM, universitaires et parfois des professeurs de collèges ou lycées.

Dès le début de l'action des IREM, ces recherches sur l'enseignement élémentaire ont été liées à une réflexion approfondie sur la formation des maîtres.

La commission a ainsi contribué à créer des liens très étroits entre les IREM et les anciennes écoles normales. Ces relations se sont maintenues après la création des IUFM.

La COPIRELEM a produit ou participé à la rédaction de 36 brochures. Cela constitue un travail très important. Ces productions témoignent de l'expérience accumulée par les différents formateurs intervenant ou réfléchissant sur la formation des professeurs d'école et sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. En particulier, ces productions constituent une part importante de la mémoire écrite des professeurs de mathématiques des écoles normales.

Depuis sa création en 1973, la COPIRELEM a donc produit 36 brochures dont 19 actes du colloque annuel des formateurs en mathématiques des instituteurs, 10 brochures destinées aux maîtres de l'école élémentaire, les actes d'un colloque CM2-6ème de Toulouse, 5 brochures destinées à la formation en didactique des mathématiques des maîtres du premier degré et une brochure destinée à présenter la commission dans un congrès international (CIEM)

- les 9 brochures intitulées : "Aides Pédagogiques " (diffusées par l'APMEP) :

- Elem-Math I : "La mathématique à l'école élémentaire" (1972)
- Elem-Math II : "la multiplication des naturels à l'école élémentaire" 1974
- Elem maths III : "La division à l'école élémentaire"
- Elem maths IV : "Aides pédagogiques pour le cours préparatoire"
- Elem maths Elem maths V "Aides pédagogiques pour le cours élémentaire"
- Elem maths VI : "Le triangle à l'école élémentaire"
- Elem maths VII: "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 1 : géométrie (1985)
- Elem maths VIII : "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 2 : nombres décimaux" (1985)
- Elem maths IX : "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 3 : situations-problèmes" (1986)

- Les 18 actes des 21 colloques annuels de la COPIRELEM (diffusion assurée par l'IREM de l'académie d'accueil) :

Orléans (74), Alpes d'Huez (75), Nice (76), Plestin les Grèves (77), Auberive (78), Bombannes (79), Clermont (80), Le Touquet (81), Blois (82), Antibes (83), Guetwiller, (84) Guéret-Quimper (85/86), Angers (87), Rouen (88), Bordeaux (89), Paris (90), Nice-Besançon (91/92), Aussois (93), Chantilly (94)

- Les actes du colloque liaison CM2-6ème de Limoges (IREM de Limoges)

- Les 5 documents pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs d'école :

- Actes de la première université d'été des formateurs d'instituteurs, Olivet - juillet 1988, IREM de Bordeaux (1990)
- Actes du stage national de Cahors - mars 1990 (IREM de Paris VII, 1991)
- Actes du stage national de Pau - mars 1991 (IREM de Bordeaux, 1992)
- Actes du stage national de Colmar - mars 1992 (IREM de Paris, 1993)
- Actes du stage national d'Angers - mars 1995 (IREM de Nantes, à paraître en septembre 1995)

- Une brochure "mixte" sur la proportionnalité destinée à la formation des instituteurs et proposant des activités pour les élèves de l'école élémentaire : "La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée..." IREM de Rouen (1987)

- Une brochure internationale : La COPIRELEM, CIEM d'Adélaïde (Australie, 1984)

De plus, la COPIRELEM contribue chaque année au recueil des sujets des annales du concours des Professeurs des Écoles éditées par l'IREM de Bordeaux et participe activement à la diffusion de ce document précieux pour les étudiants et les formateurs.

Chaque année la COPIRELEM organise un stage de formation continue des formateurs en mathématiques des professeurs d'école ayant pour objectif central la rédaction de documents pour la formation en didactique des mathématiques des PE. Cette année ce stage aura lieu à Rennes, dernière semaine de mars 96 et sera centré sur le thème des élèves en difficulté.
Je vous engage dès maintenant à surveiller le B.O.E.N pour pouvoir vous y inscrire.

Le colloque comporte plusieurs types d'activités :
- une intervention de Monsieur Corrieu, Inspecteur Général de mathématiques concernant les nouveaux programmes de l'école élémentaire
- deux conférences dont le but est de faire le point sur les dernières recherches sur la mémoire d'une part, sur la didactique des sciences physiques d'autre part
- un séminaire permettant à des chercheurs en didactique des mathématiques de présenter leurs derniers travaux sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire
- deux types d'ateliers : des ateliers A dont les thèmes de travail sont centrés sur l'école élémentaire et maternelle ou sur les stratégies de formation en PE2 et en formation continue et des ateliers de type B, plutôt de type échanges et traitant de questions plus conjoncturelles ou d'organisation liées à la formation.

Je rappelle aux participants que le premier type d'ateliers est sous la responsabilité de l'animateur qui peut décider de la forme de travail adopté : exposé, travail de groupe à partir d'un apport d'informations au départ...
Le compte-rendu de l'atelier est sous la responsabilité de l'animateur et d'un rapporteur choisi parmi les participants dès la première séance.
Les ateliers de type B sont plutôt des ateliers d'échanges dont le compte-rendu est sous la responsabilité de l'animateur.

Je vous rappelle la nécessité de prévoir rapidement les textes à publier.

Je vous souhaite un bon séjour à tous et je vais passer la parole à Henri Delègue pour des informations plus précises concernant les horaires, les salles, les repas, la soirée et les visites éventuelles...

Denis BUTLEN
Responsable de la COPIRELEM

CONFÉRENCES

LES SYSTÈMES DE MÉMOIRE : L'ORIENTATION DES RECHERCHES ACTUELLES

Marie-Geneviève SÉRÉ
Professeur de Didactique des Sciences Expérimentales
Université de Paris XI - Orsay

INTRODUCTION

Le point de vue adopté ici est celui de l'utilisateur de recherches sur la mémoire. Il ne s'agira donc pas du discours du spécialiste, mais de celui d'un didacticien qui trouve dans les sciences cognitives un enrichissement réel des analyses et des modélisations que la didactique produit des faits d'enseignement, et particulièrement des processus d'apprentissage.

Vers quelles disciplines de la nébuleuse des sciences cognitives, le didacticien peut-il se tourner? En premier lieu vers la psychologie cognitive. Elle a pour thème d'étude la représentation mentale des connaissances, l'acquisition des connaissances, et donc la mémoire dès qu'une composante temporelle s'ajoute à ces thèmes d'étude. Cependant les résultats de la psychologie cognitive intéressent la neurophysiologie ainsi que l'informatique: l'une et l'autre discipline fournissent des modélisations qui s'enrichissent des tentatives de convergence avec la psychologie cognitive. C'est ainsi qu'il y a eu récemment un colloque organisé à Orsay sur le thème "Les mémoires" qui a rassemblé des chercheurs de psychologie, informatique et neurophysiologie, dans le but d'échanges et de confrontations de résultats. Nous irons donc rapidement voir le type de résultats de ces disciplines que l'on peut prendre en compte.

Ce sera donc le plan de cet exposé: nous regarderons les apports successifs de la psychologie cognitive au fur et à mesure des modélisations qu'elle a proposées de la mémoire, puis les apports, par comparaison, de l'informatique et de la neurophysiologie. Nous chercherons alors si des recherches concernent des applications à la pédagogie, et par conséquent, ce que le didacticien et l'enseignant peuvent en attendre.

CHAPITRE 1
Les modélisations de la mémoire par la psychologie cognitive

Si l'on regarde l'évolution de la psychologie, on passe par différentes modélisations qui sont plus ou moins fécondes pour l'étude de la mémoire. Durant les années 30, le béhaviorisme, par son principe même, s'est écarté de ce type d'études. Il refusait en effet de faire des hypothèses sur les états mentaux internes, en prenant pour objet d'étude les relations "stimulus-réponse" chez l'animal et chez l'homme.

Dans les années 50, on sait que la psychologie a cherché à exploiter la métaphore de l'ordinateur pour décrire le fonctionnement mental, métaphore qui a nécessité un certain découpage, dit modulaire, de la fonction de mémorisation. C'est le paradigme du traitement de l'information. L'évolution actuelle [Richard 1990] consiste à considérer le fonctionnement cognitif humain comme celui d'un système et cherche à dépasser le découpage de la psychologie en secteurs (mémoire, attention, motricité, etc.). L'objet d'étude est alors l'intervention de la mémoire (trace du passé) dans les activités mentales, considérées comme étant dirigées par les connaissances (qualifiées alors comme allant du haut: les connaissances, vers le bas: les stimuli extérieurs), à l'exclusion des activités cognitives allant de bas en haut comme la perception. Cette vision systémique de l'activité mentale ne peut cependant se passer du vocabulaire modulaire. Nous envisagerons donc successivement les deux types de modélisation.

1.1 - Le paradigme du traitement de l'information : la mémoire pour elle-même

On postule ici l'existence de modules effectuant des traitements spécialisés qui n'ont accès qu'à une partie de l'information disponible dans le système. Ces modules seraient autonomes et imperméables à ce qui se passe dans les autres parties du système. On laisse ici de côté les activités non modulaires qui sont sensibles à la situation, la tâche, etc . et qui produisent des effets de contexte. Il s'agit alors de décrire l'architecture de la mémoire, comme on décrit l'architecture d'un ordinateur, description statique des fonctions qui composent la mémoire, en terme de modules. Ces modèles sont dits computo-symboliques.

Différentes architectures ont été décrites, plus ou moins complexes (Johnson-Laird 1988). La figure 1 donne une schématisation simple, utile en tant qu'elle introduit les notions fondamentales de Mémoire à Long Terme (MLT), Mémoire à Court Terme (MCT) et mémoire de travail (WM pour "Working Memory"). La figure 2 en donne une représentation proche mais plus complexe, élaborée par Anderson (Adaptative Control of Thought) qui a pu servir de modèle pour simuler sur ordinateur certains processus cognitifs. Comme tout modèle ils ont un champ d'application limité.

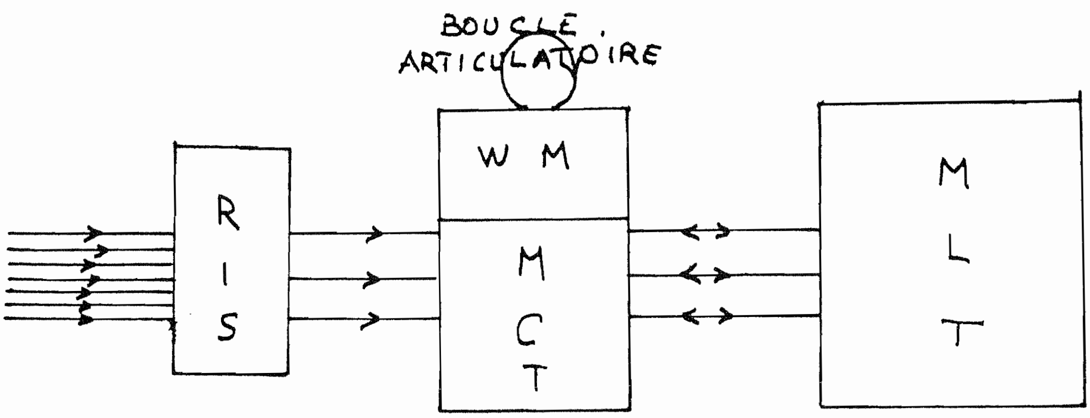


Figure 1: Un schéma simple de la mémoire comme traitement de l'information

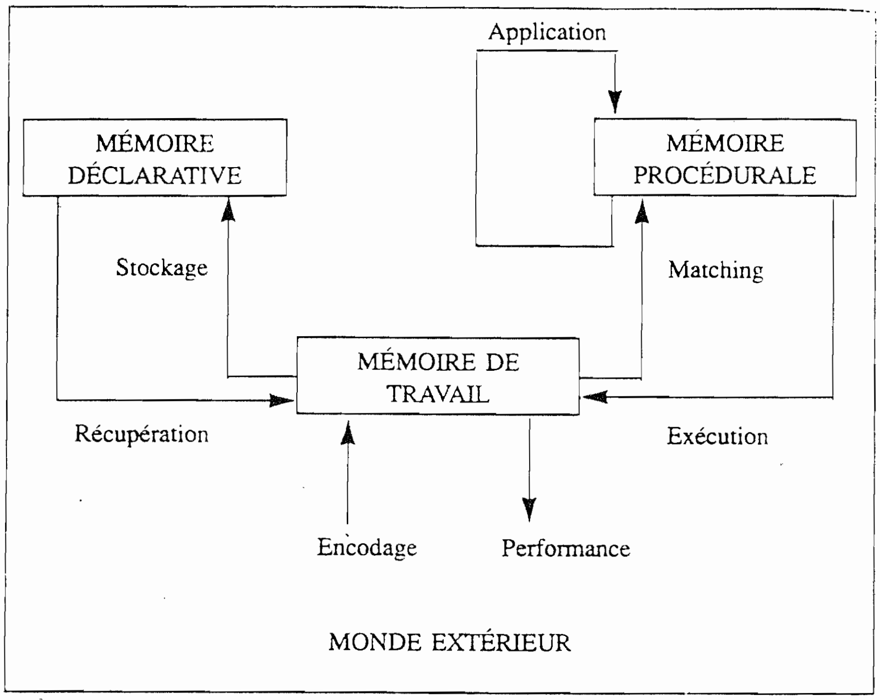


Figure 2 : Le modèle de la mémoire ACT
(d'après J.R. Anderson, cité par Richard & al. 1990)

Les flèches de ces deux schémas n'ont pas la même signification : dans le modèle ACT, elles représentent des opérations cognitives. Dans le schéma 1, que nous allons commenter, elles représentent des éléments d'information sous différentes formes. Ainsi les flèches les plus à gauche sont des perceptions. On les a représentées nombreuses pour rendre compte du fait que c'est l'ensemble des informations sensorielles qui nous parviennent. Elles sont maintenues dans le Registre d'Information Sensorielle, le temps qu'elles soient traitées par le cerveau (de l'ordre de 300 ms), et encodées. L'opération d'ENCODAGE est une opération fondamentale: elle rend compte du fait que nous ne pensons pas sur la réalité mais sur les représentations que notre cerveau en forme. On en repère de nombreuses manifestations. Par exemple, il est devenu banal de remarquer, comme l'a montré Piaget, que les enfants ne dessinent pas des objets comme ils les voient: ils codent l'information et c'est ce codage qui est reproduit dans le dessin. Piaget l'a montré pour un ensemble de baguettes rangées par longueurs décroissantes : à 3 ans les enfants les dessinent dans un ordre quelconque.

Cet encodage commence dès après le Registre d'Information Sensorielle et continue tout au long des transformations que subit l'information avant de parvenir en Mémoire à Long Terme. L'encodage constitue un filtre sélectif de l'information (on a représenté des flèches moins nombreuses à ce niveau) en même temps qu'une transformation: le codage est à ce niveau visuel ou auditif, de façon éphémère semble-t-il, et principalement auditif pour la plupart des individus. C'est sous cette forme que l'information parvient à la Mémoire à Court Terme. La MCT a une capacité limitée, que l'on appelle l'EMPAN (les premières estimations, il y a moins de vingt ans, étaient de 7, chiffre magique!, éléments dénués de lien logique), et un temps de rétention très court, de l'ordre de 20 secondes. L'autorépétition permet de maintenir l'information plus longtemps en MCT. La capacité peut être augmentée par une organisation donnée au matériau à mémoriser (Par exemple "mais où et donc or ni car", prend une seule "place" dans la MCT alors qu'une liste de sept conjonctions dans un ordre quelconque en prend sept).

L'augmentation de la CAPACITÉ de la MCT est particulièrement importante, car les chercheurs lui reconnaissant un lien étroit avec la Mémoire de Travail. Ce serait là, avec ce que nous avons "présent à l'esprit", que nous pourrions raisonner. Il est donc important de structurer les informations qu'il faut articuler en raisonnements. On définit parfois une structure plus complexe de la MCT en faisant intervenir un "processeur central" qui peut augmenter la capacité de stockage. Cela rend compte du fait que l'empan est dépendant de la connaissance du domaine, l'identification rendant l'encodage plus rapide. Des travaux (Sternberg 1966, cité par Richard 1990) semblent indiquer que c'est de façon linéaire qu'on "parcourt" le contenu de la WM.

La MCT est également liée à l'expression orale, ce qu'on représente par une boucle articulatoire partant et revenant à la MCT, ou la WM, suivant que les chercheurs les considèrent ou non comme confondues. Cela rend compte du fait que l'empan est dépendant de la facilité de prononciation: les confusions en mémoire sont en effet plus de nature acoustique que sémantique.

L'information continue à être traitée après la MCT quand elle parvient (volontairement ou involontairement) dans la Mémoire à Long Terme. Le temps de mise en MLT volontaire n'est pas négligeable: de l'ordre de 10 secondes. L'information subit à nouveau un encodage que l'on définit dans les recherches les plus récentes (Lieury 1991) comme verbal ou imagé. Pour décrire le STOCKAGE de l'information dans la MLT, on fait souvent appel à la métaphore du rangement d'un livre dans une bibliothèque. Elle tente d'exprimer que le rangement est d'autant plus efficace, et on pourra retrouver le livre / l'information d'autant mieux qu'il a été plus intelligent. On rend ainsi compte de l'efficacité de différents traitements en profondeur quand on s'efforce de mémoriser, ainsi que de l'importance de se servir de ce qui est déjà connu et stocké pour apprendre. Ce point important est repris par les recherches dont plus parlons ci-dessous.

1.2 - La structure des connaissances dans la MLT

Cette description rapide permet de définir la MCT, la MLT et la WM, et rend compte d'un certain nombre de faits. Elle soulève une question incontournable : comment les connaissances de toutes sortes, les informations sont-elles stockées dans la MLT ? Pour rendre compte de la complexité du matériau mémorisé, on parle de différentes sortes de mémoire: sémantique, épisodique, verbale, iconique, lexicale, générique, etc. On ne peut éviter pour comprendre ce qu'est la mémoire, de tenter de modéliser le contenu de la MLT. Le problème est difficile et peut être approché au prix de simplifications. Il est certain que le modèle computo-symbolique décrit ci-dessus, suggère une certaine fixité, une certaine rigidité, accompagnée de passivité de la MLT. Des modèles alternatifs chercheront cependant à rendre compte du fait que la MLT n'est pas passive. Voyons ici comment les psychologues et certains informaticiens représentent les informations en LMT.

a) le procédural et le déclaratif

Une distinction entre le "savoir" et le "savoir-faire" conduit à cette distinction, qui s'avère opérationnelle en informatique. Elle l'est moins en didactique (quoiqu'utile en résolution de problèmes), où on voit couramment le procédural se transformer en déclaratif et réciproquement. C'est par exemple la dialectique outil-objet décrite par R. Douady (1986).

b) les réseaux sémantiques

Il s'agit ici de représenter les concepts par des réseaux, avec des liens entre concepts qui marquent par exemple l'appartenance à une classe, quand elles sont définies en extension (le concept canari est un sous-ensemble du concept oiseau), ou encore l'héritage des propriétés quand elles sont définies en intension (le canari "hérite" des propriétés de l'oiseau qui est ovipare, vole, etc.). Ce genre de réseau est malheureusement un peu trop simpliste pour au moins deux raisons :

- le canari a les propriétés de l'oiseau, mais qu'en est-il de l'autruche qui ne vole pas ? On peut rendre compte de nombreux processus de pensée par le concept de typicalité: on s'aperçoit que la pensée parcourt plus vite les branches d'un réseau pour certains exemplaires du concept dits typiques: à "oiseau" on attache plus volontiers l'image d'un canari que d'une autruche, à "fruit", on attache plus volontiers l'image de pomme que de tomate, etc.

- en didactique des sciences, on remarque que les réseaux sémantiques sont adaptés à la représentation de concepts catégoriels, mais pas du tout à celui de concepts relationnels. C'est ainsi que la température, la pression, etc. sont des concepts intégrateurs, unifiant les interprétations de plusieurs expériences. Au long de l'apprentissage, ils s'enrichissent peu à peu au fur et à mesure que l'apprenant établit par eux des liens entre les situations. Ils se prêtent mal à la représentation en réseaux sémantiques.

c) les plans, buts, schèmes, "goals", "frames" en anglais, etc.

Différents auteurs ont introduit ces notions qui sont des ensembles complexes de représentations qui structurent l'action, et qui ont une plus grande complexité qu'un concept. Ils forment un tout en tant qu'ils sont récupérés en blocs dans la MLT.

Les modélisations développées à propos de la structure des connaissances en MLT devraient évoluer pour mieux rendre compte des processus de récupération en MLT. Par exemple, on a mis en lumière des phénomène d'"amorçage sémantique" (amorçage par le sens), ou encore qu'il est plus rapide de reconnaître qu'il y a une corrélation entre des concepts, que de reconnaître la corrélation elle-même. On montre également que, alors que la récupération en MCT est un processus linéaire, la récupération en MLT est de nature non séquentielle, en ce sens qu'on a accès à plusieurs informations à la fois. Le contexte influence fortement cette récupération.

On peut alors se demander si les modèles computo-symboliques ont une utilité, malgré leur limites. En EIAO par exemple ils sont indispensables, puisqu'il faut disposer d'un modèle de l'élève, et d'une interface machine utilisateur. Pour les élaborer il faut se donner une image informatisable de l'intelligence et de la mémoire. Par ailleurs l'expérience montre que cette modélisation ne laisse rien échapper d'implicite dans les processus de pensée. L'élaboration de logiciels d'entraînement à la résolution de problèmes a montré l'intérêt de cette mise à jour de l'implicite.

1.3 - la mémoire en interaction avec d'autres fonctions de l'intelligence

Nous allons montrer comment la mémoire intervient dans quelques activités intellectuelles comme la compréhension et le raisonnement. Les travaux actuels privilégient cette complémentarité.

1.3.1 - la compréhension

De nombreuses définitions ont été données de la compréhension. Le traité de psychologie cognitive (Richard et al. 1990) en donne une actuellement qui la lie clairement à la mémoire, qui utilise le concept de représentation (état mental interne) ainsi que ceux de situation et de tâche (influence du monde extérieur).

"Comprendre, c'est construire une représentation, c'est-à-dire élaborer une interprétation qui soit compatible avec les données de la situation (....), avec la tâche à réaliser et avec les connaissances qui sont en mémoire".

Il s'agit donc d'une construction avec le contenu de la MLT, fortement dirigée par les besoins de la tâche. Les didacticiens des sciences se retrouvent assez bien dans cette définition de la compréhension, puisque la plupart se situent actuellement dans le paradigme du constructivisme, qui insiste sur le fait que l'acquisition des concepts est une construction, personnelle en tant qu'elle utilise ce que chacun a en propre dans sa MLT.

Cette construction utilise par exemple ce que nous avons appelé des schémas existant dans la MLT. Richard (1990) donne l'exemple d'un texte mettant en scène la rencontre dans un bar d'un homme et d'une femme qui ne se sont pas encore avoués qu'ils étaient amoureux. La situation de rencontre, leurs gestes et leurs paroles activent fortement les schémas "bar", "tomber amoureux", etc... malgré de nombreux implicites. C'est donc bien le contenu de la MLT qui fait comprendre ce texte. Des expériences mettent en lumière les éléments que le lecteur ajoute au texte quand il en construit une signification. On parvient ainsi à ce résultat important du lien puissant entre mémoire et signification.

L'interprétation de la compréhension comme construction d'une signification à partir de schémas de la MLT donne à l'erreur un statut original: c'est la mobilisation d'un schéma inopérant. C'est ainsi qu'on peut caractériser la compétence des experts d'un domaine par l'adéquation des schémas qu'ils mobilisent. On peut alors montrer que ce sont des traits de surface qui provoquent la mobilisation de schémas chez les novices. Ainsi s'explique les difficultés de lecture d'énoncés qui n'ont rien à voir avec le fait que "Les élèves ne savent pas lire!"

On montre ainsi l'importance de la phase de représentation du problème dans la résolution, ainsi que l'intérêt de constituer en MLT un ensemble de schémas et de représentations opérationnelles. Toutes les fois qu'on fait une figure pour un problème de géométrie, on choisit forcément un cas particulier, en espérant qu'il "représente" bien le cas général. On puise dans ses représentations.

La mémoire est également impliquée dans la compréhension toutes les fois qu'il y a utilisation d'une analogie. On sait qu'un tel mécanisme implique un domaine source et un domaine cible, qui est celui à comprendre. L'analogie ne peut être efficace que si le domaine source est lui-même compris, implanté dans la MLT. Elle est très utilisée dans l'enseignement. Mais quand elle surgit spontanément, l'analogie se décrit en terme de modèle mental, constitué dans la WM à la suite de l'interaction avec le contexte. De nombreux travaux ont porté sur l'efficacité et les effets pervers de l'analogie

1.3.2 - le raisonnement

Il est de nature différente suivant qu'il a une visée épistémique (constitution d'un savoir) ou une visée pragmatique (décision et réalisation d'une action). Dans les deux cas la mémoire est impliquée dans le raisonnement. En effet on peut considérer que les règles de la logique fonctionnent en général de façon satisfaisante sur des prémisses qui, elles, doivent beaucoup à la situation et la tâche comme pour la compréhension. Ici aussi, on peut parler de modèles mentaux qui se forment dans la WM et dont la pertinence détermine la validité des prémisses et donc de l'inférence. Les raisonnements à visée pragmatique semblent de plus être dirigés en priorité par l'obtention d'un résultat, au détriment de la considération des pré requis pour assurer la validité du raisonnement.

Les raisonnements qui ne sont pas du ressort de l'automatisme sont construits dans la WM. La MLT intervient en tant que sont également utilisés des schémas de raisonnements en place dans la MLT. On pourrait croire en effet qu'on peut enseigner un outil général d'inférence: la logique, et que les sujets pourraient l'appliquer à tous les domaines efficacement. Il n'en est rien. Les sujets appliquent bien la logique aux domaines qu'ils connaissent mieux. Tout se passe comme si les raisonnements effectués laissaient une trace dans la MLT. On peut alors de demander si les raisonnements ne se font pas plutôt par appariements avec les raisonnements en situation stockés dans la MLT.

CHAPITRE 2
Les autres sciences cognitives

2.1 - La neurophysiologie

Cette discipline s'intéresse comme la psychologie cognitive, d'une part à la théorie selon laquelle la mémoire n'est pas un système unitaire, d'autre part au fait que les signaux de nature différente (visuels, verbaux, etc.) subissent des traitements différents. Ici la dissociation des systèmes est induite d'observations qui suivent des lésions ou des traitements pharmacologiques localisés. D'après Jaffard (1995) cette direction de recherche date de la fin des années 50 quand Scoville et Milner mirent en évidence que la résection d'une partie des lobes temporaux entraînait l'amnésie. Le but n'est pas de lister ici les apports de telles recherches mais plutôt de faire sentir qu'il existe certaines similitudes entre les résultats de la psychologie et de la neurophysiologie. Il faut noter que les conclusions que l'on peut tirer de ces travaux sont rendus difficiles par le fait que

- une lésion cérébrale localisée peut avoir des répercussions sur des éléments non lésés
- on assiste à des phénomènes de transfert: une région du cerveau peut prendre le relais pour une fonction quand son siège a été lésé.
- une lésion ponctuelle peut avoir plus d'impact sur la modification des fonctions cérébrales, qu'une lésion plus étendue.

La question pertinente est donc souvent : "Que ne peut pas faire telle partie du cerveau ?" plutôt que "Que peut-elle faire?"

D'après Jaffard (1995), des étapes importantes ont été franchies en 1960 (l'étude de lésions des lobes temporaux et de l'hippocampe a permis de montrer qu'il y a deux niveaux de mémoire), en 1987 (on a pu conclure à de véritables dissociations expérimentales de fonctions) puis en 1991 avec la conclusion que l'hippocampe abrite la mémoire spatiale. Les recherches s'orienteraient plus, actuellement, vers des études de processus de traitement des signaux couplées avec des études comportementales.

2.2 - L'informatique

On a vu au chapitre 1 que la psychologie avait été largement influencée par les performances "intelligentes" des ordinateurs dans les années 50, et avait exploité la métaphore de l'ordinateur pour ses modélisations de la mémoire. Cependant nul n'est dupe actuellement de la différence qui existe entre la mémoire animale ou humaine et celle d'un ordinateur.

J. Sallantin (1995) fait ressortir plusieurs différences qui lui semblent fondamentales: les états émotionnels n'ont évidemment pas de réalité opératoire pour les mémoires de l'ordinateur, l'information est ininterprétée, seulement enregistrée, distribuée, attribuée. Enfin la connaissance, pour une machine, "se signale par la capacité à montrer qu'elle sait les limites de son propre savoir et à réagir pour faire évoluer ce dernier". Il montre également que les avancées actuelles des recherches concernent "les mécanismes, les comportements, les structures et les interactions requises pour permettre à un système de mémoriser ce qui lui est utile pour agir".

L'étude de ces processus d'interaction avec le monde extérieur, comme principe de traitement dynamique des connaissances, constituera peut-être un apport pour l'intelligence humaine. Il reste que les modèles computationnels ont connu un réel succès, et que les tentatives de modélisation de la mémoire en vue de l'implantation dans des logiciels d'enseignement , ont souvent permis des analyses fines des processus de pensée.

CHAPITRE 3
Les recherches appliquées à la pédagogie

3.1 - Peut-on organiser l'enseignement pour utiliser au mieux les potentialités de la mémoire ?

De nombreux auteurs, pédagogues, enseignants ou chercheurs, préconisent des méthodes pour utiliser au mieux les potentialités et tenir compte des limites de la mémoire des élèves. Nous rendrons compte ici de résultats réellement étayés sur des recherches, ceux de A. Lieury (1991), et parmi eux ce qui est directement lié aux résultats exposés ci-dessus : dans la mémoire, il y a codage de l'information, et celle-ci, une fois codée subit des traitement de stockage et de rappel.

3.1.1 - "Les sept portes de la mémoire"

En accord avec les résultats de recherche rapportés ci-dessus, A. Lieury considère que l'information est codée dans la mémoire, et que les codages visuels et auditifs sont des codes sensoriels éphémères. Ils s'évanouissent rapidement avec le passage dans la MCT. Il est plus intéressant pour l'enseignant de connaître les formes de codage qu'utilise la MLT et de déterminer les formes de présentation de l'information qui en découlent quant à leur efficacité. D'après A. Lieury, dans la MLT, il y a un codage verbal, qui a une forme lexicale et une forme sémantique, et un codage imagé. Si l'on croise les différentes formes de présentation de l'information, et les différentes natures de l'information, on obtient sept combinaisons possibles qui sont comme les sept portes possibles de la mémoire. Ayant testé de nombreux élèves du primaire pour la rétention d'information sous ces sept formes, A. Lieury peut définir un taux moyen d'efficacité (pourcentage), qui est donné dans le tableau 3.

Le résultat important est qu'aucun des codes, verbal ou imagé, n'a une efficacité en lui-même. C'est la complémentarité des deux, c'est-à-dire le double codage, qui est féconde. L'image est supérieure aux mots s'il y a verbalisation. Ce résultat a des conséquences dans la classe, où il est superflu de classer les élèves en visuel et auditif, puisqu'il faut préférer l'apprentissage du double codage.

	NATURE DE L'INFORMATION		
	Mot	*Mot + Dessin*	*Dessin*
Visuel graphismes	1/lecture	2/bandes dessinées	3/dessin photographique
Auditif sons	4/audition	5/télévision	-
Audiovisuel graphismes + sons	6/exposé audiovisuel	7/audiovisuel + support imagé	-
Moyenne	12,51	14,86	15,7

Tableau 3 : Les sept modes d'entrée des informations et leur efficacité en mémoire (d'après A. Lieury 1991)

3.1.2 - Comment tenir compte de la capacité limitée de la MCT

Le but de plusieurs expériences a été de comprendre comment organiser l'information (classes de 5ème) pour que la MCT ne "déborde" pas et que les notions apprises soient récupérées au mieux. Deux types de récupération ont été étudiés: le rappel et la reconnaissance, s'appliquant à des listes de mots (matériel à mémoriser simplifié en vue de l'expérimentation). La reconnaissance se fait dans une liste de mots contenant les mots à mémoriser ainsi que des mots "pièges".

On a donc présenté à 120 élèves une liste de 24 mots pendant deux minutes par rétroprojecteur. Suivant les classes, la liste était structurée de façon différente: il y a eu de 1 à 24 catégories, soit :

- une catégorie de 24 mots (il s'agissait uniquement de professions)
- 2 catégories de 12 mots (il s'agissait de professions et de vêtements)
- 4 catégories de 6 mots
- 8 catégories de 3 mots
- 12 catégories de 2 mots
- 24 catégories avec un seul mot par catégorie

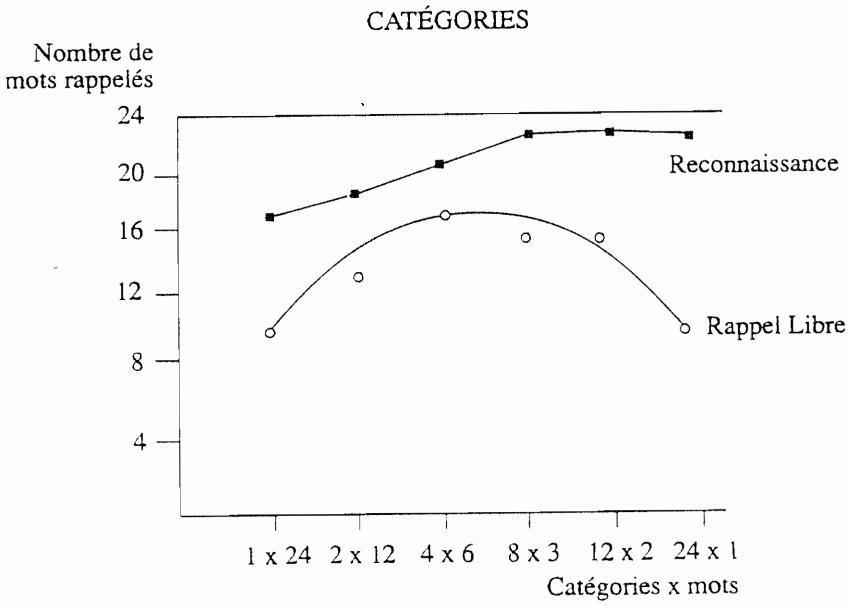


Figure 4 : L'optimum de mémorisation est de 4 catégories de 6 mots (d'après A. Lieury 1991)

La courbe de la figure 4 montre clairement que

- les performances en reconnaissance de mots sont nettement supérieures à la récupération en rappel. On peut préconiser des contrôles de connaissance demandant aux élèves des rappels, ce qui donne des résultats encourageants pour eux et correspond réellement à une mise en MLT ;

- en situation de rappel, le phénomène de surcharge est clairement observé: trop de catégories ou trop de mots par catégories, sont une cause de baisse de performance. Il faut donc aider les élèves à structurer l'information pour l'apprendre.

Des recherches semblables ont été faites sur des matériaux légèrement différents, ne présentant pas la structure linéaire d'une liste de mots. On a étudié par exemple la reconnaissance et le rappel de noms propres sur une carte de géographie, et déterminé l'optimum d'organisation pour une bonne mémorisation. De plus dans cette expérience on a organisé les tests avec un paramètre supplémentaire: suivant les groupes d'élèves, ceux-ci avaient d'un à cinq essais, pour apprendre les noms propres géographiques. Dans ce cas également on a pu montrer que l'on pouvait aider les élèves à mémoriser en leur fournissant du matériel structuré. Les résultats sont les suivants :

- la surcharge d'informations (par exemple par des noms qui ne sont pas à apprendre) est néfaste pour la mémorisation
- plus le nombre d'essais est grand, plus les performances augmentent, mais aussi plus l'effet de "surcharge" est marqué
- les élèves rapides et les élèves lents réagissent de la même façon de ces deux points de vue, si ce n'est qu'on note un certain découragement pour les élèves lents.

On peut conclure de cet aperçu des recherches de A. Lieury, que l'enseignant peut s'appuyer sur les travaux de recherche portant sur la mémoire pour organiser le matériel à mémoriser par les élèves. Comme le prend en compte la dernière recherche évoquée ci-dessus, les facteurs individuels sont importants. Des travaux ont tenté de mettre en lumière quelques-uns de ces facteurs et l'importance de la prise en charge personnelle par l'élève de la mémorisation.

3.2 - L'apprentissage de stratégies de mémorisation

Les travaux exposés dans le chapitre 1 suggèrent que les performances d'apprenant dépendent d'une part de l'acquis et d'autre part des stratégies, celles-ci étant fortement influencées par les acquis eux-mêmes. On sait en effet que les stratégies des "experts" sont de natures souvent différentes de celles des "novices". Cela revient à dire que le déclaratif et le procédural ne s'enseignent pas de façon indépendante. Il convient cependant de s'interroger sur l'efficacité de l'enseignement de méthodes et de stratégies d'apprentissage, et ceci avec des objectifs plus larges que ceux de la simple mémorisation de matériau simple construit en vue de recherches, comme nous l'avons vu précédemment. Les stratégies d'apprentissage qui ont été construites dans les années qui viennent de s'écouler, visent à donner aux apprenants des habiletés dites de haut niveau [Resnick, 1987], qui se caractérisent de la façon suivante :

- elles sont non algorithmiques
- elles sont à solutions multiples
- elles requièrent une interprétation et nécessitent de nombreux jugements critiques
- elles impliquent un certain degré d'incertitude
- elles exigent d'imposer un ordre au désordre apparent
- elles sont cognitivement coûteuses
- elles imposent une autorégulation systématique

Une conséquence est que ces stratégies doivent être l'objet d'un choix de la part de l'apprenant, parmi plusieurs possibilités, et exigent un contrôle constant de sa part. Elles sont donc cognitivement coûteuses, et il s'avère que les apprenants ressentent parfois ces stratégies comme requérant trop d'attention et d'efforts de leur part. Pour être efficaces, il faut que ce coût cognitif soit explicitement accepté.

Un ensemble de ces stratégies est constitué par les stratégies métacognitives. Il s'agit d'apprendre au sujet à se connaître lui-même, à comprendre les stratégies qui lui conviennent (par exemple, l'autorépétition, la structuration, le traitement en profondeur, etc.) et à les utiliser. Le résultat global est que, très jeunes, les enfants sont capables de mettre en oeuvre ces stratégies, mais que la plupart du temps, passé le moment de l'expérimentation, ils ne les mettent pas en oeuvre. On note le rôle d'un feedback (améliorer la performance + être maintenue après entraînement + être transférée à des situations proches) tendant à montrer aux élèves que ces stratégies sont utiles. Ce feedback ne suffit pas cependant à assurer que l'élève ressentira le besoin de transférer à un autre domaine, ce qu'il a appris.

Des paramètres personnels interviennent alors dans cette prise en charge des stratégies. On constate (Fayol & Monteil, 1994) que la représentation que l'élève se fait de lui-même a une forte influence. Ainsi les élèves en difficulté développent un sentiment acquis d'impuissance qui les démobilise, et leur font renoncer à utiliser les méthodes proposées, ainsi qu'à tout effort. Ce type de travaux tendent à avancer dans la voie de la caractérisation de la motivation, notion trop floue et peu exploitable par les enseignants.

En conclusion, on peut noter que les travaux sur les connaissances préalables dans l'acte d'apprendre, ont précédé les travaux sur les stratégies d'apprentissage. Ces dernières ont généré une certaine déception, puisqu'on a pu montrer leur efficacité, mais que les apprenants ne souhaitent en général pas faire l'effort de les mettre en oeuvre et de les transférer d'un domaine à l'autre. Il semble nécessaire à présent d'exploiter le fait que les stratégies s'améliorent dans les domaines qui sont mieux connus. Tout se passe comme si ces stratégies devenaient automatiques dans les domaines aux bases conceptuelles assurées. Elles auraient donc un moindre coût cognitif. C'est ce que suggèrent des résultats récents en psychologie (voir le paragraphe 1-3-2), et c'est probablement dans cette direction, articulant procédural et déclaratif que se situeront les recherches à venir.

BIBLIOGRAPHIE

Baddeley A.D. (1976) The psychology of memory. Basic books. New York

Douady, R. (1986) Jeux de cadre et dialmectique outil-objet. Recherche en Didactique des Mathématiques. Vol 7, 2, pp. 5-31

Ehrlich M.F., Tardieu H. & Cavazza M. (1993) Les modèles mentaux, approche cognitive des représentations Masson Paris.

Fayol M. & Monteil J.M. (1994) Stratégies d'apprentissage / apprentissage de stratégies. *Revue française de pédagogie* N°106 pp. 91-110

Johnson-Laird, P.N. (1988) The computer and the mind. London: Fontana Press.

Lieury A. (1991) Mémoire et réussite scolaire. Dunod. Paris.

Resnick L.B. (1987) Education and learning to think. Washington. National Academy Press.

Richard J.F. (1990) Les activités mentales. Armand Colin Paris.

Richard J.F., Bonnet, C. & Ghiglione, R. (1990) Traité de psychologie cognitive. Paris : Dunod.

Actes des journées JIOSC 94 "Les mémoires" Novembre 1994. Institut des Sciences de la Cognition et de la Communication. Université Paris 11. LIMSI. 91405 ORSAY.
Jaffard, R.: Les systèmes de mémoire
Sallantin, J.: Retenir pour réagir

Où en est la didactique des sciences et des mathématiques ?

Samuel JOHSUA
Centre Interdisciplinaire de Recherche :
Apprentissage, Didactique, Évaluation (CIRADE)
Université de Provence

Je tiens à souligner d'emblée que la réponse à la question posée - le point sur le développement des didactiques scientifiques - sera toute personnelle. Dans un domaine toujours changeant et plutôt controversé, il s'agit seulement de contribuer au débat, sans prétendre à une quelconque exhaustivité.

Quelle est la portée de la didactique ?

La définition même du terme *didactique* ne fait pas l'unanimité. En voici une, qui permettra de partir d'une base précise : la didactique est la science qui étudie dans un domaine particulier - par exemple les mathématiques, la physique - les phénomènes d'enseignement liés à la transmission et à l'acquisition de savoirs spécifiques de ce domaine.

Cette définition, assez globale, laisse ouverte plusieurs possibilités. On peut accentuer l'aspect général, et s'interroger sur ce qui relève en général des rapports aux savoirs, plus exactement sur les phénomènes qui se manifestent chaque fois qu'est en jeu une intention d'enseigner un savoir précis. On peut aussi accentuer l'aspect spécifique, et se restreindre par principe aux phénomènes propres à chacune des disciplines. Dans le premier cas, on risque l'éclectisme. Mais je crains plus le second risque. Dans la deuxième option en effet, on peut se retrouver avec une division du travail néfaste, qui serait le fait d'admettre qu'il existe un espace restreint pour la didactique traitant de spécificités, et que par ailleurs il y a un espace bien plus important (qui englobe cet espace particulier) et qui serait le domaine de la pédagogie. La didactique serait donc cantonnée à l'analyse a priori des contenus, à l'extrême limite de l'organisation de séances d'enseignement. Mais les phénomènes réels et précis qui se passent en classe sortiraient de son domaine pour tomber dans celui, général, de la pédagogie. Une fois que l'on a réparti les territoires ainsi, le danger serait de laisser à ce que l'on appelle la pédagogie en général des domaines qui à mon sens relèvent bel et bien de la didactique. En particulier, l'organisation d'une classe, ou l'organisation des rapports entre le professeur, ses élèves, et le savoir.

La didactique n'aurait-elle rien à dire, par exemple, sur les aspects différentiels de l'enseignement (garçons et filles) ? Je prétends que l'approche didactique n'épuisera sans doute pas cette question. Mais qu'elle a quelque chose à dire aussi sur cela. C'est ce que j'avance ici en disant que, à mon sens en tout cas, bien que l'on ne puisse pas affirmer qu'il existe une didactique générale, il existe pourtant *un point de vue didactique* qui est la marque de cette façon nouvelle d'aborder les problèmes d'enseignement. Ce qui va marquer l'originalité de cette approche c'est la volonté de suivre les phénomènes d'enseignement à l'aide d'un fil directeur, qui est celui de *l'évolution des rapports aux savoirs*. On a raison d'affirmer que, si l'on s'intéresse à l'enseignement des mathématiques, on ne peut pas le faire de la même manière que si l'on s'intéresse à d'autres disciplines parce que les savoirs n'y sont pas organisés de la même manière. Cela dit, les savoirs sont organisés d'une certaine façon, quelque soit la discipline. Cette façon diffère selon la discipline, mais pas l'insistance donnée au mode d'organisation des savoirs (et au rapport qu'entretient l'enseignement, ou le professeur, ou l'élève, avec cette organisation des savoirs). Il existe un certain nombre de concepts, de façons de voir, que je vais développer par la suite, qui peuvent être transposables et généralisés.

Sur quelques exemples

Prenons un exemple. La Sociologie de l'éducation nous indique l'importance des critères socio-économiques ou sexuels comme prédicteurs de la réussite en sciences. Il faut prendre cela en tant que tel. Mais ce qui est intéressant en didactique, c'est de chercher par quel mécanisme précis ceci peut se faire. Il doit y avoir dans les types de rapports au savoir, des mécanismes précis de sélection, que les sociologues ne regardent que de trop loin, parce qu'ils regardent d'en dehors, pour ainsi dire. Ils font le bilan et peuvent passer à côté des mécanismes didactiques qui doivent agir dans là différenciation.

Autre exemple : la pédagogie différentielle. On dit partout qu'il faut enseigner différemment les choses à des gens différents, puisque tout le monde n'apprend pas de la même manière. C'est une conclusion que l'on peut admettre ; on le sait par expérience personnelle, tout le monde n'apprend pas de la même façon. De là à en déduire une conséquence didactique sur une façon d'enseigner, il y a un écart qui n'est scientifiquement pas maîtrisé, du moins à mon sens.

Quelles conséquences tire-t-on du fait que les gens n'apprennent pas tous de la même manière, va-t-on directement en tirer la conclusion qu'il faut leur enseigner de façon différente ? Pour cela il faut avoir quelques renseignements supplémentaires, dont on ne dispose pas encore pour l'instant, et qui sont les renseignements suivants : quand on dit que les gens apprennent de manière différente, cela signifie-t-il qu'ils apprennent à des vitesses différentes la même chose ou cela signifie-t-il qu'ils cheminent sur des chemins différents ? Si l'on s'en tient à nos disciplines, les disciplines scientifiques, le plus probable est que les difficultés à surmonter pour appréhender les concepts sont à peu près les mêmes pour tous, une fois tenu compte d'une certaine tradition d'enseignement, dans une certaine institution, dans un certain programme, dans une certaine histoire.

Deuxièmement, considérons maintenant l'idée très individualiste, qui est à la base de la question de la pédagogie différenciée, que les relations au savoir sont des relations de type individuel. Il est sans doute vrai que si on énonce "Théorème de Pythagore" la signification de cet énoncé dépend de la manière dont on y a été confronté, de ce que l'on en fait ; cela dépend du réseau de sens dans lequel l'énoncé est pris. C'est donc bien personnel. De là à déduire que l'apprentissage se fait de cette façon là, il y a encore un saut scientifique qui n'est pas évident. Si l'on suit vraiment le fil directeur des rapports au savoir, on ne trouvera pas un seul individu qui soit mis en relation avec le théorème de Pythagore hors de l'intermédiaire d'une institution. Et en général cette façon de faire est de type collective. En général, le véritable problème qui est le nôtre, c'est d'étudier comment le rapport au savoir se constitue pour une classe d'élèves. De plus, si on va dans le détail, les données institutionnelles plus globales jouent aussi. "Le théorème de Pythagore", n'est pas le même classe par classe, ou pays par pays. Il dépend de la tradition scolaire ; il y a des pays qui, par exemple, n'enseignent jamais le théorème de Thalès. Le contenu qui est derrière (proportionnalités dans un triangle, comparaison de la hauteur des arbres, comment mesurer les pyramides) existe aussi, mais sous des formes fort diverses. Dans ce cas, il est clair que la tradition collective compte beaucoup plus que les relations de type individuel.

Ainsi les questions qui sont posées en pédagogie comme allant de soi, ne vont plus de soi en didactique. Il faut les revisiter, il faut les réanalyser et c'est ce qu'on fait dans la didactique la plus récente c'est à dire depuis une dizaine d'années maintenant.

Productivité du point de vue didactique

Ce *point de vue didactique*, par définition, il n'y a pas de raison de le limiter à une discipline particulière. je pense qu'il a déjà produit des avancées considérables. Il est extrêmement délicat d'affirmer à un moment donné que l'on dispose d'une manière un peu stable de résultats sur lequel on peut faire fond. Ce n'est jamais le cas d'une manière définitive en science, c'est encore moins le cas dans une science humaine, mais il y a des étapes repérables ; et, en didactique, on peut avancer l'idée que certaines grandes façons de voir les choses, certaines méthodologies, certains concepts sont maintenant des concepts établis par les recherches des vingt dernières années.

Première exemple, la notion de *transposition didactique*. Il n'y a guère de concepts en didactique qui aient provoqué plus de malentendus que celui-là.

Contrairement à l'opinion largement répandue, le concept de transposition didactique n'est pas seulement lié à l'idée qu'il existe un savoir savant que l'on a à transférer ensuite dans une institution scolaire. Le coeur de la transposition didactique c'est l'étude plus générale des phénomènes qui se produisent chaque fois que vous changez le cadre de vie d'un savoir.

Il y a des institutions qui produisent le savoir, il y a des institutions qui utilisent le savoir et puis il y a des institutions qui l'enseignent, l'école par exemple, et puis il y en a encore beaucoup d'autres. Chaque fois que l'on passe d'une institution à une autre, il y a un phénomène de transposition, qui se moule dans certaines contraintes. On connaît bien celles liés à la transposition didactique, les contraintes qui existent à partir du moment où vous devez enseigner intentionnellement quelque chose.

Celles-ci sont suffisamment connues pour être banalisées. Ainsi, un enseignement intentionnel se caractérise par l'existence proclamée d'un début et d'une fin de cet enseignement. Quoi de plus évident que cette *séquentialisation* ? En réalité, c'est loin d'être si banal. Regardons par exemple comment Maradonna a appris à jouer au football, du moins d'après ce qu'on peut en savoir par les media. Il apprend à jouer en jouant au bas de sa maison, et même pas avec un ballon de football d'ailleurs, avec une balle de chiffons. Il apprend, il joue et rejoue encore et devient Maradonna. Il y a beaucoup de choses qui sont apprises de cette manière *informelle*. On pourrait même développer que l'essentiel des savoirs et des connaissances s'apprennent de cette manière là.

Mais si on a affaire à des savoirs de *haute technicité* (et cette *haute technicité* commence avec la lecture) ; si on a affaire de plus à un *enseignement de masse*, (opposé ici à un enseignement de type nobiliaire, princier, avec préceptorat) ; autrement dit si l'on doit *enseigner des choses difficiles à beaucoup de gens*, alors l'école se met en place. Et ce qui caractérise cette école c'est la séquentialisation des savoirs.

Comment se passe un entraînement de basket ? Vous avez des moments où vous apprenez à dribbler avec le ballon. Ce moment là est un moment didactique, il n'existe pas à l'état pur en situation de match de basket. Dans un match de basket vous n'êtes jamais seul avec le ballon, vous avez toujours un adversaire et des partenaires. Pourtant il est réputé qu'on ne peut pas vraiment jouer au basket si on ne maîtrise pas *d'abord* le ballon. Puis on va apprendre à tirer au panier ; et puis après, on va apprendre à se placer, on va faire des combinaisons à deux ou trois, donc avec des partenaires. Dans cette étape, il n'y a toujours pas d'adversaires, ou alors on va leur dire "surtout ne bouge pas" de manière à ne pas perturber l'apprentissage en cours. Et bien, en mathématiques, c'est la même idée qui prévaut, celle de l'existence proclamée d'une progressivité, d'une cumulativité des apprentissages.

Cette idée, est didactiquement inévitable, même si on sait quelle ne correspond pas toujours aux processus effectifs d'apprentissage, beaucoup plus cycliques et circulaires.

Mais le savoir savant là dedans ? Le basket n'est pas un savoir savant. Il n'existe pas de communauté savante qui décide, comme pour les mathématiciens, ce qui est du basket et ce qui n'en est pas. Celui qui produit du savoir en basket c'est le joueur de haut niveau, ou l'entraîneur aussi. Savoirs marqués par une forte personnalisation, qui ne sont pas du type "savoirs savants". Cela a bien entendu des conséquences de déterminer si le début de la transposition est de type savante ou non ; mais c'est secondaire dans le cadre général de la transposition, dont le cœur des contraintes est ailleurs

Pourquoi ces considérations sont-elles importantes et productives ? Parce que - à partir du moment où on admet que la nature des savoirs varie selon les institutions qui en ont la charge - cela signifie qu'il n'existe plus personne qui puisse défendre qu'il y a une *manière naturelle d'enseigner*. Il n'y a plus de *nature*, tout est *construit*. Tout est construit pour des raisons qui demanderont à être élucidées dans le cadre bien sûr de certaines contraintes. Mais ayant reconnu ces contraintes on a maintenant gagné un espace de liberté. Choix contre choix, politique contre politique, décision contre décision : on peut en débattre.

Si vous êtes dans une institution, - enseignement professionnel, enseignement primaire, secondaire, enseignement de football etc. - vous pouvez réfléchir à ces questions là. Vous en avez le droit scientifique : aucune des options envisageables ne s'impose par elle même, par nature et par définition, voilà ce qu'amène la transposition didactique.

Deuxième sujet que je voudrais aborder en forme d'exemple. celui de l'environnement didactique à créer en vue de la transmission des savoirs, environnement qui répond lui aussi à des contraintes précises.

La situation de transmission de savoirs en situation scolaire, est en effet une situation très artificielle. Or l'essentiel des savoirs, et je dirais même les savoirs décisifs, les savoirs importants, ne s'apprennent pas à l'école et ne s'apprennent pas sur ce mode là.

Ils s'apprennent essentiellement par les modes de transmission que l'on peut rapidement appeler *informels*, qui s'opposent à l'école qui est le règne du mode de *transmission formel*, intentionnel. Certains éléments parmi les plus fondamentaux qui constituent une société se transmettent culturellement par d'autres institutions que l'école.

Ils se transmettent par l'activité au sein d'une collectivité, la famille par exemple, quand on regarde le grand frère ou la grande soeur, le père et la mère, quand on regarde l'adulte, par le mime, la réflexion sur cette mimique, par le jeu ; tous éléments que l'on commence à connaître dans les modes de transmission informels. A aucun moment ne va se créer l'exigence d'être en situation d'apprendre intentionnellement quelque chose, ou du moins assez rarement. Pour cela, il faudrait repérer explicitement qu'il y a un domaine que l'on ne connaît pas.

Pour cela, il faut paradoxalement *créer de l'ignorance*. C'est ce que fait l'école. Et montrer qu'au delà de l'ignorance, il y a un enjeu à dépasser l'ignorance en question. De plus, comme on est dans une instance d'enseignement formel il y a un moment donné où on doit clore l'épisode d'enseignement. Il ne se clôt pas vraiment mais on doit prétendre qu'il est clos. Quand un enfant a fini de jouer au football, il a soif. A un moment donné il va monter chez lui, il va boire puis il va redescendre. Personne n'arrête rien. Qu'est-ce qu'il a appris ? Personne ne s'en soucie. Il a joué. Par ailleurs, il a appris. Mais en classe cela ne peut pas marcher comme cela. Il y a un moment donné où l'officialité doit tomber, où doit surgir l'élément que le professeur, en tant que représentant de la société (mathématique, par exemple), affirme être l'enjeu qui avait été caché au début.

Voilà encore des éléments que l'on connaît bien maintenant : le système d'enseignement ne peut pas marcher sans l'ensemble de cet environnement dont l'étude est liée à un deuxième grand concept, rapporté par les études didactique, celui de *contrat didactique* et l'étude du fonctionnement du contrat didactique.

Troisième exemple, certainement bien connu de vous. C'est que pour parvenir à répondre à ces contraintes, il y a un jeu de variables sur lequel on peut jouer et que Brousseau a étudié dans le cadre de ce qu'il appelle la *théorie des situations* En jouant sur ces variables, selon les tâches, selon les problèmes, selon les niveaux, selon les exigences, on répond plus ou moins bien aux contraintes en question.

Un quatrième exemple concerne la notion dite de *compréhension*. C'est une autre notion pédagogique qui est d'un flou complet. Qu'est ce que c'est que comprendre ? On ne sait pas très bien ce que le professeur dit quand il fait un commentaire du type "tu n'as pas *vraiment compris*". "Apparemment tu as compris, apparemment tu sais faire une addition, mais tu n'as pas *vraiment compris* l'addition parce que dès que je te pose un problème où il faut faire une addition, tu ne sais pas la faire, tu ne sais pas laquelle il faut faire". Admettons qu'il s'agisse là d'un niveau de compréhension. Mais est-ce pour autant *la compréhension* ? Pourquoi ne pas relier l'addition à une structure de groupe ? A une axiomatique à la Hilbert ? Et à ses limitations par le théorème de Gödel ? Ce sont ainsi des régressions à l'infini. En fait, le terme "compréhension" utilisé par l'enseignant veut simplement dire que l'élève n'a pas compris ce que lui, enseignant, voudrait qu'il comprenne.

Quand on dit de quelqu'un "il ne sait pas utiliser l'addition", ça veut dire quoi exactement ? Qu'il maîtrise la *technique et pas le sens* ? Cette question demande elle-même à être précisée, et je le ferai par la suite.

Dans l'immédiat, il convient de souligner que ces concepts généraux sont déjà opérationnels dans le domaine de l'enseignement. Il y a des mises en pratique qu'on sait faire avec ces concepts généraux là, qu'on sait répéter, qu'on peut mettre dans des livres. Pour beaucoup d'éléments de savoirs précis, particuliers, on sait à peu près proposer des façons d'enseigner qui fonctionnent, par exemple dans l'enseignement primaire, en mathématiques. La théorie des situations de Brousseau est une théorie raisonnablement productive comme on peut parler d'une théorie scientifique qui a sa productivité, c'est à dire sa façon de produire les savoirs, sa façon de produire des conclusions maîtrisées. Il y a des productions qui existent déjà et qui peuvent être données comme des objets presque tout faits aux gens qui les demandent.

En physique, on sait faire aussi les mêmes choses sur ce qui s'appelle les processus de modélisation. Il y a toujours un peu de théorie dans l'expérimental et un peu d'expérimental dans la théorie ; c'est ce qu'on appelle les processus de modélisation. On sait aussi en classe arriver à maîtriser des situations, dans lesquelles on a une façon de poser les problèmes aux élèves, on a une façon de les mettre en discussion scientifique parmi eux, on a une façon de tenir compte des modèles erronés qui peuvent pourtant avancer, on a une façon de les vérifier par la discussion ou de les vérifier par les expériences. Là encore, des conclusions assez stables sont accessibles.

Voici encore un autre domaine important pour juger de la productivité de l'approche didactique défendue : celui des processus de transposition didactique dans les domaines qui ne sont pas ceux de l'enseignement scolaire général, traditionnel. Il y a maintenant une extension du type de préoccupations développées par Chevallard, aussi sous son impulsion d'ailleurs. Pour cela évidement il faut enlever de la théorie de la transposition didactique le fait que le point de départ est obligatoirement un savoir savant, mais j'ai déjà développé cela, je n'y reviens pas. La question nouvelle qui est posée est d'étudier comment se bâtissent les références et les contenus pour des domaines qui n'ont souvent rien de répétitif (comment enseigner à des pompiers à gérer des situations de maîtrise du feu, exemple traité par Rogalski et Samurçay), ou qui sont très proches de l'enseignement professionnel.

Enfin, dernier domaine où on a progressé : celui de la maîtrise des conditions générale de fonctionnement des systèmes didactiques. Ce sont les connaissances produites dans ce cadre qui ont soutenu, par exemple la façon de considérer le problème de la pédagogie différentielle, tel qu'exposée ci-dessus. Il est vrai que, dans ce cas, "maîtriser les conditions générales de fonctionnement du système didactique", ne fournit pas de solution en positif. Autrement dit, on n'ouvre pas de porte, mais on en ferme beaucoup. Par exemple, on affirme que la solution générale aux difficultés de l'enseignement ne peut pas être trouvée dans la pédagogie différentielle. Ce que la didactique amène c'est que l'affirmation que ce n'est pas la peine de s'épuiser dans cette voie. Mais fermer des portes peut être intéressant. La science en fait ouvre peu de portes, mais elle en ferme beaucoup. Elle dit : si vous voulez arriver à trouver la structure du benzène, n'allez pas faire de l'alchimie, faites de la chimie. Fermer des portes revient à délimiter à peu près où il ne faut pas chercher pour résoudre les problèmes pédagogiques et encore plus les problèmes didactiques.

Sur quelques domaines nouveaux à explorer

Mais l'essentiel du travail n'est pas derrière nous. Il y a un travail considérable qui est encore devant. Je vous soumets seulement quelques exemples.

On ne sait pas bien où et comment se mettent en place les *éléments généraux du contrat didactique*. On le voit fonctionner à l'école primaire, on se dit donc que ça se met en place au CP ; mais au CP il est déjà présent. Donc c'est que c'est fait avant. Où ? Voilà des éléments mal maîtrisés parce que si vous descendez à l'école maternelle, la place des savoirs -qui spécifient en principe les termes du contrat- cette place va être difficile à distinguer. Surtout en première année de l'école maternelle. Il y a pourtant là aussi des enjeux de savoirs. Alors comment se met en place un contrat didactique où l'enfant apprend sa place d'élève, apprend qu'il y a un savoir à apprendre alors que ce savoir n'est pas explicitement présent ? Dans l'apprentissage de ce métier d'élève, c'est semble-t-il la distinction entre les questions informelles et les questions formelles qui apparaît décisive. Autrement dit, comment se distinguent spécifiquement les moments du jeu, sous responsabilité de l'élève, et les moments où c'est la consigne du maître qui compte ? On connaît mal tout cela. S'ouvrent là des domaines de recherche qui sont intéressants.

Deuxième domaine : celui des *dysfonctionnements du contrat*. L'élève dont il est question dans la théorisation didactique ce n'est jamais un enfant vrai, jamais un enfant concret. C'est un élève que l'on peut appeler générique, théorique si vous voulez. Et on peut en dire autant pour ce qu'on appelle Le Professeur. La science de fait agit souvent comme cela ; quand elle parle de la chute des corps, ce n'est jamais d'un corps vrai qu'elle parle, elle parle d'un mobile inexistant, une fiction théorique qu'elle appelle un mobile. Mais cette théorisation produit des connaissances sur les systèmes réels. Dans notre cas, si l'on regarde dans le détail, ça marche à peu près bien, disons pour 85 ou 90% des élèves. Autrement dit, pour tous ces élèves là, on peut sans grand problème, ne pas tenir compte de ce qui fait la caractéristique physique, affective, intellectuelle de chacun ou chacune, et de traiter tout le monde comme "des élèves". Mais il y a 10% de cas où ce n'est pas possible. On a alors le choix entre estimer que ces cas relèvent d'autres approches, ou être plus ambitieux pour la didactique, et aller regarder ce qui se passe pour les 10% qui ne cadrent apparemment pas bien avec la théorisation. Justement, un des points majeurs pour lequel ils n'y entrent pas, c'est qu'ils n'entrent pas bien dans le contrat didactique. Le contrat ne fonctionnant pas, comme ce contrat est décisif dans la situation scolaire, l'échec scolaire peut être au bout. Les sociologues, les psychologues, ont certainement leur mot à dire sur cette question, mais il y a maintenant de plus en plus de travaux en didactique qui portent sur la même question. Par exemple, dans des situations de handicap mental important, ne faut-il pas s'orienter vers ces contrats didactiques de type "individuels" ? Ci-dessus j'ai expliqué ce que je pensais de l'enseignement individualisé comme recette générale. Mais on voit que cela n'épuise pas la question. Il peut y avoir des cas où l'on doive s'orienter vers d'autres gestions du contrat didactique.

Voici encore un autre exemple de ce qui reste à faire, avec le cas de la théorie des situations. Un des points majeurs de la théorie des situations, c'est le fait que pour une connaissance donnée, il doit être possible de proposer un problème lié à ce que Brousseau appelle une *situation fondamentale*, qui, par sa propre dynamique de problème, (et à condition de respecter certaines contraintes didactiques, de contrat etc., mais par sa propre dynamique), va finir par mettre en jeu la connaissance que l'on veut. Est-ce toujours possible ? Si oui, dans quelles conditions ? Sinon, comment la théorie des situations envisage-t-elle les cas où ce n'est pas possible ? C'est une question qui est ouverte.

En physique en tout cas, tous les problèmes d'enseignement ne paraissent pas traitables sur ce mode. Certaines grandes théories, comme la théorie atomique, ne peuvent surgir d'un nombre restreint de situations fondamentales, sauf à "forcer" le raisonnement des élèves. Mais quitte à "forcer", autant dire aux élèves qu'il existe une théorie qu'on appelle la théorie atomique, et puis la faire jouer à l'envers, c'est à dire en étudier les limites et l'intérêt. C'est une question qui n'est pas simple à résoudre. Mon sentiment c'est que l'on ne pourra pas trouver des situations fondamentales correspondant à toutes les connaissances. Si on admet cela, s'ouvre un terrain énorme : que fait-on avec les autres, toutes ces connaissances qu'il faut quand même enseigner ?

Une autre question encore, celle de *la mémoire didactique*., soit de l'élève, soit du professeur, soit du système, soit de l'institution. Brousseau a montré que le fonctionnement répété de situations didactiques efficaces peut avoir des effets pervers, nocifs, qui fait que par exemple la dévolution du problème à un élève devient de plus en plus difficile, parce que l'élève se dit " j'ai bien compris le coup, je vais me faire balader pendant deux heures à faire des trucs qui ne sont pas les bons, je sais déjà ça à l'avance ; finalement, je vais attendre tranquillement dans mon coin et dans deux heures je sais ce que va faire le prof, il va dire bon, tout ce que vous avez fait c'est très bien, vous êtes des enfants géniaux mais voilà comment il aurait fallu le faire". Il y a aussi un épuisement de cette façon de procéder pour le professeur lui-même. Et puis cette question est sans doute beaucoup plus générale : que se passe-t-il dans le système didactique et dans la mémoire du système didactique, par le fait qu'on ait fait quelque chose et qu'on l'ait abandonné ou qu'on ait fait quelque chose et qu'on l'ait fait vivre sous une autre forme ? Est-ce important ou pas du point de vue des apprentissages ? Dans l'enseignement traditionnel la gestion du temps, du temps didactique, est sous la responsabilité exclusive du professeur. Il y a là un vrai problème, l'élève étant obligatoirement dépossédé de la gestion de ses rapports au savoir, puisque du temps qui avance ou du temps qui s'arrête, ce n'est jamais lui qui en décide. Est-il possible de lui redonner une certaine façon de peser sur le temps didactique ou de créer du temps didactique ? Si la réponse est positive, cela suppose incontestablement le fait de lui redonner un poids sur la mémoire. Cela suppose d'aborder les phénomènes d'enseignement dans leur ampleur, c'est à dire traiter ce qui se passe sur toute une année, sur un cycle, voire sur l'ensemble de l'enseignement primaire.

On est loin de savoir le faire en didactique, mais c'est la voie qui doit s'ouvrir maintenant à partir des bases que l'on maîtrise.

Quatrième question que j'aborde maintenant : la question des rapports entre *"sens" et "technique"* est-elle épuisée quand on a affirmé qu'il ne fallait pas séparer les deux termes ? De mon point de vue, la réponse est négative parce qu'on n'arrive jamais à vraiment traiter ces deux questions là comme s'il y avait une "technique" en soi et un "sens" en soi.

Soit une mère de famille qui vient voir l'instituteur et lui dit "je ne comprend pas, mon enfant avait bien appris ses tables de multiplications et il a quand même zéro, parce ce qu'il n'a pas su les appliquer". Le maître répond "oui bien sûr, c'est parce qu'il manque de méthode, il n'a pas bien *compris*". Mais "faire la multiplication" est-ce de la technique ? Oui quand vous la connaissez déjà, autrement dit quand vous n'avez plus besoin de la faire que vous pouvez la faire sur une calculette. Mais quand vous êtes en train de l'apprendre, cette activité est au contraire chargée de sens. Quand c'est strictement de la technique ça n'a plus d'intérêt cognitif, et ça peut être remplacé par d'autres instruments techniques. Tant que ça a un intérêt cognitif ce n'est justement pas que de la technique, et il y a beaucoup de sens à l'intérieur.

Inversement, si vous considérez le problème que l'élève n'a pas su faire, vous pouvez estimer que là il y a du sens. Peut-être, mais peut-être pas. Il y a aussi de la technique pour le problème, pas seulement la multiplication elle-même. Ne serait-ce que la "technique" déduite du contrat didactique.

Allons plus loin. Considérons le cas de l'algèbre. L'algèbre c'est écrire, vous ne pouvez pas le faire dans la tête ; au bout d'un certain temps, il faut l'écrire. Le fait de l'écrire est-ce une technique ou est-ce du sens ? Ce mélange là est un mélange qui pour l'instant est mal maîtrisé. Chaque fois que vous allez découper en disant, là je suis sûr, ce n'est que de la technique, vous avez faux, parce qu'il y a quand même du sens ; et quand vous allez du côté du sens, vous dites il n'y a pas de technique et bien vous avez faux aussi parce qu'il y a quand même de la technique, même si elle est d'un autre niveau. Voilà un problème qu'on connaît mal et qui laisse un espace considérable aux travaux de recherche.

Enfin un dernier problème et pas des moindres. Comment s'intègrent les *situations d'ingénierie didactique dans le cadre d'un enseignement "normal"* ? Est-ce que l'on peut envisager tout un enseignement sur une année, sur cinq ans voire sur toute une scolarité par un enfilement de situations fondamentales, de processus de modélisation ? Si la réponse est oui, ça promet une révolution considérable au système d'enseignement. Si la réponse est non, ça signifie qu'en fait ça va sans doute modifier le système traditionnel mais seulement partiellement. Que fait-on du reste ? Est-ce que le reste est laissé à la tradition ?

En particulier un des points qui font que ces façons nouvelles de procéder ont du mal à pénétrer dans l'enseignement, c'est qu'on ne sait pas les *évaluer*. Il ne s'agit bien sûr pas de "mesurer" ce que l'enfant a appris, parce que personne ne sait faire une chose pareille. Le système actuel ne le mesure pas mieux. En revanche, par la patine des ans et la tradition de l'institution il y a des choses qu'on évalue ; tous ces exercices classiques sur lesquels on sait qu'on peut mettre une note, une croix au autre chose, en disant : l'élève a un tel "niveau". Avec les nouvelles façons de procéder, on y arrive mal. Beaucoup de didacticiens estiment qu'y parvenir serait en même temps tuer l'intérêt de la nouvelle approche. Ce n'est pas mon point de vue, sauf à admettre que la didactique est destinée à amener de l'innovation en permanence, mais pas à essayer de résoudre vraiment les problèmes d'ensemble qui sont posés du point de vue de l'enseignement.

Tout ceci converge vers le constat suivant ; la didactique des sciences et des mathématiques a déjà fait la preuve d'une belle productivité. Mais elle a eu tendance à se focaliser à ce que j'appelle d'une manière un peu provocatrice, "les moments héroïques".

Comment introduire une notion ? Comment changer les conceptions ? Dans ces moments héroïques là, tout le monde est extrêmement valorisé. Le professeur a tiré de l'ignorance un enfant qu'il ne connaissait pas et l'a amené dans le champ de la culture.

L'enfant aussi bien sûr est très valorisé. Mais la vie d'un enseignant ou d'un élève ne se résume pas aux moments héroïques, aux moments ou j'arrive sur l'île déserte, j'accoste là après avoir eu des tempêtes extraordinaires, je plante le drapeau en disant j'ai conquis un nouveau territoire. Après il faut encore aller apprivoiser ce territoire ce qui peut être pénible. En classe, cela correspond à tous les exercices répétitifs que l'on doit faire pour apprivoiser le nouveau territoire, c'est revisiter conceptuellement ce qu'on croit avoir appris et que finalement on n'a pas très bien compris. Cette façon de voir conduit à une didactique qui est moins héroïque, mais qui est peut-être finalement plus ambitieuse, et qui se donne pour tâche d'étudier l'ensemble des phénomènes d'enseignement même ce qui apparaît le plus banal et répétitif. Comme d'ailleurs, en contrepoint, elle se donne pour tâche d'étudier aussi les cas individuels qui sortent apparemment des limites de l'épure. Rude, mais noble ambition !

COPIRELEM - IREM d'AQUITAINE - LADIST

****

Thèmes Mathématiques

POUR LA PRÉPARATION DU CONCOURS

C R P E

CHOIX DE SUJETS 92 - 93 - 94

CORRIGÉS - COMPLÉMENTS

CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT DES PROFESSEURS D'ÉCOLE

MATHÉMATIQUES

Annales 1995

SUJETS - CORRIGÉS

IREM d'Aquitaine - 40, rue Lamartine - 33400 TALENCE
Tél. : 56.84.89.76 - Fax : 56.84.89.72

COMMUNICATIONS

Rapports entre habileté calculatoire et "prise de sens" dans la résolution de problèmes numériques. Étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire et du début du collège.

Denis BUTLEN
IUFM de Créteil
Monique PÉZARD
IUFM de Paris VII

Le thème général de notre recherche est : **rapports entre habileté calculatoire et "prise de sens" dans la résolution de problèmes numériques, étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire et du début du collège**.

Nous nous proposons aussi d'étudier le rôle du maître dans la gestion des activités de calcul mental et plus particulièrement, le poids de l'institutionnalisation dans la capitalisation des connaissances et compétences acquises lors de ces activités et dans un éventuel transfert lors de la résolution écrite ou mentale de problèmes.

1- PROBLÉMATIQUE GÉNÉRALE

Nous étudions les liens existant entre les compétences calculatoires, la construction de représentations d'un problème numérique et le traitement de celui-ci chez des élèves de l'école élémentaire et du début du collège.

Nous nous proposons d'étudier cette question en utilisant le filtre du calcul mental mais aussi en évaluant le poids des variables numériques intervenant dans le problème. En particulier, nous nous intéressons à l'impact d'une pratique régulière du calcul mental sur l'habileté des élèves à résoudre différents types de problèmes. Dans un premier temps, nous étudions la résolution de problèmes numériques classiques. Nous entendons par là des problèmes faisant intervenir une ou plusieurs opérations facilement reconnaissables par des élèves de fin de cycle trois ou de début de collège.

Nous essayons parallèlement de préciser des conditions permettant au maître d'améliorer les transferts des acquis enregistrés lors d'activités de calcul mental à la résolution de problèmes.

Nous nous plaçons pour cette étude dans le cadre théorique de fonctionnement de la mémoire défini par certains travaux de psychologie cognitive (J.F. RICHARD, M. FAYOL, G. VERGNAUD...)

En particulier, M. Fayol cite plusieurs auteurs postulant l'existence d'un espace mental assimilé à la MCT ou à la mémoire de travail. Cet espace mental total disponible croîtrait ou non avec l'âge. On aurait l'équation suivante :

ET = ES + EO

ET : espace de traitement total

ES : espace de stockage des données et de construction de la représentation associée à un problème

EO: espace requis pour les opérations.

Dès lors, si ES est très important il reste peu de place pour EO. Inversement, si la complexité des opérations mobilise une part importante pour EO, il restera peu de place pour le "calcul relationnel" et la compréhension de la structure du problème en souffrira.

Au cours de la résolution d'un problème numérique classique, nous distinguons donc deux types d'activités distinctes mais en étroite relation. Il s'agit d'une part, de la prise d'informations, du stockage de celles-ci et de la mise en œuvre par l'élève d'un processus plus ou moins automatisé l'amenant à reconnaître ou à construire le modèle mathématique associé au problème (cela revient dans notre cas particulier de problèmes à déterminer le(s) type(s) d'opération(s) à effectuer). Cette activité relève de l'espace ES de stockage des données et de construction de la représentation du problème. D'autre part, le second type d'activités est constitué par le traitement purement technique et calculatoire des données numériques. Il relève donc de l'espace EO requis pour les opérations.

Nous faisons l'hypothèse que le développement des compétences requises par ces deux types d'activités est dialectique. En particulier, nous pensons que la reconnaissance de l'opération intervenant dans la résolution du problème est liée à l'habileté calculatoire de l'élève. En effet, pour qu'il puisse se faire une idée des différentes transformations à effectuer sur les données du problème, il doit disposer de capacités calculatoires suffisantes. Nous pensons donc qu'il existe une dialectique entre "prise de sens" et habileté calculatoire lors de la résolution de problèmes numériques.

Dans ce cadre, notre but est d'une part de réduire l'espace requis pour les opérations, et d'autre part d'accroître l'espace mental mobilisé par le stockage des données et la construction de représentations du problème.

Dans un premier temps, nous étudions l'impact d'une pratique quotidienne de calcul mental sur la résolution mentale et écrite de problèmes numériques classiques. Nous faisons l'hypothèse qu'une telle pratique diminue le coût des opérations et accroît de ce fait l'espace consacré à la construction des représentations du problème ; nous considérons que la reconnaissance du modèle relève de cette espace.

Dans un deuxième temps (recherche en cours) : nous poursuivons notre recherche sur les liens entre "prise de sens" et habileté calculatoire en approfondissant deux questions :

- un entraînement régulier en calcul mental a-t-il une influence sur la nature des procédures des élèves lors de la résolution écrite de problèmes numériques simples ou plus ouverts ?

Nous faisons l'hypothèse qu'un entraînement en calcul mental facilite l'exploration des relations existant entre les données d'un problème, favorise la mise en œuvre de procédures d'essais (éventuellement mentales) au cours de la recherche du problème ainsi que de procédures de contrôle du résultat.

- quel est le rôle joué par la production collective d'écrits à propos des pratiques de calcul mental sur les processus de décontextualisation, dépersonnalisation et plus généralement de conceptualisation ?

Nous avons mis en place une activité visant à construire une mémoire collective du travail numérique ayant un double but de diagnostic et d'apprentissage.

Diagnostic : nous faisons l'hypothèse que nous pouvons avoir ainsi accès à ce que les élèves retiennent des activités de calcul mental faites en classe, à ce qui est important pour eux, et dans une certaine mesure, à certaines de leurs conceptions des nombres et des propriétés des opérations. De plus, la régularité de ces séances nous permet de reconstruire l'histoire de l'appropriation de certaines techniques de calcul, de procédures, de règles...mais aussi de la conceptualisation de certaines notions ou de la reconnaissance de certains modèles. Nous pouvons ainsi espérer recueillir des indices sur leur automatisation. De même, nous souhaitons ainsi avoir des indications sur certains réinvestissements du calcul mental dans la résolution écrite de problèmes.

Apprentissage, institutionnalisation : nous faisons l'hypothèse générale que ces séances de mémoire collective où les élèves doivent produire un écrit collectif permettent d'aider :
- à la décontextualisation en imposant une formulation excluant tout exemple particulier
- à la dépersonnalisation en imposant une rédaction collective
- à la conceptualisation des notions et méthodes étudiées
- à l'institutionnalisation des possibles transferts entre calcul mental et résolution écrite de problèmes.

Nous pensons mettre ainsi en place un processus de conceptualisation fondé sur une dialectique entre actions et formulations.

Ces hypothèses prennent appui d'une part, sur les résultats d'une expérimentation menée précédemment (D. Butlen et M. Pezard : cahier de DIDIREM n°13, une expérience d'enseignement de mathématiques à des élèves de CE2 en difficulté, IREM de Paris VII) et d'autre part, sur les études déjà faites en didactique des mathématiques portant sur l'institutionnalisation (cf. G. Brousseau, M.J. Perrin-Glorian).

<u>Parallèlement, nous nous intéressons au rôle du maître</u> dans la gestion des activités de calcul mental et de mémoire collective et plus particulièrement au poids de l'institutionnalisation dans la capitalisation des connaissances et compétences acquises lors de ces activités et dans un éventuel transfert à la résolution écrite ou mentale de problèmes.

Pour traiter ces questions, nous nous appuyons sur certaines recherches de didactique des mathématiques. En particulier, dans nos recherches précédentes sur le calcul mental (D. Butlen & M. Pezard - 1992), nous avons constaté que le maître a un rôle très important à jouer dans l'explicitation des procédures utilisées par les élèves : pour qu'une activité de calcul mental soit enrichissante, il est indispensable que le maître d'une part fasse expliciter les procédures mises en oeuvre par les élèves (qu'elles conduisent ou non à un résultat juste) ; d'autre part qu'il fasse comparer ces procédures, afin que chaque élève puisse déterminer, en fonction de ses conceptions numériques, et par souci personnel d'économie, la procédure la mieux adaptée (celle-ci n'est pas forcément la même pour tous les élèves). Ce travail permet la diffusion de nouvelles procédures dans toute la classe. Toutefois, il doit être complété par une institutionnalisation de certaines procédures et par une automatisation de certains calculs. Sur ce point, nous rejoignons les conclusions de J.P. Fischer sur la nécessaire automatisation de certains calculs élémentaires (J.P. Fischer 1987).

De plus, dans notre étude sur la résolution mentale de problèmes additifs (D. Butlen M. Pezard), nous avons montré qu'une institutionnalisation trop tardive et trop faible retardait voire empêchait l'évolution qualitative des procédures des élèves.

Dans notre travail, nous nous posons les questions suivantes :

- quel est l'impact de l'institutionnalisation par le maître de procédures de calcul mental sur les performances des élèves dans la résolution de problèmes ? Une institutionnalisation plutôt forte a-t-elle une plus grande efficacité ? Si oui, cela dépend-il du type de problème , notamment du degré de familiarité de l'élève avec le problème ?
- un dispositif spécifique, du type de celui mis en place lors de la construction d'une mémoire collective de la classe, favorise-t-il la capitalisation des acquis et leurs transferts dans la résolution de problèmes ?

Ce dispositif est-il adapté aux différentes contraintes liées aux niveaux scolaires des élèves ? En particulier, quel est le poids des contraintes liées à la gestion du temps et le poids des différents types de contrats en vigueur dans les classes de l'école élémentaire et du collège ?

2- MÉTHODOLOGIE

L'expérimentation porte sur cinq années (1991-1996).

Choix des problèmes

Nous avons testé deux types de problèmes :

1- *Des problèmes numériques "classiques"* : ils s'inscrivent dans les apprentissages prévus en CM2 et ne portent pas sur des notions non encore enseignées à ce niveau. Ce sont des problèmes que l'on peut qualifier de "classiques", à savoir faisant intervenir une ou plusieurs opérations facilement reconnaissables par des élèves de CM2, et dont l'habillage s'inscrit dans le répertoire habituel des manuels de ce niveau. De plus, les énoncés ne présentent pas de difficultés particulières de vocabulaire. Nous avons fait ce choix pour ne pas introduire de variables supplémentaires.

2- *Un problème plus "ouvert"* : il s'agit d'un problème de proportionnalité relevant donc d'un modèle plus difficilement reconnaissable par un élève de CM2 (nous n'en rendrons pas compte ici).

Pour construire les problèmes numériques "classiques", nous faisons intervenir plusieurs variables :
- la nature des opérations (addition, soustraction, multiplication, division)
- le nombre de données numériques (2 données, 3 données, une donnée inutile)
- la structure du problème "simple" ou "complexe" : pour cette différenciation, nous nous appuyons sur les travaux de G. VERGNAUD concernant les structures additives et multiplicatives.

Pour **l'addition**, nous considérons comme structure "simple" soit les problèmes de composition de mesures (réunion), soit les problèmes de calcul d'un état final.

Nous considérons comme structure "complexe" soit les problèmes de calcul d'un état initial, soit les problèmes de composition de transformations positives.

Pour la **soustraction**, de la même façon, nous considérons comme structure "simple" soit les problèmes de recherche du complément, soit les problèmes de calcul d'un état final (sens "enlever").

Nous considérons comme structure "complexe" soit les problèmes de calcul d'un état initial, soit les problèmes de composition de transformations négatives (à noter que ces derniers se résolvent en fait par une addition).

Pour la **multiplication**, nous considérons comme structure "simple" les problèmes d'addition réitérée ou pouvant se représenter par une grille rectangulaire .

Nous considérons comme structure "complexe" les problèmes de combinatoire (recherche de tous les possibles) et ceux faisant intervenir un calcul d'aire ou de volume.

Pour la **division**, nous considérons comme structure "simple" les problèmes de partage ou de répartition et comme structure "complexe" les problèmes faisant intervenir l'inverse d'une multiplication ou la recherche d'une dimension dans un calcul d'aire ou de volume.

Les problèmes de division avec trois données n'étant pas pertinents, nous proposons à la place des problèmes de division avec reste.

Nous allons croiser la variable "type d'opération" avec les variables "données numériques" et "structure simple ou complexe", ce qui conduit à 24 problèmes différents.

Les valeurs numériques sont choisies de telle sorte qu'elles n'apportent pas de complexité supplémentaire (nombres inférieurs à 10 ou se prêtant à un calcul mental "facile").

Ces 24 problèmes sont donc construits ainsi (voir tableau n°1 et annexe n°1).

<u>Tableau n°1 : critères de construction des problèmes</u>

données numériques opérations	2 données	3 données	une donnée inutile
+	état final *n°4* état initial *n°5*	état final *n°12* composée de transformations *n°16*	réunion *n°10* état initial *n°3*
-	complément *n°15* état initial *n°19*	état final *n°6* composée de transformations *n°7*	distance *n°11* composée de transformations *n°21*
x	addition réitérée *n°1* Aire *n°8*	addition réitérée *N°20* Volume *n°13*	addition réitérée *n°2* Produit cartésien *n°24*
/	répartition (reste nul)*n°17* multiplication inverse (aire) *n°22*	répartition (avec reste) *n°9* division avec reste *n°14*	division (reste nul) *n°23* multiplication inverse *n°18*

Dans chaque case du tableau :
en haut, à gauche, figurent les problèmes à structure simple
en bas, à droite, figurent les problèmes à structure complexe.

Pour désigner chaque problème, nous utilisons un triplet (opération, nombre de données ou donnée inutile (notée di), complexité de la structure (notée s ou c)) ; ainsi le problème n°1 est noté (x,2,s) car il s'agit d'un problème de multiplication avec deux données et de structure simple, le problème n°3 est noté (+,di,c) car c'est un problème d'addition avec une donnée inutile et de structure complexe.

Pour évaluer le poids d'une institutionnalisation "forte" sur les performances des élèves, nous faisons l'hypothèse qu'il suffit de retenir parmi les problèmes ci-dessus ceux relevant d'une structure complexe (12 problèmes). En effet, les problèmes à structure simple sont suffisamment familiers à des élèves de CM2 pour limiter les effets de l'institutionnalisation.

En fait, nous avons tout de même retenu deux problèmes à structure simple (n°2 et n°6) faisant intervenir le calcul d'un état final dans un jeu de l'autobus. De plus, nous avons changé l'habillage des problèmes entre la résolution mentale et la résolution écrite ; mais la structure et les valeurs numériques restent strictement identiques.

Ces 12 problèmes sont construits ainsi (voir tableau n°2 et annexes n°2 et n°2bis) :

Tableau n°2 : critères de construction des problèmes

données numériques / opérations	2 données	3 données	une donnée inutile
+		état final *n°6* composée de transformations *n°9*	état initial *n°1*
-		état final *n°2* composée de transformations *n°5*	composée de transformations *n°10*
x	Aire *n°4*	Volume *n°7*	Produit cartésien *n°12*
/	multiplication inverse (aire) *n°11*	division avec reste *n°8*	division avec reste n°3

Dispositif expérimental

Pour évaluer l'impact d'une pratique régulière de calcul mental sur la résolution de problèmes, nous avons proposé soit 24 problèmes, soit 12 problèmes ainsi qu'un exemple de problème "plus ouvert" à deux types de classes : une classe entraînée et un échantillon témoin.

<u>*Public testé*</u>

Nous disposons de deux classes entraînées régulièrement au calcul mental : les classes de CM2 de Mme D. (1991 / 1992, testée sur 24 problèmes) et de Mme G. (1992 / 1993, testée sur 12 problèmes).

De même, nous disposons de deux classes témoins : les classes de CM2 de Mme D. (1992 / 1993, testée sur 12 problèmes) et de Mme K (1994, testée sur 24 problèmes).

Nous avons adopté deux scénarios différents pour les classes testées sur 24 problèmes et celles testées sur 12 problèmes :

Test comportant 24 problèmes :

classe entraînée :

Résolution mentale : les séances ont lieu une fois par semaine au cours du premier trimestre de l'année scolaire 1991/92, elles sont conduites par l'un des chercheurs, l'autre chercheur et le maître de la classe jouant le rôle d'observateurs. Chacune des six séances se déroule ainsi : une vingtaine de minutes, consacrées à un "échauffement" en calcul mental, sont suivies d'une résolution mentale de problèmes. Le maître lit deux fois le texte du problème ; pendant cette lecture les élèves peuvent noter brièvement des informations[1]. Après un temps de réflexion de quelques minutes pendant lequel ils n'ont pas le droit d'écrire, les élèves doivent donner le résultat avec éventuellement un calcul en ligne, en aucun cas ils ne peuvent utiliser l'algorithme écrit.

Résolution écrite : les mêmes problèmes sont proposés aux élèves de la même classe, mais cette fois ci, le texte des problèmes est écrit sur une feuille, les élèves doivent le lire et répondre aux questions (4 à 5 problèmes par séance). Le maître précise qu'il souhaite voir les éventuels essais, dessins, opérations effectués. Les calculettes ne sont pas autorisées.

classe témoin : La passation est identique mais n'est pas accompagnée d'un entraînement au calcul mental.

Tests comportant 12 problèmes :

classe entraînée : le scénario adopté est le suivant :
- deux séances "d'échauffement" au calcul mental de 45 minutes environ : compter et décompter de n en n , opérations mentales, jeux faisant intervenir des calculs mentaux, par exemple "le compte est bon", le jeu de Syracuse...
- trois séances constituées d'une part par des activités de calcul mental (environ 20 minutes) et d'autre part par la résolution mentale de quatre problèmes ; la méthode de passation est la même que celle adoptée lors de la résolution mentale des 24 problèmes.
- une nouvelle séance de 45 minutes d'échauffement en calcul mental uniquement
- trois séances constituées d'une part par des activités de calcul mental (environ 20 minutes) et d'autre part par la résolution écrite de quatre problèmes; la méthode de passation est aussi la même que celle adoptée lors de la résolution écrite des 24 problèmes.

[1] en fait nous avons observé qu'ils notent soit des informations numériques, soit des codages d'actions (exemple : flèches dans le cas du jeu de l'autobus)

classe témoin : le scénario adopté est le suivant : trois séances de résolution mentale de quatre problèmes, trois séances de résolution écrite de quatre problèmes ; dans chaque cas, la méthode de passation est la même que celle adoptée dans la classe entraînée.

De plus, les pratiques professionnelles des deux institutrices (Mme D et Mme G) étant différentes, l'analyse comparée des performances, respectivement en résolution écrite et mentale des deux classes entraînées sur les 12 problèmes à structure complexe, doit nous permettre de mieux cerner le poids de l'institutionnalisation.

<u>Planification des différentes expérimentations portant sur l'impact d'un entraînement au calcul mental sur la résolution mentale et écrite de problèmes arithmétiques "classiques"</u>

	structures simples		structures complexes	
	classe entraînée	classe témoin	classe entraînée	classe témoin
institutionnalisation forte	(*)	(*)	Mme G 1992/1993	Mme D 1992/1993
institutionnalisation faible	Mme D 1991/1992	Mme K 1994/1995	Mme D 1991/1992	Mme K 1994/1995

L'étude de l'impact d'un entraînement au calcul mental sur la comparaison entre résolution mentale et écrite des mêmes problèmes se fait sur le même public (classes entraînées et échantillon témoin).

Remarque : dans le cas des structures simples, notre échantillon témoin n'est pas assez important (une seule classe) ; nous envisageons un complément d'expérimentation en 1995/96.

3- PREMIERS RÉSULTATS

Nous pouvons donner nos premiers résultats et en proposer une interprétation en faisant référence au modèle de la mémoire que nous avons adopté.

1) IMPACT DU RECOURS À L'ÉCRIT SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES CLASSIQUES

L'analyse des écarts de performances entre résolution mentale et écrite des problèmes dans un échantillon de classes non entraînées confirme l'idée qu'en résolution écrite, la permanence des données, le temps de résolution en général plus long et le recours à un algorithme écrit amènent à de meilleurs résultats.

Toutefois ces écarts ne sont pas dus à des erreurs de même nature selon la complexité du problème.

Dans le cas des structures simples : les écarts entre écrit et mental ne sont significatifs que pour les problèmes multiplicatifs et portent essentiellement sur le traitement des calculs et des données. Cela peut s'expliquer par une reconnaissance du modèle plus aisée ; le recours à l'écrit ne facilite alors que les calculs et le tri des données.

Dans le cas des structures complexes : les écarts entre résolution écrite et mentale sont significatifs à la fois pour les structures additives où ils portent sur tous les types

(*) Le rôle de l'institutionnalisation n'est étudié que pour les problèmes à structure complexe : nous faisons l'hypothèse qu'il n'est pas sensible dans le cas des structures simples d'erreurs et pour les structures multiplicatives où ils ne concernent que la reconnaissance du modèle.

Nous constatons donc une évolution de l'impact du recours à l'écrit sur les performances et la nature des erreurs en fonction du niveau de complexité des problèmes traités :
- structures simples additives : aucun écart significatif
- structures simples multiplicatives : écart significatif portant sur la diminution du nombre des erreurs de calcul et de données
- structures complexes additives : écart significatif portant sur la diminution de tous les types d'erreurs
- structures complexes multiplicatives : écart significatif portant sur la reconnaissance du modèle.

Ainsi, **dans le cas des structures additives simples,** on peut penser que la reconnaissance du modèle étant pratiquement automatisée et les opérations à effectuer bien maîtrisées, le recours à l'écrit ne permet pas de meilleures performances.

Dans le cas des structures simples multiplicatives, le modèle étant encore bien familier aux élèves, le recours à l'écrit ne se traduit que par une meilleure maîtrise des calculs et des données.

Dans le cas des structures complexes additives, le modèle étant moins familier aux élèves, le recours à l'écrit se traduit par une diminution de tous les types d'erreurs. Nous pouvons interpréter cela comme une réduction de l'espace des opérations au profit de l'espace réservé à la représentation du problème. Ce transfert ne peut profiter qu'aux élèves maîtrisant mal le modèle sous-jacent.

Enfin, **dans le cas des structures complexes multiplicatives**, le modèle étant peu familier aux élèves, voire totalement nouveau, le recours à l'écrit se traduit par une diminution sensible des erreurs de modèle. Nous pouvons interpréter ces résultats comme la réduction de l'espace des opérations et du stockage des données au profit de l'espace des représentations. Ce transfert est plus net que pour les structures additives car le modèle n'est pas familier aux élèves.

Nous pouvons donc illustrer cette interprétation par les schémas ci-dessous :

Schéma n° 1 : résolution standard

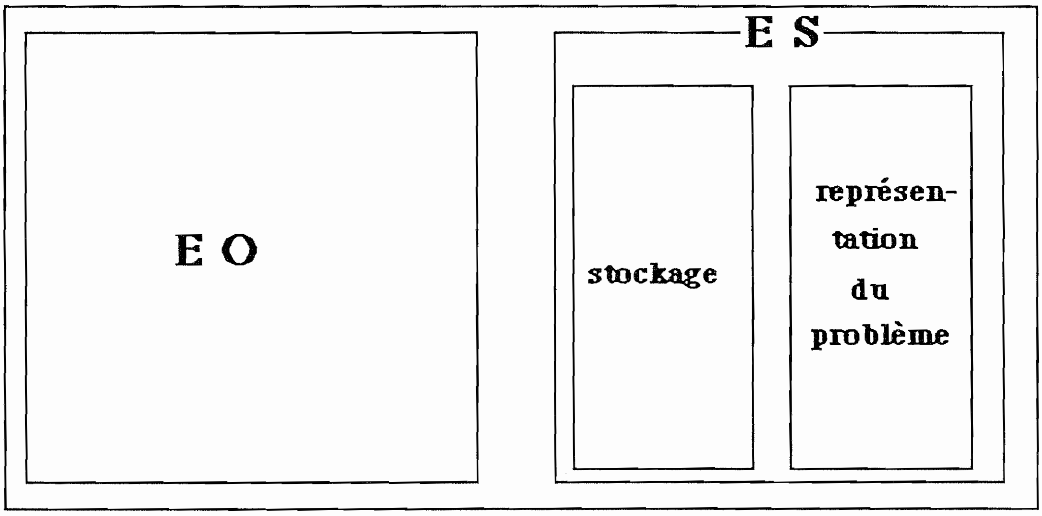
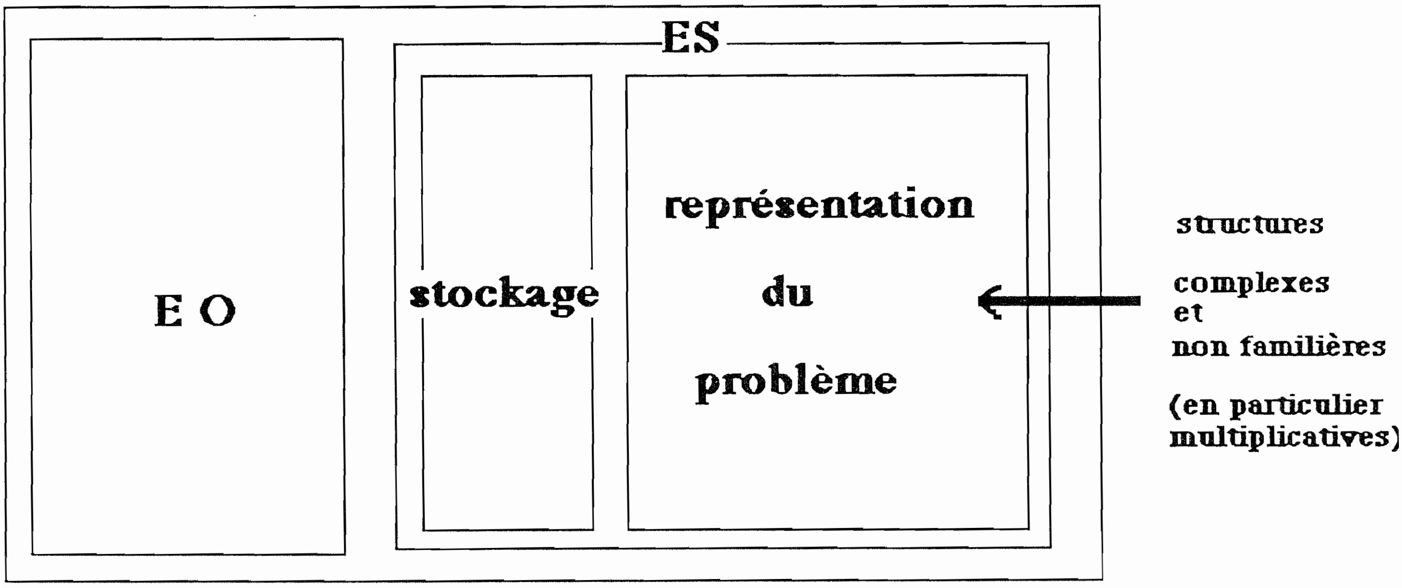


Schéma n° 2 : impact du recours à l'écrit sur la résolution de problèmes, comparaison résolution écrite et résolution mentale, échantillon témoin



Ce schéma traduit une diminution de l'espace des opérations au profit de l'espace réservé au stockage des données et à la construction de représentations du problème. Nous ne pouvons déduire de façon certaine de nos expérimentations l'existence d'une diminution de l'espace de stockage des données. Nous pouvons toutefois faire l'hypothèse que le recours permanent au texte écrit a cet effet.

2) IMPACT DU CALCUL MENTAL SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES NUMÉRIQUES CLASSIQUES

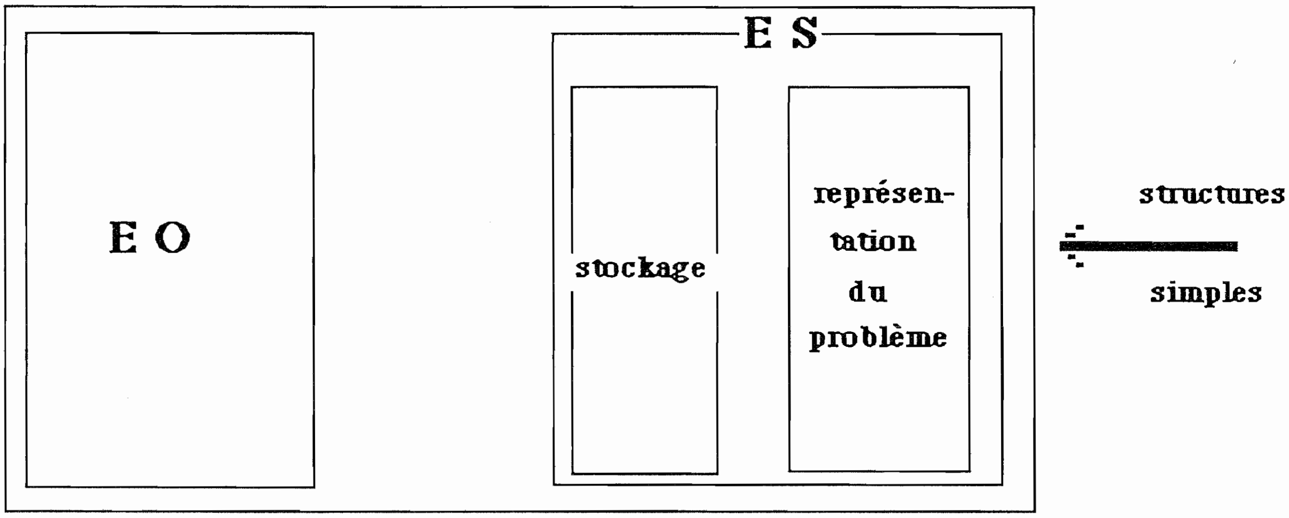
2.1) Résolution mentale

Les analyses précédentes font apparaître **des résultats diversifiés en fonction du degré de complexité et de familiarité du problème posé.**

Dans le cas des structures simples, les écarts de performances sont peu marqués. L'impact du calcul mental est faible. Les erreurs des deux types de classes sont essentiellement des erreurs de calculs ou de données. On peut donner de ces résultats l'interprétation suivante :
les élèves reconnaissant facilement le modèle, l'impact d'un entraînement au calcul mental ne peut porter que sur une meilleure maîtrise des calculs et des données. **Dans ce cas, la réduction de l'espace des opérations ne se fait donc pas au profit d'un accroissement de l'espace consacré à la représentation du problème.**

Cela peut s'illustrer par le schéma suivant :

Schéma n°3 : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur la résolution mentale de problèmes, cas des structures simples

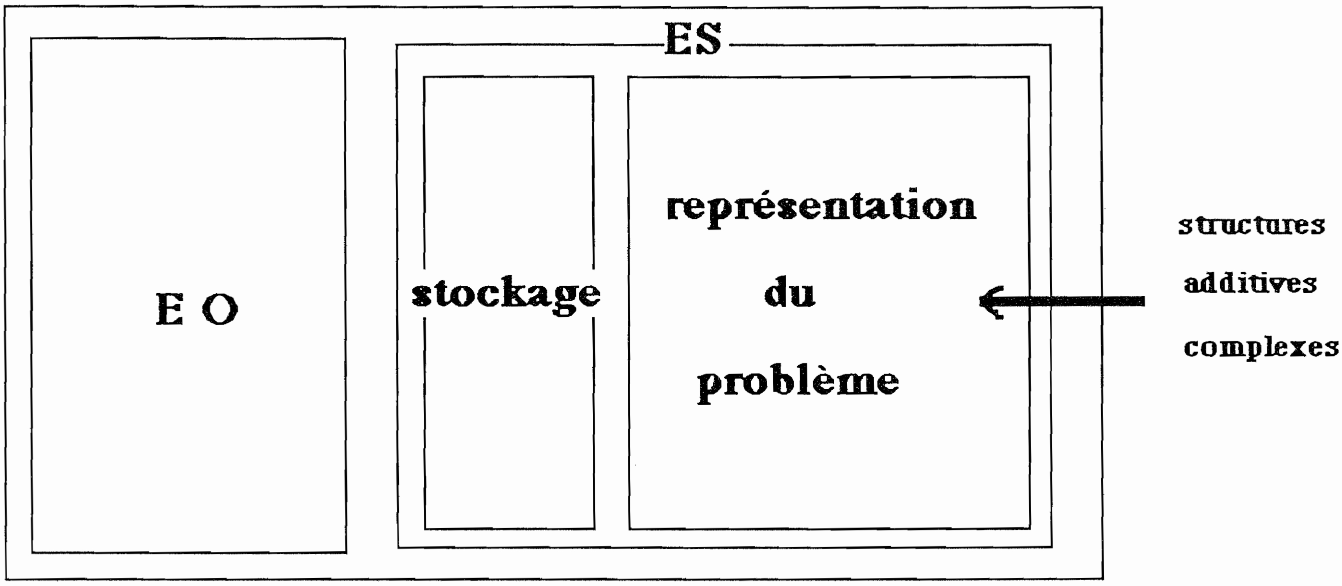


Comme dans le cas du schéma n°2, nous ne pouvons certifier une diminution de l'espace de stockage des données ; toutefois nous faisons l'hypothèse qu'un entraînement au calcul mental réduit à la fois l'espace des opérations et l'espace consacré au stockage des données.

Dans le cas des structures complexes, on n'observe un impact de l'entraînement au calcul mental que pour les problèmes additifs. Les erreurs concernées sont des erreurs de modèle.(Dans le cas des problèmes multiplicatifs, le nombre important d'erreurs de modèle dans la classe entraînée ne nous permet pas de conclure à un impact du calcul mental).

On peut donner de ces résultats l'interprétation suivante : **le modèle étant moins familier aux élèves, un entraînement régulier au calcul mental libère de l'espace mental et permet, de ce fait, une meilleure reconnaissance du modèle quand celui-ci n'est pas trop nouveau (cas des structures additives complexes).** On peut illustrer cet effet par le schéma ci-dessous :

Schéma n°3 bis : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur la résolution mentale de problèmes, cas des structures complexes



Comme dans le cas du schéma précédent, nous faisons l'hypothèse qu'un entraînement au calcul mental réduit à la fois l'espace des opérations et l'espace consacré au stockage des données.

2.2) Résolution écrite

Les résultats obtenus nous permettent de préciser l'impact d'un entraînement au calcul mental sur la résolution écrite de problèmes selon **le degré de complexité de la structure sous-jacente.**

Structures simples additives : nous n'avons pas observé d'impact significatif, les erreurs étant trop peu nombreuses pour en permettre la mesure.

Structures simples multiplicatives : nous observons un impact se traduisant par une diminution des erreurs de calcul et de données.

Structures complexes additives : nous observons un impact portant sur tous les types d'erreurs bien que la diminution du nombre des erreurs de modèle soit plus importante dans la classe où la passation s'inscrit dans une pratique régulière.

Structures multiplicatives complexes sous-jacentes à des problèmes relativement familiers aux élèves de CM2 (calcul d'aire, de division) : nous observons un impact se traduisant par une diminution de tous les types d'erreurs.

Structures multiplicatives complexes sous-jacentes à des problèmes peu familiers aux élèves de CM2 (calcul de volume ou du cardinal d'un produit cartésien) : les résultats semblent dépendre du degré de familiarité des élèves avec le problème posé. Les élèves de l'échantillon témoin ont sans doute plus fréquenté ce type de problème.

Comme en résolution mentale, **les résultats sont donc diversifiés en fonction du degré de complexité et de familiarité du problème posé.**

Dans l'analyse de la comparaison entre résolution écrite et résolution mentale de problèmes dans une classe non entraînée, nous avons constaté que l'impact du recours à l'écrit dépend du degré de complexité du problème posé. L'impact du calcul mental sur la résolution écrite de problèmes dépend lui aussi de ce facteur.

Dans les deux cas, nous ne constatons **pas d'écarts significatifs pour les structures simples additives.**

Par contre, **les écarts sont significatifs et portent sur les mêmes types d'erreurs pour les problèmes relevant d'une structure simple multiplicative** (calcul ou données) **et d'une structure complexe additive** (tout type d'erreurs).

Enfin, l'entraînement au calcul mental n'a pas le même impact que le recours à l'écrit pour les problèmes relevant d'une **structure complexe multiplicative** : l'écrit favorise la reconnaissance du modèle alors que pour le calcul mental, **il faut distinguer entre les structures multiplicatives complexes relativement familières** (calcul d'aire, division) **et les structures multiplicatives complexes très peu familières** (calcul de volume ou du cardinal d'un produit cartésien). **Dans le premier cas, l'impact existe et se traduit par une diminution de tous les types d'erreurs ; dans le second cas, un entraînement au calcul mental n'a pas d'effets significatifs.**

En conclusion, il semble qu'un entraînement régulier au calcul mental vienne renforcer le recours à l'écrit pour une certaine catégorie de problèmes : ils doivent être assez familiers aux élèves mais pas trop.
L'effet se traduit par :
- une diminution des erreurs de calcul et de données dans le cas de problèmes familiers (structures simples multiplicatives)
- une diminution de tous les types d'erreurs dans le cas de problèmes un peu moins familiers (composition de transformations additives, calcul d'aire et division).

Nous pouvons donner une interprétation de ces résultats en terme d'espace mnésique : un entraînement régulier au calcul mental réduit l'espace des opérations ; cela se traduit soit par une meilleure maîtrise des calculs et des données quand le modèle est familier, soit par une meilleure reconnaissance du modèle qui s'ajoute à une meilleure maîtrise des calculs quand le modèle est moins familier.

On voit ainsi se dessiner une zone d'influence d'un entraînement au calcul mental sur la résolution écrite de problèmes numériques "classiques" : les problèmes concernés ne doivent être ni trop simples, ni trop complexes. Entre ces deux degrés extrêmes de complexité, nous constatons que l'entraînement au calcul mental vient renforcer les effets du recours à l'écrit.

Notons de plus que l'impact sur la reconnaissance du modèle est renforcé à l'écrit quand la passation s'inscrit dans une pratique régulière du calcul mental.

Nous pouvons illustrer cette interprétation par le schéma suivant :

schéma n°4 : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur la résolution écrite de problèmes

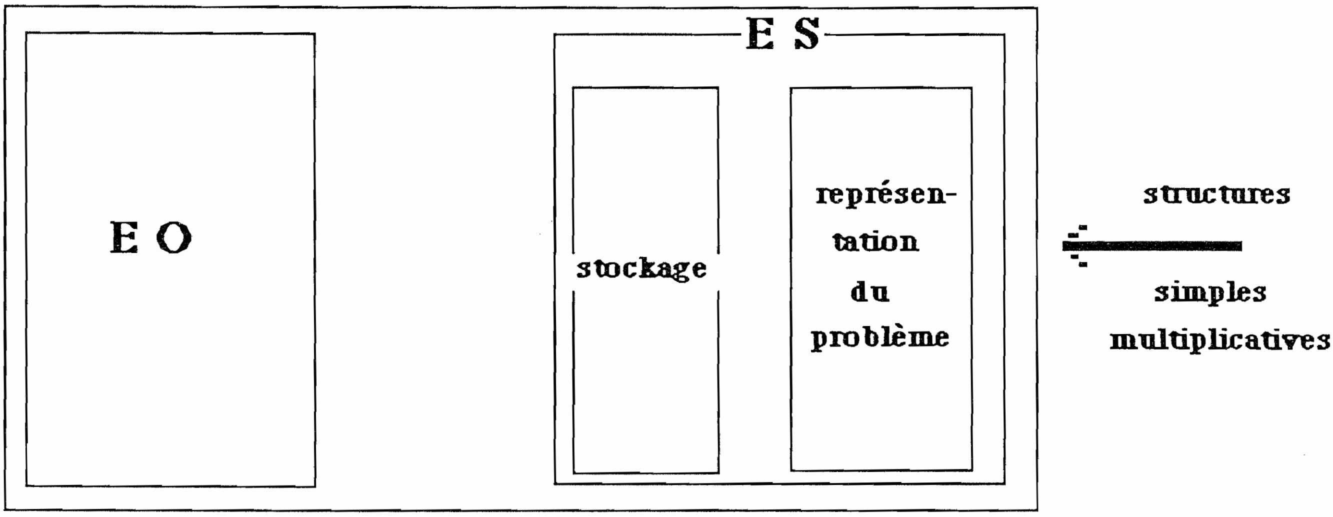
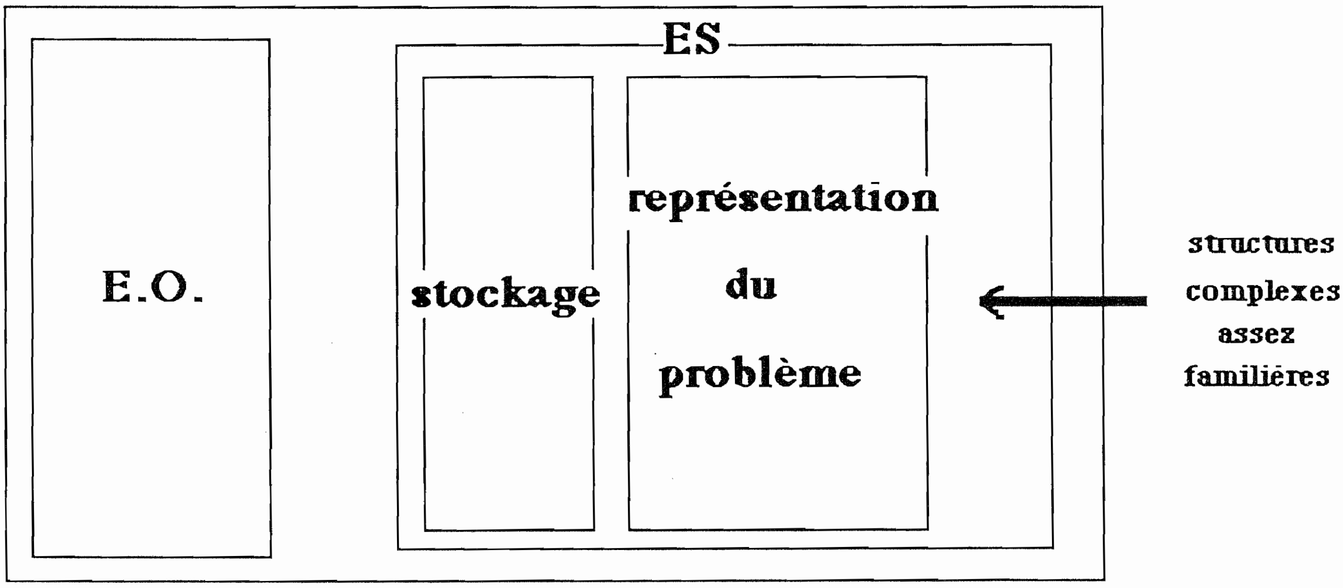


schéma n°4 bis : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur la résolution écrite de problèmes



Même remarque que pour les schémas n°2 et 3.

2.3) Résolution mentale et écrite des mêmes problèmes dans le cas d'un entraînement au calcul mental

Si nous comparons les écarts de performances entre résolution mentale et écrite dans les classes entraînées et non entraînées, nous constatons que les résultats dépendent encore du degré de complexité du problème posé.

Dans le cas des structures simples : les écarts entre résolution mentale et résolution écrite sont analogues dans les classes entraînées et dans les classes non entraînées (écarts peu significatifs pour les structures additives, écarts significatifs portant sur les erreurs de calculs et de données pour les structures multiplicatives).

Dans le cas des structures complexes **:** on observe des différences entre les deux types de classes ; pour les structures additives, l'écart des performances dans les classes entraînées est moins marqué que pour l'échantillon témoin (2 problèmes sur 6 au lieu de 3 sur 6) mais il porte aussi sur tous les types d'erreurs.
Pour les structures multiplicatives, l'écart est plus marqué dans les classes entraînées que pour l'échantillon témoin (4 problèmes sur 6 au lieu de 3 sur 6), il porte sur tous les types d'erreurs avec une prédominance pour les erreurs de modèle pour les classes entraînées, alors qu'il porte essentiellement sur les erreurs de modèle pour l'échantillon témoin.

Ces résultats peuvent s'interpréter ainsi :
- **dans le cas des structures simples,** les écarts de performances et la nature des erreurs étant globalement conservés, on peut en conclure que l'impact du calcul mental n'est pas perceptible. Un entraînement au calcul mental n'apporte donc rien de plus par rapport au recours à l'écrit.
- **dans le cas des structures complexes additives,** l'écart entre résolution mentale et résolution écrite étant légèrement moins marqué dans les classes entraînées, on peut en conclure que le calcul mental "rapproche" en quelque sorte l'écrit de l'oral en réduisant les écarts.
- **dans le cas des structures complexes multiplicatives,** les résultats obtenus ne nous permettent pas de conclure.

Notons que ces résultats renforcent nos interprétations précédentes : un entraînement au calcul mental accroît l'aide apportée par le recours à l'écrit dans un type bien particulier de problèmes, ici réduit aux seuls problèmes additifs complexes (composition de transformations).

4- INFLUENCE DE L'INSTITUTIONNALISATION SUR L'IMPACT D'UN ENTRAÎNEMENT AU CALCUL MENTAL

Pour cerner le rôle de l'institutionnalisation de procédures de calcul mental sur les performances des élèves lors de résolution de problèmes, dans un premier temps, nous nous assurons, à l'aide d'un questionnaire, que le poids des institutionnalisations n'est pas le même dans les deux classes entraînées. Puis nous comparons les performances de ces deux classes (problèmes à structure complexe seulement) en prenant en compte ce nouveau critère.

Nous avons constaté des écarts de performances entre les deux classes que nous pouvons interpréter comme étant liés aux conditions de l'institutionnalisation pratiquée. Elle a été plus longue, plus régulière et plus consistante dans la classe G. Son impact est plus sensible dans le cas de la résolution écrite de problèmes additifs complexes et dans une moindre mesure de problèmes multiplicatifs complexes.

Globalement, les résultats sont meilleurs dans la classe de Mme G. ayant bénéficié d'une institutionnalisation forte. Toutefois, les écarts ne sont vraiment marqués que pour certains problèmes à structure les plus complexes résolus par écrit.

Ainsi, une institutionnalisation forte de procédures de calcul mental n'influe pas systématiquement sur les performances des élèves en résolution de problèmes. Elle est surtout sensible, à long terme, dans le cas de problèmes faisant intervenir des structures plutôt complexes.

L'inversion des résultats des deux classes entre résolution mentale et résolution écrite de problèmes de composition de transformations (additives) de signes contraires (mieux réussis en résolution mentale dans la classe à institutionnalisation faible, mieux réussis en résolution écrite dans la classe à institutionnalisation forte), montre qu'une institutionnalisation locale est plus efficace à court terme alors qu'une institutionnalisation régulière et continue se révèle efficace à long terme.

Nous nous ne pouvons pas encore donner de résultats concernant les rapports entre institutionnalisation, conceptualisation et construction d'une mémoire collective de la classe, l'expérience se déroulant actuellement.

5- CONCLUSION

Le tableau ci-dessous résume nos observations. Nous constatons qu'un entraînement régulier au calcul mental améliore les performances des élèves pour une certaines catégories de problèmes : ces problèmes doivent être assez familiers aux élèves mais pas trop ; l'exemple type semble être celui des problèmes additifs complexes faisant intervenir des compositions de transformations. Dans ce dernier cas, l'impact est sensible en résolution mentale comme en résolution écrite. Il est renforcé quand l'institutionnalisation est suffisamment forte. On constate un impact moins marqué dans le cas des structures multiplicatives quand elles sont relativement familières aux élèves de CM2.

Notons, dans le cas des structures simples, que cet impact porte sur la maîtrise des calculs et le tri des données : le modèle étant suffisamment familier aux élèves, on peut faire l'hypothèse que sa reconnaissance est quasi automatisée.

Par contre, dans le cas des structures complexes, l'impact porte sur tous les types d'erreurs, voire essentiellement sur la reconnaissance du modèle. Ce dernier étant moins familier aux élèves, on peut l'hypothèse qu'un entraînement au calcul mental réduit l'espace des opérations au profit de l'espace consacré à la représentation du problème.

Ainsi, un entraînement au calcul mental, en améliorant les habiletés calculatoires des élèves, favorise une "prise de sens" dans le cas de modèles relativement familiers sans pour autant que leur reconnaissance soit automatisée.

type de problèmes		impact du recours à l'écrit (échantillon témoin)	impact du calcul mental sur la résolution mentale	impact du calcul mental sur la résolution écrite	impact du calcul mental sur la comparaison résolution écrite et mentale	impact de l'institution -nalisation sur la résolu-tion mentale	impact de l'institu-tionnali-sation sur la résolution écrite
structures simples	structures additives	NON	FAIBLE (erreurs de calculs ou de données)	NON	NON	non testé	non testé
	structures multiplica -tives	OUI (erreurs de calculs ou de données)	FAIBLE (erreurs de calculs ou de données)	OUI (erreurs de calculs ou de données)	NON	non testé	non testé
structures complexes	structures additives	OUI (Tous les types d'erreurs)	OUI (erreurs de modèle)	OUI (Tous les types d'erreurs)	FAIBLE (Tous les types d'erreurs)	OUI impact à court terme	OUI (à long terme)
	structures multiplica -tives	OUI (erreurs de modèle)	NON	OUI pour les problèmes les plus familiers (Tous les types d'erreurs)	NON	FAIBLE portant sur la reconnais-sance du modèle	FAIBLE (à long terme)

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] ALLARDICE B.S et GINSBURG H.P. Children's psychological difficulties in mathematics. In H.P. Ginsburg (Ed), the development of mathematical thinking. (1983). New-York Academic Press.

[2] BRISSIAUD R. "Comment les enfants apprennent à calculer". ÉDITIONS RETZ. (1989).

[3] BUTLEN D. et PEZARD M. " Calcul mental, calcul rapide, "Brochure n° 78 de l'I.R.E.M. de Paris 7. .(1989).

[4] BUTLEN D. "Apport de l'ordinateur à l'apprentissage des écritures multiplicatives au C.E." Thèse de troisième cycle de didactique des mathématiques I.R.E.M de Paris VII. (1985).

[5] BUTLEN D. et PEZARD M. "Calcul mental et résolutions de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2" *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 12-2-3

[6] CONNE F. "Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problème d'arithmétique", *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol 5-3

[7] DENIS M. "Représentation imagée et résolution de problèmes". *Revue Française de Pédagogie* n° 60. (1982).

[8] FAYOL M. "Nombre, numération et dénombrement. Que sait-on de leur acquisition ?". *Revue Française de Pédagogie* n° 70. (1985).

[9] FAYOL M. "L'enfant et le nombre". Delachaud / Niestle. (1990).

[10] FAYOL M. et MAURY S. "Combinatoire et résolution de problèmes aux cours moyens 1 et 2 ". *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Volume 7-1 (1986). Éditions "la Pensée Sauvage".

[11] FAYOL M. HABDI H. et GOMBERT J.E. "Arithmetic Problems Formulation and Working Memorie Load" (1987) Laboratoire de Psychologie Université de Bourgogne - Dijon.

[12] FISCHER J.P. "Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de trois à six ans" *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 2-3 (1981). Editions "la Pensée Sauvage".

[13] FISCHER J.P. "Complexité de compréhension et d'exécution des opérations arithmétiques élémentaires" (1988). *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Vol 9-2. Éditions "la Pensée Sauvage".

[14] FISCHER J.P. "L'automatisation des calculs élémentaires à l'école". (1987). *Revue Française de Pédagogie* n°80

[15] LEONTIEV A.N. "Principles of mental development and the problem of intellectual backwardness. In B.J. Simon (Ed), Educational Psychology in the USSR. (1959). London : Routledge Kegan.

[16] RESNICK L.B. "A developmental theory of nomber understanding. In H.P. Ginsburg (Ed), The development of mathematical thinking. (1983). New-York Academic Press.

[17] RICHARD J.F. "Mémoire et résolution de problèmes". (1982). *Revue Française de Pédagogie* n° 60.

[18] ROGALSKI. J. "A propos de l'acquisition de la bidimensionnalité chez les élèves d'âge pré-scolaire et scolaire." et "Enseignement et acquisition de la bidimensionnalité." Cahiers de didactique des mathématiques n° 12 et 13. I.R.E.M de Paris VII. (1984).

[19] VERGNAUD G. "L'enfant, la mathématique et la réalité" (1981). Editions Peter Lang.

[20] VERGNAUD G. "Questions de représentation et de formulation dans la résolution de problèmes mathématiques", *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, IREM de Strasbourg, Vol 2 (1989)

ANNEXE N°1

Problème 1 : (x,2,s) :

Pour réaliser un pull, Sylvie achète 18 pelotes de laine à 20F la pelote ; calcule le montant de la dépense.

Problème 2 : (x,di,s) :

Une famille de 3 personnes séjourne pendant 6 jours à la résidence "des 3 îles" ; le tarif journalier de la pension est de 200F par personne ; calcule le montant de la dépense.

Problème 3 : (+,di,s) :

Marie fête son anniversaire le 22 septembre : elle a 11 ans.
Elle dit à sa maman : "j'ai exactement 32 ans de moins que toi !"
Quel est l'âge de Maman ?

Problème ( ) :

Pour reboiser une parcelle de forêt, on a planté 28 rangées de 50 sapins ; mais 20 petits arbres sont morts ; combien reste-t-il d'arbres dans la parcelle ?

Problème 4 : (+,2,s) :

Hier, j'ai lu jusqu'à la page 134 de mon livre ; aujourd'hui, j'ai lu 27 pages ; à quelle page en suis-je maintenant ?

Problème 5 : (+,2,c) :

Pierre a perdu 15 billes à la récréation ; il lui en reste 20 ; combien avait-il de billes avant ?

Problème 6 : (-,3,s) :

Dans un autobus, il y a 38 personnes ; au premier arrêt, 8 personnes descendent ; au second arrêt, 6 personnes descendent ; combien y-a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?

Problème 7 : (-,3,c) :

Au premier arrêt d'un autobus, 12 personnes montent ; au second arrêt, 4 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes descendent ; y-a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart ? combien en plus ou en moins ?

Problème 8 : (x,2,c) :

Un quadrillage rectangulaire comporte 34 carreaux sur la longueur et 20 carreaux sur la largeur ; combien ce quadrillage a-t-il de carreaux ?

Problème 9 : division avec reste

On doit répartir 50 pommes dans des corbeilles de 8 pommes chacune ; combien peut-on remplir de corbeilles ? combien reste-t-il de pommes ?

Problème 10 : (+,di,s) :

Dans une ville, il y a 3 écoles ; dans la première, on compte 150 élèves ; dans la seconde, 58 élèves ; dans la troisième, 70 élèves ; combien y-a-t-il d'élèves dans cette ville ?

Problème 11 : (-,di,s)

Jean part de Paris, doit passer par Melun et être à Fontainebleau à 10 heures ; la distance Paris-Fontainebleau est de 65 km et il y a 15 km de Melun à Fontainebleau ; quelle est la distance entre Paris et Melun ?

Problème 12 : (+,3,s)

Dans un autobus, il y a 36 personnes ; au premier arrêt, 3 personnes montent ; au second arrêt, 12 personnes montent ; combien y-a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?

Problème 13 : (x,3,s)

Dans une boîte, on dispose 5 morceaux de sucre sur la longueur, 3 morceaux sur la largeur et 4 morceaux sur la hauteur ; combien de morceaux de sucre y-a-t-il dans la boîte ?

Problème 14 : division avec reste :

Avec ses bottes de sept lieux, le petit Poucet se déplace de ville en ville ; il fait des pas de 8 km ; s'il parcourt 50 km, combien de pas va-t-il faire ?

Problème 15 : (-,2,s) :

Dans un parking, il y a 100 places ; ce matin, 67 places sont occupées, combien reste-t-il de places libres ?

Problème 16 : (+,3,c) :

Au premier arrêt d'un autobus, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes montent ; au troisième arrêt, 8 personnes montent ; y-a-t-il des personnes en plus ou en moins dans l'autobus quand il repart après le troisième arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

Problème 17 : (:, 2, s) :

On répartit 126 oeufs dans des boîtes de 6 ; combien de boîtes peut-on remplir ?

Problème 18 : (:, di, c) :

Pour Noël, Jean, qui dispose de 250F, a décidé d'offrir le même livre à ses 4 amis ; il paye 208F ; quel est le prix d'un livre ?

Problème 19 : (-, 2, c) :

J'ai maintenant 200F dans ma tirelire ; on vient de me donner 50F en cadeau ; combien avais-je avant ?

ANNEXE 2

Problèmes à résoudre mentalement

Problème 1 (+,di,c) : Marie fête son anniversaire le 22 septembre : elle a 11 ans. Elle dit à sa maman : "j'ai exactement 32 ans de moins que toi !"
Quel est l'Age de Maman ?

Problème 2 (-,3,s) : Dans un autobus, il y a 38 personnes ; au premier arrêt, 8 personnes descendent ; au second arrêt, 6 personnes descendent ; combien y-a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?

Problème 3 (:,di,c) : Pour Noël, Jean, qui dispose de 250F, a décidé d'offrir le même livre à ses 4 amis ; il paie 208F ; quel est le prix d'un livre ?

Problème 4 (x,2,c) : Un quadrillage rectangulaire comporte 34 carreaux sur la longueur et 20 carreaux sur la largeur ; combien ce quadrillage a-t-il de carreaux ?

Problème 5 (-,3,c) : Au premier arrêt d'un autobus, 12 personnes montent ; au second arrêt, 4 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes descendent ; y-a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart ? combien en plus ou en moins ?

Problème 6 (+,3,s) : Dans un autobus, il y a 36 personnes ; au premier arrêt, 3 personnes montent ; au second arrêt, 12 personnes montent ; combien y-a-t-il de personnes dans l'autobus quand il repart ?

Problème 7 (x,3,c) : Dans une boîte, on dispose 5 morceaux de sucre sur la longueur, 3 morceaux sur la largeur et 4 morceaux sur la hauteur ; combien de morceaux de sucre y-a-t-il dans la boîte ?

Problème 8 (division avec reste, c) : Avec ses bottes de sept lieux, le petit Poucet se déplace de ville en ville ; il fait des pas de 8 km ; s'il parcourt 50 km, combien de pas va-t-il faire ?

Problème 9 (+,3,c) : Au premier arrêt d'un autobus, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes montent ; au troisième arrêt, 8 personnes montent ; y-a-t-il des personnes en plus ou en moins dans l'autobus quand il repart après le troisième arrêt ? Combien en plus ou en moins ?

Problème 10 (-,di,c) : La distance entre chaque arrêt d'un autobus est d'environ 1500m ; au premier arrêt, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes montent ; y-a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart après ce troisième arrêt? combien en plus ou en moins?

Problème 11 (:,2,c) : Un quadrillage rectangulaire comporte 168 carreaux en tout ; il y a 4 carreaux sur la largeur ; combien y-a-t-il de carreaux sur la longueur?

Problème 12 (x,di,c) : Un restaurant propose un menu du jour à 70F ; il y a 4 choix possibles pour l'entrée, 3 choix possibles pour le plat principal et 2 choix possibles pour le dessert ; combien de menus différents peut-on constituer?

Problème 20 : (x, 3, s) :

Une famille de 3 personnes part à la montagne pendant 6 jours ; le tarif journalier de la pension est de 200F par personne ; quel est le montant de la dépense ?

Problème 21 : (-, di, c) :

La distance entre chaque arrêt d'un autobus est d'environ 1500m ; au premier arrêt, 10 personnes montent ; au second arrêt, 3 personnes descendent ; au troisième arrêt, 5 personnes montent ; y-a-t-il plus ou moins de voyageurs dans l'autobus quand il repart après ce troisième arrêt? combien en plus ou en moins ?

Problème 22 : (:, 2, c) :

Un quadrillage rectangulaire comporte 168 carreaux en tout ; il y a 4 carreaux sur la largeur ; combien y-a-t-il de carreaux sur la longueur ?

Problème 23 : (:, di, c) :

Un rallye cycliste comporte 105 km ; le départ est à 7 heures le matin ; les relais sont distants de 5 km ; chaque participant doit pointer au départ, à chaque relais, et à l'arrivée ; combien de fois doit-il pointer ?

Problème 24 : (x, di , c) :

Un restaurant propose un menu du jour à 70F ; il y a 4 choix possibles pour l'entrée, 3 choix possibles pour le plat principal et 2 choix possibles pour le dessert ; combien de menus différents peut-on constituer ?

ANNEXE N°2 bis

Problèmes à résoudre par écrit

Problème 1 (+,di,c) : Depuis 15 jours, Pierre collectionne les pin's ;il en a déjà 11. Il dit à Paul : "j'ai exactement 32 pin's de moins que toi ! ". Combien Paul a-t-il de pin's ?

Problème 2 (-,3,s) : Claude a 38 billes ; il joue deux parties ; à la première, il perd 8 billes ; à la seconde, il perd 6 billes ; combien a-t-il de billes après ces deux parties ?

Problème 3 (:,di c) : Jean dispose de 250F ; il décide de faire le même cadeau d'anniversaire à ses 4 amis ; il paie 208F ; combien coûte chaque cadeau?

Problème 4 (x,2,c) : Pour carreler le mur d'une salle de bains, il faut 34 carreaux sur la longueur et 20 carreaux sur la largeur. Combien faut-il de carreaux en tout ?

Problème 5 (-,3,c) : Vincent joue trois parties de billes ; à la première, il gagne 12 billes ; à la seconde, il perd 4 billes ; à la troisième, il perd 5 billes ; que s'est-il passé en tout ?

Problème 6 (+,3,s) : Jacques a 36 billes ; il joue deux parties ; à la première, il gagne 3 billes ; à la seconde, il gagne 12 billes ; combien a-t-il de billes après ces deux parties ?

Problème 7 (x,3,c) : Julie range ses cubes dans une boîte ; elle en met 5 sur la longueur, 3 sur la largeur, 4 sur la hauteur ; combien de cubes y-a-t-il dans la boîte ?

Problème 8 (division avec reste, c) : La légende raconte que, dans les grandes plaines de Russie, le géant Tneitok ne se déplaçait que par bonds de 8 km ; il se trouve à 50 km de son château : va-t-il l'atteindre et en combien de bonds ?

Problème 9 (+,3,c) : Paul joue 3 parties de billes ; à la première, il gagne 10 billes ; à la seconde, il gagne 3 billes ; à la troisième, il gagne 8 billes ; que s'est-il passé en tout ?

Problème 10 (-,di,c) : Michel, qui a 11 ans aujourd'hui, joue 3 parties de billes ; à la première, il gagne 10 billes ; à la seconde, il perd 3 billes ; à la troisième, il gagne 5 billes ; que s'est-il passé en tout ?

Problème 11 (:,2,c) : Un carrelage rectangulaire comporte 168 carreaux en tout ; il y a 4 carreaux sur la largeur ; combien y-a-t-il de carreaux sur la longueur ?

Problème 12 (X,di,c) : Les 28 élèves d'une classe de CM2 se déguisent pour le carnaval ; il y a 4 choix possibles pour le chapeau, 3 choix possibles pour l'habit et 2 choix possibles pour les chaussures ; combien de déguisements différents peut-on constituer ?

ANNEXE N°3

QUESTIONNAIRE

On peut distinguer deux temps : en temps normal et pendant l'expérience.

PREMIÈREMENT : PRATIQUES HABITUELLES

1- Calcul mental

Faites-vous du calcul mental ? OUI NON
Si oui.

- tous les jours
- une fois par semaine
- une fois par thème de travail (type d'opérations...)
- occasionnellement
- très rarement

Comment se fait la correction ?

- corrections simples des calculs
- explicitations des procédures
    - systématiques
    - occasionnelles (à chaque type de calcul nouveau)
    - rarement
    - jamais

Mettez-vous en valeur des procédures particulières ?
Si oui, lesquelles ?

- les procédures généralement économiques (exemple : distributivité simple)
- les procédures économiques selon les variables numériques (nombres particuliers)
- autres...

Insistez-vous sur certains choix de procédures ?

- jamais
- très rarement (donner une exemple)
- peu
- beaucoup
- systématiquement

Consacrez-vous un temps spécifique au calcul mental (séance spéciale) ? OUI NON
Si oui, combien de temps ?

Intégrez-vous le calcul mental les leçons de maths ? OUI NON

2- RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Faites-vous de la résolution mentale de problèmes ? OUI NON

Si oui, quels types de problèmes proposez-vous ?

Comment présentez-vous l'activité ?

Sur quoi insistez-vous lors de la correction ?

Qu'est-ce qui distingue votre intervention (formes, contenus) dans ce cas particulier de résolution mentale par rapport à la résolution écrite?

En général, comment travaillez-vous la résolution de problèmes ?

Travaillez-vous la reconnaissance de problèmes types ? OUI NON
Si OUI, comment et lesquels ? (repérage de mots clés, constructions de représentations imagées...)

Entraînez-vous vos élèves à repérer, trier les données (activités spécifiques ou non)

Quelle(s) disposition(s) demandez-vous de respecter pour la rédaction de la solution ?

Demandez-vous systématiquement que figurent les traces de opérations effectuées ?

Insistez-vous sur l'explicitation des différentes procédures ? OUI NON
Si oui, comment ? (fréquence, explicitation systématique d'au moins deux procédures différentes quand c'est mathématiquement possible, ou seulement quand les élèves les ont produites)

Insistez-vous plus particulièrement sur un type de procédures ?
Si oui, lequel et dans quelles conditions ?

DEUXIÈMEMENT : PENDANT L'EXPÉRIENCE (DE CALCUL MENTAL)

Avez-vous changé votre pratique en calcul mental ?
OUI NON
Si oui, sur quoi portent ces changements ?

- fréquence des séances
- explicitation plus grande de règles de calcul
- insistance plus grande sur le choix de procédures

Reveniez-vous sur les exercices, sur les activités de calcul mental faites dans le cadre de notre intervention ?

- quelquefois
- souvent
- toujours

Comment procédiez-vous ?(exercices d'entraînement, exercices supplémentaires, indications de procédures, reprise du même exercice avec les mêmes données....)

Avez-vous changé votre pratique concernant la résolution de problèmes ?
OUI NON

Si oui, sur quoi portent ces changements ?

- fréquence des séances
- explicitation plus grande de procédures de résolution
- insistance plus grande sur le choix de procédures
- résolution mentale de problèmes
- activités spécifiques de tris de données
- reconnaissance de problèmes types
- autres

Reveniez-vous sur les exercices, sur les problèmes faits dans le cadre de notre intervention

- quelquefois
- souvent
- toujours

Comment procédiez-vous ? (corrections des problèmes ou indications supplémentaires de corrections, exercices d'entraînement, indications de procédures générales de résolution pour un type de problème donné, reprise du problème avec le même habillage et les mêmes données ou avec un habillage et/ou des données différentes...)

CONSTRUCTION DES CONNAISSANCES GÉOMÉTRIQUES À PROPOS DES SOLIDES DU CP À LA 5ème : ÉTUDE D'UN CAS PARTICULIER : LES CYLINDRES*

Jean-François FAVRAT
IUFM Centre du Gard

Les objets de forme cylindrique sont extrêmement courants dans notre environnement: les boîtes de conserve, les tuyaux, les silos, les fromages , en fournissent des exemples variés, mais le terme de "cylindre" semble cantonné à des emplois techniques (en mathématiques, en mécanique) ; il est remplacé par de multiples autres mots comme : rond, rouleau, bague, couronne, bracelet, anneau, etc, à l'extension limitée ou imprécise.

Ces termes semblent liés non seulement à des usages particuliers mais aussi aux dimensions des objets, à leurs proportions plus précisément, qui masquant le concept unificateur de cylindre, renvoient implicitement à des sous-catégories aux frontières très grossièrement définies.

En effet ce qui différencie le tube et la bague, en technologie, outre les fonctions, c'est le rapport de la hauteur du cylindre à son diamètre; dans un cas il est supérieur à un, dans l'autre il est inférieur à un.

Contribuer à faire apparaître et analyser la diversité des conceptions chez les élèves que cette profusion lexicale laissait entrevoir, tel a été l'un des buts de ce travail .

Mais plus généralement, il s'est agi de s'informer de la place accordée aux cylindres dans l'enseignement de la géométrie à l'école et au collège, de recueillir les représentations graphiques des élèves du CP à la 5ème, de proposer des activités prenant en compte ces représentations.

Partie I
Les cylindres sont-ils objets d'enseignement à l'école ou au collège ?

Les textes officiels du 9 Mars 1995 pour l'école primaire préconisent un recentrage sur le cube, le parallélépipède rectangle (dès le cycle II) et la sphère (pour le cycle III) ; seuls ces trois noms de solides sont cités.

---

* Le contenu de cet article reprend les trois thèmes développés dans les articles parus dans Grand N n° 55 (IREM de Grenoble, pp 25 à 88, 1994-1995). Mais pour éviter de faire double emploi avec cette publication antérieure, je n'en ai retenu que les hypothèses, les conclusions principales et les éléments qui facilitent la comparaison avec des observations plus récentes en primaire et celles réalisées en collège.

Quels sont les risques d'une telle limitation ?

- La répétition des mêmes contenus sur le cube et le pavé droit plusieurs années de suite. Leur isolement, l'absence de mise en relation avec d'autres solides comme des troncs de pyramides à base carrée, comme des prismes, etc...
- L'appauvrissement des expériences : par exemple, les seuls solides fabriqués étant les cubes et les pavés droits, les élèves ne pourront observer que d'autres solides peuvent paver l'espace.

Des interprétations moins restrictives sont rendues possibles. Au cycle I, l'élève sera amené à classer des collections d'objets, à les désigner; au cycle III, il travaillera à partir de solides et surfaces divers (activités de reproduction, description, représentation, construction). Il n'y a donc pas lieu d'exclure complètement les cylindres.

Les auteurs des actuels manuels pour le cycle III, proposent tous des activités avec des cylindres, le plus souvent des observations permettant de classer divers solides en deux catégories: d'un côté les polyèdes, de l'autre les solides "qui peuvent rouler", qui possèdent des faces bombées, non planes.

La fabrication des cylindres apparait surtout au CM2, fournissant une occasion de travailler la relation P = pi x D.

Les dessins de cylindres sont nombreux dans les manuels mais un apprentissage explicite sur les représentations graphiques est quasiment inexistant.

Au collège, les cylindres droits, de révolution, sont pour l'instant au programme de la classe de 5ème Les contenus sont décrits dans deux rubriques :

* *Travaux géométriques*

Prismes droits simples et cylindre de révolution: description, représentation en perspective, patrons.

* *Organisation et gestion de données. Fonctions.*

Calcul de l'aire d'un parallélogramme, d'un triangle, du volume d'un prisme droit, de l'aire d'un disque, de l'aire et du volume d'un cylindre de révolution.

Remarque : le calcul de la longueur d'un cercle relève du cycle III (cf le texte de Mars 1995), il est repris en 6ème.

Qu'observe-t-on dans les manuels ?

Le vocabulaire minimal: cylindre, base, hauteur, parfois génératrice, diamètre, surface latérale, patron, est en général introduit à partir de l'observation ou de la fabrication de cylindres et en liaison avec les prismes droits.

L'apprentissage de la représentation graphique vise surtout à automatiser un dessin standard (cf la figure 1)

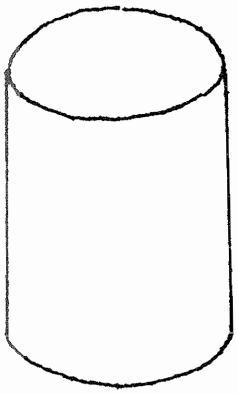


Figure 1

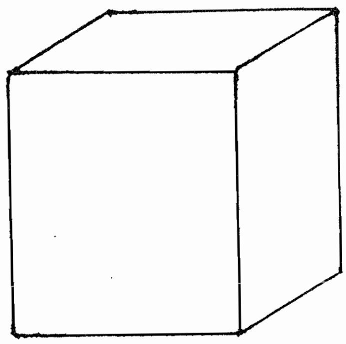


Figure 2

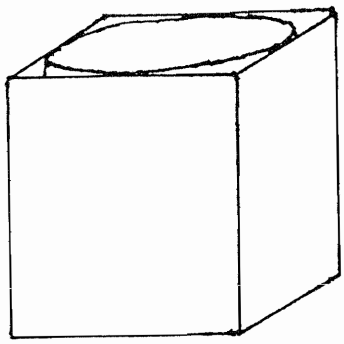


Figure 3

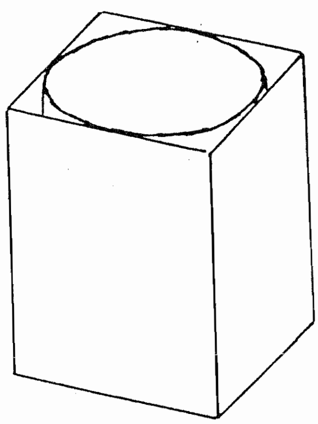


Figure 4

Le problème de la confrontation d'un tel dessin avec celui (cf la figure 2) tout aussi communément enseigné du pavé droit est esquivé. Or représenter un cylindre tangent intérieurement à un pavé droit conduit à modifier l'orientation des axes de l'ellipse ou à cesser de prendre une face du pavé comme plan frontal de référence (cf les figures 3 et 4).

Le fait le plus frappant est la place prépondérante accordée aux calculs d'aires et de volumes, à partir des dimensions connues d'un cylindre ou de son développement, donc avec l'aide de formules. Ainsi s'installe une rupture très grande entre l'école primaire et le collège. En effet, quand un énoncé de problème est fourni avec un dessin en perspective, pas tout à fait congruent avec ceux exhibés dans le cours, il demande pour être résolu, de comprendre un petit texte, d'analyser une représentation, de savoir ce que signifient les grandeurs en jeu, de connaître des formules, de les adapter à la situation.

Inévitablement les élèves butent à la fois sur les connaissances géométriques mal assises, celles relatives aux grandeurs et aux représentations planes, et sur les connaissances quasi algébriques pour pouvoir utiliser une formule dans le bon sens, par exemple, passer de V = Bxh à h = V:B dans un problème où l'on demande de calculer la hauteur d'un récipient cylindrique à partir de la donnée de sa capacité et des dimensions de sa base.

Tout cela est d'autant plus étonnant que les grandeurs telles que l'aire latérale ou le volume d'un solide ne sont pas nettement différenciées ni coordonnées, pendant toutes les premières années de collège.

C'est l'une des conclusions auxquelles aboutissait l'équipe réunie autour de Gérard VERGNAUD, dans une recherche sur les conceptions du volume chez les élèves de collège. Cette équipe constatait qu'alors pour trouver le volume d'un aquarium ou d'une salle, 60% des élèves seulement appliquaient une formule faisant intervenir le produit des trois dimensions orthogonales, que les autres ajoutaient des longueurs ou des aires.

Ces problèmes calculatoires de volumes de citernes, piscines, colonnes,etc, ne s'accompagnent d'aucune validation pragmatique. Ne vaudrait-il pas mieux consacrer plus de temps aux constructions ? Celles-ci sont propices à beaucoup de variantes:
- l'objet à fabriquer est présent, il sert de modèle
- l'objet à fabriquer est présent, mais il faut le modifier d'une certaine façon (l'agrandir, le réduire, le tronquer...) en respectant certaines contraintes
- l'objet n'est pas présent, il est décrit, il est représenté (patron, vues, perspectives...).

Elles permettraient tout autant d'articuler les données utiles sur le cylindre et celles prises sur son développement ou des vues. Elles seraient aussi l'occasion d'observer comment dans leurs recherches, les élèves intègrent les représentations graphiques .

Celles-ci, on va le voir, sont pendant longtemps assez éloignées des représentations conventionnelles.

PARTIE II
Comment les élèves dessinent-ils les cylindres ?

Nous* avons organisé plusieurs séries d'épreuves de dessins de cylindres.

En 1989 (de la moyenne section d'école maternelle au CM2). Les enfants devaient dessiner, à la suite, sur des feuilles séparées, cinq surfaces cylindriques différentes (cf les figures 5). Ils pouvaient les manipuler mais la position pour le dessin était imposée. Les surfaces et les feuilles étaient ramassées entre chaque dessin.

- Cylindre n°1 : cette surface cylindrique blanche est réalisée à partir d'une bande de papier rectangulaire . Elle est posée comme l'indique la figure 5-a.
Hauteur = 3,5 cm; diamètre = 9,5 cm.

- Cylindre n°2 : il s'agit de l'intérieur d'un rouleau de papier W.C, posé sur un de ses bords (cf la figure 5-b). Hauteur = 10 cm; diamètre = 4,5 cm.

- Cylindre n°3 : cette surface a exactement les mêmes dimensions que la surface n°1, mais sa face extérieure est rouge, sa face intérieure est blanche (cf la figure 5-c).

- Cylindre n°4 : il a les mêmes dimensions que le cylindre n°2, mais le rouleau a été recouvert d'un papier blanc rayé (cf la figure 5-d).

- Cylindre n°5 : c'est à nouveau une bande analogue aux bandes n°1 et 3, mais elle est rayée verticalement (cf la figure 5-e).

a b c d e

Figures 5

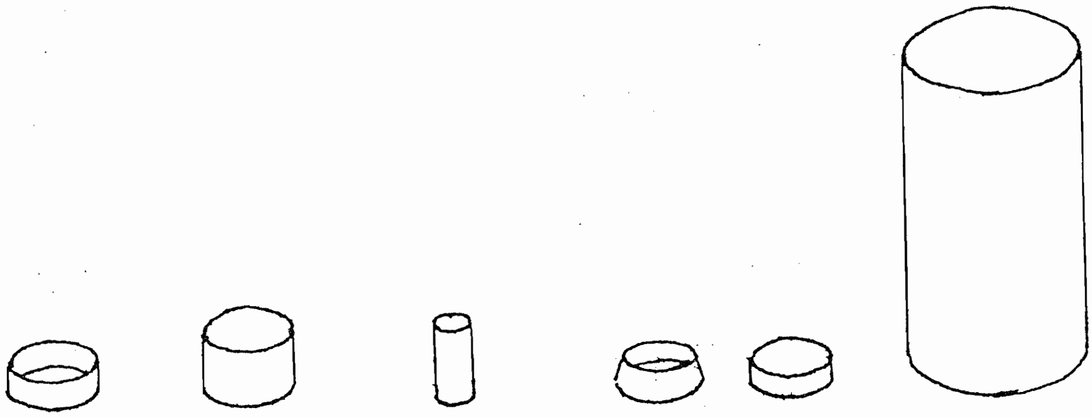
En 1993 (du CP au CM2). Là aussi plusieurs surfaces cylindriques ont été proposées. Parmi celles-ci:

- une surface en papier de faible hauteur (3,5 cm) par rapport au diamètre (11,5 cm) (cf la figure 6-a)
- une autre surface en papier de hauteur (7 cm) inférieure au diamètre (11,5 cm) (cf la figure 6-b)
- une surface en papier de grande hauteur (10 cm) par rapport au diamètre (4,5 cm) (cf la figure 6-c)
- un tronc de cône en papier: apothème = 3,5 cm, grand diamètre = 11,5 cm, petit

---

* Pour le primaire : Marie-Claude FORESTIER, Viviane ESTEVE, Jacqueline LAGANNE, Jeanine VASSELON, Thérèse HENRY, Marie-Paule MAURIN, Chantal CHABANON,Pierre JOUVE, Yvon GABRIAC, Henry THIEL.
Pour les collèges : Josette BOUDET, Jacqueline MALAVAL, Jean-Pierre CASSAGNE, Paul MAURIN, Joël ROUX et les membres du groupe "Géométrie" de l'IREM de Montpellier : Arlette CHEVALIER, Marie-Claire COMBES, Liliane DRAY, Nicole PAILHAS, Mireille SAUTER, André AMSALLEM, Noël BASCOU, Freddy BONAFE, Robert BRUNET, Jacques NAUDEILLO, Bernard PELOUZET, Jean-Pierre ROBERT.
Qu'ils en soient ici remerciés.

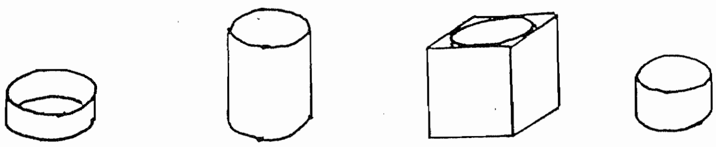
diamètre = 9,5 cm (cf la figure 6-d) ;
- une boîte de camembert (au CP et au CM2 uniquement) : hauteur = 2,7 cm ; diamètre = 11 cm (cf la figure 6-e).
- un baril de lessive (sauf en CE2) : hauteur = 40 cm ;
diamètre = 23 cm (cf la figure 6-f).



a b c d e f

Figures 6

<u>En 1994</u> (en 6ème et 5ème) Parmi plusieurs cylindres et assemblages proposés nous ne retiendrons pour cet article qu' :
- une surface en papier de faible hauteur (3,5 cm)par rapport au diamètre (11,5 cm) (cf la figure 7-a);
- un cylindre en PVC : hauteur = 11,6 cm ;
diamètre = 10,7 cm (cf la figure 7-b).
- un cylindre en PVC (cf ci-dessus) tangent intérieurement à un pavé droit en carton (cf la figure 7-c)
- un cylindre dont les dimensions (hauteur = 5 cm, diamètre = 10 cm) sont communiquées à l'enfant mais l'objet n'est pas présenté à l'enfant. (cf la figure 7-d).



a b c d

Figures 7

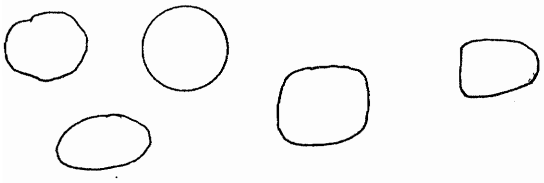
Ces épreuves ont en commun de solliciter le dessin de cylindres aux dimensions réduites (sauf pour le baril) et contrastées. Tantôt la hauteur est bien inférieure au diamètre, tantôt c'est le contraire ; dans un cas ils sont presque de la même longueur (cylindre en PVC).

<u>Plusieurs questions peuvent être posées</u> :
* Comment évoluent les représentations graphiques selon la classe des élèves ?
* Quelle est l'influence de l'aspect extérieur de la surface cylindrique . Certaines ont leurs deux faces extérieure et intérieure blanches, d'autres ont la face externe colorée, d'autres enfin ont un couvercle (la boîte de camembert).

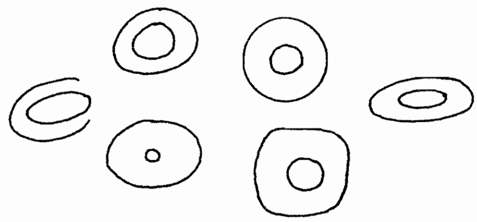
* Qu'ont en commun les dessins de cylindres aux proportions très contrastées ?
* Que se passe-t-il si la hauteur du cylindre est telle par rapport à la taille de l'élève qu'elle lui interdit d'en voir la face supérieure ?

Pour donner des éléments de réponse à ces questions, les dessins ont été classés en fonction de critères formels. Les planches 1 à 5 rendent compte de ces typologies.

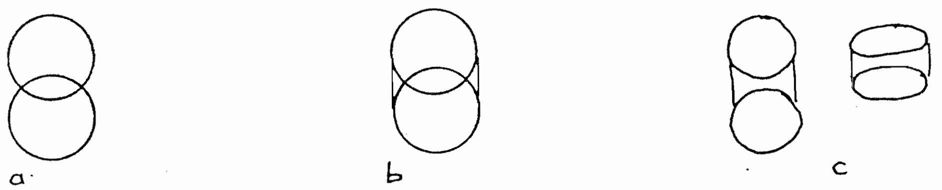
La planche n°1 vaut pour toutes les surfaces cylindriques en papier, de faible hauteur par rapport au diamètre ainsi que pour la boîte de camembert.
Type I: les **courbes simples fermées**. Elles sont plus ou moins régulières, ovales ou circulaires, tracées à la main ou avec un compas.
Type II: les **couronnes concentriques**, sont composées de deux lignes fermées plus ou moins parallèles, ovales ou circulaires.
Type III: dans ces **courbes décalées**, les deux lignes plus ou moins isométriques, se croisent (IIIa), deux traits verticaux parfois les relient (IIIb) ; plus rarement, ces deux courbes sont extérieures l'une à l'autre (IIIc).
Type IV: les **figures à bord inférieur rectiligne**.
Type V: les **figures à bord inférieur curviligne** comportent le dessin d'une courbe ovale ou circulaire complété par une ou deux lignes courbes.
Type VI: les **quasi-perspectives** possèdent un bord supérieur ovale ou circulaire, un bord courbe représenté en deux parties ; deux segments verticaux achèvent le contour.



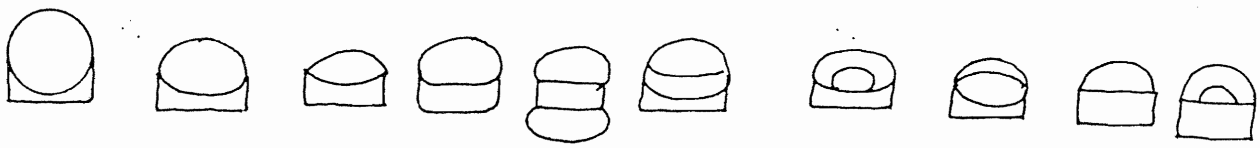
Type I : courbes simples fermées



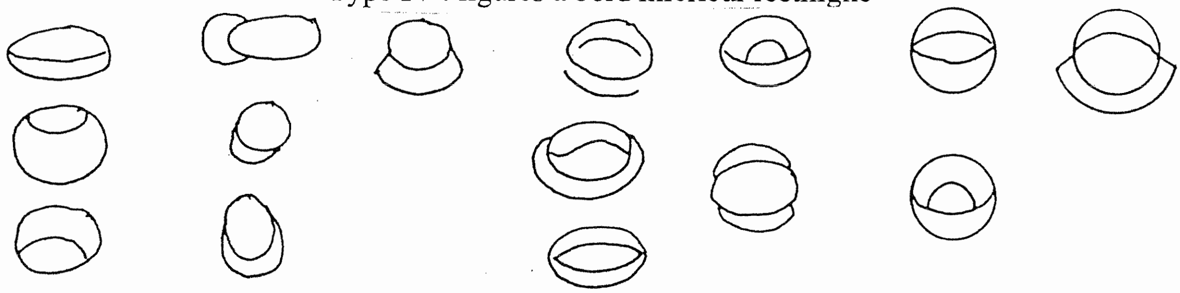
Type II : courbes concentriques



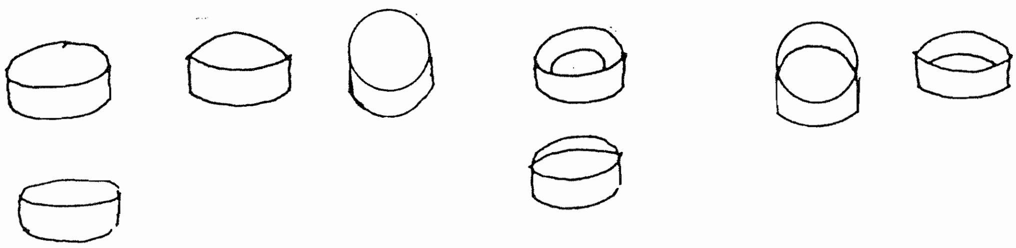
Type III : courbes décalées



Type IV : figures à bord inférieur rectiligne

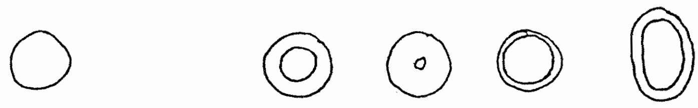


Type V : figures à bord inférieur curviligne

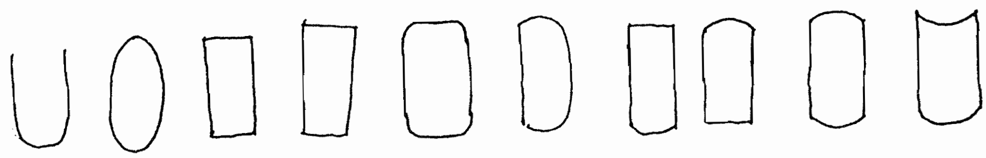


Type VI : quasi-perspectives

Planche n°1.Typologie des dessins de surfaces cylindriques de faible hauteur par rapport au diamètre (du CP à la classe de 5ème).

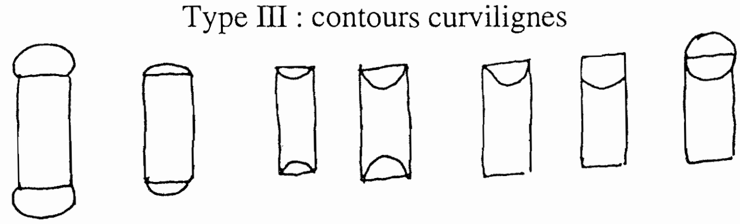


Type I : les ronds

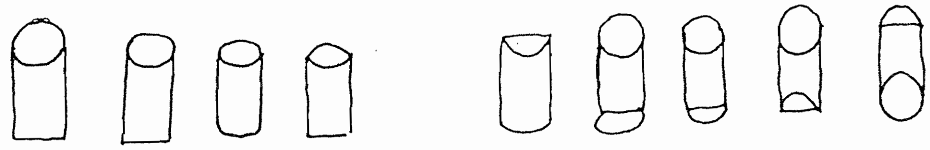


Type II : contours simples et allongés

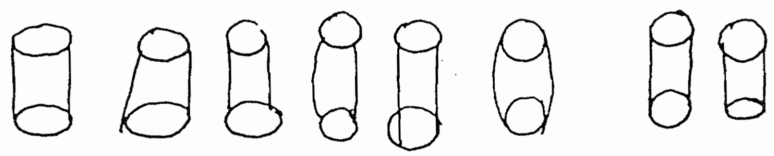
Type III : contours curvilignes



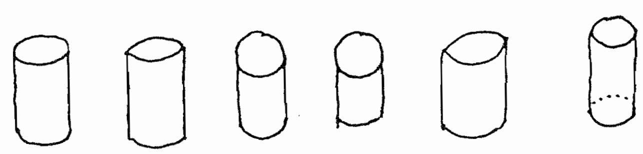
Type IV : rectangles à bords



Type V : demi-rectangles à bords



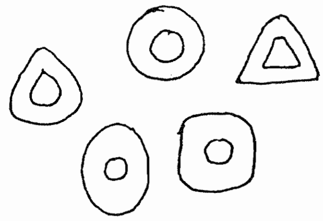
Type VI : bords reliés



Type VII : perspectives

Planche n°2.Typologie des dessins de surfaces cylindriques de grande hauteur par rapport au diamètre (du CP à la classe de 5ème)

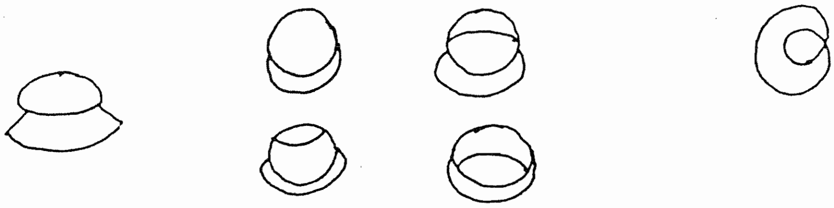
Type I : courbes simples fermées



Type II : courbes concentriques

Type III : courbes décalées

Type IV : figures à bord inférieur rectiligne



Type V : figures à bord inférieur curviligne

Type VI : quasi-perspectives

Planche n°3.Typologie des dessins de cônes tronqués de faible hauteur par rapport aux diamètres des deux bases (du CP au CM2)

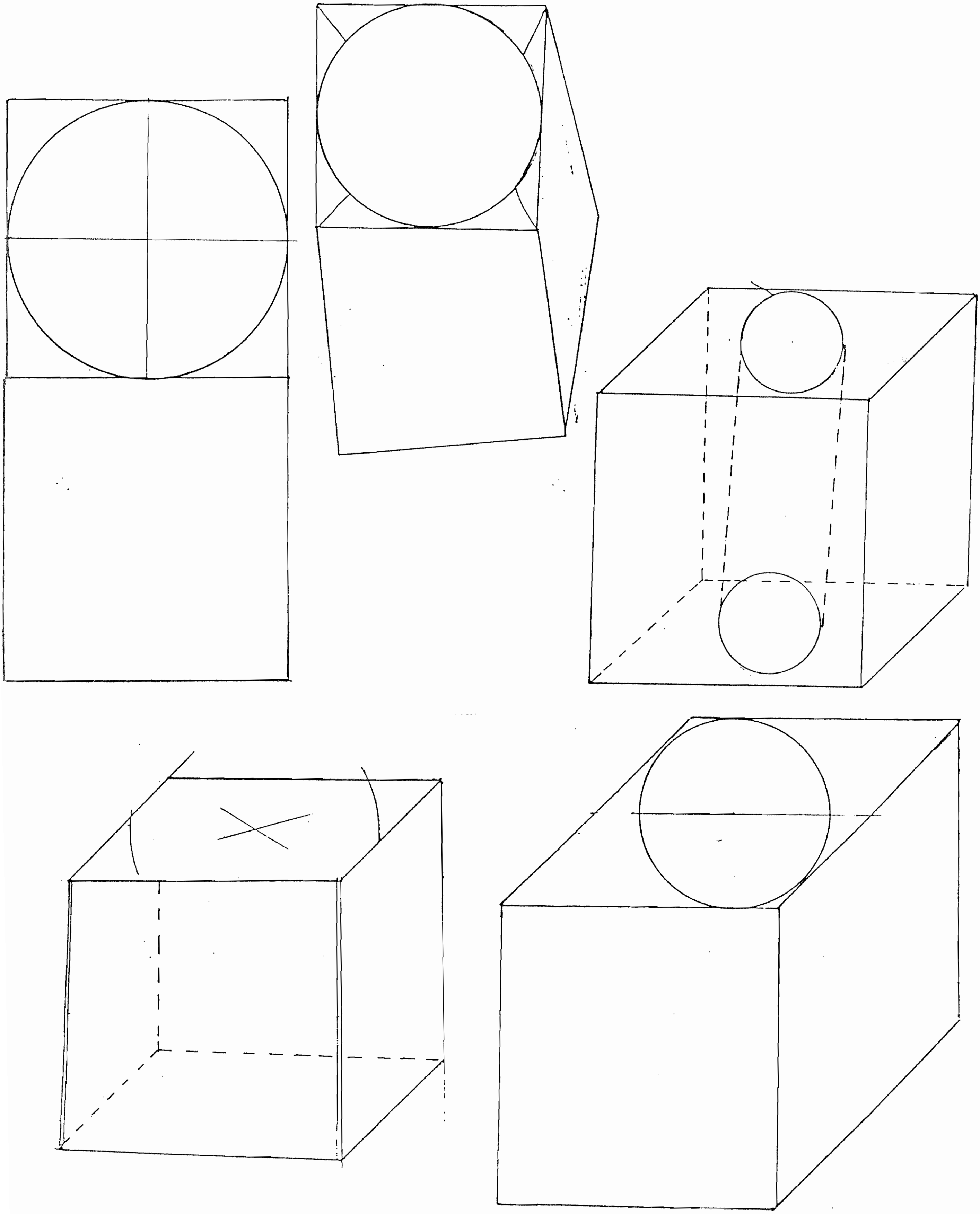


Planche n°4 : Exemples de dessins de cylindres tangents intérieurement à un pavé droit (en 6ème et 5ème)

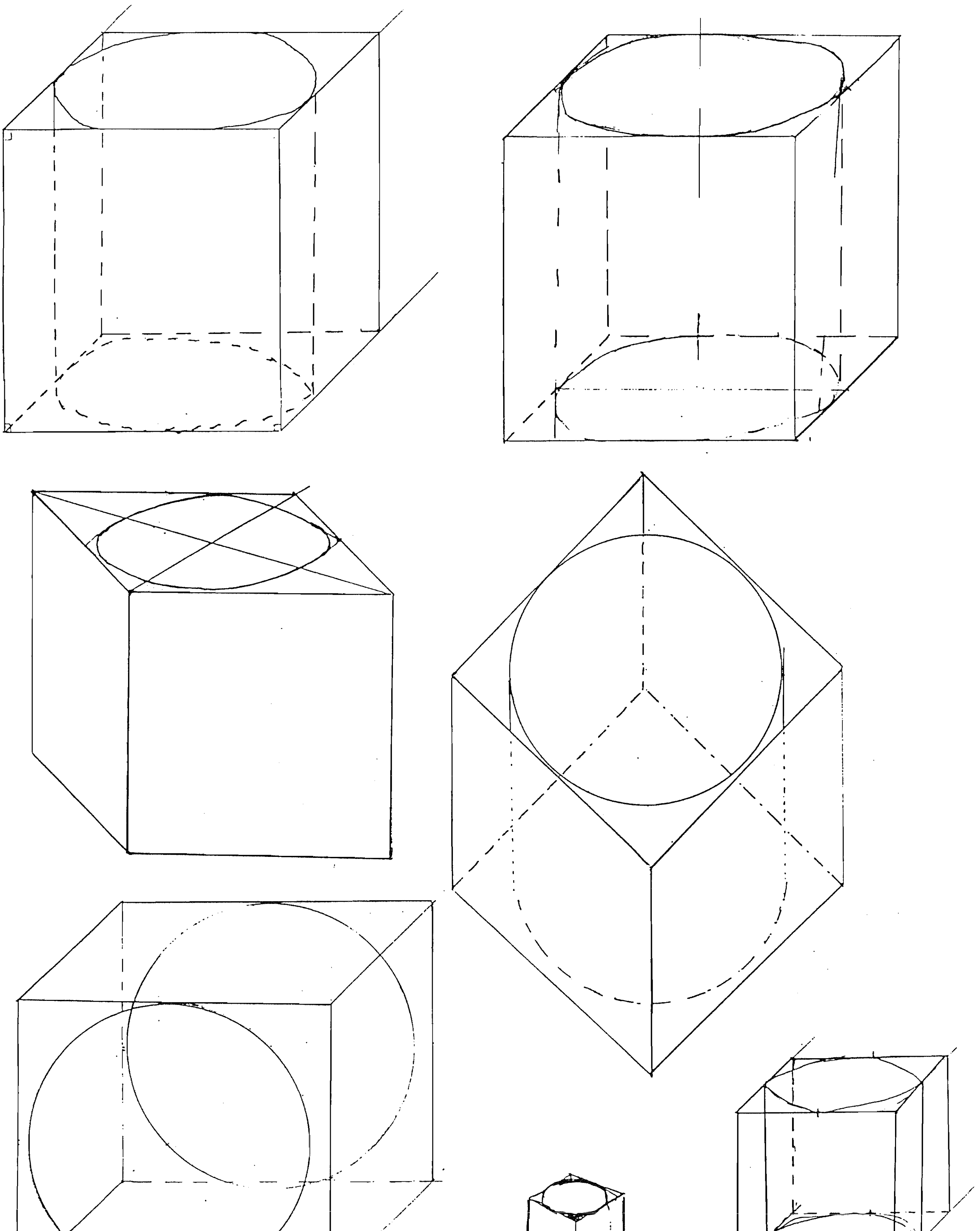


Planche n°5 : Autres exemples de dessins de cylindres tangents intérieurement à un pavé droit (en 6ème et 5ème)

La planche n°2 rend compte des dessins pour les cylindres dont la hauteur est supérieure au diamètre (dont le cylindre en PVC et le baril de lessive).
Type I: les **ronds** sont composés de lignes plus ou moins circulaires simples ou doubles.
Type II: les **contours simples allongés** sont des quadrilatères allongés, des rectangles aux coins parfois arrondis, des ovales d'axe vertical.
Type III: pour les **contours curvilignes**, les élèves dessinent en général une ligne fermée, sans angle droit , à laquelle ils ajoutent un ou deux arcs intérieurs ou extérieurs, voire un cercle. Certains commencent par dessiner un cercle puis une ligne allongée allant d'un point à un autre du cercle.
Type IV: les **rectangles à bords** sont des rectangles complétés par des arcs ou des cercles.
Type V: Les **demi-rectangles à bords** ne conservent , par rapport aux précédents, que trois côtés du rectangle.
Type VI: les **bords reliés**.
Type VII: les **perspectives**.

Pour classer les représentations du tronc de cône, les mêmes dénominations ont été retenues que pour les cylindres de faible hauteur par rapport au diamètre. Les exemples sont reproduits sur la planche n°3.

Les planches n°4 et n°5 présentent des exemples de productions obtenues en 6ème et 5ème pour le dessin du cylindre en PVC tangent intérieurement à un pavé droit.

Résultats obtenus en 1993 et 1994* (*)
Les divers tableaux 1 à 9 donnent les taux de dessin de chaque type par classe. (Une classe par niveau du CP au CM2 ; deux classes en 6ème et en 5ème)

Type	CP	CE1	CE2	CM1	CM2	6è	5è
I	58	43	26		5	2	6
II	29	43	52	50	27	16	17
III						14	17
IV				8	14	10	
V	13	10	9	19	27	25	28
VI		4	13	23	27	33	28
autre							4

Tableau n°1: Répartition en pourcentage des types de dessins pour un cylindre de faible hauteur (3,5 cm) par rapport au diamètre (11,5 cm)

Type	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
I	54	29	13		5
II	17	29	35	30	5
III	4	13	8	14	
IV	8	19	13	12	9
V	17	9	4	8	9
VI		5	22	42	59

Tableau n°2 : Répartition en pourcentage des types de dessins pour un cylindre de hauteur (7 cm) inférieure au diamètre (11,5 cm).

* Pour le détail des résultats des épreuves de 1989, en particulier sur les dissemblances entre les dessins pour les deux types de surfaces proposées, et la discussion de certains éclairages théoriques, le lecteur peut se reporter aux articles parus dans le n°55 de Grand N et au n°56 pour les errata.

Type	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
I	42	38	17		
II	25		9		
III	13	14			9
IV			4		
V	17	14	35	7	9
VI	4	14	17	35	23
VII		19	17	58	59

Tableau n°3 : Répartition en pourcentage des types de dessins pour un cylindre de grande hauteur (10 cm) par rapport au diamètre (4,5 cm)

Type	6è	5è
I	2	
II		
III		
IV	2	6
V	16	11
VI	2	9
VII	78	70
autre		4

Tableau n°4 : Répartition en pourcentage des types de dessins pour un cylindre de hauteur (11,7 cm) proche du diamètre (10,6 cm). (Cylindre de PVC)

Type	CP	CM2
I	58	
II	29	24
III		
IV	4	10
V	8	28
VI		38

Tableau n°5 : Répartition en pourcentage des types de dessins pour la boîte de camembert

Type	CP	CE1	CE2	CM1	CM2
I	54	29	17	4	
II	21	29	52	23	9
III		4	4	8	9
IV		4	4	12	
V	17	19	9	8	18
VI	8	14	13	46	64

Tableau n°6 : Répartition en pourcentage des types de dessins pour un tronc de cône (apothème 3,5 cm; diamètres 9,5 cm et 11,5 cm)

Type	CP	CE1	CM1	CM2
I	21	30		5
II	50	19	42	64
III		9		
IV	4	5		
V	21	19	8	9
VI	4	9	31	14
VII		9	19	9

Tableau n°7 : Répartition en pourcentage des types de dessins pour le baril de lessive

Hauteur Diamètre Modèle	3,5 cm 11,5 cm présent	11,7 cm 10,6 cm présent	5 cm 10 cm absent
Les élèves utilisent le compas	61	55	61
Les élèves tracent au moins un cercle complet	49	39	43
La figure comporte deux bords courbes et deux génératrices verticales	36	82	50

Tableau n°8 : Taux d'élèves utilisant le compas en 6ème

Hauteur Diamètre Modèle	3,5 cm 11,5 cm présent	11,7 cm 10,6 cm présent	5 cm 10 cm absent
Les élèves utilisent le compas	85	72	81
Les élèves tracent au moins un cercle complet	68	34	40
La figure comporte deux bords courbes et deux génératrices verticales	30	89	83

Tableau n°9 : Taux d'élèves utilisant le compas en 5ème

Conclusions générales

* Pour les cylindres de faible hauteur par rapport au diamètre, les dessins sont majoritairement réduits à une ligne simple ou à deux lignes concentriques jusqu'aux CE2-CM1. Les quasi-perspectives ne parviennent pas à dépasser le tiers des productions , même en classe de 5ème.

* Que les bases des cylindres soient matérialisées ou non (cf le tableau n°5) est sans effet sur les productions pour les deux classes où ce paramètre a été testé. Nous avons déjà constaté le peu d'influence de l'aspect extérieur (couleurs ou rayures) sur les dessins.

* Augmenter la hauteur du cylindre a pour effet de diversifier les types de dessins plus tôt et de les faire évoluer vers des quasi-perspectives ou des perspectives (cf les tableaux n°2,3 et 4).

* Le baril est l'occasion d'une recrudescence des figures allongées, signe d'un certain réalisme visuel tempéré par la forte présence de figures avec le bord supérieur concave (23 % au CM1 et 34 % au CM2).

* Jusqu'au CE2, la répartition des dessins pour le tronc de cône de faible hauteur par rapport aux diamètres des bases est très proche de celle pour un cylindre aux proportions voisines (cf les tableaux n°1 et 6). A partir du CM1, l'obliquité des génératrices est mieux rendue, de là découle une nette augmentation des quasi-perspectives.

Conclusions particulières pour la 6ème et la 5ème

* Un fait marquant est la très forte utilisation du compas pour tracer des cercles ou des arcs de cercle (cf les tableaux 8 et 9). Les élèves intérioriseraient-ils un contrat spécifique au collège qui exigerait de faire toutes les figures avec des instruments ; espèrent-ils ainsi atteindre plus de précision ?

* Les cercles complets sont plus fréquents avec le cylindre de faible hauteur par rapport au diamètre et quand les dimensions du cylindre sont expressément données.

Deux interprétations sont possibles:

- souci de restituer les dimensions données sur le dessin, comme si ces dimensions pouvaient se conserver dans toutes les directions alors que les élèves ont appris le contraire pour les pavés droits étudiés auparavant;
- en vision plongeante oblique , les bords des surfaces de faible hauteur par rapport au diamètre apparaissent presque circulaires* .

* Parvenir à dessiner un cylindre sans l'avoir sous les yeux pose un réel problème à la moitié des élèves de 6ème, même après en avoir dessiné plusieurs auparavant.

* Conformément à nos attentes, le problème du cylindre tangent au pavé n'est que rarement résolu (cf les planches n°4 et 5). Les élèves ne remettent pas en question leur représentation du pavé en perspective cavalière. Ils dessinent le parallélépipède avec une face avant frontale puis veulent inscrire soit un cercle, soit une courbe ovale, soit une figure constituée de deux arcs de cercle dans le parallélogramme supérieur. Selon la forme recherchée, ce problème n'a pas toujours de solution compatible avec les propriétés de la perspective cavalière: les points de contact avec les arêtes devraient être leurs milieux. Les tâtonnements sont nombreux, les ovales s'écrasent contre les côtés, les milieux sont rarement tous utilisés.

Conséquences didactiques générales.

Plusieurs hypothèses psychologiques semblent légitimes.

* La maîtrise presque spontanée en fin de cycle III, et confirmée en 6ème et 5ème, des dessins de cylindres de grande hauteur par rapport au diamètre ne s'observe pas pour ceux de faible hauteur par rapport au diamètre (cf les tableaux n°8 et 9). Non seulement la petitesse des hauteurs complique l'analyse du contour et provoque une vision plongeante mais les connaissances qui faciliteraient ce transfert font défaut ou ne se mobilisent pas.

* Ces savoirs concernent

- les cylindres droits eux-mêmes: les deux bords circulaires sont isométriques, parallèles, les génératrices ont toutes la même longueur;
- non seulement les conventions ou les règles de la perspective cavalière mais surtout sa nature (une projection parallèle) et ses propriétés (ce qu'elle transforme et ce qu'elle conserve).

---

* Il n'est pas rare d'entendre parler, à propos des dessins spontanés d'élèves, de mélanges de points de vue. Les élèves eux-mêmes, pour justifier la présence de cercles dans leurs productions, disent qu'ils correspondent à ce qu'ils "voient depuis dessus".

En perspective cavalière, la notion de point de vue n'est sans doute pas appropriée, il est rejeté à l'infini. La projection s'effectue parallèlement à une direction sur un plan frontal. C'est cette image, donc verticale, qui est dessinée sur la feuille, elle bien sûr horizontale. Se représenter cette situation et les effets de cette projection demande une petite gymnastique mentale ou des système matériels (redressement de la feuille, maquettes, etc...)

Tout ne se passe-t-il pas comme si les élèves implicitement choisissaient un plan de projection, voire plusieurs, selon les parties du cylindre observé, ce plan n'étant pas forcément vertical. Dans le cas des cylindres de faible hauteur par rapport au diamètre, il serait pratiquement horizontal; dans ce cas, les cercles se projettent bien selon des cercles.

* L'abondance de dessins sans génératrice verticale (lignes simples, couronnes, figures à bord inférieur curviligne) rencontrées pour les cylindres et les cônes tronqués de faible hauteur par rapport aux diamètres, conduit , pour les plus jeunes élèves, à se demander s'il n'existe pas un problème de catégorisation. Leur circularité commune, renforcée ici par leur petite hauteur, semble primer sur la différence d'inclinaison des génératrices. Existerait ainsi pour eux une famille de formes géométriques, qui pourrait être désignée par le terme d'anneaux, dont feraient partie les surfaces de faible hauteur par rapport au diamètre, qu'elles soient cylindriques, tronconiques ou même planes.

Plusieurs choix didactiques ont découlé de ces suppositions

* *Pour l'école primaire*

- Ne pas séparer l'étude des cylindres , des couronnes planes et des cônes tronqués aussi bien pour la description, la construction ou la représentation.
- Proposer systématiquement des cylindres de faible hauteur par rapport au diamètre à côté des classiques rouleaux ou boîtes de conserve.
- Ménager des activités de fabrication avant les activités de représentation graphique.
- Travailler les ressemblances et les différences entre les objets réels et leurs images, en particulier mettre en cause la possibilité de représenter la base d'un cylindre d'axe vertical par un disque.
- Introduire un minimum de rationalité géométrique dans l'activité de représentation en l'articulant aux expériences visuelles des élèves.

* *Pour le collège*

Les contraintes des programmes sont difficilement contournables. D'une part, les cônes ne relèvent que de la classe de 3ème. D'autre part, comme les symétries orthogonale et centrale sont les seules transformations à travailler en 6ème et 5ème, est-il possible d'institutionnaliser quelques propriétés des transformations affines (conservation des alignements, des milieux, du parallélisme) dont l'étude mériterait d'être coordonnée à l'apprentissage des représentations en perspective cavalière.

Néanmoins les quatre derniers principes cités pour l'école primaire ont été retenus pour le collège avec cet autre:

- S'assurer que les élèves réinvestissent les représentations graphiques enseignées dans les problèmes.

Partie III
Propositions d'activités pour les classes

Leur élaboration s'est réalisée en plusieurs fois.
- 1989 : première mise au point d'activités de la moyenne section de maternelle au CM2. Leur contenu détaillé et la discussion de leur portée sur l'apprentissage des représentations graphiques se trouvent dans Grand N n°55.
- 1993 : reprise et modifications de certaines activités du cours préparatoire au CM2.
- 1994 : mise au point d'activités pour les classes de 6ème et 5ème.

Pour le primaire, elles se répartissent en quatre thèmes

Comparaison de cylindres, cônes tronqués, couronnes planes

Le maître rassemble des surfaces (puis des solides) cylindriques, des troncs de cônes et des couronnes planes de tailles variées et demande aux élèves, par groupes, de les trier et d'expliciter les raisons de leur classement.

Cette activité permet de définir ou préciser un lexique minimal: bord, hauteur, base, cercle, cylindre, couronne plane, cône tronqué. Elle est nécessaire avec les CP, CE1 et CE2 et aussi plus longue à conduire à ces niveaux qu'au CM1 ou au CM2 où elle ne pose guère de problème.

En effet, les jeunes élèves ont tendance à apparier les objets deux par deux en changeant de critère. Ainsi dans les trois premiers niveaux de la scolarité primaire, on observe que les élèves isolent en général les couronnes planes, quelques cylindres, quelques troncs de cônes puis constituent d'autres sous-ensembles de formes hétérogènes selon que des hauteurs (ou des diamètres) leur paraissent proches.

Tout ce travail de réorganisation peut être complété par des exercices de reconnaissance visuelle, tactile ou des jeux du portrait. Ceux-ci consistent à trouver un objet pensé parmi un stock connu en posant des questions sur ses propriétés.

Fabrication de couronnes planes, de cylindres [du CP au CM2], de cônes tronqués [au CM seulement].

Pour les CP/CE1, donner des bandes rectangulaires de même longueur (29,7 cm par exemple) mais de largeurs différentes (entre 5 et 15 cm), permet de disposer d'un ensemble de cylindres aux proportions variées. Il est d'ailleurs intéressant de constater que pendant cette tâche, les élèves collent plus volontiers les deux petits côtés du rectangle que ses deux grands côtés, et obtiennent souvent des cylindres de hauteur plus petite que le diamètre.

Dès le CE1, le problème de la reproduction d'un cylindre donné comme modèle peut être proposé; ce modèle peut être rigide ou en papier. Dans le premier cas, il pousse les élèves à enrouler leur bande rectangulaire sur le modèle après l'avoir découpée à la bonne hauteur (démarche la plus fréquente dès le CE1). dans le second cas, les élèves peuvent aplatir le modèle (idée très répandue à partir du CE2).

Faire fabriquer des troncs de cônes (au CM1 et au CM2) à partir de modèles en papier fournit l'occasion pour les élèves d'une découverte. Ils considèrent en effet presque tous que le patron d'un tronc de cône est un trapèze isocèle. L'aplatissement du modèle leur prouve vite le contraire.

Analyse d'images (du CP au CM2)

Elle est proposée à partir d'un enregistrement vidéo. Elle consiste en particulier à reconnaître la forme d'objets filmés (des cylindres, des troncs de cônes, des couronnes planes), observer les déformations que subissent les disques des bases quand la caméra s'élève.

Ce travail est complété par des recherches sur des prospectus publicitaires.

<u>*Dessins de cylindres (du CE2 au CM2)*</u>

Cet apprentissage peut être amorcé dès le CE2 et conduit de la manière suivante.

Le maître donne une surface cylindrique de faible hauteur par rapport au diamètre, rayée verticalement (cf la matériel utilisé pour la première série d'épreuves, figure 5-e). Les élèves la dessinent. Le maître affiche les dessins en les triant: les lignes simples, les couronnes concentriques, les figures à bord rectiligne, etc. Il devrait retrouver une grande partie des types réunis dans la planche n°1. Il conduit les élèves à comparer ces dessins, sans entrer dans tous les détails toutefois. L'essentiel est de questionner la pertinence

- des lignes simples ou des couronnes
- du bord inférieur rectiligne
- de la présence de cercles
- de l'absence des génératrices du contour.

Il visionne ensuite une ou plusieurs images de cylindres pour les confronter aux dessins et expliciter les rudiments du tracé standard constitué de deux courbes ovales parallèles (celle du bas est partiellement cachée) et de deux segments verticaux de même longueur. Il structure cet apport en proposant le dessin d'autres cylindres aux proportions variées.

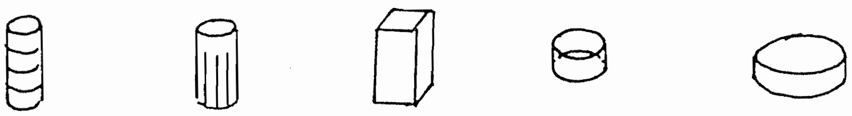
Une autre manière d'entraîner à ces tracés et de les analyser consiste à organiser une situation de communication. Les élèves disposent d'un stock de surfaces cylindriques de mêmes dimensions et de troncs de cônes aux dimensions proches, avec 0, 1 ou 2 couvercles. Deux étiquettes (par exemple l'une de souris, l'autre de cerises) sont collées de diverses manières : sur la surface latérale, sur les couvercles, à l'intérieur, etc...Deux élèves choisissent une surface, la représentent (il faut parfois deux vues) et la font découvrir à deux autres élèves.

<u>Pour les classes de 5èmes</u>

Quatre séquences pédagogiques (prévues pour cinq plages de cinquante minutes) visent les objectifs suivants :
- décrire des surfaces cylindriques,
- utiliser la formule reliant le diamètre et le périmètre de la base du cylindre "P = pi x D",
- dessiner des cylindres.

Les séquences s'articulent autour de quatre problèmes:

Problème n°1: les élèves par équipes de deux reçoivent un cylindre, portant des lignes (cercles ou segments) régulièrement disposées (cf les figures n°8-a et 8-b). Ils doivent rédiger un texte pour deux autres élèves leur permettant de le fabriquer sans l'avoir sous les yeux.



a b c d e

Figures n°8

Problème n°2: l'enseignant montre un pavé droit de section carrée (de dimensions 10 cm, 5 cm et 5 cm, cf la figure 8-c). Il demande aux élèves de fabriquer un cylindre en papier, le plus grand qui puisse tenir dans le pavé. Les élèves ne disposent pas du pavé pendant cette recherche.

Problème n°3: les élèves dessinent un cylindre transparent, de 3 cm de hauteur, de 7,4 cm de diamètre, posé à leur gauche, sur une base (cf la figure 8-d).

Problème n°4: l'enseignant montre un cylindre posé sur un plateau; il indique ses dimensions: 3 cm de hauteur et 6 cm de rayon (cf la figure 8-e). Il explique que deux fourmis (le cylindre pourrait être un fromage) vont d'un point du cercle de la base inférieure au point diamétralement opposé sur le même cercle. L'une reste sur ce cercle, l'autre passe par le centre de la face supérieure. Quel est le trajet le plus court ?

La gestion de ces problèmes s'accompagne de phases d'échanges, d'apports de l'enseignant (lexique de base, formule "P = pi x D", règles pratiques pour la perspective appuyées sur la mesure constante et la verticalité des génératrices, sur la déformation des cercles en courbes ovales), d'exercices de consolidation (mesures des dimensions, fabrications, dessins de cylindres variés, recherche de dimensions de cylindres à partir des dimensions du développement rectangulaire) .

Ces problèmes (les numéros 1 et 2 au moins) sont une tentative pour dépasser ce que R. BERTHELOT et M.H. SALIN déplorent, à savoir: " *une présentation ostensive des connaissances spatiales et spatio-géométriques*" (cf leur article: "*l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire*", dans Grand N n°53, IREM de Grenoble, 1994). Ici , les savoirs visés (vocabulaire, formule) sont travaillés au travers de problèmes dont les élèves doivent construire eux-mêmes une modélisation.

<u>Pour les classes de sixième</u>

Les séquences prévues constituent une version simplifiée des trois premières séquences prévues pour les classes de cinquième. En particulier le passage de la formule P = pi x D à D = P : pi n'est pas travaillé.

<u>Quelques observations sur ces activités</u>

Toutes les productions des élèves n'ont pas à ce jour été dépouillées, néanmoins plusieurs remarques qualitatives peuvent être faites.

* Les élèves rédigent plusieurs types de messages dont voici trois exemples (orthographe respectée) :

- un message descriptif qui suppose des connaissances pour permettre la fabrication demandée :

> *Construire un cylindre de 10 cm de hauteur et de 5 cm de diamètre. Tracer autour du cylindre 5 bandes horizontales d'une épaisseur de 2 cm pour obtenir 4 lignes horizontales.*

A la réception d' un tel message, certains élèves dessinent le cylindre au lieu de le fabriquer.

- un message descriptif qui permet la fabrication:

> *Fabriquez un cylindre de 5 cm de diamètre ayant une hauteur de 10 cm. Tracez 8 hauteurs parallèles mesurants 7 cm et espacées de 2 cm. Tout le long du cylindre. Attention, ces 2 côtés opposés ne se referment pas.*

- un message qui explicite les dimensions du développement:

> *Tracer un rectangle de 10 cm de largeur et 16 cm de longueur. tracer 8 traits sur la longueur tout les 2 cm , de 7 cm de hauteur. Le premier trait doit partir à 1 cm du bord du rectangle. Découper le rectangle et coller par la largeur, qu'on voit les traits. Les 2 bouts doivent se chevaucher de 1 cm et qu'il y est 2 cm entre le premier et le dernier trait.*

* Dans le problème du cylindre tangent au pavé droit, une erreur consiste à découper un rectangle de 20 cm de longueur au lieu de 3,14 x 5 cm. Preuve en est que la formule P = pi x D travaillée pour le cercle n'est pas réinvestie spontanément par les élèves pour le cylindre.

* Un autre transfert assez simple ne se fait pas automatiquement: les élèves ne trouvent pas toujours seuls comment par des reports de hauteur passer d'une manière sûre de l'ellipse supérieure à l'ellipse inférieure dans leurs dessins de cylindres, alors que cette translation a été étudiée pour les prismes.

C'est assez dire que l'enseignement sur les cylindres demande quelques précautions pour que ses contenus tissent un réseau cohérent aussi bien avec les représentations spontanées des élèves qu'avec les autres savoirs géométriques sur les solides, sur les grandeurs, sur les transformations.

Il n'est pas certain que cette espèce de rélégation dont ils sont l'objet à l'école primaire puis l'actuel découpage des programmes au collège soient la meilleure solution pour les élèves.

Bibliographie

- Gérard AUDIBERT, La perspective cavalière. Brochure n°75, APMEP, 1990

- Gérard AUDIBERT , Boubakar KEITA La perspective cavalière et la représentation de l'espace in Didactique et acquisition des connaissances scientifiques, La pensée sauvage 1988

- René BERTHELOT, Marie Hélène SALIN L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse à l'université de Bordeaux 1992.

- J.BOUDAREL, F.COLMEZ,B.PARZYSZ Représentation plane des figures de l'espace. Cahier de didactique des mathématiques n°48, IREM de Paris VII, 1987.

- Josiane CARON-PARGUE Le dessin du cube chez l'enfant Peter lang 1985

- François COLMEZ , Bernard PARZYSZ Le VU et le SU dans l'évolution des dessins de pyramides du CE2 à la seconde, in Espaces graphiques et graphismes d'espaces, La pensée sauvage 1993.

- Jean-François FAVRAT Les solides et les surfaces cylindriques à l'école élémentaire, Grand N n°55, 1994/95, IREM de Grenoble

- Luiz Carlos PAIS Représentation des corps ronds dans l'enseignement de la géométrie au collège: pratiques d'élèves, analyse de livres. Thèse Université de Montpellier II, 1991.

- Jean PIAGET, Bärbel INHELDER La représentation de l'espace chez l'enfant PUF 1948

- Gérard VERGNAUD & al. Une expérience didactique sur le concept de volume en classe de cinquième (13-13 ans) Recherches en didactique des mathématiques Vol 4.1, 1983

AUTOUR DES STRATÉGIES DE FORMATION DES MAÎTRES DU PREMIER DEGRÉ EN MATHÉMATIQUES

Catherine HOUDEMENT
IUFM de Rouen

Ce séminaire a comme objectif de présenter aux participants travaux et résultats liés à une thèse récemment présentée[1]. Ce mémoire de thèse s'inscrit dans la continuité des recherches menées en 1994 par A.Kuzniak[2]. Il contribue au questionnement sur la formation des enseignants en mathématiques, plus spécifiquement sur celle des professeurs d'école.

La spécificité de la formation des professeurs d'école

Au niveau institutionnel

Les professeurs d'école sont, depuis la création des I.U.F.M. recrutés avec la licence par un concours portant sur un certain nombre de disciplines enseignées à l'école élémentaire. Ce concours comporte pour chaque discipline, une partie disciplinaire (au sens classique du terme) et une partie fondée sur des questions liées à l'enseignement de ces disciplines. Les étudiants qui se destinent au professorat des écoles ne sont pas, en général, des spécialistes de mathématiques. Quelquefois même, ils présentent de sévères lacunes en ce domaine. La formation initiale en première année d'I.U.F.M. a comme objectif de les préparer au concours et à leur future activité professionnelle.

Les formateurs de ces étudiants sont des professeurs du second degré[3] : ces formateurs sont donc avant tout spécialistes de mathématiques ; pour certains, en particulier ceux venant des ex-écoles normales, ils ont accumulé une expérience de formation professionnelle souvent relayée par des lectures ou participations à des recherches en didactique des mathématiques.

---

[1] C.Houdement, *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies,* Directeurs A.Robert et R.Douady, Université de Paris VII, avril 1995.

[2] Cf. article d'A.Kuzniak dans les Actes du XXI Colloque de formateurs de maîtres en mathématiques de Chantilly (mai 1994), pages 37 à 62 et *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*, Thèse de Doctorat, Université Paris 7.

[3] depuis peu les rejoignent des universitaires intéressés par la formation professionnelle dans le premier degré

La formation en I.U.F.M. poursuit la formation des ex-écoles normales : utilisation d'un potentiel de formateurs existant, utilisation des mêmes locaux, reprise d'un système global de formation (formation pluridisciplinaire, alternance de cours et de stages sur le terrain, soit sous la tutelle du maître titulaire, soit en responsabilité) ; simultanément elle se place en rupture par rapport à elle : le concours est situé au milieu des deux ans de formation, ce qui rend la première année facultative ; il comporte une partie professionnelle, ce qui engage dans un type de préparation spécifique, qui n'est pas toujours jugée compatible (par les formateurs) avec l'idée d'une véritable formation professionnelle.

Au niveau des contenus

La formation des futurs professeurs d'école en mathématiques comporte de compléments mathématiques et des éléments de préparation aux aspects professionnels du métier. Plusieurs questions se posent immédiatement :
- comment définir les savoirs (au sens naïf) nécessaires pour exercer le métier de professeur d'école ?
- quelle partie de ces savoirs sont enseignables ? sont enseignables et du ressort de l'I.U.F.M. ?
- quelle partie de ces savoirs sont du ressort du formateur en mathématiques ? ne sont que de son ressort ?

Des tentatives de définition de ces savoirs ont eu lieu en 1979 lors du colloque de Bombannes, mais ce travail de définition ne s'est pas poursuivi explicitement. L'étude de plans de formation construits par différents I.U.F.M.(par exemple les plans 1991 d'Aix, de Rennes, de Nantes et de Caen) montre même de grandes disparités dans la rédaction des contenus abordés en première année. La C.O.P.I.R.E.L.E.M, en particulier pour unifier quelque peu les pratiques de rédaction des plans de formation, a proposé un texte en mars 1994[4] sur les contenus de formation en mathématiques pour le futur professeur d'école Ce texte tente de prendre en compte l'état actuel des recherches en didactique des mathématiques et dans les domaines liés à l'enseignement des mathématiques.

Conclusion

L'absence de définition de contenus explicites de formation d'une part, l'incontournable effet de la composante pratique (la régulation par l'exercice effectif du métier) d'autre part, ne nous a pas permis d'inscrire nos recherches dans un cadre théorique unique.

On pourrait en effet tenter d'utiliser une théorie type ingénierie en assimilant la formation professionnelle à l'apprentissage d'éléments sur l'apprentissage mathématique des élèves, les problèmes de formation aux problèmes d'enseignement des mathématiques aux élèves et les savoirs de formation aux savoirs issus de la didactique des mathématiques. Cette transposition paraît d'abord un peu mécaniste : les savoirs visés par la formation professionnelle sont-ils de même nature (épistémologiste) que les savoirs visés par l'enseignement des mathématiques ? Mais le problème est ailleurs : comment intégrer dans ce cadre les savoirs nés de la pratique ? Comment se recomposent acquisitions théoriques et acquisitions pratiques ? Le cadre de l'acquisition des connaissances mathématiques, transposé à d'autres connaissances théoriques ne suffit pas à répondre à ces questions.

Nous avons donc décidé de nous tourner vers les pratiques, dans la mesure où il existe une culture commune de formation en mathématiques pour le premier degré.

Questions pour une recherche. Méthodologie associée.

Quels témoins de la pratique existent ? Que regarder dans les pratiques des formateurs ?
La formation des maîtres du premier degré dispose de divers écrits issus des colloques annuels des formateurs d'instituteurs en mathématiques (depuis 1979), des *Documents*

[4] Texte en annexe de l'article sur la formation des nouveaux formateurs de cette même brochure.

pour la formation en didactique des mathématiques des maîtres du premier degré, édités annuellement depuis 1991 par la C.O.P.I.R.E.L.E.M., enfin de quelques publications récentes du commerce destinés à la formation en mathématiques des professeurs d'école. De plus une certaine culture commune se diffuse au sein de la C.O.P.I.R.E.L.E.M. et au fil des rencontres régulières que constituent les colloques : Cette culture explicitée représente une partie des pratiques de formation.
D'autre part, les recherches déjà menées sur la formation mathématique des professeurs d'école[5] ont dégagé plusieurs types de stratégies de formation. Nous reprenons cette typologie, dont nous rappelons des définitions succinctes.
- *Stratégies culturelles* : le formateur diffuse une information, veut communiquer une culture commune, quelle soit mathématique ou pédagogie de la pratique, sans se préoccuper de sa réception par les étudiants.
- *Stratégies de monstration* : le formateur fait voir des actes d'enseignements, soit dans des classes, soit via une bande vidéo.
- *Stratégies d'homologie :* le formateur met en scène un savoir (mathématique ou didactique) pour ses étudiants comme il voudrait que ceux-ci le fassent pour leurs élèves avec le savoir mathématique, sans toutefois expliciter le savoir didactique de référence qui lui permet ces mises en scène.
- *Stratégies de transposition* : le formateur explicite du savoir théorique d'enseignement (éléments de didactique, de théorie des apprentissages, etc.) soit directement, soit après une homologie.

Or un examen d'écrits sur la formation sur un même thème mathématique laisse parfois voir plusieurs types de stratégies possibles. Prenons le cas de la division euclidienne dans N. Un formateur débutant a tendance à mettre en place une stratégie culturelle : faire faire des mathématiques de façon classique, d'abord indépendamment d'une réflexion professionnelle. A.Kuzniak, dans sa thèse[5] page 104, développe, sur sept séances de trois heures, une stratégie de monstration. H.Péault met en place sur une dizaine de séances d'une heure trente, une stratégie dominante d'homologie[6]. D.Butlen[7] se livre à une stratégie de transposition à travers l'analyse, par les étudiants, d'un protocole de séance de CM sur la division.

D'où des questions possibles, interrogeant les pratiques :
Il existe une certaine richesse de pratiques de formation sur le thème de la division. Existe-t-il cette même richesse stratégique pour tous les thèmes de la formation ? Peut-on déceler des liens privilégiés entre thèmes et stratégies ? Mais que prendre comme thèmes de la formation puisque les contenus eux-mêmes ne sont pas explicites ?
L'examen des pratiques passe aussi par un regard analytique sur sa propre pratique. La nôtre, sur une dizaine d'années, révèle des constantes et des variations tant sur le plan de l'ordre de présentation des contenus que sur les stratégies employées sur ces contenus, évoluant vers un certain équilibre les dernières années. Existerait-il un ordre de présentation privilégié des contenus, vers lequel pourrait évoluer tout formateur expérimenté ?

Nous avons cherché des éléments de réponse à ces questions d'une part en analysant notre propre pratique ; c'est elle qui nous a permis de faire les hypothèses sur l'ordre de présentation des contenus, hypothèse que nous avons testée par un questionnaire distribué à des pairs, lors du colloque des formateurs de maîtres en mathématiques

---

[5] Cf. article d'A.Kuzniak dans les Actes du XXI Colloque de formateurs de maîtres en mathématiques de Chantilly (mai 1994), pages 37 à 62 et *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*, Thèse de Doctorat, Université Paris 7.
[6] H.Péault, pages 86 à 93 dans *Actes du Colloque inter-I.R.E.M. des P.E.N. de Rouen* (1988).
[7] D.Butlen, pages 123 et suivantes, dans *Documents pour la formation des Professeurs d'Ecole en Didactique des mathématiques*, COPIRELEM, Cahors 1991.

d'Aussois (43 recueillis sur une centaine distribuée) ; d'autre part en étudiant les écrits de formation recensés précédemment au niveau des thèmes et des stratégies dominantes utilisées pour les traiter.

Pour ces études, nous avons dû décider d'une entrée pour les contenus de formation. Pour une communication maximale avec tous les partenaires du système (collègues formateurs, instituteurs titulaires, étudiants) , nous avons choisi comme entrées les thèmes mathématiques classiques de l'école élémentaire répertoriés ci-dessous.

A Nombre entier	**F** Rationnels et décimaux	**J** Géométrie plane des figures
B Addition	**G** Opérations sur décimaux	**K** Géométrie plane des transformations
C Soustraction	**H** Fonctions numériques	**L** Géométrie des solides
D Multiplication	**I** Mathématiques et maternelle	**M** Mesure
E Division		

La formation dispensée comporte au gré des formateurs compléments mathématiques et aspects professionnels liés aux thèmes ci-dessous[8]. Les entrées n'augurent pas des contenus explicitement traités dans la formation, elles ne permettent que de les décrire.

Des éléments sur les pratiques des formateurs

Les études précédemment introduites nous ont permis de pointer certains éléments sur les pratiques des formateurs.

1 * L'étude de l'organisation des contenus dans les pratiques des formateurs a révélé qu'il n'existait d'ordre fixe de présentation. Par contre viennent en tête des thèmes mentionnés la première année : *géométrie plane*, *fonctions numériques*, *division* et *entiers*, *rationnels et décimaux*.

2 * A travers les écrits sur la formation se révèlent des relations entre thèmes et stratégies, résumées dans le tableau suivant.

Thèmes	nombre entier, addition, soustraction, multiplication	géométrie, mesure, fonctions numériques	non entiers	division
Stratégies	transposition et monstration	homologie (avec éléments de transposition)	culturel mathématique, transposition, homologie	toutes les stratégies

Tableau 1

Les différents thèmes qui nous servent d'entrées pour la formation se trouvent donc regroupés selon des stratégies dominantes, en quatre blocs. Nous retrouvons bien sûr une particulière richesse stratégique pour la division euclidienne dans N.

Nous avons donc cherché à trouver ce qui pouvait créer ces préférences, d'une part sur l'ordre, d'autre part sur le choix des stratégies.
Autrement dit, quels peuvent être des déterminants de choix pour le formateur parmi ces variables possibles pour la formation ?

---

[8] Pour plus de détails sur ce que peut recouvrir les savoirs autour de certains thèmes, cf. thèse C.Houdement pour les thèmes *Division*, *Proportionnalité* et *Grandeur et mesure*.

Cette partie de notre travail s'est limité à l'émission d'hypothèses, que nous livrons ci-dessous.

Nous faisons l'hypothèse que ces déterminants sont bien sûr dans la connaissance que l'on a du **public des futurs formés,** mais nous pensons qu'ils peuvent être aussi du côté du terrain d'exercice futur de ces formés, autrement le terrain des classes dans lesquelles ils sont susceptibles d'exercer. En quelque sorte, des indices pour les choix des formateurs sont à chercher **en amont** de la formation (les étudiants AVANT) mais aussi **en aval** de la formation (le milieu des enseignants qui les accueillera et régulera leurs jeunes habitudes).
Nous essayons donc de proposer de nouvelles variables, qui aideront le formateur à faire ses choix. Cette étude prend appui sur un essai de détermination des caractéristiques du public des futurs formés par un questionnaire (135 dépouillés), l'expérience que nous avons de leurs compétences mathématiques a priori, la connaissance que nous nous sommes forgée des habitudes d'enseignement du terrain (en général lors de stages de nos étudiants)

Des liaisons possibles entre public des formés, terrain d'exercice et variables à la charge des formateurs

Des cartes par thème

Pour cette étude, nous avons cherché à définir des indices qui caractérisent le public des formés et terrain, indices auxquels soient sensibles les formateurs. Ce qui nous a amenés à retenir les éléments de caractéristiques suivants.

Pour les étudiants
a - La connaissance a priori qu'ont les étudiants sur le thème.
b - L'idée que les étudiants ont de leur compétence sur le thème.
c - Leur désir de travailler l'aspect mathématique de ce thème.

Le **a** peut soit évalué par des tests sur les étudiants, avant de traiter d'une quelconque manière le thème en question, soit par l'expérience du formateur (qui extrapole de son expérience passée, quand le public garde sensiblement le même profil).
Le **b** et le **c** se sont révélés pertinents dans la mesure où ils ont permis de différentier des thèmes, ce que j'ai constaté par un questionnaire[9] (135 réponses dépouillées sur plusieurs groupes de PE1 d'une même année -deux lieux : Rouen, Evreux).

Pour le terrain
A - L'impact du thème dans les mathématiques de l'école élémentaire
B - L'existence d'écrits de référence auxquels il est possible de renvoyer les étudiants
C - Notre évaluation du traitement du thème par les maîtres de l'académie.

A a été examiné à travers les programmes, les manuels et les habitudes.
B dépend bien sûr des options du formateur, qui considère tel ou tel écrit en conformité avec ce qu'il souhaite voir mis en place à l'école élémentaire.

[9] Les étudiants ont été amenés à ranger les thèmes placés en abscisse du graphique selon plusieurs questions. Ont été exploitées les question suivantes (cf. annexe) :
(1)- Quels thèmes souhaitez-vous voir traités en priorité? Les ranger en les numérotant des plus nécessaires vers les moins nécessaires.
(2)- Sur quels thèmes vous sentez-vous à peu près "au point"? Les ranger du plus connu au moins connu.
(3)- Y a-t-il des thèmes qui vous effraient plus que d'autres? Lesquels? Pourquoi?
(4)- Donnez les thèmes, par ordre d'importance, sur lesquels vous sentez le plus nécessaire une formation professionnelle.

C a été tiré de notre expérience des pratiques du terrain, observées lors de visites ou tirées de discussions avec des maîtres venant en formation continue.
Rappelons que l'appréciation de ces aspects, dans la formulation choisie, reste profondément liés au formateur.

Ces différentes rubriques, au nombre de six permettent au formateur de pointer certaines différences et certaines analogies entre les thèmes. L'ensemble de ces six rubriques, que nous pouvons remplir pour chaque thème de la formation, constitue ce que nous appelons une "carte" du thème. Nous obtenons les cartes suivantes

entiers	addition	soustrac	multipl.
a+b+c0	a+b+c0	a+b+c0	a+b+c0
A+B+C-	A+B+C+	A+B+C-	A+B+C+

division
a-b+c+
A+B+C-

fonction	non ent.	géomét.	grandeur
a-b-c+	a-b-c+	a-b-c+	a-b-c+
A-B+C-	A+B-C-	A-B-C-	A-B-C-

Tableau 2

Il nous faut expliciter la signification des exposants +, -, 0 ?
Pour les petites lettres **a, b** et **c,**
- **a+** signifie que les étudiants ont une bonne connaissance outil du thème a priori (du point de vue du formateur) ; **a-** qu'ils ont de sévères lacunes mathématiques sur ce thème ;
- **b+** veut dire que les étudiants pensent qu'ils connaissent suffisamment le thème ; **b-** qu'ils sont conscients de leurs lacunes sur le thème en question ;
- **c+** suppose que les étudiants ont un désir particulier d'entendre des mathématiques sur ce thème ; **c0** qu'ils n'en ont pas spécifiquement envie (nous avons préféré le codage **c0** à **c-** car ils n'expriment pas un manque d'envie).

Pour les grandes lettres,
- **A+** signifie le thème est considéré comme important à l'école, **A-** qu'il peut, à la limite, être peu traité ou écarté des pratiques des maîtres ;
- **B+** signifie qu'il existe, selon le point de vue des formateurs, des écrits de référence (manuels scolaires, livres du maître, écrits pédagogiques) lisibles par les étudiants (c'est-à-dire dont le formateur aura préparé la lecture) en conformité avec l'idée que le formateur se fait de l'enseignement à l'école élémentaire ; **B-** qu'il n'existe pas (encore) de tels ouvrages ;
- **C+** : le formateur estime que le thème est correctement traité dans son académie (d'après des visites, formation continue,...) ; **C-** : qu'un gros effort de formation est à faire pour changer les pratiques du terrain.

Liaisons entre cartes et variables du formateur

Le croisement des relations thème-stratégie et de ces cartes montrent
- que ces cartes peuvent permettre d'expliquer des différences stratégiques, puisque des regroupements se retrouvent dans les tableaux 1 et 2 ;
- en l'occurrence **les thèmes plutôt méconnus des étudiants** (ceux qui disposent d'une carte a-b-) **sont traités avec des stratégies d'homologie ; les thèmes mieux connus** (ceux qui disposent d'une carte a+b+) **sont plutôt traités avec des stratégies de transposition et monstration.**

Remarque : le thème de la *division* garde un statut particulier, ce thème est prétexte à tous les traitements stratégiques. Le thème des *non-entiers* comporte deux parties : d'une part, la partie *nombres décimaux*, relativement connue des étudiants, d'autre part la partie *nombres rationnels* (puis réels) plus méconnue. A ce titre sans doute, le thème *non entiers* relève à la fois des stratégies liées aux thèmes plus connus et de celles liées aux thèmes moins bien connus.

De plus si on lie cela aux remarques sur l'ordre, il semblerait que **les thèmes plus connus sont réservés à la première année de formation.**

Ainsi notre recherche permet de pointer certaines liaisons entre des thèmes et des stratégies, mais elle ne donne pas d'explication totale des choix des formateurs. C'est pourquoi nous cherchons d'autres hypothèses.

D'autres hypothèses pour les choix d'ordre et de stratégies
L'étude du public et du terrain semble fournir des éléments explicatifs sur les choix des formateurs. Mais elle ne permet pas de déduire des ordres totaux pour la présentation des thèmes mathématiques de la formation. L'idée est donc d'intégrer dans l'étude la composante personnelle du formateur. Cette composante personnelle sera explicitée sous forme d'hypothèses sur les "croyances"[10] des formateurs, croyances qui ne sont pas strictement personnelles, mais résultent aussi d'habitudes de formations, transmises de formateurs en formateurs. Nous nous proposons de présenter des hypothèses sur les principes de ces croyances, dont la combinaison forgerait les "croyances" du formateur. Ces principes pourraient s'appuyer sur certaines positions.

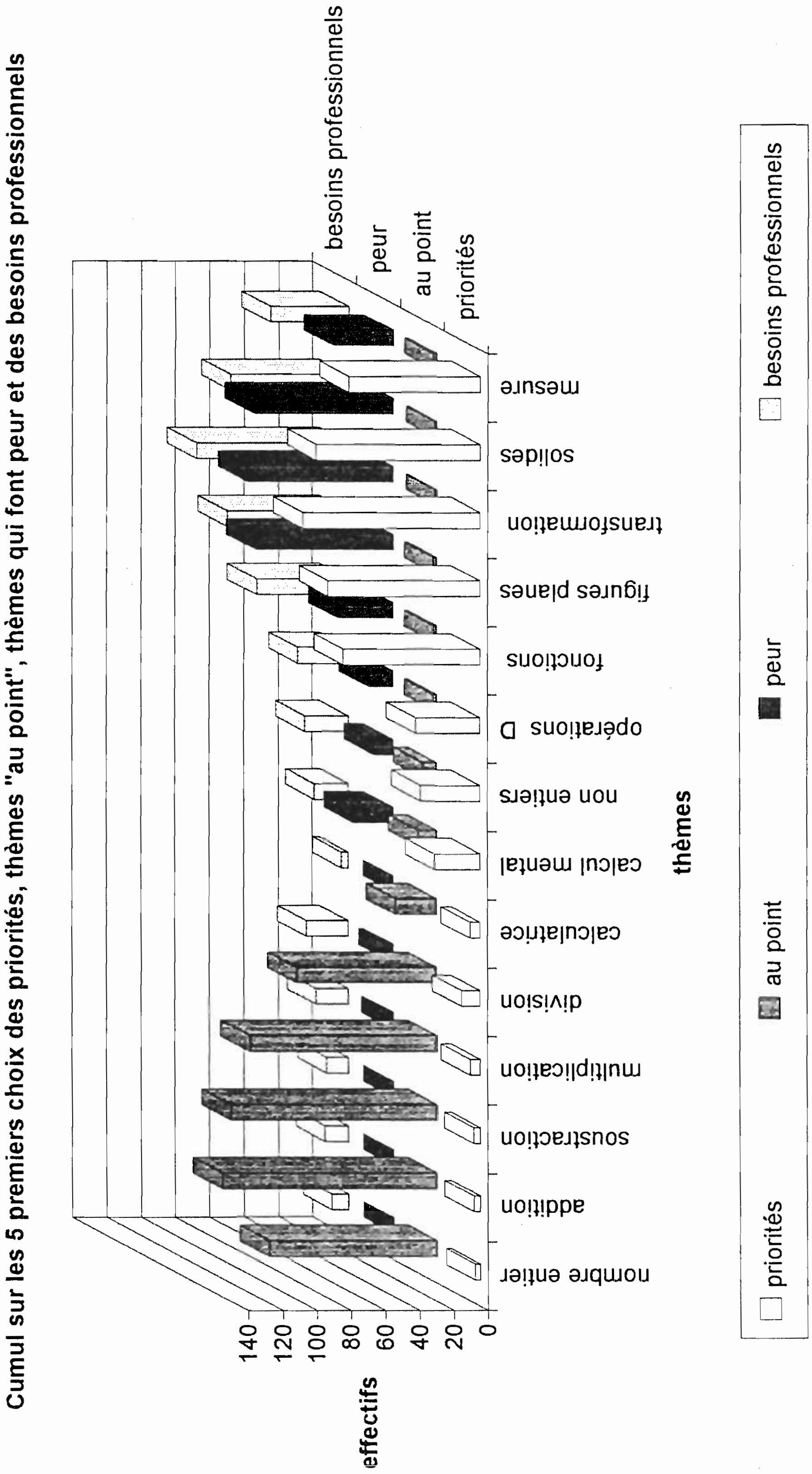
Position 1 : s'appuyer sur l'ordre chronologique des programmes de mathématiques de l'école
Position 2 : s'appuyer sur la connaissance, par les formés, des thèmes mathématiques
Position 3 : décider d'une hiérarchie de stratégies et organiser son plan selon cette hiérarchie de stratégies
Position 4 : s'appuyer sur les outils pédagogiques disponibles
Position 5 : s'appuyer sur l'appréciation des pratiques du terrain sur le thème
Position 6 : choisir des connaissances didactiques ou pédagogiques comme objectifs de formation et illustrer ces connaissances à travers l'étude de thèmes mathématiques (c'est une croyance encore peu partagée).
Chaque position peut donner naissance à un ordre ou à l'ordre inverse : par exemple la position 1 peut amener le formateur à traiter d'abord des notions mathématiques plutôt sous-jacentes aux classe de maternelle et de CP, et à garder pour plus tard celles du cycle III. Inversement il peut choisir de traiter d'abord des notions du cycle III et de garder les mathématiques liées à la maternelle pour la fin de sa programmation.

Conclusion

Cette recherche nous a donc permis d'une part, de pointer des éléments de pratique de formateurs en mathématiques d'enseignants du premier degré (sur l'ordre de présentation des thèmes et sur les relations entre thèmes et stratégies)", d'autre part de proposer des éléments de différentiation des thèmes entre eux selon certains critères (selon notamment les habitudes que manifestent formés et "terrain" face à ces thèmes).
Il nous semble que ces travaux contribuent à la professionnalisation du métier de formateur dans la mesure où ils permettent d'une part une analyse de certaines habitudes de formation, d'autre part, par la transmission d'une culture commune analysée, ils peuvent aider le nouveau formateur dans ses choix de programmation et de stratégies du moins pour la première année de formation des maîtres du premier degré en mathématiques.

En annexe le graphique lié au questionnaire sur les étudiants.

[10] Cf. Bourdieu *Questions de sociologie,* 1984, Editions de Minuit, page 114


Cumul sur les 5 premiers choix des priorités, thèmes "au point", thèmes qui font peur et des besoins professionnels
effectifs
140
120
100
80
60
40
20
0
nombre entier
addition
soustraction
multiplication
division
calculatrice
calcul mental
non entiers
opérations D
fonctions
figures planes
transformation
solides
mesure
thèmes
priorités
au point
peur
besoins professionnels
priorités
au point
peur
besoins professionnels

EXPLICATIONS EN CLASSE DE MATHÉMATIQUES

Alexandre MOPONDI BENDEKO
IUFM de Gravelines

Les travaux sur les explications en classe de mathématiques dont les préliminaires vont vous être présentés maintenant font partie d'un projet de recherche du Laboratoire de Didactique des Sciences et des Techniques (LADIST), *LES ANALYSES LEXICALES* qui trouvent leur fondement dans l'observation de classe, plus précisément dans l'analyse du discours de professeurs.

L'analyse du discours de professeurs fait l'objet de plusieurs travaux et cela date. A. Robert et E. Josse font bien état de ces travaux dans leur article paru dans RDM.[1]Il est surtout question dans ces travaux de méthodes d'analyse et des aspects du discours à analyser: aspects socio-linguistiques; la métacommunication en classe de mathématiques; questions dans le discours des enseignants, à analyser; différents registres langagiers utilisés par l'enseignant;.... L'objectif étant de repérer des caractéristiques du discours étudié (Structurelles, syntaxiques ou sémantiques) et de s'en servir pour observer des régularités dans les comportements des enseignants, ou expliquer des difficultés des élèves.

Nos travaux sur les explications, comme un des aspects du discours de professeurs, s'inscrivent plutôt dans une perspective de la *formation des professeurs des écoles par l'observation. Nous* partons de l'hypothèse que *l'analyse des explications en classe de mathématiques est un des éléments fondamentaux de la formation par l'observation. On* voit là la nécessité de préciser ce qu'on observe pour bien les cadrer. Alors qu'est-ce qu'on observe ? La façon dont la négociation du contrat didactique se fait; la place ou rôle de l'enseignant et de l'élève dans cette négociation ; la façon dont l'enseignant et l'élève gèrent le résultat de cette négociation.

Pour démarrer, nous nous sommes appuyés sur mes travaux de thèse[2]; les transcriptions de séquences de géométrie sur la construction d'un rectangle connaissant une diagonale (06,10 mai 94); les travaux de M.J. Perrin sur les élèves en difficultés,

---

[1]Voir les références bibliographiques.
[2]Voir les références bibliographiques.

notamment son article paru dans Petit x[3]; les travaux de l'équipe DIDIREM de Paris 7, ceux présentés à la 7ème École et Université d'Été de Didactique des Mathématiques 93[4].

Dans son travail de diagnostic et d'analyse de l'enseignement des mathématiques dans des classes où beaucoup d'élèves rencontrent des difficultés scolaires, M.J. Perrin fait un bilan des difficultés des élèves, elle insiste sur la *capitalisation* du savoir et *réinvestissement* des connaissances; dégage des contraintes ressenties comme contradictoires par les enseignants, construction du sens et acquisition d'automatisme de base (problème d'équilibre)- exploitation des productions des élèves et acquisition d'un savoir mathématique décontextualisé (problème du processus d'exploitation)- réussite et apprentissage (problème d'évaluation du travail de l'enseignant)- pertinence et non pertinence de problèmes (problème de mise en place de situations d'apprentissage); propose quelles que pistes de recherche pour essayer de répondre aux questions quelles sont les marges de manoeuvre de l'enseignant face à ces contraintes contradictoires? Comment l'aider à faire des choix? Elle propose de travailler entre autres choses sur le rôle du maître dans les phases de bilan et de rappel; le rôle que peut jouer le discours métamathématique de l'enseignant. Dans ce qui avait été exposé à l'école d'été, l'accent était mis sur l'identification des variables qui interviennent dans la gestion des pratiques d'institutionnalisation. Le problème d'équilibre peut trouver quels que éléments de réponse dans mes travaux de thèse.

Pour revenir aux explications, l'enseignant a la mission de *faire comprendre* aux élèves les connaissances mathématiques qu'il leur enseigne. Parmi les efforts qu'il entreprend dans cet objectif figurent les *explications.* Nous nous intéressons aux diverses formes que prennent ces explications et à leurs effets sur les productions des élèves. C'est une question importante car il semble que, suivant les méthodes pédagogiques, la nature et la qualité des explications qu'elles suggèrent de donner devraient beaucoup varier. Nous allons tenter de répondre à au moins quatre questions: En quoi consistent les efforts d'explication? Comment se manifestent-ils? Dans quelle mesure les explications diffèrent-elles suivant les méthodes ou les cultures? Quels sont les effets de ces différences d'intensité ou de nature des explications sur les travaux et les résultats des élèves ?

Nous avons donc observé deux classes traitant d'un même sujet, la proportionnalité, dans la même langue, le français, mais sur des continents et dans des environnements socio-culturels à priori assez sensiblement différents, la France et Zaïre. Il sera nécessaire d'examiner dans quelle mesure ces différences d'environnements se sont traduites par des différences de styles pédagogiques, d'objectifs ou de méthodes didactiques. Nous sommes partis des hypothèses nulles suivantes :

H1. Quelles que soient les méthodes, les quantités d'explications sont semblables.

H2. Les formes d'explications ne diffèrent pas, mais les méthodes diffèrent.

H3. Les variations d'explications n'enrichissent pas les productions des élèves : pas davantage de méthodes différentes, pas plus d'explications, pas plus de conversions des connaissances et des savoirs d'une des formes à l'autre,....

H4. L'augmentation de la *compréhension* ne se traduit pas nécessairement par une meilleure efficacité. Elle se traduit au contraire par moins de savoirs *officiels* et plus de savoirs *personnels.*

Évidemment, nous ne pouvons pas prétendre, en travaillant dans des environnements aussi différents, contrôler toutes les données permettant de se prononcer avec confiance sur les hypothèses annoncées. Il s'agit donc plutôt d'un travail préparatoire à une recherche à poursuivre, ayant pour but de développer des instruments d'analyse et une méthode d'observation. Néanmoins nous espérons obtenir des observations permettant de décrire, indépendamment des environnements, la gestion de classe, et plus particulièrement des indications à respecter sur *l'équilibre* dans la négociation du contrat didactique.

[3]Voir les références bibliographiques.
[4]Voir les références bibliographiques.

Je vais dans cet exposé parler de deux points: schéma d'une explication; observation de classes.

SCHÉMA D'UNE EXPLICATION

Le travail sur le schéma d'une explication suppose une réflexion théorique sur qu'est-ce que comprendre? Faire comprendre? L'explication? Je vais, pour des raisons de temps, passer à la construction de l'instrument de reconnaissance des explications; nous en ferons allusion à travers cette construction.

L'explication étant un des moyens que utilise un *locuteur* pour faire comprendre ou donner du sens à ce qui fait l'objet d'une communication, d'un débat, d'une discussion, elle suppose :

A. Au moins deux interlocuteurs, réels ou supposés :

- ***un auteur (A), émetteur;***
- ***un*** ou ***plusieurs destinataires, récepteurs (R).***

Formellement, l'enseignant et les élèves peuvent être émetteurs ou récepteurs. Ce qui explique une grande différence de rôle et de forme entre les explications données par le professeur à un élève, celles données par un élève à son professeur, et les explications données par un élève à un des ses condisciples. Ces différences doivent encore être subdivisées suivant les objectifs même des situations: l'explication d'une consigne, d'une erreur, d'une faute, d'un théorème,..., sont données et reçues à des fins différentes, dans des langages différents.

L'explication peut donc être *proposée* ou *imposée* par l'émetteur, ou *sollicitée* par le récepteur. Tout dépend du contexte, du lieu, du moment où elle apparaît. Tous ces types d'explication peuvent se retrouver dans un même type d'enseignement comme ils peuvent faire chacun l'objet d'un type d'enseignement.

B. L'existence d'un ***énoncé expliqué (Co)***, l'objet de l'explication. C'est une connaissance, ou un savoir qu'un sujet *ne comprend pas* ou qu'il *n'admet pas* et qu'il s'agit de relier à son répertoire de façon à ce qu'il l'y accepte. La marque de l'acceptation est qu'il en tire certaines conséquences observables.

C. L'existence d'un ***énoncé expliquant (Ce)***. L'auteur de l'explication suppose que son destinataire possède cet énoncé expliquant dans son répertoire et que la nature des liens qui lient C_E à C_O sont connus et vont conduire le destinataire à accepter C_O.

D. Ces liens seront décomposés en deux:

- Le premier est un ***lien explicite (L)*** qui est formulé dans le langage propre aux énoncés explicitement traités: ce peut être un *lien logique,* (une implication par exemple), ou *rhétorique* (une analogie, par exemple). Il est le plus souvent destiné à constituer le réseau des significations d'un savoir. La liste des types de liens entrant dans des interactions acceptées par les acteurs comme des explications est très longue. A la limite presque toutes les interventions pourraient apparaître comme une explication de quelque chose. Nous la limiterons pour ne retenir que celles qui nous intéressent en didactique. Les liens sont les raisons (bonnes ou mauvaises) d'accepter C_O.

Nous nous sommes essentiellement intéressés aux liens logiques les plus fréquemment employés: les différents connecteurs: négation, implication... et à quelques liens quasi logiques tels que la définition explicative ou conventionnelle ainsi qu'à un type particulier de liens plus rhétorique: la comparaison. Nous délaissons les autres types de liens souvent présentés et acceptés comme des "explications" tels que: métaphores diverses...et les autres figures telles que: périphrase, paraphrase, pronomination, etc.[5]

Une étude plus approfondie des autres arguments logiques tels que les autres formes de définitions (compréhension, extension, ostension, description, définition opératoire...), ou rhétoriques l'incompatibilité, le dilemme, etc. ou empiriques (causalité, confrontation, induction, analogie, contrainte) serait probablement très intéressante.

[5]Pour la définition de ces termes consulter Jean-Jacques ROBRIEUX. Elements de Rhétorique et d'Argumentation Dunod, 1993

- Le second lien est une ***justification du lien (J)***, une cause de l'acceptation ou une raison cachée, le plus souvent implicite, de l'accepter. Cette variable peut prendre les valeurs suivantes:

* la *congruence* sociale: l'acceptation du lien satisfait une exigence sociale ou culturelle du milieu.

*L'*idonéité*: le fait que le lien soit conforme au projet didactique. Le lien de C_E avec C_O permet l'avancement de la situation didactique. La situation $S(C_O)$ qui réalise C_O (elle fait que C_O est solution de $S(C_O)$) -un problème par exemple- est incluse dans une situation didactique. C_E est relié à C_O par la résolution de la situation didactique.

*L'*adéquation*: la connaissance C_E permet effectivement de résoudre ou résout $S(C_O)$.

*L'*adaptation*: la connaissance C_E permet de résoudre ou résout de façon économique, efficace, ou optimale $S(C_O)$.

*La *validité*: C_E est vraie dans $S(C_O)$, c'est-à-dire elle est vérifiée dans $S(C_O)$.

*La *pertinence*: les conditions d'application de la connaissance C_E sont réalisées dans $S(C_O)$, mais C_E peut y être vraie ou fausse.

e) Une explication , comme toute manifestation décrite en théorie des situations, doit pouvoir se voir attribuer un **but(B)**, une fonction du point de vue de l'émetteur.

f) Nous ajouterons, de façon assez arbitraire, il faut le reconnaître les **effets** de l'explication (E) parmi les caractères qui permettent de l'identifier.

Une explication donc est un sextuplet de valeurs:

$< (A,R), L(C_E,C_O),J> <(B,E)>$,

prises dans le texte d'une transcription, ou directement déterminées par lui .

Il faut bien remarquer qu'une explication est en principe une interaction a-didactique de validation ou de preuve. Elle est donc soumise aux règles du genre, en particulier son acceptation est entièrement à la discrétion du récepteur. Il faudrait donc exclure un grand nombre d'explications formelles émises ou acceptées dans des conditions douteuses, mais on serait conduit à éliminer de l'analyse un très grand nombre d'activités didactiques observées.

OBSERVATION DE CLASSES

A. DESCRIPTION DES ENSEIGNEMENTS

Les leçons observées sont celles d'une progression normale de classe; il y a eu d'autres leçons entre celles qui ont été observées. L'observation était dans des jours fixes de la semaine. Pour des raisons de commodité, je vais désigner par classe A, la classe observée en France, à Bordeaux; classe B, celle observée au Zaïre, à Kinshasa.

A.1. DESCRIPTION DES ENSEIGNEMENTS DANS LA CLASSE A

Les 17 leçons observées dans un CM2 de 25 élèves se sont déroulées entre le 14 décembre 1982 et le 25 mai 1983. Elles constituent l'ensemble des leçons ayant pour objet la proportionnnalité et but l'introduction des applications linéaires.

La 1ère séance commence par la présentation dans un tableau de la recette du gâteau à l'ananas. L'enseignant donne les proportions pour 4 personnes: 8 tranches d'ananas; 200 g de farine; 240 g de beurre; 12 g de levure; 160 g de sucre; 6 oeufs; 100 g de sucre à caramel.

Il demande de trouver la recette du gâteau pour 6, 10, 28 personnes. Les élèves sont invités à résoudre ce problème classique avec tableau *sans moyens* pour eux de rectifier leurs erreurs de conception autrement que par l'application d'une connaissance institutionnelle ou d'une règle. Après un moment de travail de recherche en groupe, l'enseignant organise une mise en commun des travaux des élèves pendant laquelle le représentant de chaque groupe est invité à exposer, présenter le travail de son groupe. Le travail de mise en commun n'est pas terminé. les réponses et les réactions des élèves montrent qu'ils ont déjà travaillé avec la décomposition en facteurs ou en termes et les opérateurs (additif, soustractif, multiplicatif, divisif). La présence d'un tableau et de nombres tous pairs a probablement favorisé la décomposition comme procédure de résolution.

L'enseignant continue, dans la 2ème séance, le travail de mise en commun commencé à la séance précédente. Il demande d'abord aux représentants des groupes restants d'exposer ce qu'ils ont fait pour trouver la recette pour 6 personnes. Il demande ensuite aux élèves de calculer les valeurs pour 9, 10 et 28 personnes en s'inspirant des méthodes exposées. ces méthodes n'ont pas été institutionnées ni même approuvées par l'enseignant. Contrairement à son attitude de la 1ère séance, l'enseignant *exploite* la réponse de l'élève, bonne ou fausse. Il y réagit et cherche à l'intégrer dans une décision ou une explication.

Il propose dans la 3ème séance un problème semblable: le gâteau aux prunes. "pour quatre personnes il faut 200 g de beurre, 1200 g de prunes, 240 g de sucre, 16 cl de kirsch et 200 g de boudoirs. Trouver les proportions pour 6, 5 et 11 personnes." Cette fois le passage par 1 est incontournable, mais la méthode a déjà été éventée. Travail individuel, mise en commun,...,etc. Certains élèves hésitent toujours (implicitement) entre l'utilisation des différences et celle des rapports.

Après avoir proposé des problèmes sous forme de tableau avec plusieurs grandeurs en jeu, l'enseignant propose à partir de la 4ème séance des problèmes sous forme d'énoncé littéral où 2 grandeurs seulement sont en jeu du genre, *une automobiliste consomme 8 litres d'essence pour faire 100 km. Quelle sera sa consommation pour faire 300 km, 500 km, 450 km, 375 km?*

Dans les séances no 5, 6, 7, il propose 3 problèmes:

1. Il faut 120 g de café pour faire 8 tasses de café. a) Quel poids de café faut-il pour faire 3 tasses? b) Avec 285 g de café, combien peut-on faire de tasses?

2. Pour remplir 7 boîtes, il a fallu 133 bouchées au chocolat et 224 dragées. Combien faut-il de bouchées et de dragées pour garnir 11 boîtes?

3. Un rouleau de fil de cuivre de 5 m pèse 390 g . Quelle serait la longueur d'un rouleau du même fil pesant 1170 g? Combien pèserait un rouleau de 2 m?

Si la plupart des élèves parviennent au résultat beaucoup doivent encore être aidés. L'enseignant en profite pour définir certains termes. La proportionnalité est institutionnalisée.

Après le travail d'institutionnalisation de la proportionnalité, l'enseignant provoque immédiatement la *remise en question* par les élèves du savoir enseigné à la 8ème séance. Il propose ces trois problèmes :

1. Un enfant mesure 115 cm à 10 ans. Quelle sera sa taille à 20 ans?

2. Un bateau met 3 jours pour faire le Havre - New-York. Combien mettront 3 bateaux qui naviguent à la même vitesse et qui partent en même temps?

3. Deux ouvriers mettent 4 jours pour creuser un fossé. Combien de temps mettra une équipe de quatre ouvriers qui travaillent à la même vitesse?

Après que les élèves aient cherché individuellement, l'enseignant fait la mise en commun. Il va jusqu'à miner les déplacements des bateaux.

Il fait utiliser, à la 9ème séance, par les élèves une application linéaire décimale dans des conditions où sa valeur numérique n'apparaît pas. Il propose la reproduction agrandie d'un puzzle. Il donne l'agrandissement d'un côté du modèle (4 cm correspondent 7 cm) et demande de reproduire chaque pièce et de reconstruire ensuite le puzzle avec les pièces réalisées; cela par groupe. La grande différence de cette situation avec les précédentes c'est la possibilité pour les élèves de vérifier eux-mêmes, concrètement, la validité de leurs tentatives et d'échanger des propos parfois acerbes lorsque le travail collectif n'est pas réussi. La mise en commun a montré que c'est au moment de la reconstitution du puzzle que les élèves ont remis en question leurs procédures de calcul. Le rejet de l'opérateur additif a été exprimé avec force, mais cette fois avec des justifications.

A partir de la 10ème séance, l'enseignant propose des problèmes de reproduction et incite les élèves à utiliser leurs connaissances du calcul des fractions (sens de calcul); à inventer une méthode et non d'appliquer une procédure standard (division d'un décimal par 10, 100, 1000). L'enseignant intervient néanmoins assez fréquemment. A utiliser l'image de l'unité pour *anticiper*, *comparer, désigner* des applications linéaires et *vérifier* la proportionnalité.

En conclusion, nous pouvons dire que cette description de l'enseignement dans la classe A montre les efforts d'explication fournis et exigés par l'enseignant. Celui - ci attend des élèves un travail de recherche (mental, productions écrites, manipulations), une prise en charge de leur apprentissage (travail de la formulation, de justification et de contrôle par eux-mêmes de ce qu'ils font ; travail d'identification des différentes situations de proportionnalité ; travail de sens à donner aux opérations) et une bonne gestion de ce qu'ils ont appris (l'utilisation des procédures de résolution, notamment de l'image de l'unité) ; et les élèves attendent de l'enseignant des situations à résoudre et surtout des moments leur permettant de débattre avec lui de ce qu'il veut leur enseigner.

A.2. DESCRIPTION DES ENSEIGNEMENTS DANS LA CLASSE B

Les 29 leçons observées dans une 6ème primaire (CM2) de 39 élèves se sont déroulées entre le 2 novembre 1988 et le 2 mars 1989 au Zaïre. Elles constituent l'ensemble des leçons ayant pour objet la proportionnalité et pour but la résolution des problèmes de ce type.

Tout commence (séance n° 1) par la définition des grandeurs directement proportionnelles. L'enseignant rappelle, à travers des exercices présentes oralement, la notion d'opérateur (multiplication et division). Il écris certains nombres au tableau (100, 150, 200 et 500) et demande "de les rendre tant de fois plus petits ou plus grands"

La définition est suivie de l'exposition des différentes formes de calculs à faire dans l'exécution de la procédure de la règle de trois et de son institutionnalisation (séances n° 2 et 3). Il est surtout question, pour les calculs, de la simplification de fractions à propos de la résolution d'un problème: 2 kg de manioc donnent 900g de farine, que donnent 25g de manioc? Pour institutionnaliser, l'enseignant résout d'abord trois problèmes est montre quand c'est nécessaire de passer par l'unité (lorsqu'il n'y a pas de multiple) et quand ce n'est pas nécessaire (lorsqu'il y a un multiple). Il conclut ensuite en disant ce que nous venons de faire s'appelle la règle de trois.

Après cette institutionnalisation, de la quatrième séance à la huitième, l'enseignant propose des problèmes de partage, de partages inégaux notamment ceux où une part est un multiple ou une fraction de l'autre.

Il a insisté beaucoup sur l'idée de trouver la valeur d'une part, sur la notion de multiple et celle de fraction, l'accent a été mis sur la recherche et l'écriture de la fraction de l'unité.

Il évoque la règle de trois comme un moyen de résolution des problèmes suivants :

- deux tonneaux contiennent ensemble 50 litres. Le grand contient quatre fois plus que le petit. Quelle est la contenance de chacun ?
- deux garçons pèsent ensemble 63 kg. Le poids du premier est les 3/4 du poids de l'autre. Combien pèse chacun ?

Il introduit à cette occasion l'écriture fractionnaire de l'unité et l'utilisation de la règle de trois dans le cas de fractions.

De cette écriture fractionnaire de l'unité, l'enseignant passe aux grandeurs inversement proportionnelles (séance n° 9). Après avoir effectué devant les élèves quelques exercices sur la règle de trois il présente des grandeurs inversement proportionnelles: Il résout oralement, en interaction avec les élèves, des problèmes d'achat de livres est d'exécution d'un travail. Pendant la résolution, il écrit les réponses au tableau; il fait constater et répéter les calculs nécessaires, il décrit ce qu'il fait avec les termes qu'il a choisi.

"Retenez que lorsque vous vous trouvez devant un problème, il faut toujours réfléchir pour savoir si les grandeurs sont directement ou inversement proportionnelles."

La dixième séance est consacrée aux exercices d'identification des problèmes directement ou inversement proportionnels. Il écrit quatre problème au tableau est demande aux élèves de les classer. Comme ils ont un rapport étroit avec ceux qui ont été faits précédemment, cela a été facile. Le maître insiste beaucoup, lors de la correction, sur la disposition de la règle de trois.

De la onzième séance à la vingt-neuvième, la classe se consacre à l'étude des application de la règle de trois dans des situations variées de la vie courante, notamment dans le domaine du commerce.

1. Les partages (5 séances : de la 11ème à 15ème) : partages inégaux (cas où une part est un multiple de l'autre, une part est une fraction de l'autre) et partages proportionnels (avec les parties proportionnelles qui sont des entiers ou des fractions).

2. Les rapports, le tant pour cent: 14 séances (de la 16ème à 29ème séance).

Dans la 16ème séance, le maître définit le rapport par une expression fractionnaire et lit la fraction comme étant un rapport du numérateur au dénominateur (1/3 c'est le rapport de 1 à 3). Il conclut en disant qu'établir le rapport c'est comparer la 1ère grandeur à la 2ème grandeur.

A la 17ème séance, le maître présente un rapport particulier: le tant pour cent. "Bien, vous avez suivi comment on fait la comparaison entre deux grandeurs; ce n'est pas notre sujet d'aujourd'hui. Nous allons voir comment on trouve un nombre à la base d'un autre nombre (il écrit au tableau: le tant pour cent; et il pose directement la question: qui peut me donner un exemple de pourcentage? Il traduit les nombres qui lui sont proposés en termes de rapports et entame la résolution de problèmes où le pourcentage est à calculer ou à utiliser).

Les trois séances suivantes font l'objet d'exercices d'application sur le tant pour cent et la réduction, le calcul du prix de vente et le calcul du prix d'achat.

La 21ème séance a été consacrée à une espèce de révision et de contrôle, où les élèves ont eu à identifier des situations directement ou inversement proportionnelles et à les résoudre.

La 22ème et 23ème séances: application aux problèmes de capitaux et d'intérêts qu'il explique comme précédemment, à travers la résolution des problèmes qu'il propose.

La 24ème séance a été consacrée à un contrôle écrit (une interrogation écrite).

Le maître consacre la 25ème, 26ème, 27ème et 28ème séances à des exercices d'applications au calcul des intérêts mensuels, annuels et journaliers et fait une synthèse à la 29ème.

Au cours des 19 séances, l'enseignant s'est attaché à définir les nombreux termes rencontrés dans le commerce (prix d'achat, prix de revient, bénéfices, pertes, frais, pourcentages,...). Il a aussi expliqué les formules de calcul de ces termes. A chaque analyse de l'énoncé d'un problème (données, liens entre les données), le maître rappelle les définitions de termes et leurs formules de calculs et surtout le processus de résolution.

Que ce soit au moment des corrections ou des mises en commun, pour expliquer ce qu'ils ont produit, les élèves doivent répéter ce qui a été enseigné, en particulier les explications, qui sont incluses dans le processus de résolution. S'ils ne le font pas correctement, le maître les rappelle à l'ordre, et rectifie la marche à suivre. Ils sont supposés opérer de même dans leurs actes privés de résolution ou de recherche.

Nous pouvons dire en conclusion que cette description de l'enseignement dans la classe B montre comment le maître centre ses efforts sur l'acquisition par les élèves des procédures de résolution de problèmes et comment il inclut les explications dans ces procédures. L'apprentissage est obtenu par la conjonction de la répétition et des exercices. Le maître attend des élèves l'application intégrale de ce qui a été expliqué, enseigné (respect des différentes étapes et de la disposition dans l'exécution de la procédure de la règle de trois); la maîtrise dans l'application de ce qui a été expliqué ; et l'identification des procédures adaptées aux situations proposées (savoir que c'est une situation où les grandeurs sont directement ou inversement proportionnelles). Les élèves attendent du maître une bonne explication de ce qu'il faut faire; une diversification de situations auxquelles ils peuvent avoir affaire ; une multiplication de situations d'entraînement.

Deux schémas (voir annexe) résument bien cette description. Deux moments sont à distinguer dans les deux classes, moment d'incertitude et moment de certitude de l'enseignant sur les connaissances indispensables à son enseignement, connaissances que les élèves devaient avoir. Au moment d'incertitude, la classe A a privilégié le débat dans lequel un consensus doit être trouvé entre les élèves (négociation didactique); la classe B privilégie la communication des connaissances ou des savoirs, cela dans un jeu de questions-réponses. Au moment de certitude, les deux classes ont privilégié la communication; la classe B continue dans la ligne adoptée dès le départ, c'est-à-dire le jeu de questions-réponses, la classe A passe par le débat entre les élèves arbitré par l'enseignant dans un jeu de questions-réponses.

B. EXPLICATIONS DANS LES CLASSES

B.1. EXPLICATIONS DANS LA CLASSE A

D'une façon générale, les explications ont lieu dans la *mise en commun*. Elles ont servi de moteur dans le processus de transfert de la responsabilité d'apprentissage aux élèves, qui se termine par l'institutionnalisation (moment d'incertitude, 7 premières séances); et dans celui de la gestion de ce qui est institutionnalisé (moment de certitude, le reste de séances, 10).

Au moment d'incertitude, tout part de la description ou déclaration faite par l'élève. L'enseignant exploite ce que dit l'élève (vrai ou faux), par des questions, pour favoriser les liens logiques entre les résultats des calculs faits par les élèves et la situation proposée; établir le lien entre la procédure de résolution de l'élève et les connaissances mathématiques, que sont les opérateurs. De cette façon il fait la conversion du moyen de résolution en connaissances.

Exemples:

Extrait.

	Représentant d'un groupe : *- "nous ne sommes pas arrivés à trouver ce qui est demandé (il écrit au tableau ce qu'ils ont fait: 6x8=48; 6x200=1200; 6x240=1440;...) (Co(1)).* *L'enseignante: Pourquoi avez-vous fait 6*8?* *-"...*	*Le groupe reconnaît qu'il a mal travaillé : Il a fait des calculs inadéquats.* *L'enseignant exploite la reconnaissance de cette erreur*

EE1 ex1	*Élève d'un autre groupe :* *- Trouver 48 tranches pour 6 personnes est invraisemblable car si pour 4 personnes on a besoin de 8 tranches d'ananas, pour 8 personnes on aura besoin de 16 tranches. Donc si pour 8 personnes on a besoin de 16 tranches d'ananas, on ne peut pas avoir besoin 48 tranches pour 6 personnes. (Ce (1)).*	*L'enseignant ouvre une discussion entre les élèves.* *Il veut laisser les élèves trouver l'erreur et "donner du sens" aux calculs inadéquats*

EE2 ex2	*M: Dans quel cas aurais-tu fait 6x8? (Co(2)).* *Élève du groupe dont le représentant est passé au tableau:* *- Dans le cas où les 8 tranches étaient pour une personne. (Ce(2)).* *Élève d'un autre groupe: "On peut trouver pour une personne".* *M: "Comment tu as fait pour trouver pour une personne?"* *Cet autre élève reste sans réponse.*	*L'enseignant ne valide pas deux bonnes explications.* *Il ne demande pas le résultat mais l'explicitation immédiate de la méthode. Sans encouragement l'élève manque peut-être de "place" pour s'expliquer?*

EM1 ex3	M: "Le 2ème groupe?" E: "Comme 6 est égal à 4+2 (Me(1)), nous avons décidé de trouver pour 2; deux étant la moitié de 4: 2; 4; 100; 120; 6; 80; 3; 50." (Mo(1)). Il écrit ces nombres dans les colonnes du tableau, puis ajoute "Pour 6: 8+4=12; 200 +100=300; 240+120=360; 12+6=18; 160+80=240; 6+3=9; 100+50=150." (Mo(2))	*Retour aux méthodes bien connues de ces élèves*

EM2 ex4	*Élève d'un autre groupe:* *- "Nous avions dit qu'il ne fallait pas faire l'addition ou la soustraction. (Ce). Parce qu'on doit changer à chaque fois..."(Me)*	*Il rappelle une convention didactique antérieure*

De cet extrait de la 1ère séance, nous pouvons faire fonctionner notre schéma d'explication :

Exemple 1. Classe A séance 1 explication d'énoncé 1 (EE1) :

Auteur (A) : Élève. Récepteur (R): Professeur, élèves d'autres groupes.

Co(1) : "Pour trouver le nombre de tranches d'ananas pour 6 personnes, il faut calculer 6x8=48."

Ce(1): "Pour 4 personnes il faut 8 tranches.
Pour 8 personnes il faut 16 tranches.
Pour 6 .personnes il faut moins que pour 8 personnes.
Co(1) est invraisemblable."

Justification (J) : Validité syntaxique.

Lien (L) : Contradiction (Ce(1) implique non Co(1)).

But (B) : B1-Rejeter les conclusions du groupe 1.
B2-Obtenir une approbation du professeur.
B3-Engager un débat.
B4-Gagner du temps sur les phases de correction.
B5-Ramener les échanges didactiques à leur objet: Corriger les travaux d'élèves.

Effet(E): Nul en apparence, sauf pour B1. Le professeur admet implicitement que Co(1) est faux.

Commentaire : c'est une explication non sollicitée. Elle est donnée dans le cadre de la discussion engagée entre les élèves sur leurs productions..

Exemple 2. Classe A séance 1 explication d'énoncé 2 (EE2) :

A : Élève. R : Professeur.

Co(2) : "Pour trouver le nombre de tranches d'ananas pour 6 personnes, il faut calculer 6x8=48."

Ce(2) : "Co est vrai si il fallait 8 tranches par personne, ce qui n'est pas le cas."

J : Idonéité-Adaptation-Validité.

L : Implication sémantique; Ce(2) est adéquate dans la situation qui réalise Co(2), S(Co2).

B : -Répondre à la question du professeur.
-Élément de démonstration.

E : Avancement du raisonnement (quelle est la part d'une personne ?) en vue de présentation de la méthode passage par l'unité.

Commentaire: explication beaucoup plus fragmentaire que la précédente. Co(2) est formulée par le professeur.

Exemple 3. Classe A séance 1 explication de méthode 1 (EM1,notée MO):

A : Élève. R : Professeur et autres élèves.

Mo(3) : "pour 6 personnes: 8+4=12; 200+100=300; 240+120=360;
12+6=18; 160+80=240; 6+3=9; 100+50=150."

Ce : 6=4+2 donc f(6)=f(4)+f(2).

Me(3) : "Il faut utiliser les images de 4 (données), calculer celles de 2 et les ajouter." parce que 6= 4+2, et sous entendu parce que la fonction est linéaire.
B : -Justifier le résultat ou la méthode employée.
-Prévenir les questions du professeur.
E : La méthode est adéquate, ce qui n'est pas dit, mais elle n'est pas idoine, ce n'est pas celle attendue par le professeur.
Commentaire: le professeur ne relève pas l'adéquation de la méthode, ni sa validité.

Exemple 4. Classe A séance 1 explication de méthode 2 (EM2-MO):

Considérons l'intervention de l'élève d'un autre groupe à propos de Mo(2),

"Nous avions dit qu'il ne fallait pas faire l'addition ou la soustraction. Parce qu'on doit changer à chaque fois...", Il s'agit d'une critique de méthode suivie d'une justification d'inadéquation qui s'appuie sur le contrat didactique (idonéïté)
Commentaire: c'est l'explication d'une décision.

Au moment de certitude, l'enseignant *provoque la remise en question* par les élèves du savoir enseigné. Par leur explication, ils doivent arriver à établir un lien entre la notion et la réalité (expliquer c'est convertir le savoir enseigné en situation réelle); la procédure de résolution et la production réelle par une manipulation (expliquer c'est justifier la non utilisation de certaines connaissances à la disposition de l'élève pouvant l'induire en erreur).

Il *travaille le sens des opérations* (expliquer c'est tenir un discours sur les calculs effectués); *propose des situations où l'utilisation du savoir enseigné,* image de l'unité, comme procédure de résolution s'impose (expliquer c'est justifier le savoir enseigné).
Exemples:
Extrait

EE4	M : - On fait la correction au tableau. Prenons le premier problème. Quelle sera sa taille à 20 ans? ES : <u>2,30 m.</u> M : Et à 30 ans? ES : <u>3,45 m.</u> (Co) M : Et à 40 ans? ES : <u>4, 60 m.</u> M : Qu'est-ce que vous pensez de ces résultats? E1 : C'est juste. Mais en réalité ce n'est pas vrai. E2 : C'est de mathématique mais pas de la réalité. E3 : <u>On ne grandit pas toujours de la même manière.</u> (Ce) E4 : <u>Il y a des choses qui ne sont pas proportionnelles.</u> M : En fait, il y a des choses qui ne sont pas proportionnelles. A ce moment, il faut répondre ... ES : Non!	*Il ouvre la discussion sur les réponses données.*

EE6	M : - Continuez à chercher... Le groupe 2. E2 : Nous avons remarqué que c'était un carré; 11 cm de côté. Nous avons ajouté 3 comme ceux du premier groupe. (C_O). Un élève d'un autre groupe: Ce n'est pas possible. Car d'un côté on ajoute 3 et de l'autre côté on ajoute 9. 4 cm + 2 cm + 5 cm = 11 cm +3 +3 +3 +9 7 cm + 5 cm + 8 cm = 20 cm. (C_e). Un autre élève: Ce n'est pas un carré: 2cm + 7cm + 2cm = 11cm ; 6cm + 5cm = 11cm. 5cm + 10cm + 5cm = 20cm 9cm + 8cm = 17cm.(Ce). M: -Continuez à chercher.	*"on ajoute 3 à chaque morceau" : légère erreur, on ajoute 6 au lieu de 3, mais le principe de l'explication est bon. La justification: "l'image d'un carré doit être un carré" reste implicite. Le lien est la contradiction. Argument complété, mais (C_O) n'est pas repéré. Si! le modèle est bien un carré. Tous les éléments de l'explication sont présents mais le raisonnement reste implicite.*

	M Vous ne savez pas faire le calcul entre les deux décimaux (2,5 x 3,5), 4 x 3, ça a un sens pour vous? (ES : Oui). M : et 4,5 x 3? (ES oui! oui!). M : et 2,5 x 2,5 ça a un sens pour vous? ES : Non! M : Chaque fois que l'opération n'a pas de signification pour vous il ne faut pas la faire.	*Cette remarque sur le sens des opérations rappelle les connaissances qui sont institutionnalisées et celles qui ne le sont pas. Il montre l'existence d'un contrôle "mathématique" sur les moyens de justification.*

EE8	M : - La mesure du côté d'un pavillon est de 3,76 cm; de quel bateau est-il question? E1 : D (Co). M : Pourquoi D? E1 : Dans le modèle, c'est 4; c'est plus petit que le modèle Après, on peut partir de l'étrave; comparer l'étrave avec le côté du pavillon. M : C'est bien de comparer les étraves. E1 : Étrave Modèle C D 5,2 3,9 4,88 Il y a une grande différence entre 5,2 et 3,9. (Co), ça ne peut pas être C.(Ce). M : C et D sont comment par rapport au modèle? E1 : Plus petits: C < D. L'étrave est un peu proportionnelle au côté du pavillon. - 4 mm 4 3,76 - 4 mm 5,2 4,88 Il y a conservation des différences. Donc D est la réponse.	*E1 peut vouloir dire que sur le modèle, le côté du pavillon (4) est plus petit que l'étrave (5,2), ce qui écarte A et B. et que le pavillon inconnu (3,76) est plus petit que le modèle (4) ce qui écarte les valeurs plus grandes que 5,2: F et G. Il ne reste donc que C et D. L'explication est trop difficile mais l'élève retient la conclusion implicite pratique, que l'enseignant accepte provisoirement. E1 évalue que C est plus petit que D et l'écarte. L'interdiction de calculer conduit E1 à chercher un argument plus simple, juste implicitement, mais faux formellement et correct par rapport à la contingence!*

B.2. EXPLICATIONS DANS LA CLASSE B

D'une façon générale, les explications ont lieu dans *la phase commune*, essentiellement, et dans *la mise en commun.* Elles ont servi de moteur dans le processus d'enseignement de la procédure de résolution, l'algorithme, donc d'institutionnalisation (moment d'incertitude, 3 premières séances); et dans celui de la gestion de ce qui est institutionnalisé (moment de certitude, le reste de séquences).

Au moment d'incertitude, tout part de la résolution d'un problème par l'enseignant dans la phase commune. Ce dernier explique la méthode de résolution (la disposition, ...) et la termine par une définition, désignation, institutionnalisation. L'explication est l'objet même de l'enseignement.

Exemples:

Extrait.

EM 13 EX5	M: -Je vais dans une alimentation, je vais acheter 4kg de riz au prix courant. Prenons 200z (il l'écrit au tableau). Alors pour 8kg combien je vais payer? ES: Silence. M: C'est facile! E7: 400z. M: Vous êtes d'accord avec lui? ES: Oui. M: <u>Observez. Nous nous trouvons en face de 4 nombres:</u> <u>4kg---------------> 200z</u> <u>8kg---------------> 400z</u> (Mo). <u>Qu'est-ce que j'ai fait pour passer de 4 à 8 ? Ai-je rendu 4 plus grand ou plus petit ?</u> (Ce). E8: <u>Plus grand</u>. M: De combien? E8 : 2. M : <u>J'ai augmenté 4 de 2; qu'est-ce que j'ai fait de l'autre côté?</u>(Ce). E9 : Vous avez augmenté de 2 fois. ...	*Les élèves doivent utiliser ce qui est rappelé pour répondre aux questions.* *Il décrit et commente les calculs effectués de tête.* *Il est peu probable que les enfants aient utilisé mentalement ce tableau. Il est au contraire compris grâce au calcul de tête. L'explication est ajoutée pour des raisons didactiques, elle ne sert pas à établir un résultat.* *formulations douteuses mais maïeutique typique.*

	M : - Nous arrivons à une observation. Quand le nombre de kg augmente, le prix augmente aussi. - Ce sont les grandeurs directement proportionnelles (et il met ce titre au tableau : Grandeurs directement proportionnelles)....	

...

EE1 3	... M : - En divisant les 2 membres par le même nombre on simplifie... M : <u>Lorsque nous allons raisonner pour passer de 2 kg à 25 kg</u> (Co), nous devons d'abord connaître quoi ? E16 : La quantité que donne 1 kg. M : nous savons que 2 kg donnent 900 g. Alors la ligne qui suit, qu'est-ce que nous écrirons ? E17 : 25 kg donnent .... . Le maître répète ce que E17 a dit et demande qui est d'accord avec lui. Les élèves disent "personne".	*Il commence l'explication du processus de résolution.*

EM 14	E18 : 1 kg donne ... M : 1 kg donne combien ? E19 : 1kg donne ... Les autres élèves murmurent. E20 : 450 g. M : La forme! E20 : 1 kg donne 900g/2. M : Comment trouver ce que donnent 25 kg ?. E21 : Ce que donne 1 kg on le multiplie par 25.(Ce). M : - Écrit au tableau 2kg donnent 900g. 1kg donne 900g/2. 25 kg donnent 900g*25/2.(Mo). -Arrivé là, on peut maintenant résoudre ...qu'est-ce qu'on fait là ? E22 : On va simplifier M : par	*Il tient au respect de la présentation dans la résolution.* *Il indique le moment où il faut faire les calculs.*

	M : Regardez dans cette colonne ici(1ère colonne:2kg; 1kg; 25kg), toutes les unités sont de même nature ; de l'autre côté la même chose. Vous suivez?(Ce). **...** M: Pour y arriver, on met d'abord ce qu'on connaît ; pour arriver à 25 kg, nous avons trouvé ce que donne l'unité. Nous avons donné la fraction. Il n'est pas interdit de trouver la réponse (en parlant de l'unité). Mais nous avons préféré garder la fraction pour simplifier à la fin.(Me).	*Il fait observer la disposition des calculs.* *Il formule ce qu'il vient de faire.*

Exemple 5. Classe B leçon 1. explication de méthode 1.(EM1); en notant par Mo la méthode expliquée et Me la méthode expliquante:
A : Professeur. R : Élèves.
Mo : "Pour passer de 4 kg à 8 kg il faut multiplier par 2.
Pour passer de 200z à 400z il faut multiplier par 2.
(sous-entendu: car c'est proportionnel)."
Ce : 8/4 = 400/200(N1/D1= N2/D2).
Me : "Le rapport de 4 à 8 est 2.
Le rapport de 200 à 400 doit être 2.
Car il faut que le 1er rapport soit le même que le 2ème rapport dans une proportion."
L : Ce est adéquate pour Mo.
J : Adéquation-Idonéité.
B : Décrire la procédure de résolution.
E : Rappel de tables de multiplication et de division.
Commentaire: c'est une explication faite et guidée par le professeur qui toutefois laisse aux élèves le soin de répondre, collectivement aux parties spécifiques du raisonnement (nombres, rapports, etc..).

Au moment de certitude, l'enseignant *propose des situations variées dans leur formulation.* Par leur explication, les élèves doivent arriver à *reproduire* l'explication de la procédure donnée par l'enseignant. Ce dernier travaille *la compréhension de l'énoncé* (expliquer c'est établir des liens entre les données facilitant leur présentation dans la résolution); *évoque la procédure de résolution* (expliquer c'est rappeler la procédure à utiliser).
Exemples:
Extrait.

	M: - Lisons d'abord les problèmes, le 1er problème?(Co). Un élève le lit: Partager 18150Z entre Nono et Toto. Nono reçoit 1750Z de plus que Toto. Quelle est la part de chacun?	

EE1 5	M: Bien, vous allez toujours vous rappeler pour chaque problème quel type de partage. E35 : Partage à 2 parts égales.(Ce).	
	M : Qui peut passer au tableau? Tu expliqueras ce que tu fais. E36 : Trace des segments, sans parler:	*illustration de la place de l'explication de l'élève dans ces exercices d'applications.*
EM 15	-------- ---------------- M : Explique ce que tu fais.	
	E36 : Je fais d'abord les parts; après il écrit au tableau: -------- ---------------- 12 M : Il faut nous dire les parts égales. Le suivant? E37 : - La petite part revient à Toto; - Je vais d'abord tracer les parts égales, après je vois que Nono a 1750 Z de plus que Toto; - En tout, ils ont 18150 Z.(Me).	*Dans son explication, l'élève reprend exactement la formulation de l'enseignant et cela jusqu'à la vérification (par l'addition des valeurs des parts trouvées..*
	il écrit au tableau: Toto 18150 Z -------- Toto -------- + 1750 Z 2 parts égales = 18150 Z - 1750 Z = 16400 Z La part de Toto = 16400 Z : 2 = 8200 Z La part de Nono = 8200 Z + 1750 = 9950 Z La preuve = 8200 Z + 9950 Z = 18150 Z (Mo). M : Vous êtes d'accord avec lui? ES : Oui ! M : - Il y en a qui ont trouvé qui ne savent pas expliquer;	*Il constate que tout le monde ne sait pas expliquer.*

C. OBSERVATIONS

L'explication formelle telle que nous l'avons définie n'est pas évidente dans les deux classes. Elle est plus facile à reconstituer dans la classe A que dans la classe B. On s'y approche lorsqu'il s'agit d'expliquer la notion par les élèves (classe A); on s'y éloigne lorsqu'il s'agit d'expliquer la procédure par l'enseignant (classe B). Plus on s'éloigne, plus l'explication devient *didactique.*

Les explications fournies dans les deux classes ne diffèrent pas par leurs formes; elles diffèrent par le *contrat* qui régit la négociation didactique. La question qu'on peut se poser est de savoir si l'évaluation telle qu'elle est pratiquée aujourd'hui respecte ce contrat, rend compte de l'enseignement effectif.

L'exemple de l'enseignement en géométrie du rectangle que nous avons observé dans une classe de CE2-CM1 à Loon-Plage montre bien la difficulté de changer le contrat de départ et le degré de pertinence de la première explication. L'institutrice a commencé par introduire la notion de rectangle à partir des frontières (côtés parallèles, angles droits). Lorsqu'elle demande ensuite de tracer *dans la salle de jeu* un très grand rectangle, la procédure de partir des frontières devient inefficace. Elle est obligée de donner une autre explication, donc de changer de contrat, qui consiste de partir de l'intérieur du rectangle; commencer par tracer les diagonales qui se coupent par leur milieu. Dans ces conditions, on peut dire que l'enseignement se fait à chaque changement de contrat.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BROUSSEAU G. (1986)-"Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques."Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 7, N°2, pp 33 - 115.
BROUSSEAU G. (1986)- "La Relation Didactique: Le milieu." Cours de la IVème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, Orléans. Actes, IREM de Paris 7. pp 54-68.
BROUSSEAU G. (1988) - "Le contrat didactique : le milieu".RDM, Vol. 9, N°3, pp. 309-336.
BROUSSEAU G. (1990-1991) - "Style du maître." Notes du séminaire de mercredi destiné aux instituteurs de l'école Jules Michelet de Talence II, Bordeaux.
BROUSSEAU N. et G. (1987) -"Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire." Comptes rendus d'observations de situations et de processus didactiques à l'école Jules Michelet de Talence. Document pour les enseignants et pour les formateurs, IREM de Bordeaux I.
CHEVALLARD Y. (1988-1989) - "Le concept de rapport au savoir . Rapport personnel, rapport officiel." Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique N°108. Equipe de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, Grenoble, pp. 211-236."
MOPONDI B. (1986) - "Problème de sens dans la négociation didactique en vue de l'institutionnalisation d'un algorithme : notion de la proportionnalité au cours moyen" Thèse de 3ème cycle, Université de Bordeaux I.
MOPONDI B.(1992) - "Rôle de la compréhension dans l'apprentissage: notion de proportionnalité en 5ème et 6ème primaire au Zaïre." Thèse d'université, Université de Bordeaux I.
PERRIN-GLORIAN M.J. (1993-1994)-Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège: ce que nous apprend l'étude de "classes faibles". Revue "Petit x",no35 pp. 5-40 . IREM de Grenoble.
ROBERT A., ROBINET J. (1993) -"Etude du discours non mathématique d'un enseignant. Différence entre deux classes de seconde: une forte,une faible." Actes de la septième Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, pp. 51-53. Saint-Sauves d'Auvergne.
ROBRIEUX J-J. (1993) - "Eléments de Rhétorique et d'Argumentation." Dunod,Paris.
ROUCHIER A. (1991) - "Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématique et informatique élémentaires : proportionnalité, structure itérativo-récursives, institutionnalisation." Thèse de Doctorat d'Etat, Université d'Orléans.

LA SYMÉTRIE ORTHOGONALE OBLIGATOIRE À L'ÉCOLE

Thierry BAUTIER
IUFM de Bretagne
site de Vannes

Introduction :

Patrice Delègue et Gabriel Le Poche m'ont proposé de faire cette intervention et je les en remercie beaucoup. Le Colloque de la Copirelem me semble être un lieu privilégié pour échanger, dans un climat toujours chaleureux, idées et expériences sur l'enseignement.
Le plan de cet exposé est donné dans l'encadré ci-joint ; ce texte ne fait que reprendre, sous une forme écrite, le contenu oral de cette intervention.

> Plan de l'exposé :
>
> 1. Les ENJEUX d'un enseignement de la symétrie axiale à l'Ecole obligatoire.
>
> 2. La TRANSGRESSION d'un interdit (ministériel !).
>
> 3. Quelques IDEES pour construire des séquences d'enseignement portant sur la symétrie axiale et les isométries planes.

Les organisateurs de ce colloque ont mis en haut de ma copie « La symétrie orthogonale à l'école », j'essaierai donc de traiter ce sujet d'un point de vue *professionnel.*
Déjà j'ouvre un peu mon sujet en ajoutant au titre de cet exposé, le mot « obligatoire » ; je ne distinguerai pas en effet le cycle d'approfondissement des Ecoles du cycle d'observation des classes de Collège. La plupart de mes interventions - en tant qu'enseignant - se sont faites dans ces deux cycles, particulièrement en Cours moyen et en 6ème.

Un autre élargissement du sujet de cette intervention est également indispensable : ma recherche a montré que l'enseignement de la symétrie orthogonale ne peut prendre tout son *sens* qu'à l'intérieur d'un projet plus général d'enseignement des isométries planes. J'espère avoir montré à la fin de l'exposé les quelques points d'articulation entre les activités classiques de reproduction des figures planes faites à l'école et certains aspects de *la* connaissance de la symétrie *autour d'une droite.*

Comme le titre de la thèse et la constitution du jury pour la soutenance peuvent le laisser supposer (cf. encadré ci-contre), je cherche à intégrer dans une *théorie générale des médiations* les diverses approches actuelles dans les recherches sur l'enseignement des mathématiques. Cela n'a pas été, on s'en doute, sans difficultés théoriques, mais aussi réthoriques.

Les lecteurs intéressés par cet effort de synthèse entre les approches soviétiques (autour de L.S.Vygotsky) et occidentales (à partir de J.Piaget, mais aussi de J.J.Rousseau) de l'enseignement / apprentissage des mathématiques pourront se reporter à la thèse.

Pour cet exposé, j'ai gommé systématiquement tout cet environnement problématique.

THESE
PRESENTEE A
L'UNIVERSITE BORDEAUX I
Par Mr. **BAUTIER** Thierry
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR

SPECIALITE **Didactique des mathématiques**

TITRE **Médiations dans l'enseignement des transformations géométriques**

Soutenue le **29 Octobre 1993**

Après avis de :
Mr. J. HOUDEBINE et **Mme C. LABORDE**

Devant la commission d'examen formée de :
M. **G. BROUSSEAU.**
Mme **R. DOUADY.**
MM. **J. ESTERLE.**
J. HOUDEBINE.
Mme **C. LABORDE.**
MM. **P. RABARDEL.**
G. VERGNAUD.

- 1993 -

Le but de cet exposé est de présenter les idées essentielles qui peuvent permettre à un enseignant de construire des séquences d'enseignement de la symétrie axiale et plus généralement des isométries planes, pour des élèves de 8 à 15 ans.

PREMIERE PARTIE

LES ENJEUX D'UN ENSEIGNEMENT DE LA SYMETRIE AXIALE A L'ECOLE OBLIGATOIRE

Il s'agit dans cette première partie de présenter sous la forme de trois questions de recherche, certains *problèmes d'enseignement* de la symétrie axiale. Ces questions sont toutes *spécifiques* de la symétrie axiale.

1

-

On peut situer l'un des problèmes essentiels de l'enseignement de la symétrie axiale de la manière suivante :
La symétrie axiale est l'une des connaissances mathématiques dont l'assise *culturelle* est la plus forte (à la différence du Japon et du Maghreb qui privilégient le non homogène, l'écart à l'identique). Depuis la petite section de maternelle, les enfants plient des feuilles de papier et associent à cette activité le mot de symétrie. D'où la première question posée dans cette recherche :
Quelles sont les connaissances d'origine culturelle préalables à un enseignement de la symétrie axiale ? Comment les intégrer dans un enseignement de mathématiques ?

Denise Grenier a montré dans sa thèse. que ces *connaissances culturelles* sont finalement très limitées, elles apparaissent surtout lors d'un enseignement, par leurs limites, qui sont évidentes : la plupart des enfants pensent que tous les parallélogrammes possèdent au moins un axe de symétrie ; ils savent par compte le plus souvent tracer les axes de symétrie d'un carré, surtout si celui-ci a le bon goût d'avoir ses côtés parallèles (perpendiculaires) aux bords de la feuille de papier.
Ces éléments très limités des schèmes (au sens de Gérard Vergnaud) *savoir reconnaître si une figure est symétrique par rapport à un axe* et *savoir tracer l'axe de symétrie d'une figure symétrique* sont d'origine culturelle, au double sens de culture scolaire et de culture occidentale.

TROIS QUESTIONS DE RECHERCHE

1. Comment INTEGRER des CONNAISSANCES CULTURELLES dans un enseignement de mathématiques ?

2. Quelle(s) CONNAISSANCE(S) de la symétrie orthogonale ENSEIGNER, à l'Ecole primaire ? en Collège ?

3. Quelles ACTIVITES ? Quelles ORGANISATIONS de CLASSE ? pour cet enseignement / apprentissage de la symétrie axiale ?

2
-

En reprenant un terme de A.Giordan, on peut qualifier ces connaissances culturelles d'*îlots de connaissances*, ce sont des bribes de savoir, insuffisamment reliées par des liens de nécessité et fortement enracinées à des conditions particulières, c'est-à-dire fortement contextualisées.
Le problème posé par l'existence de ces *représentations préalables à un enseignement* n'est donc pas seulement de les reconnaître, mais de les dépasser dans une connaissance plus générale, plus complète de la symétrie axiale.
Quelle est cette connaissance ? Ne faut-il pas distinguer entre plusieurs aspects de cette connaissance mathématique ? Plusieurs cadres ?
C'est la deuxième question de cette recherche.

Pour répondre à cette question (cf. aussi l'article de Colette Laborde et Denise Grenier, cité dans la bibliographie) il faut distinguer entre trois aspects, nécessairement complémentaires, du *sens* de la symétrie axiale. Ces trois aspects peuvent facilement se décrire en termes mathématiques, je ne me priverai donc pas de recourir aux facilités de ce langage.

1) Dans un premier sens, *être symétrique par rapport à un axe*, est, pour une figure, une propriété comparable à *être un carré, un losange*. Cette propriété appartient à la Géométrie des figures, c'est-à-dire à l'étude mathématique des propriétés des figures du plan. Par exemple, les deux schèmes précédents relèvent de ce premier sens de la symétrie axiale.

2) Dans un deuxième sens, le mot symétrie apparaît avec l'idée d'*application*, c'est-à-dire de la donnée d'un ensemble de départ (l'ensemble des figures du plan ou quelques-uns de ses représentants), d'un ensemble d'arrivée (son image) et d'une *correspondance* entre les éléments de l'un et les éléments de l'autre.
Cette correspondance entre quelques figures du plan est mise en scène dans l'enseignement lorsqu'il s'agit, pour les élèves, de *tracer l'image d'une certaine figure par une symétrie d'axe D donnée* ; ce sont les items *Drapeaux* de Denise Grenier (cf. ci-après).

Bien entendu, il n'est pas certain que, pour tous les élèves, la distinction entre les trois espaces graphiques en jeu (la figure initiale, l'image demandée et l'axe de symétrie, auxquels il faut ajouter les constructions auxiliaires des élèves) ait un sens dans cette activité classique ; l'aspect *correspondance* de la symétrie axiale peut être aisément rabattu sur l'aspect *géométrie des figures*. Bien que cela ne soit pas facile à attester, il semble qu'il n'y ait pas beaucoup de différence, pour la plupart des élèves, entre le fait de « compléter une figure pour qu'elle soit symétrique par rapport à une droite D » et celui de « tracer l'image d'une figure par la symétrie d'axe D donnée ».

3) Selon un troisième sens, la symétrie axiale est une *transformation* particulière du plan. L'idée de *transformation* exige de mettre en scène dans l'enseignement le couple (invariant / ensemble de figures variables). Il ne s'agit plus de réaliser une correspondance entre quelques figures du plan, mais de découvrir un *invariant*, c'est-à-dire une *propriété commune à un ensemble de figures variables.*
Ce troisième sens de la symétrie a été le plus étudié dans cette recherche, il est en effet *spécifique* des transformations géométriques. Malheureusement, il est absent le plus souvent des manuels (rien ne bouge dans les exercices de manuels et les *problèmes de lieux* en lycée

ont mauvaise réputation !). Une explication de cet appauvrissement du sens de la symétrie axiale dans l'enseignement, est donnée dans la deuxième partie.

3
-

Le projet qui va être esquissé consiste à trouver des conditions favorables d'enseignement afin que les élèves *inventent* ou *découvrent* l'axe de symétrie comme invariant d'une transformation particulière par symétrie. Cet exposé essaiera de montrer que ce projet ne peut se réaliser que sur une assez longue période (de l'ordre d'un cycle) à la condition de coordonner les trois aspects précédemment évoqués de ce *savoir* et d'ouvrir quelques-uns des éléments de ce processus d'enseignement à d'autres transformations que la symétrie axiale, à savoir la translation et la rotation.

La réalisation de ce projet de recherche a produit un travail d'*ingenierie*, c'est-à-dire un ensemble de séquences d'enseignement, s'articulant en un *processus*, qui s'intégre le plus possible aux contraintes du fonctionnement scolaire mais aussi, réponde à certaines exigences internes aux théories actuelles de l'enseignement des mathématiques (par exemple, celles d'une organisation conforme à la *Dialectique Outil-Objet* de Régine Douady). Ce processus fournit une réponse à la troisième question posée dans le cadre de cette recherche, il est présenté dans la troisième partie de cet exposé.

DEUXIEME PARTIE

LA TRANSGRESSION D'UN INTERDIT (MINISTERIEL !)

Un point particulier me semble bien condenser l'enjeu essentiel d'un enseignement de la symétrie axiale, qui est, rappelons-le de reconstruire, avec les élèves, les différents *sens* de l'axe de symétrie (cf. la première partie).
Vous savez peut-être que l'on trouve dans les Compléments au Programme de mathématiques, des classes de Collège, parus en 1989, un bien curieux interdit, assez unique dans les annales des Instructions Officielles.(cf. encadré).

Il n'est pas inutile de rappeler le contexte historique de cet extrait. En 1985, le Livre de poche Chevènement est largement diffusé aux familles. Parmi les nouveautés de ces programmes, on trouve bien entendu la symétrie orthogonale en classe de 6ème. Elle était auparavant enseignée seulement en classes de 4ème selon une optique assez formaliste (« l'image d'une droite par une symétrie est une ... » est une illustration non caricaturale de cet enseignement).
Le problème semble ainsi formulé :
Comment enseigner la symétrie orthogonale en classes de sixième sans reproduire celui de la classe de quatrième qui paraît inadapté ?

> Extrait des PROGRAMMES ET COMPLEMENTS, de la classe de sixième
>
> « La symétrie axiale n'a... à aucun moment, à être présentée comme une application du plan dans lui-même. Suivant les cas, elle apparaîtra sous la forme :
> De l'action d'une symétrie axiale donnée sur une figure ;
> De la présence d'un axe de symétrie dans une figure, c'est-à-dire d'une symétrie axiale la conservant ».
>
> p.26, éd. M.E.N., C.N.D.P., 1989, Mathématiques, classes des collèges

Une année avant la mise en application des nouveaux programmes dans les classes, de nombreux groupes I.R.E.M. se réunissent pour expérimenter et publier des comptes-rendus pour les enseignants. Ces groupes portent le curieux nom de « Suivi scientifique de quelques classes de 6ème » (puis de 5ème, etc...).
Au même moment, Denise Grenier théorise dans sa thèse, de nombreuses idées originales de situations d'enseignement (situation de bilan, situation de communication, situation de classement de figures...).

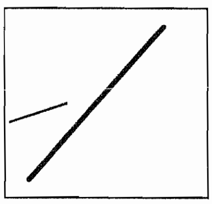
La réponse apportée par tous ces chercheurs, au problème précédent est sans appel : on insiste sur le rôle formateur de la manipulation, en particulier la référence au pliage et l'importance à accorder aux instruments de tracé et l'on reconnaît l'extrême difficulté à enseigner la notion d'application ponctuelle du plan dans lui-même.
Les compléments aux programmes (cf. extraits) ne font qu'institutionnaliser les résultats de ces recherches. Signalons au passage l'exemplarité de la démarche !

De fait, un consensus est né dans les pratiques des enseignants : l'*application ponctuelle* de la symétrie apparaît comme inaccessible aux élèves de sixième (cet aspect est intermédiaire entre le sens 2 *correspondance* et le sens 3 *transformation*) ; seuls les sens 1 *figures symétriques* et partiellement le sens 2 (items Drapeaux) seront enseignés aux élèves de sixième, a fortiori aux enfants de l'école élémentaire.

Ce constat d'une impasse dans la recherche des conditions d'enseignement des différents sens de la symétrie axiale ne pouvait être que momentané. Ma démarche a consisté à reprendre la question de la nature de ce qui faisait *obstacle* à l'enseignement / apprentissage de la symétrie orthogonale comme application ponctuelle. La réponse qui va être donnée conduit à penser que les trois sens de la symétrie (comme *propriété géométrique*, comme *correspondance entre des figures*, comme *transformation ponctuelle*) ne sont pas complètement indépendants. Il ne semble pas possible par exemple d'enseigner les deux premiers (ce qui est fait à l'école obligatoire) sans poser aux élèves, durant un temps suffisant, le problème de la transformation ponctuelle.
Afin d'argumenter cette dernière affirmation, je vais m'appuyer sur deux résultats de recherche - concordants - obtenus par Denise Grenier au Laboratoire L.S.D. de Grenoble et par les équipes du Suivi scientifique dans les I.R.E.M. Je donnerai de ces résultats de nouvelles interprétations théoriques.

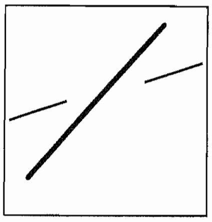
1
-

Premier constat : Il ne suffit pas qu'un élève sache tracer l'image d'un point par une symétrie axiale pour qu'il sache tracer l'image d'une figure quelconque.



Pourquoi n'applique-t-il pas deux fois la procédure de construction de l'image d'un point ?

Et tout d'abord :
Que fait-il ?



Par exemple, il prolonge le segment et reporte l'écart à l'axe sur ce prolongement. C'est la *procédure par prolongement* relevée par Denise Grenier dans sa thèse (pour des compléments, cf. dans son article cité, les pages 45 et 58).

Dans tous les cas d'erreurs, il est aisé de montrer que l'élève *n'analyse pas le segment en termes de points* mais en termes de direction du segment, d'écart entre une extrêmité et l'axe mais aussi de longueur du segment. Ce sont les informations qu'il traite pour produire sa réponse (dans la *procédure par rappels horizontaux ou verticaux* intervient également la disposition du segment dans la feuille).

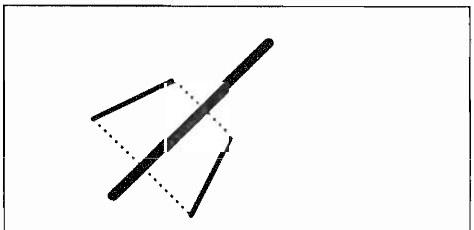
On dit que l'élève rencontre un *obstacle perceptif* lorsqu'il analyse une figure en termes de surfaces (superposées ou non) et non pas segments, en termes de segments (s'intersectant ou non) et non pas de points. Voici une liste d'erreurs qui manifestent un tel obstacle (sur ce terme très problématique, cf. Coll., 1989) :
Absence de *constructions auxiliaires* ; non prise en compte de l'*alignement entre trois points* ; *effet de surface*, par exemple lorsque l'élève évite de superposer deux figures (assimilées à des représentations graphiques d'objets) ; *effets de bord* lorsque les directions horizontales et verticales de la feuille de papier sont abusivement prises en compte.

La question initiale devient : *Pourquoi l'élève rencontre-t-il l'obstacle perceptif ?*
et donc : *Que signifie le dépassement de cet obstacle perceptif ?*

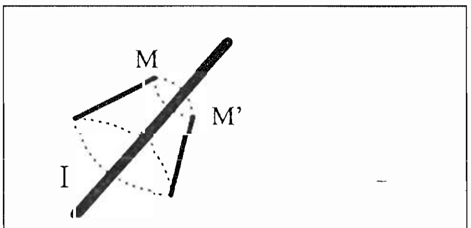
Si la figure est analysée par l'élève en termes de points, les segments n'étant plus que des constructions auxiliaires qui relient certains de ces points, *sous la figure, l'enfant voit le plan abstrait* (homogène en un certain sens, à préciser). Le dépassement de l'obstacle perceptif suppose déjà *connue* la transformation ponctuelle du plan, non pas comme un algorithme formel (vide de *sens,* c'est le premier constat fait par ces recherches), mais comme l'*activité perceptive* (au sens de Jean Piaget) qui consiste à se déprendre de l'évidence première des figures, c'est-à-dire à s'appuyer sur la perception culturelle des figures ('il y a des carrés, des triangles, etc...') pour mieux s'en dégager.
Selon cette interprétation, un élève ne peut symétriser correctement toute figure de géométrie que s'il possède au moins en partie, le schème *homogène* de la transformation ponctuelle.

2
\-

<u>Deuxième constat</u> : L'absence totale de la procédure-compas pour construire l'image d'un point par une symétrie axiale. Seule la procédure-équerre apparaît (librement) dans les productions d'élèves.



Procédure équerre P1



Procédure compas P2

Cette absence de la procédure P2 dans le système de connaissances des élèves, n'est pas anecdotique, nous allons voir que cette procédure est constitutive d'une part essentielle du sens de la symétrie axiale.

Si le recours à la procédure P2 n'est pas le fait du hasard, ce recours a sans doute le sens suivant :
La distance entre deux points du plan est *conservée* dans le cas où l'un des points est situé sur l'axe (IM = IM').
De manière implicite tout au moins, la procédure P2 signifie que tout point de l'axe est *invariant* (I = I'). On reconnaît là, l'objectif central de cet enseignement de la symétrie axiale (cf. la première partie).

La présence de la procédure P2 dans les constructions des élèves indique sans doute que cet objectif est partiellement atteint. Son absence indique que l'axe de symétrie n'est pas analysé par les élèves comme un ensemble de points, a fortiori comme l'ensemble des points invariants par la transformation, mais comme une droite insécable. Nous retrouvons ici l'obstacle perceptif.

Pour la plupart des élèves, l'axe de symétrie est une droite qui doit être mise en relation - en tant que droite - avec tout point du plan et son image par la symétrie. La propriété de la médiatrice permet bien entendu cette mise en relation de cette droite avec ces deux points.

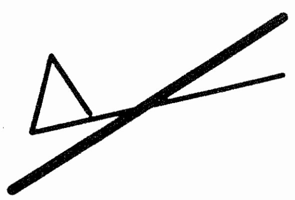
Dans le cas fréquent où les élèves recourent à la propriété P1, il n'est pas certain que cette mise en relation ait un sens quelconque. Il peut s'agir d'une simple construction géométrique *apprise* en Cycle III, mais non *comprise* (au sens de Jean Piaget). La conservation de l'angle droit par pliage explique le mieux cette construction, or ce *lien de signification* entre espace et plan est rarement fait devant les élèves.

En résumé, ces deux constats et leurs interprétations semblent faire état d'une très grande limitation du système de connaissances de la symétrie axiale chez les élèves de l'école obligatoire. Cette limitation est un effet de l'obstacle perceptif et ce dernier ne peut être dépassé que par la transgression de l'interdit ministériel de 1989. Conformément à ce qui avait été annoncé au début de cette étude, il faut avoir le projet d'enseigner la symétrie comme une transformation ponctuelle, pour avoir quelques chances de résoudre les problèmes d'enseignement qui sont soulevés par les deux constats précédents.

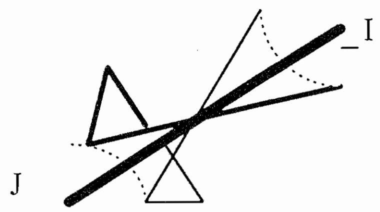
3
-

Un résultat de l'évaluation terminale de notre dernier enseignement des transformations géométriques confirme les relations établies précédemment, il atteste que certaines des conditions favorables au dépassement de l'obstacle perceptif ont été maîtrisées dans le processus d'enseignement.

Les 16 élèves de la classe de sixième concernée, avaient déjà travaillé avec leur enseignante titulaire (Marylise Bouxin) et moi, pendant 15 séances d'une cinquantaine de minutes. Seules les trois dernières séances concernaient la symétrie axiale avec *axe tracé*. Toutes les autres séances visaient au dépassement de l'obstacle perceptif dans le contexte des reproductions de figures, des déplacements de feuille calque (rotation) puis dans le contexte du retournement par symétrie de la feuille calque (cf. la troisième partie et l'annexe).



Item « Drapeaux »
(d'après Denise Grenier)



Production des 9 élèves recourant à la méthode compas

Lors de la dernière évaluation, il s'est agi pour les élèves (cf. premier encadré) de tracer avec les instruments de leur choix, le symétrique de trois drapeaux. Ces trois drapeaux coupaient tous l'axe de symétrie.
Les résultats de cette évaluation ont été les suivants :
4 élèves utilisent correctement la procédure équerre.
10 élèves tombent encore dans l'un des pièges cette méthode : ils font un *rappel perpendiculaire* ou un *prolongement* de la hampe du drapeau.
9 élèves recourent spontanément à la procédure compas (cf. deuxième encadré).

Une particularité de ces dernières productions doit être signalée : ces 9 élèves utilisent tous, les extrêmités de l'axe de symétrie comme points invariants, l'obstacle perceptif n'est donc pas complètement surmonté pour ces élèves.
Ce résultat atteste que l'enseignement reçu durant les 15 séances précédant l'évaluation, a permis de créer les effets d'apprentissage attendus et que ceux-ci se situent à une certaine distance de la culture scolaire dominante, caractérisée comme on le sait, par l'omniprésence de la procédure de la médiatrice (ou procédure équerre, dite P1).

TROISIEME PARTIE

QUELQUES IDEES POUR CONSTRUIRE DES SEQUENCES D'ENSEIGNEMENT SUR LA SYMETRIE AXIALE ET LES ISOMETRIES PLANES

Je renvoie les lecteurs intéressés aux documents de l'I.R.E.M. de Rennes (Coll., 1986, 1989) ainsi qu'aux références citées en bibliographie pour des compléments à cette troisième partie. Il ne peut s'agir en effet, dans le cadre qui m'a été généreusement attribué, que de donner les grandes lignes de ce processus ainsi que les idées essentielles qui peuvent guider tout enseignant dans l'imagination de ses séquences d'enseignement.

Pour communiquer les grandes lignes de ce processus sans brimer l'imagination de mon lecteur (véritable quadrature du cercle, penseront certains !), j'ai repris l'idée des *fiches d'activité* de Jean Houdebine et Jean Julo, mais à l'usage des enseignants et non plus des élèves. Pour marquer cette distance, essentielle, je parlerai de *fiches d'activités*.
Il s'agit dans les deux cas, d'assurer une responsabilité partagée entre le producteur et le récepteur de cette fiche. La fiche est en même temps ce qui ferme un certain nombre de portes et ce qui doit permettre au récepteur d'en ouvrir d'autres pour avoir peut-être le plaisir de les refermer ensuite. Je formule le souhait que tous ceux qui voudront bien se mettre à l'eau (car l'enseignement est d'abord une aventure !) à partir de ces fiches et des indications ci-jointes, ne le regretterons pas !

1
-

Ce processus d'enseignement de la symétrie axiale et des isométries planes, peut occuper tout le cycle III des Ecoles et pour certaines de ses parties le cycle II, voire le cycle I des Ecoles, comme cela est précisé dans l'annexe.

Les fiches d'activités sont au nombre de 9. Elles sont regroupées par 3 autour des thèmes suivants :
I. Reproduction de figures planes avec contraintes sur les instruments de tracé.
II. Simulation de l'espace des déplacements d'un mobile orienté, sur un réseau triangulaire de points (se reporter aux fiches)..
III. Trois aspects complémentaires de la symétrie axiale.

Ces fiches d'activités ne présentent que le contenu des *situations introductives*, il n'est pas fait référence (faute de place) aux nombreuses situations de débats qui s'intercalent entre ces situations ; ces moments de regroupement et de synthèse sont théorisés dans la thèse comme *situations d'institutionnalisation.* Vous ne trouverez pas non plus dans ces fiches des exemples de *cours* distribués aux élèves (pour des exemples, cf., outre la thèse, les deux textes écrits en collaboration avec Anne Collinot et Agnès Wassenhove) et des *exercices d'entretien,* malgré leur importance pour la structuration du processus d'enseignement / apprentissage.

Outre les consignes, le plus souvent données *in extenso,* ces fiches d'activités précisent le niveau des classes concernées, elles donnent le plus souvent des exemples de comportements d'élèves ainsi que quelques idées de remédiation. Ces 9 fiches d'activités sont réunies en annexe, à la fin de ce texte.

2
-

Les idées qui peuvent guider l'imagination d'un enseignant dans l'interprétation *personnelle* à donner à l'ensemble de ces 9 fiches d'activités, me semblent être au nombre de 3 : l'influence des *instruments de tracés, autorisés ou interdits* aux différentes phases de ce processus sur les productions des élèves ; une première approche théorique des *médiations* possibles de l'enseignant ; la généralité du phénomène de *transfert*.

Différents instruments de connaissance

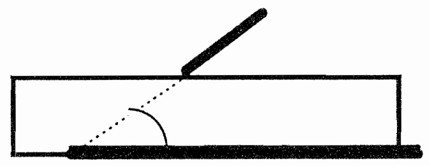
-

Les échanges que j'ai pu avoir avec les collègues durant ce Colloque m'ont convaincu qu'un consensus était en train d'émerger chez les spécialistes de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire : la géométrie du compas et de la règle, la géométrie de l'équerre et de la règle graduée, la géométrie de la bande de papier (avec différentes versions, elle peut être rectangulaire - ou non - ; on peut écrire - ou non - dessus) forment des univers mathématiques relativement autonomes qu'il faut savoir construire avec les enfants, pendant un temps d'apprentissage suffisant. Le projet est même né d'écrire prochainement un (petit) texte dont l'objet serait de préciser, les relations mathématiques entre ces intruments de connaissance et les connaissances correspondantes de la distance et de l'angle. Ce texte répondrait à la question suivante :
Quelles sont les propriétés géométriques favorisées par tel ou tel type d'instruments de tracé ?

Pour répondre à cette simple question, même sur le seul plan mathématique, il faudrait faire la distinction entre les deux fonctions instrumentales suivantes : comme *moyen de* production et *comme moyen de contrôle* (ce sont les *outils* et les *instruments* de Gilbert Simondon, cf. la recherche de Pierre Rabardel).
Espérons que ce projet se concrétisera prochainement, sous les auspices de la C.O.P.I.R.E.L.E.M. bien entendu. On pourrait ensuite aborder sereinement les problèmes d'enseignement liés à chacun de ces équipements instrumentaux ; les remarques qui suivent ne font qu'esquisser ce projet.

L'intérêt principal de la bande de papier me semble de pouvoir être un *instrument* qualitatif de reproduction des figures, c'est-à-dire un instrument de connaissance qui évacue tous les problèmes liés à la *mesure* des grandeurs. Il est particulièrement adapté à la reproduction des angles (cf. encadré ci-joint).

Outre la fiche I.A., je renvoie au texte écrit en collaboration avec A.Wassenhove pour des indications sur une utilisation possible de la bande de papier, dès la classe de C.E.2.



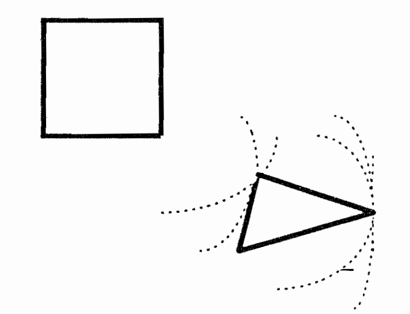
La reproduction d'un angle avec une bande de papier

D'autre part, mes observations ont confirmé l'importance des distinctions instrumentales précédentes. Elles ont montré que les enfants privilégient le plus souvent le compas *ou* l'équerre dans leurs constructions libres et qu'il y a lieu de tenir compte de cette spécialisation instrumentale pour organiser le processus d'enseignement (dans la fiche I.B., il faut choisir compas *ou* équerre).

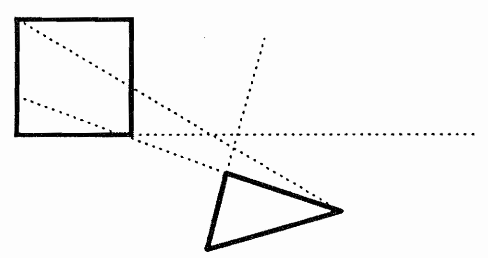
Voici une organisation possible de cet enseignement :
L'enseignant laisse libre le choix des instruments de tracé aux élèves pendant une première séance afin de déterminer ces préférences ; pendant plusieurs séances, les élèves de l'équipe COMPAS (resp. EQUERRE) n'utilisent que cet instrument afin d'aller au bout de cet *itinéraire de signification,* ils inventent ainsi une méthode de triangulation des figures planes

avec ce seul instrument et une règle (cf. encadrés ci-après) ; lors d'une situation de communication, ils partagent leurs expériences pour finalement s'approprier, et combiner, ces deux méthodes de *triangulation.*

Le texte écrit en collaboration avec Anne Collinot prolonge ces quelques indications données sur une organisation possible de la phase I.B. du processus.



Méthode COMPAS de triangulation des figures



Méthode EQUERRE de triangulation des figures

Sur le pouvoir de médiation de l'enseignant

-

Les interventions de l'enseignant sont multiformes, il ne peut s'agir ici que d'en donner un premier classement théorique.

De manière très ponctuelle, ces interventions peuvent se limiter à l'indication faite à l'élève d'une erreur, lui rappeler le but de l'activité, lui fournir une méthode de résolution, voire la solution elle-même au problème dans certains cas. Il s'agit des interactions de tutelle *à la Bruner* et de l'imitation *à la Vygotsky* dans le cas du modèle.

De manière plus profonde puisqu'elles touchent à la conception même de l'apprentissage, les interventions de l'enseignant peuvent consister à ne pas poser toutes les difficultés conceptuelles en même temps à l'élève, à présenter dans un premier temps d'apprentissage seulement un cas particulier et compter ensuite sur un *transfert par généralisation.* Ce point estrepris dans la conclusion.

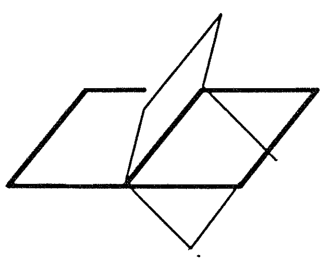
Enfin, et à tout moment du processus d'enseignement / apprentissage, l'enseignant a le choix entre deux médiations opposées : la médiation par le contexte *à la Rousseau* et la médiation par le discours *à la Vygotsky.*

La dernière opposition me semble recouvrir exactement les deux pôles de la Dialectique Outil-Objet de Régine Douady :
Pour montrer l'origine rousseauiste de la *contextualisation* des apprentissages, il suffit sans doute de rappeler que le précepteur d'Emile se donne beaucoup de mal pour ne pas intervenir auprès de son « élève » (un exemple assez comique de cette *éducation négative* se trouve aux pages 152 à 156 de l'Emile - édition G.F.- ; de manière plus sérieuse, on lira les pages CXIII à CXVI de l'introduction à l'Emile de Pierre Burgelin - édition La Pléïade -,).

Les distinctions théoriques précédentes vont être illustrées dans le contexte des dernières fiches d'activités du processus (les fiches III.B. et III.C.). Cette étude de cas va chercher à montrer qu'il ne faut pas opposer de manière trop abrupte, les résolutions de problèmes (*à la Rousseau*) et le travail sur les représentations (*à la Vygotsky*). En effet, les interventions tutorielles (*à la Bruner*) correspondent au dépassement de la (fausse) alternative précédente.

Prenons donc le cas des schèmes *reconnaissance des figures symétriques par rapport à un axe (non tracé)* et *tracé de l'axe de symétrie d'une figure symétrique*, ces schèmes appartiennent au premier sens de la symétrie axiale (cf. la première partie).

Les items correspondants ne semblent pas poser trop de problèmes aux élèves de l'école primaire ou de collège *à condition que la référence au pliage ne soit pas fictive*. Il ne suffit pas en effet que le mot pliage soit prononcé par l'enseignant pour que le lien de signification entre la géométrie plane (espace des tracés) et la géométrie spatiale (espace du pliage) soit fait par tous les élèves. C'est même l'objectif essentiel de ces séances de faire que ce *jeu de cadres* (au sens de Régine Douady) entre plan et espace soit construit par tous les élèves.



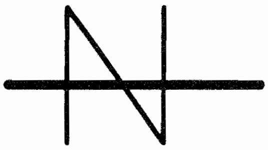
Le pliage effectif d'un parallélogramme quelconque peut permettre à un élève de se convaincre qu'il ne possède aucune symétrie axiale.

De manière très concrète, il faut recourir à des modèles en carton des figures proposées pour que les élèves puissent effectivement mettre en jeu leurs *représentations préalables* et constater, par exemple, que contrairement à leurs attentes, un parallélogramme quelconque ne possède aucun axe de symétrie (cf. l'encadré ci-joint).

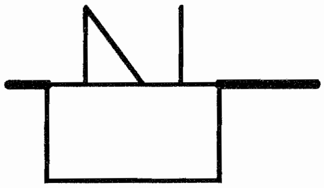
Cette médiation est proposée par Denis Stoecklé dans le livre du maître de la nouvelle collection Math Elem. C'est un moyen puissant à la disposition de l'enseignant pour transformer les éléments dispersés d'une connaissance culturelle en connaissance mathématique (cf. la première partie). Cette médiation est évidemment une *médiation par le contexte*, une *contextualisation* de l'apprentissage : pour l'enseignant, il s'agit de faire que les rétroactions du milieu matériel fonctionnent comme moyen de contrôle des stratégies des élèves ; c'est donc une médiation *à la Rousseau.*

Afin d'établir un jeu de cadres entre espace et plan, la médiation *par le milieu matériel* peut ne pas être suffisante pour certains enfants : comme toute médiation, elle ne produit ses effets que sous certaines conditions relatives au système de connaissances du sujet (une médiation n'est ni automatique, ni magique !).
Une autre médiation *d'inspiration brunérienne* (cf. l'article de Nadia Archambaud) est également possible : si l'enfant croit que la lettre N est symétrique par rapport à l'axe médian horizontal, l'enseignant masque l'un des demi-plans de frontière cette droite (cf. encadrés).

Le but de cette intervention est de centrer l'attention de l'élève sur une partie de l'information à traiter, de lui *faire signe* conformément à l'étymologie de *enseignant*. L'effet Bruner de cette intervention doit permettre à l'élève de résoudre *seul,* mais *avec l'aide* de l'enseignant, son problème. Une *théorie de la médiation* doit permettre de lever la contradiction précédente, qui se situe seulement au niveau des termes et non pas des idées !



Anticipation de l'élève



Intervention de l'enseignant

Une troisième médiation, *d'inspiration vygotskyenne*, est également possible.
En mathématiques, le critère de la connaissance ne me semble pas être la *réussite* dans les résolutions de problèmes, mais la *compréhension des raisons* (Jean Piaget dirait la *prise de conscience*). Selon ce point de vue, *savoir reconnaître les figures symétriques par rapport à un axe non tracé* n'est pas alors seulement un *savoir-faire*, c'est aussi un *savoir mathématique*, c'est-à-dire un ensemble d'affirmations théoriques reliées par des liens de nécessités logiques :
Par exemple, les élèves chercheront à comprendre *pourquoi* les méthodes P1 et P2 donnent les mêmes résultats, ils feront ce lien par exemple, en référence au pliage dans le cadre spatial.

Selon cette conception de l'enseignement, l'enseignant organise régulièrement des situations de débats (théorisées comme *situations d'institutionnalisation* dans la thèse) pour que ce savoir puisse émerger à la conscience des élèves et être partagé dans la classe. Notons que cette nouvelle médiation est *symbolique* dans un double sens : elle passe par le langage, elle est portée par la collectivité formée de l'ensemble des élèves et leur enseignant.

Afin que les *représentations* d'origine culturelle des élèves, relatives à la symétrie axiale, puissent se transformer en une connaissance mathématique, l'enseignant doit veiller à combiner l'ensemble de ces *médiations*. Cette idée me semble très générale, et particulièrement claire dans le contexte de ces situations de reconnaissance et de tracé des figures symétriques.

Sur le transfert de connaissances

-

Le phénomène de *transfert* aura été la grande surprise de cette recherche dont voici un rapide historique.

Dans la première version du processus d'enseignement de la symétrie axiale (élaboré en 1988), toutes les difficultés conceptuelles - la *compréhension des consignes* relatives au retournement de la feuille calque, le *jeu de l'anticipation* (cf. la fiche I.C.) mais aussi les erreurs liées à l'*obstacle perceptif* - étaient présentes, dès la première séance !

L'évolution des stratégies ne devait provenir que de l'interaction des essais des élèves avec les rétroactions *objectives* du calque (c'est ainsi que j'interprétais alors le concept de *situation* a-didactique élaboré par Guy Brousseau).

Les progrès des élèves étaient lents, imprévisibles, j'avais l'impression d'avoir ouvert une sorte de Boîte de Pandore : la source des difficultés conceptuelles était pour le moins riche, mais je ne parvenais pas à réguler le processus d'apprentissage par le seul effet d'une *médiation par le contexte*.

Progressivement, ce processus a été structuré en étapes dont les objectifs se sont avérés partiellement cumulatifs, c'est-à-dire *transférables* malgré les changements de contextes.

Dans le processus qui vous est présenté, les méthodes de triangulation des figures (méthode COMPAS et méthode EQUERRE) sont enseignées dans le contexte des reproductions de figures puis dans le contexte du déplacement de la feuille calque (c'est la fiche I.B.). Elles sont institutionnalisées au niveau de la classe avant de pouvoir être *adaptées* par les élèves dans le contexte du retournement involutif de la feuille calque (c'est la fiche I.C.).

Il s'agit bien ici d'un *transfert* de connaissance (à savoir celui de la triangulation) du contexte des déplacements vers celui des retournements de la feuille calque, mais il s'agit aussi d'un effet (que l'on pourrait dire « classique ») de la *dialectique Outil-Objet* de Régine Douady. Tous les transferts ne sont pas de ce type théorique, comme j'ai pu le montrer à l'occasion d'une autre étude.

Après la thèse, j'ai cherché à mesurer le plus objectivement possible, l'influence des choix faits par l'enseignant lors de la préparation de ses séquences, sur l'évolution des stratégies de ses élèves. Dans ce but, j'ai réalisé un plan d'expérience (présenté lors d'un séminaire fait à Rennes, le 24.05.95). Ce plan d'expérience vous est rapidement présenté puis le résultat essentiel de cette étude est donné, puis interprété.

Il s'agissait d'étudier expérimentalement les conditions de dépassement de l'*obstacle perceptif* (cf. la deuxième partie), plus précisement l'évitement de la superposition de deux figures (c'est un *effet de* surface) et les difficultés liées à la nécessité de faire des *constructions auxiliaires*.

Les conditions d'apparition mais aussi les conditions d'évitement de ces difficultés conceptuelles étaient connues : dans un exercice, deux figures peuvent se superposer - ou non - ; il peut s'agir de reproduire deux segments non connexes, ou un quadrilatère dont les diagonales n'étaient pas tracées, mais aussi si l'on veut éviter aux élèves la difficulté conceptuelle de faire une construction auxiliaire, il peut s'agir de reproduire un quadrilatère triangulé (c'est-à-dire un quadrilatère dont une seule diagonale est tracée).

Remarquez que toutes ces conditions sont entièrement à la disposition de l'enseignant.

Le plan d'expérience s'en déduit :

Pour la moitié des élèves concernés, ces difficultés sont présentes dans tous les exercices proposés ; pour l'autre moitié elles sont systématiquement évitées, sauf pour les derniers exercices qui devaient être communs afin de permettre les comparaisons.

Le résultat expérimental est le suivant.
Trois difficultés conceptuelles ont été testées : la superposition de deux figures ; la reproduction de deux segments non connexes ; la reproduction d'un quadrilatère dont les diagonales ne sont pas tracées.

Dans les trois cas, le pourcentage d'erreurs au dernier exercice (il est le même pour tous les élèves) **est double dans le cas où cette difficulté est présente depuis le premier exercice** (38% ; 47,6% ; 33%) **par rapport au cas où cette difficulté a pu être évitée par l'enseignant dans les exercices précédents** (14,6% ; 15,9% ; 11,4%).

Il faut interpréter ce résultat :
Que s'est-il passé entre le début et la fin de l'apprentissage, pour ces deux groupes d'élèves ?

On peut voir dans ces résultats expérimentaux un phénomène de transfert dont le moteur essentiel est le *pouvoir de médiation de l'enseignant.*

Expliquons nous :

Dans le cas où la difficulté conceptuelle (c'est un *effet de surface* ou la nécessité de faire des *constructions auxiliaires*) est présente à tous les exercices, il semble qu'un certain seuil de complexité ait été franchi, un seuil au delà duquel l'élève ne parvient plus à transformer son expérience en connaissance. Il y a *surcharge cognitive,* diraient peut-être les cognitivistes !

Dans le cas où la difficulté conceptuelle a pu être évitée par l'enseignant durant un temps suffisant d'apprentissage de l'élève, il semble que ce dernier a pu se construire, dans ce contexte facilitant, une certaine expérience de la symétrie axiale, expérience (implicite) qu'il a su *transférer* ensuite vers le nouveau contexte où la difficulté conceptuelle est potentiellement présente.

Selon ces interprétations, certaines difficultés conceptuelles se présenteraient - ou non - à l'élève selon les choix préalables qui sont faits par l'enseignant. Elles seraient donc, elles aussi, des effets du pouvoir de *médiation* de l'enseignant. C.Q.F.D.

Une idée très générale peut être retirée de ces interprétations, elle vise à relier le transfert et la médiation. Ce sera notre conclusion.

Conclusion

A l'encontre de l'idée rousseauiste selon laquelle seul ce que l'élève « fait » peut avoir, pour lui, un *sens*, le pouvoir de l'enseignant apparaît dans ce qu'il décide que l'élève ne « fera » pas, et le pouvoir de l'élève apparaît au travers de ce que l'enseignant n'a pas « fait » !
Appelons *médiation* ce travail de l'enseignant et *transfert* ce travail de l'élève. Un dernier exemple permet d'illustrer une possible complémentarité entre *les médiations de l'enseignant* et *les transferts de l'élève.*

Dans le cas de la fiche I.A., les élèves de C.E.2. savaient reproduire les triangles et les rectangles avec une bande de papier après trois séances. Ils ont pu ensuite se poser le

problème des reproductions de figures non triangulées. Dans la plupart des cas, ces élèves ont transféré leurs méthodes de reproduction des angles et des segments tracés, réduisant ainsi à presque rien les difficultés conceptuelles prévues.
Cette conception du transfert et de la médiation peut donc, dans certains cas qui sont encore à étudier, conduire à des processus particulièrement économiques !

BIBLIOGRAPHIE

Archambaud N., 1976, Le ôle du langage dans le développement cognitif selon J.S.Bruner, in *Bulletin de Psychologie*, 1975-76, Vol XXXIX 320, 1-3, p.45-55.

Bautier Th., 1993, *Médiations dans l'enseignement des transformations géométriques*, Thèse, Université de Bordeaux I, distribué par le L.A.D.I.S.T. et par l 'I.U.F.M. de Bretagne, site de Vannes, Médiathèque.

Bautier Th., 1994, Méthodes qualitatives d'étude des conceptions d'élèves : un exemple, la symétrie orthogonale en classe de sixième, in *Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique,* Recueil des séminaires de 1994, Université de Rennes I, Bâtiment de Mathématiques.

Bautier Th. et Collinot A., 1994, Deux méthodes de reproduction des figures planes, in « *Mathématiques dans les classes* », Formation P.E.2, Année 1993-1994, I.U.F.M. de Bretagne, site de Vannes, Médiathèque.

Bautier Th et Wassenhove A., 1995, La bande de papier, instrument qualitatif de reproduction des figures planes, in « *Mathématiques dans les classes* », Formation P.E.2, Année 1994-1995, I.U.F.M. de Bretagne, site de Vannes, Médiathèque.

Brousseau G., 1987, Fondements et méthodes de la didactique, *R.D.M.,* Vol.7-2, éd. par La pensée sauvage, Grenoble.

Bruner J.S., 1983, Le rôle de l'interaction de tutelle dans la résolution de problème, in *Le développement de l'enfant, Savoir-faire, savoir-dire,* éd. P.U.F.

Bruner J.S., 1991, *...car la culture forme l'esprit*, éd. Eschel.

Burgelin P., 1969, *Introduction à l'Emile de J.J.Rousseau*, éd. de la Pléïade, p.113 à 116.

Coll., 1986, *Suivi scientifique 1985-1986, nouveaux programmes de sixième,* Bulletin Inter-I.R.E.M. Premier Cycle, éd. par l'I.R.E.M. de Lyon.

Coll., 1986, *Des activités mathématiques en 6ème dans le cadre des nouveaux programmes,* publication du suivi scientifique, éd. par l'I.R.E.M. de Rennes.

Coll., 1987, *Suivi scientifique 1986-1987, nouveaux programmes de cinquième,* Bulletin Inter-I.R.E.M. Premier Cycle, éd. par l'I.R.E.M. de Lyon.

Coll., 1989, *Des activités mathématiques en 5ème dans le cadre des nouveaux programmes,* publication du suivi scientifique, éd. par l'I.R.E.M. de Rennes.

Coll., 1989, Mathématiques, classes des collèges 6è, 5è, 4è, 3è, *Horaires / Objectifs / Programmes / Instructions,* éd. par le C.N.D.P.

Coll. 1989, *Construction des savoirs. Obstacles et conflits,* sous la direction de N.Bednardz et C.Garnier, C.I.R.A.D.E., éd. par l'Agence d'Arc inc., Québec.

Coll., 1991, *Après Vygotsky et Piaget. Perspectives sociale et constructiviste. Ecoles russe et occidentale*, collection Pédagogies en développement. Recueils, éd. par De Boeck Université, distribué par Belin.

Delègue P. et Godin M., 1990, Actes du XVIIème colloque de la Copirelem, Paris, Mai 1990, éd. par l'I.R.E.M. de Paris VII, p.144 à 160.

Denys B. et Grenier D., 1986, Symétrie orthogonale : des élèves français et japonais face à une même tâche de construction, *Petit x,* n°12, éd. par l'I.R.E.M. de Grenoble.

Douady R., 1986, Jeu de cadres et dialectique outil-objet, *R.D.M.,* Vol.7-2, éd. par La pensée sauvage, Grenoble.

Giordan A. et de Vecchi G., 1987, *Les origines du savoir. Des conceptions des apprenants aux concepts scientifiques,* rééd. 1990, Delachaux et Niestlé.

Giordan A., 1993, Apprendre, comprendre, s'approprier l'environnement, in *Cahiers pédagogiques,* n°312, mars 1993.

Grenier D. et Laborde C., 1988, Transformations géométriques : le cas de la symétrie orthogonale, in *Actes du colloque du G.R.E.C.O. Didactique et Acquisition des connaissances scientifiques*, éd. par La pensée sauvage, Grenoble.

Grenier D., 1988, *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*, Thèse, Université J.Fourier, Grenoble I.

Grenier D., 1989, Construction et étude d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale : éléments d'analyse du fonctionnement de la théorie des situations, *R.D.M., V*ol.10-1, éd. La pensée sauvage, Grenoble.

Houdebine J. et Julo J., 1992, Concevoir de « bonnes » fiches d'activité en mathématiques, *REPERES-IREM,* n°8, Juillet 1992, Topiques Editions.

Stoecklé D, *Math Elem. C.P.,* Livre du Maître, p.40 et 41, éd. par Belin.

Piaget J., 1967, *La psychologie de l'intelligence,* p.86 et suiv., Collection U-Prisme, éd. par A.Colin.

Piaget J., 1974, *Réussir et comprendre,* Collection Psychologie d'aujourd'hui, éd. P.U.F.

Rabardel P., 1994, *Les activités avec instruments*, Université Paris 8.

Simondon G., 1968, *L'invention et le développement des techniques*, cours polycopié.

Vergnaud G., 1990, La théorie des champs conceptuels, *R.D.M.,* Vol.10, n°2-3, éd. par La pensée sauvage, Grenoble.

Vygotsky L.S., 1930, La méthode instrumentale en psychologie, in *Vygotsky aujourd'hui*, Coll., 1985, éd. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, Paris.

Vygotsky L.S., 1935, *Pensée et langage,* éd. Messidor-Ediations sociales.

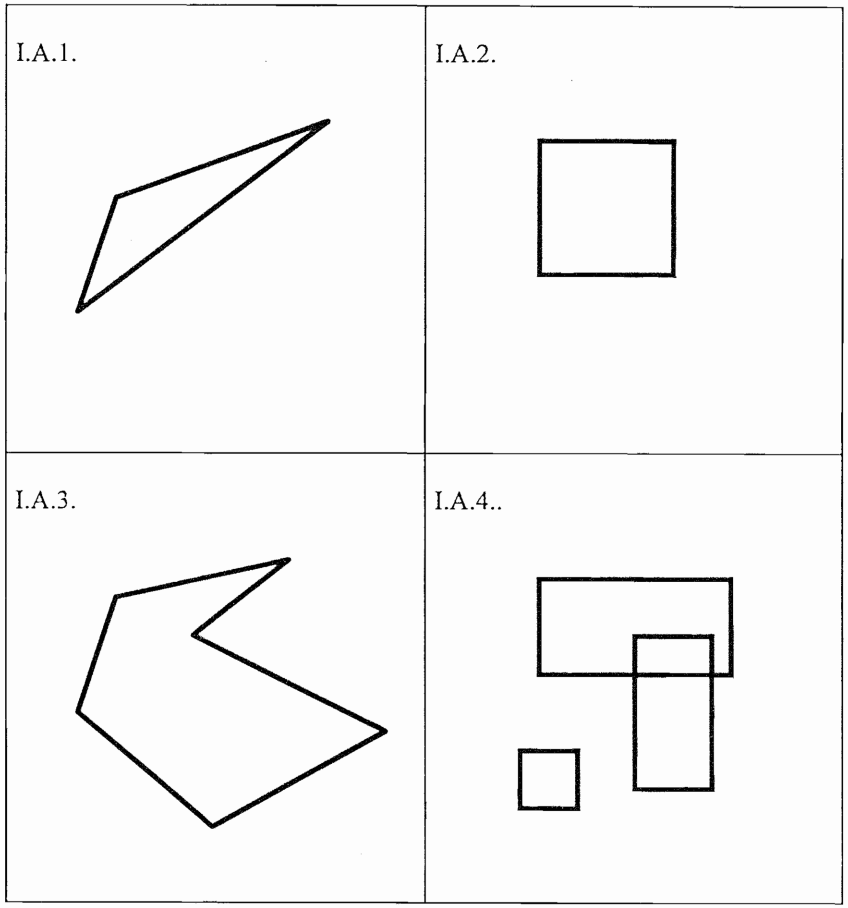
I.A. Reproduire une figure avec une bande de papier

Instruments autorisés : des bandes de papier rectangulaires de dimensions différentes, opaques ou transparentes ; une règle non graduée.
Niveaux de classe : à partir du C.E.2.

Consigne (orale) : « Il s'agit de reproduire la figure sur une autre feuille. Tu feras la construction avec la bande de papier de ton choix et la règle non graduée et tu vérifieras ta construction en superposant les deux feuilles, par transparence ».

Indications : Il s'agit de faire progresser la découverte par les enfants des différentes méthodes de reproduction. Les interdictions suivantes sont données après apparition et institutionnalisation de ces méthodes.
1) L'enseignant interdit progressivement aux élèves de découper la bande, de la plier.
2) Pour interdire la méthode de reproduction par reports des écarts aux bords de la feuille (méthode des coordonnées), l'enseignant pourra demander à ses élèves de changer l'orientation et la disposition de la figure dans la nouvelle feuille.

Exemples de figures à reproduire : un triangle quelconque (I.A.1), un carré (I.A.2), un triangle rectangle.
Après une institutionnalisation, de nouveaux exercices, plus complexes, sont proposés : un polygône quelconque (I.A.3), une ligne brisée, plusieurs rectangles et carrés (I.A.4).



I.B. Anticiper le déplacement d'une feuille calque

Instruments autorisés : Compas OU équerre ; règle graduée.
Matériel : un crayon à mine sèche ; plusieurs feuilles calques.
Condition d'entrée : savoir reproduire un triangle, un rectangle.
Niveaux de classe : à partir du C.M.1.

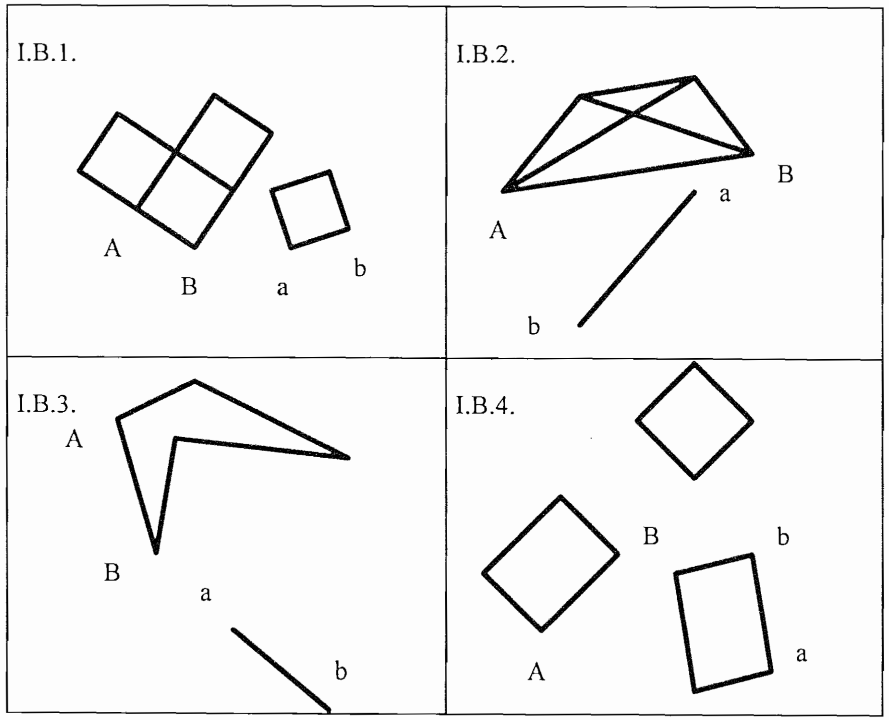
Mode d'emploi de la feuille calque :

Pour déplacer une (ou plusieurs) figure (s), avec un calque, il faut :
- choisir un segment de la figure, le nommer AB.
- dessiner sur la feuille un segment de même longueur que AB, le nommer ab.
- dessiner la (ou les) figure (s) sur le calque et marquer sur le calque les points A et B.
- déplacer la feuille calque jusqu'à ce que
le point A de la feuille calque se superpose au point a de la feuille blanche et
le point B de la feuille calque se superpose au point b de la feuille blanche.
- avec la pointe sèche du crayon, marquer sur la feuille blanche la position exacte des autres sommets de la (les) figure (s).
- relier les sommets avec le crayon et la règle pour obtenir la (les) même (s) figures (s).

Consigne (orale) : « Un enfant a commencé ce travail (cf. fiche d'activité pour les élèves). Il s'agit pour toi de terminer ce travail, mais sans utiliser le calque. Tu feras la construction avec les instruments autorisés et tu vérifieras ta construction avec le calque ».

Remédiations : cf. la fiche III.A.

Seuls les exercices présentant une difficulté conceptuelle sont ici donnés :
I.B.1. *Effet de surface*, les carrés se recoupent.
I.B.2. *Analyse préalable de la figure*, il faut effacer (de tête) l'une des diagonales pour voir deux triangles et une *construction auxiliaire* dans la figure.
I.B.3. *Constructions auxiliaires*, il ne suffit pas de reporter les longueurs des segments tracés, il faut reporter au moins deux autres longueurs, non tracées.
I.B.4. *Figures non connexes*, il faut relier les rectangles qui sont alignés.



I.C. Anticiper le retournement (involutif) d'une feuille calque

Instruments autorisés : Compas OU équerre ; règle graduée.
Matériel : un crayon à mine grasse ; plusieurs feuilles calques.
Condition d'entrée : la fiche pour l'enseignant I.B.

Mode d'emploi de la feuille calque :

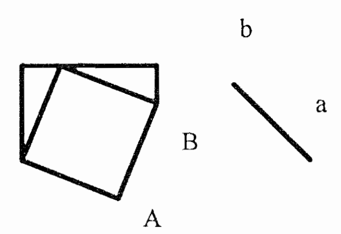
Pour retourner une (ou plusieurs) figure (s), avec un calque, il faut :
- choisir un sommet de la figure, le nommer A.
- dessiner sur la feuille un point, le nommer a.
- dessiner la (ou les) figure (s) sur le calque et marquer sur le calque les points A et a.
- retourner la feuille calque et la déplacer jusqu'à ce que **le point A de la feuille calque se superpose au point a de la feuille blanche** et **le point a de la feuille calque se superpose au point A de la feuille blanche**.
- avec la pointe du crayon, imprimer sur la feuille blanche tous les segments de la (des) figure (s).

Consigne (orale) : « Un enfant a commencé ce travail (cf. fiche d'activité pour les élèves). Il s'agit pour toi de terminer ce travail, mais sans utiliser le calque. Tu feras la construction avec les instruments autorisés et tu vérifieras ta construction avec le calque ».

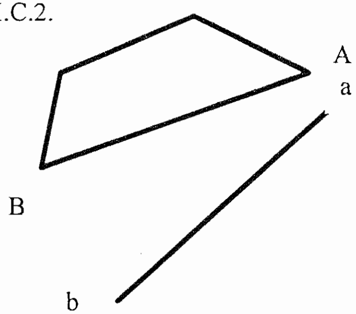
Remédiations : cf. la fiche III.A.

Seuls les exercices présentant une difficulté conceptuelle sont ici donnés :
I.C.1. *Effet de bord*, les triangles perdent leur horizontalité et verticalité.
I.C.2. *Effet de bord*, l'image sort de la feuille.
+ *Constructions auxiliaires*, il faut prendre en compte, par exemple, une diagonale.
I.C.3. *Figures non connexes* + *Effet de surface*, les rectangles se recoupent.
I.C.4. Idem avec les segments.

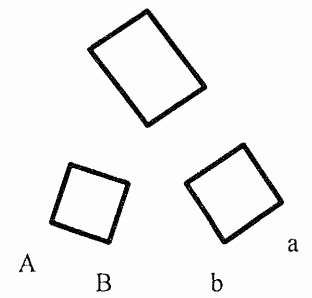
I.C.1.



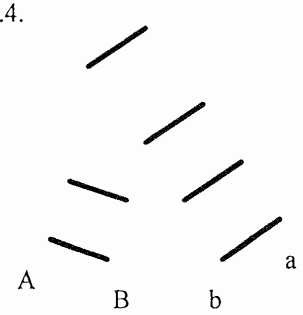
I.C.2.



I.C.3.



I.C.4.



II.A. Jeu de la BOUCLE
Sur la symétrie centrale (ou la rotation d'angle 60°, 120°, 240° ou 300°)

Instruments autorisés : les tracés peuvent être faits à main levée.
Condition d'entrée : reproduction directe d'un dessin sur réseau triangulaire.
Niveaux de classe : à partir de la Moyenne Section.

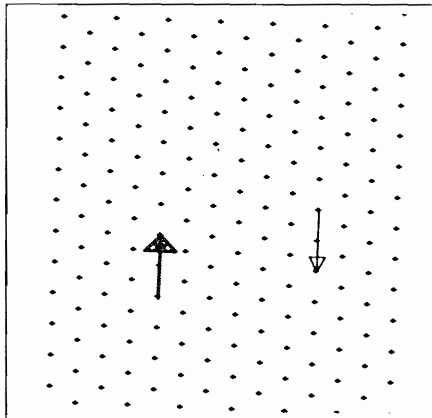
Matériel : sur une feuille pointée, formée de triangles équilatéraux, deux flèches sont disposées, leurs directions et leurs longueurs sont égales mais leurs sens sont opposés (ou leurs directions sont différentes, mais leurs longueurs sont égales).

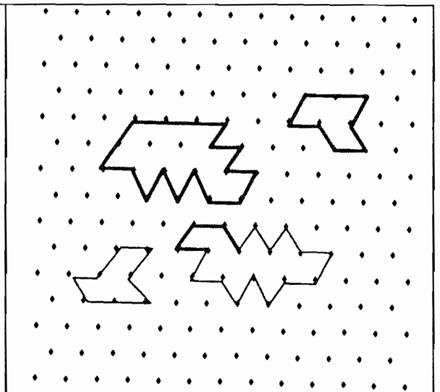
Consigne (orale) : « Vous jouez par deux et à tour de rôle, vous êtes le décideur ou le suiveur. Le décideur prolonge le dessin à la suite de la dernière flèche, il peut tourner à gauche ou à droite ou continuer tout droit pour atteindre un point voisin du réseau. Le suiveur doit faire exactement le même trajet.
Si le décideur croît que le suiveur s'est trompé, il doit le dire et vous devez vous mettre d'accord ».

Après plusieurs minutes de ce jeu, une nouvelle consigne est donnée : « Il s'agit maintenant de fermer la boucle, c'est-à-dire de revenir au point de départ. Si vous ne vous êtes pas trompés, vous devriez fermer tous les deux vos dessins et ils devraient être absolument identiques. Vous avez alors tous les deux gagné, sinon vous avez tous les deux perdu à ce Jeu de la BOUCLE ».

Indications : 1) Une manière de participer à ce jeu qui lui fait perdre tout son intérêt serait que le décideur et le suiveur se mettent d'accord pour que le premier oralise son déplacement. Cela doit être interdit au moment opprtun.
2) Lorsque trop d'erreurs corrigées apparaissent sur une feuille, il est préférable de donner aux élèves une nouvelle feuille. Bien entendu, il faudra plusieurs feuilles d'exercices, avec des positions différentes des flèches initiales pour que des stratégies apparaissent et se stabilisent.

Variante : la même activité peut être faite en fiche individuelle (cf. exemple).


Exemple de feuille d'exercice, pour un jeu à deux.


Un exemple de production individuelle (le dinosaure et son bébé)

II.B. Jeu des SERPENTS
Sur la symétrie centrale (ou la rotation d'angle 60°, 120°, 240° ou 300°)

Instruments autorisés : les tracés peuvent être faits à main levée.
Niveaux de classe : à partir de la Grande Section.
Condition d'entrée : avoir joué au Jeu de la BOUCLE.

Matériel : sur une feuille pointée, le début d'un trajet est dessiné avec des flèches noires, son image par une symétrie centrale (ou une rotation) est dessinée avec d'autres flèches. Ces flèches représentent deux serpents absolument identiques.

Consigne (orale) : « Il s'agit de continuer ces dessins du trajet des deux serpents. Vous avez le droit d'aller de n'importe quel segment de ce réseau à n'importe quel autre segment voisin. Il ne faut pas toutefois que les deux serpents sortent de la feuille ».

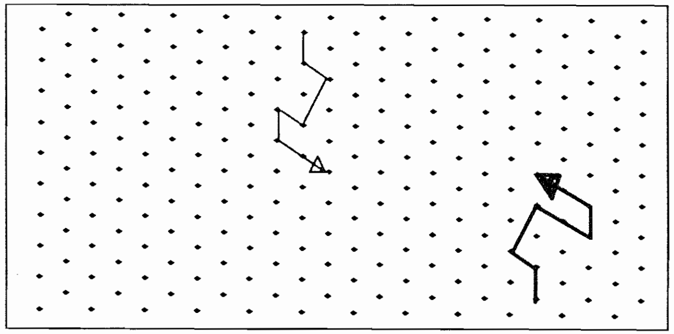
Indication : les corrections se font par rotation de la feuille ou par recours à un calque. L'enseignant peut aussi corriger certaines erreurs.

Lorsque les erreurs ont commencé à disparaître, une nouvelle consigne est donnée : « Sur cette nouvelle feuille, il s'agit maintenant de faire se rapprocher (rencontrer) les deux serpents ».

Indications : sur ces feuilles, les orientations des serpents sont divergentes et centrifuges. Le centre de rotation (il n'est pas tracé puisque les élèves doivent le découvrir !) est l'un des points du réseau. Ensuite, il pourra être un centre de triangle ou un milieu d'un côté.

Lorsque certains élèves ont trouvé ce point de rencontre, la consigne est précisée : « Lorsque vous avez trouvé un tel endroit, vous cherchez si il y a d'autres endroits de la feuille où les deux serpents peuvent se rencontrer ».

Indication : lorsque les enfants ont découvert que le point de rencontre se trouve au milieu des deux serpents, il est temps de passer à une rotation d'angle différent de 180°.



Exemple de feuille d'exercice (angle de 180°).

II.C. Jeu des SAUTERELLES
Sur la symétrie centrale (ou la rotation d'angle 60°, 120°, 240° ou 300°)

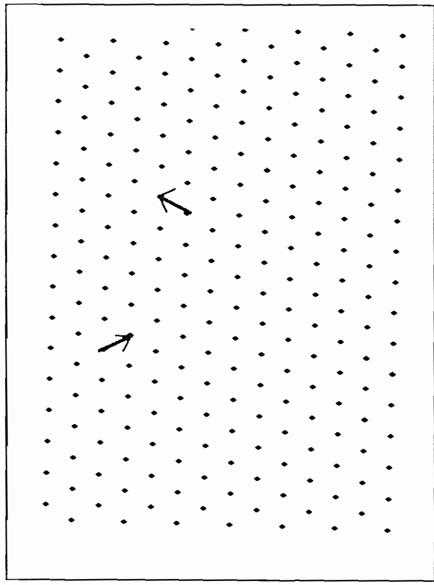
Instruments autorisés : les tracés peuvent être faits à main levée.
Niveaux de classe : à partir de la Grande Section.
Condition d'entrée : avoir joué au Jeu des SERPENTS.

Matériel : sur une feuille pointée, une flèche et son image par une symétrie centrale (ou une rotation) sont dessinées, leurs orientations sont centrifuges. Chaque flèche représente une sauterelle qui peut sauter d'un segment du réseau à n'importe quel autre segment, en changeant au besoin d'orientation.

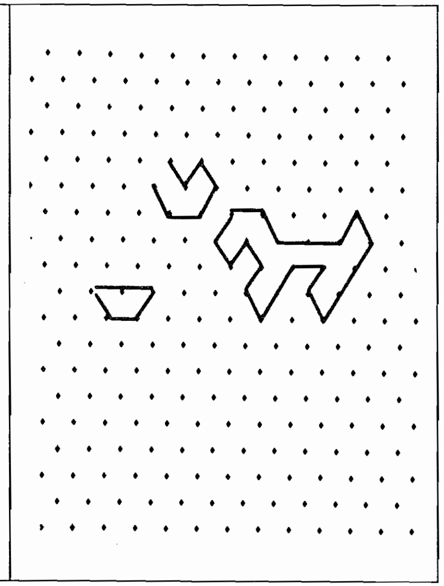
Consigne (orale) : « Il s'agit, comme dans le jeu des SERPENTS, de faire se rencontrer les deux sauterelles. Je vous conseille de ne faire au début que de petits déplacements puis, vous chercherez à aller de plus en plus vite - en un seul saut !- au lieu de rencontre.
Comme dans le jeu précédent, vous jouez à deux. Si l'un croit que l'autre se trompe, il faut se mettre d'accord ».

Indication : à ce moment de l'enseignement, tous les enfants sont convaincus qu'il y a un seul lieu de rencontre des deux serpents-sauterelles. Des erreurs réapparaissent avec ce nouveau jeu, elles disparaissent avec la découverte de nouveaux invariants, liés aux angles.

Une stratégie efficace pour résoudre ce problème consiste à faire tourner sur eux mêmes les sauterelles pour qu'elles prennent des orientations centripètes etles diriger ensuite vers cette zone de rencontre.



Exemple de feuille d'exercice



Exemple d'évaluation
(le caniche et sa gamelle !)

III.A. Découvrir l'axe de symétrie

Instruments autorisés : tous.
Niveaux de classe : à partir du C.M.1.
Condition d'entrée : les fiches I.B. et I.C.

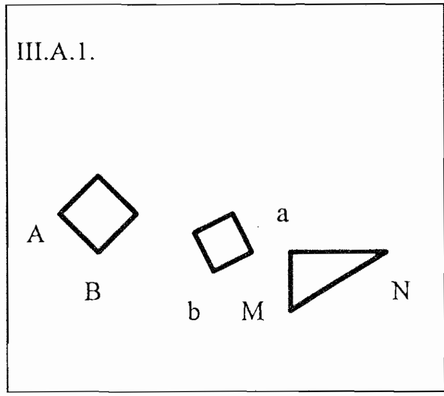
Matériel : des feuilles d'exercice avec plusieurs figures, dont une est donnée en symétrie par rapport à un axe non tracé (les points A, B, a et b sont marqués car ils permettent de désigner de manière unique la symétrie axiale) ; des feuilles de calque.

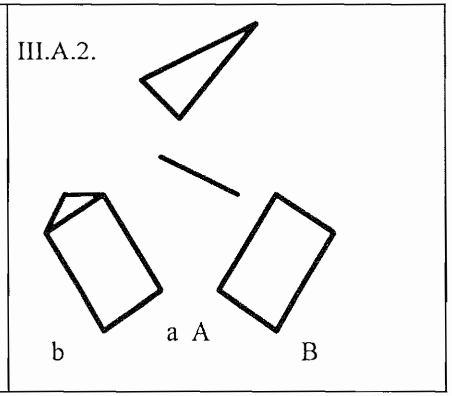
Consigne (orale) : « Il s'agit de prévoir l'image de toutes ces figures par le retournement du calque qui envoie le segment AB sur le segment ab et le segment ab sur le segment AB ».
La correction est faite au calque, si nécessaire.

Beaucoup d'erreurs apparaissent, voici le principe de deux remédiations :
1) un jeu de devinettes : « Il s'agit de se poser des devinettes. Vous n'êtes pas en concurrence puisque vous gagnez tous les deux si la devinette est trouvée et vous perdez tous les deux sinon».
L'enseignant peut dans certains cas, intervenir dans le choix des élements de la feuille dont il faut deviner l'image, par exemple les quatre droites supports des côtés du carrés.
Le principe de cette remédiation est que les premières devinettes, si elles sont « faciles », peuvent aider à repérer certains côtés du triangle, « difficiles » d'accès. Cette remédiation favorise la méthode Equerre de reproduction des figures.

2) « Il faut dans un premier temps prévoir, de manière approchée, la position et l'orientation de l'image du triangle (III.A.1.)».
Le calque permet de contrôler, à ce niveau de précision qualitative de l'anticipation, la production de l'élève qui peut être faite à main levée. Ensuite, la construction précise, avec les instruments de tracé est demandée.
Le principe de cette remédiation est de mieux séparer les causes possibles d'erreur.

Si aucun élève ne pense à la symétrie axiale, proposer des fiches du type III.A.2. Ces figures coupent souvent leur image sur l'axe de symétrie (non tracé mais vertical). En cours de séance, les élèves découvrent que le dessin est symétrique, ils tracent l'axe de symétrie.
Le lien entre retournement et pliage doit alors être fait





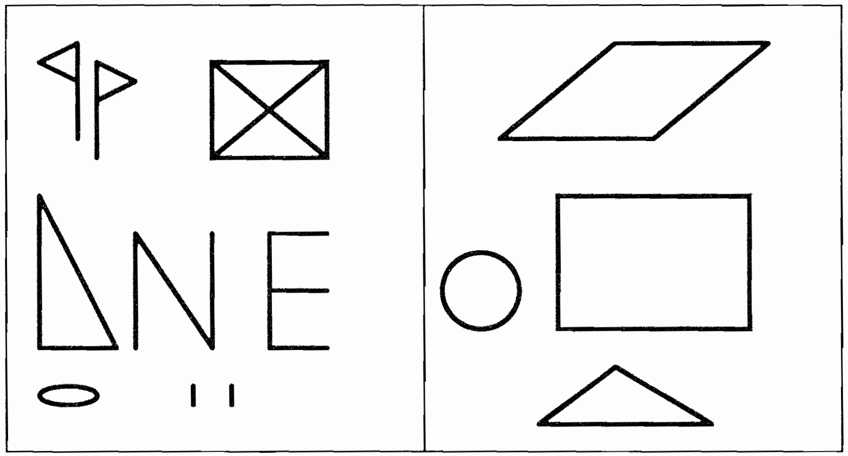
III.B. Reconnaître si une figure (ou une surface) est symétrique par rapport à une droite, sans avoir besoin de la plier

Instruments autorisés : tous.
Niveaux de classe : à partir du C.P.
Aucune condition d'entrée.

Matériel : l'une des fiches III.B.1 ou III.B. ; des modèles en carton fin sont disponibles pour permettre le pliage effectif des figures, des surfaces.

Consigne (orale) : « Je rappelle la définition : 'Une figure ou une surface est symétrique par rapport à une droite D, si la droite D coupe le dessin en deux parties qui se superposent exactement après pliage le long de cette droite. D est un axe de symétrie du dessin'.
Il s'agit de rayer sur cette fiche, toutes les figures qui ne sont pas symétriques par rapport à une droite. Pour celles qui vous semblent posséder une symétrie axiale, indiquer le ou les axes de symétrie. Vous pouvez faire ces tracés à main levée ».

En cas de doute ou pour la correction des erreurs, l'enseignant peut donner aux élèves les modèles en carton pour les plier. Il peut aussi masquer l'une des moitiés du dessin par une feuille blanche et demander aux élèves de compléter par symétrie (c'est un *Effet Bruner*, cf. texte).
Au moment opportun, le pliage effectif est interdit. Certains élèves peuvent le simuler par un mouvement de la main. Il ne s'agit pas, semble-t-il, d'une transgression de l'interdit précédent, mais de l'étape supplémentaire qu'ils se donnent pour parvenir à intérioriser (dans la perception visuelle) l'activité spatiale de pliage.



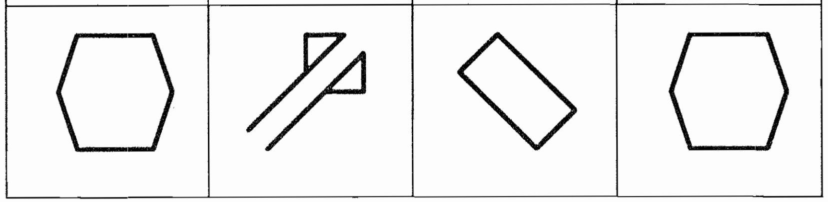
A partir des recherches de Denise Grenier et des équipes du Suivi Scientifique (I.R.E.M.)

III.C. Tracer l'axe de symétrie d'une figure
Tracer l'image d'une figure par une symétrie désignée par son axe avec contraintes sur les instruments

Instruments autorisés : ils sont indiqués sur les fiches (R.G. pour règle graduée), RnG pour règle non graduée, C pour compas, E pour équerre).
Condition d'entrée : les fiches I.B. et I.C.
Consigne (orale) : « Il s'agit pour chacune de ces fiches, de tracer les axes de symétrie de la figure, avec seulement les instruments autorisés, ils sont indiqués ».

Deux principes de remédiations : 1) Le jeu des devinettes (cf. la fiche précédente).

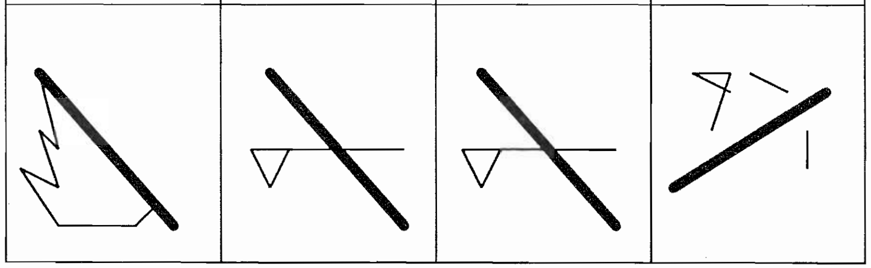
R.G. + E	RnG + E	RnG + C	RnG



2) Des indications peuvent être données par l'enseignant : si l'élève ne fait rien peut lui dire « Tu peux relier les points avec la règle non graduée et tracer les symétriques de ces droites, cela peut t'aider ».
Si l'élève trace l'axe à vue, lui interdire ce tracé en précisant qu'il n'est pas 'géométrique' (la géométrie est en effet toujours 'instrumentale').

Autre consigne (orale) : « Il s'agit de tracer l'image par la symétrie d'axe, la droite tracée en gras, du dessin ».
Pour la première fiche, dire « Compléter ce dessin pour qu'il soit symétrique par rapport à la droite tracée en gras ».
Compte-tenu de l'enseignement antérieur et malgré la 'fermeture' de ces fiches, ces exercices devraient être réussis par la plupart.

R.G.+E	R.G. + E	RnG+C	RnG



A partir des recherches de Denise Grenier et des équipes du Suivi Scientifique (I.R.E.M.)

ATELIERS A

ATELIER A1

GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

Animateur : **Gérard PERROT**
IUFM Saint Germain en Laye
(à partir des notes de **J.P. DROUARD**)

Introduction
Professeur de Mathématiques à l'IUFM de Versailles, pôle de Saint-Germain en Laye, et responsable à l'INRP d'une recherche consacrée à l'enseignement élémentaire de la Géométrie, je pensais, en proposant à Henri Patrice Delègue de participer à l'animation de cet atelier, centrer mon intervention sur un compte rendu de l'état de nos travaux. En fait, dès le tour de table initial, j'ai compris que la majorité des participants du groupe avait d'autres attentes, et qu'il y avait sans doute mieux à faire qu'une présentation de recherche.

En effet, il s'est avéré que le travail en Géométrie intéressait beaucoup de formateurs IUFM, des diverses catégories d'Enseignement : nous avons dû limiter le nombre de participants, et au cours des trois séances la salle a toujours été pleine. En outre, alors que je pensais que l'essentiel du public serait constitué de PIUFM, la répartition entre maîtres formateurs, PIUFM (impliqués ou non dans des équipes de recherche en didactique des maths), et universitaires (enseignants chercheurs), a toujours été très équilibrée.

Cela nous a conduits à modifier très sensiblement le déroulement initialement prévu : il fallait en effet :
• répondre à l'attente de tous ceux qui souhaitaient, en parallèle avec la réflexion sur l'apprentissage de la géométrie par les élèves de l'école primaire, aborder les problèmes de formation des maîtres
• tirer parti de l'hétérogénéité des expériences, liée à la diversité des participants.

Nous sommes donc convenus du programme suivant :

<u>Première séance</u> : analyse de situations révélatrices, chez les PE (professeurs des écoles) en formation, de difficultés et/ou d'obstacles à propos du concept de figure géométrique plane.

Deuxième séance : analyse , chez les élèves de l'école élémentaire (en particulier aux cycles II et III), des difficultés et/ou obstacles à l'apprentissage du concept de figure géométrique plane, en liaison avec les modes de production et de traitement de "dessins " de figures.

Troisième séance : analyse d'une situation didactique utilisée au cycle III dans la recherche INRP ; éléments de bibliographie.

Séance 1

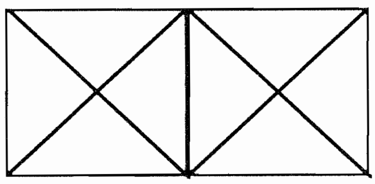
J'ai proposé aux participants un certain nombre de situations ayant en commun certain nombre de caractéristiques :

• elles sont ***révélatrices de "conceptions"***, de connaissances relatives aux figures, qui pour être "personnelles", incomplètes ou erronées, n'en sont pas moins régulières, organisées, fréquentes (voire dominantes), très souvent communes aux écoliers avant tout apprentissage scolaire explicite, et aux adultes ayant effectué ces apprentissages, mais ayant cessé depuis longtemps de faire fonctionner les connaissances correspondantes ;

• ***elles se prêtent à la formation des maîtres***, en ce qu'elles permettent l'instauration d'un réel "débat scientifique", d'autant plus efficace que chacun y a aisément accès : il ne s'agit en général pas d'exercices sur lesquels on puisse être totalement "sec". Le plus souvent au contraire, les étudiants trouvent des solutions, en accord avec ce qu'ils savent, et auxquelles ils tiennent beaucoup. La prise de conscience de l'éventuelle insuffisance de leur production, ou de sa non validité, est pour eux l'occasion de remettre en cause tout ou partie de ce qu'ils croyaient savoir, de ce qu'ils tenaient pour vrai ;

• c'est à ce titre pour le formateur IUFM un excellent point d'appui pour un "***travail sur le travail***" : on donne ainsi du sens, aux yeux des futurs enseignants, à des expressions comme apprentissage par la résolution de problème, prise en compte de l'état actuel des connaissances...

1ère situation

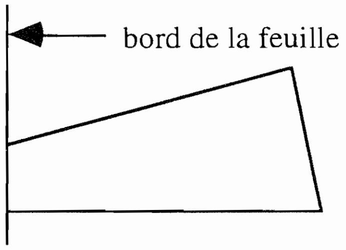


Combien de triangles ?
Combien de carrés ?
Combien de segments de droite ?
Combien de quadrilatères ?

La plupart des difficultés rencontrées provient sans doute de ce que, pendant longtemps on leur a montré la juxtaposition et il faut qu'ils "inventent" la superposition.
Ils sont confrontés ici au fait qu'à un seul dessin peuvent correspondre de nombreuses configurations spatiales. Duval et Virginia Padilla Sanchez, à Strasbourg, ont étudié en détail ces problèmes de reconfiguration spatiale, soulignant par exemple la difficulté qu'il y a à échapper à sa première perception, à voir certains triangles quand on en a vu d'autres.

D. Valentin a fait remarquer que les relations entre forme et dessin, la multiplicité des lectures possibles d'un même dessin, sont peu ou pas enseignées, (y compris dans documents assez modernes). Lorsque c'est enseigné, c'est le plus souvent dépourvu de sens : pas d'enjeu dans des activités de ce type.

2ème situation

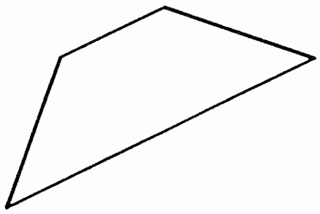


L'étudiant est confronté au dessin d'un triangle incomplet, qui ne "tient" pas dans la feuille.

Il s'agit de trouver le périmètre du triangle.

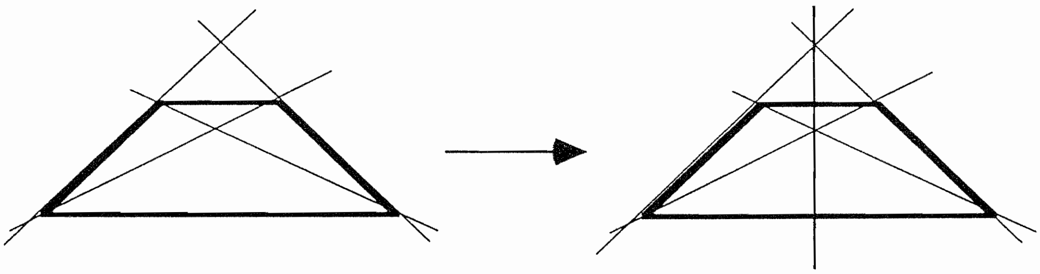
Bien entendu, les stratégies de résolution sont fortement marquées par les conditions imposées, selon qu'on ait ou non le droit de "compléter" la figure décalquée, par exemple. Le recours à l'homothétie n'est le fait que d'une infime minorité d'étudiants.

3ème situation



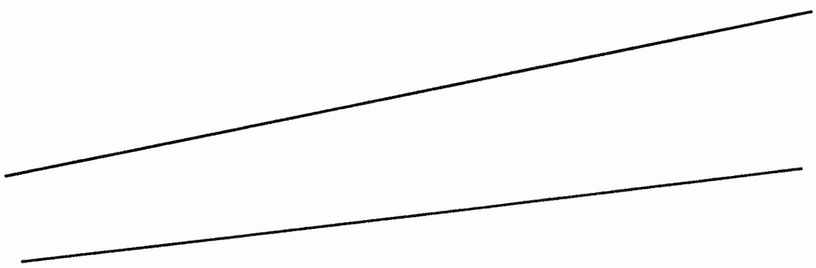
C'est un trapèze isocèle, tracer son axe de symétrie.

2 stratégies couramment utilisées : pliage, et tracé de la médiatrice des bases.
En revanche, peu d'étudiants font appel à leurs connaissances relatives à la symétrie axiale, peu "stimulée" (au sens de la psychologie du conditionnement) par la disposition inhabituelle de ce trapèze isocèle.



“Il faut être futé, comment y penser ? Déloyauté, truc de prof de maths ! ”

4ème situation

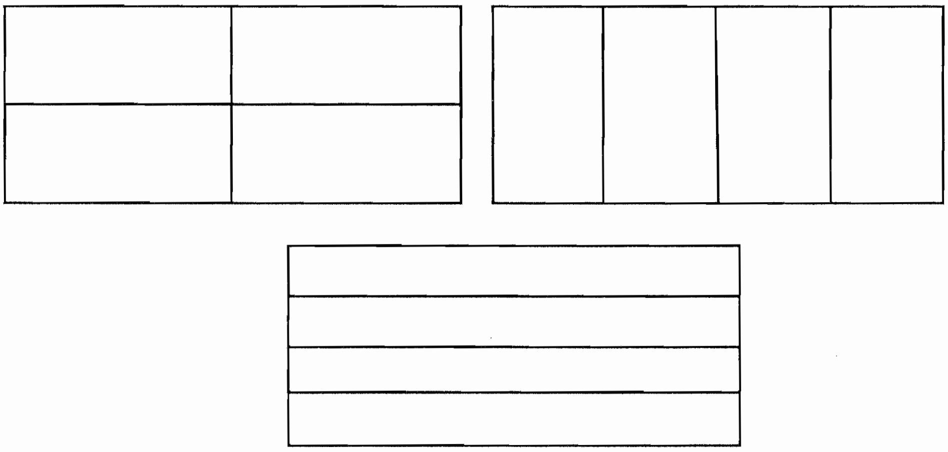


C'est un angle ; tracer sa bissectrice,
sans se servir du sommet "inaccessible" de l'angle

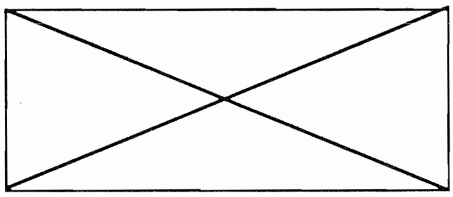
Cette situation s'avère en fait très difficile, car là encore il est peu fait appel à la symétrie, et peu d'étudiants arrivent à gérer cette situation d'angle sans sommet, montrant ainsi les limites de leurs conceptions à propos des angles.

5ème situation

Cette situation, que j'avais introduite il y a une quinzaine d'années dans ERMEL, est décrite dans le mémoire de DEA que j'ai soutenu en 1992 à Paris VII, sous la direction de Jacques Colomb. Elle concerne les partages isoaires de rectangle :
il s'agit de déterminer le plus grand nombre possible de découpages d'un rectangle en quatre morceaux de même surface.
Il n'est pas possible de décrire ici les diverses mises en oeuvre utilisées. Signalons toutefois les principales régularités.
Les premières productions sont toujours les suivantes :

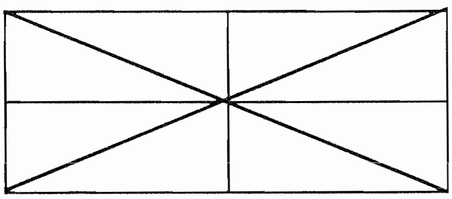


Ces solutions ont en commun la "superposabilité" des morceaux, ainsi que la facilité d'accès par pliage. La validation collective est immédiate, et fonctionne dans le registre de l'évidence, de la simple perception visuelle.



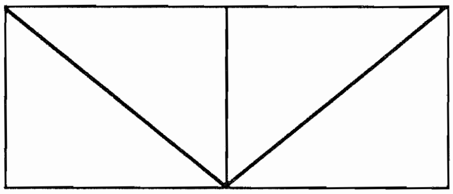
apparaît ensuite : cette fois les morceaux ne sont pas superposables, mais la solution reste très accessible par pliage. En revanche la validation est beaucoup plus problématique. Lorsqu'un étudiant propose cette solution, il y a toujours quelqu'un pour dire que ça ne marche pas, que ça marcherait seulement avec un carré !
La justification par découpage est souvent avancée (Piaget : modèle de l'aire par superposition).

Une autre raison invoquée au CM :

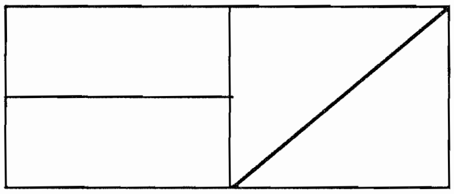


Notons que cette stratégie permet de se ramener à des morceaux superposables : chacune des quatre "parts" est constituée de deux morceaux identiques.

Le plus souvent, c'est ensuite ce genre de solution qui est obtenu :

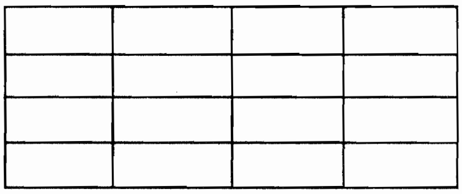


La difficulté à trouver provient sans doute du "mélanges de catégories" (triangle et rectangle), comme vient le confirmer la rareté de la production de la figure suivante :

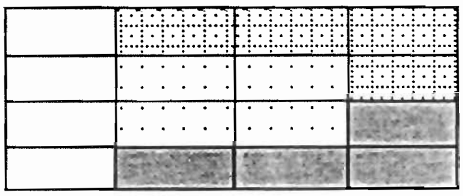


Notons qu'en revanche la validation ne pose aucun problème ; ceux qui n'ont pas trouvé ces solutions les acceptent dès qu'on les leur montre, mais se demandent pourquoi ils ne les ont pas trouvées, et ce que recouvre cette différence entre eux et ceux qui trouvent. Est-ce affaire d'imagination, d'intelligence particulière, de don, d'astuce, de connaissance ? Peut-on progresser ? Y a-t-il quelque chose à apprendre ? Si oui, quoi et comment ?

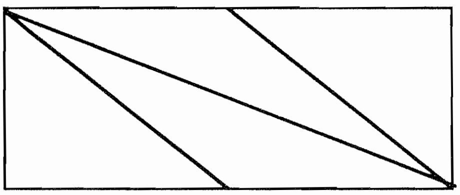
D'autres pistes, proposées par des élèves ou des étudiants :

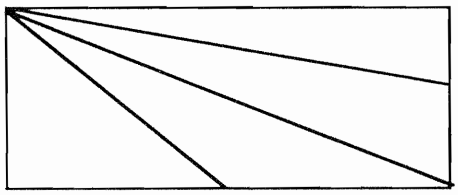


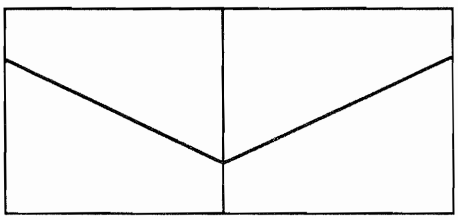
puis parcellisation en quatre morceaux comportant chacun quatre petits rectangles

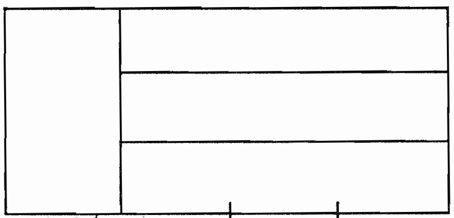


Mais aussi :









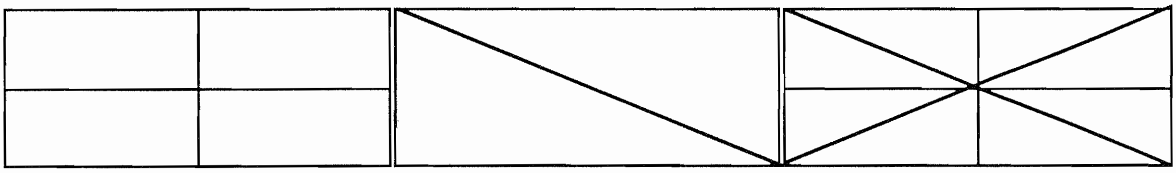
un quart

puis partage en trois du rectangle résiduel

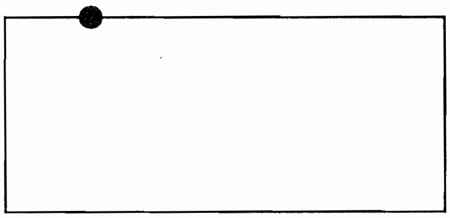
Nous ne détaillerons pas ici les procédures de validation, qui s'appuient selon le niveau des élèves, soit à une référence à une expérimentation réelle ou fictive, soit à des connaissances géométriques, ou parfois numériques (en particulier recours aux fractions de grandeurs).

6ème situation

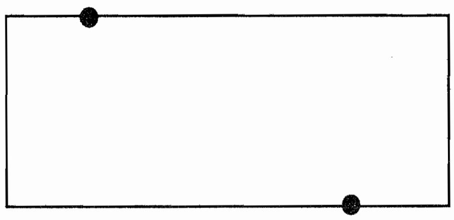
Partages isopérimètres du rectangle : situation apparemment voisine de la précédente, mais qui en fait met en jeu d'autres difficultés ;
il s'agit de partager un rectangle en morceaux dont les périmètres soient identiques.
Les premières solutions trouvées mettent à nouveau en jeu exclusivement des morceaux superposables :



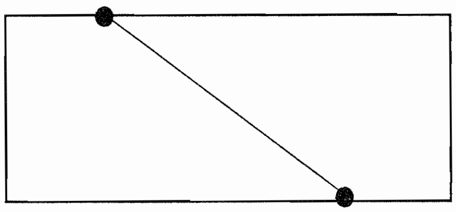
Certains ne trouvent pas d'autre solution. On les aide avec un exemple du type :



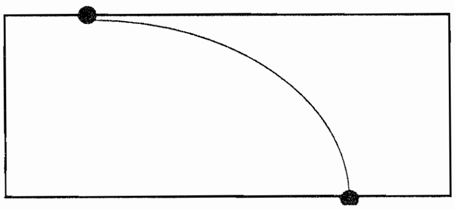
et ensuite :



puis :



mais aussi :



7ème situation

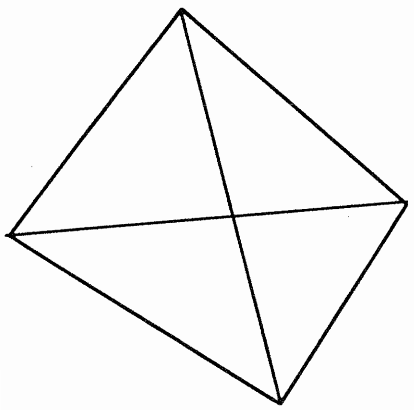
1) Peut-on paver le plan avec des quadrilatères quelconques?
Quel que soit leur niveau de formation, ou d'enseignement en mathématique, les gens qui n'ont jamais réfléchi à la situation répondent “bien sûr que non” .

2) Peut-on paver l'espace avec des tétraèdres réguliers?
Cette fois la conviction a priori est que le pavage est possible, alors qu'en fait il ne l'est pas. L'origine de ces "évidences erronées" est sans nul doute à rechercher dans le sentiment que l'on a de l'incompatibilité entre l'ordre et le désordre : comment le plan, que l'on perçoit comme "régulier", espace isotrope à deux dimensions, pourrait-il être pavé par un "vulgaire" (au sens propre) quadrilatère quelconque, irrégulier ? En fait on traîne l'idée que le quadrilatère quelconque, loin d'être quelconque, aurait la propriété caractéristique... de ne pas posséder de propriétés géométriques, d'être par ce fait un "bon à rien" ! En revanche on jugerait raisonnable, naturel, que comme le cube le tétraèdre, le plus simple des polyèdres réguliers, permît de réaliser le pavage de l'espace isotrope à trois dimensions.

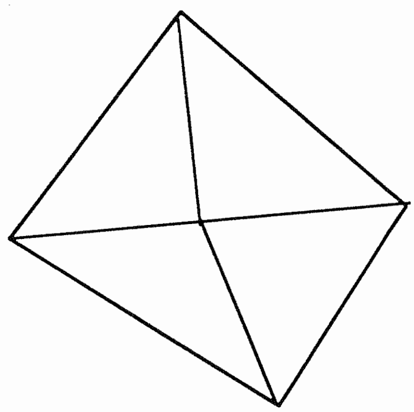
8ème situation

Celle-ci n'est accessible qu'aux étudiants les plus à l'aise.
1) Étant donné un pentagone quelconque, tracer une ligne permettant de le partager en deux polygones isoaires.
Remarque : les étudiants sont souvent gênés d'une part par l'excès de liberté qui leur est laissé (le pentagone quelconque est ainsi souvent tracé régulier ; la ligne recherchée est systématiquement pensée comme droite).
2)Étant donné un pentagone quelconque, on prend un point quelconque sur le bord et on demande comment tracer une droite qui partage le pentagone en deux polygones isoaires .
Remarque : on se doute bien (théorème des valeurs intermédiaires), qu'il existe une droite, mais cela ne dit pas comment l'obtenir !

Premier problème
Avec un quadrilatère quelconque on prend des diagonales parce que depuis tout petit on sait joindre “les points” i.e. les points singuliers, les sommets.

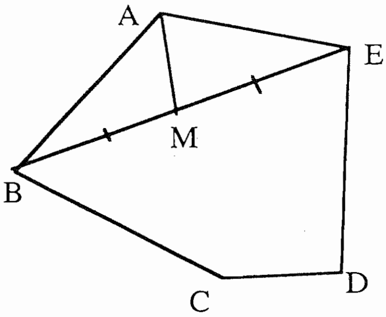


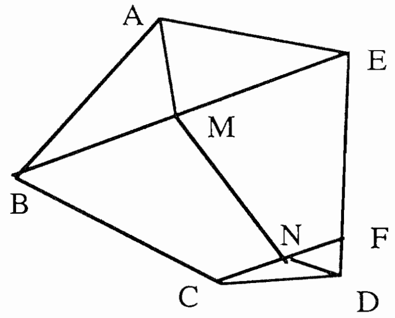
Cette solution ne convient pas avec un quadrilatère quelconque.



On obtient toujours une solution convenable en joignant deux sommets opposés au milieu de l'autre diagonale

Voici une solution pour le pentagone :

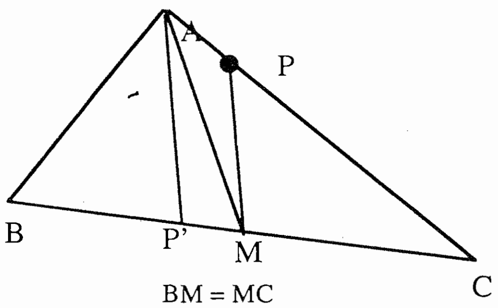




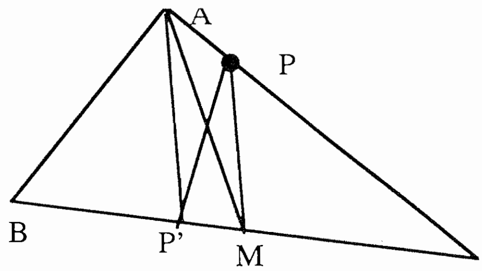
(C,F) // (B,E)
CN = NE

La principale difficulté consiste à ne pas prolonger l'idée valable pour le quadrilatère (découpage en triangles), et à procéder à un découpage en bandes à bords parallèles. Cette technique a d'ailleurs le mérite de se prolonger à tout polygone convexe.

Deuxième problème : Lemme
Si l'on a un triangle ABC, peut-on trouver pour tout P du "tour",un autre point P' tel que (PP') partage le triangle en deux domaines isoaires ?



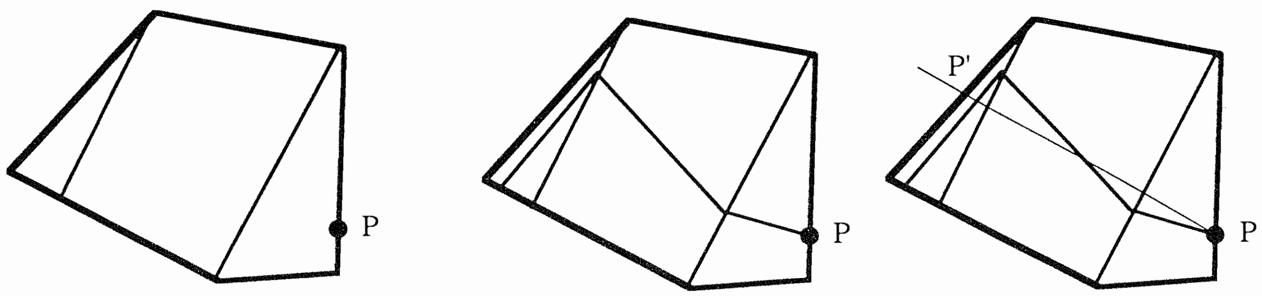
BM = MC
(A,P') // (M,P)



ABM = AMC
AMP' = APP'
donc PABP' = PCP'

Remarque de Michel Carral : on voit dans les textes une péjoration de l'aire dans la géométrie française depuis les Jésuites.

piste pour le pentagone
Puisqu'on sait faire pour le triangle, il suffit de faire un découpage par une ligne brisée, à partir d'une parcellisation convenable du polygone, puis de procéder à la rectification de cette ligne brisée ;



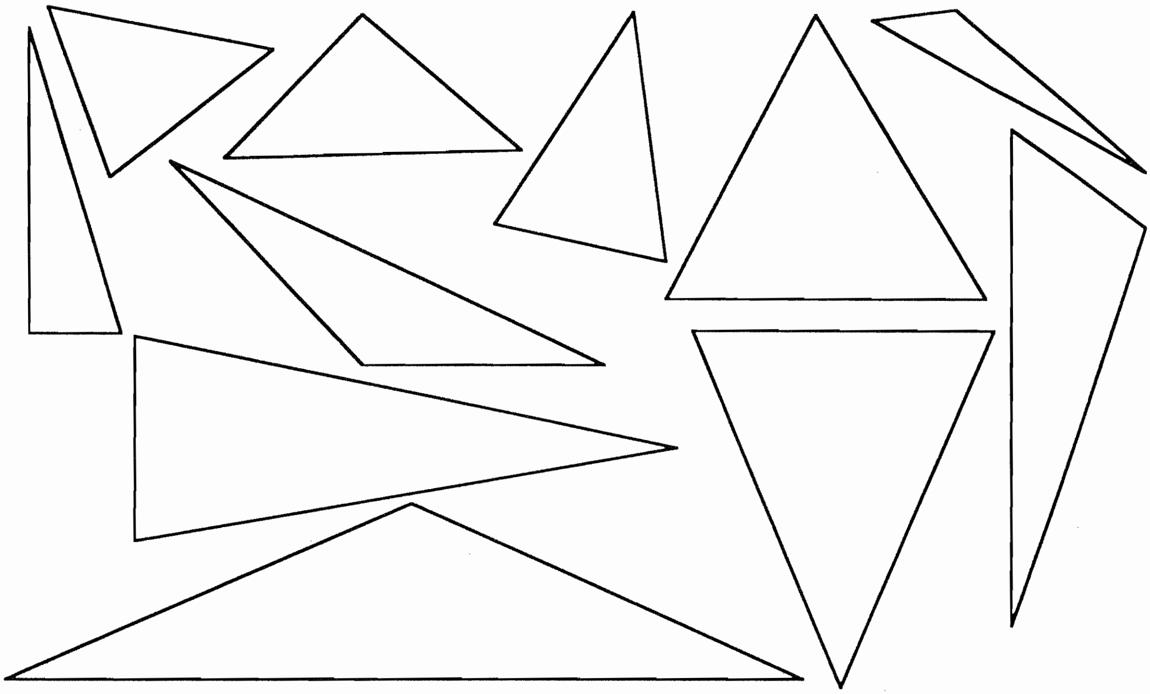
1) parcellisation du pentagone 2) partage par ligne brisée 3) rectification

Remarque : En rédigeant ce compte rendu je m'aperçois que la rectification est parfois difficile à réaliser. Si quelqu'un a une meilleure solution...

9ème situation

Cercles inscrits et circonscrits

Pour étudiants, mais aussi pour élèves de cycle III, munis d'un compas.



Pour chaque triangle, on doit dire si l'on peut faire passer un cercle par ses trois sommets, et si l'on peut tracer un cercle intérieur touchant les trois côtés.
(On ne dit pas circonscrit et inscrit, afin d'éviter le "stimulus lexical", l'évocation de connaissances scolaires).

Les constats, très stables, (voir mon mémoire de DEA), font apparaître que seuls les triangles équilatéraux se voient attribuer des cercles inscrits et circonscrits. En revanche les triangles scalènes, et surtout les triangles obtusangles posent problème, soient parce qu'une fois encore les élèves ont du mal à associer la non régularité des triangles et la régularité des cercles, soit parce que "pour tracer le cercle autour du triangle, il faut un centre et que le centre doit être à l'intérieur du triangle".

10ème situation

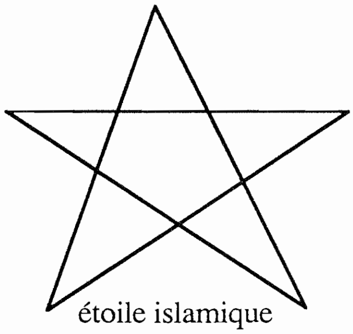
pour étudiants
Inscrire dans un cercle donné un triangle de forme donnée

11ème situation

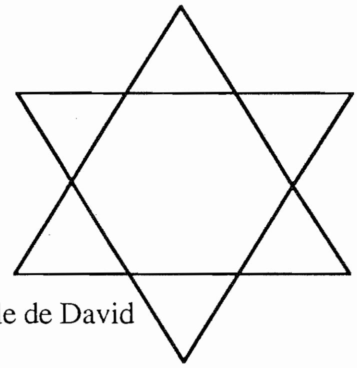
pour étudiants
"Entriangler "un cercle avec un triangle de forme donnée

12ème situation

pour étudiants
Quel est le périmètre et l'aire de ces deux figures ?



étoile islamique

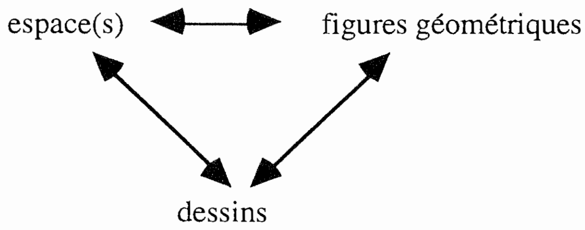


étoile de David

Remarque: pas de définition de *figure* ni *périmètre* !
La première se trace d'un coup, sans lever le crayon. Les étudiants ont tendance à considérer que le périmètre est cinq fois la longueur du côté du pentagone régulier. Pour la seconde étoile, il y a débat, certains considérant que l'on a affaire à deux figures et non à une seule : un dodécagone (le "tour extérieur") et un hexagone régulier à l'intérieur. Pourtant l'étoile de David est également Eulérienne c'est à dire. qu'on peut la tracer d'un coup de crayon, en dessinant l'hexagone central puis en dessinant les bords des “petits triangles”: donc topologiquement c'est équivalent.

Séance 2

Nous l'avons consacrée à analyser les difficultés rencontrées par les élèves de l'école élémentaire.



Le dessin, c'est à la fois :
- un mode d'expression
- un outil de modélisation, de représentation, à la fois de l'espace et de la figure géométrique, de caractère analogique: il transporte, via la *perception*, les propriétés du signifié.
- il est support *matériel* d'action, de langage, de conceptualisation tantôt comme
  - objet autonome
  - représentation d'espace
  - métalangage pour présenter un phénomène
  - avatar, incarnation de la figure géométrique

En faisant un dessin si on est habile on peut représenter des figures mais aussi des configurations et des relations.

Dans la littérature, selon Bkouche, il n'y a pas de définition de la *figure*. Arsac introduit une distinction très commode entre figure et dessin géométrique : la figure est l'objet ("idéal", au sens de Platon), modélisé par un dessin *figuratif*, mettant perceptiblement en *évidence* (il fait voir) les propriétés (propre au savoir).
configuration : ensemble de figures, incluant des positions respectives, mais aussi par rapport au "fond", à l'orientation du support.
exprimer : ex-primer, donner quelque chose à voir et à *entendre* (= je vous entends bien).

Dessin et concept de figure : essai de classement des difficultés rencontrées par les élèves.

Difficultés sur le concept lui-même
On constate de nombreuses interférences entre champs de conceptions.
figure $\leftrightarrow$ dessin $\leftrightarrow$ grandeurs $\leftrightarrow$ mesures

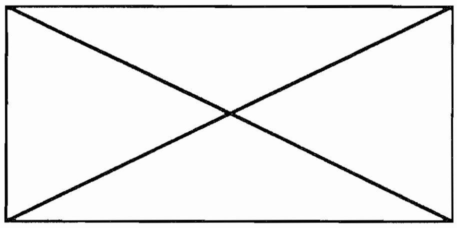
sur espace $\leftrightarrow$ dessin	P. Greco[1], M.H. Sabin, R. Berthelot, Colloque *figure & espace*
sur dessin $\leftrightarrow$ figure	B. Parzysz
sur espace $\leftrightarrow$ figure	E. Barbin et al.

Difficultés sur le dessin lui-même
conflits percept/concept
- le visible et l'invisible (objets non tracés, être capable de ne pas voir du visible et de voir de l'invisible)

[1] *approche psychopathologique de l'espace*, IREM de Rouen

• typique (lié à apprentissage) et archétypique (lot commun de l'humanité) R Noirfalise (*Repères*)
• lectures plurielles d'une configuration : traitement figural ; obstacle du dédoublement (R.Duval)

Ainsi sur ce dessin :



beaucoup délèves voient-ils :
- 6 segments de droite
- 8 segments de droite...

mais en tout cas pas 10, car cela impose de trouver trois segments sur chaque diagonale.

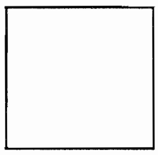
<u>problèmes liés à la désignation</u>

• *vocabulaire*

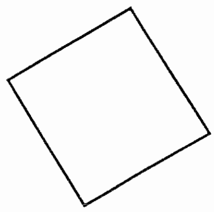
- *présence de mots du langage usuel* : rond, carré, rectangle...

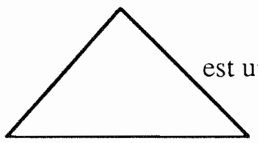
a) dans la langue courante un carré n'est pas un rectangle
b) les dessins ne sont évocateurs de la figure géométrique qu'ils modélisent que lorsqu'ils présentent une disposition canonique :

Pour la plupart des enfants,

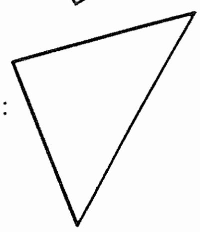


est un carré, contrairement à :



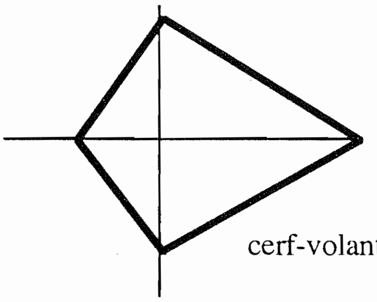


est un triangle, contrairement à :

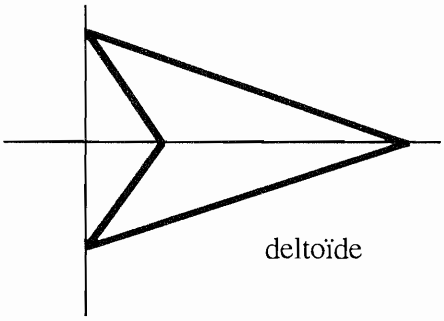


La terminologie vient "logiquement" renforcer l'idée que la position des dessins peut changer la nature des figures représentées : ainsi un triangle représenté avec un côté horizontal n'aura-t-il pour les élèves qu'une base (en bas !) et qu'une hauteur (dont la longueur est la différence d'altitude entre la base et le sommet !).
Le carré enfantin n'est pas invariant par déplacement, il est identifiable par rotation.
<u>Remarque</u>: des travaux américains sur la reconnaissance de formes en fonction de l'écart angulaire entre modèle et forme chez les chimpanzés montrent une quasi proportionnalité entre cet angle et leur temps de réponse .

– *absence de terme pour nommer une figure* : en France, on ne considère pas comme usuelles des figures faisant objet d'un enseignement ailleurs en Europe :



cerf-volant



deltoïde

• *symbolisme*

Voici un exercice préliminaire :
Soient A, B, C non alignés. Trouver un quatrième point pour qu'il forme avec les trois premiers un parallélogramme.
La désignation du parallélogramme introduit une contrainte, peu de réponses comme quoi il y a 3 solutions. Les conventions pour la désignation des polygones, bien qu'elles existent (Henri Bareil), sont rarement écrites, explicitées. La donnée de trois points n'infère pas toujours l'idée de triangle chez l'enfant, lorsque l'on nomme les points. En effet, joindre A à B, puis B à C, ne suffit pas pour obtenir le triangle ABC.

• Difficultés liées à l'enseignement

On peut en effet penser que certaines difficultés des élèves sont renforcées par l'enseignement...sinon crées par lui.
Jusqu'en 1970, l'enseignement élémentaire de la géométrie s'appuyait sur **deux** principes :

<u>une progression du simple au complexe, du particulier au général</u>

point → ligne → surface → volume

carré → rectangle parallélogramme → trapèze → quad.qcq.

<u>un rituel au coeur même de l'apprentissage</u>

• Pour chaque figure, observation, constats, inventaire de propriétés (nombre de sommets, côtés, diagonale, parallélisme, perpendicularité) ;
• mode de tracé
• calcul de périmètre
• calcul d'aire

Depuis 1970, **deux** autres principes sont continuellement présents, explicitement ou non, dans les moutures successives des IO.
priorité aux <u>activités géométriques,</u> permettant de caractériser les <u>propriétés comme invariants de certaines transformations</u> ;
<u>séparation nette du numérique et du géométrique, du géométrique et de la mesure.</u>
En fait, au-delà de la lettre des IO, les pratiques d'enseignement restent très marquées par une certaine tradition, en appui sur l'ostension de figures statiques, indépendamment les unes des autres.
Sans nous livrer ici à une analyse plus fine de cet enseignement, on peut tout de même proposer quelques constats à propos des connaissances des élèves en géométrie, à partir desquelles on avancera quelques idées directrices pour la conception d'ingénierie didactique.

Constats sur des caractéristiques des connaissances en géométrie

• Les figures sont conçues comme des états stables.

• les catégories de figures sont "étanches", juxtaposées, conçues comme s'excluant, et interdisant les opérations mettant en jeu des figures de catégories différentes.

• Tour et surface, périmètre et aire, sont des propriétés de figures se construisant "les unes contre les autres", en conflit et complémentarité. À ce titre, elles méritent un travail didactique approfondi.

• La discrétisation des espaces graphiques à l'école (graduation des lignes, quadrillage des surfaces), introduite pour faciliter le calcul numérique de mesure (N et système métrique), amène à une conception faussée des grandeurs, voire des figures.

• Les élèves changent difficilement de point de vue dans leur lecture initiale singulière d'un dessin, faute d'être familiarisés avec sa polysémie. Cette lecture première est souvent implicitement amorcée en classe par la stratégie utilisée par l'enseignant pour tracer cette figure, conduisant une maïeutique muette grâce au dessin...et laissant l'élève très démuni lorsqu'il doit seul réagir face à un dessin qu'il n'a pas vu construire, ou lorsqu'il doit lui même choisir une stratégie de construction.

• La lecture d'un dessin fonctionne beaucoup mieux, voire seulement, dans les cas "typiques" : position, convexité, régularité, symétrie...
• Les modes de traitement des situations par les élèves privilégient les notions favorisées par l'enseignement : perpendicularité, mesure, calcul, procédures canoniques de tracé aux instruments...

Quelques idées directrices pour la conception de situations didactiques.

A) Certains caractères des difficultés dans le traitement du dessin géométrique (réduction archétypique → compétence locale, caractère rétif des conceptions initiales) font envisager l'existence d'un obstacle épistémologique.

B) Certaines des difficultés constatées dans l'utilisation du dessin semblent être liées à des renforcements didactiques de cet obstacle.

C) L'apprentissage du dessin géométrique est à peu près "transparent", implicite, sauf sous ses aspects purement techniques (usage des instruments), de façon un peu analogue à l'apprentissage de la langue maternelle. Le dessin géométrique étant, selon THOM, le "langage intermédiaire entre la langue usuelle et le langage formalisé des mathématiques", l'école fait mine de compter sur l'expérience comme ressort principal de l'apprentissage du dessin.

D'où l'intérêt pour le "dessinage", l'étude explicite des techniques d'engendrement de "figures matérielles", en appui sur l'analyse fonctionnelle, technologique, des aspects des figures que chacune de ces techniques privilégie. Du point de vue de l'enseignement, l'introduction de telle ou telle procédure d'engendrement peut, en complément des images figées, apporter des conceptions plus cinétiques, intégrant le mouvement, susceptibles (c'est à démontrer) de faciliter les changements de point de vue, et de permettre d'échapper à l'attraction de la lecture première.

Présentation en extension du dessinage[2]

Piquetage
Intéressant de voir en terme d'obsolescence, de recherche d'un piquetage minimal en vue de la reproduction d'une figure.
points -> ligne pointillée -> ligne fermée -> engendrement trajectoire possible mais non nécessaire
piquetage -> pointillage
axiome d'Euclide implicite: pour tracer un segment il suffit des 2 points extrémités.

Le tracé à main levée
- engendrement trajectoire nécessaire, à main levée
- ligne continue ouverte -> ligne fermée fixe
- modifiable par effacement

Nuage
- engendrement par voisinage discontinu (tache d'encre en maternelle, nuage de points en statistiques)
- points -> surface fermée fixe

Logo
- engendrement par trajectoires ; (résidu de logo: déplacements sur quadrillages)
- nécessité de la mesure
- ligne continue ouverte -> ligne fermée fixe

Cabri-géomètre
- univers de construction séquentielle, par combinaison de procédures
- tracé filaire (lignes qu'on engendre), à production instantanée de la trajectoire (chaque objet est statique), au moins dans les premières versions de CG
- on intègre instantanément des éléments variables
- la figure obtenue est modifiable

Remarque de Cuppens : il existe un travail de Jean-François Cannet sur Cabri à l'élémentaire, et des travaux anglais montrant les difficultés de Cabri.

Géoplan, ou planche à clous
- on privilégie sommets, perpendiculaires, discrétisation
- ligne fermée -> ligne fermée
- modifiable

Emporte-pièce
- instantané global
- ligne fermée -> surface fermée
- fixe

---

[2] note du claviste: on voit ici la différence de méthode entre la didactique et la mathématique. En mathématiques on passe son temps à chercher les grandes équivalences pour raisonner ensuite à une équivalence près. Par exemple, le quadrilatère peut être défini comme ligne brisée fermée particulière ou comme ensemble de quatre points (voire comme quadruplet de points) : on prendra la définition permettant les raisonnements les plus simples ensuite, sachant que les résultats sont les mêmes avec des définitions équivalentes. En didactique par contre, il s'agit de traquer les <u>différences subtiles</u> (qui sont parfois des *presque riens* comme dirait l'autre), qui changent tout cognitivement. Un rectangle en paille n'est pas un triangle en ficelle <u>sur le plan didactique</u>.

En formation des maîtres, le formateur est donc exposé à tenir des discours méthodologiquement contradictoires selon qu'il parle plutôt en mathématicien ou en didacticien.

Pinceaux ; brosses
- surface ouverte -> surface fermée fixe

Découpage ; ciseaux
- ligne ouverte -> surface fermée fixe
- trajectoire

Pochoirs et gabarits
- surface fermée -> surface fermée
- surface fermée -> ligne fermée
- fixe

Hachurage
- lignes parallèles -> surface fermée fixe

Pliage
- surface fermée -> lignes -> surface fermée

Ficelle (à poulet) et épingles
- ligne ouverte -> ligne fermée
- déformable

Pailles (à cocktail) et ficelle (à poulet)
- paillage filaire du tour ; "mobidules": ficelle dans les pailles
- segments -> ligne fermée ou ouverte
- déformable

Pailles et support (ou "ruban")
- paillage surfacique
- segments -> surface
- déformable

Les logiciels de traitement de texte.

- Il est tout à fait intéressant d'étudier les primitives de ces logiciels :
outils de création d'objets, de déplacement, d'assemblage ou de désassemblage, de déformation d'objet, de duplication.

Deux questions s'imposent nécessairement :

1) en fonction de quelles contraintes les concepteurs de ces logiciels ont-ils effectué leurs choix, qui correspondent à une modélisation extrêmement différente de celle inférée par le dessin papier-crayon-instruments usuels de tracé ?

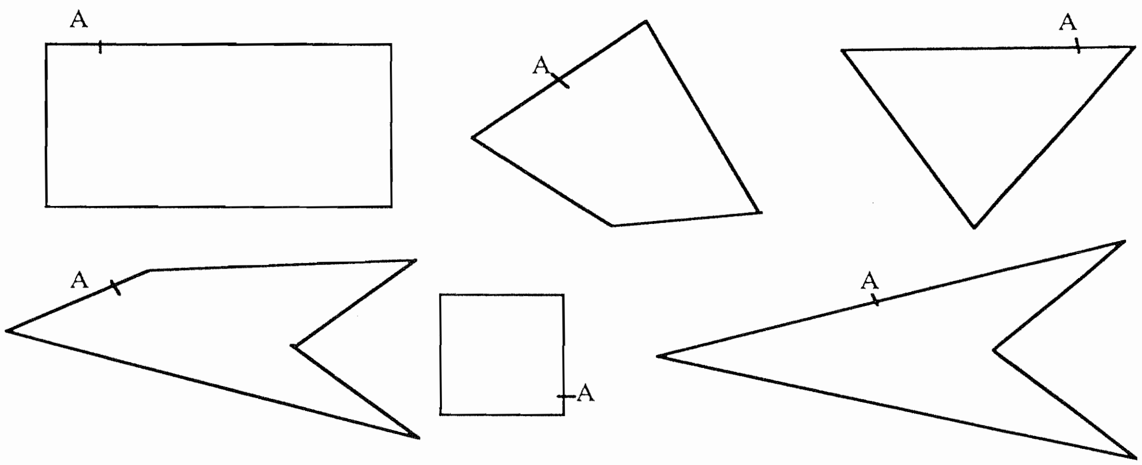
2) Quels effets cela peut-il avoir sur les images mentales (ou les films mentaux) des enfants qui utilisent ces logiciels pour dessiner ?

Séance 3

Elle a été consacrée à étudier, à partir d'un document d'une quinzaine de pages diffusé aux participants, une situation didactique, destinée aux élèves du cycle III, tirée du document de travail des équipes de la recherche.INRP consacrée à la géométrie.
Cette situation avait pour but de donner du sens au concept de périmètre de domaine plan, en distinguant ligne et longueur, en s'interdisant pour un temps la discrétisation et la numérisation, tout en tirant le meilleur parti possible des particularités géométriques des figures. Nous ne détaillerons pas ici ce qui sera publié d'ici fin 1995 à l'INRP.
L'idée principale consistait à faire effectuer des "partages de tour de domaines", et à mettre les élèves en situation de communication, pour valider ou invalider les productions, et obtenir des justifications d'ordre géométrique.

Exemple d'activité

Voici des parcours de course à pied. Pour chaque parcours, on veut faire un relais pour quatre coureurs ; chacun doit parcourir la même distance. Le point A représente la position de départ du premier coureur. Marque sur chaque dessin le position de départ des trois autres.



Quelques éléments de bibliographie

ARSAC G. (1989). La construction du concept de figure chez les élèves de 12 ans. Actes de la 13ème conférence internationale de Psychology of mathematical education. Volume 3. Dans le même volume, voir aussi :
L'incidence de l'environnement sur la perception et la représentation d'objets géométriques, par Pallascio, Talbot, Allaire et Mongeau.

ARTIGUE M. et ROBINET G. (1989). Conceptions du cercle à l'école élémentaire. Recherches en didactique des mathématiques 3-1. La pensée sauvage. Grenoble.

AUDIBERT G. (1984). Démarches de pensée et concepts utilisés en géométrie plane, dans l'enseignement secondaire. Thèse d'État. Université de Montpellier.

BERTHELOT R. et SALIN M.H. (1992). L'enseinement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse d'État. Université Bordeaux I.

BOUDAREL ,COLMEZ F. et PARZYSZ B.(1987). Représentation plane des figures de l'espace. Cahier de didactique des mathématiques n°48. IREM Université Paris VII.

BROUSSEAU. G.(1986) , L'enseignement de la géométrie élémentaire en tant que modèle de l'espace p447 à 480. Thèse d'État : théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques. Université Bordeaux I.

BROUSSEAU. G.(1983), Étude de questions d'enseignement ; un exemple : la géométrie, Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, Grenoble IMAG. LSD.

CHEVALLARD Y. et JULLIEN M. (1991). Autour de l'enseignement de la géométrie au collège. "petit x" n°27 pages 41 à 96. Première partie.
IREM d'Aix-Marseille. Diffusion : IREM de Grenoble.

CORDIER F. et J. (1991). Représentations typiques et biais cognitifs. Recherches en didactique des mathématiques 11-1 page 45 sq. La pensée sauvage. Grenoble.

DENIS M.(1982). Représentation imagée et résolution de problème. RFP n°60 pages 19 à 29.

LABORDE C. (1988). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'expérimentation des phénomènes didactiques. Recherches en didactique des mathématiques 9-3 pages337 à 364. La pensée sauvage. Grenoble.

LABORDE C (1994). Mouvement et géométrie : Cabri-géomètre. Bulletin de l'APMEP. (référence à préciser : j'ai prêté mon exemplaire).

LUCAS (1960)réédition. Récréations mathématiques. L'arithmétique en boules et en bâtons. Librairie Blanchard.

LABORDE C. (1988). L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'expérimentation des phénomènes didactiques. Recherches en didactique des mathématiques 9-3 pages337 à 364. La pensée sauvage. Grenoble.

LABORDE C (1994). Mouvement et géométrie : Cabri-géomètre. Bulletin de l'APMEP. (référence à préciser : j'ai prêté mon exemplaire).

LUCAS (1960)réédition. Récréations mathématiques. L'arithmétique en boules et en bâtons. Librairie Blanchard.

MERCIER A. et TONNELLE J. (1992 et 1993). Autour de l'enseignement de la géométrie au collège. Deuxième partie : "petit x" n°29 pages 15 à 56. Troisième partie : "petit x" n°33 pages 5 à 35. IREM d'Aix-Marseille. Diffusion : IREM de Grenoble.

NOIRFALISE R.(1991). Figures prégnantes en géométrie. Repères n°2.

PADILLA SANCHEZ V. (1992). Lacquisition des traitements figuraux pour l'apprentissage en mathématiques. Thèse. Université se Strasbourg. IRMA.

PERROT G. (1992). Analyse de régularités dans des processus de résolution de problèmes, en géométrie plane. Mémoire de DEA en didactique des mathématiques. Université Paris VII.

ATELIER A2

DIFFÉRENCIATION EN MATHÉMATIQUES

Didier LASSALLE
IUFM de Pau
Louis ROYE
IUFM de Lille

Le groupe a réagi à des documents présentant des travaux effectués en classe primaire: *il s'agit, à l'intérieur d'un module d'apprentissage de 6 semaines, environ 24 heures, sur les rationnels et décimaux, d'une phase se situant dans la quatrième semaine.*

Documents présentés	**Problèmes soulevés et discutés**
Productions d'élèves de CM2, évaluation de compétences	Choix des compétences évaluées, adéquation: - au niveau des élèves - aux exigences institutionnelles (programmes, collège)
Grille récapitulative des réussites et échecs Interprétation et analyse	Problèmes liés à l'évaluation : - qu'est-ce qui est (doit-être) évalué ? les performances ? les démarches dans la résolution ?
Exploitation : constitution de groupes correspondant à : différents niveaux de compétence différents besoins	L'exploitation repose-t-elle sur... la quantité de réussites/ échecs ? les types d'erreurs ? les processus de résolution ?
Travaux de remédiation	Statut des remédiations (prophétiques, cognitives, cf L. Roye) En quoi consiste le contrat didactique ? Est-il le même pour tous les élèves ? Peut-il ne pas être le même ?

Autres documents étudiés :

Documents présentés	**Problèmes soulevés et discutés**
Phase similaire concernant la division au CM2 Une situation problème dans le cadre des fonctions numériques	Problèmes d'organisation : fréquences des phases de ce type modalités d'exécution des activités de remédiation : individuelle ou en groupes autonomes, assistées ou soutenues rôle du maître à ce moment
Etude globale, donc pluridisciplinaire, d'une fiche de remboursement de sécurité sociale : mise en oeuvre de compétences en lecture, maths, sciences sociales. Activités différenciées en géographie : travaux sur cartes recherches autonome d'informations dans des sources diverses	Ces compétences méthodologiques sont-elles: transférables, utiles aux mathématiques ? réellement transdisciplinaires, transversales ? Problèmes d'ordre éthique : peut-on avoir des exigences différentes suivant les élèves ? est-il acceptable que des enfants arrivent à des niveaux différents d'acquisition des compétences ?

Un autre thème a été évoqué : qu'en est-il de la différenciation à d'autres niveaux d'enseignement : cycles 1 et 2, collège, lycée, université, IUFM ?

ATELIER A4

GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE MATERNELLE

Animateur : **Claude RIMBAULT**
IUFM de Saint Brieuc, IREM de Rennes
Rapporteur : **Jacqueline EURIAT**
IUFM de Lorraine

Cet atelier, proposé in extremis pour que l'école maternelle ait droit de cité dans ce colloque, a été assidûment suivi par 18 collègues dont une moitié de formateurs récemment nommés en IUFM et, bien sûr, chargés de l'animation et de la formation relatives à l'école maternelle !

Un lecteur averti des programmes de l'école primaire du 9 mars 1995 aura relevé l'impertinence de l'intitulé de l'atelier puisque le mot géométrie ne figure dans l'annexe relative à l'école maternelle que dans l'expression "enrichissement des observations qui préparent à la géométrie".

Toutefois, le support "officiel" de l'atelier aura été le paragraphe relatif à la reconnaissance des formes aussi résumé.

* Les formes dont les propriétés des (objets-espaces) reconnues / construites / tracées

* Expériences dans des espaces (proches-lointains) avec des objets (petits-grands)

* Découverte de formes (fermées-ouvertes), des notions (d'intérieur-d'extérieur)

* (Différenciation-classification) de formes (régulières-irrégulières)

* Désignation de formes

Ce sont les travaux de Monique HION (école maternelle Kervoilan de PERROS-GUIREC (22)) sur le rond en petite section de maternelle qui ont servi de support dans la recherche par le groupe de l'adéquation du programme aux réalités du terrain.

Le projet de Monique HION (de début janvier à fin février)
À partir de la galette des rois :
"Oh, le beau gâteau
Il est rond,
Il est beau,
C'est toi qui l'as préparé,
C'est moi qui vais le manger !"

Rendre l'enfant capable de prendre conscience d'une forme (le ROND) par :

1. Sa reconnaissance.
2. Sa manipulation.
3. Sa production.
4. Sa reproduction graphique.
5. Sa décomposition et recomposition.
6. Son occupation de l'espace.

I - Sa reconnaissance

Ensemble :

- Recherche d'objets ronds simplement identifiables dans un déballage de matériel très varié (activité : pêche à la ligne).

- Ce qui est rond dans le décor de la classe (dans le coin cuisine, plaques, assiettes...; pieds de tables, pendules, roues du tricycles,.... Recherche de tous ronds (cloison, oeillets de chaussures, ...)

- Ce qui est rond sur nous (le chouchou d'Aurélia, le pantalon de Claire avec des gros pois, les lunettes de Garlonne, les boutons, ...). Photocopie pour en fixer l'image.

Individuellement :

- Tri de ronds parmi diverses formes de papier prédécoupées (collage).

Travail collectif ou individuel :

Avec matériel faisant intervenir l'épaisseur, la grandeur (avec verbalisation) ; recherche de ronds dans les livres, les photos, les posters, la publicité,...

II - Sa manipulation

- Jeux libres en salle de jeux (ou dehors) avec cerceaux, anneaux, disques de bois : on fait tourner le volant, on fait rouler, ...
- Jeux d'encastrements (ronds de différentes tailles).
- Jeux d'emboîtements.
- Jeux de "moitié" (demi-disques).
- Enfilage de capsules, de boutons.
- Travail avec récipients à couvercles ronds à adapter, emboîter ou visser (dans les coin transvasements).
- Bouchons de liège et récipients à trous ronds adaptés ou non à la base des bouchons.
- Extension en largeur d'un rond par rayonnement (on accroche des pinces à linge tout autour d'un rond de contreplaqué fin).

III - Sa production

- En cuisine : la galette des rois et le gâteau en couronne (la pâte cuite garde la forme du moule).

- Dans la terre, pâte à modeler ou pâte étalée au rouleau : empreintes avec différents objets de base ronde (bases pleines : empreintes en creux ; bases vides : empreintes en relief ; avec des objets donnant des empreintes de ronds concentriques).

- Dans la pâte à sablés, avec des gobelets comme ébauchoirs.

- Tamponnage en appliquant sur papier la base de cylindres en carton trempés dans la peinture (varier les dimensions).

- Production de ronds avec des carottes coupées, des pommes de terre coupées, ...

- Découpage en rond suivant un trait.

- Perforations rondes avec une petite perforatrice (trous et confettis).

- Fabrication d'anneaux de papier en fixant les extrémités de bandes (après observation du montage de la couronne des rois).

- En modelage, technique du colombin et fabrication d'anneaux.

- Pochoirs.

- Jeu du Petit Poucet (deux enfants A et B tiennent les deux extrémités d'une corde à jouer de 2 mètres. A est fixe ; B corde tendue tourne autour de A et dépose un objet à chaque pas. On observe la disposition des objets. Variante : B traîne ses pieds dans le sable et produit ainsi un rond.

IV - Sa reproduction graphique

- À main levée (au crayon noir) : un exercice au début des travaux et un autre à la fin (test).

- Avec matériel inducteur

  1. Pour favoriser l'acquisition du geste graphique.
     * à la cuisine : apport d'un moulin à légumes (mouvement tournant à l'horizontale et d'un fouet à moulin (mouvement tournant à la verticale sur le côté).
     * à la salle de jeux : cerner le tour de cerceaux ou anneaux posés au sol avec des bâtons en se déplaçant tout autour.

  2. À l'atelier graphisme

     * Avec un gros feutre, chacun fait le tour de la galette des rois. Idem avec les petits sablés (usage de gabarits). Même travail avec d'autres objets ronds en utilisant le feutre, les pinceaux, la peinture,...

* À partir de ronds de papier pleins ou évidés (couronnes) fixés : travail libre avec craie blanche sur plan incliné ; avec pinceau, sur plan horizontal.
* Graphisme avec déplacement : une craie de couleur en main, on trace le tour de la table ronde en marchant autour et on s'arrête quand le rond est refermé.

- Travaux avec feuilles à trous ronds.

  Jeux de contour (petits formats et crayons feutres sur la table ; grands formats et peinture sur plan incliné). Ronds concentriques.

V - Sa décomposition et recomposition

- Assemblage de moitiés (critères de couleur et de grandeur).
- Raccords de morceaux manquants (les parts).
- Découpage d'images rondes tirées de catalogues ou de publicités en deux puis, reconstitution.

VI - Son occupation de l'espace

- Manipulations libres avec ronds de carton et de plastique (observation des réponses intéressantes avec verbalisation).
- Reproduction sur fiches (par la maîtresse) puis exploitation de ces fiches avec reproduction par les enfants (manipulations ou collages parfois suivis de graphisme).
- Observation de photos de journaux (publication ou autre) apportés par la maîtresse et affichées dans la classe.

Matériels et bibliographie cités

Matériels

Polydron : 64 Rue Rodier - 75009 Paris - Tel 48 78 11 72
BCH : Hubert Chevreuil - BP 16 - 53200 Azé - Tel 43 07 05 85
Florasco chez Asco
Kapla (Camif)
WESCO (Camif)
Sous bocks de bière ... dans les cafés ....
Compas coupeur OLFA
Geoclown chez Nathan
Celda
Carton plum
Drawing Gum

Bandes vidéo

"Petit pion deviendra grand" au CDDP de Quimper.
"Le trésor" de J. Pérès - IREM de Bordeaux.

Documentation

"La géométrie à l'école élémentaire" - Thèse de Berthelot.
"Espace et géométrie 4 à 6 ans" de Danièle Chauvat et Annick David à l'IREM de Nantes (1980).
"Vivre le triangle à l'école maternelle" (Copirelem - Stage de Cahors).
"Jeux de formes et Formes de jeux" de B. Bettinelli
Bulletin des PEN N° 14,
Bulletin de liaison des professeurs de mathématiques des écoles normales de Rennes, St Brieuc, Quimper et Vannes - Septembre 1991.
Bulletin des PEN N° 13 de Rennes.
"Mathématiques et jeux" de François Boule chez Cédic.
"1,2,3 Jouez" de François Boule chez Nathan.
"Compter à l'école maternelle ? Oui, mais" de R. Brissiaud.
"Recueil de comptines numériques" de N. Porcel (diffusion restreinte) IUFM de Lons-Le Saulnier.
"La petite section d'école maternelle" de E. Bertouy - Editions de l'Ecole.

ATELIER A5

LIAISON CM2-6ème

Animateur : **Marie-Yvonne LE BERRE**
IREM de Lyon

Deux thèmes de travail ont été abordés : géométrie plane et nombres décimaux.
Chacun des thèmes a fait l'objet d'une séance plénière, puis d'une séance en sous-groupe.

I - Problèmes d'enseignement de la géométrie

Ce thème a été introduit à partir de la présentation d'activités menées dans une classe de sixième regroupant des élèves en grande difficulté, activités portant sur l'utilisation du quadrillage, plus particulièrement dans la perspective du repérage (points, droites, directions)- et du tracé d'angles droits.

Le travail décrit s'inscrit dans une **problématique pratique** : il vise la maîtrise du quadrillage en tant qu'outil de dessin, au même titre que l'équerre, le compas, sans qu'il y ait nécessairement compréhension ou explicitation des propriétés mathématiques sous-jacentes. C'est le cas, par exemple du tracé d'angles droits s'appuyant sur le comptage de carreaux.

Le point de vue adopté est la fréquentation de certaines propriétés qui seront explicitées dans les classes ultérieures (en particulier en troisième).
Les arguments en faveur de ce point de vue reposent sur la nécessité de négocier avec des élèves en difficulté l'entrée dans un apprentissage quelconque, en leur donnant des occasions de réussir et maîtriser certaines tâches. Les objections mettent en avant le risque de dénaturer le sens de l'activité mathématique, de créer ou conforter des contresens chez les élèves, donc des difficultés supplémentaires.

Première difficulté : **les interactions entre tracé, dessin et géométrie.** Les nouveaux programmes de l'école réduisent la géométrie au dessin géométrique. Celui-ci participe aussi d'un apprentissage en dessin et technologie. Au collège, quand on pratique des activités de ce type en cours de math, leur statut n'est pas toujours (souvent ?) clair. Comment passer d'une problématique à une autre ?

Autre difficulté : les activités sur quadrillage relèvent de la géométrie orientée, qui doit céder le pas en début de collège à la géométrie des classes de figures (pour réapparaître en force en troisième).

Les notions de **parallèles et perpendiculaires**

A l'entrée en sixième, on peut constater les erreurs de nombre d'élèves dans les tâches les plus simples de reconnaissance. Perpendiculaire , parallèle, droite peuvent être simplement des mots, fortement associés entre eux. Comment expliquer cela ?
Les objets de la géométrie sont introduits à l'école dans une démarche basée sur la perception, et d'abord la perception globale. La droite, l'infini ne sont en principe pas évoqués. De même toute la géométrie se fait sans système de désignation des objets. on peut alors s'interroger sur la survivance d'un "apprentissage" de "droites parallèles, droites perpendiculaires", qui semble plus un rituel culturel qu'autre chose.
Le parallélisme apparaît à l'école comme une déclaration concernant les paires de côtés opposés d'un rectangle, les activités à ce sujet sont limitées à quelques tracés. C'est la notion d'angle droit et non celle de droites perpendiculaires qui est travaillée, dès le CP. Elle est d'abord attachée au carré, qu'elle permet de définir, puis intervient dans les autres figures de base, et peut sous-tendre pas mal d'activités.

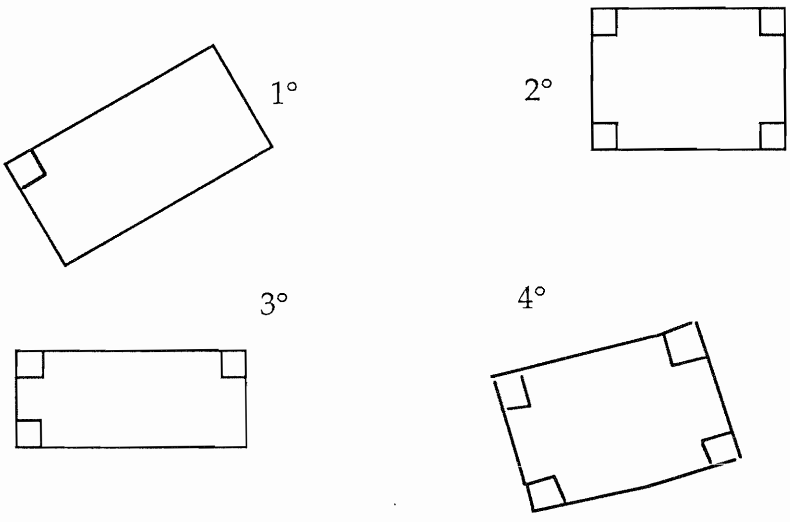
La désignation des objets en géométrie. L'apprentissage du codage peut-il aider l'évolution du rapport de l'élève à la figure géométrique ?

Ce dernier point a semblé suffisamment intéressant pour occuper une séance en sous-groupe, durant laquelle le travail actuel d'un groupe de l'IREM de Montpellier a été présenté et discuté.

Ce travail part d'un constat : la fonction du codage n'est actuellement pas définie. Il apparaît souvent comme un geste spontané, parasite. Or les différents emplois du codage recouvrent les différents statuts du dessin en géométrie.

Sur le dessin n°1, le codage d'un angle droit peut signifier que la correction du tracé a été vérifiée, ou que l'angle droit a été reconnu.

Sur le dessin n°2, la figure rectangle est signifiée, sur le dessin n°3, elle est définie par une propriété suffisante. L'emploi d'un schéma, d'un dessin approximatif, donne clairement au codage le statut d'un énoncé dans le dessin n°4.



Le quadrillage remplit aussi différents emplois : moyen de tracer un rectangle effectif, annonce d'un tel rectangle, ou forme d'énoncé.

Outre la clarification de ces différents emplois, on peut s'intéresser aux activités qui permettront aux élèves de les maîtriser . A l'école, il peut s'agir de constructions (tracer une figure à partir d'un schéma codé). Un minimum de "réglementation" du CM à la cinquième reste à définir.

II - Construction du sens entre fractions et décimaux

La réflexion s'est appuyée sur un exposé de J. Bolon concernant les programmes et les pratiques actuelles.

Un constat : la **défaillance de l'enseignement sur les notions d'arrondi, de chiffres significatifs.**

Grande question : les programmes actuels permettent-ils la construction du sens sur ces questions ?

La description des objets : ordre, intercalation, opérations, y occupe beaucoup de place. Le type d'exercices des cahiers d'évaluation à l'entrée en sixième en témoigne. En 94, cependant, il y a des exercices plus nombreux sur l'ordre de grandeur, le calcul dans un contexte de mesure de longueurs.

D'autre part, le programme de sixième présente les fractions (décimales) comme des opérateurs, jamais comme des mesures. Il y a donc rupture, changement de statut du nombre, et cette rupture est pratiquement laissée à la charge des élèves.

Dans le travail que fait J. Bolon pour sa thèse, des enseignants de l'école et du collège sont amenés à donner leur avis sur différents scénarios d'enseignement : grandeurs et unités de mesure ne sont jamais évoqués.

Ce n'est pas tout. Les fractions décimales peuvent apparaître comme recodage des décimaux : quel peut être alors le sens ? La liaison entre division euclidienne et fraction n'est pas explicite dans les programmes. L'hétérogénéité des élèves risque aussi d'entraîner l'appauvrissement des contenus. proposés par les enseignants . N'y a t-il pas un aplatissement de l'enseignement sur les connaissances exigibles du programme ?

Le sujet a été repris en sous-groupe : compte-rendu de Raymonde Bury

COMPTE-RENDU DU TRAVAIL DE GROUPE

Animateur : **Raymonde BURY**
IREM de Lille

Thème : les fractions, les décimaux
construction de sens entre fractions et décimaux
fraction ordinaire → fraction décimale → décimaux

* À l'école élémentaire la tradition est le numérique.
Il existe un travail avec une manipulation effective mais sans liaison véritable avec les sciences et la technologie.

* En classe de 6ème, il existe peu de travaux avec manipulation, le travail est en général déconceptualisé.
Les travaux sur les décimaux de la vie courante étudiés au cycle 3 évoluent ainsi vers des travaux mettant en place la notion des décimaux des mathématiciens.

* Il paraît nécessaire de faire évoluer le concept des décimaux et de ne pas oublier de faire le recollement à partir des fractions mesure et de travailler en classe de 6ème les rapports liés au champ de numération, ce travail pourra être fait d'autant plus facilement qu'une mise en fréquentation de ces rapports au cycle 3.

* À la question "Qu'attend-on d'un élève qui entre en classe de 6ème en ce qui concerne la représentation des nombres décimaux", la réponse des membres du groupe de travail, même si pour certains, elle est peut-être qu'un souhait, les décimaux des mathématiciens.

ATELIER A6

GROUPE DE RECHERCHE APPLIQUÉE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE avec CPAIEN et INSTITUTEURS

Animateur : **François HUGUET**
IUFM de Quimper

Reprenant le même dispositif que "l'atelier-échanges" réalisé au cours des Journées Nationales de Brest-Loctudy en octobre 94 autour du thème des Mathématiques à l'École Élémentaire, cet atelier s'était fixé comme objectif d'établir un dialogue et des échanges entre les participants, à partir de l'exposition de quelques travaux réalisés par le groupe de recherche finistérien "Math 29", travaux réalisés au cours de ses 6 années de fonctionnement.

L'atelier s'est déroulé sur 3 plages horaires

1) Présentation des participants permettant de faire le point sur les attentes de chacun.

Cette 1ère phase a permis de constater la grande hétérogénéité des participants (des conseillers pédagogiques du primaire, un professeurs de collège, des PIUFM chargés de la formation des PE et des PLC et un professeur d'université) aussi bien concernant les origines que les attentes.

Après une brève présentation de l'historique de ce groupe de recherche, l'animateur a tenté vainement d'inciter les participants à prendre connaissance de divers documents exposés ou mis à disposition afin d'organiser par la suite des échanges concernant les travaux et résultats des expérimentations du groupe.

Visiblement, dans un premier temps, les attentes d'une petite majorité agissante des participants étaient ailleurs !

L'appellation "groupe de recherche" avait fait "tilt" et l'animateur pris légèrement au dépourvu dût tenter de répondre à des questions précises concernant la problématique de ces recherches, les sources et références utilisées, les garanties concernant la "reproductibilité"...

Se souvenant brusquement qu'il n'était pas devant un Jury de thèse ou DEA, il tenta de faire comprendre que l'important pour lui c'était de créer une dynamique dans le département en faisant travailler ensemble les Conseillers Pédagogiques des circonscriptions, les maîtres des classes associées et les professeurs d'IUFM en vue de faire évoluer les pratiques concernant en particulier les activités numériques au Cycle 2 à la lumière des récents travaux de l'INRP et des didacticiens.

Sans doute en raison de quelques maladresses verbales, certains malentendus n'ont pu être dissipés sans recours à des argumentations et le scénario prévu pour cet atelier a été considérablement modifié par rapport au déroulement de Brest qui avait laissé beaucoup plus libre cours à la curiosité et à l'expérimentation.
(Encore un problème de "reproductibilité" !)

2) Durant la dernière plage horaire nous avons pu explorer rapidement certains documents présentés et découvrir des activités notamment autour de nouveaux jeux de stratégie comme "quarto", "Pyraos" et le "jeu d'Abalone".

L'exposition

Elle était organisée autour de différents thèmes recouvrant des activités réalisées de la maternelle au CM2.

Elle comportait :

- Des productions et documents permettant de mieux comprendre le mode de fonctionnement du Groupe de Recherche et son organisation.

Ex : Des documents de référence produits par l'INRP
Des comptes rendus de séances avec analyse de productions d'enfants...

A l'occasion des Journées Nationales le CDDP du Finistère avait publié un **Dossier "Mathématique à l'École Élémentaire"** réalisé à partir des travaux du groupe en vente au prix de **40 F.**

- Des travaux réalisés au cours de trois expériences de "rallyes mathématiques" effectués à Camaret, à Concarneau et à Landivisiau.

L'originalité de ces projets réside dans le fait que les équipes étaient constituées d'enfants de plusieurs classes pouvant aller du CP au CM2 et qu'une part importante était réservée à l'auto-évaluation à partir d'un questionnaire prenant en compte le degré de coopération à l'intérieur de l'équipe et le souci d'expliquer à tous les solutions proposées.
Les épreuves étaient très variées recouvrants des activités numériques, géométriques, des jeux autour de la numération, des techniques opératoires, des jeux de stratégie comme "les échecs", l'usage de la tortue de sol et du langage LOGO en informatique et aussi des ateliers de "délestage" avec des énigmes ou casse-tête permettant de réguler les passages des enfants dans les différents ateliers.

- Des travaux illustrant l'idée : "Quand la géométrie devient projet !"

Cette idée forte, chère aux membres de notre groupe de recherche, consiste à mettre l'accent sur la motivation en trouvant une finalité aux productions des enfants.
C'est ainsi que durant deux années consécutives, des classes ont travaillé autour du projet **"Art et géométrie"** avec participation effective à une exposition.

L'un des thèmes était la **fabrication de toutes sortes de boîtes** avec règles de fabrication réalisations et analyses faites par les enfants.

Un document relatant ces travaux est en vente dans la circonscription de Châteaulin au prix de **40 F.**
L'autre thème concernait la **réalisation de "motifs celtiques"** avec des torsades et tous les problèmes de constructions au compas.

- **Le compte-rendu d'ateliers de géométrie** de la Moyenne Section au CM2 animés par des étudiants de l'IUFM, réalisés à l'école Yves Le Manchec de Quimper.

- **Une exposition de nombreux "livres à compter",** fort intéressants à utiliser et même à fabriquer avec des objectifs variés pour des enfants du cycle 1.

- **Des travaux réalisés autour de nombreux jeux de numération** tirés de sources variées ou inventés, avec des plans de jeux, des photos d'enfants en pleine activité et les objectifs que l'on peut se fixer sur le plan du comportement et de la coopération.

- **Le compte rendu d'une expérimentation autour de jeux de stratégie effectuée en Grande section et au CE1.**

(L'Abalone, l'Awelé, des jeux anglais "Cat and mouse", "In and out", "Spiralin", "Star trek" dans lesquels on se déplace sur des réseaux)
A noter le plébiscite des enfants en faveur de l'Abalone !
Ceci nous a amené à réaliser une première analyse de ces jeux avec en particulier une grille d'observation des comportements d'enfants concernant l'Abalone qui semble un jeu tout à fait adapté à des enfants de cet âge.

- **La présentation du "Kit 237"** qui est une réalisation de la circonscription de Châteaulin expérimentée en Grande section et au CP mais tout à fait exploitable à un niveau supérieur comme les participants ont pu le constater !
Il s'agit de réaliser un labyrinthe fermé à partir de blocs de bois reliés entre eux par toutes sortes de "fermetures" ou possibilités d'assemblage allant du simple crochet aux techniques modernes de targettes ou d'aimants.

Ce matériel très riche en possibilités a permis aux participants volontaires de vivre une difficile mise en situation, mais le manque de temps ne leur a pas permis ensuite de comparer leurs démarches à celles des enfants que nous avions enregistrés sur une bande vidéo.

- Enfin une autre **bande vidéo** diffusée par le CDDP du Finistère et intitulée **"Petit pion deviendra grand"** qui retrace une expérience un peu plus ancienne de cinq années concernant la pratique du jeu d'échecs à l'École Maternelle de Kerjean à Châteaulin, intégrée dans un véritable projet d'école.

Conclusion

Les participants au gré de leur inspiration ou de leur motivation se sont intéressés aux rallyes mathématiques, aux projets de géométrie et aux jeux.
Certains ont appris à jouer par exemple à l'Abalone, d'autres se sont confrontés au problème de l'assemblage du "Kit 237" et ont demandé des documents pour exploiter ou reproduire les expériences présentées.
D'autres ont cherché à comprendre comment, dans le contexte actuel des IUFM, il est possible de lancer et faire vivre un tel groupe de recherche. Cela nécessite bien sûr un projet collectif et une forte motivation mais cette attitude "volontariste" ne peut suffire malheureusement, pour apporter une réponse satisfaisante à la question posée !

Enfin, malgré un large débordement de l'horaire, il n'a pas été possible de tout exploiter et en particulier les bandes vidéo sont restées en sommeil.

La phase d'échanges après expérimentation a été escamotée, mais nous ferons mieux la prochaine fois.

Le Groupe de Recherche "Math 29" a été créé à l'initiative des professeurs d'école normale et de Conseillers Pédagogiques des circonscriptions du Finistère en 1988 après une action de recyclage des Conseillers Pédagogiques réalisée à l'échelon académique en 1987-88 par l'équipe des Professeurs des écoles normales de toute la Bretagne.

Au cours des 6 années de fonctionnement ce groupe s'est étoffé.

Il comprend actuellement une trentaine de participants :

- Des conseillers pédagogiques de la majorité des circonscriptions.
- Des maîtres des classes associées.
- Deux professeurs de l'IUFM de Quimper.

Des réunions d'une journée sont programmées 10 fois dans l'année à Châteaulin.

Après deux années de travail au niveau du CP, suivie de deux années au niveau du CE1, le groupe a réorienté ses activités dans l'esprit du travail par "cycle" autour de deux thèmes principaux :

- la géométrie
- les activités numériques

Dans ces travaux effectués au niveau du cycle III, il est accordé une place prépondérante à la résolution de problèmes.

ont participé à cet atelier : François BOULE - Daniel BERTHE - Denis BUTLEN - Claude COMITI - Annie FLOUZAT - Michel LAISNE - Monique LARDEY - Gérard LIPP - Hervé PEAULT - Jean-Claude PEDROLETTI - Jean-Guy SOUMY - Jean-Pierre VICENS

ATELIER A7

CULTURE SCIENTIFIQUE ET FORMATION

Animateur : **Hélène GISPERT**
IUFM de Versailles

L'image que l'on se fait d'une discipline, la représentation que l'on en a, influe fortement sur l'enseignement qu'on en donne. L'objectif de cet atelier était de présenter et de discuter différentes pistes pour tenter de faire évoluer la représentation que les futurs professeurs des écoles peuvent avoir des sciences, et plus particulièrement des mathématiques. Si l'histoire des notions mathématiques qu'ils auront à enseigner est l'une de ces pistes — empruntée depuis longtemps par de nombreux collègues formateurs —, elle n'est pas la seule. D'autres, complémentaires, devraient permettre de prendre en compte les différentes dimensions des mathématiques qui ne peuvent — aujourd'hui comme hier — se réduire à une discipline scolaire.

Approche culturelle des mathématiques : présentation d'une pratique

L'atelier s'est déroulé sur deux séances consacrées à la présentation et la discussion d'interventions que j'ai assurées dans le cadre de mon service de maître de conférences en histoire des sciences à l'IUFM de Versailles. Un premier type d'interventions concerne les savoirs et leur histoire, un second traite du mode de vie des sciences, et donc ici des mathématiques, dans les sociétés.

Ces interventions se sont appuyées sur quatre pratiques menées avec des publics et dans des cadres différents :

- Je suis intervenue auprès d'un public de PE2, dans le cadre de la formation disciplinaire, en co-intervention avec leurs PIUFM de mathématiques et, plus rarement, de philosophie et d'histoire. Dans le premier cas nous avons travaillé sur l'histoire de contenus mathématiques figurant au programme de l'école élémentaire ; dans le second nous avons abordé les mathématiques sous un angle culturel, traitant des différentes civilisations et de leurs héritages mathématiques et scientifiques (en histoire), ou de la conception des mathématiques à différents moments de l'histoire (en philosophie).

- J'ai retrouvé un public de PE2 dans le cadre de "modules d'élargissement culturel" optionnels montés avec d'autres collègues. Nous leur avons proposé des séances sur l'évolution des mathématiques au cours de l'histoire, de leur enseignement, de leur rôle et de leur utilité dans les sociétés. Nous avons, dans certains modules, abordé ces questions dans leurs dimensions contemporaines, organisant des rencontres avec des mathématiciens (ou présentant des interviews sur cassettes vidéo) et des visites dans des laboratoires ou centres de calcul où interviennent des mathématiciens.

- Je suis également intervenue dans des stages de formation continue d'instituteurs (stage résolution de problèmes, stage sur la géométrie). Ces interventions — trois à quatre pour chaque stage — reprenaient, en les adaptant au thème du stage, les différentes cibles exposées plus haut.

- Enfin, j'ai animé un stage d'histoire de mathématiques de trois jours pour les PIUFM de mathématiques de l'IUFM de Versailles traitant tout à la fois de l'histoire de contenus et de l'histoire de l'enseignement des mathématiques.

Les réactions des stagiaires à ces interventions n'ont pas fait l'objet d'une réflexion spécifique au cours de l'atelier. Présentons les cependant sommairement.

En formation initiale, une grande part des stagiaires ont été intéressés par les différentes séances d'histoire des mathématiques, les ont trouvées utiles mais pas assez "concrètes" en ce qui concerne des retombées précises pour leur pratique sur le terrain. Leur intérêt a été grand également pour les différentes interventions en module d'élargissement culturel, y compris celles traitant de la nature et du rôle des mathématiques aujourd'hui. En formation continue, les enseignants, plus réceptifs dans la mesure où ils attendent du stage un recul par rapport à leur pratique quotidienne, présentent cependant quelque fois des réserves du même type.

La critique avancée par les stagiaires permet de préciser le sens de ces interventions qui est de deux ordres. L'un est centré sur les réflexions d'ordre épistémologique que peut susciter un retour sur l'histoire de certaines notions ; l'autre, de nature "culturelle", cherche à faire percevoir quelques aspects de ce que sont, et ce qu'ont été, les mathématiques comme discipline de recherche et comme activité sociale. Ce "détour culturel", qui ne peut être précisément investi dans leur enseignement, me semble essentiel pour que les PE puissent dépasser les images spontanées de dogmatisme, d'arbitraire, de figé, d'étranger qu'ils attachent aux mathématiques. Il est essentiel que de futurs enseignants ne considèrent pas les mathématiques comme une langue ancienne (telle le latin ou le grec), discipline prestigieuse — certes avec une histoire — mais sans contact avec la réalité et la société d'aujourd'hui.

On dispose de différentes ressources pour mener à bien ces interventions. Je présente en annexe quelques éléments bibliographiques. Dans le domaine de l'histoire des mathématiques, il s'agit d'une bibliographie classique et de quelques textes spécifiques originaux ou d'historiens sur lesquels j'ai fait travaillé les PE ou les stagiaires. Pour ce qui est des mathématiques aujourd'hui, de leur pratique par des chercheurs et dans la société, je signale plusieurs cassettes dont je me suis servie. Ces éléments de bibliographie ne se veulent en aucune façon exhaustifs.

Histoire et contenus mathématiques

Je présenterai rapidement la partie de l'atelier consacrée à une réflexion sur l'histoire des contenus mathématiques et leur lien avec la formation des PE. Des travaux de ce type ont déjà été discutés et publiés par la Copirelem comme l'ont fait remarquer les participants à l'atelier. J'insisterai donc ici sur ce qui est apparu comme plus spécifique de ma démarche.

Deux thèmes ont été abordés, l'un relatif aux nombres, l'autre au cercle.

les nombres

Ce thème permet de traiter de l'émergence dans l'histoire du concept de nombre, de la naissance et des développements de l'écriture des nombres, des opérations, des pratiques de calcul (non-écrites puis écrites), de l'élargissement de la notion d'entiers aux fractions, aux irrationnels, aux négatifs, aux décimaux (par ordre historique d'entrée en scène), en diversifiant les civilisations abordées.

Pour ce qui est des informations d'ordre historique je renvoie à la bibliographie.

Un objectif principal de ce thème, mis en valeur dans l'atelier, est de montrer qu'il n'y a eu aucune nécessité interne à ce que les nombres s'écrivent et se pratiquent comme aujourd'hui. Il s'agit d'inscrire toute cette évolution, toutes ces évolutions, dans l'histoire des hommes, de leurs pratiques sociales, de leurs besoins, de leurs débats. (Les éléments bibliographiques présentés en annexe ont été choisis dans ce but.).

Un deuxième objectif consiste à valoriser aux yeux des PE — donc, espérons le, des enfants — les outils mathématiques qu'ils vont enseigner. L'écriture des nombres, des opérations, des calculs, les concepts mêmes de nombres qui leurs sont familiers, sont à l'échelle de l'histoire, relativement récents : le XVIe siècle pour les opérations (qu'on relise Montaigne), l'aube du XVIIe siècle pour les décimaux, le XIXe siècle pour la légitimation des nombres négatifs ...

D'où une troisième idée : on n'a pas toujours disposé des mêmes nombres. Le stock d'objets (nombres, opérations...) s'est considérablement enrichi, ce phénomène étant le fait d'une longue histoire.

Retracer cette histoire conduit à deux remarques. Tout d'abord, il n'est pas vrai que le chemin des enfants dans leur apprentissage reprend celui de l'humanité. Les contextes culturels sont tellement différents qu'une telle analogie ne peut tenir et qu'il me semble plus intéressant de chercher au contraire à comprendre les différences.

La seconde remarque, peu exploitée en atelier, mais utilisée avec les PE, consiste à tirer profit de cette histoire des nombres pour faire agir à fond la pluridisciplinarité des professeurs d'école et traiter avec les enfants, à ce propos, d'histoire (chronologie, grandes civilisations, héritages culturels), de géographie ...

le cercle

L'exemple traité a été le cercle. Les interventions faites dans le cadre de l'IUFM se sont appuyées essentiellement sur les articles de C. Goldstein , de B. Vitrac et de M. Caveing (voir annexe) et sur quelques passages des éléments d'Euclide.

La première définition connue du cercle est celle d'Euclide. Est-ce à dire qu'il n'y avait pas de cercle avant ? Cette question, faussement innocente, permet d'en faire surgir d'autres : celle de la nature de la géométrie, de ses débuts (s'il y en a), du rôle des définitions (présentes massivement dans les livres scolaires), des tracés géométriques (non moins présents) et de leur rapport aux objets de la géométrie (voir l'article de Poincaré dans la bibliographie et le fascicule de l'IREM sur les conceptions du cercle chez les enfants) ...

Il ne saurait être question de développer toutes ces questions pointées ici de façon indicative afin de montrer la richesse de ce thème. Certaines trouvent des éléments de réponses dans la bibliographie présentée.

Une des pistes retenues par l'atelier est celle de l'origine des mots géométriques. Celle-ci peut se trouver facilement dans les dictionnaires habituels. Il est alors intéressant de comparer ces définitions à celles que donne Euclide.

Enfin, dans ce domaine comme dans le précédent, on a insisté sur la nécessité de diversifier les définitions et la nature de l'objet "cercle" aux yeux des PE. L'article de C. Goldstein permet assez aisément ce travail, présentant successivement le cercle, là encore en suivant un certain ordre historique, comme le contour enfermant la plus grande surface, comme l'ensemble des points à égale distance d'un point donné (figure parfaite des lieux célestes), comme simple conique particulière (intersection d'un cône avec un plan), comme limite d'un polygone à une infinité de côtés, comme équation du second degré ...

Mathématiques et sociétés

La réflexion de notre deuxième journée d'atelier a porté sur plusieurs points relevant de la pratique des mathématiques "en vraie grandeur", dans différentes sociétés dont la nôtre. Plus que la veille, nous nous sommes intéressés aux pratiques sociales de référence, pôle essentiel du triplet "savoir savant - savoir enseigné - pratiques de référence" trop souvent réduit à ses deux premiers termes

qui paye les mathématiciens ?

Cette première question a permis de construire des séances avec les PE2 sur les origines des mathématiques comme pratiques sociales et savantes, sur le rôle des mathématiques et sur leur statut social au cours de l'histoire. En travaillant avec les stagiaires sur deux ou trois textes d'un numéro du *Courrier de l'Unesco* intitulé "Voyage au pays des mathématiques" (voir annexe), on peut faire défiler les scribes égyptiens ou babyloniens [Ritter], les chronologistes impériaux des dynasties chinoises [Martzlov], les mathématiciens des "boutiques de calcul" des marchands italiens du Moyen Âge occidental [Benoît], les humanistes, peintres, architectes, cartographes de la Renaissance, les ingénieurs militaires du XVIe siècle, les conseillers parlementaires, religieux érudits, diplomates ou soldats du XVIIe siècle, les mathématiciens de métier attachés à des académies, des établissements d'enseignement ou des cours européennes au XVIIIe [Goldstein et Gray]. On peut, dans le même temps, faire vivre les tensions constantes entre d'une part, la valorisation des applications des mathématiques, de leurs utilisations concrètes et, d'autre part, le dédain des pratiques calculatoires et l'hostilité aux mathématiques appliquées (voir les références précédentes, plus [Vitrac] et [Goldstein, "le métier des nombres"]).

Cette problématique élargit extraordinairement le champ des références qu'induisent les mathématiques. De discours scolaire, souvent mal vécu étant donné le profil actuel des PE, elles deviennent partie prenante du mouvement du monde et de son histoire et acquièrent, de ce fait, une intelligibilité nouvelle. Cette dimension du sens des mathématiques — qui n'est pas directement lié à des contenus précis — peut s'avérer déterminante dans la construction d'une nouvelle représentation de la discipline.

L'actualisation à notre société de cette problématique culturelle semble, d'une certaine façon, en décupler les effets chez les PE. Elle leur fait prendre conscience de l'existence d'une communauté mathématique travaillant en liaison avec des demandes scientifiques, industrielles, technologiques, médicales, sociales... dont la résolution nécessite l'utilisation, l'élaboration ou le perfectionnement de théories et outils mathématiques nouveaux. Les mathématiques sortent du ghetto des mathématiques scolaires ou universitaires et deviennent une discipline vivante, qui se développe dans des directions diverses et nouvelles et qui produit des découvertes majeures pour notre société contemporaine. Cette dimension d'applicabilité et d'investissement stratégique n'est en rien une dimension réductrice des mathématiques dans la mesure où tous les discours insistent également sur le caractère imprévisible de l'utilisation des notions mathématiques et la nécessité de préserver et développer un domaine de la recherche mathématique non piloté par les besoins sociaux.

L'accessibilité de cet apport culturel est largement facilité par la visite de laboratoires où des mathématiciens (statisticiens, probabilistes, ingénieurs de calcul...) expliquent "avec les mains" les problèmes auxquels ils tentent de répondre (modélisation de la vision ou d'écoulement d'air, prévision de la pollution atmosphérique à partir de modèles probabilistes, mise à jour de gênes porteur du cancer du sein à partir d'analyse statistique sur des populations de familles...), la nature des mathématiques qu'ils font, les interfaces entre leur terrain théorique et les points de vue et besoins des "utilisateurs". Il existe néanmoins des textes [Mauduit et Tchamitchian], des cassettes vidéo (voir annexe), ou des expositions (comme le nouvel espace mathématiques de la Villette) qui permettent d'aborder cette dimension contemporaine de l'activité mathématique.

l'enseignement des mathématiques

Les mathématiques ont dans l'enseignement français un statut très spécifique, discipline de sélection dont le caractère sélectif est lié aux registres de l'abstraction, de la démonstration, de la rigueur. Cet état de fait est un produit socialement et historiquement marqué. Un retour sur l'enseignement des mathématiques, son rôle et ses visées au cours de l'histoire (ancienne comme contemporaine), permet de mettre en évidence les liens entre l'enseignement des mathématiques et les contextes sociaux et culturels dans lequel il est donné et de présenter aux PE des outils d'analyse supplémentaires pour réfléchir sur l'enseignement des mathématiques auquel ils vont avoir à faire face.

L'histoire ancienne permet de préciser l'origine de cette conception sélective des mathématiques et de leur enseignement due à Platon qui fait des mathématiques une discipline opérant sur des objets abstraits, immuables, détachés du réel, suivant des règles de raisonnement codifiées et rigoureuses [Vitrac]. Les textes scolaires égyptiens ou babyloniens [Ritter], les traités chinois [Martzlov], les traités d'abaques et les programmes d'études des premières universités du Moyen Âge [Benoit], prouvent qu'il a existé au cours de l'histoire d'autres conceptions des mathématiques, de leur utilité, donc de leur enseignement.

La place et la nature de la discipline et de son enseignement dépendent ainsi fortement des sociétés et des cultures. Cette constatation peut être à l'origine d'un travail mené avec les PE sur le système scolaire aujourd'hui et l'identification d'objectifs et de contraintes non explicités de l'enseignement des mathématiques.

L'histoire plus contemporaine des XIXe et XXe siècles ([Belhoste], [Hulin], [Charlot]) — celle des réformes structurelles comme celle des réformes de contenus — aide particulièrement à un tel travail. On voit en effet, déclinées dans des textes officiels [Belhoste] et des "grands" textes ([Borel], [Poincaré], [Bourlet], [Lichnérowicz]), certaines des idées-clef attachées aux mathématiques et à leur enseignement, explicitées dans des contextes et avec des intentions à chaque fois marqués par leur époque ; ainsi de la rigueur — à rechercher ou à éviter —, du formalisme, des démonstrations — inutiles ou nécessaires —, des applications numériques essentielles ou accessoires, de l'abstraction, du caractère expérimental des mathématiques donc de leur enseignement, de l'importance d'une éducation "libérale" ou "utile"...

Il est intéressant de mettre en évidence une variable supplémentaire, celle de la dimension internationale. Les réformes au XXe siècle — celle du début du siècle (1902-1905) et celle dites des mathématiques modernes — se sont déroulées dans des moments de transformation de l'enseignement des mathématiques au plan international. Ces différentes réformes, la place des mathématiques dans les différents systèmes nationaux qui en découlèrent, ont des spécificités nationales [Belhoste, Gispert, Hulin] qui permettent, une fois encore, de faire apparaître des particularités contingentes de notre enseignement des mathématiques.

des mathématiques intemporelles et universelles ?

Les thèmes abordés au cours de cette deuxième séance de l'atelier ont provoqué de longs échanges sur la nature de l'activité mathématique aujourd'hui, la part relative des héritages culturels nationaux et de l'universalité apparente de la pratique mathématique contemporaine. Il a semblé important d'insister auprès des PE sur ces différentes questions qui mettent en cause l'image traditionnelle des mathématiques universelles et intemporelles. Cette démarche, combinant des approches historiques et culturelles, est apparue riche de possibilités et complémentaire de l'entrée historique traditionnelle à visée d'enseignement.

Un dernier échange, touchant à l'ensemble des deux séances, a concerné le public des stagiaires. La restriction, de fait, aux stagiaires de deuxième année n'est pas apparue pertinente. L'histoire des mathématiques, dans toutes ses dimensions, peut jouer un rôle important dans la formation de la première année.

Enfin, l'existence de stages de formations pour les formateurs au sein des IUFM — comme celui qui s'est déroulé à l'IUFM de Versailles — est une aide appréciable, sinon préalable, à l'investissement des formateurs dans un domaine qu'ils ne maîtrisent que partiellement.

Annexe bibliographique

ouvrages d'histoire des sciences : quelques premiers titres

A. Dahan et J. Peiffer : Une histoire des mathématiques, routes et dédales (Point Sciences)

G. Ifrah : Les chiffres (Laffont)

IREM éd : Mathématiques au fil des âges (Belin)
Histoire d'algorithmes (Belin)
Histoire de problèmes, histoire de mathématiques (Ellipses)

IREM Besançon éd : Michèle Roux, L'homme et son nombre

E. Llyod : Les débuts de la science grecque (La Découverte)
La science grecque après Aristote (La Découverte)

C. Martzlov : Histoire des mathématiques chinoises (Masson)

J. Needham : La science chinoise et l'occident (Point Sciences)

E. Noël : Le matin des mathématiciens (Belin)

Michel Serres éd. : Éléments d'histoire des sciences (Bordas)

A. Youskevitch, Les mathématiques arabes (Vrin)

ouvrages et revues sur l'histoire de l'enseignement scientifique

B. Belhoste : Les sciences dans l'enseignement secondaire français, textes officiel tome 1 (1792-1914), INRP-Economica, 1995

B. Belhoste, H. Gispert, N. Hulin : *Réformer l'enseignement scientifique, mathématiques et physique dans l'enseignement secondaire au XXe siècle*, Actes du colloque INRP (janvier 1994), à paraître.

N. Hulin : L'organisation de l'enseignement des sciences : la voie ouverte par le Second Empire, Éditions du CTHS, 1989

Histoire de l'Éducation : mai 1988, n°38, revue éditée par le service d'Histoire de l'éducation de l'INRP

L'École et la Nation : dossier mathématiques modernes, janvier 1971, p.15-74.

articles ou textes cités dans le compte-rendu

Benoit (P) : "Calcul, algèbre et marchandise", *Éléments d'histoire des sciences* (M. Serres).

Benoit (P), Chemla (K), Ritter (J) : *Histoire de fractions, fractions d'histoire*, Birkhäuser

Borel (E): "Les exercices pratiques de mathématiques", Conférence au Musée pédagogique, *Revue générale des sciences*, p. 431-440, 1904

Bourlet (C) : "La pénétration réciproque des mathématiques pures et des mathématiques appliquées dans l'enseignement secondaire", *L'enseignement mathématique* 1908 (10), p. 372-387.

Caveing (M) : "Les grecs avant Euclide", *Le matin des mathématiciens*

Caveing (M) : "Euclide", *Le matin des mathématiciens*

Charlot (B) : "Histoire de la réforme des mathématiques modernes", *Bulletin de l'APM*, février 1986 (352), p. 15-31

Goldstein (C) : "Le métier des nombres", dans *Éléments d'histoire des sciences* (M. Serres).

Goldstein (C) : "L'un est l'autre pour une histoire du cercle", dans *Éléments d'histoire des sciences* (M. Serres).

Gray (J), Goldstein (C) : "L'éclosion de la science contemporaine", le *Courrier de l'UNESCO*, novembre 1989

Lichnérowicz (A) : "Éduquer c'est conquérir constamment", interview , *l'École et la Nation*, janvier 1971, p. 17-25

Lichnérowicz (A) : "Rapport préliminaire de la commission ministérielle sur l'enseignement des mathématiques", *Bulletin de l'APM* (258), 1967, p. 246-271.

Mauduit (C), Tchamitchian (P) : *Mathématiques*, La science et les hommes, Messidor/ La farandole

Martzlov (J.C.) : "Les racines du ciel" (la Chine), *Courrier de l'UNESCO*, novembre 1989

Pan Lei : extrait d'un texte du XVIIe siècle sur l'utilité des mathématiques (*Mathématiques au fil des âges*, p. 14-15)

Poincaré (H) : "Les définitions générales en mathématiques" (Qu'est-ce-qu'une bonne définition dans l'enseignement ?), Conférence au Musée pédagogique, *L'enseignement mathématique* (6), 1904.

Plutarque : extrait de la vie de Marcellus sur Archimède et l'utilité des mathématiques (*Mathématiques au fil des âges*, p. 12-14)

Ritter (J) : "Mésopotamie, une énigme résolue ? Dans quelle condition est née la numération de position en Mésopotamie", le *Courrier de l'UNESCO*, novembre 1993

Ritter (J) : table d'inverses babylonienne, tirée de "Chacun sa vérité : les mathématiques en Egypte et en Mésopotamie", les *Éléments d'histoire des sciences* (M. Serres).

Stevin : *La Disme*, texte reproduit dans un fascicule de l'IREM Paris 7.

UNESCO : Voyage au pays des mathématiques, *Courrier de l'UNESCO* (nov. 1989)

UNESCO : Comptes et légendes, *Courrier de l'UNESCO* (nov. 1993)

Vitrac (B) : "L'odyssée de la raison" (la Grèce ancienne), *Courrier de l'UNESCO*, novembre 1989

Zimmermann (F) : "Lilivati, la gracieuse arithmétique" (l'Inde), *Courrier de l'UNESCO*, novembre 1989

cassettes

- Y-a t-il un mathématicien dans la salle ? (Ecoutez-voir*) (SMF/SMAI/Ecole polytechnique)
- Mathématiques mon village (Ecoutez-voir*)

1. Le premier congrès européen de mathématiques
2. En marge du congrès (interviews de mathématiciens)

* Ecoutez-voir : 4 square Vermenouze, 75005 Paris

ATELIER A8

VOIR DANS SA TÊTE

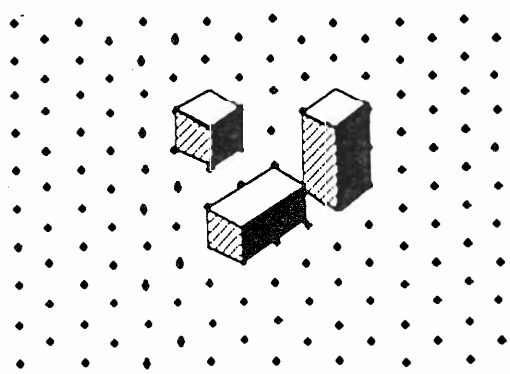
Groupe d'Enseignement Mathématique primaire
Louvain-la-Neuve

Cet atelier s'est déroulé sur une plage de deux heures le merdredi matin.

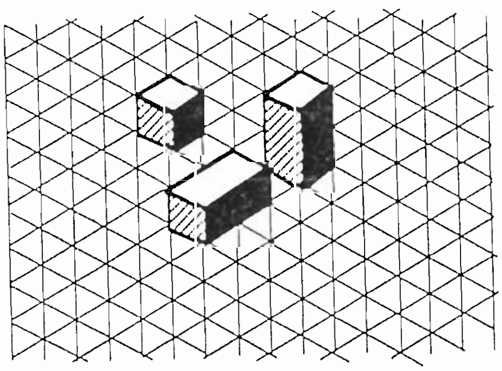
Introduction

C'est lors d'une activité d'écriture de lettres que tout a commencé il y a quelques années. Les enfants (sixième année primaire) ont essayé de dessiner des lettres en trois dimensions. Pour faciliter le dessin dans l'espace, ils modélisent les lettres en empilant des cubes. Puis, ils décident de représenter ces modèles sur papier. La représentation de cet empilement de cubes est facilitée par des trames telles que celles représentées ci-dessous (sans le savoir, ils utilisent la perspective cavalière du nom du mathématicien italien Bonaventura CAVALIERI, 1598-1647).

a) Un réseau de points



b) Un réseau de lignes (moins utilisé spontanément par les enfants)



À partir de là, une série d'activités a été mise sur pied pour aider les enfants à voir dans leur tête. Des cubes emboîtables en plastique furent utilisés pour réaliser des solides.

A - Mise en route

Matériel et disposition
- un module de cinq cubes ;
- une feuille tramée à points (modèle ci-dessus) ;
- crayon, gomme.

Consigne
Avec les consignes suivantes :
- le soleil est en haut à gauche ;
- l'ombrage se dessine donc comme sur l'exemple déjà présenté ;

représentez le module mis à votre disposition.

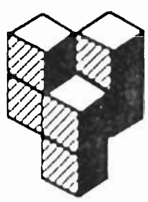
Pour les plus rapides,
- imaginez et dessinez un autre module ;
- dessinez votre module sous toutes ses vues ;
- dessinez tous les modules différents de cinq cubes (les cubes doivent se toucher par face entière).

Commentaires
Ce type d'activités a été réalisé avec des enfants dès l'âge de 8/9 ans. L'objectif de cette mise en route est simplement de familiariser les enfants avec les représentations de solides selon les conventions choisies (ombrage, trames, etc...). Il faut prévoir assez bien de feuilles tramées et encourager les enfants, ils ne doivent pas hésiter à se tromper. Le défi qui leur est proposé est attrayant mais pas simple. Selon les configurations de modules à 5 cubes, on peut avoir 16, 48 ou encore 96 vues différentes pour le même objet ! (selon les excroissances dans chacune des directions de l'espace). Cela, toujours avec les mêmes conventions et les mêmes trames.

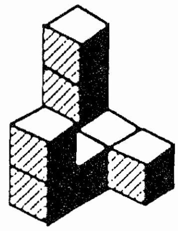
B - Messages, cryptage et décryptage, toujours sous le soleil en haut à gauche

Des activités de trois types sont proposées dans cette partie. Le matériel et l'organisation seront semblables pour les trois séquences.

Matériel
- Des modules de cubes sans creux cachés (c'est-à-dire un module où toutes les colonnes (les tours) doivent pouvoir toucher le sol), donc pas de module comme celui repris ci-dessous



mais plutôt comme celui-ci



(un module par personne) ;

- deux feuilles tramées à points par personne (identiques à celles déjà utilisées) ;
- un quart de feuille quadrillée (carrés de 1 cm de côté) ;
- crayon, gomme.

Disposition-déroulement

Trois groupes de même nombre, chaque participant se désigne par une lettre, les mêmes lettres se retrouvant dans chaque groupe. Des messages seront échangés de groupe à groupe dans le sens horloger, entre personne de même lettre. Les "A" donnant toujours aux "A", les "B" aux "B", ...

Consignes

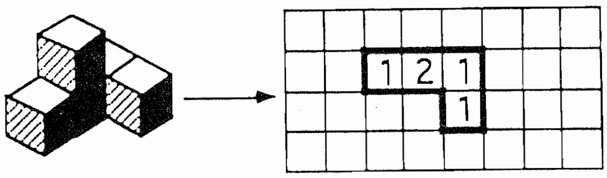
Trois étapes distinctes successives sont proposées.

Première étape

Représentez le module mis à votre disposition sous 4 angles de vues différents et ce, sur une feuille tramée mise à votre disposition. Passez votre feuille à votre correspondant du groupe suivant en sachant qu'il devra interpréter votre représentation.

Deuxième étape

Voici une façon de coder le module suivant :



(imaginez votre module vu d'hélicoptère et codez le nombre d'étage(s) de chaque colonne (tour) dans un quadrillage représentant le pourtour du module. Attention, chaque colonne doit toucher le sol).

En vous aidant des représentations reçues, écrivez le codage de ce module sur la feuille quadrillée. Passez ce message à votre homologue du groupe suivant, il devra le réinterpréter.

Troisième étape

Dessinez le module sur une feuille tramée en fonction du codage reçu. Allez dans le groupe de départ chercher le module qui a généré le dessin.

Commentaires

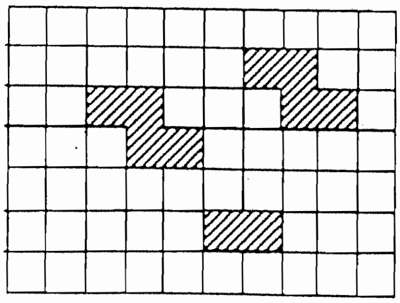
Les enfants acquièrent ici une autre représentation codée d'objets solides. Pour bien voir dans sa tête, il est nécessaire d'avoir plusieurs points de vue d'un même objet mais aussi d'avoir plusieurs représentations de celui-ci. C'est dans le passage d'une représentation à une autre que l'individu acquiert les habilités mentales si utiles en mathématiques (et dans bien d'autres domaines cognitifs). Le code doit permettre de sortir d'une représentation bidimensionnelle par une modélisation mentale. Ici, ce n'est encore qu'une deuxième forme de représentation, nous allons en voir une troisième dans l'étape suivante. À chacun d'en proposer encore bien d'autres à ses élèves, et surtout de les utiliser. L'enfant doit apprendre à choisir entre les différentes représentations d'un objet en fonction de ses besoins, de ses projets. Encore faut-il que ces représentations ne lui fassent pas défaut.

Un autre aspect des mathématiques touché par cette activité concerne le langage et son utilisation. Par le codage etle passage de messages d'un groupe à l'autre, les enfants peuvent se rendre compte de l'utilité du langage, de sa pertinence. Comme ils réalisent eux-mêmes la vérification de leur code, celui-ci perd un peu de son caractère extérieur (parachuté). Ce n'est plus le codage du maître uniquement, ça devient également celui de l'enfant qui peut comprendre son emploi à titre personnel. Un grand intérêt pour l'acquisition du langage (y compris son rôle social) s'acquiert par la confrontation des représentations.

C - Des buildings dingues

Matériel

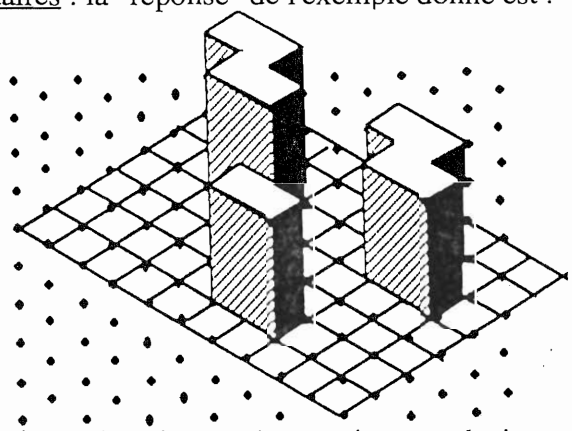
Une vue d'avion de différents blocs d'appartements, le sol étant carrelé (voir l'exemple ci-dessous). Une vue par participant. Une feuille tramée comme celles déjà utilisées.



Consigne

Voici des quartiers d'habitation à 3 étages vus d'avions. Dessinez les avec le carrelage sur la feuille à petits points.

Commentaires : la "réponse" de l'exemple donné est :

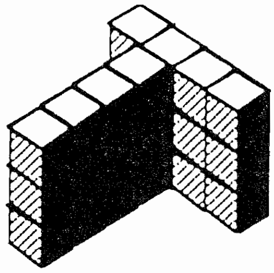


Il s'agit toujours du même codage mais avec plusieurs objets en même temps. Le problème étant la position respective des immeubles et de leur représentation surtout des faces cachées non pas d'un objet mais par d'autres objets. C'est par la multiplicité des représentations que l'enfant pourra se décentrer, penser à la place de ..., comprendre le point de vue de son correspondant. Voilà que les maths permettraient d'améliorer les dialogues Nord-Sud, où s'arrêteront-elles ?

D - Le volume d'un solide, facile...

Matériel

Des représentations comme celle présentée ci-dessous.



Consigne

Estimez le volume des différentes constructions présentées (les cubes "flottants" sont bien visibles).

Commentaires

Ce travail est préparatoire au calcul des volumes. Celui-ci est grandement facilité si on se représente les objets en trois dimensions et surtout si on parvient "à voir l'invisible". Chaque objet contient un plancher sur lequel on peut déposer un certain nombre de cubes. Il reste à apprécier le nombre de couches et ainsi à estimer le nombre de cubes que l'on peut placer dans cet objet. Les formules ne sont alors réellement que la ... formalisation de cette procédure. Elles permettent de calculer rapidement le nombre de cubes de certaines formes mais ne peuvent être à elles seules l'objectif de l'étude des volumes à l'école primaire.

Il ne reste plus qu'à laisser vagabonder votre imagination et proposer d'autres représentations à vos élèves...

Références

Les livres de la collection ERMEL.

ATELIERS B

ATELIER B2

MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUE DANS LES SUJETS DE CONCOURS : JUXTAPOSITION OU IMBRICATION ?

Animateur s : **J. BRIAND**
IIUFM de Bordeaux
M.L. PELTIER
IUFM de Rouen

Le document se compose :
- du compte-rendu d'Hervé PEAULT,
d'un article de Joël BRIAND,
- du sujet qui a servi de point de départ au travail de cet atelier,
- et d'un montage montrant les imbrications possibles entre mathématiques et didactique selon les textes officiels..

I - Compte-rendu

Comment concevoir la place respective des mathématiques et de la didactique dans les sujets de concours ? Un premier tour de table a permis de faire le point sur les avis des collègues des différents IUFM. Le thème de cet atelier ayant déjà fait l'objet d'un groupe de travail au stage d'Angers (mars 95), plusieurs interventions y ont fait référence.

Voici, en vrac, quelques-uns des sentiments ou avis exprimés par des participants au cours de ce tour de table :

- nécessité de marquer plus fortement la spécificité du concours PE,
- souhait d'une harmonisation des points de vue dans la conception des différents sujets,
- interrogation sur l'intérêt d'un consensus à propos des contenus des sujets,
- inquiétude sur les moyens d'apprendre aux étudiants à répondre à des questions d'ordre pédagogique,
- affirmation de la très grande difficulté d'élaboration d'un sujet et de la nécessité d'une réflexion approfondie,

- surprise devant les grosses différences entre les sujets des diverses académies,
- affirmation qu'on ne peut dissocier, dans un sujet, l'étude mathématique de l'étude didactique,
- constat de cette dissociation dans presque tous les sujets retenus jusqu'à présent,
- impression que la nouvelle formule du concours va compliquer le travail d'élaboration,
- crainte que les choix actuels dans l'élaboration des sujets ne conduisent à des préparations formelles au concours sans rapport avec une véritable formation professionnelle,
- ...

Deux questions importantes ont été soulevées, qui reçoivent des réponses très variables selon les académies :

- qui propose les sujets ?
- quelle stratégie de correction ?

La plupart des participants sont d'accord sur les points suivants :

- les sujets de concours influencent beaucoup l'enseignement en PE1 ; approfondir la réflexion sur les sujets est un moyen de mieux identifier notre travail ;
- l'imbrication entre les questions mathématiques et didactiques est une nécessité pour la légitimation de notre travail et de sa spécificité.

Afin de voir quel sens donner à cette dernière affirmation, les animateurs proposent une réflexion en commun autour d'un sujet qu'ils ont construit pour susciter la discussion (cf. annexe).

Par petits groupes, les participants sont invités à examiner les questions de ce sujet, à les situer comme questions de mathématiques ou de didactique, à discuter leur pertinence, à proposer des reformulations. A l'issue de ce travail, un débat s'est instauré à partir des points de vue exprimés par les groupes :

Question 1

Le mot "carré" est utilisé à plusieurs reprises. Faites une hypothèse sur les différentes conceptions des élèves sur le carré que laissent apparaître ces messages

- certains participants se déclarent troublés par le terme "*conceptions*" et lui préféreraient le terme "*représentations*" ;
- plusieurs ne voient pas bien quoi répondre et considèrent qu'une telle question serait intéressante en formation mais pas pour le concours. Ils argumentent qu'une question de concours doit amener une réponse nette et une seule possible et ne pas s'apparenter à une devinette ;
- il y a quelques désaccords sur les significations des messages, notamment sur l'interprétation de *"c'est presque un carré"* ou *"c'est comme un carré"* ;
- la plupart, toutefois, considèrent la question comme intéressante sur le plan didactique. Elle invite à repérer :
  * des conceptions du carré comme figure globale identifiée par des caractères d'ordre perceptif,
  * des conceptions du carré dénotant une analyse où prédomine l'égalité des longueurs des côtés,
  * des conceptions du carré comme figure ayant ses côtés de même longueur et "autre chose".

Question 2

Démontrez que les messages M3 et M4 permettent bien de recréer respectivement le losange b et le losange d

- Il en est quelques-uns qui considèrent cette question comme "mathématiquement non correcte" : d'une part l'expression *"un triangle pareil qui touche le premier"* n'est pas une expression de mathématicien, d'autre part le message M4 est

mathématiquement faux puisque $13\sqrt{3}$ est différent de 22,5... L'injonction "Démontrez.." leur paraît en conséquence inadéquate.
- D'autres la considèrent comme pertinente, étant entendu qu'on se place du point de vue pratique et non théorique.
- Beaucoup souhaitent une reformulation de la question. Certains voudraient qu'on garde l'idée de démonstration, mais après avoir demandé à l'étudiant de retraduire les messages en termes mathématiques. A cela une objection est formulée : une telle reformulation mathématique ferait perdre leur sens aux messages des élèves. Il paraît néanmoins important de gérer le décalage entre la reformulation des enfants et les reformulations mathématiques.
- La question pourrait être modifiée dans un sens plus didactique en demandant une analyse de la nature de la tâche pour l'élève qui reçoit le message (et de ce point de vue, M3 et M4 sont très différents..).

Question 3

Soit un polygone convexe de 5 côtés. Imaginez un type de message possible s'appuyant sur la procédure utilisée dans le message M3
- Une ambiguïté a été tout de suite soulignée sur cette question : s'agit-il d'un message d'enfant ou d'un message d'adulte ?
- L'enjeu de cette question est dans l'identification d'une procédure de triangulation et la réflexion sur une nécessaire désignation des sommets (sans laquelle le message ne sera pas univoque).
- Certains proposent que soit dessiné un pentagone, le message devant permettre de reconstituer ce pentagone. Il y a beaucoup de désaccords sur cette proposition qui risque de masquer la généralité qu'on veut voir perçue par l'étudiant.
- Remarque : la convexité ne joue pas de rôle particulier.

Question 4

Quelle était l'intention du concepteur de la séquence en proposant des losanges proches d'un carré ?
- Certains percevant cette question comme une devinette, tous s'accordent sur le fait qu'il serait préférable de demander quelles hypothèses on peut faire sur les conceptions de l'auteur.
- Ces dernières sont essentiellement :
    * faire apparaître les conceptions du carré chez les élèves,
    * faire naître le doute et le besoin de valider..

Question 5

Qu'est-ce qui, d'après vous, peut être institutionnalisé à l'issue de ces deux séances ?
- Quelques-uns estiment qu'avant de parler d'institutionnalisation il faudrait avoir davantage de renseignements sur la deuxième séquence, en particulier concernant les caractéristiques des différents losanges utilisés. Ils voudraient aussi qu'on indique aussi plus précisément le taux de réussite.
- Ceci n'apparaît pas fondamental à la plupart des membres du groupe qui considèrent que l'institutionnalisation portera ici sur le fait que la donnée de longueur de côté ne suffit pas pour construire un losange ; il faut autre chose (diagonale, triangulation..).
- Quelques-uns trouveraient plus clair qu'on parle ici de "conclusion" plutôt que "institutionnalisation". Comme le fera justement remarquer Marie-Lise Peltier, il n'y a pas lieu de considérer que le terme d'institutionnalisation doive renvoyer systématiquement à un savoir savant exprimé par une phrase affirmative. Identifier des procédures non adéquates, des propriétés que ne possèdent pas

certains objets mathématiques est aussi nécessaire que de connaître les définitions ou propriétés de base de ces objets..

Question 6

Les réponses proposées par les élèves permettent-elles de prendre une décision sur l'ordre selon lequel pourraient être abordés le carré, le rectangle, le triangle, le parallélogramme et le trapèze ?

La question est certainement difficile puisque la plupart des participants l'ont jugée non pertinente, estimant qu'elle n'avait pas grand chose à voir avec le reste du sujet.

Joël Briand fera remarquer que ce peut être une conséquence directe de ce qui a été institutionnalisé précédemment : le fait qu'on ne puisse construire un losange avec la seule donnée des longueurs des côtés est valable pour tous les quadrilatères. Seul le triangle est constructible à partir de cette seule donnée, et l'utilisation d'une procédure de triangulation pour la construction d'autres polygones en est une illustration. En ce sens, l'étude du triangle apparaît comme intéressante à prévoir avant celle des autres polygones.

Questions a, b, ... i

Nous avons manqué de temps pour développer le travail sur ces questions dont certaines avaient été préparées par les animateurs à titre de contre-exemples. Il s'agissait surtout de montrer le caractère vague et pas toujours pertinent de certaines questions, ou la référence à des modèles plaqués sans lien réel avec une véritable analyse.

Conclusion

Il est possible de construire des sujets de concours dans lesquels les différentes parties (mathématique, analyse de travaux d'élèves, didactique) soient très imbriquées. C'est nécessaire pour la crédibilité de notre travail ; c'est possible mais cela demande une réflexion très approfondie et beaucoup de soin dans la préparation. A nous de peser en ce sens au sein des différentes commissions.

II - L'ÉLABORATION DE SUJETS DE CONCOURS

J. Briand

L'élaboration des sujets de concours de recrutement des professeurs d'école révèle des différences d'approche de la didactique des mathématiques chez les formateurs.

Les textes officiels laissent une grande marge de manoeuvre. Comment ces textes sont-ils interprétés, utilisés ? La travail de ML Peltier (voir brochure du stage national COPIRELEM d'ANGERS 95) tendrait à montrer que les sujets dits de didactique sont en fait des sujets d'étude très généraux dans lesquels reviennent souvent des termes peu précisés dans le domaine de la didactique des mathématiques, comme par exemple " quel est l'objectif de la leçon ? ", etc.

L'objet de la didactique n'est pas, il s'en faut de loin, bien perceptible, dans la plupart des sujets. Quelles peuvent en être les causes ?

La première est d'ordre institutionnel : en général, les rectorats demandent à un professeur de mathématiques, formateur ou non en IUFM, d'élaborer un sujet qui sera ultérieurement soumis à une commission. Si cette procédure semble adaptée pour des sujets mathématiques classiques il faudra réfléchir sur les conséquences de ce type de procédure quand il s'agit d'un sujet comme celui qui nous concerne.

La deuxième est que nous avons, nous formateurs, à mieux expliciter ce que nous attendons d'une telle épreuve : Lorsque l'on étudie un sujet mathématique, on peut conduire les analyses en mathématicien. Par exemple, la séquence sur l'agrandissement du puzzle met en évidence la fonction linéaire. On pourrait trouver de même dans les décimaux, en géométrie, etc. Mais la didactique des mathématiques donne des moyens pour passer de l'analyse mathématique (avec sa terminologie, la reconnaissance des savoirs institués) aux conceptions des élèves. Dans les décimaux par exemple, il existe des représentations différentes : 0,3 est " ce qui multiplié par 10 qui est égal à 3 " ou 0,3 est 3 fois la dixième partie de 1 "[1]. Dans l'agrandissement du puzzle, le passage de 4 à 6 produit des formulations du type " on ajoute la moitié " qui n'est pas encore la fonction (3x/2). etc. L'étude de ces décalages entre les modèles implicites d'action des élèves et l'organisation du savoir savant est féconde en didactique des mathématiques. Elle montre l'attention qu'il faut porter à un enfant en situation d'apprentissage. Cette attitude n'est pas à réserver aux experts. Dès le début d'une formation l'étudiant peut être sensibilisé à ce type d'approche. Et si une telle approche n'est pas prise en compte comme objet d'enseignement en première année, il devient difficile d'examiner des compte-rendu de séquence de classe, sauf à s'identifier, en tant que candidat, à l'élève qui aurait eu à vivre cette séquence ou bien à répondre à la question "quelle est la notion mathématique sous-jacente" en faisant un exposé mathématique.
Mais cette nécessité de prendre en compte les modèles implicites d'action des élèves et d'en faire, du point de vue de l'adulte, une analyse didactique ne sera pas perçue si cela n'a pas fait l'objet d'une formation.

Prenons un exemple : Pour cela, servons nous de messages produits par des enfants en séquence de géométrie. Dans ce type de séquences, **les messages des enfants montrent à l'évidence une lecture des figures qui ne correspond pas à la lecture qu'en font les mathématiciens.** Ils révèlent bien souvent des conceptions, des obstacles, et permettent d'aller jusqu'à remettre en cause l'organisation des savoirs.
Prenons les messages suivants :

---

[1] Brousseau G : RDM 1980 Vol " problèmes de l'enseignement des décimaux ".

M1 *: Il y a quatre côtés. Le premier côté mesure 7 cm, le 2° côté mesure aussi 7cm, le 3° côté mesure 7 cm, le 4°côté mesure 7 cm. Tous les côtés sont égaux. C'est comme un carré penché. "*

M2 : *"C'est un quadrilatère. Les côtés mesurent 6 cm. La distance entre deux sommets est 9 cm".*

M3 : *"Tracer un triangle de premier côté 6cm, un deuxième pareil, le troisième fait 9 cm. Trace un autre triangle pareil au premier qui touche là où ça fait 9cm."*

Le savoir mathématique en jeu est bien le losange comme figure plane particulière.
La façon dont les enfants abordent le problème posé montre plusieurs conceptions relatives à ce savoir.
Dans le message 1, les enfants mesurent ce qui est repérable (les côtés de la figure). L'allusion au carré penché montre le souci d'apporter une information qui distingue cette figure du carré connue des élèves. Mais ceux-ci ne peuvent alors faire le pas de concevoir et mesurer ce que nous appelons une diagonale. Ce serait pourtant l'information qui lèverait l'incertitude que révèle ce message.

Ainsi, l'analyse du losange faite cette fois d'un point de vue situationniste, (c'est-à-dire: en ce qu'il fait fonctionner comme connaissance) montre qu'il faut se préoccuper de ce qui est dessiné en regard de ce qui est nécessaire mais qui n'est pas dessiné. Cette analyse est de nature purement didactique. Elle se fonde sur une analyse a priori (souvent issue d'expériences, ne le cachons pas...) à l'aide d'instruments mathématiques.
En effet, plutôt que de faire un classement des figures comme il est habituel de le faire en mathématiques, il est possible d'effectuer cette classification de la façon suivante :

Figures pour lesquelles il suffit de mesurer des côtés effectivement dessinés (triangle) pour la faire reproduire.	Figures pour lesquelles il est nécessaire de concevoir un segment non représenté et de le mesurer pour la caractériser : (parallélogramme, losange, trapèze).

Cette classification est bâtie après étude des conceptions des élèves. Elle utilise bien sûr des notions mathématiques.

L'analyse conduite est d'une autre nature que l'analyse simplement mathématique.

Ce type d'analyse peut avoir des conséquences importantes sur l'organisation de séquences d'enseignement :

Par exemple, spontanément, il paraît raisonnable de commencer des situations de communication écrites en géométrie par des figures " simples " telles que le carré ou le rectangle.
Nous avons vu que cette " simplicité " était fondée sur le fait que les enfants savaient " depuis longtemps " ce qu'était un rectangle ou un carré.

Or, les enfants, lecteurs de messages où est inscrit le mot " carré ", comprennent de quoi il s'agit, mais cette connaissance n'est pas celle qui peut leur permettre la construction d'un carré (le reconnaissance de " carré " ne suppose pas forcément le contrôle de l'orthogonalité par exemple.).
Finalement, commencer de telles situations par le carré ou le rectangle n'est peut-être pas une entreprise si simple qu'il n'y paraît.

Par ailleurs, l'analyse a priori que nous venons de faire plus haut nous montre que le losange pose un autre type de difficulté (segment nouveau à concevoir et à mesurer).
Le triangle, moins marqué culturellement et pour lequel le seul mesurage des côtés permet la reproduction, devient une figure à étudier en premier.
Le passage au losange provoquera un saut informationnel (la variable didactique : " nécessité de concevoir un segment non représenté " changeant de valeur) profitable à l'acquisition de savoirs nouveaux.
Habituer les étudiants à observer dans de bonnes conditions des enfants (où leurs productions écrites) permet de commencer à les initier à cette analyse didactique.

Conclusion
Si l'on accepte ce qui vient d'être dit, alors il n'y a aucune raison de séparer analyse didactique et " faire des mathématiques " (au niveau de l'étudiant). L'analyse didactique nécessite l'usage d'instruments mathématiques. La construction de devoirs qui prouvent que l'analyse didactique a sa spécificité tout en utilisant des outils mathématiques (parfois sophistiqués) doit être un bon moyen pour d'une part permettre aux formateurs d'éclaircir leurs idées sur l'enseignement de la didactique, d'autre part, convaincre (scientifiquement s'entend) les étudiants du caractère spécifique de cette discipline naissante.

III - SUJET (fictif, reconstruit à partir d'un sujet de concours interne Bordeaux) SUR LEQUEL LE GROUPE A TRAVAILLÉ :

I-1 Fiche de préparation d'une séance

Matériel :

1°) 10 losanges découpés dans du canson fort. Ces 10 losanges (désignés a,b,c,d,e,f,g,h,i,j) sont répartis ainsi :

	le premier nombre désigne la mesure en cm du côté, le deuxième, la mesure, en degré, d'un angle.				
famille 1	a : 10- 70	b : 12 - 60	c : 15 70	d : 13 - 60	e : 12 - 70
famille 2	f : 10 - 85	g : 12 - 85	h : 15 - 85	i : 13 - 85	j : 12 - 90

2°) Les enfants ont à leur disposition par groupe, un double décimètre, du papier canson, des compas et des équerres.

Description de l'activité :

1. Organisation de la classe : Les enfants sont divisés en 5 équipes : A, B, C, D, E. Chaque équipe comprend 2 groupes : (appelés dans la suite groupe 1 et groupe 2).

2. Consigne (5 minutes)
"J'ai découpé des figures géométriques dans du carton. Je vais donner une de ces figures à chacun des deux groupes de chaque équipe (une figure pour le groupe A1, une autre pour le groupe A2, etc.). Les groupes 1 et 2 de chaque équipe ne se verront pas, mais pourtant ils travailleront ensemble.
Les groupes "1" enverront un message au groupe "2" de leur équipe contenant ***tous les renseignements qu'ils jugent nécessaires*** *pour que ceux-ci puissent réaliser la figure sans la voir.*
Les groupes "2" feront la même activité (en travaillant sur une autre forme) : ils enverront un message à leur groupe "1". Attention : il ne devra pas y avoir de croquis sur les messages. Les équipes qui auront gagné seront celles qui auront réalisé une forme superposable à la forme initiale."

3. Déroulement (15 à 20 minutes)

Chaque groupe a donc une figure. Les enfants rédigent les messages. Dès que les messages sont terminés, la maîtresse les apporte aux groupes récepteurs correspondants. Les récepteurs réalisent la forme.
Dès que la forme est réalisée, ils vérifient avec la maîtresse par superposition (recherche, par groupe, de l'erreur).
Remarque : des travaux antérieurs ont permis, dans cette classe, de se mettre d'accord sur ce que sont deux formes superposables : deux formes sont déclarées superposables lorsque l'erreur de superposition ne dépasse pas 2 mm.

4. Synthèse collective
Recensement des réussites et des échecs. La maîtresse demande aux enfants : "Parmi ceux d'entre vous qui n'ont pas réussi à faire construire une forme superposable, quelles ont été vos difficultés ?"

I-2 Voici quelques exemples de messages recueillis à l'issue de la séance

M1 : A propos de g : *"C'est un carré, chaque côté fait 12 cm"*
M2 : A propose de i : *"C'est presque un carré. Les côtés font 13 13 13 et 13 cm. "*
M3 : A propos de b :*"Dessinez un triangle Les côtés font 12cm, 12cm, 12cm. Dessinez un autre triangle pareil qui touche le premier.*
M4 : A propos de d : *"C'est comme un carré. Il a 4 côtés. Les côtés font tous 13 cm. la longueur entre les pointes est de 22,5 cm "*
M5 : A propos de e : *"C'est un carré penché. Chaque côté fait 12 cm."*

I-3 Deuxième séance

Reprise de l'activité, la maîtresse donne des losanges variés. Le taux de réussite est bon (utilisation de messages de type M3 ou M4)

I-4 Première famille de questions

Question 1 :
Le mot "carré " est utilisé à plusieurs reprises. Faites une hypothèse sur les différentes conceptions des élèves sur le carré que laissent apparaître ces messages.

Question 2 :
Démontrez que les messages M3 et M4 permettent bien de recréer respectivement le losange b et le losange d.

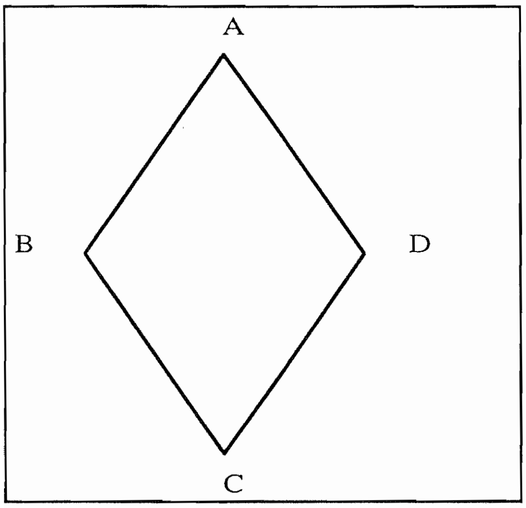
Question 3 :
Soit un polygone convexe de 5 côtés. Imaginez un type de message possible s'appuyant sur la procédure utilisée dans le message M3.

Question 4 :
Quelle était l'intention du concepteur de la séquence en proposant des losanges proches d'un carré ?

Question 5 :
Qu'est ce qui , d'après vous peut être institutionnalisé à l'issue de ces deux séances ?

Question 6 :
les réponses proposées par les élèves permettent-elles de prendre une décision sur l'ordre selon lequel pourraient être abordés le carré, le rectangle, le triangle, le losange, le parallélogramme et le trapèze ?

II-1 Voici une fiche de travail



Mesure chacun des côtés du losange ABCD. Que remarques-tu ?
Que peux-tu dire des 4 secteurs angulaires de ce losange ?
Découpe une bande de papier ayant des bords parallèles. Découpe une seconde bande de papier qui aura la même largeur que la précédente. Croise les deux bandes. Colorie la région où les bandes se superposent.
Que peux-tu dire de la figure coloriée ?
Mesure ses côtés.

II-2 Deuxième famille de questions

Question a :
Démontrez que l'intersection des deux bandes est effectivement un losange.

Question b :Quelle est la notion mathématique sous-jacente à cette activité ?

Question c :
Quelle compétence l'élève doit-il mettre en oeuvre pour mener à bien la tâche qui lui est assignée ?

Question d :
Quel est l'objectif du maître en proposant la question du deuxième alinéa ?

Question e:
Cet exercice se compose de deux parties, lesquelles ? Justifiez l'ordre choisi.

Question f :
A quel niveau de classe cette activité pourrait-elle être donnée ?

LES QUESTIONS SUIVANTES PORTENT SUR LA COMPARAISON DES DEUX SITUATIONS.

Question g :
Dans ces deux séances vous caractériserez ce qui est à la charge des enfants dans l'activité proposée ?

Question h :
Peut-on appliquer à ces situations le modèle d'analyse des situations didactiques (action, formulation, validation) ?

Question i :
Utilisez les questions g et h pour caractériser les modèles d'apprentissage retenus par le professeur dans chacune de ces deux séances.

IV - IMBRICATIONS POSSIBLES ENTRE LES PARTIES (d'après les textes officiels)

TABLEAU RÉCAPITULATIF

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUE AU CONCOURS
DE PROFESSEUR DES ÉCOLES

Premier volet (12 points)	**Deuxième volet (8 points)**
Première épreuve (8 points) "Elle doit permettre d'apprécier l'aptitude des candidats à maîtriser et à exploiter des connaissances concernant une ou plusieurs notions relevant de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire". *Commentaire : Cette aptitude à maîtriser des connaissances nécessite des savoirs qui relèvent bien sûr des mathématiques de l'école primaire, mais qui ne se réduisent pas à la seule façon dont les notions y sont abordées.*	**Épreuve du deuxième volet (8 points)** "Analyse des approches didactiques et des démarches pédagogiques correspondantes". "...Sera mis en relation avec le premier volet chaque fois que cela est possible..." "...Plusieurs types de documents peuvent être envisagés : outils pour le maître (extraits de guides ou de manuels, logiciels, documents audiovisuel), travaux d'élèves ou documents présentant des séquences ou des comportements d'enfants..." *Commentaire : le texte fait explicitement le lien (et donc la différence) entre "approche didactique" et "démarche pédagogique".*
Deuxième épreuve (4 points) "...Repérer les erreurs et les qualités dans une production d'élève, à les analyser et à les commenter en référence aux objectifs et aux contenus de la discipline". *Commentaire : Le repérage d'une erreur est donc suivi d'une analyse au cours de laquelle il est nécessaire de pouvoir établir l'origine probable de l'erreur. Pour conduire une telle analyse, il est important de se fonder sur des travaux de didactique (dans le domaine des "obstacles" par exemple) qui pourront apporter des méthodes.*	

Ces textes accentuent l'aspect pré-professionnel de l'épreuve de mathématiques en particulier on note qu'une grande place doit être faite à l'analyse d'activités d'élèves mettant en relation le contenu scientifique et le déroulement effectif ou attendu d'une séquence.

ATELIER B4

POLITIQUE DE FORMATION DES NOUVEAUX FORMATEURS DE MATHÉMATIQUES DES IUFM POUR LE 1er DEGRÉ

Animateurs : **C. HOUDEMENT**
IUFM de Rouen
Denis BUTLEN
IUFM de Melun

La réflexion du groupe poursuit celle amorcée lors du stage d'Angers.
Elle ne concerne que la formation des P.I.U.F.M. et celle des enseignants-chercheurs.
Rappelons que **la formation et l'intégration de nouveaux formateurs est indispensable au maintien et à l'enrichissement de l'expérience professionnelle collective des formateurs intervenant dans le premier degré. Ce problème concerne donc l'ensemble du réseau.**

Un tour de table des participants permit de recenser les problèmes.

Certains I.U.F.M. recrutent des professeurs qui ne souhaitent pas s'investir dans la formation des professeurs d'école ; ils ne souhaitent donc pas non plus se former...C'est à l'équipe de mathématiques d'être vigilante sur le recrutement.

Il semble encore nécessaire de séparer la formation des formateurs de professeurs d'école de celle des professeurs de lycée-collège : en effet les formateurs du premier degré restent des formateurs institutionnels (exerçant à temps complet) ; ce qui n'est pas le cas du second degré où l'optique qui prévaut est une liaison permanente terrain-formation pour le formateur : les formateurs continuent d'exercer une partie du temps en collège ou lycée.
De plus la formation du premier degré ne doit pas se limiter à une réflexion sur les mathématiques : elle doit inclure une réflexion sur la pluridisciplinarité et la liaison formation disciplinaire en I.U.F.M. et stages sur le terrain ;

La formation actuelle des nouveaux formateurs de professeurs d'école se fonde sur le relationnel : un "nouveau" est souvent pris en charge par un collègue ; mais cette prise en charge relève souvent du tutorat. Ceci soulève de nombreuses questions.
- Y-a-t-il formation s'il n'y a que reproduction ?
- Comment le nouveau peut-il s'informer s'il est seul dans le centre ? si tous les "anciens" sont partis à la retraite ? s'il n'y a pas de réelle équipe d'accueil ?

Les échanges ont permis de dégager quelques principes

La formation du nouveau formateur doit faire partie du service du nouveau formateur, soit à titre permanent (un temps reconnu pour veiller à sa formation personnelle), soit en alternance (stages de plusieurs jours de formation de formateurs)

La formation doit inclure :

- la possibilité pour le nouveau formateur de travailler avec un réseau d'I.M.F. qui lui permette de bénéficier d'un terrain d'observation et d'exercice de situations d'enseignement (observer, analyser, préparer, tester des situations d'enseignement avec la complicité d'un expert du terrain),
- une formation en didactique des mathématiques et dans les disciplines liées à l'enseignement des mathématiques à l'école et à la formation des enseignants (pédagogie, psychologie, sociologie, etc.) ; cette formation doit d'abord être personnelle[1], mais il serait souhaitable qu'elle devienne institutionnelle ;
- la possibilité, en accord avec I.U.F.M. et surtout l'Inspection Académique du département, d'un stage en responsabilité comme professeur des écoles pendant au moins quinze jours dans une classe de l'école élémentaire pour apprécier plus justement les conditions d'exercice du professeur d'école[2]
- un vécu effectif de situations de formation[3], par exemple en assistant aux cours de ses pairs soit dans son centre, soit dans un autre , suivi de discussions et échanges avec le responsable de la situation de formation.

Pour éviter les méfaits d'une simple reproduction des pratiques vues, il est souhaitable que le nouveau formateur bénéficie de conseils du maximum de collègues. L'idéal serait qu'il soit intégré à une équipe de l'I.U.F.M. qui fonctionnerait déjà de manière autonome.

Mais il nous a semblé intéressant de réfléchir à une organisation nationale de la formation, à coût minimal et autonomie maximal : d'où l'idée d'un "Tour de France" du nouveau formateur.

Modalités possibles

* Certains I.U.F.M. se proposent pour accueillir (proposition d'heures de formation) un groupe de nouveaux formateurs pour deux (ou plus) jours de formation sur un thème déterminé.:

* Le calendrier de ces stages est arrêté nationalement.

* Chaque I.U.F.M. ayant un nouveau formateur de mathématiques dans son équipe accepte de le libérer pour ce "tour de France" (en diverses étapes) et de prendre en charge ses frais de mission. Il communique son nom à l'organisation qui coordonne cette formation.

* L'organisme coordonnateur peut être la COPIRELEM si ses nombreuses charges le lui permettent, soit un collectif de formateurs[4] qui bénéficient de crédits de réunion par la DESUP. Cette organisation demande pour chaque participant des frais d'inscription correspondant aux courriers et photocopies distribuées.

---

[1] Voir ci-après des éléments de bibliographie.

[2] Ce type de stage a fait partie intégrante du stage national de formation autrefois destiné aux professeurs d'école normale. Tous les bénéficiaires ont reconnu les avantages d'un tel séjour sur le terrain comme maître remplaçant.

[3] Pour la commodité du propos, on distinguera :
- situations de formation : des situations qui s'adressent à des professeurs des écoles à venir ou en exercice
- situations d'enseignement : des sitautions mathématiques en direction d'élèves de l'école élémentaire

[4] A l'issue du colloque de Douai, certains formateurs se sont déclarés prêts à consacrer de leur temps de réflexion (moyennant des possibilités de se réunir) au vaste problème de la formation des "nouveaux".

Avantages

* La formation est répartie sur plusieurs centres, ce qui limite les risques de reproduction des pratiques d'un unique conseiller.

* Les nouveaux formateurs se mettent en réseau, ce qui leur permet d'échanger sur les pratiques respectives.

* Les nouveaux formateurs, quelle que soit la situation de leur centre, rencontrent des "anciens" et sont confrontés à diverses organisations d'I.U.F.M..

* Le coût de formation est à la charge de chaque I.U.F.M. et relativement minimal. Chaque I.U.F.M. engage des frais pour "ses" nouveaux.

* Les déplacements de formateurs de formateurs sont minimisés, ce qui les rend plus disponibles.

ANNEXES

* Texte de la COPIRELEM définissant les principes et les contenus de formation en mathématiques pour la formation initiale des professeurs d'école.

* Éléments de bibliographie pour le nouveau formateur.

ont participé à cet atelier : Catherine AURAND - François BOULE - Denis BUTLEN - Jean-Louis CHEVALIER - Hélène GISPERT - Eric GREFF - Catherine HOUDEMENT - Alain PIETRUS

ANNEXE 1

Proposition de texte, définissant les principes et les contenus de la formation initiale en mathématiques des futurs professeurs d'école réalisée par la COPIRELEM[5], en mars 1994

PRINCIPES, OBJECTIFS ET MÉTHODES.

L'enseignement des mathématiques s'adresse à des étudiants ayant suivi des cursus universitaires variés, donc de niveaux scientifiques divers. Il s'intègre à une formation pluridisciplinaire nécessitée par la polyvalence du métier de professeur d'école.

Cet enseignement est donc résolument orienté vers la préparation professionnelle, ce qui implique à la fois un approfondissement de certaines des connaissances mathématiques que les professeurs d'école auront à enseigner et un corps de connaissances particulières, de nature plus didactique et épistémologique.

Les contenus s'appuient sur l'étude des concepts mathématiques permettant une bonne compréhension des notions à enseigner dans le premier degré, en rapport avec les situations d'apprentissage. Dans le cas où certains étudiants rencontrent des difficultés dans la maîtrise de ces savoirs, il convient de leur proposer un module complémentaire dit "de soutien" : celui-ci est centré sur les connaissances directement nécessaires au cours, et non sur le rattrapage d'un hypothétique niveau mathématique général minimum.

Ces concepts sont vus à travers des études de phénomènes d'enseignement, des approfondissements mathématiques, des analyses historiques et épistémologiques, éclairés par des outils de la didactique.

L'enseignement se structure autour d'activités telles que :
- résolution de problèmes ;
- observations de classes et d'élèves, en situation de travail mathématique ;
- exercices de préparation, de conduite et d'analyse de séances, en liaison avec des maîtres-formateurs ;
- analyses de supports pédagogiques (manuels, fichiers, logiciels, didacticiels, jeux éducatifs, matériels, moyens audiovisuels, instruments d'évaluation,...),
- études de textes extraits de revues pédagogiques et de comptes rendus de recherches,
- analyses d'exercices et de réponses d'élèves,
- et bien sûr nombreux exercices mathématiques.

---

[5] COPIRELEM, Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement (et la formation à l'enseignement) élémentaire, responsable Denis BUTLEN.
Adresse : I.R.E.M. de Paris 7, Université Denis Diderot, Tour 56/57, 3°étage, 2, place Jussieu, 75251 Paris Cedex 05
Tél :44 27 53 83 / 53 84 Télécopie : 44 27 56 08

CONTENUS DE FORMATION

- La construction du nombre et des opérations arithmétiques

Notions mathématiques, historiques, épistémologiques nécessaires à cet enseignement sur :

- nombre entier et numération ;
- structures additives ;
- structures multiplicatives.

Analyse et construction de situations d'apprentissage.
Élaboration de procédures de calcul (calcul mental, algorithmes écrits des opérations arithmétiques, utilisation de la calculatrice) : analyse mathématique et didactique.

- Fonctions numériques

Fonctions linéaires, fonctions affines et quelques autres.
Cas de la proportionnalité :
- son enseignement à l'école : un exemple de transposition didactique ;
- différents points de vue : fonctionnel, scalaire, graphique, géométrique (agrandissement, réduction, lien avec le théorème de Thalès).

- Extension de la notion de nombre entier

Connaissance des rationnels (et des décimaux). Insuffisance des rationnels : approche des réels, approximation des réels par les décimaux.
Construction de situations d'approche des rationnels à l'école élémentaire.
Exemple d'analyse épistémologique : la construction des décimaux à partir des rationnels ; conséquences possibles pour les choix d'enseignement à l'école.

- Géométrie

Connaissances géométriques de base : caractérisations et constructions de figures simples à la règle et au compas (et utilisation d'autres instruments : équerre, gabarit, rapporteur,...), théorèmes de Pythagore et de Thalès, quelques utilisations simples de transformations ponctuelles du plan (isométries et homothéties planes), étude de solides simples, sections et projections planes de solides simples.
Analyse et construction de situations d'apprentissage portant sur :
- la reproduction d'objets du plan ou de l'espace (avec divers matériels et contraintes),
- la description d'objets (pour une utilisation fonctionnelle du vocabulaire)
- la représentation d'un objet de l'espace sur un plan,
- la construction d'objets du plan ou de l'espace (synthèse de la description et de la représentation).

Rapports entre connaissances spatiales et savoirs géométriques.

- Grandeur, mesure

Aspects mathématiques, historiques, épistémologiques.
Un exemple de construction d'une grandeur et de construction d'une mesure (aire, longueur, masse,..).
Cas particulier du système métrique. unités légales et usuelles.

Chaque fois qu'une notion mathématique s'y prête particulièrement, on aborde les questions de **raisonnement** : argumentation, de preuve, de démonstration.

A propos des thèmes précédents, les différents aspects de la **résolution de problèmes** sont mis en évidence :
- sa place dans la construction des mathématiques (point de vue épistémologique),
- son rôle dans la construction des connaissances (point de vue cognitif),
- ses fonctions dans l'enseignement.(point de vue didactique et professionnel).

A l'occasion de situations d'enseignement et à partir d'activités portant sur les thèmes définis ci-dessus, on utilise et explicite différents **outils de la didactique des mathématiques** afin d'aider les étudiants à :
- comprendre ce qui caractérise une situation de référence relative à une notion ou à une famille de notions,
- commencer une analyse a priori, identifier les cadres,
- reconnaître les variables d'une situation et parmi celles-ci les variables didactiques,
- différencier situations d'apprentissage et situations de contrôle,
- identifier différentes phases d'une situation d'apprentissage,
- analyser des procédures d'élèves et des types d'erreurs relativement à un savoir donné (la notion d'obstacle sera traitée à cette occasion).
- repérer certains phénomènes de contrat.

Cette formation prend en compte les programmes du premier degré et du premier cycle des collèges, l'organisation des différents cycles de l'école, les compétences attendues à la fin de chaque cycle en mathématiques.

FINALITÉS DE LA FORMATION

Les finalités de la formation sont :

- rendre les étudiants capables
  * de construire des situations d'enseignement y compris sur des thèmes non traités en formation.
  * d'intégrer les mathématiques dans un projet global d'enseignement,
  * d'adapter leur enseignement aux différents publics d'élèves (secteurs citadin, rural, de banlieue,...),
  * d'analyser et de prendre en compte des difficultés des élèves et l'hétérogénéité des classes,
  * développer une réflexion critique sur les pratiques professionnelles les manuels scolaires et les documents pédagogiques.

- sensibiliser les étudiants à l'intérêt et l'efficacité du travail d'équipe,

- rendre les étudiants
  * curieux des publications récentes et des résultats de recherche,
  * aptes à modifier leurs pratiques en liaison avec les résultats de recherches.
  * sensibles à l'importance et à l'intérêt d'une formation continuée.

REMARQUES :

- Une estimation horaire minimum de la formation en mathématiques des futurs professeurs d'école, raisonnable (mais pouvant être avantageusement dépassée) serait de 150 heures, réparties sur deux ans.
- Les contenus de formation précisés ci-dessus ne pourront sans doute pas être tous étudiés en formation initiale. Les choix sont à la charge de chaque I.U.F.M.
- La formation des enseignants nécessite, pour être efficace, une organisation en groupes d'effectifs limités.
- Si le nombre de candidats à la formation dépasse la capacité d'accueil de l'I.U.F.M., il est souhaitable de soumettre les étudiants à un test d'entrée portant sur des compétences disciplinaires.
- Afin d'assurer la cohérence de la formation, il est indispensable de mettre en place des dispositifs institutionnels favorisant la liaison entre les différents acteurs de la formation (enseignants-chercheurs, PIUFM, IMF,...). La constitution d'équipes de formation et de recherche pluri-catégorielles enrichit la réflexion et structure la formation.

Paris, 19 mars 1994

ANNEXE 2
Éléments de bibliographie pour les nouveaux formateurs pour leur formation personnelle

AVERTISSEMENT

Cette bibliographie a été établie collectivement lors du stage d'Angers (mars 1995) et du Colloque de Douai (mai 1995). Elle est bien sûr non exhaustive et a pour objectif de donner le plus rapidement possible "une ambiance" de formation.

Elle ne répertorie pas d'ouvrages de mathématiques, ni d'histoire des mathématiques, à proprement parler.

Elle donne des repères et des pistes dans six domaines étroitement liés à la formation des enseignants en mathématiques. Elle se compose des six paragraphes suivants :

1) des écrits directement prévus pour la formation
2) des livres donnant une vue d'ensemble sur les mathématiques de l'école élémentaire et les démarches actuellement préconisées
3) des éléments de didactique des mathématiques plus ou moins généraux, plus ou moins précis
4) quelques ouvrages de synthèse sur la formation d'adultes en général, enseignants de mathématiques ou non
5) quelques ouvrages sur les disciplines liées à la didactique (pédagogie, psychologie, sociologie, etc.)

Il n'existe pas d'ouvrage de vulgarisation sur l'enseignement des mathématiques à l'école. Or cet enseignement relève de divers domaines sur lesquels il est nécessaire de connaître certains éléments ; ces éléments ne peuvent pas non plus se trouver dans des ouvrages de vulgarisation.

D'où l'impossibilité a priori d'une lecture linéaire des divers ouvrages.... parlons plutôt d'une lecture que certains qualifieraient de spiralaire.....

1) Exemples de situations ou de cours de formation vers les PE en math

- *Annales du concours externe CAPE* Bordeaux avec corrigés (1992, 93, 94), I.R.E.M. de Bordeaux
- *Documents pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs d'école*, C.O.P.I.R.E.L.E.M., 1992 (Cahors), 1993 (Pau), 1994 (Colmar) disponibles à l'I.R.E.M. de Paris VII (Cahors et Colmar) et à l'I.R.E.M. de Bordeaux (Pau)
- *Se former pour enseigner les mathématiques,* M.Pauvert et cie (Ed A.Colin, 1993) quatre tomes 1 - Problèmes, Géométrie; 2 - Maternelle, Grandeurs et mesures; 3 - Numération, Décimaux; 4 - Opérations, Fonctions numériques

2) Textes et aides pédagogiques sur l'école élémentaire

- *Instructions officielles et programmes* (1978, 1985, 1995) et documents officiels d'accompagnement (1985, Géométrie)
- *Contributions à l'enseignement mathématique contemporain. La proportionnalité et le calcul numérique.* texte de la C.O.P.R.E.M., CRDP de Strasbourg
- *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire*, *CE* : 2 tomes (1979) et *CM* 3 tomes (1981-82) par E.R.M.E.L. (Équipe de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques à l'École Élémentaire), Ed Hatier.
- *Apprentissages numériques GS (1990), CP (1991), CE1 (1993)*, trois tomes par ERMEL, Ed Hatier
- Revue *Grand N* de l'I.R.E.M. de Grenoble
- Livre du maître de la collection *Atout Math*, Ed Hachette (1989 à 1993) pour la partie introductive

- *Aides pédagogiques de l'APMEP* : un tome CE, trois tomes CM : *Géométrie* (1983), *Situations-problèmes* (1987), *Décimaux* (1986),
- Publications A.P.M.E.P. *La multiplication* (1976), *La division* (1977)

3) Pistes de didactique

*** Pour commencer sur la didactique des mathématiques**

- M.Artigue, R.Douady (1983), *De la didactique des mathématiques à l'heure actuelle*, Cahier de didactique n°6 de l'I.R.E.M. de Paris VII
- A.Robert (1988), *Une introduction à la didactique des mathématiques,* Cahier de didactique n°50 de l'I.R.E.M. de Paris VII
- M.Henry (1991), *Cours de sensibilisation à la didactique des mathématiques*, IREM de Besançon

*** D'un deuxième niveau**

- Volume 7/2 (1986) de *Recherche en didactique des mathématiques*, Ed La Pensée Sauvage, Grenoble avec deux articles :
  * "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques", Guy Brousseau
  * "Jeux de cadre et dialectique outil-objet", Régine Douady
- M.Artigue (1986), Article-conférence "Une introduction à la didactique ds mathématiques", dans *Actes des Colloques de Guéret 1985 et Quimper 1986*, sur la comparaison entre théorie des situations et dialectique outil-objet
- Y.Chevallard (1985), *La transposition didactique*, , Ed La Pensée Sauvage, Grenoble
- P.Jonnaert (1988), *Conflits de savoir et didactique*, Ed de Boeck Université, Bruxelles

*** Sur la didactique des sciences**

- S.Joshua, J.J.Dupin (1993), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, PUF
- J.P.Astolfi, M.Develay (1993), *La didactique des sciences*, PUF Que sais-je

4) Formation d'adultes

- D.Chevalier dir. (1991) *Savoir faire et pouvoir transmettre*, Ed de la Maison des Sciences de l'Homme
- Postic et de Ketele (1988), *Observer les situations éducatives,* Ed PUF ou Seuil
- M.Develay (1994), *Peut-on former les enseignants*, Ed E.S.F.
- F.V.Tochon (1993) *L'enseignant expert*, Ed Nathan
- P.Perrenoud (1994), *Entre théorie et pratique*, Ed L'Harmattan
- M.Altet (1994), *La formation professionnelle des enseignants*, Ed PUF

5) Un peu de pédagogie, psychologie, sociologie....

- J.P.Astolfi (1992), *L'école pour apprendre*, Ed E.S.F.
- A.Weil-Barrais dir. (1993), *L'homme cognitif*, Ed PUF
- B.Charlot, E.Bautier, J.Y.Rochex (1992), *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs*, Ed. A.Colin

ATELIER B5

RÉGULATION DES FLUX D'ENTRÉE EN IUFM

Animateur : **Michel LAISNE**
IUFM de Douai
Rapporteur : **Claude MAURIN**
IUFM Aix-Marseille

L'activité du groupe s'est organisée en trois moments : des échanges concernant les modes de recrutement en 1ère année dans les IUFM représentés dans le groupe, une discussion sur des textes communiqués par Michel CARRAL, l'analyse de quelques exercices des tests communiqués.

Les annexes de cet atelier sont regroupées à la fin de la brochure.

Modes de recrutement en 1ère année dans les IUFM représentés dans le groupe

Parmi les IUFM représentés (Aix-Marseille, Bretagne, Nord / Pas-de-Calais, Picardie, Poitiers, Toulouse), certains recrutent uniquement sur dossier (Nord / Pas-de-Calais, Picardie), d'autres utilisent des tests dans le cadre d'une procédure qui peut combiner : tests, dossier, entretien et quotas. Les tests apparaissent alors comme une réponse :

- d'une part à l'afflux des candidats en 1ère année
- d'autre part à la difficulté de former des étudiants montrant des lacunes graves (comme en témoigne le nombre de notes éliminatoires à l'épreuve de math du CAPE)

Discussion sur les textes communiqués

Michel CARRAL a présenté trois documents :

- Document n°1 : Compte-rendu de l'atelier B2 : Tests en mathématiques à l'entrée de l'IUFM. Réflexion sur les contenus mais aussi sur la finalité, les choix (qu'est-ce que l'on teste ?) et les conditions de faisabilité.

Texte de cadrage
François HUGUET, Jean-Louis IMBERT

- Document n°2 : Rapport à Monsieur le Directeur de l'IUFM de Bretagne sur des tests en Mathématiques en vue de contribuer à la sélection des candidats à la préparation au concours de Professeurs des Écoles

J-B LAGRANGE

- Document n°3 : État des réflexions du groupe B2 réuni à Angers du 27 au 31 Mars 95

COPIRELEM

De la discussion, on retiendra ces quelques points :

- la nécessité d'un bilan par item
- la nécessité de la transparence de la procédure : programme et barème doivent être communiqués (Sont évoquées à titre d'exemples les procédures de catalogue utilisées à Aix au CREI)
- à propos du document n°3, la nécessité de hiérarchiser les choix
- relativement aux finalités (document n°1), la nécessité de rechercher des situations permettant d'associer un sens aux connaissances mathématiques
- l'idée de partage du travail d'élaboration des tests

Analyse de quelques exercices de tests communiqués

L'analyse de quelques exercices des tests élaborés à IUFM d'Aix-Marseille et à l'IUFM de Bretagne amène quelques interrogations autour des interactions tests/CAPE :

- Quelle cohérence entre les contenus des tests et les contenus du CAPE ?
- *les contenus du CAPE se rapportant nécessairement au programme de l'École Primaire*
  Les tests peuvent-ils porter sur des connaissances niveau collège ?
- *le concours accordant maintenant une place majoritaire à une analyse de nature didactique et pédagogique*
  Va-t-on vers une didactisation des tests ?

Je remercie Claude MAURIN pour les notes prises au fil des travaux, à partir desquelles j'ai pu élaborer ce rapport.

ont participé à cet atelier : Thierry BAUTIER - Michel CARRAL - Jean-Louis CHEVALIER - Liliane DUBOIS - François HUGUET - Michel LAISNE - Claude MAURIN - Alain PIETRUS

Annexes

- Document n°1 : Compte-rendu de l'atelier B2 : Tests en Mathématiques à l'entrée de l'IUFM. Réflexion sur les contenus mais aussi sur la finalité, les choix (qu'est-ce que l'on teste ?) et les conditions de faisabilité.
  Texte de cadrage
  François HUGUET, Jean-Louis IMBERT

- Document n°3 : État des réflexions du groupe B2 réuni à Angers du 27 au 31 Mars 95
  COPIRELEM

- Tests 95 de l'IUFM d'Aix-Marseille, de l'IUFM d'Aquitaine, de l'IUFM de Bretagne, de l'IUFM des Pays de la Loire, de l'IUFM de Toulouse, de Besançon.

ATELIER B6

MÉMOIRES PROFESSIONNELS : QUELLES ORIENTATIONS ? QUELLES EXIGENCES ?

Animateurs : **Alain BRONNER**
IUFM de Montpellier
Yves GIRMENS
IUFM de Montpellier

Le projet d'animation de l'atelier entendait s'appuyer sur les documents déjà produits dans le cadre des actions de la COPIRELEM concernant le mémoire professionnel :

- Mémoires et Dossiers professionnels en Mathématique (Stage de Colmar-Mars 1993)
- Quels Mémoires Professionnels pour quels effets de Formation (Atelier du colloque d'Aussois)
- Compte-rendu d'un atelier du Colloque de Chantilly (1994)

Les participants à l'atelier n'ayant pas tous eu connaissance de ces différents textes, des photocopies des extraits les plus importants leur sont distribuées à la fin de la première séance de travail.

Le compte-rendu qui suit respecte la chronologie des deux séances de travail dans le cadre de l'atelier :
1) des attentes en forme de questions
2) la guidance du mémoire : où en-est-on ?
3) les représentations : "la place du mémoire dans la formation professionnelle"
4) des recommandations et des suggestions

1) Des attentes en forme de questions

Le tour de table ayant pour but de recenser les attentes des participants fait apparaître deux types de préoccupations :

- sur le plan de l'évaluation (en référence aux textes en vigueur) : n'a-t-on pas une exigence démesurée par rapport au mémoire compte-tenu des modalités pratiques ?
- quels critères doit-on définir pour faire une évaluation qui soit une synthèse de la production écrite et de la soutenance orale du mémoire ?
- ne convient-il pas de prendre en compte davantage la démarche et le cheminement faits par le candidat au-delà du document produit ?

- dans le cas de mémoires faits à deux (ce qui semble être un dispositif très fécond, aux dires de ceux qui le pratiquent), comment faire une évaluation du travail de chacun ?
- comment concilier la nécessité d'une évaluation nuancée avec un compte-rendu à donner à l'institution dans les termes : "accepté ou refusé" ?
- sur le plan de l'encadrement : ne peut-on pas délimiter et définir le rôle du tuteur de mémoire ?
- ne faudrait-il pas organiser une concertation, voire définir une formation sur l'encadrement d'un mémoire ?

2) La guidance du mémoire : Où en est-on?

Il ne paraît pas utile de faire l'inventaire des pratiques différentes que l'on observe au sein des I.U.F.M représentés dans l'atelier.
On retiendra cependant que ces pratiques sont très diverses, allant d'un encadrement individuel à un encadrement semi-collectif ,avec tous les degrés intermédiaires et que ces pratiques varient d'un I.U.F.M à un autre en fonctions de moyens apportés par l'institution et des conceptions différentes du rôle du tuteur de mémoire.

Quelques points marquants peuvent être mis en avant :
- dans certains I.U.F.M, la "mise en route" du mémoire commence par une "conférence" de présentation et d'exposé de la méthodologie du mémoire ;
- cette phase a une durée variable selon les Centres et est suivie parfois d'une phase d'orientation vers un champ disciplinaire défini pour ensuite y choisir le sujet (le choix précis du sujet n'intervenant qu'après concertation avec le professeur en charge du champ concerné) ;
- dans certains centres, après un "cours" explicitant la méthodologie, les étudiants sont invités à rechercher un sujet de mémoire à deux : la capacité à réfléchir sur les pratiques dans une dynamique de communication et d'échange semble être un objectif privilégié dans ce cas ;
- un I.U.F.M propose un véritable "parcours" d'encadrement sous la forme de huit séminaires qui balisent les étapes de l'élaboration du mémoire (crédit de 24h fournis par l'institution) : présentation du mémoire, indication de documentation, choix d'un champ thématique, choix du sujet dans le champ, suivi du mémoire, présentation d'une ébauche, soumission d'une mouture, préparation de la soutenance (chacune des actions précédentes faisant l'objet d'un travail en groupe lors d'un "séminaire") ;
- certains organisent des regroupements d'étudiants, une fois le mémoire largement avancé, dans le but de faire tester la pertinence du sujet choisi et d'affiner la démarche par l'intermédiaire de la communication ;
- certains pensent qu'il est souhaitable que le tuteur d'un groupe d'étudiants soit aussi le formateur du groupe ;
- ceux qui en ont fait l'expérience sont convaincus de la fécondité d'un encadrement du mémoire par groupe d'étudiants (à certaines phases).

3) Les représentations : rôle du mémoire comme outil de formation

- Une occasion privilégiée de se livrer à une observation fine d'un phénomène d'enseignement, à l'aide d'outils d'observation et d'analyse.
- Grâce à la démarche que le mémoire suscite: analyse a priori d'un problème, suivie d'une expérimentation puis d'une analyse a posteriori, le mémoire peut être, pour certains ,une sorte d'outil de régulation dans le processus d'apprentissage des pratiques de l'enseignement.
- D'autres voient dans le mémoire une occasion de prendre en compte des travaux d'élèves et de s'y intéresser de manière approfondie, cela débouchant sur la prise de conscience de la manière dont il convient d'appréhender les productions des élèves.

- Pour certains, le mémoire permet de prendre de la distance par rapport à la situation d'enseignement où la contrainte d'urgence intervient pour mener à bien une démarche d'analyse et de réflexion, jusqu'à la production d'un écrit.
- D'autres pensent que le mémoire peut contribuer à la modification de la représentation que les stagiaires ont de l'acte d'enseigner et qu'il peut aider à développer une attitude réflexive sur les pratiques.
- D'autres, enfin mettent en avant la contribution à la formation apportée par les séances de travail réunissant un stagiaire et un formateur autour du mémoire (aide individualisée, analyse professionnelle...)
- De l'avis de plusieurs participants, la démarche du mémoire est très profitable à ceux qui après le concours, n'ont pas été admis en deuxième année et ont été mis sur un poste : leur réflexion est, semble-t-il mieux guidée par une attitude professionnelle.

4) Des recommandations et des suggestions

Compte tenu des éléments précédents, afin de renforcer le rôle du mémoire professionnel dans la formation, il semble nécessaire à tous les participants de définir un véritable projet d'encadrement du mémoire permettant de baliser le parcours de chaque étudiant depuis le moment où il s'interroge sur le choix du sujet jusqu'au moment où il va rédiger son travail.

Ce projet pourrait prendre en compte les éléments suivants :

- Les stages de pratique accompagnée sont le terrain privilégié pour le choix du sujet du mémoire ainsi que pour les expérimentations et la prise d'informations.
- Les apports méthodologiques sont à intégrer dans la démarche engagée par chaque étudiant.
- Le choix du sujet peut être fait en deux temps: d'abord, présélection d'un thème (ou d'un champ de thèmes) puis, dans le premier stage de pratique accompagnée, repérage d'une "question".
- Les apports théoriques et bibliographiques doivent intervenir au moment le plus opportun pour créer une interaction avec l'investigation.
- On pourra tout d'abord orienter les étudiants vers des documents de portée générale puis, après une phase de recherche menée par les étudiants, sélectionner des documents plus "ciblés".
- À certaines étapes de l'élaboration du mémoire, il est fructueux de favoriser des échanges entre étudiants au sujet de leur travail: au début, pour le choix du sujet et à mi-parcours, pour tester la pertinence de la démarche, un questionnement mutuel en présence du tuteur peut permettre à chacun de réguler son travail (cela suppose qu'un même formateur est le tuteur de plusieurs mémoires).
- Il convient, en vue de l'évaluation d'un mémoire, de prendre davantage en compte le processus d'élaboration du travail (non pas seulement le produit fini) et l'évolution de l'étudiant au fur et à mesure de l'avancée dans son travail.

À partir de ces différents points, on peut tracer les grandes lignes d'un projet d'encadrement des mémoires.
En globalisant, par formateur, les heures attribuées pour le tutorat des mémoires, on obtient un crédit d'heures permettant d'organiser :
1) Des séances d'encadrement collectif (regroupement des étudiants par tuteur). Il paraît nécessaire d'en prévoir au moins trois qui constituent trois jalons dans le parcours du mémoire :
- Première séance : chaque étudiant présente succinctement son sujet et son projet aux autres qui sont invités à le questionner (test de pertinence du sujet choisi, aide à mieux cerner la démarche envisagée) ;

- Deuxième séance : à mi-parcours, chaque étudiant fait devant les autres le point sur son travail et décrit la suite de sa démarche (dispositif de régulation par le débat et le questionnement) ;
- Troisième séance : avant la rédaction définitive, chaque étudiant fait une "pré-soutenance" du mémoire devant les autres, ces derniers posant toutes les questions qu'ils souhaitent (aide à structurer le travail et à en mesurer l'impact).

2) Des séances de suivi individuel s'intercalant entre les séances collectives : apports méthodologiques et bibliographiques, mise en place d'une démarche, choix d'un dispositif...

ATELIER B7

POLITIQUE DE RECHERCHE EN IUFM

Animateur : **Claude COMITI**
IUFM de Grenoble

I - LA SITUATION DE LA RECHERCHE EN IUFM

I.1 - Peut-on développer des recherches en IUFM ?

Bref historique

- La loi d'orientation de 1989 créant les IUFM affiche dans leurs missions la participation à la recherche.
- Dès la fin de la première année de leur existence (1990-91), un secteur recherche était créé dans deux des IUFM Pilotes : Grenoble et Lille.
- 1991, l'année du premier recul : montée au créneau de la CPU contre l'idée qu'il puisse exister des recherches ailleurs qu'à l'université.
- 1992 : de plus en plus d'IUFM élaborent une politique de recherche (voir rapport recherche Demailly/Zay : *"L'émergence des politiques de recherche dans les IUFM, Etude de la mise en place d'unités organisationnelles chargées de la recherche au sein des IUFM (septembre 1990-décembre 1992)"*), mise en place d'une Assemblée des Responsables de recherche des IUFM.
- Mars1993 (avant les élections législatives) : texte Courtillot (CNRS) et Bloch (DESUP) précisant les grandes lignes d'une politique de recherche pour les IUFM.
- Juin 1993 : fort coup de frein donné par le nouveau gouvernement aux IUFM en général (Rapport Kaspi), interdiction orale de "recherche" aux IUFM par Bardet (DESUP) et suppression des subventions accordées précédemment par la DRED à certaines recherches IUFM.
- De juillet 93 à janvier 94 : position d'attente de l'Assemblée des directeurs d'IUFM, puis réaffirmation forte de la mission de recherche des IUFM se traduisant par :

 * en février 94 : préparation, par la CDIUFM d'un texte pour la consultation nationale sur la recherche

 * le 11 mars 94 : entrevue de B.Cornu,Président de la Conférence et de B.Decomps, Directeur Général de la Recherche et de la Technologie ; ce dernier demande un recensement des expériences de recherche en IUFM

* le 23 juin 1994 : journée CDIUFM avec les responsables recherche sur le thème "Recherche en IUFM"
- Début 1995 : constitution en cours d'un "Comité de coordination" national chargé de trois missions : synthèse de l'existant, orientation de la recherche en éducation et prospective, évaluation, ce comité comprendra des responsables du MERT, de l'IG, le Directeur de l'INRP, un représentant de la CPU, un représentant de la CDIUFM et des chercheurs étrangers.

I.2 - Les différentes logiques des politiques de recherche des IUFM

Elles ont été mises en évidence à partir de l'analyse des textes des projets d'établissements et des réponses reçues en réponse à la double enquête lancée lors de la préparation de ce colloque, auprès des Directeurs d'IUFM (16 réponses) et des inscrits au colloque.

De nombreuses différences sont à prendre en compte :
- les histoires locales, (richesse de l'environnement..., coopérations antérieures entre institutions, DEA de didactique...)
- la taille des IUFM et nombre des enseignants-chercheurs impliqués à l'IUFM
- la personnalité des acteurs fondateurs de l'IUFM : Directeurs, Directeurs-adjoints, (conceptions personnelles, politique de recrutement des personnels,...)

On constate de réelles différences d'orientations :
- par rapport aux deux grands pôles : recherche fondamentale, recherche-action-innovation
- par rapport aux acteurs de la recherche (seulement enseignants-chercheurs ou tous statuts)
- par rapport aux rôles de la recherche : qualification des formateurs (DEA thèses), amélioration de la formation, amélioration de l'enseignement.

La partition des IUFM selon les cinq grandes types de politiques mis en évidence par la recherche DRED 1992 (Demailly/Zay) semble toujours valide.

A) L'IUFM n'est pas affirmé comme lieu de recherche :

- il n'y a ni recherche ni politique de recherche (ex. Clermont-Ferrand)
- il n'y a pas de politique de recherche : on laisse gérer la recherche, qui peut être importante, par d'autres institutions : universités et/ou INRP (ex. Versailles, à plus petite échelle : Dijon, Nantes avec prédominance INRP)
- politique de sujétion à la recherche universitaire (Bordeaux, Paris) : il n'y a pas de structure propre d'organisation de la recherche, pas de politique propre, donc pas de détermination par l'IUFM d'axes prioritaires de recherche : seules les équipes rattachées à un Labo d'université sont reconnues. (ex. Paris où le texte affirme que tout formateur doit être formé par la recherche mais que "ne sont nommées équipes de recherche que des équipes labellisées par les organismes habilités à le faire : universités, CNRS, INRP. Aucune équipe IUFM n'est en place... L'IUFM se donne à lui-même des missions de réflexion et d'innovation touchant aux questions d'enseignement et de formation des maîtres". Autre exemple : Bordeaux : "la politique suivie visait à la constitution d'équipes de recherche en éducation, dans le cadre de laboratoires d'universités"...Mais "afin que l'IUFM devienne un lieu de recherche en éducation, certaines activités d'équipe ont lieu dans les murs de l'IUFM " !

B) l'IUFM s'affirme comme lieu de recherche :

- politique de création d'un laboratoire (avec Centre de recherche avec statuts formalisés, structuré comme un labo universitaire, à forte autonomie, visant à une reconnaissance dans la communauté scientifique : le CERFI deToulouse)

- politique de soutien à l'innovation : volonté de définir une politique de recherche en éducation qui ne soit pas concurentielle à la recherche universitaire, ne prétendant pas au caractère de recherche fondamentale, et qui soit bien spécifique à l'IUFM
Exemple de Strasbourg : "il est de la vocation de l'IUFM de mener des recherches qui ne sont menées nulle part ailleurs. Il importe donc de définir son créneau spécifique... Les recherches programmées par l'IUFM doivent être telles qu'elles inspirent <u>directement</u> des retombées dans le projet pédagogique de l'établissement" (appel d'offres , moyens pour un an) ;

Caractéristiques :
* ne pas empiéter sur le territoire propre et autonome des universités ;
* partage des tâches et des rôles au sein de l'IUFM :
- recherche scientifique pour les Enseignants-chercheurs, et les doctorants (donc à l'université)
- équipes IUFM centrées sur la "recherche développement, qui réinvestit les résultats des recherches universitaires", l'ingénierie didactique "fabrication d'outils didactiques et pédagogiques" et l'innovation "expérimentation , mise en application et diffusion de ces outils" (équipes comprenant beaucoup de CP, IMF, MAFPEN, IPR) ;
* recherche associant fortement l'environnement professionnel (Alsace, Lyon, Nantes, Nice, Limoges).

- politique de réseau :
Il y a un service de recherche de l'IUFM , une politique de recherche affirmée, qui définit des propres objets de recherche dans les différents domaines, qu'il s'agisse de recherche fondamentale ou de recherche-action, tout en recherchant divers partenariats dans la constitution des équipes ; les moyens affectés se veulent adéquats à cette politique (ex. Lille, Grenoble).
Grenoble : "La politique de recherche, élaborée en fonction de la spécificité des missions de l'IUFM, traduit la volonté de l'établissement de contribuer au renouvellement de l'articulation entre la recherche en éducation et la demande sociale... Cette politique se traduit par l'ouverture de nouveaux champs de recherche, qui se créent en relation avec les champs de la pratique, se structurent comme tels, définissent leurs objets en construisant des architectures conceptuelles spécifiques, à caractère interdisciplinaire, et introduisent une réflexion sur la position des acteurs dans la recherche, dans la réflexion, et dans l'action. Ceci se traduit par l'affirmation d'exigences spécifiques, la détermination d'axes prioritaires de recherche et la mise en oeuvre de modalités spécifiques."
l'IUFM apparaît pour son environnement comme un partenaire pour la recherche, un "activateur et un soutien de réseaux" (Lille), partenariat avec la communauté scientifique et avec les milieux professionnels.

II - LA VIE SCIENTIFIQUE EN IUFM

L'atelier a travaillé sur cette question à partir des réponses des inscrits au colloque au questionnaire.
Qui sont-ils ?
- Ils viennent de 12 IUFM différents : Aquitaine, Bourgogne, Grenoble, Montpellier, Normandie, Versailles, Besançon, Nice, OrléansTours, Reims, Rennes.

- Ils sont représentatifs des différents statuts de formateurs dans les IUFM : MCF, PIUFM, formateur second degré à tiers/temps, IMF ;
- représentatifs de différents types d'implications dans la recherche : post-thèse, doctorants, équipe INRP, équipe IUFM ;
- représentatifs de la faible connaissance qu'ont en général les personnels des textes de politique de leur IUFM .

On trouvera ci-dessous :
- **en gras** celles des questions du questionnaire qui ont été traitées dans l'atelier,
- "entre guillemets" les réponses issues du dépouillement des questionnaires renseignés,
- *en italiques* les titres présentant les analyses effectuées par les participants lors de l'atelier.

Quels types de liens voyez-vous entre recherche et formation ?

a - des liens dialectiques
" Dans les deux sens et très fort : la formation est l'interface entre les pratiques et les recherches"
"La formation se nourrit de la recherche et est l'un des lieux où naissent les questions pour la recherche"
"La recherche liée à la formation favorise les liens théorie/terrain"

b - la recherche fournit des outils de formation
" Elle donne des pistes pour la formation"
" Elle développe des outils et des réalisations ensuite intégrés dans certaines formations"

c - la recherche induit des processus de formation
" essentielle pour conserver une vision dynamique de la formation"
" éclairage des processus en jeu et points d'appui pour une pratique éclairée"
" nouvelle organisation des objets de savoir dans les cursus de formation"

Pensez-vous que pouvoir participer, d'une manière ou d'une autre, à une activité de recherche est indispensable pour être formateur de futurs enseignants? Quelle que soit votre réponse, pourquoi ?

Les réponses affirment toutes l'importance du lien recherche/formation pour les formateurs.
* *Car la recherche a des retombées directes pour les formateurs,* elle :
" apporte des éclairages ou des réponses aux problèmes posés par étudiants et stagiaires"
" est un traitement anti-sclérose "
" provoque une distanciation à la pratique, et aux discours normalisateurs"
" met en évidence la complexité des actions"
" favorise l'association de personnels de différents statuts : professeurs, IMF..."
" alimente directement la formation des formateurs "

* *Car la recherche a des retombées dans le travail avec les stagiaires :*
" utilisation pour faire évoluer les représentations des professeurs-stagiaires sur leur discipline et son enseignement"
" association d'étudiants (mémoire professionnel) "
" permet que les stagiaires sachent que la recherche existe (vit) et qu'on peut utiliser certains de ses résultats"
" retombées sur la gestion des relations tuteur/stagiaires"

Mais participer à une activité de recherche n'a pas le même sens pour tous.
- Pour certains, tout formateur de l'IUFM devrait être lui-même chercheur, car c'est indispensable :

" pour se former et donc pouvoir former"
" pour définir le rôle statutaire du formateur"
" pour comprendre le fonctionnement d'un type de production de savoir"
" pour mieux articuler théorie et pratique".

- Pour d'autres, ce qui est indispensable, ce n'est pas d'être soi-même chercheur, mais d'être en contact avec la recherche. Car de tels contacts :

"sont en même temps facteur de théorisation des pratiques et d'innovation, et moteur de dynamisation de ces pratiques"
"facilitent l'intégration de résultats de recherche dans la pratique professionnelle"
"permettent de définir le rôle de la formation (différence entre délivrer ou commenter une connaissance)"
"sont une exceptionnelle formation continue pour les formateurs"
"permettent la concertation et la confrontation des idées entre différents types de formateurs "

Comment alors créer les possibilités d'un contact avec la recherche pour les non-chercheurs ? Quels types de contacts ?

Par la création de "lieux d'interactions chercheurs/formateurs non chercheurs"
- qui répondent aux préoccupation des formateurs
- où formateurs impliqués eux-mêmes dans une recherche et formateurs non chercheurs aient "quelque chose" à faire ensemble
- dans lesquels on montre comment le savoir savant vit (croissance, obsolescence...), et comment les recherches construisent des connaissances qui ouvrent des accès à la compréhension de phénomènes d'apprentissage, de phénomènes didactiques

Sous quelle forme ?
-Par la mise à disposition de documentation favorisant la lecture personnelle de revues, d'articles, la possibilité de questions aux auteurs : rendre l'information suffisamment accessible pour qu'il y ait choix entre les sous-produits de la recherche (la piquette) et la source.
-Par la mise en place de séminaires (exemple : le Séminaire Recherche-Réflexion-Interaction de l'IUFM de Grenoble, les "séminaires d'initiation à la recherche" de l'IUFM de Lille) interdisciplinaires donc où l'accent soit mis sur problématique et méthodologie.
-Par des ateliers d'aide à la formulation de questionnements, méthodologie, écriture ...
-Par l'organisation d'actions de formation de formateurs, centrées sur un double mouvement - réalisation d'une situation de formation ou d'enseignement et réflexion sur cette réalisation - qui fassent vivre concepts et outils forgés par les recherches, qu'il s'agisse d'études de cas prenant en compte des contraintes fixées (répondant à un projet précis, à une simulation hors commande urgente), ou d'interrogations, de retour sur le travail effectué : quelles justifications théoriques , didactiques ?

Quelles difficultés avez-vous rencontrées personnellement lors de vos activités de recherche en IUFM ?

Pour les enseignants-chercheurs :

- non reconnaissance de leur spécificité et de leur double mission (emplois du temps éclatés, pas de bureaux,...) ;
- non-reconnaissance, dans leur carrière, des recherches non universitaires, et de la difficulté de concilier les exigences d'une carrière universitaire et le travail de recherche en équipe pluricatégorielle ;
- difficulté de liens avec un laboratoire de recherche universitaire.

Pour les PIUFM doctorants :

- absence, lors du travail de thèse, d'aide à la définition de savoirs de formation, de cadre théorique (absence de séminaire de travail pour chercheurs débutants) ;
- statut individuel de la reconnaissance de la recherche (DEA - Thèse) qui exclut d'autres types de travaux néammoins intéressants.

Pour tous les formlateurs (y compris les précédents)

- difficulté à trouver des terrains expérimentaux acceptant un travail de recherche pas forcément immédiatement innovant ;
- problème de temps ;
- isolement (antennes loin du centre académique IUFM ou de l'IREM) et donc absence d'échanges avec d'autres chercheurs.

Avez-vous repéré, à l'occasion de votre activité de formateur, des besoins qui ne sont encore ni "traités" ni a fortiori "satisfaits" et pour la satisfaction desquels des recherches seraient utiles ? Lesquels ?

Au delà de l'inventaire à la Prévert des réponses obtenues, la discussion fait émerger deux secteurs insuffisamment développés et pourtant fondamentaux .
1 - Quel accompagnement pour que les modèles didactiques enseignés en formation puissent vivre dans l'enseignement réalisé par les formés ?

Il semble nécessaire de favoriser le développement de recherches concernant simultanément quatre types de personnes : le chercheur en didactique des maths, le formateur (non chercheur), le professeur-stagiaire, ses élèves.

Il s'agirait d'analyser des actions de formation en relation avec l'action des formateurs sur les professeurs-stagiaires et avec celle des formés-enseignants sur leurs élèves : au lieu d'analyser des triangles didactiques différents (chercheur/formateurs/savoir, formateur/formés/savoir puis formé/élèves/savoir), on étudierait le cheminement et la transformation des concepts de didactique depuis la recherche qui les a forgés à leur utilisation dans la classe.

Ce type de recherche permettrait de
- donner tout son sens à l'articulation théorie-pratique lors des stages
- éclairer des mises en place de structure d'aide pour prise de premier emploi des Professeurs-stagiaires sortants (PIUFM-PE-élèves) (exemple : séminaire de l'IUFM de Versailles)
- éclairer la réflexion sur la mise en place de structures de formation de formateurs pour les PIUFM et IMF débutants.

2 - Comment développer la recherche-développement ?

Il serait important de
* construire des ingénieries associant chercheurs-formateurs et enseignants
* fabriquer et expérimenter des situations ou des outils permettant d'assurer la "portabilité" des situations fondamentales auprès des enseignants et l'appropriation de ces concepts sans cassure du sens (avec analyse in situ des "torsions" des concepts au moment du passage à l'acte, leur adaptation en fonction de contraintes...)
* ne plus laisser la place aux "marchands du temple"!!!

La didactique des mathématiques française vient de fêter ses "vingt ans" par un colloque ; la COPIRELEM ne pourrait-elle aller vers l'édition de présentations d'ingénièries expérimentées, analysées, validées ?

Ont participé à cet atelier : Jean-Philippe DROUHARD, Jean-François FAVRAT, Pascale MASSELOT, Ana MESQUITA, Alexandre MOPONDI, Gérard PERROT, Nicolas POL

ATELIER B8

RÉFLEXION AUTOUR DE DOCUMENTS PRODUITS PAR LES PIUFM POUR LA FORMATION DES PE1

Animateur : **Jean-Claude AUBERTIN**
IUFM de Besançon

Cet atelier d'échange a été l'occasion de s'informer entre participants sur les diverses pratiques en P.E.1, sur le nombre d'heures disponibles, et de faire un inventaire des documents utilisés.

Le nombre d'heures en P.E.1 varie de 60h à 82h parmi les 5 I.U.F.M représentés; certains dépassent cet horaire car ils proposent des modules optionnels (16h; 21h; 32h) de mise à niveau ou approfondissements; d'autres n'ont qu'un horaire commun à tous les étudiants et imposent un niveau de départ 3^{e}, ou donnent une liste des connaissances supposées acquises.

Les participants ont pointé l'importance prise par les annales des C.R.P.E, avec lesquelles la grande majorité des étudiants travaille de façon autonome, puis ont cité les documents utilisés :

- logiciel Cabri-Géomètre (Versailles)
- une brochure (Besançon) : cf. annexe
- des fiches de T.D (Bordeaux) : cf. annexe
- des documents sur l'analyse d'erreurs (Caen)
- des compléments à la brochure de Besançon (Versailles)
- un polycopié de géométrie, base minimale et structurée faite à la demande des étudiants (Pau)

Le groupe n'a pu examiner que des extraits des deux seuls documents apportés : brochure de Besançon et T.D. de Bordeaux.
Ceci a permis d'échanger sur la préparation aux deux volets du concours, en particulier sur les liaisons possibles et souhaitables entre les contenus mathématiques et les approches didactiques; et de dégager quelques idées :

* bien distinguer, avec les étudiants, les mathématiques au niveau des élèves de l'école élémentaire, et celles à leur niveau, niveau d'un futur maître ; par exemple:

-différence entre constat et démonstration
-les limites du raisonnement inductif

-démonstration pour se convaincre ou pour prouver que l'on sait ? (démonstration et contrat didactique)

* acquérir, même pendant la résolution d'exercices mathématiques de concours, un comportement professionnel (en écoutant l'autre, en découvrant et comprenant d'autres procédures, en analysant les erreurs et leur rôle,...); ce qui "mange" bien sûr beaucoup du temps du cours!; Les étudiants qui veulent alors faire d'autres exercices, sont renvoyés aux annales corrigées et/ou à des polycopiés de corrigés.

Travailler en ce sens semble emporter l'accord de tous, et peut donc permettre une rédaction de documents, toujours plus intéressants, à apporter et communiquer au prochain Colloque de Montpellier.

Annexe 1

Un plan succinct des T.D de Bordeaux
(cf. Mireille Lamant)

1 - Module de Géométrie et Mesure :
- reproduire un dessin
- raisonner juste sur des figures fausses
- conjecturer et raisonner sur des figures géométriques
- surfaces et aires
- mesures-produits et mesures-quotients

2 - Module Opérations :
- la division euclidienne
- la multiplication
- les premiers apprentissages sur le nombre à l'école maternelle
- construction de l'addition
- les règles de notre numération et calculs dans une base

3 - Module Rationnels et Décimaux :
- les ensembles de nombres
- périodes des développements et utilisation de calculatrices
- l'enseignement à l'école
- les manuels
- les fractions
- problèmes et mises en équation
- l'agrandissement du puzzle : une situation fondamentale
- proportionnalité
- fonctions numériques

Annexe 2

Extraits de la brochure de Besançon : le chapitre "Propriétés des triangles" et le corrigé des exercices

Titre :
POUVOIR ET SAVOIR FAIRE DES MATHÉMATIQUES, DEUXIÈME ÉDITION
Auteur : Groupe Élémentaire de l'I.R.E.M. de BESANÇON

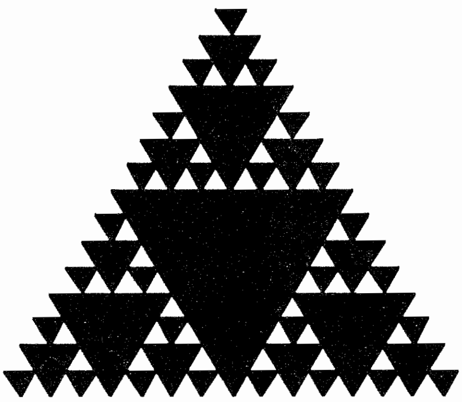
Résumé : Cette brochure est un document qui permet à l'étudiant un travail personnel, à partir de ses connaissances - outils ("Peux-tu...?") et de ses connaissances - savoirs ("Sais-tu...?")

Elle est organisée par thèmes couvrant le programme de mathématiques du concours de recrutement de Professeurs des Écoles de l'Académie de Besançon.

Chaque chapitre est suivi d'exercices ; en fin de volume sont regroupées des pistes de recherche (en général, une par exercice) et des rédactions complètes de solutions (une par chapitre).

Ce document pourra être utilisé avec profit par les enseignants du second degré (Collège, Lycée Professionnel,...) dans le cadre de leurs enseignements (modules).

Mots-clés : École élémentaire - Formation des Maîtres - Collège - L.E.P. numérique - proportionnalité - figures géométriques - isométries - constructions.



IREM de BESANÇON
UFR des Sciences et Techniques 25030 BESANÇON Cedex
Tel : 81 66 61 92 Télécopie : 81 66 61 99

Prix : 30 F

Propriétés des triangles

Peux-tu ?

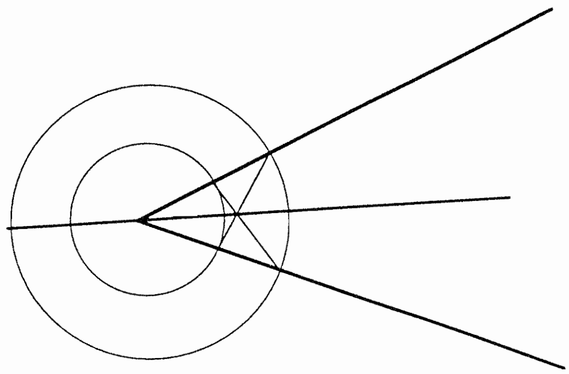
P1 reproduire exactement un triangle ABC donné

P2 construire les 3 médiatrices de ses côtés

P3 construire un triangle agrandi A'B'C' du triangle ABC en traçant par chaque sommet une parallèle au côté opposé

P4 tracer les hauteurs de ABC

P5 replier les 3 sommets d'un triangle de papier vers un même point pour en faire un rectangle, et observer la disposition des angles



P6 justifier la construction de la bissectrice d'un secteur, sur la figure ci-contre, en utilisant une réflexion

P7 construire à la règle non graduée et au compas, sans rapporteur, un angle égal à un angle donné

P8 partager un segment donné à l'aide de parallèles équidistantes (guide-âne du papier à lettres) en 3, 5 ou 7 segments de même longueur

P9 construire un triangle rectangle avec une règle non graduée et un compas, sans rapporteur ni équerre

Sais-tu ?

S1 distinguer et caractériser les différents triangles

S2 distinguer les lignes remarquables : médiatrices, bissectrices, hauteurs, médianes

S3 tracer les lignes remarquables : médiatrices, hauteurs, dans les triangles qui ont un angle obtus

S4 ce que le segment qui joint les milieux de 2 côtés d'un triangle vérifie

S5 que les 3 médiatrices, les 3 bissectrices, les 3 hauteurs, les 3 médianes sont concourantes en 4 centres remarquables

S6 distinguer les centres remarquables : orthocentre, centre de gravité, centre des cercle inscrit et circonscrit

S7 trouver orthocentre, centre de gravité, centre des cercles inscrit et circonscrit, dans les triangles qui ont un angle obtus

S8 comment sont placés ces 4 centres dans les triangles particuliers : équilatéral, isocèle, rectangle, isocèle et rectangle

S9 où se coupent les 3 médianes

S10 ce que vérifient les 3 angles d'un triangle

S11 la valeur des angles dans les triangles particuliers : équilatéral, isocèle, rectangle, isocèle et rectangle

S12 comment reconnaître 2 triangles isométriques par les longueurs des côtés

S13 comment reconnaître 2 triangles isométriques par les longueurs de 2 côtés et un angle bien choisi

S14 comment reconnaître 2 triangles isométriques par la longueur d'un côté et 2 angles bien choisis

S15 comment reconnaître 2 triangles rectangles isométriques

Exercices

1 A et B sont de part et d'autre de la droite $\mathcal{D}$ et les distances de A et B à $\mathcal{D}$ sont égales. Démontrer que le milieu de [AB] est sur $\mathcal{D}$

2 (Ox,Oy) est un secteur angulaire et (Oz) est sa bissectrice. M est sur (Oz). A et B sont l'un sur [Ox), l'autre sur [Oy) et OA = OB. Démontrer que MA = MB En déduire une construction de la bissectrice d'un secteur angulaire avec un compas

3 ABC est un triangle d'orthocentre H. Quels sont les orthocentres de HBC, HAB, HAC ?

4 ABC est un triangle rectangle en A, et H est le pied de la hauteur issue de A. Montrer que [AH] coupe ABC en 2 triangles qui ont les mêmes angles que lui

5 ABC est un triangle rectangle en A, et I est le pied de la médiane issue de A. Montrer que [AI] a une longueur moitié de BC

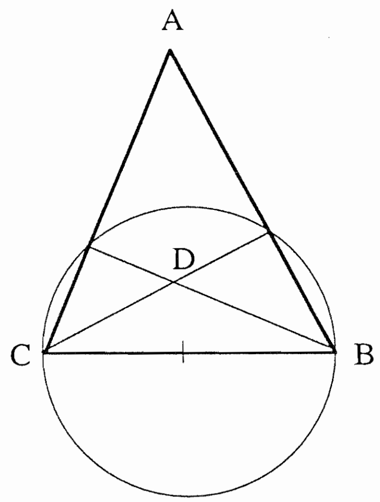
6 ABC est un triangle et D est sur la droite (AC) mais pas sur la demi-droite [AC). Démontrer que l'angle BAD a pour mesure la somme des mesures de ACB et ABC Démontrer que la bissectrice de BAD et celle de CAB sont perpendiculaires

7 ABC est un triangle et D est obtenu comme dans la figure ci-contre. Que peut-on dire de D ?

8*c Construire un triangle dont on connaît les longueurs d'un côté, de la médiane et de la hauteur relatives à ce côté

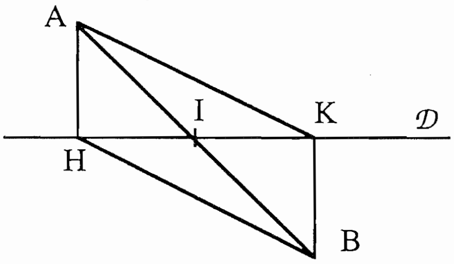
9* Construire un triangle dont les hauteurs sont 3 droites concourantes données d'avance

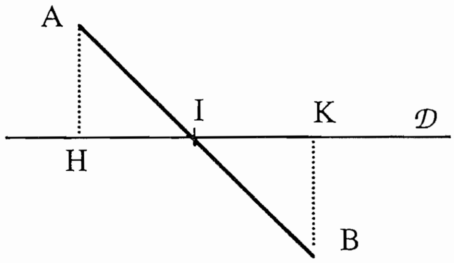
10** ABC est un triangle d'orthocentre H dont le dessin à demi effacé ne laisse plus apparaître que A, B et H. Peut-on le reconstruire aux instruments ? Même problème avec A, B et G centre de gravité Même problème avec A, B et I centre du cercle inscrit



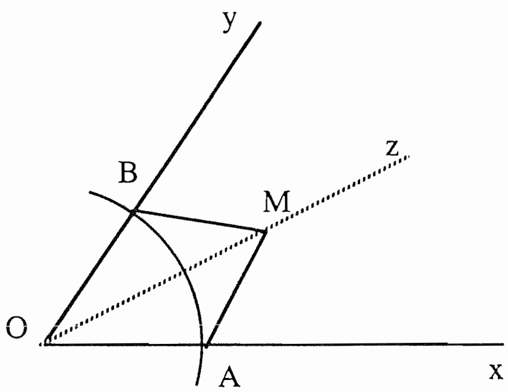
Solution des exercices

1 Beaucoup de solutions sont possibles pour démontrer cette propriété :
Solution 1 : Le quadrilatère AKBH a 2 côtés opposés [AH] et [BK] parallèles (perpendiculaires à $\mathcal{D}$) et de même longueur (distance à $\mathcal{D}$). Donc c'est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en leur milieu.
Solution 2 : Soit I le milieu de [HK]. Par la symétrie centrale de centre I $\mathcal{S}_I$, H et K s'échangent, $\mathcal{D}$ est globalement invariante, la perpendiculaire en H à $\mathcal{D}$ a pour image la perpendiculaire en K à $\mathcal{D}$. Le point A, sur cette perpendiculaire, a pour image le point B qui est à même distance ; donc I est le milieu de [AB].
Solution 3 : Soit I le point d'intersection de [AB] et de $\mathcal{D}$. Les triangles AHI et BKI sont isométriques car ils ont 2 côtés de même longueur ([AH] et [BK]) "entre" des secteurs de mêmes angles (AHI = BKI = 90° ; HAI = KBI car "alternes" entre 2 parallèles (AH) et (BK)). Donc AI = IB et I est le milieu de [AB].

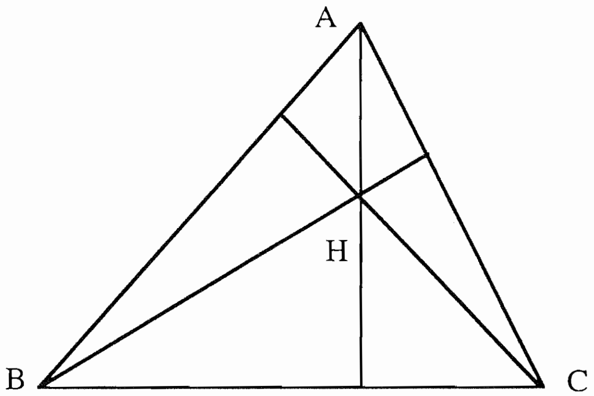




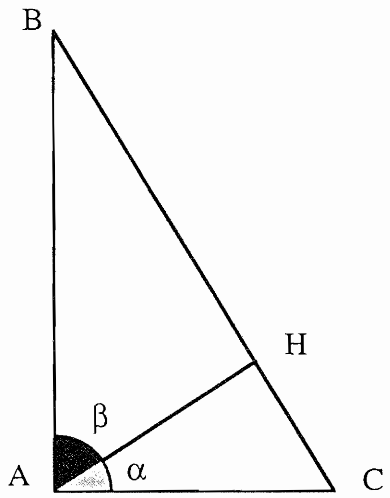
2 Solution 1 : (Oz) est axe de symétrie du secteur. Par la réflexion $\mathcal{S}$ d'axe (Oz), O et M sont invariants (car sur l'axe) et A et B sont images l'un de l'autre (A est sur [Ox), donc son image est sur [Oy) ; OA = O$\mathcal{S}$(A) car $\mathcal{S}$ conserve les distances. Donc $\mathcal{S}$(A) = B). L'image [MA] est [MB] et $\mathcal{S}$ conserve les distances. Donc MA = MB
Solution 2 : Les triangles OAM et OBM sont isométriques (ils ont 2 secteurs de même angle, "entre" des côtés de même longueur (OM = OM ; OA = OB). Donc MA = MB.
Pour construire la bissectrice d'un secteur angulaire avec un compas, on peut tracer un arc de cercle de centre O (rayon quelconque) pour obtenir A et B ; puis de A et de B comme centres, tracer 2 arcs de même rayon (mais pas obligatoirement OA, bien que ce soit la méthode la plus courante). On obtient un point d'intersection M, et on trace (OM) (Comparer avec l'autre méthode : Peux-tu P6)



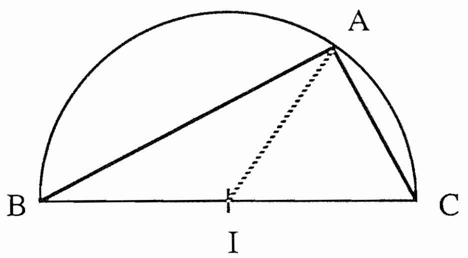
3 Dans le triangle HBC, (AH) est une hauteur ; (AB) et (AC) sont les 2 autres. Donc l'orthocentre de HBC est A. De même l'orthocentre de HAB est C et celui de HAC est B.



4 La somme des angles aigus d'un triangle rectangle est un angle droit. Si α et β sont les mesures des 2 angles découpés par [AH] dansBAC , $\alpha + C = 90°$ et $\beta + B = 90°$ Mais ABC est aussi rectangle en A et$B + C = 90°$. Donc $\beta = B$ et $\alpha = C$.

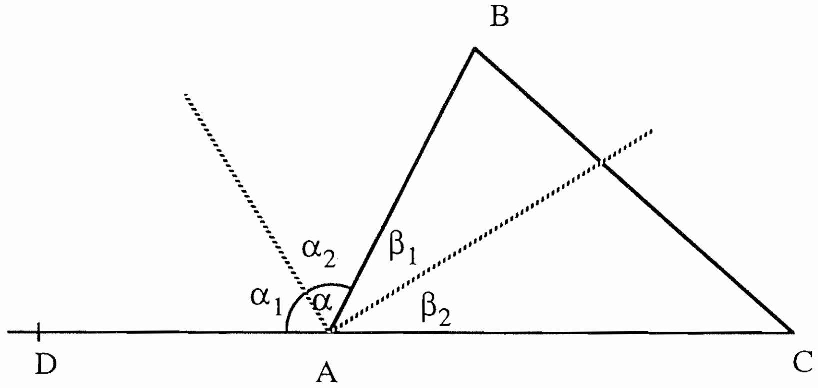


5 ABC est un triangle rectangle en A, donc il est moitié d'un rectangle dont une diagonale est [BC]. Ce rectangle s'inscrit dans le cercle de diamètre [BC] et l'autre diagonale coupe [BC] en son milieu (vrai dans tous les rectangles). [AI] est donc un rayon du cercle et $AI = \frac{1}{2}$. BC.

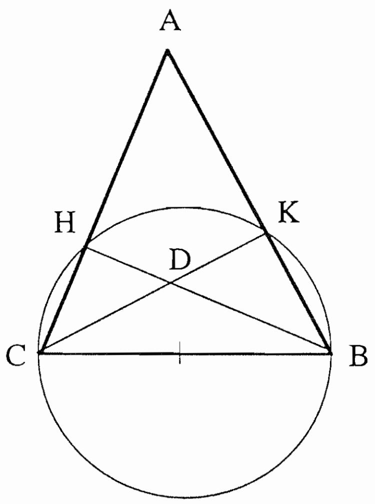


6 Soit α la mesure de l'angle BAD et A , B, C celles des 3 angles du triangle.

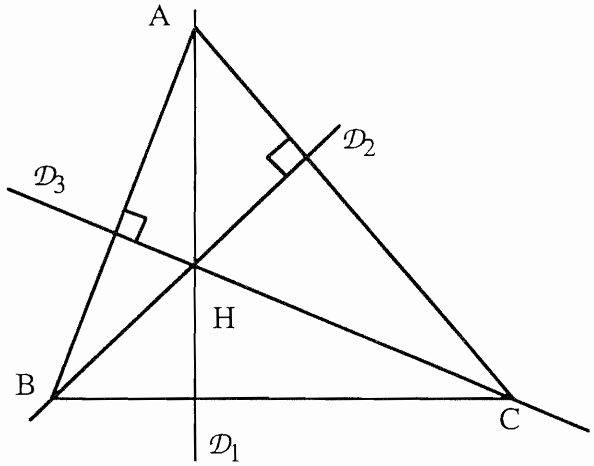
A + B + C = 180° et, puisque D est sur le prolongement de [AC] du côté de A : A + α = 180°. Donc α =B + C Les bissectrices de BAD et CAB partagent ces angles en 2 angles de même mesure : $\alpha_1 = \alpha_2$ et $\beta_1 = \beta_2$. Mais $\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1 + \beta_2 .= 180°$, donc $\alpha_2 + \beta_1 = 90°$.



7 Le cercle de diamètre [BC] coupe (AC) en H et (AB) en K. Le triangle BHC est rectangle en H car inscrit dans un demi-cercle ; et, de même, CKB est rectangle en K. Donc (BH) et (CK) sont 2 hauteurs de ABC et se coupent en l'orthocentre D de ABC.



9* On se donne 3 droites $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$, $\mathcal{D}_3$ concourantes en H. Dessinons à côté ce que nous voudrions obtenir pour l'analyser. Si $\mathcal{D}_1$ est la hauteur issue de A, c'est que A est sur $\mathcal{D}_1$ et le côté [AB] est perpendiculaire à $\mathcal{D}_3$ et [AC] à $\mathcal{D}_2$. Choisissons donc arbitrairement un point A sur $\mathcal{D}_1$, sauf en H et traçons la perpendiculaire à $\mathcal{D}_3$ passant par A ; elle coupe $\mathcal{D}_2$ en B. Traçons aussi la perpendiculaire à $\mathcal{D}_2$ passant par A ; elle coupe $\mathcal{D}_3$ en C. Le triangle ABC ainsi construit admet $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$ comme hauteurs. Son orthocentre est le point H, d'intersection de $\mathcal{D}_2$ et $\mathcal{D}_3$ et (AH) est donc sa troisième hauteur. Mais (AH) = $\mathcal{D}_1$; donc le triangle ABC admet les 3 droites données pour hauteurs.



10** 1) Il ne manque que C ! et comme (CH) doit être hauteur, c'est la perpendiculaire à (AB) passant par H. Donc C est un point (à déterminer) de cette perpendiculaire. Mais (AH) est aussi une hauteur et (BC) est perpendiculaire à (AH). Donc C est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par H et de la perpendiculaire à (AH) passant par B. Et H en sera bien l'orthocentre, puisque c'est le point d'intersection de 2 hauteurs.

2) Si G est marqué, on peut déterminer le milieu C' de [AB] et C se trouve sur la droite (C'G). De plus, on sait que le centre de gravité est au $\frac{1}{3}$ de la longueur C'C à partir de C' ; donc C'C = 3. C'G. Ce qui permet de replacer C.3) I, centre du cercle inscrit, est sur les 3 bissectrices de ABC. L'angle BAI est moitié de BAC et ABI est moitié de ABC . En doublant les 2 angles BAI et ABI , on reconstruit les côtés (AC) et (BC), donc le point C où ces droites se coupent. On peut aussi tracer le cercle inscrit centré en I et tangent à (AB) (son rayon est la distance de I à (AB)) ; puis l'autre tangente à ce cercle issue de A et l'autre tangente issue de B. Ce sont les 2 côtés manquants et ces droites se coupent en C.

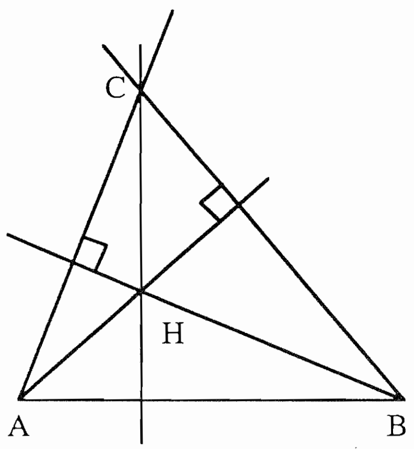


Fig. 1

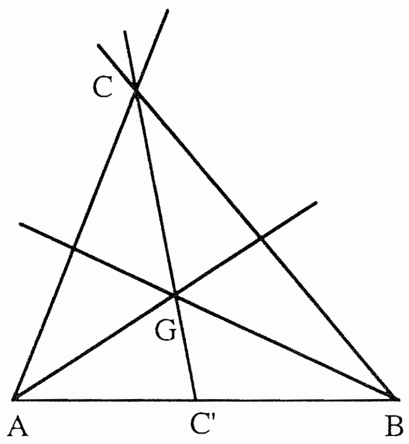


Fig. 2

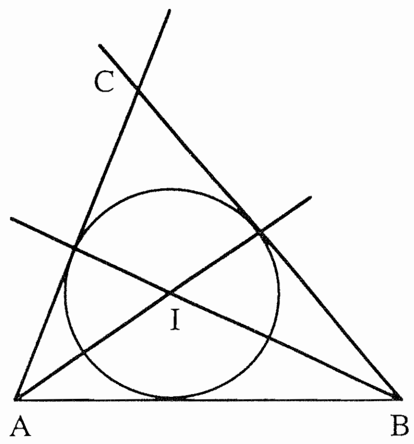


Fig. 3

ATELIER B9

RÉACTION AUX NOUVEAUX PROGRAMMES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE

Animateur : **Christian BARTH**
IUFM de Grenoble

La publication des nouvaux programmes pour l'école élémentaire est parue au B.O. n° 10 du 9 Mars 1995 sous la mention "Allègement et approfondissement pour les programmes de l'école élémentaire".
Un atelier se devait d'exister au Colloque de la COPIRELEM de DOUAI, pour mener une réflexion à partir de ce texte.
Monsieur l'Inspecteur général Louis CORRIEU, présent au Colloque, fit lui-même une intervention en séance pleinière pour apporter quelques réflexions sur l'élaboration de ce texte et souligner quelques aspects, en particulier au sujets des allègements proposés.

Le grand nombre des participants à cet atelier a confirmé, s'il en était besoin, l'interêt et les inquiétudes relatives à ces nouveaux programmes en ce qui concerne tout particulièrement leur mise en place dans les classes.

Une double question se pose au groupe :

Comment "lire" et utiliser ces nouveaux programmes pour leur mise en oeuvre dans les classes et pour la formation des futurs professeurs d'école ?

La première séance sera consacrée à une lecture de ces programmes, sous la forme d'échanges entre les participants. Jeanne BOLON proposera son analyse à partir d'un texte, non publié, où elle réagit à "chaud" sur ce texte officiel et sur les projets de programmes de sixième. Pour mémoire j'ai donné un texte (document de travail) non publié de François BOULE intitulé "Quoi de neuf dans l'enseignement des mathématiques (Premier degré) ? (1994).

À l'issue de cette première séance, trois points se dégagent.

1- Il y a des incohérences au niveau des contenus dans la rédaction telle qu'elle est actuellement, en particulier sur les suppressions qui ont été choisies par le ministère.

(Décimaux : la multiplication de deux nombres à virgule. Géométrie : les volumes, risque de n'être que de type déclarative. Proportionnalité : des points d'entrée très restrictifs et qu'en reste-t-il de la "notion" de proportionnalité)

2- Est-ce que les apports des recherches sur l'apprentissage par la résolution de problèmes, en particulier par l'INRP, peuvent encore être utilisés et pronés pour la mise en place de situations d'apprentissages dans la classe ?

3- Nous nous devons de réagir à ces programmes rédigés en terme de contenus, afin d'orienter éventuellement les compléments aux programmes encore à paraître au moment du Colloque. Le groupe se propose de rédiger un texte contenant des propositions pour permettre des possibilités de mise en oeuvre de ces contenus de programmes, réaffirmer la nécessité d'une démarche d'apprentissage par la résolution de problème et souligner des "dérives" minimalistes possibles.

La deuxième séance sera utilisée pour la rédaction du texte précédemment cité.
Il y aura un groupe qui travaillera sur les contenus de GEOMETRIE et un groupe qui travaillera sur le numérique, en particulier sur les décimaux.
Voir le texte en Annexe.

Faute de temps, le groupe n'a pu travailler sur les contenus au niveau du chapitre MESURE.

Conclusion
Cet atelier a permis une première réflexion sur les nouveaux programmes et une analyse critique par la production d'un texte rédigé dans la perspective d'être envoyé au Ministère.
En fait, la COPIRELEM estimant ce texte à améliorer dans le sens de l'expression d'une plus grande unité et d'un point de vue plus global a décidé de ne pas le faire parvenir au Ministère. Il restera donc un document de travail, témoin d'un état d'esprit du groupe en mai 1995.

Annexe
Propositions du groupe B9

Nous espérons que les programmes ainsi rédigés désignent bien les savoirs et savoir-faire attendus pour tous les élèves, et donc, ne préjugent pas des choix de situations d'apprentissage (méthodes et contenus).
Les nouveaux programmes (arrêté du 22 février 1995), rédigés en terme de contenus interrogent les membres du colloque national de la COPIRELEM réunis à Douai les 15, 16 et 17 mai 1995. Une commission s'est réunie pour faire part de questionnements et réflexions avant la publication attendue de commentaires.

Les contenus en géométrie

Au cycle 2 : *"Approche de quelques solides (cube, pavé) et de quelques figures planes usuelles (carré, rectangle, cercle) : reproduction, description".*
Considérant que dans l'apprentissage des mathématiques, la complexité fait sens, cette approche des solides ou des figures planes ne peut que se discriminer par rapport à d'autres objets géométriques que ceux mentionnés.

"Approche de la symétrie axiale (pliage)"
La remarque précédemment énoncée s'applique encore ici, de plus, nous souhaitons que cette "activité" ne se limite pas uniquement à des manipulations et des observations, mais qu'elle permette aux élèves de faire une réelle activité mathématique avec questionnement, anticipation participant à l'élaboration d'un concept.

Au cycle 3 : *"A partir d'un travail sur des solides et des surfaces divers (reproduction, description, représentation, construction), notions de : face, sommet, arête ; côté, segment, milieu, ligne droite, angle ; perpendiculaire, parallèle".*
Nous proposons que les commentaires donne des précisions quant au type de travail à proposer afin de dégager les notions énoncées. Par exemple, reprenant un projet de texte de mise en cohérence des programmes de 85 avec le livret des compétences de 91 :
"Reproduire ou construire un objet (ou un assemblage d'objets) dans différents cas :
- l'objet à reproduire est disponible et manipulable ;
- l'objet à reproduire n'est disponible qu'avant l'exécution de la tâche (il faut prélever et noter les informations nécessaires) ;
- etc."

"Connaissance de quelques objets géométriques usuels (cube, parallélépipède rectangle, sphère, carré, rectangle, losange, triangle, cercle, disque)".
Nous pensons que la connaissance de quelques objets géométriques usuels passe par l'étude des propriétés fonctionnelles de ces objets d'une part, et l'instauration d'un vocabulaire associé d'autre part.

Nombres et calcul

Au cycle 2 disparition, entre les propositions et la rédaction finale, du paragraphe :
"- utilisation d'une calculatrice".

Les outils de calcul d'aujourd'hui ont leur place à tous les niveaux de la scolarité, en particulier la calculatrice.
Outre les propriétés liées à la numération qu'elles permettent d'étudier (avec des scénarios pédagogiques spécifiques), elle permet de recourir à des nombres de taille "élevée" dans

la résolution de problèmes, ce qui aide les élèves à se focaliser sur le sens des opérations, et justifie, à leurs yeux, le calcul approché (contrôle).
Avoir retiré la calculatrice du cycle 2 risque d'être lourd de conséquences.
- Pour éviter que les élèves soient gênés par le calcul, les enseignants diminuent probablement la taille des nombres.
- La confusion entre opération mathématique (désignation de nombres), technique opératoire (algorithme de calcul), résolution de problème (sens des opérations) risque d'être confortée.
- Le calcul à la main étant pénible, les enseignants risquent de ne plus présenter de problèmes de recherche avec explorations variées.

Au cycle 3, trois contenus - fraction, nombres décimaux et proportionnalité - sont rédigés de telle manière que nous sommes conduits à des remarques portant sur le plan mathématique ou sur celui des apprentissages.

Les nombres décimaux

"pratique du calcul, les techniques opératoires ... multiplication et division d'un décimal par un entier"
"- problèmes relevant de ... la multiplication et de la division d'un décimal par un entier ..."

D'un point de vue mathématique, la limitation à ce seul cas de calcul,
• ne permet pas de considérer que la multiplication est **commutative**, en particulier, lors du calcul de l'aire d'un rectangle, faut-il que ce soit la longueur ou la largeur qui soit entière ? de même, il n'est pas possible de calculer l'aire d'un carré de côté de mesure décimale. Ou, comment peut-on calculer le périmètre d'un cercle ou alors faut-il prendre 3 comme valeur de P (dans le § Mesure, *"Périmètre d'un polygone, d'un cercle"*).
• ne facilite pas la construction du concept de nombre à travers les opérations.
• ne montre pas les nombres décimaux comme des "nouveaux nombres" par extension des entiers.

Du point de vue des apprentissages, le modèle sous-jacent est la construction de la multiplication comme une addition réitérée. Cette limitation du sens de la multiplication va à l'encontre des autres alinéas du texte et en particulier, rend certaines procédures impossible ne permet pas l'acquisition du sens du produit (produits de deux grandeurs de même espèce) et se constitue en obstacle pour la suite des apprentissages. Par exemple, dans une situation de proportionnalité simple, l'usage du coefficient peut être la seule voie possible, alors que les enfants utilisent préférentiellement les propriétés de linéarité. Il serait regrettable que cette restriction appauvrisse l'acquisition des sens de la multiplication.

La proportionnalité

" Il approche la notion de fonction numérique, en particulier dans le cadre de situations de proportionnalité."
"Première approche de la proportionnalité
- reconnaissance de situations de proportionnalité dans des cas simples (échelles, pourcentages) ;"

La proportionnalité n'est pas un objet d'étude en tant que tel, et ne peut être approchée que par une multiplicité de situations.
La proportionnalité la plus simple, pour les élèves, est celle qui fait correspondre des grandeurs de nature différente (par exemple, prix quantité), notion abordable dès le CE2.
Les travaux récents montrent au contraire que les échelles et les pourcentages sont des

notions complexes. Elle donne du sens au produit de nombres entiers, *mais aussi des décimaux.*

Pour ces raisons, nous pensons qu'il serait plus prudent, vis à vis de la communauté mathématique, de supprimer des doutes sur les propriétés classiques et de favoriser des pratiques dans lesquelles les élèves puissent construire des connaissances articulées.

En ce qui concerne les décimaux, il semble possible de proposer pour les techniques opératoires, l'utilisation de la calculatrice pour des produits de deux nombres qui ont plus de deux chiffres après la virgule conjointement avec la détermination d'un ordre de grandeur.
Pour la proportionnalité nous proposons :
Traitement de situations relevant de la proportionnalité dans des cas simples : utilisation de tableaux, diagrammes, graphiques).

ont participé à cet atelier : COSI Danielle - CABANAC Jacqueline - BOLON Jeanne - VICENS Pierre-Yves - TRAISNEL Marie-Paule - EURIAT Jacqueline - DOSSAT Luce - LAUTRU Jacqueline - HELAYEL Josiane - BREGEON Jean-Luc - MALLEN Annie - CHAMPION Claudette - JACQUES Christiane - LARDEY Martine - JASMIN Lionel - GRUET Daniel - DELORD Robert - LOUVOIS Eric - DERNONCOURT Eric - GRENON Christian - RIMBAULT Claude - VINCENT Jean - CATHALIFAUD Robert - BERTOTTO Anne - DEBU Patrick - LETELLIER Geneviève - BARTH Christian

Liste des participants au XXIIème Colloque inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - DOUAI Mai 1995.

AUBERTIN	*Jean-Claude*	*Besançon*
AURAND	*Catherine*	*Versailles*
BARBE	*André*	*Lille*
BARTH	*Christian*	*Grenoble*
BAUTIER	*Thierry*	*Rennes*
BEAULIEU	*Anne*	*Créteil*
BERTHE	*Daniel*	*La Réunion*
BERTOTTO	*Anne*	*Versailles*
BETHERMIN	*Marie-Claire*	*Lille*
BOLON	*Jeanne*	*Versailles*
BONNET	*Nicole*	*Dijon*
BOSC	*Renée*	*Paris*
BOULE	*François*	*Dijon*
BOURGUET	*Michel*	*Bordeaux*
BREGEON	*Jean-Luc*	*Clermont-Ferrand*
BRIAND	*Joël*	*Bordeaux*
BRONNER	*Alain*	*Montpellier*
BULTEAU	*Noémie*	*GEM Louvain la Neuve*
BUREAU	*Edwige*	*Lille*
BURY	*Raymonde*	*Lille*
BUTLEN	*Denis*	*Créteil*
CABANAC	*Jacqueline*	*Grenoble*
CARRAL	*Michel*	*Toulouse*
CATHALIFAUD	*Robert*	*Limoges*
CHAMPION	*Claudette*	*Dijon*
CHEVALIER	*Jean-Louis*	*Aix-Marseille*
COMITI	*Claude*	*Grenoble*
COQUETTE	*Martine*	*GEM Louvain la Neuve*
COSI	*Danielle*	*Grenoble*
CUPPENS	*Roger*	*Toulouse*
DE MESQUITA	*Ana*	*Lille*
DEBU	*Patrick*	*Aix Marseille*
DELATTRE	*Joëlle*	*Lille*
DELÈGUE	*Henri-Patrice*	*Lille*
DELHAYE	*Dominique*	*Lille*
DELORD	*Robert*	*Bordeaux*
DERNONCOURT	*Eric*	*Lille*
DESRUMAUX	*Gilles*	*Lille*
DOSSAT	*Luce*	*Clermont-Ferrand*
DROUHARD	*Jean-Philippe*	*Nice*
DUBOIS	*Liliane*	*Amiens*
EURIAT	*Jacqueline*	*Nancy-Metz*

Liste des participants au XXIIème Colloque inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - DOUAI Mai 1995.

EVEILLEAU	*Thérèse*	*Caen*
FAVRAT	*Jean-François*	*Montpellier*
FENICHEL	*Muriel*	*Créteil*
FLOUZAT	*Annick*	*Clermont-Ferrand*
FOULON	*Marc*	*Lille*
FRANCOIS	*Judith*	*Lille*
FREALLE	*Guy*	*Arras*
FREMIN	*Marianne*	*Versailles*
GIRMENS	*Yves*	*Montpellier*
GISPERT	*Hélène*	*Versailles*
GODIN	*Marc*	*Lille*
GOOSSENS	*Cécile*	*GEM Louvain la Neuve*
GOUDIN	*Philippe*	*Caen*
GOUGLER	*Françoise*	*Besançon*
GREFF	*Eric*	*Versailles*
GRENON	*Christian*	*Lille*
GRUET	*Daniel*	*Besançon*
HELAYEL	*Josiane*	*Versailles*
HOUDEMENT	*Catherine*	*Rouen*
HUET	*Marie-Louise*	*Le Mans*
HUGUET	*François*	*Rennes*
JACQUES	*Christiane*	*Besançon*
JASMIN	*Lionel*	*Caen*
JOHSUA	*Samuel*	*Université de Provence*
JULIEN	*Guy*	*Orléans-Tours*
LAHBABI	*Rachid*	*Versailles*
LAISNE	*Michel*	*Lille*
LALLEMENT	*Marie-Hélène*	*Amiens*
LAMANT	*Mireille*	*Bordeaux*
LAMMERTYN	*Patricia*	*Lille*
LARDEY	*Martine*	*Lille*
LASSALLE	*Didier*	*Bordeaux*
LAUTRU	*Jacqueline*	*Alençon*
LE BERRE	*Maryvonne*	*Lyon*
LE BORGNE	*Philippe*	*Reims*
LE CHEVALIER	*Jean-Luc*	*Lille*
LEBRETON	*Jean-Claude*	*Orléans-Tours*
LETELLIER	*Geneviève*	*Amiens*
LIPP	*Gérard*	*Guebwiller*
LOISEAU	*Bruno*	*Lille*
LOUVOIS	*Eric*	*Lille*
MALLEN	*Annie*	

Liste des participants au XXIIème Colloque inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - DOUAI Mai 1995.

MASSELOT	Pascale	Créteil
MAURIN	Claude	Aix-Marseille
MEURET	Monique	GEM Louvain la Neuve
MOPONDI	Alexandre	Lille
MUL	André	Versailles
OYALLON	Jean-Louis	Bordeaux
PARET	Georges	Versailles
PAUVERT	Marcelle	Créteil
PEAULT	Hervé	Nantes
PEDROLETTI	Jean-Claude	Besançon
PELTIER	Marie-Lise	Rouen
PERROT	Gérard	Versailles
PEZARD	Monique	Créteil
PHILIPPE	Bernard	Rennes
PIETRUS	Alain	Poitiers
POL	Nicolas	Lille
QUINTART	Valérie	GEM Louvain la Neuve
RIMBAULT	Claude	Rennes
RINALDI	Anne-Marie	Amiens
ROBERT	Ghislaine	Amiens
ROYE	Louis	Lille
SALIN	Marie-Hélène	Bordeaux
SÉRÉ	Marie-Geneviève	Orsay
SIP	Jacky	Lille
SOUMY	Jean-Guy	Limoges
TAVEAU	Catherine	Créteil
THOMAS	Bernadette	Amiens
TOURNIER	Pierre	Créteil
TRAISNEL	Marie-Paule	Créteil
VALENTIN	Dominique	Versailles
VASSALLO	Valerio	Lille
VERBAERE	Odile	Lille
VERGNES	Danielle	Versailles
VICENS	Pierre-Yves	Versailles
VINCENT	Bernadette	Aix Marseille
VINCENT	Jean	Reims
WARNIER	Anne	GEM Louvain la Neuve
WATIER	Agnès	Lille

Annexes de l'atelier B5

Compte-Rendu de l'atelier

Tests en mathématiques à l'entrée de l'IUFM

Réflexion sur les contenus mais aussi sur la finalité, les choix (qu'est-ce que l'on teste ?) et les conditions de faisabilité.

Animateur : François Huguet   Adjoint : Jean-Louis Imbert.

Document N°1 - Texte de cadrage

1) Qui sommes-nous ?

Un petit groupe de réflexion réuni lors du stage d'Angers, n'ayant pas encore l'expérience de ces tests, mais s'appuyant sur des références ponctuelles de 93-94 et ayant la responsabilité de la mise en place de ces tests cette année.

2) Analyse du contexte actuel

Tout le monde a conscience qu'il s'agit là d'un sujet chaud et très délicat. (Voir dossier de presse et grève d'étudiants réclamant pour tous le droit d'entrer en 1 ère année d'IUFM)

Quelques constats :

* **Aspect économique**
La formation des PE1 coûte cher, si on tient à la qualité de la formation. (Par exemple, il faut éviter une note éliminatoire en Math et en Français)

* **Aspect politique**
La diminution du nombre des PE1 permet d'augmenter le pourcentage de réussite par site.
Il nous faut dénoncer à ce sujet l'injuste comparaison des résultats obtenus dans les divers IUFM et même entre les différents sites d'un IUFM.

La faiblesse ou plutôt l'absence de recrutement de formateurs dans les IUFM ne donne pas la possibilité d'encadrer un grand nombre d'étudiants.

Quelques arguments "pour" ces pré-tests

Cette procédure nous semble fournir des critères de sélection plus justes que le simple tri d'une multitude de dossiers.
Cet argument suppose, et c'est un devoir de l'administration, des moyens pour assurer l'équité des chances des candidats.
(Equipes suffisantes pour assurer la surveillance, places numérotées,...)

2) Premiers constats et dérapages possibles

Nous avons étudié et apprécié l'analyse faite par Jean Baptiste Lagrange.
(Voir l'extrait de son article joint.Document N°2)
L'examen des différents choix possibles concernant la nature de l'épreuve aussi bien que les conceptions et les modalités de passation nous a conduit à entrevoir des "dérapages" possibles et à soulever des interrogations.

Q1 : "Quel est le statut officiel de ce type d'épreuves ?
"Peut-il être remis en cause et par qui ?""
Q2 : "Verra-t-on se développer des formations parallèles ?"
(Ex : Faculté de Rennes II)
"Verra-t-on des préparations à ces "pré-tests" ?
Q3 : "Y aura-t-il un programme ?"
(Voir document suivant de l'IUFM de Bretagne)

Les exercices porteront sur : - les nombres (entiers, décimaux, rationnels), la numération décimale (écriture des nombres et opérations) ; - la proportionnalité et les pourcentages ; - les mesures usuelles (de longueur, de surface, de volume, de masse) ; - des éléments de géométrie élémentaire. Les capacités de réflexion et de logique seront évaluées. Certains exercices pourront porter sur plusieurs thèmes.

4) Interrogations sur les enjeux. Eléments pour prendre des décisions.

A propos des finalités de ces épreuves plusieurs possibilités peuvent être envisagées.

* Choix 1 : Pour éliminer les candidats aux connaissances insuffisantes ne leur permettant pas de suivre un enseignement à l'IUFM avec de réelles chances de succès au CRPE.

* Choix 2 : Pour sélectionner les candidats ayant le plus de chances d'être reçus au CRPE.

* Choix 3 : Pour faire un "numerus clausus" administratif.

En conséquence, où doit-on placer la barre ?

Antoine Bodin suggère de la placer, à posteriori, dans un "creux statistique" pour une simple raison d'équité.

Nous avons essayé d'examiner les différents choix possibles concernant les conceptions de ces épreuves en mesurant les conséquences de ces choix.
Nos réflexions sont développées dans un article suivant. (Document N°3)

Enfin, avant de chercher à répondre à la question "QCM ou pas QCM et pourquoi ?", nous avons voulu mettre au clair nos idées sur ce qu'est un QCM.
(Voir l'extrait de l'article de D.Leclercq de l'Université de Liège.Document N°4).

Document N° 3

Etat des réflexions du Groupe réuni à Angers du 27 au 31 Mars 95

I - Conceptions et modalités

Après l'étude du document N° 2 (Analyse de Jean Baptiste Lagrange), et l'examen de plusieurs sujets proposés l'année dernière, nous avons tenté de clarifier les différents choix possibles concernant ces épreuves.

1er choix : - QCM soit correction automatique
soit correction par des "experts"

- Pas QCM nécessité d'une correction par des "experts"
sinon risque de difficultés dans l'interprétation
des résultats.

2ème choix - QCM soit une seule réponse juste par item
soit plusieurs réponses justes par item

Cette 2ème proposition nous semble mieux adaptée pour évaluer avec plus de finesse le niveau des étudiants.

Le travail informatique de traitement des données peut être résolu aisément comme le montre l'expérience de Bordeaux en 94.

3ème choix - Ces tests soit apportent un "plus" pour le tri des dossiers
soit ne servent qu'à présélectionner des dossiers
(avec "remise à zéro" avant un second tri)

4ème choix - Poids des items
soit le même poids pour tous
soit poids différents

Cette 2ème possibilité nous semble préférable mais soulève d'autres questions concernant la gestion du temps de passation.

5ème choix - Concernant la gestion du temps, faut-il
soit favoriser les esprits "lents" en prévoyant un large temps de réflexion
soit au contraire rendre pratiquement impossible le traitement de tous les items afin d'obliger le candidat à trier les questions à traiter en fonction de ses possibilités et du barème ou d'un degré de difficulté annoncé.

6ème choix - Concernant le traitement des résultats
Différencier les réponses fausses des non réponses
Ex : points négatifs pour les réponses erronées
(soit un nombre fixe, soit le poids réservé à l'item)

Ex : En cas de plusieurs réponses justes à un item
(Attribuer une partie des points en cas de réponses incomplètes)

7ème choix - Le barème des items doit-il :
soit être annoncé clairement aux étudiants
soit être absent du document

8ème choix - Ces tests sont :
soit traités indépendamment des tests d'autres disciplines
soit jumelés avec les tests d'autres disciplines
(Ex : Math, Français, Culture générale)

9ème choix - Faut-il imposer ou non une note éliminatoire par discipline ?

10ème choix - Concernant le niveau de la "barre", faut-il :
soit la placer très haut pour sélectionner
soit la fixer en fonction d'un niveau jugé "minimum" de connaissances.

II - Finalités des tests : "Que veut-on tester ?"

Pour faire avancer notre réflexion sur le contenu possible de ces tests, nous avons pu profiter de celle de Joël Briand qui repose sur deux années d'expérience en tant que responsable de "A à Z" de la conception de telles épreuves à l'IUFM de Bordeaux.

Une première question se pose :

"Faut-il un programme cadré et officiel qui donne aux étudiants la possibilité de se préparer ?" (Voir le document de Rennes)

"Faut-il, au contraire, chercher à mettre en évidence un manque ou une absence de culture mathématique ?"

Cette dernière hypothèse nous a poussé à réfléchir à la question :
"Comment débusquer certaines lacunes ou conceptions erronées ?"

Exemples :
"Le produit de deux nombres est-il toujours supérieur à chacun des deux termes du produit ?"

"Tout nombre est-il inférieur à son carré ?"

Mais alors se pose un problème de formulation sous forme de QCM !

Exemple : "3 x est toujours supérieur à x"
Cette proposition est vraie - pour N
Cette proposition est vraie - pour Z
Cette proposition est toujours vraie
Cette proposition est toujours fausse

En Algèbre il nous semblerait intéressant aussi de tester :

- La compréhension des écritures littérales
- Les confusions entre "équation et égalité"

Autres idées importantes :

- Tester la cohérence entre "écritures algébriques et représentations graphiques"
- Tester la cohérence entre "écritures algébriques et résultats numériques"
- Tester la capacité à lire un texte par exemple en géométrie en proposant un "test de closure" ou en demandant de réorganiser un énoncé de problème.
- Tester l'aptitude à la démonstration par exemple en partant d'une propriété constatée dans un cas particulier de figure et en demandant si la propriété est conservée dans le cas général.

III - Conditions de faisabilité

La solution bordelaise semble intéressante à mentionner.

Tout d'abord ne pas se limiter à des QCM avec une seule réponse juste

Sur le plan pratique, proposer par exemple pour chaque item 5 cases réponses possibles qu'il suffit de cocher et en dessous une deuxième ligne comportant 5 cases "repentirs" permettant au candidat de corriger certaines réponses après relecture.

La position des bordelais semble évoluer vers des tests avec des items barèmés de façon progressive mais avec une contrainte de temps qui impose aux candidats un choix des items à traiter.

Cette évolution semble aller de paire avec l'idée de rendre cette épreuve très sélective pour parvenir à un nombre très limité de dossiers à examiner.

Le traitement des données est confiée à une entreprise spécialisée qui transmet à l'IUFM un produit exploitable pour une correction automatique.

Il nous semble important de souligner aussi que la responsabilité de l'opération est confiée de A à Z à un responsable entouré d'une petite équipe et que ce travail pour être mené à bon terme nécessite de l'investissement du temps et donc des moyens en heures et en matériels.

Ceci est actuellement pris en compte à Bordeaux, qu'on se le dise !

IV- Conclusion provisoire liée au contexte actuel

Nous avons bien pris conscience de la complexité de ce système de présélection. Nous manquons de recul et regrettons d'avoir à traiter ce sujet épineux dans l'urgence.

Cependant nous pensons que dans le contexte actuel ce système est moins injuste que le simple tri des dossiers. C'est pourquoi nous tenons à améliorer notre réflexion à la lumière des expériences de cette année.

Nous souhaitons aussi solliciter l'avis du plus grand nombre et attendons vos réactions à propos de cette première analyse.

Nous remercions les directeurs d'IUFM
pour avoir autorisé la parution
les sujets d'admission en 1ère année
dans la filière professeurs des écoles.

Admission en première année d'IUFM

Professorat des écoles - 8 avril 1995

Cette épreuve écrite (trois heures) comporte deux parties, notées sur le même nombre de points :
LANGUE FRANÇAISE COMPRÉHENSION-EXPRESSION (pages 2 à 5);
EXERCICES LOGICO-MATHÉMATIQUES (pages 6 à 8).
Chaque partie comprend une série d'exercices indépendants les uns des autres.

Vous disposez d'une fiche réponse, sur laquelle vous devez écrire à l'**encre**, en haut à droite les quatre chiffres de votre numéro de dossier et en bas vos NOM (de naissance) et Prénom.

Pour tout le reste vous devez utiliser exclusivement **un crayon graphite HB**

Avant de commencer à répondre, **complétez votre identification** en noircissant les cases qui correspondent aux chiffres de votre numéro de dossier.

De même, **indiquez les codes de la salle**, en lignes 80 et 81.

Chaque fois, noircissez **complètement** la case choisie **sans déborder**. Seule cette technique garantit une bonne lisibilité de vos réponses. **Evitez de gommer**, cela peut rendre votre réponse illisible.

AVERTISSEMENT : Pour chacune des questions posées, vous devez répondre sur la ligne numérotée correspondante en noircissant la case ou les cases que vous jugez correspondre à la bonne réponse. Afin d'éviter que certains candidats répondent au hasard, les réponses fausses seront plus sanctionnées que les non réponses.

Bon courage !

La table ci-dessous pourra être utile, par la suite.

TABLE des inverses, puissances et racines des entiers de 1 à 10

Puis 4	Puis 3	Puis 2	N	1 / N	Rac 2	Rac 3	Rac 4
1	1	1	1	1	1,00000	1,00000	1,00000
16	8	4	2	0,50000	1,41421	1,25992	1,18921
81	27	9	3	0,33333	1,73205	1,44225	1,31607
256	64	16	4	0,25000	2,00000	1,58740	1,41421
625	125	25	5	0,20000	2,23607	1,70998	1,49535
1296	216	36	6	0,16667	2,44949	1,81712	1,56508
2401	343	49	7	0,14286	2,64575	1,91293	1,62658
4096	512	64	8	0,12500	2,82843	2,00000	1,68179
6561	729	81	9	0,11111	3,00000	2,08008	1,73205
10000	1000	100	10	0,10000	3,16228	2,15443	1,77828

EXERCICES LOGICO-MATHÉMATIQUES

Noircissez, chaque fois, la case correspondant à la **bonne réponse** (unique).

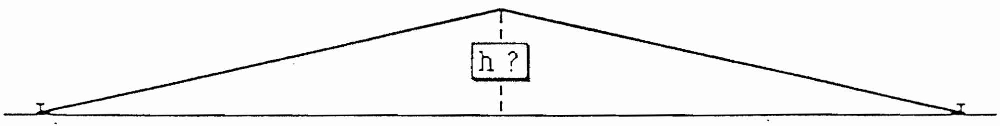
Numération

Combien y-a-t-il de nombres entiers compris entre 1000 et 9999 dont la somme des chiffres vaut 3 ?

	A	B	C	D	E
60	7	8	9	10	11

Mesure des longueurs

Une corde inextensible de 201 centimètres est fixée à ses extrémités sur un sol plat, par deux clous distants d'exactement 2 mètres. On soulève cette corde, en son milieu, le plus haut possible et on note h la hauteur atteinte, en centimètres. Quelle est la valeur de h ?



	A	B	C	D	E
61	1 cm	3 cm	5 cm	10 cm	20 cm

Mesure du temps

Entre minuit (non compris) et midi, les deux aiguilles d'une montre coïncident un certain nombre de fois. A quelle heure se produit la septième coïncidence ?

Exprimez le résultat en heures, minutes, secondes.

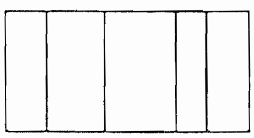
	A	B	C	D	E
62	7 h 35 m 0 s	7 h 36 m 17 s	7 h 37 m 41 s	7 h 38 m 11 s	7 h 39 m 5 s

Décompte

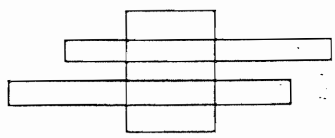
Combien de rectangles

dans la figure U? (ligne 63)

dans la figure V? (ligne 64)



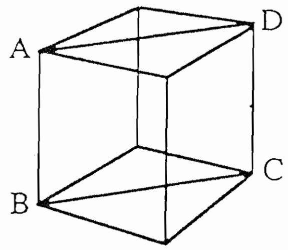
U



V

	A	B	C	D	E
63	5	6	10	13	15
64	9	14	22	25	27

Cube

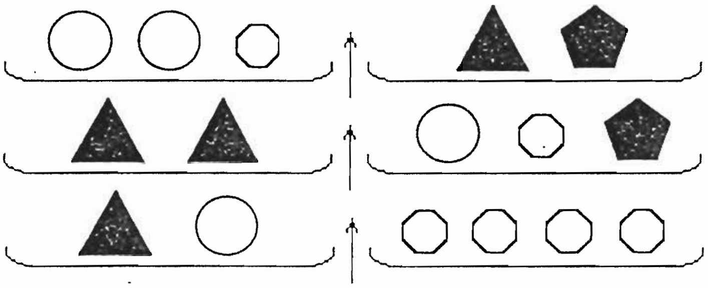


Dans le cube représenté ci-contre, le rectangle ABCD a pour aire **un mètre carré.**

Quelle est, en centimètres, au millimètre près, la longueur d'une arête du cube ?

	A	B	C	D	E
69	84,1 cm	87,2 cm	93,4 cm	101,1 cm	118,9 cm

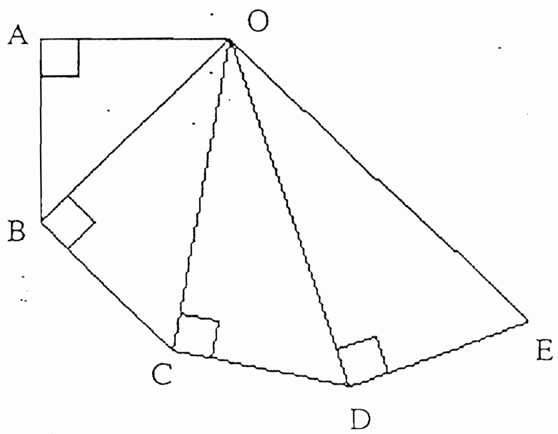
Pesées



D'aprés les trois pesées représentées, ci-dessus, combien de  sont-ils nécessaires pour équilibrer un  ?

	A	B	C	D	E
65	1	2	2,5	3	3,5

Périmètre et aire



Dans la figure ci-contre, les triangles OAB, OBC, OCD et ODE sont rectangles en A, B, C et D respectivement. En outre

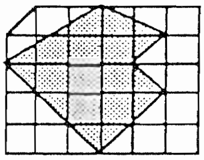
OA = AB = BC = CD = DE = 110 mètres

Que vaut le périmètre du polygone OABCDE, en mètres ? (ligne 66)

Que vaut l'aire du polygone OABCDE, en mètres carrés ? (ligne 67)

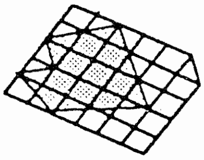
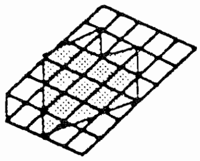
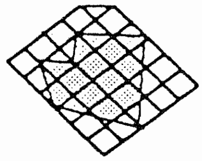
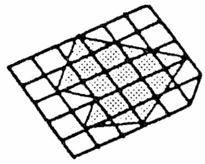
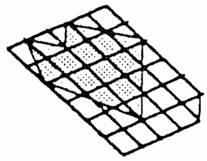
	A	B	C	D	E
66	696 m	796 m	814 m	890 m	902 m
67	3718 m²	7437 m²	36300 m²	37185 m²	74370 m²

Déformation



L'une des grilles ci-dessous a été obtenue par une déformation de la grille ci-contre, à droite.

Laquelle est-ce ?

	A	B	C	D	E
68					

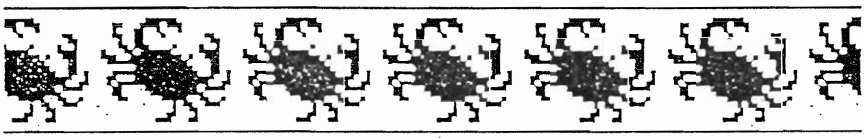
Logique

Chez les papous, il y a les papous à poux et les papous pas à poux. Chez les poux, il y a les poux papas et les poux pas papa. Sachant, par ailleurs, qu'il y a des papous papas et des papous pas papa, énumérez toutes les possibilités de papous, selon les critères successifs de paternité des papous, de pouillerie des papous et de paternité des poux. Combien sont-elles ?

	A	B	C	D	E
70	4	5	6	7	8

Frise

La frise ci-dessous représente un morceau de ruban, où apparaissent cinq crabes complets et deux incomplets. Chaque crabe occupe longitudinalement 16 mm et l'espace entre deux crabes occupe longitudinalement 2 mm.



Il fait sombre et on ne peut voir la coupe en bout du ruban. Quelle est la longueur minimale de ruban qu'il faut couper (transversalement) pour être certain d'obtenir au moins deux crabes complets ?

	A	B	C	D	E
71	34 mm	36 mm	48 mm	52 mm	54 mm

Vieux problème

Ensemble, 6 poules pondent 6 œufs en 6 jours et 36 poules mangent 36 kilos de grains en 36 jours. Combien faut-il de kilos de grain pour obtenir 1995 œufs ?

	A	B	C	D	E
72	55,5 kg	332,5 kg	665 kg	1995 kg	11970 kg

Académie d'Aix-Marseille

Institut Universitaire de Formation des Maîtres

Test d'admission à l'IUFM

en première année de professeurs des écoles

---

15 mai 1993

CONSIGNES

à lire très attentivement

Vous disposez de **TROIS HEURES** pour effectuer ce test. Ce temps a été largement calculé pour que toutes les questions puissent être traitées sans hâte.

VERIFIEZ, avant de commencer, que les deux feuilles qui vous ont été remises sont bien imprimées recto-verso.

LES REPONSES aux questions posées doivent être écrites sur les feuilles qui vous ont été remises et que vous rendrez à la fin de l'épreuve. N'écrivez rien dans les cadres de droite réservés aux correcteurs. Toute réponse illisible sera considérée comme fausse. Seul le papier brouillon qui vous est fourni est autorisé et aucun brouillon ne devra être joint aux feuilles imprimées.

LA LISIBILITE (qualité de l'écriture et de la présentation, respect du code orthographique et grammatical) sera évaluée sur l'ensemble des réponses fournies.

LES DEUX PARTIES DE CE TEST (compréhension-expression et exercices logico-mathématiques) seront notées sur le même nombre de points. Elles peuvent être abordées dans n'importe quel ordre.

VOS NOM, PRENOM ET NUMERO DE DOSSIER doivent être inscrits sur chacune des deux feuilles. Pour les candidates mariées, c'est le nom de jeune fille qui doit être mentionné sur la première ligne. Le numéro de dossier est celui qui figure sur votre convocation. Afin de ne pas l'oublier, écrivez-les immédiatement dans les deux cadres situés l'un ci-dessous et l'autre au bas de la deuxième feuille.

NOM patronymique ____________________

(NOM du mari) ____________________

Prénom ____________________

n° de dossier ____________________

Ce texte est extrait du livre ELOGE DES PEDAGOGUES, d'Antoine PROST, publié en 1985, aux éditions du Seuil.

Que l'enseignement transmette des connaissances n'est pas contestable. Cela ne suffit pourtant pas à le définir, et cette formulation risque en outre de véhiculer quelques erreurs.

Le terme de « transmission » suggère, en effet, un processus linéaire, direct : les voitures ont une transmission, les coureurs se transmettent le « témoin » dans une course de relais, on transmet ou retransmet des émissions de radio ou de télévision. Pour que le terme puisse s'appliquer à l'enseignement, il faudrait admettre l'idée d'un savoir qui existe chez le maître et qui passerait à l'élève, où il se retrouverait, identique, au terme du processus. C'est une théorie de la communication en termes d'émission et de réception, par l'intermédiaire d'un canal. Or, chacun sait que l'enseignement n'est pas conforme à ce schéma : Platon se moquait déjà d'Agathon qui espérait acquérir la sagesse de Socrate à son contact.

A la regarder de près, la « transmission » du savoir - gardons provisoirement le mot - est beaucoup plus complexe. Elle se déploie d'abord dans un temps aux dimensions multiples. Les professeurs et les instituteurs le savent bien, qui justifient souvent tel ou tel point de leur enseignement, manifestement hors d'atteinte de leurs élèves actuels, en disant qu'ils en feront leur profit plus tard. Et l'on constate, effectivement, que des mots, des notions apparemment mal comprises, des dates ou des faits mal assimilés et même oubliés se réactivent par la suite et facilitent des apprentissages ultérieurs, parfois distants de plusieurs années.

J'ai longtemps cru que ce phénomène était propre aux disciplines littéraires (français, langues, histoire) et qu'il introduisait entre elles et leurs sœurs scientifiques une différence radicale. On pourrait penser en effet que les mathématiques ou la physique, qui procèdent suivant des enchaînements logiques rigoureux, doivent s'apprendre suivant l'ordre des démonstrations et qu'elles sont incompréhensibles dès qu'un maillon vient à manquer. Mais cette opinion fournit un bon exemple des risques que l'on prend en se fiant au bon sens dans ces domaines. Une étude sur les acquisitions des élèves en calcul au cours élémentaire deuxième année et au cours moyen deuxième année aboutit, en effet, à une conclusion surprenante. Non seulement les performances des élèves de CM 2 sont supérieures à celles des élèves de CE 2 dans les épreuves auxquelles ils ont été préparés par des exercices scolaires répétés, mais elles le sont pour tous les problèmes de type logique qui sont peu travaillés en classe. « L'exemple le plus frappant est sans doute celui du travail sur les bases de numération. Alors que les enfants ont des performances assez mauvaises au CE 2, deux années plus tard, alors que tout travail scolaire de ce type a été pratiquement abandonné, ils réussissent beaucoup mieux * ». Les auteurs n'en concluent évidemment pas que l'enseignement soit inutile, car il intervient dans le processus de maturation qu'ils constatent, mais il n'intervient ni seul ni toujours immédiatement : les effets ne s'en font parfois sentir qu'à distance et de façon variable pour chaque enfant. Dans ces conditions, parler de « transmission » des savoirs est aller un peu vite. L'idée simple d'un « bagage » que l'on transmet perd de son évidence. Assurément, les enseignants « transmettent » quelque chose, mais ils ne savent pas toujours exactement quoi ni quand.

Au vrai, le terme de « transmission » ne convient que pour des informations, non pour de véritables savoirs, et le mot de « bagage » si souvent employé dans ce contexte nous met sur la voie. Dès qu'il s'agit d'un savoir un peu élaboré, le langage change : on parle ainsi de « transfert » de technologies. C'est que les savoirs ne sont pas des choses qui se puissent clairement délimiter, à la différence des renseignements ou des informations, dont la transmission est le fait des journalistes ou, quand ils sont secrets, des espions. Le journal télévisé m'apprend le temps qu'il fera demain ou la dernière « petite phrase » des hommes politiques : qui dira qu'il s'agit là de savoirs ? Non seulement ces informations sont dispersées, mais, par elles mêmes, elles ne portent aucun sens. Le météorologiste et le paysan ont un savoir sur le temps, le premier parce qu'il interprète des photographies à haute altitude et des cartes à isobares, le second parce qu'il met en rapport la force et la direction du vent, l'apparence des nuages, le vol des hirondelles et d'autres signes. Savoir scientifique d'un côté, savoir empirique de l'autre, mais, ici et là, un esprit actif qui établit un rapport entre des observations. Le téléspectateur n'a aucun savoir du temps qu'il va faire, il est seulement informé. Et crédule.

Or, l'enseignement ne vise pas à rendre les élèves dépendants de l'information, mais à leur en donner au contraire la maîtrise. Il veut de véritables savoirs, il prétend apprendre à lire, à écrire et à penser - c'est tout un -, à réfléchir, à argumenter, à comprendre la nature et la société. Aussi ne saurait-il se contenter de connaissances passivement enregistrées et vides de signification. Beaucoup s'indignent que les élèves ignorent les dates de notre histoire. Mais que sait-on, quand on sait que Marignan est en 1515 ? Si l'on ignore s'il s'agit d'une défaite ou d'une victoire et quelle en fut la portée, je ne vois pas que l'on soit beaucoup plus riche ni que l'on comprenne quoi que ce soit à notre histoire.

Je ne dis pas par là que l'on puisse se dispenser d'emmagasiner des informations : on ne réfléchit pas à vide, et l'esprit demande des informations pour raisonner, comparer, comprendre. Je ne suis pas contre les faits, les dates, les règles ; je dis seulement qu'il ne suffit pas de les retenir pour acquérir un savoir. Sinon, d'ailleurs, nous n'aurions nul besoin de « professeurs » : des « répétiteurs » suffiraient. C'est que les savoirs scolaires sont en fait des opérations. Savoir des mathématiques, ce n'est pas réciter des formules, mais, suivant le niveau, être capable de faire des additions, des règles de trois, des opérations sur les fractions, ou de résoudre des équations différentielles : qui récite un théorème mais sèche sur le problème ne sait pas. De même, écrire, rédiger, composer, réfléchir, classer, rapprocher, argumenter sont des opérations intellectuelles, et non des informations. Le propre de l'enseignement est d'unir indissociablement les informations et les opérations sur les informations. C'est pourquoi il ne suffit pas que le professeur dise les faits ou les formules ; il faut qu'il montre comment faire. La langue est forte, qui dit d'une classe qu'elle « suit » bien ou mal : suivre n'est pas seulement entendre, ni même écouter, c'est marcher avec, et l'on ne suit que ceux qui entraînent. Au vrai, on les imite.

C'est toute la différence entre le speaker et le magister, et il me plaît que ces deux mots renvoient l'un au modernisme anglo-saxon et l'autre à notre tradition humaniste. Le speaker transmet des informations. Peu lui chaut, en définitive, qu'elles soient ou non écoutées. Le magister détient des savoirs qu'il veut faire partager. Mais le propre des vrais savoirs est qu'on ne peut les recevoir passivement de quelqu'un d'autre, comme un cadeau ou un héritage. Il faut les constituer progressivement, pas à pas. Si les élèves n'assimilent pas personnellement et activement l'enseignement, s'ils ne s'approprient pas les savoirs, on leur reproche fort justement d'avoir mal « digéré » leurs connaissances. Au bout du compte, les savoirs ne se transmettent pas, ils se reconstruisent, et chacun le fait pour son compte, à sa façon, et suivant son propre rythme.

A peine d'échouer, le maître responsable de ce processus complexe, ne se contente pas de donner des informations (exposer des connaissances) ni même des informations sur la façon d'utiliser les informations (conseils méthodologiques). Il surveille la façon dont les élèves construisent leurs savoirs, il organise les étapes de ce processus, il en contrôle les résultats, il en rectifie le cours. En ce sens, on dit parfois qu'il dirige un apprentissage intellectuel, et le terme de maître s'inscrit en effet dans le champ de l'apprentissage aussi bien que dans celui de l'école.

La définition de l'enseignement comme apprentissage n'est pourtant, elle aussi, qu'une approximation, une façon de parler. Elle renvoie à une attitude trop empirique : les tours de main, les pratiques de métier s'apprennent par l'imitation et la patience plus que par la réflexion. L'enseignement prétend fonder les pratiques en raison et en livrer le sens. Aussi ne se satisfait-il pas de la simple répétition, fût-elle parfaitement efficace ; il y a vingt ans déjà, Pierre Bourdieu notait que l'adjectif « scolaire » est péjoratif, alors qu'il conviendrait parfaitement pour désigner un apprentissage réussi. L'enseignement s'accomplit quand l'apprenti cesse d'être un imitateur servile. Mais la notion d'apprentissage a l'immense mérite de renvoyer du dire du maître au faire de l'élève. Si enseigner n'est pas exactement diriger un apprentissage, il reste que c'est faire travailler les élèves. Enseigner, c'est faire étudier.

* INRP *Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.*

NOM patronymique	______________
(NOM du mari)	______________
Prénom	______________
n° de dossier	______________

COMPREHENSION- EXPRESSION

Cette partie du test porte sur deux capacités, évaluées à parts égales :

- **la compréhension d'un texte**, testée par une série de questions. Ce texte est celui qui figure en trois colonnes sur l'autre feuille ;

- **la production d'un texte** court, en réponse à une question posée.

COMPREHENSION

Question 1 *Cochez la case correspondant à votre choix* **Choisissez,** parmi les titres suivants, celui qui vous semble le mieux convenir à l'ensemble de cet extrait :		
L'enseignant : speaker ou magister ?	☐	
Eduquer aujourd'hui	☐	
Ce qu'enseigner veut dire	☐	

Question 2 *Cochez, à chaque fois, la case qui paraît vous convenir le mieux* **a)** **La phrase** : " Les professeurs et les instituteurs le savent bien, qui justifient souvent tel ou tel point de leur enseignement, manifestement hors d'atteinte de leurs élèves actuels, en disant qu'ils en feront leur profit plus tard " **signifie :**		
Les professeurs et les instituteurs savent que leur enseignement ne peut pas être compris par tous leurs élèves	☐	
Les professeurs et les instituteurs savent bien qu'ils doivent souvent se justifier devant leurs élèves	☐	
Les professeurs et les instituteurs savent bien que leurs élèves comprennent parfois plus tard ce qu'ils leur enseignent	☐	
b) Dans ce texte, **A. Prost estime que**, grâce à l'enseignement, **les élèves** :		
acquièrent des méthodes pour maîtriser l'information	☐	
sont beaucoup plus dépendants de l'information	☐	
associent des informations et des opérations sur ces informations	☐	
acquièrent la capacité d'emmagasiner des informations	☐	
c) A. Prost évoque Marignan (ligne 80) pour **montrer que :**		
les élèves n'ont pas besoin de retenir les dates	☐	
les élèves actuels ne savent plus les dates	☐	
l'histoire ne se résume pas aux dates	☐	

Question 3

Donnez trois fonctions différentes assurées par les **guillemets**, dans ce document, en prenant pour chacune un exemple dans le texte :

1 ______________________________

____

2 ______________________________

____

3 ______________________________

____

Question 4

a) Le mot *opération* peut avoir plusieurs sens en français. **Proposez plusieurs expressions** (cinq au maximum) où ce mot apparaîtra, à chaque fois, avec un sens différent. Si vous le jugez utile, précisez ce sens par un ou deux exemples entre parenthèses :

Exemple *(extrait du texte)* : une opération intellectuelle (argumenter, classer)

1 ______________________________

2 ______________________________

3 ______________________________

4 ______________________________

5 ______________________________

b) Le mot *empirique* est employé deux fois dans ce texte (lignes 69 et 128). **Proposez-en une définition :**

____

____

____

Question 5

Reformulez, dans votre propre langage, la phrase suivante (ligne 130) : " L'enseignement prétend fonder les pratiques en raison et en livrer le sens. "

____

____

____

EXPRESSION

Pensez-vous que les enfants soient des téléspectateurs crédules ?

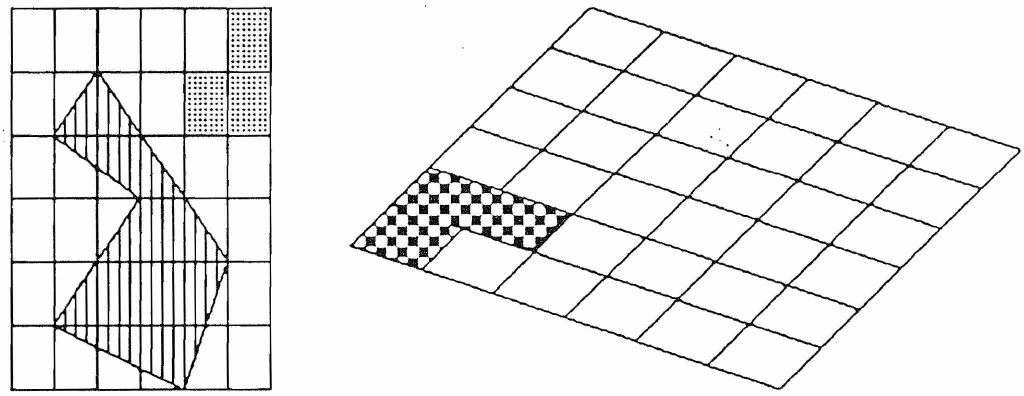
Présentez votre point de vue sous la forme d'un texte (de 15 à 20 lignes) comportant au moins deux arguments illustrés chacun par un exemple précis.

EXERCICES LOGICO-MATHEMATIQUES

Les exercices à faire sont indépendants les uns des autres et ne sont pas hiérarchisés. Ils demandent peu de connaissances mathématiques de type scolaire mais plutôt de la réflexion.

Les justifications demandées doivent être pertinentes et concises.

Exercice 1 Ci-dessous, la grille de droite est une image déformée de la grille de gauche, de telle sorte que les trois carreaux noirs et blancs sont les images des trois carreaux grisés.



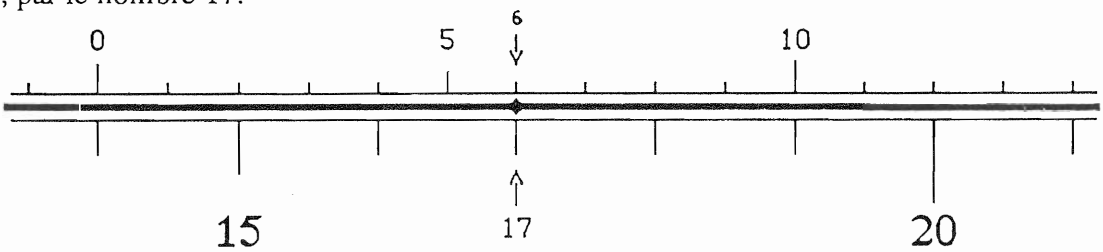
Représentez, sur la grille de droite, l'image de la partie qui est rayée sur la grille de gauche.

Exercice 2 Voici une multiplication, dite à trous : _ 5 x 1 _ = 7 _ 5

où les tirets représentent des chiffres manquants qu'il s'agit de trouver.

Ecrivez les solutions (il y en a plusieurs) dans le cadre, sans explication.

Exercice 3 Un fil noir est gradué avec deux règles, comme l'indique la figure ci-dessous. Ainsi, le point repéré, sur la règle du haut, par le nombre 6 est repéré, sur la règle du bas, par le nombre 17.



Apportez les réponses aux places indiquées, sans explication.

Quel nombre repère, sur la règle du bas, le point repéré, sur la règle du haut, par le nombre 9 ?	Réponse :
Quel nombre repère, sur la règle du haut, le point repéré, sur la règle du bas, par le nombre 32 ?	Réponse :
Quel nombre repère, sur la règle du haut et sur la règle du bas, le même point ?	Réponse :

Exercice 4 Un gros cube est constitué de 1000 cubes identiques juxtaposés, de 2 cm de côté chacun.

Apportez les réponses aux places indiquées et justifiez brièvement.

Quel est, en litres, **son volume** ?	Réponse :
Quelle est, en décimètres carrés, **sa surface** ?	Réponse :

Justification

Exercice 5 Dans une famille André a une fille Béatrice, qui elle-même a trois enfants Camille, Dominique et Edouard. Tous sont nés un premier avril et vivants.

Le premier avril 1993, André a eu trois fois l'âge de Béatrice, qui a eu trois fois l'âge de Camille, qui a eu trois fois l'âge de Dominique, qui a eu trois fois l'âge d'Edouard.

Apportez les réponses aux places indiquées et justifiez brièvement.

Quel est, **aujourd'hui, l'âge d'Edouard** (en jours) ?	Réponse :
En quelle année, Béatrice aura-t-elle trois fois l'âge d'Edouard ?	Réponse :

Justification

Exercice 6 Dans un scrutin uninominal à deux tours, le code électoral précise que seuls peuvent accéder au second tour les candidats qui ont obtenu un nombre de voix au moins égal à 12,5 % du nombre des inscrits. Lors d'une élection, il y a 6 candidats pour 8 000 inscrits et, au premier tour, 24 % d'abstentions et 85 bulletins blancs ou nuls.

Apportez les réponses aux places indiquées et justifiez brièvement.

Se peut-il qu'**aucun** candidat ne puisse accéder au second tour ?	Réponse :
Se peut-il que **tous** les candidats puissent accéder au second tour ?	Réponse :

Justification

Académie d'Aix-Marseille
Institut Universitaire de Formation des Maîtres

Admission en première année d'IUFM
Professorat des écoles

A propos du TEST du 8 avril 1995

Cette épreuve écrite (trois heures) permettra de juger, chez les candidats, la maîtrise de la langue française, les capacités d'analyse, les qualités de raisonnement logique.

Elle comportera deux parties, notées avec le même poids, comprenant chacune une série d'exercices (8 à 10) indépendants les uns des autres.

LANGUE FRANÇAISE : COMPRÉHENSION-EXPRESSION (*)

Les candidats seront jugés principalement sur :
- l'aptitude à comprendre correctement un texte ;
- l'aptitude à s'exprimer correctement par écrit.

Les exercices de **compréhension d'un texte** pourront prendre des formes diverses : questions sur le texte [1], textes à trous [3], textes puzzles [5], chasse à l'intrus [2], etc.

L'**expression écrite** pourra être appréciée sur la rédaction d'un texte [6], mais pas nécessairement. Il pourra s'agir aussi de reconstitution [10], de transformation, de reformulation de fragments de texte [7], etc.

L'**orthographe** pourra être évaluée par des textes à corriger [4], des listes de mots à fournir [8], etc. Les connaissances en **morphologie, syntaxe et vocabulaire** seront testées au moyen de listes de mots ou d'expressions [11, 13], d'exercices de transformation [9], de QCM [12], etc.

EXERCICES LOGICO-MATHÉMATIQUES (*)

Les exercices proposés seront courts. Quelques brèves explications seront demandées.
L'usage des calculettes est interdit. Les calculs devront être effectués "à la main".

Les thèmes choisis sont :
- **logique élémentaire** [14] ;
- **numération décimale** (écriture des nombres et opérations) [15] ;
- **géométrie très élémentaire** (dans le plan, connaissance des figures usuelles et de leurs éléments de symétrie, des théorèmes de Thalès et de Pythagore et, dans l'espace, connaissance du cube et du tétraèdre régulier) [16, 17] ;
- **les mesures usuelles** (de longueur, de surface, de volume, de masse, de temps, dans les unités usuelles, leurs multiples et leurs sous-multiples) [18, 19] ;
- **proportionnalité et pourcentage** [20, 21] ;
- **problèmes du premier degré** (à une, deux ou trois inconnues) [22] ;
- **problèmes du second degré** (racine carrée).

Certains exercices pourront porter sur plusieurs thèmes [23, 24, 25].

L'**écriture et la présentation** seront appréciées sur l'ensemble de la copie et éventuellement sur un fragment plus précisément signalé au candidat.

(*) Les nombres entre crochets se rapportent aux exemples qui suivent.

Attention, les exemples donnés **ne sont en aucun cas limitatifs**. Les candidats doivent retenir l'esprit dans lequel le test sera évalué. L'IUFM souhaite recruter des étudiants normalement cultivés dans les deux domaines précités et non pas des individus rompus à tel ou tel test d'évaluation.

1 **Lisez** le texte ci-dessous.

Quand nous nous extasions sur les dons créateurs du très jeune enfant, nous sommes en bonne partie victimes d'une illusion. Ces dons existent, mais tiennent à la coexistence, pendant cet âge précoce, d'un grand nombre de possibilités encore ouvertes que l'apprentissage et la maturation organique devront plus tard éliminer. Les fonctions mentales résultent d'une sélection, laquelle supprime toutes sortes de capacités latentes. Tant qu'elles subsistent, celles-ci nous émerveillent à juste titre, mais il serait naïf de ne pas s'incliner devant cette nécessité inéluctable que tout apprentissage, y compris celui de l'école, se traduit par un appauvrissement. Il appauvrit en effet, mais pour en consolider d'autres, les dons labiles du très jeune enfant.

Claude Lévi-Strauss, *Le Regard éloigné,* 1983

Cochez, chaque fois, la réponse que vous sélectionnez.

a) Dans la phrase : "Tant qu'elles subsistent [...] se traduit par un appauvrissement.", l'auteur veut dire que :

☐ il serait naïf de ne pas refuser l'idée que l'apprentissage scolaire se réduit nécessairement par un appauvrissement des qualités de l'enfant.

☐ il serait raisonnable d'accepter l'idée que l'apprentissage scolaire aboutit forcément à un appauvrissement de certaines potentialités de l'enfant.

☐ la formation scolaire, contrairement à d'autres types d'apprentissages, se caractérise par une modification progressive des fonctions mentales de l'enfant.

b) Dans la phrase : "Les fonctions mentales [...] capacités latentes.", les mots "capacités latentes" signifient :

☐ capacités manifestes qui pourront disparaître en cours d'apprentissage.

☐ capacités acquises en cours d'apprentissage qui finiront par éliminer les aptitudes propres à chaque enfant.

☐ potentialités qui ont besoin de conditions favorables pour se révéler.

2 Le texte suivant comporte 39 mots qui n'appartiennent pas au texte d'origine (NB : on compte pour un seul mot *m'interrogent* ou *sur-le-champ*). **Supprimez ces mots intrus** en les barrant dans le texte imprimé ci-dessous :

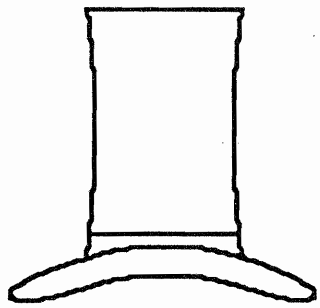
Plusieurs lecteurs m'interrogent sur la marche de l'escalier à suivre au prochain numéro pour retrouver, sur une table encombrée d'ustensiles et de paperasses, un document perdu, j'ajouterais même, en l'occurrence, un paradis perdu. Voici ma recette de cuisine : elle consiste à composer sur-le-champ de course un papier analogue au papier égaré : soit lettre, facture, ticket de métro, page d'agenda ou simple note volante. Ensuite, et tout à fait machinalement, en prenant votre bain, vous rangez le nouveau dictionnaire en papier, autant dire l'œuvre de votre vie sans vous en rendre compte. Il arrive neuf fois sur dix ou neuf fois sur neuf qu'il va se poser à l'endroit même où vous et vos invités serez tout surpris de retrouver le document que vous cherchiez depuis votre plus jeune âge.

Jean PAULHAN," Miscellanées",
Oeuvres Complètes, t. V, Cercle du Livre Précieux, 1970

3 *Posé en 1994.* **Reconstituez le texte suivant** en soulignant la bonne réponse parmi les propositions qui vous sont faites, pour chacun des numéros indiqués :

Les illusions d'optique

Une illusion d'optique est (1) qui semble contredire (2) . Une telle définition fait implicitement (3) une distinction entre les expériences subjectives - et la perception visuelle en est une - et (4) du monde réel. De là, le fait qu'on considère souvent (5) comme une "mauvaise lecture" des messages envoyés par certains objets ou images.



Parmi les plus communes de ces illusions se trouvent les interprétations erronées de ligne ou d'angle. L'une d'elles, souvent reproduite dans les (6) pour enfants, est l'illusion du chapeau haut de forme (ci-contre), qui semble plus haut que large, (7) sa hauteur et sa largeur à la base sont (8).

Quelle est la cause de cette illusion ? L'explication (9) de ce phénomène est que le cerveau perçoit les lignes (10) comme plus courtes parce qu'elles sont divisées par les lignes verticales.

(1) une aberration / une expérience / un contresens / un jeu

(2) la science / la géométrie / la réalité / la vision

(3) mention d' / refus d' / témoignage d' / appel à

(4) l'illusion / l'objectivité / l'apparence / l'opacité

(5) l'apparence optique / l'impact rétinien / l'illusion visuelle / l'imperfection iconique

(6) leçons / contes / histoires / livres

(7) bien que / alors que / de même que / de plus que

(8) constantes / équidistantes / égales / visibles

(9) mathématique / généralement admise / logique / métaphysique

(10) droites / obliques / horizontales / parallèles

4 *Posé en 1994.* **Entourez** les mots qui comportent une faute d'orthographe. **Écrivez au-dessus** le mot entier avec l'orthographe qui convient.

Chère amie, je comprend bien que vous ayiez envie de partir en vacances, mais être l'épouse d'un écrivain comporte parfois des contraintes qui faut savoir supporter. Il ne faut pas vous impatientez, soyez indulgente. Il faut qu'il est le temps de relire son manuscrit avant de le confié à son éditeur. Si son roman parait comme prévu, celà lui permettra de rembourser les sommes dûes et résoudra en partie ses difficultés pécunières. Prenez donc patience en pensant que vous-même serait la première à bénéficier de cette manne inespérée.

5 *Posé en 1994.* **Dans quel ordre** faut-il mettre les fragments de phrase suivants, de façon à reconstituer un texte cohérent ?

A	Passez maintenant votre doigt sur le bord du ruban, tout en le maintenant avec l'autre main : vous constatez que vous revenez à votre point de départ.
B	Prenez une bande de papier de 2 cm sur 25 cm (figure 1) et recollez-en les extrémités :
C	Il faut donc en conclure que, d'une manière ou d'une autre,
D	Prenez maintenant une bande identique mais, avant d'en recoller les extrémités, donnez-lui un demi-tour (figure 3). Combien de bords et de faces comporte ce nouveau ruban ?
E	Le ruban ne comporte donc qu'un seul bord, ce qui paraît logique s'il ne comprend qu'une seule face.
F	Vous vous rendrez bientôt compte que vous rejoignez votre point de départ et que toute la surface est marquée d'une ligne : votre ruban ne comporte donc qu'une seule face !
G	Pourtant, deux expériences simples vont nous montrer qu'il y a dans cette curiosité topologique un paradoxe apparent.
H	le demi-tour que nous avons donné à la bande de papier provoque la disparition d'une des faces et d'un des bords du ruban.
I	vous obtiendrez un ruban à deux bords supérieur et inférieur et à deux faces, intérieure et extérieure (figure 2).
J	Question absurde, direz-vous. De toute évidence il comprend deux bords et deux faces.
K	Prenez un stylo et commencez à tracer une ligne sur l'une des faces du ruban sans lever le stylo du papier.

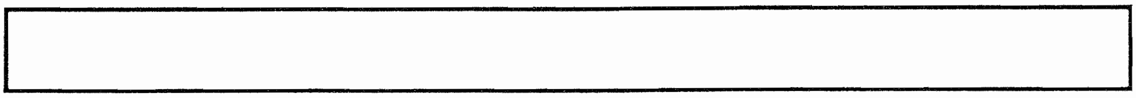


figure 1

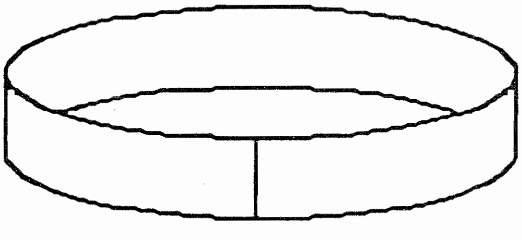


figure 2

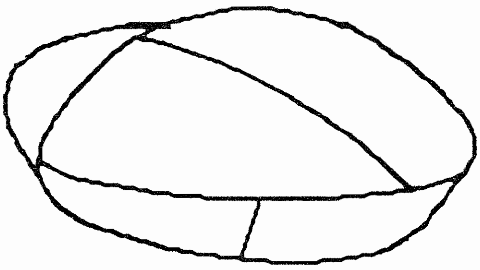


figure 3

En désignant chaque fragment par la lettre qui le précède, **inscrivez** ces lettres dans l'ordre du texte reconstitué, dans les cases prévues à cet effet, ci-dessous.

Réponse											

6 *Posé en 1993.* Pensez-vous que les enfants soient des téléspectateurs crédules ? **Présentez** votre point de vue sous la forme d'un texte (de 15 à 20 lignes) comportant au moins deux arguments illustrés chacun par un exemple précis.

7 *Posé en 1993.* Soit le passage suivant du texte *Éloge des pédagogues* d'Antoine Prost, édition du Seuil, 1985 :

La définition de l'enseignement comme apprentissage n'est pourtant, elle aussi, qu'une approximation, une façon de parler. Elle renvoie à une attitude trop empirique : les tours de main, les pratiques de métier s'apprennent par l'imitation et la patience plus que par la réflexion. L'enseignement prétend fonder les pratiques en raison et en livrer le sens. Aussi ne se satisfait-il pas de la simple répétition, fût-elle parfaitement efficace ; il y a vingt ans déjà, Pierre Bourdieu notait que l'adjectif "scolaire" est péjoratif, alors qu'il conviendrait parfaitement pour désigner un apprentissage réussi. L'enseignement s'accomplit quand l'apprenti cesse d'être un imitateur servile. Mais la notion d'apprentissage a l'immense mérite de renvoyer du dire du maître au faire de l'élève. Si enseigner n'est pas exactement diriger un apprentissage, il reste que c'est faire travailler les élèves. Enseigner c'est faire étudier.

Reformulez dans votre propre langage la phrase suivante :

"L'enseignement prétend fonder des pratiques en raison et en livrer le sens."

8 *Posé en 1994.* ORTHOGRAPHE **Écrivez** chaque mot de la liste en remplaçant le son [k] par sa transcription orthographique :

vain[k]eur • li[k]en • ran[k]œur • ti[k]et • e[k]ymose

blo[k]age • patriar[k]al • a[k]ueillir • appli[k]able • en fabri[k]ant

VOCABULAIRE Pour chacun des noms suivants, **écrivez** le verbe appartenant à la même famille :

méprise • cession • décri • dédit • dépens • fiction

9 *Posé en 1994.* **Réécrivez** les phrases suivantes en transposant les passages en italique du style indirect au style direct :

Lundi, Pierre me précisa *qu'il était d'avis que je visse un médecin dès le lendemain.*

Ce soir-là, Jacques reconnut *que le lendemain matin, en posant les pièges à renards, toute la bande et lui courraient de gros risques.*

Réécrivez les phrases suivantes en transposant les passages entre guillemets du style direct au style indirect :

Jean avait dit : «Je ne peux pas retourner chez moi mais je vais rejoindre un ami qui m'a proposé l'hospitalité»

Pierre vous avait demandé : «Que choisirons-nous, toi et moi, pour notre anniversaire?»

10 On a mélangé deux textes cohérents, extraits des ouvrages de Ph. Puy de Clinchamps, *Le snobisme*, 1966 et de Ch. de Gaulle, *Le fil de l'épée*, 1932.

1[Dans tous les milieux, le snob est celui qui,] 2[comme le fer vers l'aimant.] 3[incorpore à sa personne la rigueur propre à l'effort.] 4[dans une part au moins de ses activités professionnelles ou de loisirs,] 5[par le seul fait qu'ils se donnent cette supériorité] 6[car l'autorité ne va pas sans prestige,] 7[Les volontés, les espoirs s'orientent vers lui] 8[Vienne la crise, c'est lui que l'on suit, qui lève le fardeau de ses propres bras, dussent-ils s'y rompre,] 9[et se la reconnaissent mutuellement, et cela en dehors de toute valeur humaine réelle qui peut être aussi bien nulle que de premier plan.] 10[L'homme de caractère] 11[dans sa pensée et ses croyances s'efforce d'appartenir, par imitation, ou appartient à un clan dont les membres sont assurés d'être supérieurs au commun] 12[Les subordonnés l'éprouvent et parfois, ils en gémissent. D'ailleurs un tel chef est distant,] 13[et le porte sur ses reins, quand bien même ils en seraient brisés.] 14[ni le prestige sans l'éloignement.] 15[Au-dessous de lui, l'on murmure tout bas de sa hauteur et de ses exigences.] 16[Mais dans l'action, plus de censeurs !]

Reconstituez ces deux textes, en indiquant dans l'ordre les numéros portés par chacun des fragments des textes reconstitués :

texte 1 *Le snobisme* texte 2 *Le fil de l'épée*

11 *Posé en 1993.* Le mot *opération* peut avoir plusieurs sens en français. **Proposez cinq expressions** où ce mot apparaîtra, à chaque fois, avec un sens différent. Si vous le jugez utile, précisez ce sens entre parenthèses.

Exemple (extrait du texte) : une opération intellectuelle (argumenter, classer)

12 *Posé en 1994.* Pour chacun des mots en gras, **soulignez** la meilleure approximation :

Ombreux : soupçonneux • sombre • opaque • qui donne de l'ombre

Conjecture : contexte • supposition • concours de circonstances • projet

Redondant : qui a de l'embonpoint • arrondi • qui rebondit • qui est de trop

Émigrant : qui voyage de pays en pays • qui entre dans un pays pour s'y établir • qui quitte son pays pour s'établir dans un autre • apatride

13 *Posé en 1994.* Soient les phrases suivantes :

(1) *C'est en parlant souvent aux enfants qu'on arrive à mieux les comprendre.*

(2) *Les résultats du sondage sont assez parlants.*

On appelle gérondif l'expression soulignée dans la première phrase et adjectif verbal l'expression soulignée dans la seconde.

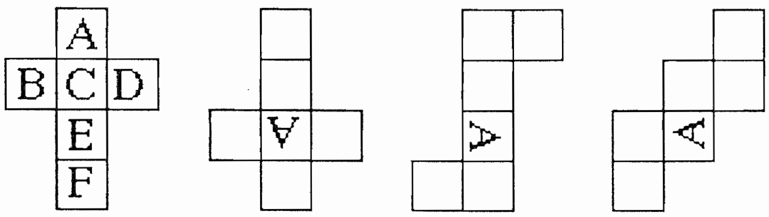
Écrivez le gérondif et l'adjectif verbal correspondant à chacun des verbes de la liste ci-dessous :

	Fatiguer	**Influer**	**Intriguer**	**Négliger**
gérondif	en	en	en	en
adjectif verbal				

14 *Posé en 1994.* Trois garçons (un anglais, un belge et un canadien) rencontrent trois filles (une anglaise, une belge, une candienne) et partent se promener en couples. En pensant à la canadienne, qui n'était pas avec lui, l'anglais remarque qu'aucun de ses amis n'est parti avec sa compatriote. Qui est parti avec qui ?

15 *Posé en 1993.* Reconstituer la multiplication suivante : _ 5 x 1 _ = 7 _ 5 où les tirets représentent des chiffres manquants qu'il s'agit de trouver.

16 *Posé en 1994.* Voici quatre patrons d'un même cube obtenus par différentes manières de mettre ses faces à plat.



Le premier patron est complet, en ce sens que les motifs qui figurent sur les faces sont représentés, alors que, sur les autres patrons, seul un motif est reporté. A partir des informations visibles sur le premier patron, compléter les trois autres, en respectant bien les voisinages et les orientations des motifs.

17 Un quadrilatère (noté Q) a tous ses cotés de même longueur. Parmi les assertions suivantes cocher celle (s) qui est (sont) vraie (s).

Q est un carré   Q est un losange   Q est un parallélogramme   Q est un rectangle

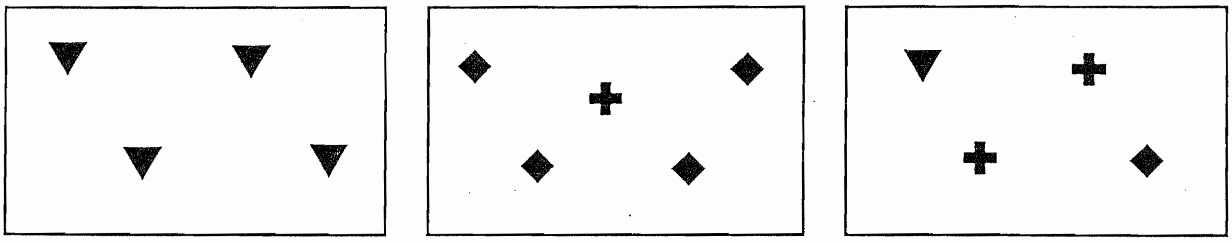
18 *Posé en 1993*. Un gros cube est constitué de 1000 cubes juxtaposés, de 2 cm de coté. Quel est, en litres, son volume ? Quelle est, en décimètres carrés, sa surface ?

19 A midi les deux aiguilles d'une montre coïncident. A quelle heure (exprimée en heures, minutes, secondes et fractions de seconde) coïncideront-elles à nouveau pour la première fois ?

20 Sur un même montant, est-il plus avantageux d'obtenir une réduction de 12% puis une réduction de 8% ou deux réductions successives de 10% ?

21 Sur 358 kg d'ordures ménagères (production moyenne d'un Français en 1990), 52 % sont stockés dans une décharge, de ce qui reste 2 % sont recyclés et 53 % sont incinérés. Combien de kilos sont ni stockés, ni recyclés, ni incinérés ?

22 *Posé en 1994*. Tous les lots ci-dessous sont au même prix 280 F.



Croix : ✚   Losange : ◆   Triangle : ▼

Quels sont les prix unitaires de chaque objet ?

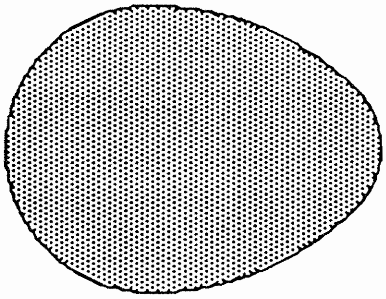
23 *Posé en 1993*. Dans un scrutin uninominal à deux tours, le code électoral précise que seuls peuvent accéder au second tour les candidats qui ont obtenu un nombre de voix au moins égal à 12,5 % du nombre des inscrits.

Lors d'une élection il y avait 8 000 inscrits et 6 candidats. Il y a eu 24 % d'abstention et 85 bulletins blancs ou nuls.

Se peut-il qu'aucun candidat n'ait pu accèder au second tour ?

Se peut-il que tous les candidats aient pu accèder au second tour ?

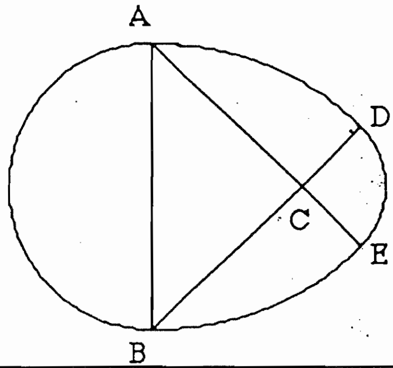
24



Une pelouse en forme d'œuf (ci-contre à gauche) a été construite selon le plan ci-dessous.
La distance entre A et B est de 20 mètres.
Le triangle ABC est isocèle et rectangle en C.
L'arc AB est un arc du cercle de diamètre AB.
L'arc AD est un arc d'un cercle de centre B.
L'arc BE est un arc d'un cercle de centre A.
L'arc DE est un arc d'un cercle de centre C.

Quelle est la longueur de son axe ?

Quelle est sa surface, en mètres carrés ?



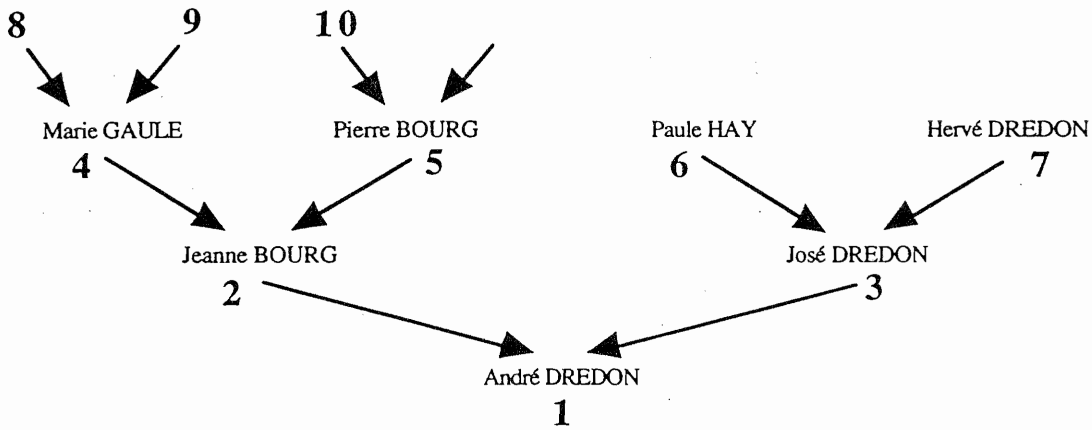
Rappels

L'aire d'un cercle de rayon R est πR^2.
Le nombre π vaut 3,14159...

25 *Posé en 1994*. André DREDON entreprend de faire son arbre généalogique.

Il numérote ses ascendants selon la règle suivante :

- lui-même a le numéro 1
- si une personne a un numéro N sa mère a pour numéro le double (2N) et son père a pour numéro le double plus un (2N+1).



Quel est le numéro de la mère de son grand-père paternel ?

Ayant une nouvelle idée, André DREDON choisit les lettres M pour mère et P pour père, afin de désigner ses ascendants. Ainsi il utilise la lettre A pour se coder lui-même, le code MA pour sa mère, PA pour son père, MMA pour la mère de sa mère, PMA pour le père de sa mère, etc.

Il se demande alors quelle correspondance, il peut y avoir entre les numéros précédemment introduits et les codes nouvellement choisis.

Quel est le numéro correspondant à la personne codée MPMPMA ?

Quel le code de la personne possédant le numéro 94 ?

Académie d'Aix-Marseille

Institut Universitaire de Formation des Maîtres

Test d'admission à l'IUFM

en première année de professeurs des écoles

9 avril 1994

CONSIGNES

à lire très attentivement

Vous disposez de **TROIS HEURES** pour effectuer ce test. Ce temps a été calculé pour que toutes les questions puissent être traitées sans hâte.

VERIFIEZ, avant de commencer, que les deux feuilles qui vous ont été remises sont bien imprimées recto-verso.

LES REPONSES aux questions posées doivent être écrites sur les feuilles qui vous ont été remises et que vous rendrez à la fin de l'épreuve. N'écrivez rien dans les cadres de droite réservés aux correcteurs. Toute réponse illisible sera considérée comme fausse. Seul le papier brouillon qui vous est fourni est autorisé et aucun brouillon ne devra être joint aux feuilles imprimées.

LA LISIBILITE (qualité de l'écriture et de la présentation, respect du code orthographique) sera évaluée sur l'ensemble des réponses fournies.

LES DEUX PARTIES DE CE TEST (EXERCICES LOGICO-MATHEMATIQUES et LANGUE FRANÇAISE COMPREHENSION-EXPRESSION) seront notées sur le même nombre de points. Elles peuvent être abordées dans n'importe quel ordre.

VOS NOM, PRENOM ET NUMERO DE DOSSIER doivent être inscrits sur chacune des deux feuilles. Pour les candidates mariées, c'est le nom de jeune fille qui doit être mentionné sur la première ligne. Le numéro de dossier est celui qui figure sur votre convocation. Afin de ne pas l'oublier, écrivez-les immédiatement dans les deux cadres situés l'un ci-dessous et l'autre au bas de la première page de l'autre feuille.

NOM patronymique ______________________

(NOM du mari) ______________________

Prénom ______________________

n° de dossier ______________________

EXERCICES LOGICO-MATHEMATIQUES

Les exercices proposés sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.
Les justifications demandées sont obligatoires. Elles doivent être concises et pertinentes.

Exercice 1 Une personne achète un terrain de 5400 mètres carrés, à 500 000 Francs l'hectare. Ce terrain rectangulaire est une fois et demi plus long que large.

Quel est le prix de ce terrain ? ____________

Quel est le prix d'une clôture, à 170 F le mètre ? ____________

Justifiez ces résultats

Exercice 2 Trois garçons (un suisse, un belge, un russe) rencontrent trois filles (une suisse, une belge, une russe) et partent en couples. Pensant à la russe, qui n'était pas avec lui, le suisse remarque qu'aucun des couples ne s'est formé entre compatriotes.

Qui est parti avec qui ?

Le suisse avec la __________ ; le belge avec la __________ ; le russe avec la __________ .

Explicitez les étapes successives de votre raisonnement

Exercice 3 **Complétez** la multiplication ci-contre, en plaçant les chiffres manquants dans les cases vides.

Justifiez votre démarche

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & \square & 4 & \square \\
 & & & \times & \square & \square & 5 \\
\hline
 & & & 3 & 2 & 1 & 5 \\
 & \square & \square & \square & 6 & & \\
\hline
 & \square & \square & 1 & \square & 1 & 5
\end{array}$$

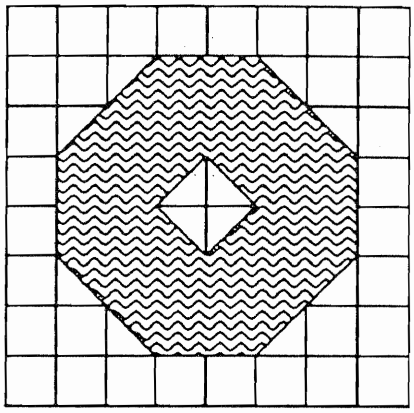
Exercice 4 On s'intéresse aux codes (mots qui n'ont pas nécessairement de sens en français) qui possèdent les trois propriétés suivantes :

1- le code comprend les seules lettres A , K , O , Z, qui apparaissent une fois chacune ;
2- A figure à gauche de K ;
3- K et O figurent à droite de Z. Par exemple : AZOK

Ecrire, dans le cadre ci-dessous, par ordre alphabétique, tous les codes qui possèdent ces trois propriétés.

Explicitez les étapes successives de votre raisonnement

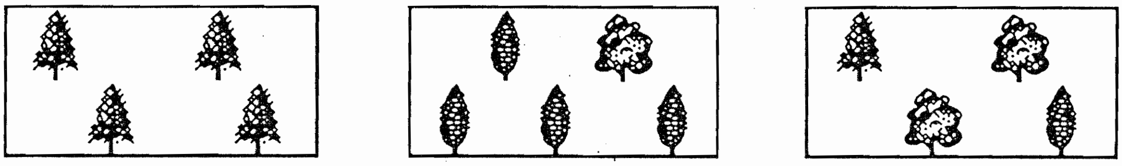
Exercice 5 Un grand bassin, de forme octogonale, comprend, en son centre, une ile carrée, selon le schéma ci-contre. La surface de l'eau est de 390 m².



Quelle est la surface de l'ile ? ___ m²

Justifiez ce résultat

Exercice 6 Chez un pépiniériste tous les lots d'arbres sont au même prix : 2 800 Francs.



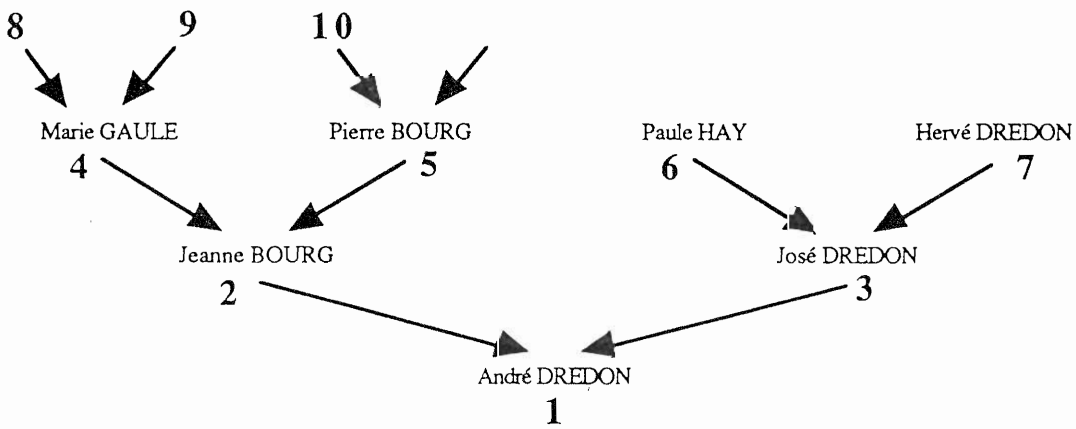
Quel est, pour chaque espèce, son prix unitaire ?

 Sapin : __________  Cyprès : __________  Tilleul : __________

Mise en équations	*Résolution*

Exercice 7 André DREDON entreprend de faire son arbre généalogique.

Il numérote ses ascendants selon la règle suivante : lui-même a le numéro 1 ; si une personne a un numéro N alors sa mère a pour numéro le double (2N) et son père a pour numéro le double plus un (2N+1).



Quel est le numéro de la mère de son grand-père paternel ? _____

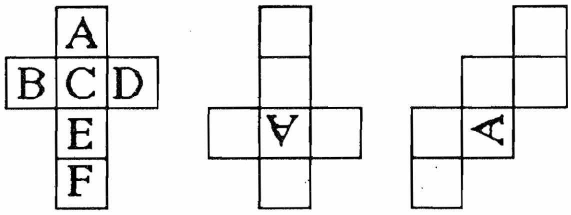
Ayant une nouvelle idée, André DREDON choisit les lettres M pour mère et P pour père, afin de désigner ses ascendants. Ainsi il utilise la lettre A pour se coder lui-même, le code MA pour sa mère, PA pour son père, MMA pour la mère de sa mère, PMA pour le père de sa mère, etc. Il se demande alors quelle correspondance il peut y avoir entre les numéros précédemment introduits et les codes nouvellement choisis.

Quel est le numéro de la personne codée PMPMPMA ? _____

Quel est le code de la personne possédant le numéro 94 ? _______________

Exercice 8 Les faces d'un cube en carton sont décorées par des lettres. Voici trois patrons de ce cube obtenus selon différentes manières de mettre ses faces à plat.

Le premier patron est complet, en ce sens que tous les motifs (lettres) qui figurent sur ses faces sont recopiés, alors que sur les autres patrons seul un motif est recopié.



À partir des informations visibles sur le premier patron, **complétez les deux autres**, en respectant bien les voisinages des faces et les orientations des motifs.

Exercice 9 Dans quel ordre faut-il mettre les fragments de phrase suivants, de façon à reconstituer un texte cohérent ?

A	Passez maintenant votre doigt sur le bord du ruban, tout en le maintenant avec l'autre main : vous constatez que vous revenez à votre point de départ.
B	Prenez une bande de papier de 2 cm sur 25 cm (figure 1) et recollez-en les extrémités :
C	Il faut donc en conclure que, d'une manière ou d'une autre,
D	Prenez maintenant une bande identique mais, avant d'en recoller les extrémités, donnez-lui un demi-tour (figure 3). Combien de bords et de faces comporte ce nouveau ruban ?
E	Le ruban ne comporte donc qu'un seul bord, ce qui paraît logique s'il ne comprend qu'une seule face.
F	Vous vous rendrez bientôt compte que vous rejoignez votre point de départ et que toute la surface est marquée d'une ligne : votre ruban ne comporte donc qu'une seule face !
G	Pourtant, deux expériences simples vont nous montrer qu'il y a dans cette curiosité topologique un paradoxe apparent.
H	le demi-tour que nous avons donné à la bande de papier provoque la disparition d'une des faces et d'un des bords du ruban.
I	vous obtiendrez un ruban à deux bords supérieur et inférieur et à deux faces, intérieure et extérieure (figure 2).
J	Question absurde, direz-vous. De toute évidence il comprend deux bords et deux faces.
K	Prenez un stylo et commencez à tracer une ligne sur l'une des faces du ruban sans lever le stylo du papier.

figure 1

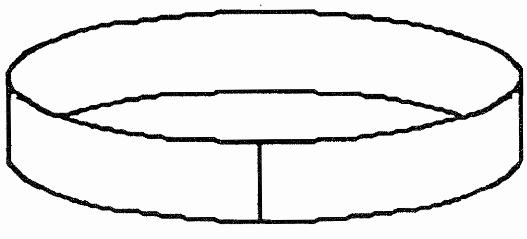


figure 2

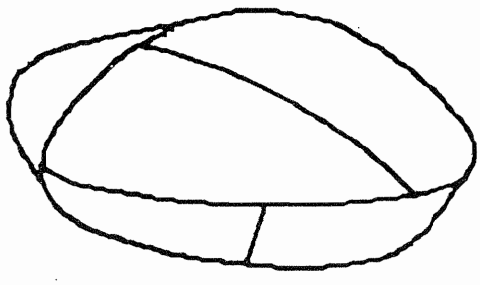


figure 3

En désignant chaque fragment par la lettre qui le précède, **inscrivez** ces lettres dans l'ordre du texte reconstitué, dans les cases prévues à cet effet, ci-dessous.

Réponse											

LANGUE FRANÇAISE

COMPREHENSION - EXPRESSION

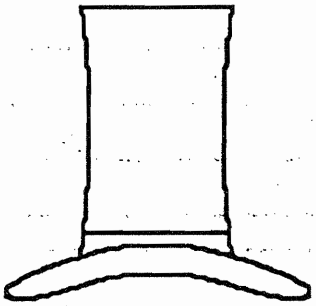
Les exercices proposés sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Exercice 1 **Reconstituez** le texte suivant en soulignant la bonne réponse parmi les propositions qui vous sont faites, pour chacun des numéros indiqués :

Les illusions d'optique

Une illusion d'optique est (1) qui semble contredire (2). Une telle définition fait implicitement (3) une distinction entre les expériences subjectives - et la perception visuelle en est une - et (4) du monde réel. De là, le fait qu'on considère souvent (5) comme une "mauvaise lecture" des messages envoyés par certains objets ou images.

Parmi les plus communes de ces illusions se trouvent les interprétations erronées de ligne ou d'angle. L'une d'elles, souvent reproduite dans les (6) pour enfants, est l'illusion du chapeau haut de forme (ci-contre), qui semble plus haut que large, (7) sa hauteur et sa largeur à la base sont (8).



Quelle est la cause de cette illusion ? L'explication (9) de ce phénomène est que le cerveau perçoit les lignes (10) comme plus courtes parce qu'elles sont divisées par les lignes verticales.

(1) une aberration / une expérience / un contresens / un jeu

(2) la science / la géométrie / la réalité / la vision

(3) mention d' / refus d' / témoignage d' / appel à

(4) l'illusion / l'objectivité / l'apparence / l'opacité

(5) l'apparence optique / l'impact rétinien / l'illusion visuelle / l'imperfection iconique

(6) leçons / contes / histoires / livres

(7) bien que / alors que / de même que / de plus que

(8) constantes / équidistantes / égales / visibles

(9) mathématique / généralement admise / logique / métaphysique

(10) droites / obliques / horizontales / parallèles

NOM patronymique ______________________

(NOM du mari) ______________________

Prénom ______________________

n° de dossier ______________________

Exercice 2 **Ecrivez**, en majuscules sous chacun des mots suivants, son pluriel.

landau	**soupirail**	**savoir-faire**	**chef-d'œuvre**
matériel	**cérémonial**	**nouveau-né**	**compte courant**

Exercice 3 Pour chaque mot, **remplacez** le son [k] par sa transcription orthographique et **écrivez-la**, en majuscules, à droite.

ran[k]œur		**blo[k]age**	
ti[k]et		**en fabri[k]ant**	
li[k]en		**patriar[k]al**	
ni[k]el		**appli[k]able**	
a[k]acia		**vain[k]eur**	
mousti[k]		**é[k]ymose**	

Exercice 4 Pour chaque phrase, **remplacez** la relative entre parenthèses par un adjectif de sens équivalent et **écrivez-le**, en majuscules, à droite.

Vous me posez un problème (qui ne peut être résolu)	
Cet enfant émet des sons (que l'on ne peut entendre)	
Le témoin apporte une preuve (que l'on ne peut réfuter)	
Il a pour moi une amitié (qui ne peut faire défaut)	
Elle a noué avec lui des liens (qui ne peuvent être dissous)	

Exercice 5 **Écrivez**, en majuscules sous chacun des noms suivants, le verbe exprimant l'action qui lui correspond.

fiction	**méprise**	**cession**
décri	**dédit**	**dépens**

Exercice 6 La liste suivante comporte une série d'items, en l'occurrence des verbes. Pour chaque item, **donnez**, sur la même ligne, **deux noms** appartenant à la même famille que le verbe et commençant par la même lettre que ce verbe. Ecrire en majuscules.

allier		
écarter		
isoler		
maintenir		
obliger		
retenir		

Exercice 7 Soient les phrases suivantes :

(1) *C'est en parlant souvent aux enfants qu'on arrive à mieux les comprendre.*

(2) *Les résultats du sondage sont assez parlants.*

On appelle gérondif l'expression soulignée dans la première phrase et adjectif verbal l'expression soulignée dans la seconde.

Écrivez le gérondif et l'adjectif verbal correspondant à chacun des verbes soulignés dans la liste ci-dessous :

	gérondif	adjectif verbal
Fatiguer	en	
Influer	en	
Intriguer	en	
Négliger	en	

Exercice 8 **Réécrivez** les phrases suivantes en transposant les passages en italique du style indirect au style direct :

Le 15 octobre 1990, Pierre me précisa *qu'il était d'avis que je visse un médecin dès le lendemain.*

Ce soir-là, Jacques reconnut *que le lendemain matin, en posant les pièges à renards, toute la bande et lui courraient de gros risques.*

Réécrivez les phrases suivantes en transposant les passages entre guillemets du style direct au style indirect :

Jean avait dit : «Je ne peux pas retourner chez moi mais je vais rejoindre un ami qui m'a proposé l'hospitalité.»

Pierre vous avait demandé : «Que choisirons nous, toi et moi, pour notre anniversaire ?»

Exercice 9 Sous chacun des mots en gras **cochez** la meilleure approximation

Émacié	**Conjecture**	**Redondant**
anémié décomposé démasqué amaigri	contexte supposition concours de circonstances projet	qui a de l'embonpoint arrondi qui rebondit qui est de trop

Ombreux	**Émigrant**
soupçonneux sombre opaque qui donne de l'ombre	qui voyage de pays en pays qui entre dans un pays pour s'y établir qui quitte son pays pour s'établir dans un autre apatride

Exercice 10 **Soulignez** les mots qui comportent une faute d'orthographe et **écrivez** au-dessus le mot entier avec l'orthographe qui convient.

Chère amie, je comprend bien que vous ayiez envie de partir en vacances, mais être l'épouse d'un écrivain comporte parfois des contraintes qu'il faut savoir supporter. Il ne faut pas vous impatientez, soyez indulgente. Il faut qu'il est le temps de relire son manuscrit avant de le confié à son éditeur. Si son roman parait comme prévu, celà lui permettra de rembourser les sommes dûes et résoudra en partie ses difficultés pécunières. Prenez donc patience en pensant que vous-même serait la première à bénéficier de cette manne inespérée.

Exercice 11 Après avoir lu le texte ci-dessous, **exposez**, en quelques lignes, la technique employée par Jean PAULHAN pour retrouver sur sa table de travail un document perdu.

> Plusieurs lecteurs m'interrogent sur la marche à suivre pour retrouver, sur une table encombrée d'ustensiles et de paperasses, un document perdu. Voici ma recette : elle consiste à composer sur-le-champ un papier analogue au papier égaré : soit lettre, facture, ticket de métro, page d'agenda ou simple note volante. Ensuite, et tout à fait machinalement, vous rangez le nouveau papier, autant dire sans vous en rendre compte. Il arrive neuf fois sur dix qu'il va se poser à l'endroit même où vous serez tout surpris de retrouver le document que vous cherchiez.
>
> Jean PAULHAN, *Miscellanées*, *Oeuvres Complètes*, t. IV, Cercle du Livre Précieux, 1970

Vous ne devez pas reprendre les phrases de l'auteur mais transposer ce texte avec vos propres termes, en parlant de Jean PAULHAN à la troisième personne.

Admission en première année d'IUFM

Professorat des écoles - 8 avril 1995

Cette épreuve écrite (trois heures) comporte deux parties, notées sur le même nombre de points :
LANGUE FRANÇAISE COMPRÉHENSION-EXPRESSION (pages 2 à 5);
EXERCICES LOGICO-MATHÉMATIQUES (pages 6 à 8).
Chaque partie comprend une série d'exercices indépendants les uns des autres.

Vous disposez d'une fiche réponse, sur laquelle vous devez écrire **à l'encre**, en haut à droite les quatre chiffres de votre numéro de dossier et en bas vos NOM (de naissance) et Prénom.

Pour tout le reste vous devez utiliser exclusivement **un crayon graphite HB**

Avant de commencer à répondre, **complétez votre identification** en noircissant les cases qui correspondent aux chiffres de votre numéro de dossier.

De même, **indiquez les codes de la salle**, en lignes 80 et 81.

Chaque fois, noircissez **complètement** la case choisie **sans déborder**. Seule cette technique garantit une bonne lisibilité de vos réponses. **Evitez de gommer**, cela peut rendre votre réponse illisible.

AVERTISSEMENT : Pour chacune des questions posées, vous devez répondre sur la ligne numérotée correspondante en noircissant la case ou les cases que vous jugez correspondre à la bonne réponse. Afin d'éviter que certains candidats répondent au hasard, les réponses fausses seront plus sanctionnées que les non réponses.

Bon courage !

La table ci-dessous pourra être utile, par la suite.

TABLE des inverses, puissances et racines des entiers de 1 à 10

Puis 4	Puis 3	Puis 2	N	1 / N	Rac 2	Rac 3	Rac 4
1	1	1	**1**	1	1,00000	1,00000	1,00000
16	8	4	**2**	0,50000	1,41421	1,25992	1,18921
81	27	9	**3**	0,33333	1,73205	1,44225	1,31607
256	64	16	**4**	0,25000	2,00000	1,58740	1,41421
625	125	25	**5**	0,20000	2,23607	1,70998	1,49535
1296	216	36	**6**	0,16667	2,44949	1,81712	1,56508
2401	343	49	**7**	0,14286	2,64575	1,91293	1,62658
4096	512	64	**8**	0,12500	2,82843	2,00000	1,68179
6561	729	81	**9**	0,11111	3,00000	2,08008	1,73205
10000	1000	100	**10**	0,10000	3,16228	2,15443	1,77828

LANGUE FRANÇAISE COMPRÉHENSION-EXPRESSION

Comprendre un texte

Soit le texte lacunaire suivant :

Une carte de France qui aurait la taille de la France ne ferait que reproduire (00) la complexité du monde visible, doublant les (01) sans les dédoubler. Cette carte ne serait d'aucune (02). Impossible d'y établir (03), de voir d'un seul coup d'œil la ville d'où l'on vient, celle où l'on va, les (04) qu'on devra faire pour aller de l'une à l'autre. Changer (05), c'est là tout l'art du cartographe et du maquettiste.

Agrandir ou réduire est une transformation géométrique qui conserve les (06), c'est-à-dire l'équilibre interne des formes, mais elle change les (07) qui sont toutes augmentées ou diminuées dans un même (08). Les mathématiciens parlent ici de "similitudes" entre (09).

Philippe COMAR, *La perspective en jeu, les dessous de l'image*, Découvertes Gallimard, 1992

	A	B	C	D	E
00	de façon imagée	en plus petit	en plus grand	telle quelle	mécaniquement
01	dimensions	mesures	apparences	reliefs	échelles
02	objectivité	fiabilité	crédibilité	utilité	matérialité
03	un choix	son itinéraire	un voyage	son point de ralliement	les points cardinaux
04	calculs	conversions	démarches	péripéties	détours
05	d'orientations	d'échelle	de conventions graphiques	de perspective	de mode de représentation
06	dimensions	contours	proportions	apparences	données
07	mesures	perspectives	conventions	courbes de niveau	proportions
08	sens	angle de tracé	rapport	vecteur	plan
09	droites	les angles	distances	les rapports	figures

Pour chaque numéro, **noircissez** la case correspondant à l'expression qui convient.

Comprendre le sens d'une phrase complexe

Soit la phrase suivante :

Pour nous restreindre à ce que notre temps appelle vulgairement *maquillage*, qui ne voit que l'usage de la poudre de riz, si niaisement anathémisé par les philosophes candides, a pour but et pour résultat de faire disparaître du teint toutes les taches que la nature y a outrageusement semées, et de créer une unité abstraite dans le grain et la couleur de la peau, laquelle unité, comme celle produite par le maillot, rapproche immédiatement l'être humain de la statue, c'est-à-dire d'un être divin et supérieur ?

Charles BAUDELAIRE, «Le maquillage», article paru dans *Le Figaro*, 1863,
(repris dans le recueil posthume *Curiosités esthétiques*)

Dans cette phrase, Baudelaire **estime que** :

10	A	la poudre de riz sur le visage féminin outrage la nature et réduit l'apparence féminine à celle d'une froide statue.
	B	l'usage de la poudre de riz supprime sur le visage féminin les imperfections criantes de la nature, ce qui permet d'assimiler les femmes à de pures abstractions.
	C	l'usage de la poudre de riz, en éliminant tout ce qui fait la particularité du visage féminin les assimile toutes à un même modèle abstrait.
	D	la poudre de riz en donnant aux femmes une apparence qui les éloigne du naturel leur permet d'apparaître comme des sortes d'idoles.
	E	la poudre de riz est un artifice qui gommant toutes les imperfections des visages féminins permet d'obtenir une beauté factice.

Noircissez, ligne 10, la case correspondant à la réponse que vous sélectionnez.

Reconstituer un texte

Soit le texte suivant (R. BOURDON & C. BOURQUARD, *Physique*, classe de seconde, Delagrave, 1981) :

La fusée représente une technique à la fois très ancienne et très avancée.

On n'en connaît pas l'inventeur. On sait que les chinois ont, les premiers, préparé de la poudre en mélangeant du charbon de bois, du soufre et du salpêtre, le tout réduit en poudre naturellement.

Ils pouvaient ainsi....

Vous trouvez ci-dessous tous les éléments manquants de la phrase, *en italiques*, classés par ordre alphabétique :

à, à, c'est-à-dire, camps, dans, de, des, des, des, destinés, ennemis, et, et, fabriquer, feu, "flèches de feu volant", fusées, la, le, les, leurs, mettre, panique, pétards, semer

Dans la phrase que vous aurez reconstituée, dans quel ordre rencontre-t-on les expressions :
destinés "flèches de feu volant" fusées pétards ?

11	A	"flèches de feu volant"	pétards	fusées	destinés
	B	pétards	destinés	fusées	"flèches de feu volant"
	C	pétards	"flèches de feu volant"	fusées	destinés
	D	fusées	"flèches de feu volant"	pétards	destinés
	E	"flèches de feu volant"	destinés	pétards	fusées

Noircissez, ligne 11, la case correspondant à votre réponse.

Trouver l'expression correcte

Soient les expressions suivantes :

	A	B	C	D	E
12	faire bonne chère	faire bonne cherre	faire bonne chair	faire bonne chaire	faire bonne chairre

Noircissez, ligne 12, la case correspondant à la forme correcte.

Des **parcours désordonnés** sont :

	A	B	C	D	E
13	cahotiques	chaotiques	kaotiques	kahotiques	caothiques

Noircissez, ligne 13, la case correspondant à la forme correcte.

Connaître l'orthographe grammaticale

Soient les expressions suivantes :

14	A	quelle que soit la raison et la cause
	B	qu'elles que soient la raison et la cause
	C	quelles que soient la raison et la cause
	D	quelques soient la raison et la cause
	E	quelque soit la raison et la cause

Noircissez, ligne 14, la case correspondant à la forme correcte.

Maîtriser les liens logiques dans une phrase complexe

Soit le texte suivant :

Et une fois que le romancier nous a mis dans cet état, où (15) tous les états purement extérieurs toute émotion est décuplée, où son livre va nous troubler à la façon d'un rêve (16) d'un rêve plus clair que ceux que nous avons en dormant et (17) le souvenir durera davantage, alors, voici qu'il déchaîne en nous pendant une heure tous les bonheurs et tous les malheurs possibles (18) nous mettrions dans la vie des années à connaître quelques-uns, et dont les plus intenses ne nous seraient jamais révélés (19) la lenteur avec laquelle ils se produisent nous en ôte la perception.

Marcel Proust, *A la recherche du temps perdu*, Gallimard, éd.

	A	B	C	D	E
15	sans	avec	dans	comme	par
16	pourtant	surtout	mais	or	ou
17	par lequel	dont	malgré tout	sans lequel	cependant
18	dont	que	de sorte que	mais	et
19	bien que	si bien que	quoique	pour que	parce que

Pour chaque numéro, **noircissez** la case correspondant à l'expression qui convient.

Reconnaître la valeur sémantique d'un rapport syntaxique

Voici des phrases empruntées à la **langue parlée** :

20	A	Je me demande si ça ne vaudrait pas le coup de revenir demain.
	B	Si tu savais tout ce qu'on dit de lui, ça te ferait réfléchir.
	C	Si tu me demandes ça, je ne te parle plus.
	D	Si ça lui a plu je ne saurais le dire.
	E	Si ça te barbe, va te faire cuire un œuf.

Noircissez, ligne 20, la case ou les cases correspondant aux phrases ne comportant pas d'idée de condition.

Connaître la morphologie du verbe

Il y a, dans les items qui suivent, des **formes verbales incorrectes** (c'est-à-dire qu'on ne pourrait trouver à aucun temps ni aucun mode pour la personne choisie), **noircissez** dans chaque cas la case ou les cases correspondantes.

	A	B	C	D	E
21	nous jetterions	tu jetasses	tu modèles	ils achettent	ils cisèlent
22	il croît	il crusse	il crût	il crûsse	il croie
23	il a recouvert	il a recouvré	il recouvra	il recouvrisse	il recouvrit
24	nous vécussions	vous ayiez vécu	il vécût	vous vécûtes	j'eus vécu
25	nous vissions	il vît	je voie	nous verions	j'eus vu
26	elles étaient dûes	nous dussions	vous dûtes	je dusse	il eût dû

Connaître l'orthographe d'usage

Quels sont les mots qui sont **mal orthographiés** ?

	A	B	C	D	E
27	exhorter	exhubérance	exhaustif	exhaler	rédhibitoire
28	levrau	gruau	landau	préau	cabillau
29	étau	fléau	patau	boyau	hoyau

Noircissez la ou les cases correspondant à une forme erronée.

Placer des mots en séries en fonction du sens

Dans chaque série (de 31 à 40), il s'agit trouver l'intrus. **Noircissez** la case correspondant au mot qui du point de vue du sens **n'a pas sa place** dans la liste où il se trouve.

	A	B	C	D	E
30	superbe	présomption	outrecuidance	morgue	inflation
31	asperge	échalas	perche	carpe	girafe
32	maquette	brouillon	résidu	ébauche	esquisse
33	ellipse	litote	raccourci	héliotrope	euphémisme
34	hyperbolique	exagéré	elliptique	emphatique	grandiose
35	résidu	déduction	analyse	logorrhée	dialectique
36	apologue	fable	parabole	détail	anecdote
37	rebut	déchet	résidu	brouillon	scorie
38	hypophyse	tachycardie	otalgie	hyperbare	hypothermie
39	algorithme	modèle	rythmique	informatique	bureautique

Corriger un texte comportant des erreurs orthographiques

Combien y a-t-il de mots mal orthographiés **à chaque ligne** du texte suivant ?

40	Quatres mois s'étaient passé de la sorte en semaines d'exhaltation et de
41	transformations des plus inouies. Je voyai avec terreur s'approcher les
42	vacances, car j'avais pris gout à ce séjour studieux. L'atmosphère
43	terne et pesante de la vie de famille qui m'attendaient chez moi me
44	menacait comme un exil et une spolliation.
45	Déjà je ruminais des plans secrets pour faire acroire à mes parents qu'un
46	travail important me retenait ici.
47	J'imaginais d'avance comment je présenterai les choses à mon père pour
48	qu'il croit utile de me laisser rester et comment je concluerais que ce
49	contre-temps était en définitive une chance pour ma carriere future.

Pour chaque ligne (de 40 à 49) **noircissez** la case correspondant au **nombre de mots mal orthographiés**, selon le code suivant : A:aucun mot **B**:1 mot **C**:2 mots **D**:3 mots **E**:4 mots

EXERCICES LOGICO-MATHÉMATIQUES

Noircissez, chaque fois, la case correspondant à la **bonne réponse** (unique).

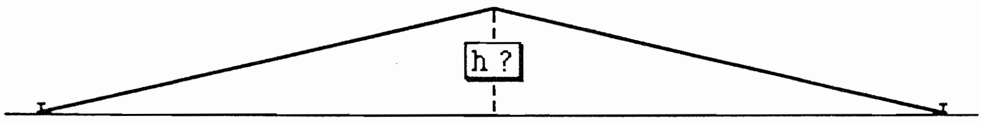
Numération

Combien y-a-t-il de nombres entiers compris entre 1000 et 9999 dont la somme des chiffres vaut 3 ?

	A	B	C	D	E
60	7	8	9	10	11

Mesure des longueurs

Une corde inextensible de 201 centimètres est fixée à ses extrémités sur un sol plat, par deux clous distants d'exactement 2 mètres. On soulève cette corde, en son milieu, le plus haut possible et on note h la hauteur atteinte, en centimètres. Quelle est la valeur de h ?



	A	B	C	D	E
61	1 cm	3 cm	5 cm	10 cm	20 cm

Mesure du temps

Entre minuit (non compris) et midi, les deux aiguilles d'une montre coïncident un certain nombre de fois. A quelle heure se produit la septième coïncidence ?

Exprimez le résultat en heures, minutes, secondes.

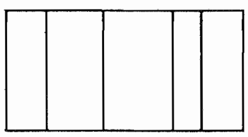
	A	B	C	D	E
62	7 h 35 m 0 s	7 h 36 m 17 s	7 h 37 m 41 s	7 h 38 m 11 s	7 h 39 m 5 s

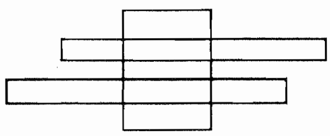
Décompte

Combien de rectangles

dans la figure U? (ligne 63)

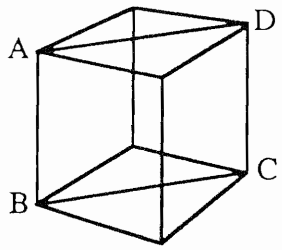
dans la figure V? (ligne 64)


U


V

	A	B	C	D	E
63	5	6	10	13	15
64	9	14	22	25	27

Cube

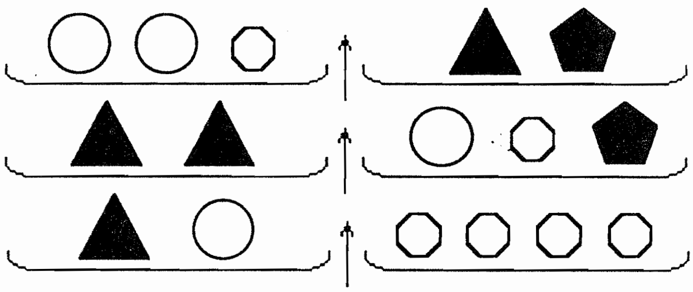


Dans le cube représenté ci-contre, le rectangle ABCD a pour aire **un mètre carré**.

Quelle est, en centimètres, au millimètre près, la longueur d'une arête du cube ?

	A	B	C	D	E
69	84,1 cm	87,2 cm	93,4 cm	101,1 cm	118,9 cm

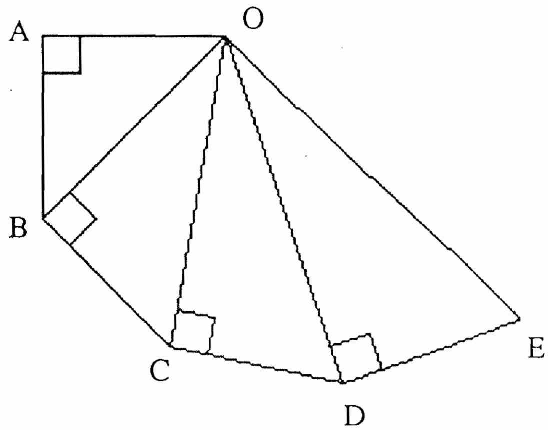
Pesées



D'aprés les trois pesées représentées, ci-dessus, combien de  sont-ils nécessaires pour équilibrer un  ?

	A	B	C	D	E
65	1	2	2,5	3	3,5

Périmètre et aire



Dans la figure ci-contre, les triangles OAB, OBC, OCD et ODE sont rectangles en A, B, C et D respectivement. En outre
OA = AB = BC = CD = DE = 110 mètres

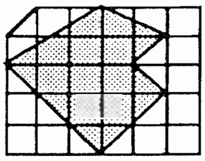
Que vaut le périmètre du polygone OABCDE, en mètres ? (ligne 66)

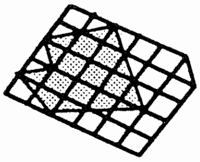
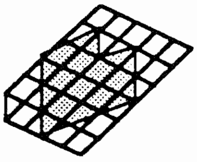
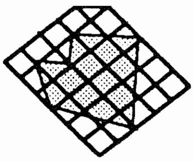
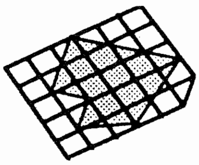
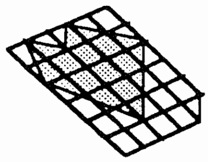
Que vaut l'aire du polygone OABCDE, en mètres carrés ? (ligne 67)

	A	B	C	D	E
66	696 m	796 m	814 m	890 m	902 m
67	3718 m^2	7437 m^2	36300 m^2	37185 m^2	74370 m^2

Déformation

L'une des grilles ci-dessous a été obtenue par une déformation de la grille ci-contre, à droite.
Laquelle est-ce ?



	A	B	C	D	E
68					

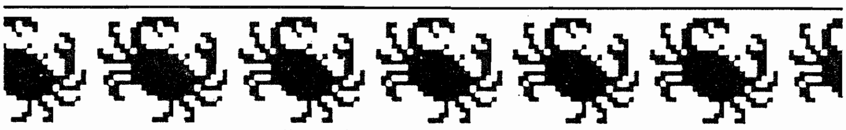
Logique

Chez les papous, il y a les papous à poux et les papous pas à poux. Chez les poux, il y a les poux papas et les poux pas papa. Sachant, par ailleurs, qu'il y a des papous papas et des papous pas papa, énumérez toutes les possibilités de papous, selon les critères successifs de paternité des papous, de pouillerie des papous et de paternité des poux. Combien sont-elles ?

	A	B	C	D	E
70	4	5	6	7	8

Frise

La frise ci-dessous représente un morceau de ruban, où apparaissent cinq crabes complets et deux incomplets. Chaque crabe occupe longitudinalement 16 mm et l'espace entre deux crabes occupe longitudinalement 2 mm.



Il fait sombre et on ne peut voir la coupe en bout du ruban. Quelle est la longueur minimale de ruban qu'il faut couper (transversalement) pour être certain d'obtenir au moins deux crabes complets ?

	A	B	C	D	E
71	34 mm	36 mm	48 mm	52 mm	54 mm

Vieux problème

Ensemble, 6 poules pondent 6 œufs en 6 jours et 36 poules mangent 36 kilos de grains en 36 jours.
Combien faut-il de kilos de grain pour obtenir 1995 œufs ?

	A	B	C	D	E
72	55,5 kg	332,5 kg	665 kg	1995 kg	11970 kg

Académie d'Aix-Marseille

Institut Universitaire de Formation des Maîtres

DOSSIER

5EPE

Test d'admission à l'IUFM

Première année de professeur des écoles

8 avril 1995

Ecrire les quatre chiffres de votre numéro et **cocher** ci-contre les cases correspondantes

0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5
6	6	6	6
7	7	7	7
8	8	8	8
9	9	9	9

MODÈLES

BON

MAUVAIS

CONSEILS :

Utiliser un crayon HB
Ne pas déborder des cases.
Éviter de gommer.

Si vous avez à le faire pour modifier une réponse, le gommage ne doit pas laisser de trace.

A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E
00	20	40	60	80
01	21	41	61	81
02	22	42	62	82
03	23	43	63	83
04	24	44	64	84
A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E
05	25	45	65	85
06	26	46	66	86
07	27	47	67	87
08	28	48	68	88
09	29	49	69	89
A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E
10	30	50	70	90
11	31	51	71	91
12	32	52	72	92
13	33	53	73	93
14	34	54	74	94
A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E
15	35	55	75	95
16	36	56	76	96
17	37	57	77	97
18	38	58	78	98
19	39	59	79	99
A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E	A B C D E

NOM de naissance et Prénom : ____________________

iufm

ADMISSION EN 1ère ANNEE
FILIERE PROFESSEURS DES ECOLES
Session 1995

- IDENTIFICATION DU CANDIDAT

NOM PATRONYMIQUE ______________________

NOM DU MARI ______________________

DATE DE NAISSANCE ______________________

PRENOM ______________________

N° DE CONVOCATION ______________________

- CONSIGNES

- A LIRE TRES ATTENTIVEMENT -

Ce questionnnaire porte sur les trois domaines suivants :

- Français
- Mathématiques
- Connaissances générales :
  - dans les autres disciplines enseignées à l'école primaire,
  - sur l'enfant, l'école, l'éducation.

VERIFIEZ QUE VOTRE DOSSIER COMPORTE BIEN __15__ PAGES .

- Vous disposez de 3 **heures** pour répondre à ce questionnaire.
- Les épreuves peuvent être abordées dans n'importe quel ordre.
- Les réponses aux questions doivent être inscrites sur les parties du document réservées à cet effet.
- N'écrivez rien dans les colonnes réservées à la correction.
- Lisez attentivement et respectez strictement les différentes consignes qui vous sont données.
- Toute réponse illisible ou confuse sera considérée comme fausse.
- N'utilisez pas de crayon à papier.
- L'usage de la calculatrice est strictement interdit.
- Aucun brouillon ne devra être joint au document.

Signatures des correcteurs :

Français	sur 100
Mathématiques	sur 100
Connaissances générales	sur 100
NOTE FINALE	sur 300

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

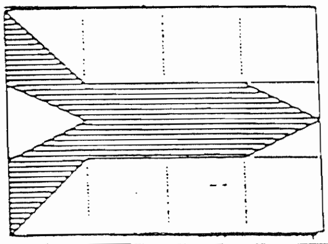
• L'usage de calculettes est interdit •

• Ne rien inscrire dans la colonne grisée, réservée à la correction •

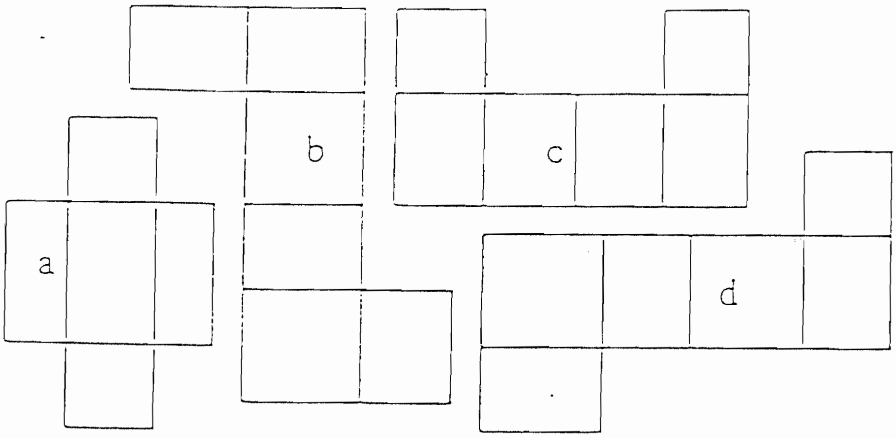
ur répondre à chaque question, vous aurez :

- soit à écrire la réponse dans le cartouche prévu à cet effet
- soit à cocher une, plusieurs ou aucune des cases prévues à cet effet

₹anger dans l'ordre croissant : :,018 ; 2,17 ; 2,017 ; 2,0175 ; 2,0107 ☐ < ☐ < ☐ < ☐ < ☐ /4 ; 2/3 ; 1/2 ; 2/7 ; 21/70 ☐ < ☐ < ☐ < ☐ < ☐		2 4	
	REPONSE		
⊋uel est le multiple de 17 le plus voisin de 7763 ?	☐	4	
armi les nombres suivants, trois sont égaux. Quel est l'intrus ? $1{,}0769 \times 10$ $10{,}769 : 10$ $10\,769 \times 10^{-4}$ $1 + \dfrac{769}{10\,000}$	☐ ☐ ☐ ☐	4	
oit le nombre $A = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}$ ni les nombres qui suivent, quel est celui qui est égal a A ? $0{,}5 + 0{,}33 + 0{,}25$ $\dfrac{13}{12}$ $\dfrac{1}{2 + 3 + 4}$ $0{,}1\,083$	☐ ☐ ☐ ☐	4	

5. Le tiers de la moitié du carré d'un nombre est 600, quel est ce nombre ?	▭	4
. Si un nombre est divisible par 3, 4, 5 et 6, il est nécessairement divisible par : 120 60 30 15	 ☐ ☐ ☐ ☐	6
. Une caisse est remplie par 100 Kg de sucre. Si on double chacune des trois imensions de la caisse, elle sera remplie par : 1600 Kg de sucre 800 Kg de sucre 400 Kg de sucre 200 Kg de sucre	 ☐ ☐ ☐ ☐	4
. Calculer 3,82 X 0,016	▭	4
Ecrire les nombres suivants sous forme de fraction irréductible : $\frac{5}{12} + \frac{7}{30}$	▭	4
$\frac{5}{12} : \frac{15}{42}$	▭	4
). Un prix a baissé de 20% au printemps 1994 et de 10% à l'automne 1994. De quel pourcentage a-t-il baissé dans l'année ?	▭	4
. Cocher la (les) affirmation(s) vraie(s) : le périmètre d'un cercle est proportionnel à son rayon. le volume d'un cube est proportionnel à la longueur de son arête. l'aire d'un rectangle est proportionnelle à sa longueur.	 ☐ ☐ ☐	 2 2 2
. Quelle fraction de l'aire du rectangle, l'aire de la fusée représente-t-elle ? 	▭	6
. Un litre d'eau, c'est : 1 centimètre cube d'eau 1 décimètre cube d'eau 1 000 millimètres cubes d'eau 1 000 000 millimètres cubes d'eau	 ☐ ☐ ☐ ☐	4
. un centilitre d'eau, c'est la même quantité d'eau que : 1 centimètre cube d'eau 10 centimètres cubes d'eau 1 000 millimètres cubes d'eau 1 000 000 millimètres cubes d'eau	 ☐ ☐ ☐ ☐	4

15. Parmi les quatre figures proposées, quelles sont celles qui, après pliage, donnent une boîte fermée ? 6



a ☐

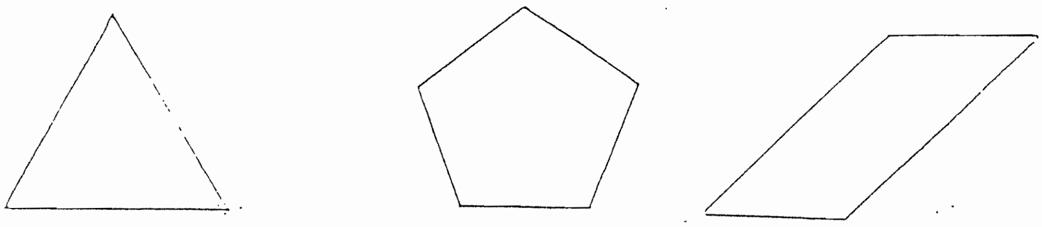
b ☐

c ☐

d ☐

16. Donner le nombre d'axes de symétrie des figures suivantes : 6

Jn triangle équilatéral	Un pentagone régulier	Un parallèlogramme
a)	b)	c)



a) ☐

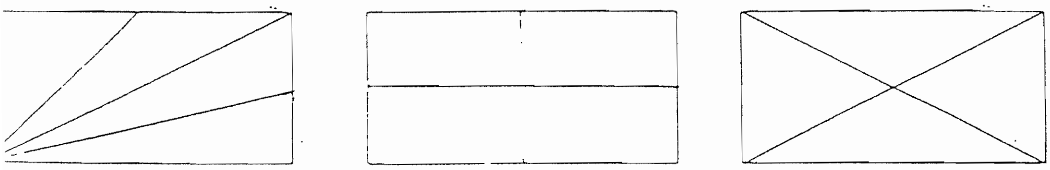
b) ☐

c) ☐

7. Dans un triangle :

	Toujours	Parfois	Jamais	
Une médiane est perpendiculaire à un côté	☐	☐	☐	2
Une hauteur passe par un sommet	☐	☐	☐	2
Une médiatrice passe par un sommet	☐	☐	☐	2

3. Dans les rectangles suivants, tous les segments joignent des points qui sont des ımmets ou des milieux de côtés. Dans quel(s) cas le rectangle est-il partagé en orceaux de même aire ?



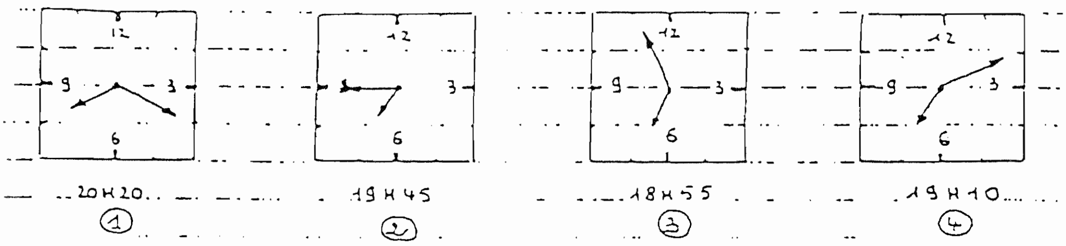
a) b) c)

a) ☐ 2

b) ☐ 2

c) ☐ 2

9. Chez moi j'ai quatre horloges mais une seule indique l'heure exacte. L'une vance de 35 minutes, une autre retarde de 35 minutes et une autre s'est arrêtée ans la journée.



Pendule qui donne l'heure exacte :	1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐	4	
Pendule qui s'est arrêtée :	1) ☐ 2) ☐ 3) ☐ 4) ☐	4	
	NOTE FINALE SUR 100		

1995

I.U.F.M.d'AQUITAINE

Préparation au concours
Professeur des écoles

EPREUVE PREALABLE D'ADMISSION

➽ Français (40 questions)

➽ Mathématiques (40 questions)

Durée : 2 heures

Attention !

✹ Aucun dictionnaire (papier ou électronique), aucune calculatrice, aucun ouvrage n'est autorisé.

✹ Ce cahier comporte 3 pages de brouillon non détachables que vous pouvez utiliser à l'exclusion de tout autre papier.

MODE d'EMPLOI

▼▲▼▲

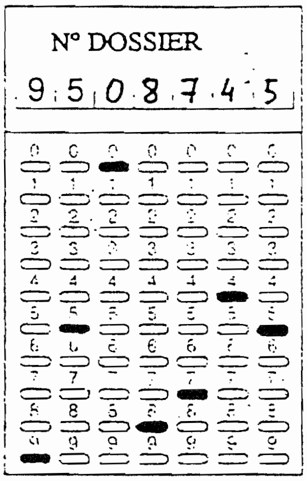
La fiche ci-jointe sera traitée par un lecteur optique.
Vous devez donc utiliser un stylo bille, feutre ou encre *noir*.

❶ IDENTIFICATION DU CANDIDAT

- Remplissez soigneusement les champs :
  NOM
  NOM de jeune fille *(s'il y a lieu)*
  PRENOMS
  N° de dossier *(sans la lettre)*

- Codez votre n° de dossier
(voir exemple ci-dessous)

Exemple :



Si votre n° de dossier est le 9508745A

- inscrivez la partie numérique 08745

- noircissez les cases 0,8,7,4,5 dans les colonnes correspondantes.

❷ REPONDRE AUX QUESTIONS

- Pour chacune des questions numérotées de 1 à 80 répondez en noircissant la (ou les) case(s) A - B - C - D ou E correspondant à la réponse (ou aux réponses) que vous estimez exactes.

✸ *En Français, chaque question appelle une seule réponse.*
✸ *En Mathématiques, certaines questions appellent plusieurs réponses.*

- Pour chaque question, répondez SUR LA PREMIERE LIGNE.
Si vous souhaitez ensuite modifier cette réponse, **ne raturez pas**, **ne gommez pas**, mais indiquez votre nouvelle réponse sur la deuxième ligne. LA PREMIERE LIGNE NE SERA ALORS PAS PRISE EN COMPTE.

MATHEMATIQUES

Rappel : toute calculatrice est interdite.
Certaines questions appellent plusieurs réponses.
Les réponses erronées ou les non-réponses sont sanctionnées par des notes négatives.

QUESTIONS A 3 POINTS

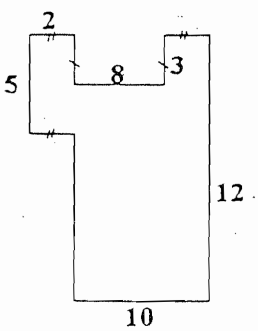
41. Voici une addition.
23 + 23 +23 +23 +23 +23 +23 +23 +23 +23
Parmi les écritures suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui représentent le résultat exact?

A 231
B 227
C 230
D 240
E 250
(cette question vaut 3 points).

42. Voici un produit.
23 x 23 x23 x23 x23 x23 x23 x23 x23 x23
Parmi les écritures suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui représentent le résultat exact?

A 23^{10}
B 23 x 10
C 230
D 23 + 10
E 10 x 23
(cette question vaut 3 points).

43. Voici une figure. Les traits sur certains côtés signifient l'égalité de ces côtés.



uel est son périmètre ?

52
42
39
40
54
ette question vaut 3 points).

44. La circonférence de la terre est de 40 000 km, donc son rayon mesure environ :

A 4 400 km
B 10 400 km
C 6 400 km
D 12 800 km
E 8 800 km
(cette question vaut 3 points).

45. Parmi les résultats figurant dans les cases qui suivent, un seul est le résultat de la multiplication de 183 par 425 : lequel ?

A 7 776
B 77 776
C 77 775
D 7 775
E 7 778
(cette question vaut 3 points).

46. Le grand Général Dussabre est né en 1574. Il meurt à la célèbre bataille de Gabegie qui s'est déroulée cent ans après 1515. A quel âge meurt-il ?

A 141 ans
B 39 ans
C 51 ans
D 89 ans
E 41 ans
(cette question vaut 3 points).

47. Ma montre prend deux minutes de retard toutes les heures. Il est midi et elle est à l'heure. Dans combien de temps aura-t-elle pris une heure de retard ?

A 2 jours
B 30 heures
C 10 heures
D 3 jours
E 20 heures
(cette question vaut 3 points).

48. Sur un plan, on lit " 2 cm pour 1 km ". Quelle distance sépare deux villes, à vol d'oiseau, qui sont distantes de 15 cm sur la carte ?

A 75 km
B 15 km
C 30 km
D 7,5 km
E 3 km
(cette question vaut 3 points).

49. Un litre de mercure c'est aussi :

A 1 kg de mercure
B 1 dm^3 de mercure
C 100 centilitres de mercure
D 100 millilitres de mercure
E 100 mm^3 de mercure
(cette question vaut 3 points).

50. Un champ carré mesure 5000 mètres de côté. Sa superficie est de :
A 50 000 m^2
B 5 000 m^2
C 25 000m^2
D 25 000 000 m^2
E 250 000 m^2
(cette question vaut 3 points).

QUESTIONS A 6 POINTS

51. Un grand cercle a un rayon 2 fois plus grand que celui d'un autre plus petit cercle. L'aire du grand disque est :

A 3,14 fois l'aire du petit
B 2 fois l'aire du petit
C 1,5 fois l'aire du petit
D 4 fois l'aire du petit.
E 2,5 fois l'aire du petit.
(cette question vaut 6 points).

52. Parmi les résultats figurant dans les cases qui suivent, un seul est le résultat de la division de 46968 par 456 : lequel ? (Information : la division tombe juste.)

A 12
B 104
C 103
D 1 037
E 1 038
(cette question vaut 6 points).

53. Je suis un décimal avec deux chiffres après la virgule. Mon chiffre des centièmes est 5 et mon nombre de dixièmes est 12. Qui suis-je ?

A 1,25
B 120,05
C 12,05
D 0,125
E 1,125
(cette question vaut 6 points).

54. Soit le nombre positif n qui, multiplié par lui-même donne 24. Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?

A n est plus grand que 12
B n est plus grand que 4
C n est plus petit que 5
D n est plus grand que 5
E n est plus petit que 6
(cette question vaut 6 points).

55. Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?:

A 1,5 + 1,5= 3
B 1,5 x 1 = 1
C 2 x 0,5 = 1
D 0,5 x 1 = 1
E 2 ÷ 0,5 = 4
(cette question vaut 6 points).

56. “ Je suis un nombre entier dont le chiffre des unités est zéro. Mon chiffre des dizaines est le double du chiffre des unités et mon nombre de centaines est 20. Qui suis-je ?

A 200
B 2 000
C 2 020
D 20 000
E 20 220
(cette question vaut 6 points).

57. Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?:

A Cent millions s’écrit avec le chiffre “ un ” suivi de sept “ zéros ”.
B Le nombre de centaines de cinq cent soixante dix huit est 5.
C 14,00 est plus petit que 14.
D 00,3040 et 0,304 sont deux nombres égaux.
E 14,00 est plus grand que 14
(cette question vaut 6 points).

58. Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?

A 4 x 10 x 10 x 10 < 4 x 10 x 10
B 0,5 x 0, 5 x 0, 5 x 0,5< 0,5 x 0, 5 x 0, 5
C 3 : 0,5 < 3 : 2
D 4 - 6 < 4 - 7
E 4 x (-7) < 4 x (-8)

(cette question vaut 6 points).

59. Un rectangle et un carré ont la même aire. Le côté du carré mesure 9 m et la largeur du rectangle mesure 3 m. Calculer la longueur du rectangle.
Quel est le calcul qui correspond à la question posée ?

A (9 + 9) : 3
B (9 x 9) x 3
C (9 x 3) : 9
D (9 x 3) + 9
E (9 x 9) : 3
(cette question vaut 6 points).

60. A vol d'oiseau, deux villes sont distantes de 75 km. Quelle distance les sépare sur une carte au 1/250 000 ?

A 7 cm
B 3 cm
C 21 cm
D 30 cm
E 17,5 cm
(cette question vaut 6 points).

QUESTIONS A 9 POINTS :

1. Mon copain et moi avons 400 francs. J'en ai dépensé les ¾. Mon copain a dépensé l'équivalent d'un tiers de ce que j'ai dépensé.
Combien nous reste-t-il ?

100 F
133 F
33 F
300 F
0 F
(cette question vaut 9 points).

2. Un losange a un côté qui mesure 5 cm et un angle de 45°. Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies?

Le périmètre est 20 cm.
L'aire est 25 cm^2
Le périmètre est 10 cm.
Je n'ai pas assez de renseignements pour calculer l'aire.
Je n'ai pas assez de renseignements pour calculer le périmètre.
(cette question vaut 9 points).

63. Dans un sondage, 50% des personnes interrogées ne sont pas encore fixées sur leur choix aux élections présidentielles, 24% optent pour le candidat A, 21% pour le candidat B, les autres se partagent sur les autres candidats.
Combien le candidat A obtiendra-t-il, en pourcentage, de voix si 30% de ces personnes non encore fixées viennent à voter pour lui ?

A 54%
B 74%
C 39%
D 32%
E 30%
(cette question vaut 9 points).

64. . Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?

A $\frac{4}{\frac{3}{5}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{4}}$

B $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$

C $\frac{7}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{7}}$

D $\frac{8}{32} = \frac{64}{16}$

E $\frac{x}{\frac{2}{9}} = \frac{\frac{x}{2}}{9}$

(cette question vaut 9 points).

65. la somme de $\frac{7}{4}$ et de $\frac{7}{6}$ est :

A $\frac{14}{10}$

B $\frac{7}{12}$

C $\frac{49}{24}$

D $\frac{2}{7}$

E $\frac{35}{12}$

(cette question vaut 9 points).

66. Voici une équation dans l'ensemble des nombres réels, où x est l'inconnue :

$$3x^2 + 4x + 5 = 3x^2 + 4x + 5$$

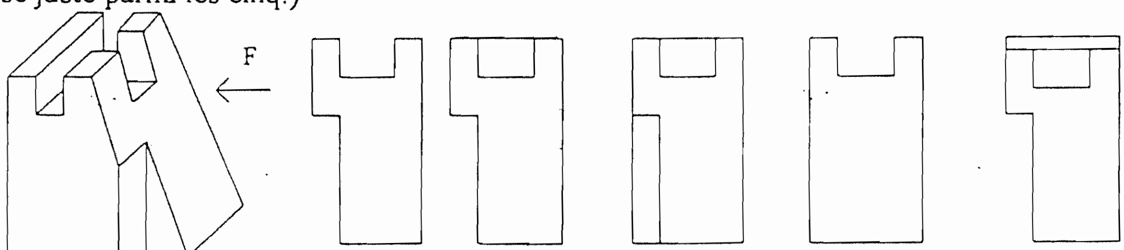
Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?

A Cette équation n'admet aucune solution.
B 0 est une solution.
C Cette équation admet toute valeur de x comme solution.
D 4 est une solution.
E 165 est une solution.
(cette question vaut 9 points).

67. Soit la fonction f telle que $f(x) = 3x + 1$
Parmi les phrases suivantes quelle est ou quelles sont celles qui ont du sens ?

A Calculer f(x) pour x = 3
B Calculer f(x) pour f = 2 et x = 3.
C Calculer f(x) pour f = 2.
D Trouver x pour que f(x) = 7.
E Trouver x pour f = 5
(cette question vaut 9 points).

68. Lorsque l'on regarde le solide selon la direction F, quelle vue de côté a-t-on ? (Il y a une réponse juste parmi les cinq.)



vue 1 vue 2 vue 3 vue 4 vue 5

Solide

A vue 1
B vue 2
C vue 3
D vue 4
E vue 5
(cette question vaut 9 points).

69. Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?

A La somme de deux décimaux est toujours un décimal.
B Le quotient de deux décimaux est toujours un décimal.
C Entre 1,27 et 1,28 il n'y a pas de décimal.
D Entre 1,27 et 1,28 il y a une infinité de décimaux.
E 0,27 est plus petit que 0,206
cette question vaut 9 points).

70. On considère la liste des nombres : $1 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{2}{9} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{7}{9}$

Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?

A Le plus grand de la liste est $\frac{7}{9}$

B Le plus petit de la liste est $\frac{1}{3}$

C Il y a autant de nombres supérieurs à $\frac{5}{9}$ que de nombres inférieurs à $\frac{5}{9}$

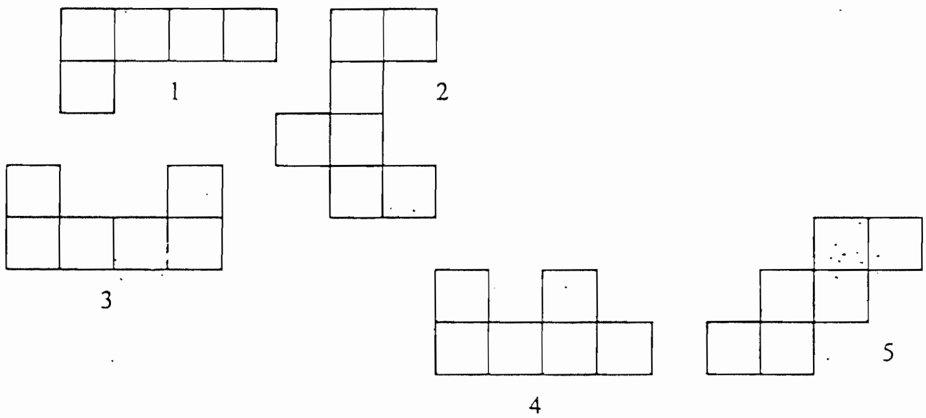
D Tous ces nombres sont supérieurs à 0,2

E Tous ces nombres sont inférieurs à $\frac{9}{7}$

(cette question vaut 9 points).

QUESTIONS A 12 POINTS

71. On désire faire une boîte en forme de cube ouvert, donc il doit manquer une face, mais, par contre, le fond de la boîte doit être doublé pour être plus solide.
Quel(s) est (sont) le(s) bon(s) patron(s) ?



A 1
B 2
C 3
D 4
E 5

(cette question vaut 12 points).

72. On donne les calculs suivants :

P = 0,1 x (0,3 + 1995) Q = 0,1 x (0,3 x 1995) R = 0,03 + (0,1 x 1995)
S = 0,3 x 1995 T = 199,5 + 0,03 U= 199,8

Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?
A T=U
B Q=S
C P=U
D P=T
E P=R
(cette question vaut 12 points).

73. Voici une affirmation : “ tous les Bordelais sont antipathiques. ”
Parmi les réponses suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont justes du point de vue du raisonnement ?

A Cette affirmation est fausse car je connais Jean qui est bordelais et qui est sympathique.
B Je ne peux pas savoir si c'est vrai ou faux car je ne connais pas tous les Bordelais.
C Cette affirmation est fausse car il existe des Bordelais sympathiques.
D C'est faux, mon voisin est parisien et il est désagréable.
E C'est vrai, mon voisin est bordelais et il est désagréable.
(cette question vaut 12 points).

74. Dans un collège, le nombre d'élèves a baissé de 10% en un an. Par contre, le pourcentage de filles est passé de 50% à 55%.
Parmi les affirmations suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui sont vraies ?
le nombre de filles du collège...

A a augmenté de 1%
B a augmenté de 0,5%
C a baissé de 1%
D est resté le même
E a baissé de 0,5%
(cette question vaut 12 points).

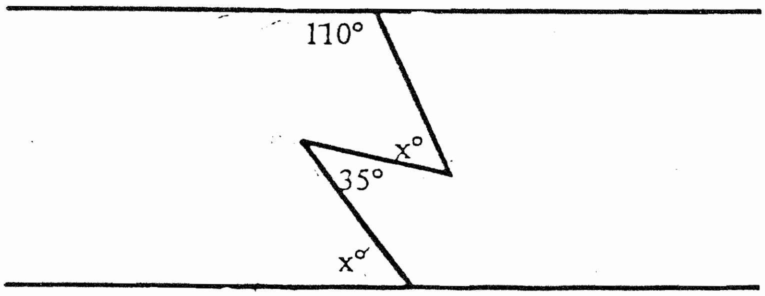
75. Parmi les expressions suivantes, quelle est ou quelles sont celles qui peuvent être négatives pour certaines valeurs de x ? (x est pris dans l'ensemble des nombres réels.).

A $x+x+x$
B $x^2 + 1$
C $x^4 + x^2 + 1$
D $x^2 + x^3 + 1$
E $x^2 - 1$
(cette question vaut 12 points).

76. J'imagine que je plie une feuille de carton en deux, puis une fois pliée, je continue à la plier encore en deux, et ainsi de suite... J'ai pris une feuille d'épaisseur de 1 millimètre. (On suppose que le pliage est toujours possible...). Pour obtenir une épaisseur qui dépasse un mètre, il suffit de plier :

A 10 fois
B 1 000 fois
C 100 000 fois
D 2 000 fois
E 5 000 fois
(cette question vaut 12 points).

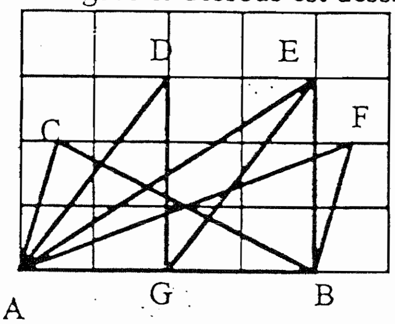
77. Voici le chemin que suit le père Mathieu, un vieux loup de mer, pour traverser la rue quand il revient du café :



Quel est la valeur de l'angle x en degré ?

A 52°
B 52,5°
C 53°
D 53,5°
E 54°
(cette question vaut 12 points).

78. La figure ci-dessous est dessinée sur un réseau de mailles carrées.



Parmi les égalités suivantes qui concernent les aires des triangles de cette figure, quelles sont celles qui sont justes ?

A ABC=AFB
B ABC=ADG
C ADG=AEG
D AFB=AEB
E AEB=2(AEG)
(cette question vaut 12 points).

79. Parmi les problèmes ci-dessous, quel est celui ou quels sont ceux dont la mise en équation est :

$$3x + 3{,}5 = 20 \ ?$$

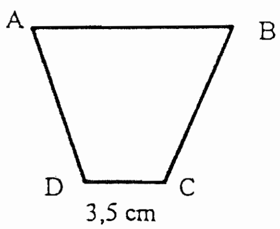
A Maxime a acheté un croissant à 3,50 F et 3 pains au chocolat. Il a dépensé au total 20 F. Quel est le prix du pain au chocolat ?

B Pour l'achat de trois feutres et d'un correcteur, Justine a payé 20 F. Sachant que le prix d'un feutre est de 3,50 F., quel est le prix du correcteur ?

C Norbert pense à un nombre décimal. Il ajoute 3,5 et il multiplie ce résultat par 3. Il obtient finalement 20. A quel nombre a-t-il pensé ?

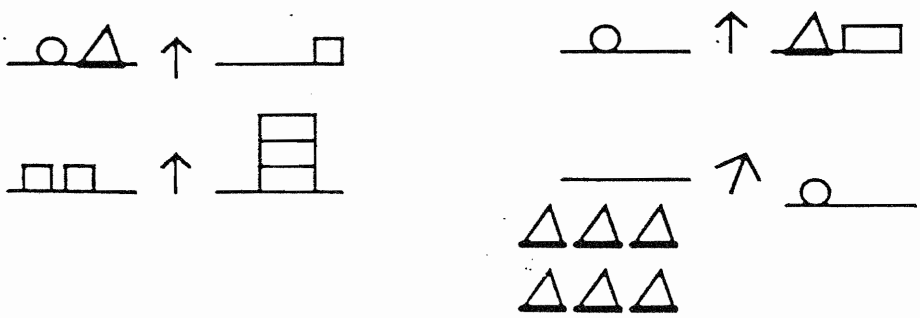
D Un commerçant possède 20 mètres de tissu. Il débite 3 coupons de même longueur et constate qu'il lui en reste 3,5 m. Quelle est la longueur d'un coupon ?

E Le périmètre de la figure ci-dessous est de deux décimètres. On sait que AB=AD=BC=x.
Quelle est la valeur de x en cm?



(cette question vaut 12 points).

80. Combien faut-il de triangles pour équilibrer la quatrième balance ?



A 6
B 3
C 4
D 5
E 2
(cette question vaut 12 points).

FIN DE L'EPREUVE.

iufm Bretagne

Admission en 1ère année

Filière : PROFESSORAT DES ECOLES

Contrôle de connaissances en Français et Mathématiques

29 Avril 1995

MATHÉMATIQUES

Question 1. 8 points.

D'après un sondage, 0,5% des 55 millions de Français ne se prononcent pas dans les sondages.
0,5% des 55 millions de Français ...

A	cela représente 27 500 personnes
B	cela représente 110 000 personnes
C	cela représente 275 000 personnes
D	cela représente 2 750 000 personnes

Question 2. 7 points.

Pierre possède 15 bonbons, et Paul 9 bonbons. Ayant rencontré Marie, ils se partagent les bonbons en trois parts égales. Marie donne à Pierre et Paul 8 images de collection et leur demande de se les partager proportionnellement au nombre de bonbons que chacun lui a donné.

A	Pierre reçoit 4 images, et Paul reçoit 4 images
B	Pierre reçoit 5 images, et Paul reçoit 3 images
C	Pierre reçoit 6 images, et Paul reçoit 2 images
D	Pierre reçoit 7 images, et Paul reçoit 1 image

Question 3. 5 points.

Paul peut bêcher un jardin en 2 heures. Pierre peut bêcher le même jardin en 3 heures.
S'ils bêchent ensemble, pour bêcher le jardin ...

A	il leur faudra 50 minutes
B	il leur faudra 1heure et 12 minutes
C	il leur faudra 2 heures et 30 minutes
D	il leur faudra 5 heures

Question 4. 4 points.

Une famille achète un terrain représenté sur le plan du vendeur par un rectangle de 11 mm sur 13,2 mm.
Les dimensions réelles du terrain sont 33 m sur 27,5 m.

A	L'échelle du plan est $\frac{1}{3000}$
B	L'échelle du plan est $\frac{1}{2500}$
C	L'échelle du plan est $\frac{1}{25000}$
D	L'échelle du plan est 2500

Question 5. 4 points.

Le prix d'un billet de train est 20% plus cher s'il est acheté auprès du contrôleur que s'il est acheté à un guichet.
J'ai acheté mon billet 225 francs auprès du contrôleur.

Si je l'avais acheté au guichet ...

A	il m'aurait coûté 180 francs
B	il m'aurait coûté 187,50 francs
C	il m'aurait coûté 205 francs
D	il m'aurait coûté 245 francs

Question 6. 7 points.

$$\begin{array}{r} 424 \\ \times \quad x7 \\ \hline 296z \\ 1272y \\ \hline 1568t \end{array}$$

Dans la multiplication posée à gauche, il manque 4 chiffres : x, y, z et t.

La somme $x + y + z + t$ est égale à ...

A	15
B	16
C	19
D	32

Question 7. 4 points.

On sait que $34 \times 12 = 408$ et $67 \times 89 = 5\,963$. On s'intéresse au produit $1\,234\,567 \times 3\,456\,789$

Le signe # pouvant remplacer n'importe quel chiffre:

A|	ce produit s'écrit 3 ### ### ### 963
B|	ce produit s'écrit 4 ### ### ### 363
C|	ce produit s'écrit 4# ### ### ### 963
D|	aucune des écritures ci-dessus ne convient

Question 8. 5 points.

Parmi ces égalités, une seule est vraie

A|	$\frac{1}{3} = 0{,}333\,333\,3$
B|	$\frac{1}{20} = 0{,}005$
C|	$\pi = \frac{22}{7}$
D|	$\frac{4}{3} = \frac{2}{1{,}5}$

Question 9. 5 points.

L'écriture en lettres des nombres se fait à l'aide de certains mots. Par exemple, les 3 mots *cinq*, *cent* et *vingt* permettent d'écrire des nombres comme: *cent vingt cinq*, *cinq cent vingt*, *cinq cent cinq*. On considère que *vingt* et *vingts* sont le même mot, ainsi que *cent* et *cents* et on ne tient pas compte de certains usages qui introduisent un "tiret" entre certains mots.

Pour écrire tous les nombres de 1 à 999,

A|	il faut 21 mots différents
B|	il faut 22 mots différents
C|	il faut 23 mots différents
D|	il faut 24 mots différents

Question 10. 4 points.

Le texte suivant est extrait de *La guerre du feu* (J.S. Rosny Aîné, 1911) "*Faouhm, dans la lumière neuve, dénombra sa tribu, à l'aide de ses doigts et de rameaux. Chaque rameau représentait les doigts de deux mains. Il dénombrait mal ; il vit cependant qu'il restait quatre rameaux de guerriers, plus de six rameaux de femmes, environ trois rameaux d'enfants (....) Et le vieux Goûn, qui comptait mieux que tous les autres, dit qu'il ne demeurait pas un homme sur cinq, une femme sur trois et un enfant sur un rameau. Alors ceux qui veillaient sentirent l'immensité du désastre.*"

Avant le désastre, la tribu comptait environ

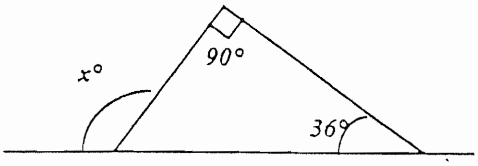
A|	127 individus
B|	700 individus
C|	1 200 individus
D|	1 300 individus

Question 11. 7 points.

Dans un cercle, une corde est un segment joignant deux points de la circonférence. Le rayon est la mesure d'un segment joignant le centre à un point de la circonférence.

A|	La mesure d'une corde n'est jamais inférieure au rayon
B|	La mesure d'une corde n'est jamais supérieure au rayon
C|	La mesure d'une corde n'est jamais inférieure à deux fois le rayon
D|	La mesure d'une corde peut être égale à deux fois le rayon

Question 12. 7 points.



Les angles de la figure ci-contre sont exprimés en degrés.

Quelle est la valeur de x ?

A|	54
B|	101
C|	126
D|	136

Question 13. 5 points.

Dans une surface A d'aire a, on délimite deux surfaces B et C d'aires b et c ayant en commun une surface D d'aire d. Soit e l'aire de la surface E formée de la partie de A qui reste quand on enlève B et C.

A|	On a l'égalité $b+c+d+e=a$
B|	On a l'égalité $b+c+e=a+d$
C|	On a l'égalité $b+c+e=a$
D|	On a l'égalité $b+c+e=a+2d$

Question 14. 7 points.

On dispose d'un câble et d'une cisaille permettant de couper une seule épaisseur de câble à chaque fois. Il faut dix secondes pour couper un câble en deux morceaux.

Pour le couper en 8 morceaux :

A|	Il faut 40 secondes
B|	Il faut 1 minute
C|	Il faut 1 minute et 10 secondes
D|	Il faut 1 minute et 20 secondes

Question 15. 7 points.

On sait que:
Le glaive de Antonin est plus léger que celui de Caïus.
Le glaive de Dioclétien est plus lourd que celui de Caïus
Le glaive de Tibère est plus lourd que celui de Antonin
Alors,

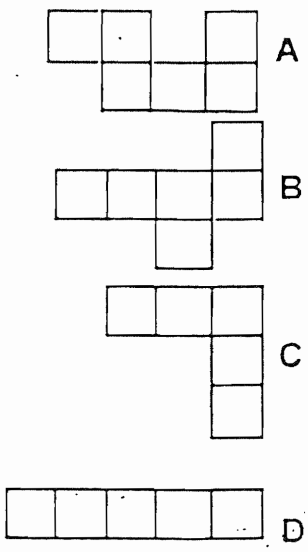
A|	On peut savoir lequel est le plus lourd et lequel est le plus léger des 4 glaives
B|	On peut savoir lequel est le plus léger, mais pas lequel est le plus lourd des 4 glaives
C|	On peut savoir lequel est le plus lourd, mais pas lequel est le plus léger des 4 glaives
D|	On ne peut savoir ni lequel est le plus lourd, ni lequel est le plus léger des 4 glaives

Question 16. 6 points.

On désire faire une boîte en forme de cube ouvert. Il doit donc manquer une face.

Par contre, on veut que le fond soit doublé pour que la boîte soit plus solide.

Parmi les patrons ci-contre, quel est celui qui peut convenir ?



Question 17. 4 points.	
Dans le plan rapporté à un repère, on considère deux points A d'abscisse 10 et d'ordonnée 30 et B d'abscisse 20 et d'ordonnée 55 Soient U le point de la droite (AB) d'abscisse 110 et V le point de la droite (AB) d'ordonnée 110	A| L'ordonnée de U est 255, et l'abscisse de V est 38 B| L'ordonnée de U est 330, et l'abscisse de V est 40 C| L'ordonnée de U est 255, et l'abscisse de V est 40 D| L'ordonnée de U est 280, et l'abscisse de V est 42

Question 18. 4 points.	
Dans le plan, deux cercles se coupent en A et B. Soient P et Q deux points tels que [AP] est un diamètre du premier cercle, et [AQ] un diamètre du second cercle.	A| Pour tous les cercles, pourvu qu'ils se coupent, les points P, B et Q sont alignés et PQ = 2 AB. B| Les points P, B et Q sont alignés pour certains cercles, mais on ne peut pas savoir s'ils le sont pour tous les cercles. C| Il existe des cercles pour lesquels les points P, B et Q ne sont pas alignés. D| Pour tous les cercles, pourvu qu'ils se coupent, les points P, B et Q sont alignés, mais on peut trouver des cas où PQ est différent de 2 AB.

Il y a 3 parties à ce test :

Maths sur 100

Français sur 100

Culture générale sur 40

Les candidats non éliminés subissent alors un entretien qui compte pour les 2/3 dans la note définitive.

Mathématique

Attention ! carte réponse mathématique n°1

1 - Une aire de 13,825 km² s'exprime en m² par le nombre : (*2 pts*)
A 13 825 **B** 138 250 **C** 1 382 500 **D** 13 825 000 **E** 138 250 000

2 - Un quadrilatère dont les deux diagonales ont même longueur : (*4 pts*)
A est nécessairement un rectangle
B est nécessairement un parallélogramme
C est nécessairement un carré
D est nécessairement un losange
E peut être un quadrilatère quelconque

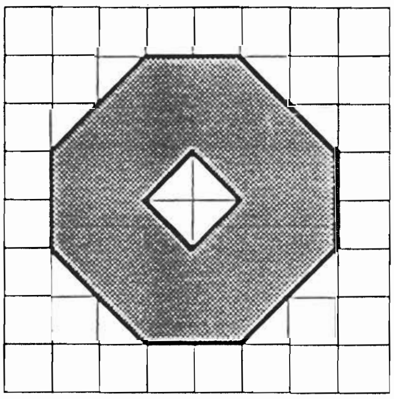
3 - La fraction $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}}$ est égale à : **A** $\frac{4}{5}$ **B** $\frac{12}{29}$ **C** $\frac{12}{25}$ **D** $\frac{11}{2}$ **E** $\frac{4}{11}$ (*5 pts*)

4 - François (F) est plus âgé que Gilles (G) mais plus jeune que Jean (J). Gilles est plus âgé que Sabine (S) et plus jeune que René (R). Jean est plus âgé que Sabine et René est plus âgé que Jean. On range les enfants du plus jeune au plus âgé. On obtient : (2 *pts*)

A	S - G - F - J - R	**B**	S - G - R - F - J	**C**	G - S - F - J - R
D	S - G - J - F - R	**E**	G - S - J - F - R		

5 - Un grand bassin, de forme octogonale, comprend en son centre, une île carrée, selon le schéma ci-contre réalisé sur papier quadrillé. L'aire du bassin hachuré est de 390 m². L'aire de l'île est : (*5 pts*)

A 45 m²
B 60 m²
C 50 m²
D 25 m²
E 30 m²



6 - Dans ce calcul de quotient, les points remplacent des chiffres. Le chiffre des dizaines du dividende est : (*5 pts*)
A 0
B 1
C 2
D 5
E 7

$$\begin{array}{ccc|cc} \bullet & \bullet & \bullet & 1 & 2 \\ \cline{4-5} \bullet & \bullet & \bullet & 2 & 6 \\ & \bullet & 5 & & \end{array}$$

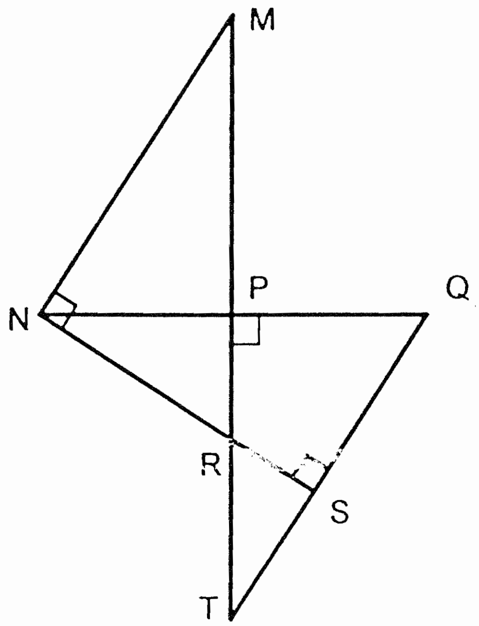
7 - Une secrétaire a commandé trois rames de papier qui coûtent F francs la rame, une rame de papier pelure dont trois rames coûtent X francs et 9 boîtes de stencils qui coûtent Y francs les trois boîtes. Le coût total, en francs, est : (3 *pts*)

A $\frac{F}{3}+3X+Y$ **B** $3F+\frac{X}{3}+9Y$ **C** $3F+\frac{X}{3}+3Y$
D $3F+3X+\frac{Y}{9}$ **E** $3F+3X+\frac{Y}{3}$

8 - On écrit la suite des nombres entiers depuis 0 : 0-1-2-3-4-5.... Le 54ème chiffre écrit est : (3 *pts*)
A 0 **B** 1 **C** 3 **D** 6 **E** 9

9 - Sur cette figure, l'orthocentre (point de concours des hauteurs) du triangle NRT est : (*5 pts*)

A S
B Q
C P
D M
E R

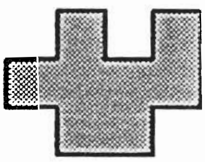


10 - Pour aller d'une ville X à une ville Y, un automobiliste roule 2h 30min à la vitesse moyenne de 72 km/h. Il met 2h pour le trajet retour. La vitesse moyenne sur le trajet aller-retour est : (*5 pts*)

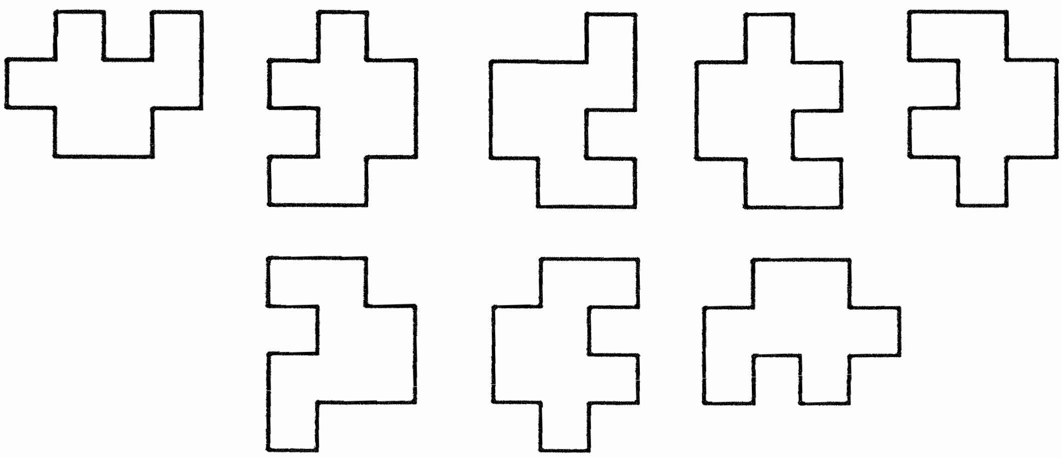
A 75 km/h **B** 78 km/h **C** 80 km/h
D 81 km/h **E** 82 km/h

11 - Après une baisse de 20%, le prix soldé d'un article est 400 F. Son prix avant la baisse est : (*3 pts*)

A 550 F **B** 480 F **C** 500 F
D 600 F **E** 320 F



12 - On considère la pièce grise ci-contre :
On appelle **m** le nombre de figures blanches dessinées ci-dessous que l'on peut exactement recouvrir en faisant glisser la pièce grise sur la feuille et **p** le nombre de ces figures que l'on peut exactement recouvrir en retournant la pièce grise avant de la faire glisser.



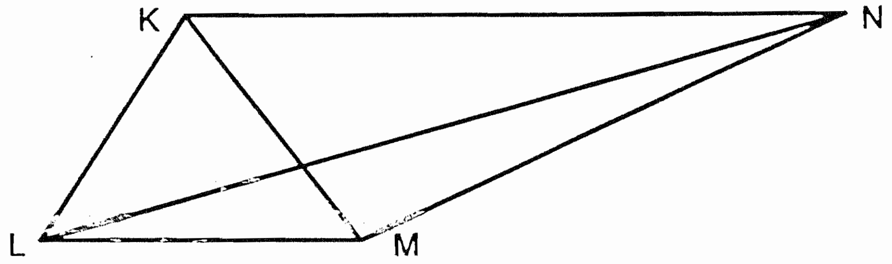
Le nombre 50 m + 22 p est égal à : (*5 pts*)

A 188 **B** 216 **C** 222 **D** 244 **E** 266

13 - On additionne 1 au numérateur et 1 au dénominateur de la fraction $\frac{x}{y}$ qui est plus petite que 1. (*4 pts*)

A On peut affirmer que la fraction augmente.
B On peut affirmer que la fraction ne change pas de valeur.
C On peut affirmer que la fraction diminue.
D On ne peut rien affirmer.

14 - Sur cette figure, les droites (KN) et (LM) sont parallèles. On note aire KLM l'aire du triangle KLM. On a : (4 *pts*)



A aire KLM > aire LMN
B aire KLM = 2 x aire LMN
C aire KLM = 3 x aire LMN
D aire KLM < aire LMN
E aire KLM = aire LMN

15 - Un cube a pour volume 27 cm^3 ; la longueur totale de ses arêtes est : (4 *pts*)

A 27 cm **B** 30 cm **C** 33 cm **D** 36 cm **E** 39 cm

16 - La valeur de l'expression $x^2 + 2xy - y^2$ pour $x = 15$ et $y = -13$ est : (*3 pts*)

A -446 **B** -334 **C** 4
D 184 **E** 784

17 - La valeur de l'expression $x^2 + 2xy + y^2$ pour $x = 15$ et $y = -13$ est : (*3 pts*)

A 784 **B** 184 **C** 446
D 4 **E** -334

18 - 3h 12min est égal à : (4 *pts*)

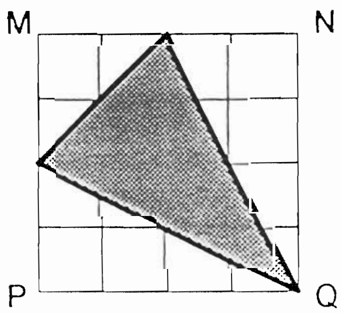
A 3,25 h **B** 3,12 h **C** 3,20 h
D 3,10 h **E** 3,012 h

19 - Le nombre de dizaines de milliers du naturel 3 274 519 est : (*2 pts*)

A 4 **B** 7 **C** 32 **D** 327 **E** 3 274

20 - L'aire de la surface grisée représente : (*5 pts*)

A un tiers de l'aire du carré MNPQ
B cinq huitièmes de l'aire du carré MNPQ
C trois huitièmes de l'aire du carré MNPQ
D la moitié de l'aire du carré MNPQ
E deux cinquièmes de l'aire du carré MNPQ



Attention ! carte réponse mathématique n°2

21 - M. Mini mesure 6 trombones ou 4 allumettes. M. Maxi mesure 6 allumettes ; il mesure aussi : (*3 pts*)

A 4 trombones **B** 9 trombones **C** 24 trombones
D 8 trombones **E** 10 trombones

22 - On écrit tous les diviseurs de 48 ; on en écrit : (*3 pts*)

A 6 **B** 8 **C** 9 **D** 10 **E** 12

23 - Sur un plan à l'échelle 1/500 000^{e}, la distance entre deux villes est 12,2 cm ; leur distance réelle est : (4 *pts*)

A 610 km **B** 122 km **C** 12,2 km
D 61 km **E** 24,4 km

24 - Dans un jeu, un jeton bleu vaut trois jetons rouges, un rouge vaut quatre jaunes et un jaune vaut trois verts. A la fin du jeu, Stéphanie (S) a 3 jetons rouges 3 jetons verts, Nathalie (N) a 1 jeton bleu et Géraldine (G) a deux jetons rouges, 2 jaunes et 2 verts. On range les joueurs du "moins riche" au "plus riche". On obtient : (4 *pts*)

A S - N - G **B** G - N - S
C N - G - S **D** S - G - N
E N - S - G

25 - Dans un vivier, il y a une carpe, une tanche et une brème. Une personne pêche dans ce vivier pendant une heure, puis un jury examine le résultat de sa pêche. Il y a : (5 *pts*)

A 3 résultats possibles **B** 6 résultats possibles C 7 résultats possibles
D 8 résultats possibles **E** 9 résultats possibles

26 - On mélange deux vins de qualité X à 8 F le litre et de qualité Y à 12 F le litre pour obtenir 80 l de vin à 10,25 F le litre. La composition du mélange est : (5 *pts*)

A 40 l de vin de chacune des qualités
B 45 l de qualité X et 35 l de qualité Y
C 47 l de qualité X et 33 l de qualité Y
D 33 l de qualité X et 47 l de qualité Y
E 35 l de qualité X et 45 l de qualité Y

RÉSULTATS PAR QUESTION

Désignation de l'épreuve : TEST PE 95 MATHÉMATIQUES

Code épreuve : MATHEMAT

Date de passage : 03/06/95

N° carte	N° question	% rép. correctes	% rép. incorrectes	% rép. partielles	% non réponse
1	1	52	48	0	0
1	2	28	72	0	1
1	3	61	30	0	9
1	4	79	19	0	2
1	5	36	49	0	15
1	6	35	56	0	9
1	7	85	14	0	1
1	8	16	74	0	10
1	9	36	57	0	7
1	10	20	70	0	10
1	11	50	46	0	4
1	12	46	42	0	12
1	13	40	56	0	4
1	14	33	50	0	18
1	15	48	42	0	10
1	16	59	33	0	8
1	17	52	38	0	10
1	18	59	36	0	6
1	19	19	74	0	6
1	20	29	57	0	14
2	1	59	34	0	7
2	2	10	82	0	9
2	3	45	47	0	9
2	4	36	54	0	11
2	5	20	70	0	10
2	6	24	54	0	22

I.U.F.M. DES PAYS DE LA LOIRE

Admission à l'IUFM - Professorat des Écoles

Contrôle des connaissances

INSTRUCTIONS GENERALES 1995

1) CONTENU DU QUESTIONNAIRE :

Ce questionnaire comporte :

- 20 questions de français portant sur un texte à lire préalablement,
- 20 questions de mathématiques,
- 20 questions relatives à des connaissances générales.

Vous disposez d'une heure trente minutes pour y répondre. Vous inscrirez vos réponses sur la fiche spéciale conçue pour la correction par lecteur optique.

Le coefficient de chacune des épreuves (français, mathématiques, culture générale) est égal. Au sein de chaque épreuve, les questions ont le même poids.

Vérifiez que votre questionnaire comporte bien l'intégralité des 60 questions.

2) UTILISATION DE LA FICHE REPONSE :

- Inscrivez en majuscules, dans le cadre *"Identification du candidat"*, vos nom et prénom ainsi que les 4 derniers chiffres de votre numéro de candidat et la lettre-clé qui les suit (ces informations figurent sur votre convocation).

- Complétez ensuite le cadre *"Numéro de candidat"* en noircissant, **exclusivement au crayon graphite (HB ou n° 2)** les cases qui correspondent à ces mêmes chiffres et lettre. (suivez l'exemple fourni pour les chiffres 9 et 5 sur les deux premières lignes)

ATTENTION : Noircissez **complètement** la case correspondante **sans déborder.** Seule cette technique garantit une bonne lisibilité de vos réponses. Evitez de gommer, cela peut rendre votre réponse illisible.

- Remplissez de même le cadre *"CANDIDAT A..."* en noircissant la case *"entrée à l'I.U.F.M."*

- Pour chacune des questions numérotées de 1 à 60, répondez selon le même procédé en noircissant la case (A, B, C, D ou E) correspondant à la réponse que vous estimez exacte.

Une seule réponse est exacte pour chaque question posée. Il n'est pas attribué de points négatifs en cas de réponse inexacte.

MATHEMATIQUES

Les calculatrices sont interdites.
Les exercices sont indépendants les uns des autres et ne sont pas hiérarchisés.
Une seule réponse par question est exacte.

QUESTION N° 21

Un article augmente de 10 %, puis de 5 %. Il a finalement augmenté de :

A : 10,5 % B : 15 % C : 15,5 % D : 50 % E : 4,5 %

QUESTION N° 22

La somme $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ est égale à :

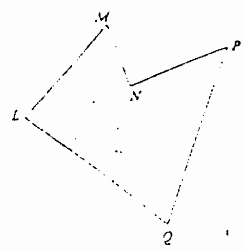
A : $\frac{17}{12}$ B : $\frac{5}{7}$ C : $\frac{5}{4}$ D : $\frac{1}{2}$ E : $\frac{5}{12}$

QUESTION N° 23

Voici quatre fractions : $A = \frac{11}{15}$, $B = \frac{11}{14}$, $C = \frac{10}{15}$, $D = \frac{12}{14}$.
On a :

A : $A > B > C > D$
B : $D > B > A > C$
C : $D > B > C > A$
D : $D > A > B > C$

QUESTION N° 24



La somme des angles du pentagone $LMNPQ$ est :

A : 180° B : 270° C : 360° D : 450° E : 540°

QUESTION N° 25

A $2h.30$, les aiguilles d'une montre forment un angle saillant de :

A : 52,5° B : 60° C : 95° D : 105° E : 120°

QUESTION N° 26

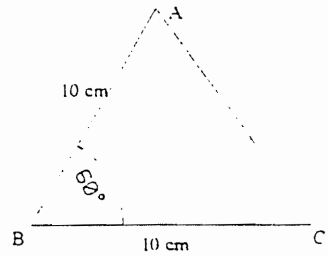
La lessive Plusblanc vend son baril de 6 *kg* pour le prix de 40 F.
La lessive Queblanc vend son baril de 4,5 *kg* pour le prix de 37,50 F.
Alors :

A : La lessive Plusblanc est plus économique que la lessive Queblanc.
B : La lessive Plusblanc est moins économique que la lessive Queblanc.
C : Ces deux lessives reviennent au même prix l'une et l'autre.
D : On ne peut pas savoir laquelle de ces deux lessives est la plus économique.

QUESTION N° 27

Une figure est construite selon le plan ci-contre. Quelle est l'affirmation exacte ?

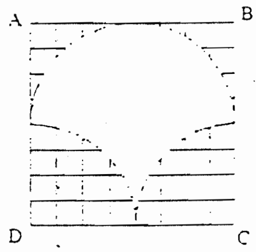
A : Le segment [AC] mesure environ 14,14 cm.
B : Le segment [AC] mesure 10 cm
C : Le segment [AC] mesure 11 cm
D : Le segment [AC] mesure environ 8,6 cm



QUESTION N° 28

La figure ci-contre est inscrite dans un carré de 10 cm de côté. Les centres des arcs de cercle sont, selon les cas, le point D, le point C, le centre du carré. Quelle est l'affirmation exacte ?

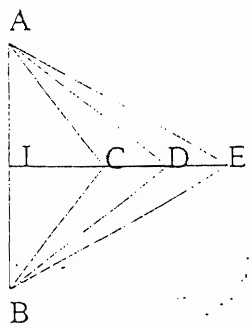
A : L'aire de la zone hachurée mesure 75 cm²
B : L'aire de la zone hachurée mesure entre 78 et 79 cm²
C : L'aire de la zone hachurée mesure entre 62,8 et 63 cm²
D : L'aire de la zone hachurée mesure 50 cm²



QUESTION N° 29

On sait seulement que CD = DE , que C et D sont sur la droite (IE) et que les droites (AB) et (IE) sont perpendiculaires. Quelle est l'affirmation exacte ?

A : Les quadrilatères ADBC et ADBE ont la même aire.
B : L'aire du quadrilatère ADBC est plus grande que celle du quadrilatère ADBE.
C : L'aire du quadrilatère ADBC est plus petite que celle du quadrilatère ADBE.
D : On ne peut pas savoir, il manque la longueur du segment [AB]



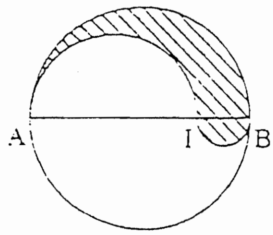
QUESTION N° 30

Monsieur et Madame Durand on 4 enfants : Armel, Basile, Clovis et Dimitri. Basile est né avant Armel ; Dimitri est plus âgé que Clovis ; Dimitri est né après Basile ; Armel est plus jeune que Dimitri. Qui est l'aîné ?

A : Basile B : Dimitri C : Armel D : Clovis.

QUESTION N° 31

Soit un cercle de rayon R et de diamètre [AB]. On choisit un point I quelconque du segment [AB] et on construit deux demi-cercles de diamètre [IA] et [IB] de part et d'autre de la droite (AB). On obtient ainsi deux "gouttes d'eau". Quelle est l'affirmation exacte ?



A : Le périmètre de la goutte d'eau hachurée est plus grand que celui de la goutte d'eau blanche.
B : Le périmètre de la goutte d'eau hachurée est égal à celui de la goutte d'eau blanche.
C : Le périmètre de la goutte d'eau hachurée est plus petit que celui de la goutte d'eau blanche.
D : On ne peut pas comparer le périmètre de la goutte d'eau hachurée et celui de la goutte d'eau blanche. Il manque des informations.

QUESTION N° 32

L'équation : $4x - 1 = 9$ admet pour solution :

A : 1 / 4 B : 5 / 2 C : 4 / 10 D : 9 / 4 E : 2

QUESTION N° 33

Voici un énoncé de problème :

"Pour s'entraîner au marathon, Bernard part faire un footing à la vitesse de 15 km / h. Son frère David veut le rejoindre à mobylette. Il part deux heures plus tard et roule à la vitesse de 40 km / h. Quel temps x, en heures, mettra-t-il pour le rattraper ? "

Laquelle des équations suivantes correspond à cet énoncé ?

A : $40x - 15 = 2$
B : $15x + 2 = 2x + 40$
C : $15(x + 2) = 40x$
D : $x + 40 = 2(x + 15)$
E : $40(x - 2) = 15x$

QUESTION N° 34

Combien y a-t-il de zéros dans l'écriture chiffrée du nombre :
"mille milliards vingt millions sept cents" ?

A : 7 B : 8 C : 9 D : 10 E : 13

QUESTION N° 35

Un seul des nombres suivants est entier. Lequel ?

A : 0.234×100 B : $0,7065 \times 1000$ C : $3840 : 100$ D : 12.50×10 E : 1.978×100

QUESTION N° 36

Un nombre N est tel que $10^{14} < N < 10^{15}$.

Combien ce nombre a-t-il de chiffres ?

A : 14 B : 15 C : 10^{15} D : 15 ou 16 E : 14 ou 15

QUESTION N° 37

Un élève a déjà obtenu les trois notes (sur 20) suivantes en Mathématiques : 13 8 9
Il voudrait que sa moyenne de l'année soit supérieure ou égale à 11. Or il ne reste plus qu'un devoir à faire. Quelle note minimum doit-il avoir à ce devoir pour atteindre son objectif ? (les coefficients des quatre notes sont égaux).

A : 10 B : 11 C : 12 D : 13 E : 14

QUESTION N° 38

On a utilisé trois kilogrammes de peinture pour peindre uniformément les six faces d'un cube plein. On fabrique un second cube plein avec des arêtes trois fois plus grandes que celles du premier cube.
Combien faudra-t-il de kilogrammes de peinture pour le peindre entièrement ?

A : 81
B : 27
C : 9
D : on ne peut pas savoir
E : 18

QUESTION N° 39

Sur un cercle de centre O, on choisit quatre points E, F, G, H dans cet ordre tels que E et G soient diamétralement opposés, ainsi que les points F et H. On veut démontrer que EFGH est un rectangle. Une seule des démonstrations suivantes est correcte. Laquelle ?

A : EFGH est un rectangle car il a un angle droit : l'angle EFG, car [EG] est un diamètre du cercle et F un point de ce même cercle (théorème).

B : EFGH est un rectangle car ses diagonales [EG] et [FH] ont même milieu O, puisque O est centre du cercle et que [EG] et [FH] sont des diamètres de ce cercle.

C : EFGH est un rectangle car les droites (EG) et (FH) sont des axes de symétrie pour le cercle et pour la figure EFGH.

D : EFGH est un rectangle car le point O est centre de symétrie pour la figure.

E : EFGH est un rectangle car ses diagonales [EG] et [FH] ont même milieu O et sont de même longueur, puisque O est centre du cercle et que [EG] et [FH] sont des diamètres de ce cercle.

QUESTION N° 40

Une seule de ces affirmations est vraie. Laquelle ?

A : N'importe quel parallélogramme est un losange, et c'est aussi un rectangle.
B : N'importe quel rectangle est un carré, et c'est aussi un parallélogramme.
C : N'importe quel carré est un rectangle, et c'est aussi un parallélogramme.
D : N'importe quel parallélogramme est un rectangle, et c'est aussi un carré.
E : N'importe quel losange est un carré, et c'est aussi un parallélogramme.

Nous n'avons pas utilisé le terme de "test" pour cette première expérience d'introduction d'un écrit, compte-tenu de la nature et de la structure des épreuves choisies par les formateurs et du fait notamment que plusieurs réponses étaient possibles à une même question. La correction manuelle de cette épreuve a permis par ailleurs une adaptation de la barémisation.

iufm

ADMISSION EN 1ère ANNEE
FILIERE PROFESSEURS DES ECOLES
Session 1995

- IDENTIFICATION DU CANDIDAT

NOM PATRONYMIQUE ______________________________

NOM DU MARI ______________________________

DATE DE NAISSANCE ______________________

PRENOM ______________________

N° DE CONVOCATION ______________________

- CONSIGNES

- A LIRE TRES ATTENTIVEMENT -

Ce questionnnaire porte sur les trois domaines suivants :

- Français
- Mathématiques
- Connaissances générales :
  - dans les autres disciplines enseignées à l'école primaire,
  - sur l'enfant, l'école, l'éducation.

VERIFIEZ QUE VOTRE DOSSIER COMPORTE BIEN __15__ PAGES .

- Vous disposez de **3 heures** pour répondre à ce questionnaire.
- Les épreuves peuvent être abordées dans n'importe quel ordre.
- Les réponses aux questions doivent être inscrites sur les parties du document réservées à cet effet.
- N'écrivez rien dans les colonnes réservées à la correction.
- Lisez attentivement et respectez strictement les différentes consignes qui vous sont données.
- Toute réponse illisible ou confuse sera considérée comme fausse.
- N'utilisez pas de crayon à papier.
- L'usage de la calculatrice est strictement interdit.
- Aucun brouillon ne devra être joint au document.

Signatures des correcteurs :

Français	sur 100
Mathématiques	sur 100
Connaissances générales	sur 100
NOTE FINALE	sur 300

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

• L'usage de calculettes est interdit •

• Ne rien inscrire dans la colonne grisée, réservée à la correction •

›ur répondre à chaque question, vous aurez :

- soit à écrire la réponse dans le cartouche prévu à cet effet
- soit à cocher une, plusieurs ou aucune des cases prévues à cet effet

Ranger dans l'ordre croissant :

2,018 ; 2,17 ; 2,017 ; 2,0175 ; 2,0107

☐ < ☐ < ☐ < ☐ < ☐ 2

3/4 ; 2/3 ; 1/2 ; 2/7 ; 21/70

☐ < ☐ < ☐ < ☐ < ☐ 4

	REPONSE	
Quel est le multiple de 17 le plus voisin de 7763 ?	☐	4

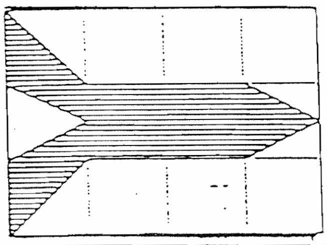
Parmi les nombres suivants, trois sont égaux. Quel est l'intrus ? 4

$1{,}0769 \times 10$	☐
$10{,}769 : 10$	☐
$10\,769 \times 10^{-4}$	☐
$1 + \frac{769}{10\,000}$	☐

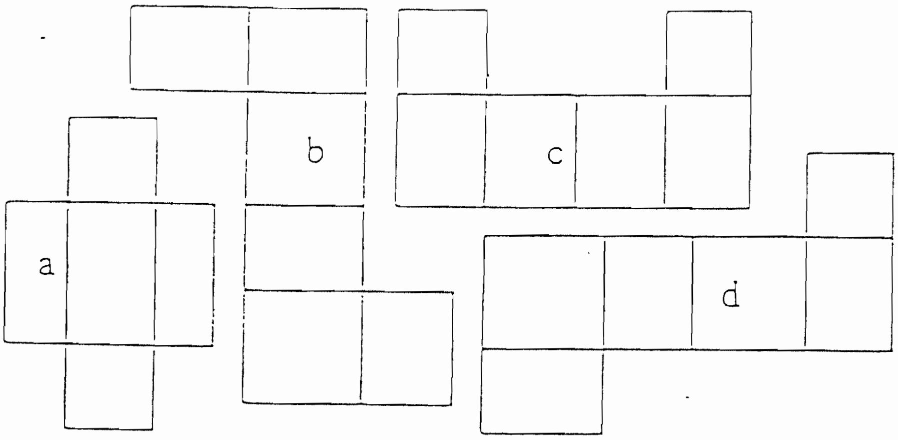
›oit le nombre $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

mi les nombres qui suivent, quel est celui qui est égal a A ? 4

$0{,}5 + 0{,}33 + 0{,}25$	☐
$\frac{13}{12}$	☐
$\frac{1}{2 + 3 + 4}$	☐
0,1 083	☐

. Le tiers de la moitié du carré d'un nombre est 600, quel est ce nombre ?	☐	4	
. Si un nombre est divisible par 3, 4, 5 et 6, il est nécessairement divisible par : 120 60 30 15	 ☐ ☐ ☐ ☐	6	
. Une caisse est remplie par 100 Kg de sucre. Si on double chacune des trois imensions de la caisse, elle sera remplie par : 1600 Kg de sucre 800 Kg de sucre 400 Kg de sucre 200 Kg de sucre	 ☐ ☐ ☐ ☐	4	
Calculer 3,82 X 0,016	☐	4	
Ecrire les nombres suivants sous forme de fraction irréductible : $\frac{5}{12} + \frac{7}{30}$ $\frac{5}{12} : \frac{15}{42}$	 ☐ ☐	 4 4	
. Un prix a baissé de 20% au printemps 1994 et de 10% à l'automne 1994. De quel pourcentage a-t-il baissé dans l'année ?	☐	4	
. Cocher la (les) affirmation(s) vraie(s) : le périmètre d'un cercle est proportionnel à son rayon. le volume d'un cube est proportionnel à la longueur de son arête. l'aire d'un rectangle est proportionnelle à sa longueur.	 ☐ ☐ ☐	 2 2 2	
. Quelle fraction de l'aire du rectangle, l'aire de la fusée représente-t-elle ? 	☐	6	
. Un litre d'eau, c'est : 1 centimètre cube d'eau 1 décimètre cube d'eau 1 000 millimètres cubes d'eau 1 000 000 millimètres cubes d'eau	 ☐ ☐ ☐ ☐	4	
. un centilitre d'eau, c'est la même quantité d'eau que : 1 centimètre cube d'eau 10 centimètres cubes d'eau 1 000 millimètres cubes d'eau 1 000 000 millimètres cubes d'eau	 ☐ ☐ ☐ ☐	4	

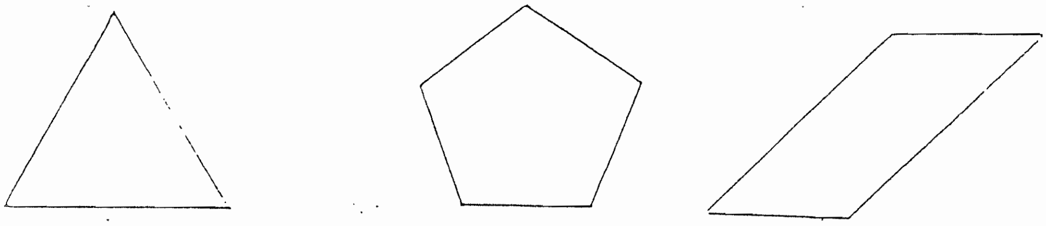
15. Parmi les quatre figures proposées, quelles sont celles qui, après pliage, donnent une boîte fermée ? — 6



a ❑
b ❑
c ❑
d ❑

6. Donner le nombre d'axes de symétrie des figures suivantes : — 6

In triangle équilatéral	Un pentagone régulier	Un parallèlogramme
a)	b)	c)



a) ☐

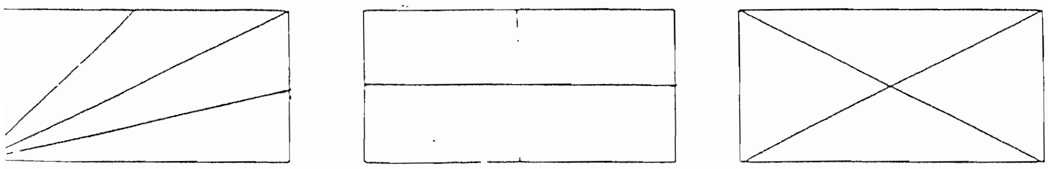
b) ☐

c) ☐

7. Dans un triangle :

	Toujours	Parfois	Jamais	
Une médiane est perpendiculaire à un côté	❑	❑	❑	2
Une hauteur passe par un sommet	❑	❑	❑	2
Une médiatrice passe par un sommet	❑	❑	❑	2

3. Dans les rectangles suivants, tous les segments joignent des points qui sont des mmets ou des milieux de côtés. Dans quel(s) cas le rectangle est-il partagé en orceaux de même aire ?



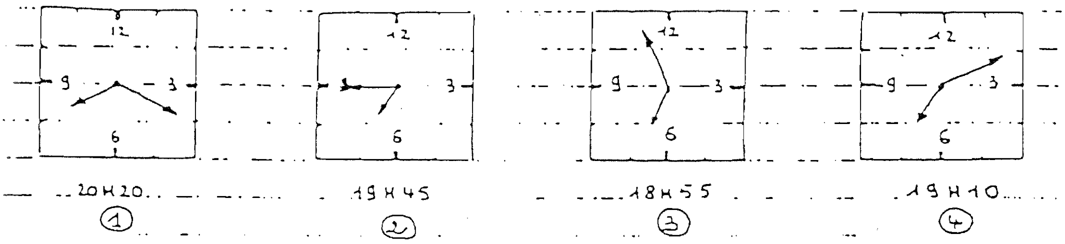
a) b) c)

a) ❑ — 2

b) ❑ — 2

c) ❑ — 2

9. Chez moi j'ai quatre horloges mais une seule indique l'heure exacte. L'une vance de 35 minutes, une autre retarde de 35 minutes et une autre s'est arrêtée ans la journée.



Pendule qui donne l'heure exacte :

1) ☐
2) ☐
3) ☐
4) ☐

4

Pendule qui s'est arrêtée :

1) ☐
2) ☐
3) ☐
4) ☐

4

NOTE FINALE SUR 100	