UNIVERSITE DE PICARDIE JULES VERNE

Institut
de
Recherche
sur l'
Enseignement
des
Mathématiques

ACTES DU XXIème COLLOQUE INTER - IREM

COPIRELEM
COPIRELEM
COPIRELEM
COPIRELEM
COPIRELEM

DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES CHARGES DE LA FORMATION DES MAITRES

DU 16 - 17 - 18 MAI 1994 - CHANTILLY

IREM DE PICARDIE - INSSET - 48 RUE RASPAIL - BC 618 - 02321 SAINT QUENTIN CEDEX

16 - 17 - 18 MAI 1994 - CHANTILLY

XXIème COLLOQUE INTER-IREM DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES CHARGES DE LA FORMATION DES MAITRES

Organisé par

l'IREM de PICARDIE

et la

Commission permanente

des

IREM

pour

L'enseignement élémentaire

XXI ème COLLOQUE INTER-IREM DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES CHARGES DE LA FORMATION DES MAITRES
16, 17 et 18 Mai 1994 - CHANTILLY

Lundi 16 Mai 1994

9H - 10H	Accueil
10H - 11H30	Ateliers A.
11H30 - 12H30	Ouverture officielle.
14H - 16H	Conférence de Evelyne BARBIN "Savoirs et connaissances : approches épistémologiques et historiques".
16H15 - 17H45	Ateliers B.

Mardi 17 Mai 1994

8H30 - 10H	Ateliers B.
10H45 - 12H15	Communications : Alain KUKNIAK : "Stratégies de formation des élèves - maîtres". Maurice THIRION : "Mathématiques et réalité". Joël BRIAND : "L'énumération". Rémi BRISSIAUD : "Une opérationnalisation de la notion de zone proximale de développement".
14H30 - 17H30	Visite : Ville de SENLIS.
17H30 - 19H30	Ateliers A.

Mercredi 18 Mai 1994

8H30 - 10H	Ateliers A.
10H15 - 12H15	Conférence de François CONNE. "Savoirs et connaissances".
14H - 15H30	Ateliers B.
15H45 - 16H30	Bilan et perspectives.

LISTE DES GROUPES

ATELIERS A

A1 : **"L'énumération" :**

Animateur Joël BRIAND

A2 : **"La logique à l'école élémentaire":**

Animateur Pilar ORUS

A3 : **"La moisson des formes"**

Animateur Bernard BETTINELLI

A5 : **"Histoire des mathématiques à l'école élémentaire" :**

Animateurs Françoise ABERKHANE
Younès ABERKHANE
Annie RODRIGUES

A6 : **"Liaison CM2 /6ème"**

Animateurs Maryvonne LE BERRE
Henri DELEGUE

A7 : **"L'enseignement de l'espace**

Animateurs M.H SALIN
René BERTHELOT

A8 : **"Vers le texte professeur, une expérience d'enseignement en classe de 5ème sur l'écrit mathématique (à partir d'une idée de l'IREM de Rennes)"**

Animateur M.H POUGET (Commission 1er cycle)

ATELIERS B

B1 : **"Le mémoire professionnel"**

Animateur Gérard LIPP

B3 : **"Continuité de la formation PE1 - PE2"**

Animateurs Linda SALAMA
Denis BUTLEN

B4 : **"Représentations des mathématiques chez les instituteurs"**

Animatrice Patricia TAVIGNOT

B5 : **"Le concept d'égalité : clé ou verrou"**

Animateur Francis REYNES

B6 : **"Didactique des mathématiques et manuels scolaires"**

Animateurs M.L. PELTIER
M. FABREGAS

B7 : **"Mathématiques et autres disciplines"**

Animateurs Geneviéve DUTILLIEUX
Alain DESCAVES

B2 : "Supports d'activités pour les PE1"

SOMMAIRE

20 ANS DE TRAVAIL DE LA COPIRELEM

(DENIS BUTLEN, RESPONSABLE DE LA COPIRELEM)

1- Présentation de la COPIRELEM

Rappelons les buts, actions et projets de cette commission Inter-IREM COPIRELEM, organisatrice de colloque.

Buts : Principalement la COPIRELEM, depuis plus de 20 ans, coordonne les recherches effectuées dans les différents IREM sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Ces recherches sont des travaux d'équipes regroupant différents catégories d'enseignants : instituteurs, professeurs d'IUFM, universitaires et parfois des professeurs de collèges ou lycées.

Dès le début de l'action des IREM, ces recherches sur l'enseignement élémentaire ont été liées à une réflexion approfondie sur la formation des maîtres.
La commission a ainsi contribuer à créer des liens très étroits entre les IREM et les anciennes écoles normales. ces relations se sont maintenues après la création des IUFM. La structure universitaire de ces instituts de formation devrait permettre de les approfondir, de les enrichir.

Afin de conserver toute la richesse de l'expérience acquise, beaucoup de travail reste à faire pour maintenir et améliorer les relations entre les IREM et les IUFM.

La commission fonctionne essentiellement avec des moyens accordées par la Direction des Écoles.

Son audience, ses actions dépassent largement le cercle restreint des IREM. En fait, la COPIRELEM est un des éléments importants qui assurent la diffusion des réflexions des formateurs sur l'enseignement primaire.
Les brochures éditées, les stages et le colloque annuels des formateurs de mathématiques sont des outils indispensables pour assurer la cohésion de la formation en mathématiques et en didactique des mathématiques des professeurs d'école.

2- Le travail de la commission depuis 20 ans

Depuis 20 ans la COPIRELEM a produit ou participé à la rédaction de 34 brochures. Cela constitue un travail très important. Ces productions témoignent de l'expérience accumulée par les différents formateurs intervenant ou réfléchissant sur la formation des professeurs d'école et sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. En particulier, ces productions constituent une part importante de la mémoire écrite des professeurs de mathématiques des écoles normales.

Depuis sa création en 1973, la COPIRELEM a donc produit 34 brochures dont 18 actes du colloque annuel des formateurs en mathématiques des instituteurs, 10 brochures destinées aux maîtres de l'école élémentaire, les actes d'un colloque CM2-6ème de Toulouse, 4 brochures destinées à la formation en didactique des mathématiques des maîtres du premier degré et une brochure destinée à présenter la commission dans un congrès international (CIEM)

- les 9 brochures intitulées : "Aides Pédagogiques " (diffusées par l'APMEP) :

- Elem-Math I : "La mathématique à l'école élémentaire" (1972)
- Elem-Math II : "la multiplication des naturels à l'école élémentaire" 1974
- Elem maths III : "La division à l'école élémentaire"
- Elem maths IV : "Aides pédagogiques pour le cours préparatoire"
- Elem maths Elem maths V "Aides pédagogiques pour le cours élémentaire"
- Elem maths VI : "Le triangle à l'école élémentaire"

- Elem maths VII: "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 1 : géométrie (1985)
- Elem maths VIII : "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 2 : nombres décimaux" (1985)
- Elem maths IX : "Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 3 : situations-problèmes" (1986)

- *Les 18 actes des 20 colloques annuels de la COPIRELEM* (diffusion assurée par l'IREM de l'académie d'accueil):

Orléans (74), Alpes d'Huez (75), Nice (76), Plestin les Grèves (77), Auberive (78), Bombannes (79), Clermont (80), Le Touquet (81), Blois (82), Antibes (83), Guetwiller, (84) Guéret-Quimper (85/86), Angers (87), Rouen (88), Bordeaux (89), Paris (90), Nice-Besançon (91/92), Aussois (93)

- *Les actes du colloque liaison CM2-6ème* de Limoges (IREM de Limoges)

- *Les 4 documents pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs d'école :*

- Actes de la première université d'été des formateurs d'instituteurs, Olivet - juillet 1988, IREM de Bordeaux (1990)
- Actes du stage national de Cahors - mars 1990 (IREM de Paris VII, 1991)
- Actes du stage national de Pau - mars 1991 (IREM de Bordeaux, 1992)
- Actes du stage national de Colmar - mars 1992 (IREM de Paris, 1993)

- *Une brochure "mixte" sur la proportionnalité destinée à la formation des instituteurs et proposant des activités pour les élèves de l'école élémentaire* : "La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée..." IREM de Rouen (1987)

- *Une brochure internationale* : La COPIRELEM, CIEM d'Adélaïde (Australie, 1984)

De plus, la COPIRELEM contribue chaque année au recueil des sujets des annales du concours des Professeurs des Écoles éditées par l'IREM de Bordeaux.

3- Les actions de la COPIRELEM en 1994/1995

La commission a plusieurs axes de travail :

- elle s'est engagée dans une **réflexion commune** avec la commission Inter - IREM premier cycle sur le thème géométrique des figures planes simples, le but est d'amorcer une réflexion sur la liaison CM2-6ème. Ce travail sera initialisé dans un atelier de ce colloque.

- **un stage national** sera organisé à Angers, en mars 95 , sur le thème, classique maintenant, de la rédaction de documents pour la formation en didactique des mathématiques des PE. Il s'agira plus particulièrement de capitaliser l'expérience accumulée en particulier dans les colloques annuels. En effet, nous proposons de rédiger à nouveau une partie de ces documents en vue de leur utilisation en formation. Bien sûr, de nouvelles contributions sont non seulement possibles mais souhaitées. Nous faisons tout de suite appel à vous pour participer à ce travail en vous inscrivant à ce stage qui figure dans la liste du Plan National de Formation de la Direction des Écoles.

- **le colloque annuel** aura lieu à Douai, dans l'académie de Lille, en mai 95.

4- Le 21ème colloque

Je vais maintenant rappeler que ce colloque a pour thème "**savoir et connaissances**", sujet d'actualité dans le milieu didactique. Deux conférences présenteront deux approches différentes sur ce sujet.

De plus, nous inaugurons cette année une nouvelle forme de travail : les séminaires de recherches, qui ont pour but de permettre aux collègues de présenter en une heure leur recherche.

QUELQUES ENJEUX EPISTEMOLOGIQUES
RENCONTRES LORS DE L'ETUDE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

FRANCOIS CONNE (CONFERENCE)

Introduction.

J'ai été invité à ce colloque pour vous parler de Savoir et Connaissance suite au texte, rédigé en 1989-1990, et publié par RDM en 1992, que j'ai consacré à ce thème (Conne F. 1992). Depuis lors, la question a connu un certain succès dans un cercle plus large que les didacticiens des mathématiques. Pourtant le point de vue que j'ai défendu n'est de loin pas partagé. De quoi s'agit-il ? Je cherche à comprendre et à caractériser le concept d'enseignement. On peut considérer qu'il établit l'interface entre deux objectivités, ou si vous préférez deux ordres de choses, que je nomme connaissance-individuelle (ou connaissance tout court) et savoir-institué.

Cette question renvoie à la dualité individu / culture et préoccupe plus d'un chercheur. A ce propos, considérez les deux titres d'ouvrages suivants : La société de l'esprit de M. Minsky (Minsky M. 1986), étude dans le domaine de l'IA, et Ainsi pensent les institutions de l'anthropologue M. Douglas (Douglas M. 1989), cet "échange de métaphores" se passe de tout commentaire. En didactique des mathématiques comme en épistémologie, tout ce que nous étudions s'inscrit dans un contexte culturel qui suppose l'engagement cognitif d'individus. D'un côté nous pouvons examiner les pratiques sociales de l'autre les activités individuelles par lesquelles se manifestent le savoir ou la connaissance et la distinction entre ces deux termes cherche tout simplement à marquer cette dualité.

L'abstraction épistémologique.

L'épistémologie montre qu'il est possible dans une certaine mesure de s'abstraire de ces références culturelles et individuelles car c'est au-delà qu'elle constitue ses objets. Ceci astreint l'épistémologie à ne pas prendre en compte la culture et la connaissance personnelles qu'apporte avec lui-même l'épistémologue. Si une telle objectivation est possible, c'est que ces références présentent une certaine régularité, voire une certaine invariance. Et les réussites de l'épistémologie sont par là même informantes des questions culturelles et cognitives. Ceci n'empêche pas pour autant que l'épistémologie ne se pratique pas n'importe où, n'importe quand, ni par n'importe qui. Pour cela il est des conditions culturelles et individuelles que l'on peut résumer ainsi: il faut que se soit constitué autour de sa pratique un groupe social auquel tout épistémologue aura été initié. Cette invariance n'est donc pas donnée mais construite, n'est pas spontanément générable mais reproductible par initiation; répétable et ouverte à des différenciations ultérieures, elle est donc au-delà de l'histoire le fruit d'un développement. Les conditions de l'épistémologie sont donc des seuils culturels et individuels de développement.

Ceci dit, c'est le mouvement qui inverse cette abstraction, c'est à dire ce que l'on pourrait appeler les retombées de l'épistémologie, plus que l'épistémologie pour elle-même qui m'importe. J'ai donc choisi aujourd'hui de vous rendre compte de mon intérêt pour une "lecture épistémologique" de l'expérience commune d'enseignement.

La démarche caractéristique de l'épistémologie génétique.

De ce point de vue la démarche de l'épistémologie génétique est passionnante. Il s'agit pour elle de se donner une base expérimentale, et c'est donc bien un travail "à rebours d'abstraction" qu'elle effectue, en deçà de l'invariance signalée ci-dessus, non pas pour l'oublier mais au contraire pour mieux la connaître, la décrire et l'expliquer. Un examen plus attentif de la question montre que, du point de vue des pratiques sociales de références, l'expérimentation reste canonique, relativement formelle, et qu'elle varie peu. Cette facette de l'épistémologie génétique est relativement abstraite. Sa méthode d'interrogation des sujets, appelée méthode clinique, s'inspire des pratiques sociales de la psychologie et de la pédagogie. Bien entendu, au fil des ans et de la diversité des collaborateurs, de leurs astuces et intuitions la méthode a forcément connu quelques fluctuations, de plus les expérimentateurs successifs n'ont pas toujours demandé aux sujets de se manifester de la même façon : ils leur auront demandé de fournir tantôt des commentaires, tantôt des actions, voire même d'effecteur un apprentissage ou encore la résolution d'un problème, etc. L'étude de ceci est encore à faire. Mais comme du point de vue des pratiques sociales, cela reste malgré tout très étroitement cadré, je me permettrai d'en rester dans ce texte à ces considérations générales. Donc du côté de la référence culturelle, l'épistémologie génétique ne cède pas en généralité à l'épistémologie classique. Il n'en va pas de même évidemment du côté du cognitif individuel, puisque l'épistémologue généticien lorsqu'il expérimente n'aborde plus ses objets directement mais interpose entre lui et eux un sujet épistémique : ce qui était abstraction dans la démarche classique devient retrait dans une position d'observateur. Cette position lui permet de considérer son étude sous l'angle de l'interaction d'un individu avec son milieu et d'inscrire le développement cognitif sous la loi de l'adaptation. L'épistémologie génétique a pu montrer comment chaque individu répète pour lui le même parcours, et passe par les mêmes étapes dans un ordre qui a pu être établi expérimentalement. L'étude fine des processus cognitifs et l'objectivation de la connaissance que cela rend possible ont permis de proposer l'équilibration des structures cognitives comme principe même de ce développement. Ces données sont suffisamment générales pour fournir de nouveaux éclairages épistémologiques concernant certains progrès scientifiques. Retenons de cela, deux choses :

– Premièrement, du côté des individus mais par devers eux, quelque chose se maintient en se répétant pour et par chacun. Rappelons que cette pérennité ne s'entend que moyennant la double abstraction des formes particulières individuelles et sociales que cela peut prendre dans chaque cas. La pérennité de la connaissance n'est pas tout et elle ne suffit en particulier pas à garantir celle des savoirs-institués. C'est justement la fonction de l'enseignement que d'assurer, en deçà de ces phénomènes universels, la formation des connaissances et par là, la pérennité de ces formes. Or cette fonction ne peut être assurée directement. Il n'y a pas de génération spontanée de la connaissance hors contexte social, hors formes sur lesquelles elle puisse prendre et se cristalliser, comme il n'y a pas transmission immédiate de savoirs-institués sans apprentissage, c'est à dire sans qu'un individu accomplisse à leur propos un certain processus cognitif.

– Secondement il y a une analogie certaine de la situation expérimentale de l'épistémologue généticien avec celle de l'enseignement. De plus, une lecture épistémologique de l'activité du sujet, c'est-à-dire rien moins qu'une forme de **reconnaissance** de la part de l'observateur est nécessaire. Les propos des chercheurs comme celui qui va suivre, que nous devons à P. Gréco, sont de ce point de vue éloquents (Gréco 1988, p15-16, c'est moi qui souligne.) :

« La structure, si structure il y a, et si elle n'est pas préconstruite par les acquisitions scolaires («calculer le discriminant...») ou l'expérience antérieure, n'est donc pas un outil mental directement lisible dans les actions ou les discours des sujets, ni forcément sous-jacent aux procédures observables (tels les Indiens qui se garderaient bien de se marier sans

respecter l'algèbre du groupe cyclique ou du groupe de Klein, chez Levi-Strauss). Elle est notre façon d'exprimer rigoureusement - et pour le sujet celle de respecter et d'exploiter - les comptabilités des schèmes ou des séquences courtes d'action ; elle assure les antici-pations à court et à long terme, détecte les erreurs : si je multiplie 13 par 15 à la machine et que je lis 95 sur l'écran. il y a probablement une erreur d'écriture (ou de défaillance des piles...) parce que le produit de deux nombres supérieurs à 10 est forcément >100, ou parce que je me souviens que 12x12 font déjà 144. Insistons sur ce dernier exemple: savoir que 12x12 = 144 est un savoir acquis, une "réalisation" au sens de Reuchlin, qui va veiller la vigilance et guider le diagnostic. Mais il ne devient utile que moyennant le principe que [si a>b et a' >b', alors (a x a') est obligatoirement plus grand que (b x b')] est une connaissance qui relève d'une structure mathématique au moins implicite.»

Notons que cette reconnaissance est ici une référence épistémologique abstraite : la structure comme condition de la cognition humaine, bien que l'auteur ne se montre pas non plus avare de références mathématiques plus spécifiques, qui dans son propos remplissent quasiment une fonction de relais.

Les prolongements didactiques de cette démarche: le concept de situation.

La didactique des mathématiques a ceci en commun avec l'épistémologie génétique qu'elle retourne sur les aspects dont le traitement épistémologique a fait abstraction. Elle peut bénéficier comme nous l'avons esquissé des apports de cette dernière, mais elle n'évite pas la référence à de multiples pratiques sociales en évolution. Ces pratiques diversement codifiées et marquées par différentes institutions s'objectivent en savoirs-institués. Ce sont des objets culturels de référence et de reconnaissance pour les individus. Savoir un savoir-institué c'est avoir développé quelque connaissance à son sujet (qui réfère aux pratiques sociales associées à ce savoir). A proprement parler un individu ne connaît pas vraiment un savoir-institué. Il faudrait dire de lui, ainsi que le propose Chevallard, qu'il a développé à son propos une connaissance idoine, reconnue comme adéquate. Par contre, les processus sociaux de reconnaissance sont si déterminants et ont une telle force qu'eux suffisent à assurer la pérennité des savoirs-institués. Tout institutionnels qu'ils soient, les savoirs-institués n'en dépendent pas moins des individus qui en sont porteurs et qui s'y reconnaissent. La fonction de l'enseignement est alors de donner à la connaissance de certains individus des formes relevant des savoirs-institués de sorte que d'autres individus pourront les reconnaître.

La reconnaissance est bien sûr un phénomène interindividuel, inter-cognitif plus précisément et porte sur les formes que peut prendre la connaissance. Une autre façon de dire son caractère cognitif est de remarquer qu'elle implique la fonction cognitive de représentation. Elle est plus qu'une interaction cognitive interindividuelle puisqu'elle suppose en outre qu'une certaine correspondance cognitive soit établie. Ajoutons que la reconnaissance par quelqu'un est susceptible de se porter autant sur ses partenaires que sur la réalité (le milieu) avec lequel ils interagissent, et que le jeu sur l'un ou l'autre des pôles de l'interaction (selon que la reconnaissance porte sur l'individu ou sur la réalité avec laquelle il interagit) tour à tour identifie ou distingue les individus entre eux.

On voit bien que la distinction de deux ordres de choses est nécessaire. C'est ce dont j'entend rendre compte en distinguant connaissance et savoir, sans m'occuper d'aucune autre question linguistique à propos de ces vocables. Une distinction ne signifie pas pour autant une dissociation, il s'agit à mon sens de dualité et pas de dualisme. Il m'importe de bien comprendre comment ces deux domaines si solidaires s'articulent entre eux. S'il est évident à tous qu'un savoir-institué ne peut exister sans être reconnaissable par quelque individu en référence à un contexte culturel donné, donc que le savoir suppose un individu qui le connaisse, il devrait être tout aussi clair que la connaissance n'est accessible qu'au travers de formes de reconnaissance et qu'elle est donc tributaire des savoirs–institués. En ce sens ma distinction marque des perspectives d'objectivation très différentes, des abstractions faites dans des perspectives distinctes mais qui se rapportent à des phénomènes du même type.

Nous avons vu comment l'épistémologie génétique réintroduisait le sujet, et comment elle le faisait au travers d'une exigence expérimentale. Nous avons vu aussi que la situation correspondant à cette expérimentation restait encore relativement abstraite. H. Wallon a critiqué cela dans son ouvrage: De l'acte à la pensée. (Wallon H. 1942). Ainsi débute le chapitre intitulé: La psychologie des situations (je cite):

(p. 50) «L'objet de la psychologie peut être, au lieu de l'individu, une situation. Il se confond avec l'effet qu'elle suscite, avec la solution cherchée ou trouvée des difficultés qu'elle présente. L'acte est considéré du dehors, sans aucun postulat de conscience ou de personne.» Plus loin (p. 51), il précise : « Une situation peut bien être idéale, c'est–à–dire uniquement fondée sur des représentations; elle peut ne comporter que des solutions d'ordre imaginatif ou intellectuel. Mais le matériel de symboles et d'idées qu'elle exige alors la fait relever d'activités mentales qui s'alimentent au langage, à la pensée collective.» Et il conclut ce chapitre (p. 91), en déclarant: «...l'origine des concepts ne saurait être cherchée dans les schèmes relatifs aux réactions immédiates que les circonstances font surgir de tout être vivant selon son niveau d'organisation. Ils ne sont pas le simple décalque intellectuel de ces schèmes. Ils appartiennent à un autre système dont l'évolution est liée à l'existence des sociétés humaines.»

La didactique des mathématiques quant à elle s'est constituée en prenant en compte des situations qui sont explicitement, spécifiquement et exclusivement référées aux mathématiques (savoir institué et ensemble de pratiques sociales bien déterminés). Il est très intéressant de voir que cela n'est pas opéré de la même manière dans la théorie des situations de G. Brousseau que dans la théorie des champs conceptuels de G.Vergnaud. (Le lecteur se référera à Conne F. 1993, pour ce qui en est de la première théorie et à Brun J. 1994, pour ce qui en est de la seconde). Pour la théorie des situations, on peut dire que la réflexion porte sur la situation comme outil d'expérimentation de la recherche en didactique, l'objet d'étude ce sont les situations fondamentales et les séquences de situations qu'elle permettent de construire. Je cite Brousseau qui, après avoir déclaré insuffisante l'option piagétienne, poursuit (Brousseau G. 1986, p. 49):

«La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées par un choix judicieux des "problèmes" qu'il lui propose. Ces problèmes, choisis de façon à ce que l'élève puisse les accepter doivent le faire agir, parler, réfléchir, évoluer de son propre mouvement. Entre le moment ou l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques. Non seulement il le peut, mais il le doit aussi car il n'aura véritablement acquis cette connaissance que lorsqu'il sera capable de la mettre en oeuvre de lui–même dans des situations qu'il rencontrera en dehors de tout contexte d'enseignement et en l'absence de toute indication intentionnelle. Une telle situation est appelée situation a–didactique. Chaque connaissance peut se caractériser par une (ou des) situation a–didactique qui en préserve le sens et que nous appellerons situation fondamentale.»

Par contre avec la théorie des champs conceptuels, Vergnaud vise à rencontrer l'expérience propre du sujet, sa connaissance du monde ; l'objet d'étude ce sont les conceptualisations du monde par le sujet. Je cite (Vergnaud G. 1994, p. 180.):

« On peut aussi penser le réel comme un ensemble de situations, dans lesquelles le sujet est engagé de manière active et affective. Le réel est alors vécu sur le mode dramatique que sont l'action et l'émotion. Le concept de situation n'est pas nouveau, mais il a pris avec les recherches en didactique, grâce aux idées de G. Brousseau, une ampleur sans précédent. Je ne retiendrai pas ici toutes les distinctions que fait Guy Brousseau pour penser les situations d'apprentissage et d'enseignement. Je m'en tiendrai au sens très général que je viens d'évoquer, celui de la référence. Ce n'est pas la même chose que de lire le réel en termes de situations et en termes d'objets. Bien qu'il ait développé le concept de schème, Piaget ne parlait que de l'interaction sujet-objet, pas de l'interaction sujet-situation. C'était une faiblesse théorique.»

Cette double manière de prolonger le schéma expérimental proposé par l'épistémologie génétique recouvre des visées épistémologiques distinctes. Schématiquement dit: Brousseau cherche l'approfondissement de l'épistémologie des mathématiques en prenant en compte explicitement les pratiques sociales qui leur sont associées, tandis que Vergnaud tente de compléter l'épistémologie des mathématiques par des apports de la psychologie et de l'épistémologie génétique. Chacune des démarches propose, à sa manière, un redécoupage et une réorganisation du savoir-institué (mathématique) et par là de nouvelles perspectives épistémologiques. Il est remarquable que chacune des deux démarches insiste autant sur l'idée de séquences de situations (rejoignant ainsi Y. Chevallard & A. Mercier 1987.)

Connaissance, connaissance-utile, savoir-reconnu et savoir-institué.

Le concept de situation est donc décisif et c'est à son niveau que se trouve l'articulation entre connaissance et savoir-institué, entre les dimensions individuelles et culturelles de nos objets. C'est aussi dans le cadre de situations que s'opère la reconnaissance, c'est à de nouvelles situations que le savoir permet de reporter les développements cognitifs locaux. Il me semble que cette dimension est perdue lorsque l'on s'intéresse trop exclusivement à chacun des termes : connaissance d'un côté, savoirs institués de l'autre. En outre, si apprendre un savoir c'est adhérer cognitivement à celui-ci au travers de situations référant à des pratiques particulières, on ne peut cependant pas identifier sans autres les savoirs institués visés et les formes que prendra une telle adhésion, pour tel individu, dans telles circonstances, etc. Pour ces raisons, j'ai proposé de considérer qu'il y a entre connaissance et savoir-institué quelque chose que j'ai appelé aussi savoir, tout court. C'est cela qui est le moins compris dans mon article. Peut-être aurait-il fallu pour mieux me faire entendre que j'emploie un autre terme, que je parle plutôt de *connaissance-représentation,* ou de *savoir-personnel ?* Qu'importe. Ce qui est essentiel, c'est de bien comprendre la nécessité de considérer primo que tout savoir comporte un substrat cognitif, et secundo que ce qui du point de vue de l'individu régit ses savoirs, leur développement, leur organisation et leur transmission, n'est pas de l'ordre d'une adaptation individuelle, mais d'un autre ordre, que j'ai appelé : *utilité.* L'utilité englobe les processus interindividuels de reconnaissance (qui dans cette acception devient une sorte d'utilité). Le savoir est de la connaissance-utile, un savoir est une forme de connaissance-utile. Le caractère d'utilité d'une connaissance ou plutôt si on peut dire, sa *réutilisabilité,* suppose, comme la *reconnaissance,* le report du savoir sur des situations ultérieures voire la référence aux situations, aux pratiques sociales et aux savoirs institués. Elle correspond bien à l'engagement cognitif d'un individu dans sa culture. Mais elle concerne tout aussi bien les savoirs institués, car n'existe de savoir que reconnaissable (ce qui suppose tout au moins qu'il ait été savoir de quelques uns).

Définir le savoir comme *connaissance-utile*. c'est établir son lien avec l'ordre du savoir-institué, c'est dire comment la connaissance, qui chez l'individu déborde toujours le savoir, est filtrée par les situations et rendue sélectionnable par le savoir-institué. De l'autre côté, pour en parler selon le point de vue de la connaissance, j'en ai proposé une autre description. Je cite (Conne F. 1992, p. 234-235):

«D'un côté, la situation est inductrice de connaissance ; d'un autre côté, la connaissance permet d'agir sur la situation. Le processus décrit est donc bouclé du moment où une connaissance induite transforme la situation, qui à son tour induit d'autres connaissances, qui à leur tour... Lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lien inducteur de la situation sur cette connaissance devient inversible, il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation.»

Traiter la connaissance comme objet c'est établir une boucle : savoir - connaissance-savoir.

L'article publié dans RDM (Conne F., 1992) présente une argumentation de cette thèse, et comporte deux parties selon que j'y adopte le point de vue de la connaissance ou celle du savoir. La première suit le fil de la connaissance et de l'interaction de connaissances, la perspective est alors celle que Rouchier a appelé *conversion : connaissance ---> savoir* (Rouchier A., 1991). La seconde suit le fil du savoir, et sa visée est celle de la *conversion : savoir ---> connaissance*. A nouveau les deux démarches sont intimement liées, et j'en reviens au constat de la solidarité des deux termes : tout savoir est la connaissance d'un individu au moins, et réciproquement tout traitement de la connaissance (que ce soit à fin d'étude cognitive, d'enquête épistémologique, d'enseignement, ou de recherche didactique) procède du savoir.

Comme phénomène le savoir repose sur la connaissance, il ne nous est pourtant pas donné d'autre accès à la connaissance que le savoir. Que nous le voulions ou pas, notre position nous place d'emblée dans la perspective: "conversion : savoir ---> connaissance", notre regard s'y origine, c'est par là que nous pouvons avoir prise sur les phénomènes cognitifs. Bien entendu, il est possible de mettre ceci entre parenthèses, le temps d'une recherche scientifique, de découper les phénomènes, de faire abstraction de ce segment de nos approches. Mais il ne s'agit là que d'une objection portant sur la méthode qui n'ôte rien au fait lui-même. Cela n'est pas tout. Car à moins de perdre toute perspective épistémologique, nous retournons toujours au savoir. Dès lors si ma thèse selon laquelle la connaissance ne se laisse saisir que par le biais du savoir alors il y a une boucle (ou spire) : l'origine est le savoir, la vection est alors celle de la "conversion : savoir ---> connaissance", tandis que l'issue est encore le savoir, mais la vection y est maintenant celle de la "conversion : connaissance ---> savoir".

Enseignement comme expérience du point de vue de la transposition didactique.

C'est donc à titre d'interface que je m'intéresse à la situation d'expérience, d'où je pourrais selon la perspective d'abstraction choisie tirer des informations objectives tantôt sur la connaissance tantôt sur le savoir-institué. La boucle décrite ci-dessus précise et affine l'idée selon laquelle l'expérience procède d'une recontextualisation d'un savoir suivie d'une décontextualisation (Brousseau G., 1986, Schubauer-Leoni M-L. & Perret-Clermont A-N., et alii, 1982). Nous avons vu comment, en procédant de la sorte, la méthode de l'épistémologie génétique dégageait des régularités dans le développement des connaissances individuelles et en tirait des analogies avec le progrès des connaissances scientifiques. L'idée est de considérer que ceci concerne aussi l'enseignement et l'expérience qu'il doit prodiguer aux élèves. Je retrouve ici la préoccupation première de ma réflexion

De ce point de vue didactique, la double conversion opérée par l'acte d'enseignement correspond à ce que nous nommons une *dévolution* du savoir en connaissance, suivie d'une *institutionnalisation* de connaissance en savoir. Il n'est cependant jamais assuré que ceci se solde exactement par une boucle, que la connaissance induite par la situation d'enseignement soit reconnaissable comme le savoir que l'on se proposait d'enseigner, que le processus d'enseignement ait pu être à ce point contrôlé qu'il n'ait connu en cours de route aucun gauchissement. Ici alors se situe **la proposition** que je fais dans mon article de RDM, à savoir : **ce décalage possible entre le savoir de départ et celui d'arrivée est de l'ordre d'une transposition de savoirs.** C'est pourquoi mon article ne s'intitule pas seulement: "Savoir et Connaissance", mais "Savoir et Connaissance dans la perspective de la Transposition Didactique". Ceci donne un tout autre ancrage au concept de Transposition Didactique (ou de savoirs) et en dévoile une autre facette, celle qu'il m'avait été donnée de découvrir par l'observation en classe lors de mon travail de thèse. Cela renvoie à ce que Chevallard appelle la *transposition didactique sensu lato,* son étude est primordiale, pour lui comme pour moi. (Chevallard Y., 1991, chap 1, n° 1.4, p39).

Revenons alors à la triple distinction que je fais entre connaissance, savoir et savoir-institué. Comme rappelé ci-dessus, j'ai montré comment ce que je nomme savoir (connaissance-utile, connaissance qui a prise sur la représentation par le biais du contrôle de la transformation des situations, savoir-reconnu) pouvait être approché soit par le biais cognitif et plus précisément de l'interaction des connaissances, soit par le biais situationnel et plus précisément en référence aux usages et utilités de type et de niveau divers que peut prendre la connaissance. Dans ce dernier cas la transposition de savoir serait alors analogue à un transfert d'utilité ou d'usage. La transposition est un processus normal et banal qui n'a rien de négatif. Elle est très liée aux processus de reconnaissance, comme le montre le constat général que c'est toujours à la faveur d'un déni de reconnaissance que l'on a pu dénoncer ou déplorer les effets de telle ou telle transposition didactique.

Collection d'expérimentations ad hoc, perspectives expérimentales et expérience.

Il y a donc un écart connaissance / savoir qui se manifeste par une dérive transpositive. Quelle est la portée épistémologique de cette question? Cela a trait à ce que Chevallard a appelé *conversion.* Voici ce que Brousseau écrit à son propos (Brousseau G. et Centeno J. 1991):

«En ce qui concerne la didactique, Chevallard a formulé l'hypothèse que les causes de phénomènes de nature non didactique ne pouvaient influencer les phénomènes didactiques que par l'intermédiaire d'éléments ayant leur logique dans la théorie didactique. Cette "réinterprétation" d'un phénomène non didactique en termes de didactique est une conversion didactique.»

Y a-t-il lieu de se questionner là-dessus? Ne devrions-nous pas commencer par nous informer, par nous efforcer de suivre les rapides développements des sciences cognitives et la moisson des résultats qu'elles nous proposent? Cela ne saurait **de loin pas** suffire. S'il serait idiot d'attendre des mathématiques qu'elles nous expliquent comment elles viennent à notre connaissance, comment le raisonnement se développe, il ne le serait pas moins d'attendre de la part des sciences cognitives qu'elles expliquent comment la connaissance vient prendre les formes d'un savoir mathématique actuel, celui-là exactement, et de nous dire la façon dont l'enseignement contribue à ce résultat. La question que je veux soulever a trait à l'interprétation des faits expérimentaux, et aux limites des explications qui nous sont proposées en psychologie ou en sciences cognitives. La littérature consacrée à ces études porte à croire que les chercheurs y passent leur temps à proposer et vérifier des hypothèses plus qu'à observer. Ma critique porte avant tout sur ce que j'appellerai un *pointillisme expérimental.* Les normes auxquelles doivent se plier les publication scientifiques (recension de la littérature, hypothèses théoriques, présentation de l'expérience, résultats expérimentaux, discussion) n'y sont pas étrangères. Ce schéma ramène toute l'interprétation de l'expérimentation présentée et de ses résultats au cadre théorique proposé a priori, confondre ainsi théorie, raisonnement expérimental et interprétation est fortement réducteur. C'est croire qu'avec la théorie est donné aussi son sens. Ce pointillisme a pour conséquence que dans de nombreux articles, on voit les chercheurs prendre leurs petites lucarnes expérimentales pour de grandes baies vitrées panoramiques.

Eviter ce genre de dérive nécessiterait à mon avis que l'on fasse deux choses.

1° Donner plus de crédit à l'observation en tant que méthode de recherche, et corriger l'actuel surinvestissement porté à des expérimentations, trop souvent ad hoc (au détriment de l'observation). J'y reviendrai dans la suite de ce texte.

2° Contrôler théoriquement l'usage de faits expérimentaux obtenus sur la base de montages qui n'ont généralement rien à voir les uns avec les autres. Ceci renvoie au problème épistémologique des relations complexes entre le plan théorique et le plan de l'expérience, et devrait être pris en charge par les méthodes expérimentales elles-mêmes. Je vais illustrer ceci sur l'exemple de trois citations relatives à la connaissances mathématique.

La première citation est de J. Piaget dans un ouvrage intitulé: Psychologie et Pédagogie. (Piaget J. 1969).

A propos des élèves présentant des difficultés en mathématiques, Piaget commente (p. 68) : *«L'enseignement des mathématiques a toujours posé un problème assez paradoxal. Il existe, en effet, une certaine catégorie d'élèves par ailleurs intelligents et qui peuvent même témoigner en d'autres domaines d'une intelligence supérieure, mais qui échouent plus ou moins systématiquement en mathématiques. (. . .) Il est donc difficile de concevoir que des sujets bien doués dans l'élaboration et l'utilisation de structures logico-mathématiques spontanées de l'intelligence se trouvent handicapés dans la compréhension d'un enseignement portant exclusivement sur ce que l'on peut tirer de cette structure. Or le fait est là et pose problème.»* Puis il donne son explication (p.69) : *« En effet les structures opératoires de l'intelligence, tout en étant de nature logico-mathématique, ne sont pas conscientes en tant que structures dans l'esprit des enfants : ce sont des structures d'action ou d'opération, qui dirigent certes le raisonnement du sujet, mais ne constituent pas un objet de réflexion de sa part (de même que l'on peut chanter juste sans se trouver obligé de construire une théorie du solfège et même sans savoir lire la musique). L'enseignement des mathématiques convie au contraire le sujets à une réflexion sur les structures, mais il le fait au moyen d'un langage technique comportant un symbolise très particulier et exigent, un degré plus ou moins haut d'abstraction. La soi-disant "aptitude aux mathématiques" peut donc fort bien porter sur la compréhension de ce langage lui-même, par opposition aux structures qu'il décrit, ou sur la vitesse d'abstraction en tant qu'elle est liée à un tel symbolisme et non pas en tant que réflexion sur des structures par ailleurs naturelles.»*

Mais qu'explique Piaget ? Pas tant le fait rapporté. Il répond simplement à une objection : ce problème ne s'érige pas en paradoxe de sa théorie. Piaget ne nous explique pas vraiment ces échecs scolaires, mais plutôt sa théorie, il nous indique comment l'interpréter.

La seconde citation montre que 16 ans plus tard, le mystère résiste aux multiples travaux effectuées entre temps en psychologie cognitive, et malgré un élargissement conséquent de la perspective piagétienne La Revue Française de Pédagogie publie en 1985, une recension de M. Fayol, intitulée: Nombre, numération, dénombrement : que sait-on de leur acquisition?

L'auteur annonce son projet comme suit: « Il nous a semblé important d'informer, au moins succinctement, les maîtres des développements récents relatifs à l'acquisition du nombre et de la numération.» Dans sa conclusion nous retrouvons le paradoxe signalé par Piaget, dans une formulation plus générale. Par contre l'auteur ne risque pas d'explication: «Comme le note Guinsburg (1978) en ce qui concerne les mathématiques : "Cross cultural research suggest universal cognitive capacities. Why do school fail to exploit them?" Et effectivement le bilan que nous avons présenté amène à se demander comment et pourquoi, compte tenu des "habilités" précoces décelées chez les enfants, l'apprentissage des mathématiques peut être difficile.»

Une troisième citation, toute récente, nous montre cette question accéder au rang de *Question Vive* de la psychologie, dans un ouvrage intitulé: Pensée Logico-Mathématique : nouveaux objets interdisciplinaires. (Houdé O. & Miéville D. 1993):

Au cours d'une large discussion portant sur les recherches de psychologie consacrées au logico-mathématique, Houdé écrit ceci (p. 107):

« Un bébé mathématicien ?

Le bébé de quelques mois est-il capable de calculer le résultat d'opérations arithmétiques simples sur de petits nombres? Notre représentation naïve de "l'esprit du bébé" ou la connaissance des prédictions piagétiennes (voire celle d'auteurs actuels) conduiraient à répondre que non. Et pourtant! Dans une recherche, menée auprès de bébés de quatre-cinq mois, Wynn (1992) montre que ceux-ci réalisent sans difficulté l'addition "1+1=2" ainsi que la soustraction "2-1=1". La méthode utilisée est le temps de fixation visuelle associé à une procédure de "réaction à l'événement impossible"». Pourtant Houdé n'est pas naïf comme il nous le rappelle lui-même (p.108) : «On ne peut qu'être d'accord avec Bryant (1992) lorsque il indique que ces "concepts" ne relèvent pas du même niveau d'élaboration logico-mathématique que ceux étudiés à un âge plus avancé, par Piaget (Piaget et Szeminska 1941). C'est l'évidence. Il n'en reste pas moins que rien n'interdit de penser qu'il existe des connaissances (proto) conceptuelles précoces - innées selon Wynn - relatives au nombre». Et pour donner finalement bonne mesure à cela il recule dans les niveaux en renvoyant le lecteur à une recherche en neuroscience cognitive (Deheane S.& Changeux J-P dans l'ouvrage cité) qui, toujours selon Houdé, présente «une vision très concrète de la manière dont les "protomathématiques" sont intégrées précocement dans les circuits du cerveau.» Bref, suite au panorama qu'il a dressé, Houdé nous livre son bilan, et nous retrouvons notre question. Au détour de cette affaire, elle a pris bien du grade. Elle n'est plus présentée comme un paradoxe explicable par la théorie (Piaget), ni même comme une question pendante (Fayol), mais bien comme un défi à relever. Je cite (p. 118): « Le moins que l'on puisse dire est que les questions vives se bousculent. (suit une liste qui se clôt par:) Enfin au regard des données du cognitivisme développemental, quelle solution apporter au paradoxe entre le constat d'un bébé précocement rationnel et celui d'un enfant qui souvent ne l'est pas?»

Ne nous trompons pas et situons bien le propos de cette dernière question. Ne lui donnons pas plus d'importance qu'elle ne mérite, sa valeur est rhétorique avant tout. Ne nous attendons pas à voir un chercheur psychologue l'attaquer de front. Comprenons bien qu'elle n'est pas centrale, et parions que ce ne sera jamais qu'au détour d'autres recherches que la question sera rappelée, assortie le cas échéant d'une solution originale. Pourtant ce type de discours étant typique et nous étant régulièrement servi, je vais prendre le temps de montrer que le problème est mal posé.

Dans les trois citations, les auteurs postulent sinon une identité de l'objet connu, du moins une continuité. Houdé est le plus explicite, il parle de *proto-concepts,* de *proto-mathématique,* il évoque des *niveaux d'élaboration logico-mathématiques.* Fort bien, l'objet se construit c'est enregistré. Mais s'agit-il vraiment de la même chose? Dans son évocation *«d'un enfant qui souvent n'est pas rationnel»,* Houdé omet de dire que ce n'est pas sur le même objet que cet enfant se manifeste si peu rationnel. S'il voulait être cohérent avec ses propres théories de référence, ne devrait-il pas d'ailleurs parler de *niveaux de rationalité ? Le bébé* et *l'enfant* dont il est question ne sont en effet pas rencontrés dans le même champ d'expérience; les jugements du chercheur à leur propos (rationalité précoce dans un cas, irrationalité fréquente dans l'autre) ne s'appuient pas sur les mêmes bases expérimentales ; on ne peut donc pas dire à leur propos : «...toutes choses étant égales par ailleurs...». C'est bien sûr et avant tout sur cette dimension expérimentale que la continuité n'est pas établie. Houdé semble avoir oublié les leçons des si fameux décalages horizontaux en épistémologie génétique. **Le paradoxe signalé a tout l'air de se réduire à un artefact expérimental, à un effet d'analogie, à une *substitution d'expérience*.** (Peut-être que tous comptes faits, de nos trois auteurs c'est encore Piaget le plus lucide.)

Il devient donc nécessaire de questionner l'expérience et l'expérimentation et le schéma épistémologique lui-même. Car dans chacun de ces exemples tout semble correspondre alors qu'en fait rien n'est comparable, tout bouge : les sujets ne sont pas comparables (niveau qui affecte qualitativement leur interaction avec le monde), les objets sont distincts (qu'est-ce qui permet à Houdé de parler du "calcul 1+1=2"? de quel objet s'agit-il, vu que les objets sont des construits ?) et les expériences adaptées et à une certaine version de l'objet et aux sujets observés n'ont que peu de chances d'être compatibles. La méthode expérimentale doit fournir des critères de compatibilité expérimentale permettant les analogies et les reports d'interprétation. Si l'enfant est jugé *«souvent non rationnel»,* que dire alors du psychologue?

Pour qui s'en tient à l'idée que la connaissance n'est pas statique mais dynamique, il devrait être clair que la connaissance ne se révèle qu'en situation, et que c'est bien la seule manière pour nous de l'observer. Cela ne garantit aucunement qu'elle se révèle en toutes conditions égales ou comparables. Nous retrouvons la question de l'abstraction épistémologique évoquée au début de ce texte. Il y a une forte variabilité dans les mises en situations possibles. De cela dépendront, entre autres, les moyens de reconnaissance que se donnera l'observateur, et par là l'interprétation des résultats de son expérimentation. Il faut en outre compter lorsque l'on travaille avec des humains de leur échanges et de leurs adaptations réciproques. Car pour chacun de ses protagonistes, l'expérience elle-même est une interaction. Wynn considère qu'il ne peut rien demander à un bébé de 5 mois, ni même tabler sur un effet de reconnaissance directe. Il **assimile** donc son jugement (bébé sait-il que 1+1=2?) à une mesure du temps de fixation visuelle associé à une procédure de "réaction à l'événement impossible". L'astuce du chercheur consiste à essayer de provoquer un événement de "non reconnaissance" chez le sujet, ou encore "de prendre en défaut une anticipation de sa part". Admettons que l'expérience soit valide, qu'a-t-il obtenu ? Une "connivence" entre le bébé et lui-même, une reconnaissance réciproque (interaction de connaissance), ce n'est pas rien. Est-ce plus ? L'interprétation se doit d'être prudente. Qui peut garantir qu'il n'y a pas malentendu, fausse donne sur l'objet de cette reconnaissance réciproque? Que vaut encore la démarche expérimentale si tout tient en dernier recours à la discrétion du chercheur pour reconnaître l'objet et repérer que le sujet le connaît lui aussi ? Le chercheur, le psychologue, l'épistémologue pourront-ils se mettre d'accord sur ces résultats ? Ou bien est-ce à dire que l'on doive admettre que l'objectivité de l'objet connu se dilue dans l'objectivité du phénomène cognitif ? Ne va-t-on pas retrouver les écueils de la méthode introspective ?

Ces questions relatives à la définition de la réalité questionnée dans l'expérience (partage de réalité entre expérimentateur et son sujet, substitutions d'expériences dans la comparaison d'études diverses, référence à des faits établis par ailleurs) sont abordées (je ne dis pas traitées totalement) par la distinction connaissance/savoir. Une connaissance est identifiée par le chercheur à partir d'un savoir à la fois modèle expérimental et cadre d'observation. Ceci suffit nullement à qualifier cette connaissance de savoir. Si tant est qu'il connaît "1+1=2" quelle utilité pourrait donc avoir cette connaissance pour le bébé? En quoi cela lui donnerait-il une quelconque expérience de son monde? La question vaut autant pour les élèves évoqués par Piaget: comment les "structures d'actions et d'opérations qui dirigent certes le raisonnement du sujet" pourront-elles lui procurer de la connaissance utilisable (la remarque que faisait Gréco se trouve ici retournée) ? La reconnaissance même réciproque ne suffit pas, le critère est bien le report du savoir sur d'autres situations, ce que j'appelle utilité. Pour chacun de nos savoirs, les structures d'action ne dirigent pas seulement notre raisonnement, elles définissent pour nous des cadres situationnels (dans lesquels viennent prendre place nos actions et raisonnements).

Pour moi, l'enjeu est crucial, et il occupe une grande place dans mes recherches. D'une part, il m'importe de savoir comment garantir l'interprétation des résultats elle-même. Pourrait-on le faire expérimentalement? C'est ici que le rôle de l'observation me paraît nécessaire, et incontournable. D'autre part, il s'agit de sélectionner les résultats expérimentaux utilisables. Je ne puis me contenter de rapporter des résultats d'expérimentation ad hoc, comme cela est si souvent fait. Quel rapport doit entretenir la théorie et l'élaboration des expériences ? Par exemple, si tant est que l'on veut expérimenter sur des sujets en développement à propos d'objets non donnés mais construits, la méthode utilisée ne doit-elle pas le prendre en compte explicitement dans ses interprétations et surtout dans ses comparaisons ? Si Houdé parle de *proto-concepts,* de *proto-mathématiques,* pourquoi ne dirait-il pas du *bébé* qu'il est un *proto-enfant,* voire même que *l'enfant* est un *proto-élève* ? Devrait-on aussi parler de *proto-expérience* lorsque l'on cherche à rejoindre la réalité d'un bébé de 4 à 5 mois ?

Mon ironie n'est pas gratuite, car ici même nous rejoignons des questions qui depuis Brousseau et Chevallard sont devenues familières aux didacticiens des mathématiques. Je citerai ici un autre auteur qui arrive à des conclusions analogues (Morf A. 1994, P. 31):

«(...) nous devons nous demander si les difficultés que rencontre la construction d'une théorie didactique ne sont pas liées à cette approche qui traite les connaissances en cause (le savoir à enseigner) tantôt comme un aspect de l'élève (du sujet), tantôt comme un aspect des objets connus de l'enseignant. Autrement dit, il semble que la théorie manque d'un objet propre.

Pour le lui donner, une conversion s'impose : tout comme le constructivisme est parvenu à traiter l'objet comme un aspect de la connaissance, il faudra réussir à traiter le sujet comme un aspect de la connaissance. *Sur ce deuxième point, le constructivisme épistémologique ne semble pas prêt à effectuer la conversion.»*

L'élargissement de l'horizon épistémologique.

Il faut alors revenir sur l'objet mathématique et examiner un aspect de l'expérience, en l'occurrence le déplacement du regard allant de l'objet de connaissance à la connaissance elle-même. L'occasion m'est donnée de rappeler le projet de Polya dans son ouvrage : Mathematics and Plausible Reasoning qui réunit deux volumes: Induction and Analogy in Mathematics. &

Patterns of Plausible inference. (1953). Tout au long de son étude Polya s'inspire de ses plus illustres prédécesseurs. Ainsi au tout début de son ouvrage, lorsqu'il parle d'induction, il cite Euler. Voici cette citation tirée des oeuvres complètes d'Euler (Euler L, ser. 1, vol. 2, p. 459, Specimen de usu observationum in mathesi pura., in Polya 1953, vol. 1, exergue du chap 1 présentant l'induction en mathématiques, p. 3). Je traduis de l'anglais :

«Il paraîtra un peu paradoxal d'attribuer une grande importance à l'observation, et ce même pour cette partie des mathématiques appelée Mathématiques Pures puisque l'opinion courante veut que l'observation ne concerne que les objets physiques qui seuls sont à même d'impressionner les sens. Or comme nous devons rapporter les nombres au seul et pur intellect, nous ne pouvons que difficilement comprendre comment des observations et des quasi-expérimentations peuvent être utiles dans des investigations portant sur la nature des nombres. Pourtant, comme je vais le montrer ici en me fondant sur de très bonnes raisons, les propriétés des nombres que nous connaissons aujourd'hui ont été pour la plupart découvertes à partir de l'observation et trouvées longtemps avant que leur vérité ait pu être établie par des démonstrations rigoureuses. Il y a même beaucoup de propriétés des nombres dont nous avons connaissance, et que nous ne sommes pourtant pas capables de démontrer; seule l'observation nous y a donné accès. Ainsi nous voyons que dans la théorie des nombres, qui est encore très imparfaite, nous pouvons placer nos plus grands espoirs dans l'observation ; elle nous mènera continuellement à de nouvelles propriétés qu'ultérieurement nous devrons tenter de prouver. Le type de connaissance qui ne repose que sur des observations et que nous ne pouvons cependant pas prouver doit être soigneusement distingué de la vérité ; il est acquis par induction comme nous avons coutume de le dire. Effectivement, nous avons vu des cas où l'induction nous a mené à l'erreur. C'est pourquoi nous devons prendre un soin tout particulier à ne pas accepter pour vraies de telles propriétés des nombres, découvertes par l'observation et supportées uniquement par l'induction. En fait, nous devons considérer de telles découvertes comme autant d'opportunités pour étudier avec plus d'exactitude les propriétés mises en évidence, pour les prouver ou les réfuter; dans un cas comme dans l'autre nous pourrons apprendre quelque chose d'utile.»

De cette citation, je retiendrai:

– Bien que ce soient des objets non sensibles mais qui réfèrent au pur intellect, les nombres peuvent être objets d'observations.

– Ces observations sont légitimes et pertinentes. De ces observations, par inférence on a tiré de très nombreuses propriétés des nombres, et cela bien avant d'être à même d'en démontrer la véracité.

– Les propriétés induites à partir des observations ne sont pas vraies pour le mathématicien mais elles sont néanmoins utiles car elles lui fournissent l'opportunité de preuves ou de réfutations qui feront avancer ses connaissances.

L'argumentation d'Euler est de nature épistémologique, même si son objet reste directement l'objet mathématique, en l'occurrence les nombres, leur nature, la théorie des nombres comme partie des mathématiques pures. L'observation et l'induction restent des moyens et donnent des opportunités au mathématicien d'exercer son travail. Par contre, Polya va plus loin. Son objet est ce qu'il dénomme *Plausible Reasoning,* qui est, concernant l'art de faire des conjectures, le pendant du *Demonstrative Reasoning.* Il s'agit toujours d'épistémologie, mais la visée est autre, elle est plus générale aussi : le travail du mathématicien devient une figure du travail scientifique. Il ne s'agit plus seulement d'observer les nombres mais de tirer des conjectures de l'expérience. Voici ce qu'il annonce en effet dans sa préface (vol 1 p. v.), je traduis :

«A proprement parler, toute notre connaissance en dehors des mathématiques

et de la logique de la démonstration (qui d'ailleurs est une branche des mathématiques) consiste en conjectures. (...) Nous assurons notre connaissance mathématique par des raisonnements démonstratifs, *par contre nous basons nos conjectures sur des* raisonnements plausibles. (...) *La différence entre les deux sortes de raisonnements est grande et variée. (...) A chaque fois que nous apprenons quelque chose de nouveau sur le monde, le raisonnement plausible se trouve impliqué, et c'est la seule forme de raisonnement dont nous ayons besoin pour nos affaires courantes.» Plus loin, il dit s'adressant cette fois-ci à l'étudiant en mathématiques (p. vi): «Un étudiant sérieux en mathématiques, ayant l'intention d'en faire sa profession, doit apprendre le raisonnement démonstratif; c'est sa profession et la marque distinctive de sa science. Pour un réel succès dans son entreprise, il devra néanmoins apprendre le raisonnement plausible ; c'est de cette sorte de raisonnement que dépendra la créativité de son travail.»*

Voici maintenant comment Polya présente cet ingrédient du plausible reasoning qu'est l'induction. Le passage cité prend place juste après la citation d'Euler rapportés ci-dessus (vol. 1, chap. 1, p. 3):

«Expérience et croyance. L'expérience modifie les croyances humaines. Nous apprenons au travers de l'expérience ou plutôt nous devrions le faire. Faire le meilleur usage de l'expérience est une des grandes tâches humaines. Y travailler est la vocation des scientifiques.

Un scientifique qui sert cette cause s'efforce de se faire une idée aussi correcte que possible à partir d'une expérience donnée, et inversement d'amasser l'expérience la mieux à même d'établir sa conviction relative à toute question qui l'occupe. La manière dont le scientifique traite l'expérience est communément appelée l'induction. On trouve dans la recherche mathématique des exemples particulièrement clairs de procédures inductives. »

Polya va donc se consacrer aux mathématiques, avec une visée épistémologique générale, philosophique annonce-t-il même, dans le but de transmettre rien moins qu'une méthode. Son exposé, qu'il dit avoir été très soigneusement ordonnancé, se fera par l'examen d'exemples, je cite (p. viii): « (...) *investigating induction inductively.»* Le moyen que se donne Polya est alors d'examiner une série de problèmes mathématiques. Le livre comporte aussi des exercices donnés au lecteurs et des solutions. La pratique sociale de référence est donc de résoudre des problèmes ; ou plutôt, la présentation de problèmes va être l'amorce de la présentation didactique. Le lecteur est mis en face de son ignorance et Polya commence même très fort puisqu'à la page 4 de l'ouvrage déjà nous nous retrouvons aux prises avec la conjecture de Goldbach, rien moins. Je cite la formulation qu'en donne Polya : *«Tout nombre pair non premier ou non carré de premier, s'écrit comme la somme de deux nombres premiers impairs.»* Il ne nous en cache d'ailleurs pas la difficulté: « *La conjecture de Goldbach est-elle vraie ? Personne ne peut répondre à cette question aujourd'hui*». (A ma connaissance elle n'est toujours pas démontrée.) Ce qui est alors intéressant du point de vue de la démarche épistémologique de Polya, c'est que cette présentation de problèmes puis cette évocation des différentes manières dont certains mathématiciens l'ont abordée permettront au lecteur d'apprendre des mathématiques. **L'évocation du travail de certains sujets informe sur l'objet.** La démarche est exemplaire: **l'induction est bien le moyen de s'informer** de l'expérience, ici l'expérience des grands maîtres mathématiciens.

Je ne pousserai pas plus loin mon analyse. Relevons que l'on est passé d'admettre avec Euler qu'il était légitime, pertinent et même utile d'observer et d'induire des objets non sensibles (les nombres), à admettre qu'il est légitime, pertinent, utile, pour la connaissance même des mathématiques, d'étudier les moyens dont les mathématiciens s'y sont pris pour observer et raisonner sur leurs conjectures. Relevons aussi que cela introduit, sur le mode de l'évocation il est vrai, la dimension didactique. Comparé à la citation d'Euler, on mesure le champ que prend Polya.

Comme je l'ai soutenu plus haut, le mouvement de recul ne s'arrêtera pas là et de nouvelles étapes se dessinent vers l'expérience et surtout l'expérimental. Polya lui-même dans la préface de son ouvrage les mentionne : il s'est enquis auprès de certains étudiants (confrontations empiriques sur le tas), et un certain travail d'exploration a été engagé par le département de psychologie de l'université de Stanford (nous sommes en 1953). On sait les développements et l'ampleur que vont connaître ensuite les recherches sur le *Problem Solving.* Du point de vue de la démarche, ceci revient à interposer expérimentalement, c'est-à-dire réellement et plus de manière évoquée, un sujet épistémique entre l'objet de l'épistémologue et lui-même. De plus, ce ne sera plus le génie, le scientifique, l'expert au faîte du développement intellectuel qui sera pris comme représentant, mais un sujet plus moyen, statistique voire en développement. Examinons ceci plus en détails.

Dans la citation ci-dessus, Euler intervient à double titre : en tant que sujet-mathématicien qui étudie et connaît les nombres, et, en position réflexive cette fois, en tant qu'épistémologue, témoin, interprète de cette connaissance. Ainsi juge-t-il de la valeur comparative de la connaissance par induction et de la connaissance par démonstration. Polya se place déjà en retrait, il ne se présente pas tant au lecteur comme mathématicien et il interpose entre lui et son objet l'évocation de l'expérience accumulée et partagée des scientifiques, entre autres celles que nous ont léguée les grands maîtres. On pourrait penser que ce retrait dégage un peu Polya de la double position d'Euler, mais il n'en est rien puisque tout transite encore par ce que l'auteur nous restitue et est capable d'évoquer. Ce double statut, support (siège, source) et interprète de connaissance, ne va pas être atténué non plus par le recours à l'expérimentation réelle et l'observation effective et non évoquée de sujets. Ainsi le psychologue qui étudie le *Problem Solving* ne peut pas se retrancher totalement derrière ses observations, puisque comme je l'ai dit, il devra reconnaître la connaissance engagée. Il lui faut pouvoir partager son expérience avec celle du sujet observé, tout comme il fallait à Polya partager son expérience avec ses illustres prédécesseurs. Il en va exactement de même pour l'épistémologue généticien.

Pourtant quelque chose s'est déplacé. Nous avons vu ce que Polya, par le simple changement de perspective d'observation, par la poursuite du recul amorcé par Euler (objet sensible-->nombre-->induction chez l'expert-->comportement chez le sujet--> etc.), avait laissé entrer: référence à des pratiques sociales scientifiques, marque distinctive des mathématiques, démonstration, conjectures et problèmes, présentation didactique, référence à des pratiques sociales didactiques etc. L'exploitation des résultats de Polya peut se faire dans de multiples directions, sur de multiples facettes, selon différents axes d'abstraction. Les démarches comme le *Problem Solving* ou l'épistémologie génétique ne font qu'accentuer le mouvement.

Je ne résiste pas au plaisir de vous montrer cet élargissement sous un autre jour. Tant que l'épistémologue est en prise directe avec son objet (comme Euler), on peut comprendre qu'il soit tenté par une position tantôt empiriste, tantôt innéiste, selon qu'il se considère prioritairement comme épistémologue (interprète de la connaissance) ou sujet (porteur de la connaissance qu'il étudie). Il suffit cependant d'interposer entre le regard de l'épistémologue et son objet un sujet épistémique effectif pour que l'alternative se distende et qu'une position interactionniste devienne alors envisageable. On sait combien Piaget a oeuvré pour défendre cette position. Est-il besoin de rappeler que l'interaction est autant structurelle, bipolaire sujet/objet, que fonctionnelle et dynamique ? Ainsi l'horizon épistémique s'élargit aux dimensions temporelles, on retrouve évolution et développement. De là à la perspective didactique il n'y a plus qu'un pas. Polya l'a déjà franchi, comme tant d'autres, en particulier Gonseth.

Le partage d'expérience que j'ai évoqué ci-dessus à propos de Polya et son maître Euler, puis à propos de l'épistémologue génétique et ses sujets, existe encore, sur une autre facette, entre l'expérimentateur psychologue et l'enseignant. Ainsi, on peut établir une analogie nouvelle entre l'expérimentation de l'épistémologie génétique (ou de l'expérimentation de type cognitiviste) et l'enseignement (Conne F. 1992). Or faire cette analogie, c'est reculer encore d'un pas, interposer un personnage de plus entre lui et l'objet de connaissance. On imagine la complexité effroyable du système à considérer lorsque l'on voudra, par exemple, prendre en compte en plus de tout cela *l'épistémologie de l'enseignant !* Ne va-t-on pas perdre totalement de vue notre objet ? A cette question je ne puis pour l'heure que de proposer à mon tour deux conjectures. La première a été proposée par Rouchier à la suite de Passeron (Passeron J-Cl, 1989, Rouchier A. 1991), elle consiste à considérer que ces diverses positions épistémologiques vont s'organiser autour de trois niveaux qu'il a désignées par : *Pratiques sociales de référence de niveau I, II et III,* notées PSI, PSII, PSIII. En voici les définitions (données au séminaire national de didactique Paris, avril 1991) :

PSI : Pratique de référence dans un rapport direct à la situation (agie et vécue) - Sujet connaissant.

PSII : Pratique de référence qui prennent les PSI comme objet. Référence à des formes instituées du système culturel. - Sujet instruit.

PSIII : Pratique de référence qui mettent en circulation des savoirs. Communication et/ou transmission des savoirs.»

La seconde conjecture se base sur l'expérience des grands maîtres, en l'occurrence ici Piaget. Considérant que l'acquis de l'épistémologie génétique réside justement dans ce qu'elle n'a jamais transigé sur la perspective épistémologique adoptée, je parierai volontiers qu'un tel contrôle épistémologique suffit. C'est exactement ce que défendent in corpore tous les didacticiens des mathématiques. En retour on voit combien l'épistémologie nous est nécessaire, incontournable.

Vigilance épistémologique et transposition didactique.

Ainsi donc tout comme en épistémologie, nos élaborations théoriques sont guettées par un danger de régressions infinies qui nous font finalement perdre de vue notre objet. La didactique s'en est bien sûr préoccupée depuis longtemps. Chevallard dans son ouvrage: La Transposition Didactique du savoir savant au savoir enseigné (Chevallard Y. 1991, titre du chap 2) en appelle à une *vigilance épistémologique.* L'exposé de Brousseau dans son article: Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques (Brousseau G. 1986), y donne une place de choix parmi les *phénomènes de didactique,* en particulier ce qu'il appelle *le glissement métacognitif* (p. 41- 47*), puis* dans ses considérations sur *l'épistémologie des professeurs* et en particulier *l'effet Dienès* (p. 56-60).

Pourtant la prise en considération de la chaîne transpositive, sensu lato, ne contribue-t-elle pas, elle aussi, à cette dérive ? Rappelons que cette chaîne se définit par:

xxx---> objet de savoir ---> objet à enseigner ---> objet d'enseignement.

Là réside sinon une des objections les plus sérieuses faites à l'encontre de la transposition didactique, du moins l'un des motif de méfiance de beaucoup d'épistémologues face à ce concept. Ma réponse à ceci se trouve en filigrane dans ma thèse, puisque je propose en fait de prolonger la chaîne transpositive jusqu'à l'objet effectivement appris et à la remonter en examinant aussi les reflux de la transposition, sous forme des objets restitués par les acteurs sis aux différents maillons de la chaîne:

xxx---> objet de savoir ---> objet à enseigner <---> objet d'enseignement <---> objet enseigné <---> objet appris.

C'est de cette façon que j'ai pu, dans ma thèse concilier les analyses de manuels avec les analyses d'observation de classes. Brun a précisé cela (Brun J. 1982) : «*Surtout, c'est à partir d'une activité qui leur soit propre que les élèves pourront retrouver ce qui est derrière la forme donnée aux contenus d'enseignement et de faire l'envers du parcours de la transposition didactique.* » Et j'ai prolongé cette réflexion (Conne F. 1988) *: «La transposition didactique est donc un cadre théorique pour l'étude et le travail sur les décalages cognitifs à l'école et plus précisément en classe. Je ne me contente pas de tendre le fil sur lequel descendrait la transposition, mais je considère qu'il est parcouru par une navette qui assume les descentes et remontées des connaissances ou des objets d'enseignement.»*. Tavignot a approfondi et systématisé ceci sous l'idée de *systèmes de protocoles* (Tavignot P. 1994).

La distinction entre savoir et connaissance ne fait que reprendre ces considérations en les approfondissant et les élargissant. Ainsi, un des arguments développé dans mon article de RDM concernant le savoir et la nécessité de prendre en compte la transposition des savoirs, était d'éviter que nos études et recherches, qu'elles se situent en didactique, en **psychologie** cognitive, ou en socio-psychogologie cognitive, etc, ne dérivent et finissent par s'éloigner de leur objets et préoccupations initiales. Je cite (Conne F., 1992, p. 245-248) :

«Contrairement à ce que l'on pourrait croire, la confrontation entre savoir et connaissance est établie dès que les sciences dites cognitives surgissent dans le croisement des champs épistémologiques et psychologiques, sans même qu'il faille considérer le didactique. Examinons à ce propos la démarche d'une des plus fameuses variantes de ces sciences, je veux dire l'épistémologie génétique. (...) Je retiendrais ici, c'est que la référence au savoir est première dans la démarche. Elle l'accompagne d'ailleurs tout au long de son périple. (...) Ne quitte-t-on donc jamais le savoir ? Bien qu'on s'y réfère constamment, on l'a pourtant déjà quitté par cette transposition psychologique dans des situations que l'on a crées pour les examiner dans la perspective de la connaissance et selon les critères de validité que la psychologie se donne. (...) On le quitte encore lorsque l'on en dégage comme résultat des processus de développement de la connaissance, et qu'on propose comme le fait Piaget de poursuivre la transposition vers les sciences biologiques, en faisant référence à des mécanismes d'adaptation analogues à ceux mis en évidence en biologie. Et certains (c.f. Cellerier) parlent même de théorie darwinienne de sélection des schèmes, et ce faisant rejoignent les biologistes et neuro-biologistes qui parlent de darwinisme neuronal (c.f. Rosenfield 1989).(. . .)

On pourrait dire en résumé que si l'expérience psycho-cognitiviste cherche à retrouver la connaissance au-delà des savoirs mis en oeuvre, c'est au contraire de reproduire les savoirs au delà des connaissances que tend l'expérience didactique. Sur le fil des transpositions qui va de l'épistémologique vers le cognitif et se prolonge en direction du neuro-biologique, la transposition vers le didactique renverse l'orientation.»

Nous retrouvons alors la question du contrôle des processus transpositif des savoirs posées par Chevallard et Brousseau. Avons-nous seulement une prise là-dessus? Toujours dans l'article de RDM (Conne F., 1992, p. 251), je propose que : *le contrôle de la transposition sera de contrôler sur quoi cela devient savoir, c'est le contrôle du couple connaissance-situation et pas le contrôle du savoir.»* Je pourrais dire tout aussi bien c'est la question du contrôle du couple savoir/connaissance.

Transposition didactique et interaction de connaissances.

L'un des résultats, si ce n'est le résultat majeur de mon travail de thèse consacré a l'étude de la transposition didactique dans l'enseignement effectif de l'école élémentaire aura été de montrer, je cite (Conne F. 1981, p 451): «(...) dans le travail de la transposition didactique, les élèves ont une part active.» Le genre d'explications avancées dans ce travail est résumé ainsi (Conne F. 1981, dos de l'ouvrage):

«En classe comme ailleurs, les mathématiques que chacun pratique ne parlent pas d'elles-mêmes. L'échange scolaire exige donc des formes qui permettent non seulement au maître de désigner et à l'élève d'identifier ce qu'il faut apprendre, mais encore au premier de vérifier et au second de faire voir ce qui a été appris.

Ces formes indiquent qu'on fait des mathématiques ; elles ne garantissent pas pour autant l'authenticité du travail. Les représentations mathématiques ne sont pour les élèves que des supports à leurs activités d'écoliers et les termes restent liés au contexte. Identifier les mathématiques pratiquées revient à confronter ces illustrations aux activités effectives. En décrivant la chaîne qui va de la constitution d'un contenu (ensemble, nombre) jusqu'à la leçon, cette thèse montre comment le concept de transposition didactique permet la restitution de la réalité de la classe.»

Dans mon article de RDM (Conne F. 1992), je n'ai repris de ces explications que ce qui a trait à l'interaction de connaissances, à savoir que c'est par le biais des interactions et des adaptations **réciproques** de l'élève et du maître que les élèves deviennent acteurs dans le processus de transposition (ce qui en fait un processus jamais clos!). J'ai tenu à y montrer que ce phénomène didactique, l'interaction de connaissance, médiateur de la transmission des savoirs, ne concerne pas seulement les échanges maître élève, mais bien les connaissances et savoirs en jeu. On pourra ramener cela à l'étude des phénomènes de contrat didactique, pour autant que l'on réfère bien le contrat au système didactique dans son ensemble, maître, élève, **savoir.** Je cite J. Brun (Brun J. & Conne F., 1990): « *Le savoir ainsi transposé focalise les relations entre les élèves et l'enseignant au travers d'un autre processus, celui de la recherche d'un contrat.* »

La transposition didactique n'est donc qu'une valeur du concept de transposition des savoirs. Je défend l'idée que ce concept est important pour l'épistémologie. Les arguments que j'ai apporté dans mon article de RDM montrent un lien avec l'épistémologie génétique, et ceci transite, comme l'a proposé Piaget par des considérations de psychologie et de psychologie du développement. Dans l'argumentation des pages précédantes j'ai élargi mes références en considérant la perspective des sciences cognitives. J'ai plaidé pour un rééquilibrage de la recherche en faveur des données d'observations. J'aimerais maintenant donner quelques aperçus de ceci.

Retour de l'épistémologie sur l'expérience d'enseignement.

On peut considérer que le rôle de l'épistémologie est d'informer la didactique, de jouer le rôle externe d'une science de référence. Effectivement cela est pour la didactique une de ses préoccupations princeps. A ce titre, passer en revue les inspirations épistémologiques des différentes chercheurs reviendrait brosser un panorama complet de la didactique des mathématiques elle-même. Mon point de vue est autre, comme je l'ai dit plus haut ce qui m'intéresse c'est de renverser l'abstraction épistémologique et retrouver le plan de l'expérience. J'ai déjà montré différentes modalités plus ou moins complètes de ce retour (épistémologie génétique, prolongements par la théorie des champs conceptuels et la théorie des situation, etc.) auxquels il faudrait adjoindre les recherches actuelles de G. Arsac, et l'anthropologie des savoirs de Y. Chevallard, bien sûr. Traiter le didactique comme champ d'expériences épistémologiques est une démarche classique en didactique. Que ce soit sous la modalité d'une recherche didactique informée par l'épistémologie visant une simple mise en oeuvre de l'épistémologie, ou que ce soit plus fondamentalement sous celle d'une expérimentation didactique visant une confrontation de ces résultats au didactique lui-même (tant pour en dégager les spécificités du didactique que pour avancer de nouvelles thèses épistémologique), le regard porté sur l'expérience didactique est déductif, l'épistémologique y joue le rôle d'un cadre organisateur de l'expérience didactique. Pour ma part, j'ai toujours été porté vers une approche plus inductive qui m'apparaît aujourd'hui encore comme un complément indispensable. C'était la perspective adoptée dans ma thèse et je voudrais profiter de l'occasion qui m'est donnée ici pour en plaider la cause.

A ce propos, je vais revenir sur la première phrase du résumé cité ci-dessus, et dire la part d'explication qu'elle contient. Je cite à nouveau : *«En classe comme ailleurs, les mathématiques que chacun pratique ne parlent pas d'elles-mêmes.»* Cette remarque renvoie à une question plus générale aussi simple que redoutable, tout le monde se la pose : dans l'expérience didactique quelle part des mathématiques doit-on mettre ? quelle part y est déjà (soit qu'elle soit apportée par le sujet, soit qu'elles y soit de fait) ? J'ai donc été tenté d'examiner un enseignement effectif de mathématiques en classe élémentaire (CP et CEl). Si, comme je l'ai soutenu ici même, l'abstraction épistémologique est possible, c'est qu'il est en matière de connaissance et de savoir certaines invariances. Donc différentes formes d'expériences, différentes valeurs dans les références individuelles et culturelles devraient nous ramener à des problématiques épistémologiques bien connues. Je serais même tenté de dire de moi avec ironie qu'ici je suis préoccupé par *l'immanence* de l'épistémologie dans le didactique. Je n'en prendrais pas moins le risque de vous faire état d'exemples extraits de mes recherches, et dont je tire argument pour la proposition suivante : **les problèmes didactiques renvoient à des problèmes épistémologiques majeurs.** A mon avis c'est ce qui rend **inévitables et incontournables** les démarches d'expérimentation didactiques évoquées ci-dessus.

De l'ontologie en première année primaire ?

Le principal handicap de la méthode descriptive est d'amener à de longs développements. Le lecteur voudra bien me pardonner ce défaut. Je commencerai par vous inviter à vous replonger dans l'enseignement des ensembles à l'école élémentaire, et vous citerai à ce propos de longs extraits de ma thèse: <u>La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire.</u> (Conne F. 1981.) La longueur de la citation montre combien l'univers didactique est plein, et en particulier combien riches parce que multidimensionnelles sont les références culturelles, et cela même pour des tâches très formelles!

«Il s'agit donc de l'illustration ensembliste des diagrammes de Venn en première primaire afin d'enseigner des rudiments de logique. (extraits des p. 111 à 125): « (Dans ces programmes,) les ensembles n'ont pas de noms. Ils ont bien une "étiquette" mais celle-ci se définit dans le cadre d'une tâche précise: "c'est le critère décidé ou choisi pour un classement donné" (Méthodologie Romande, 1 P, 1ère éd . p. 8). Il s'agit donc d'une classe logique dont la <u>compréhension</u> est figurée par l'étiquette-attribut, et l'<u>extension</u> par la plage ensembliste et son contenu. (...)

Ces représentations diagrammatiques sont-elles utiles à l'acquisition du concept d'ensemble (entendez classe logique)? Le présent programme donne une réponse affirmative. Et les méthodologues annoncent même le passage des ensembles que l'on remplit d'éléments à ceux illustrés par Euler, Venn, Carroll. Je cite: "les cordes dessinées ont pour fonction de séparer les *ensembles. A un premier stade, les éléments sont représentés. A un stade supérieur, la "corde" désigne un ensemble et il n'est plus nécessaire de représenter les éléments." (Méthodologie Romande, 1P, 2ème éd. p.37). (...) L'ensemble est alors un contenant dont on oubliera finalement le contenu. Au passage, il y a généralisation puisque tout contenant, en tant que tel, pourra être considéré comme un ensemble: par exemple, le complémentaire d'un ensemble. (...)*

Mais l'analyse didactique peut expliquer comment, dans le but d'enseignement, on en vient à réduire autant le champ de la logique. Tout s'explique quand on considère la logique même de la mise en place de cet enseignement. Et c'est une logique de l'illustration, de la monstration. Les éléments du jeu de blocs logiques sont en fait non pas les éléments d'une classification mais ceux d'un marquage. (. . .).

Les éléments sont, dans les jeux, les entités objectives par excellence. Cela se marque de différentes manières, mieux sur les plans du langage ou sur celui des règles du modèle spatial des objets concrets, que sur celui de la représentation diagrammatique à proprement parler.

*a) **Langue naturelle.** La distinction entre le référentiel et les sous-classes qui seront considérées se traduit par la distinction: substantif-adjectif ou locutions composées des mots "avec / sans" (...)*

*b) **Placement des objets.** Unicité de la place des éléments. La correspondance réaliste élément-objet, voulue par les méthodologues dans les jeux d'introduction, fait que les premiers empruntent aux seconds l'exclusivité de la position : en tant qu'objet, l'élément ne peut avoir qu'une seule et unique place. La plupart des tâches proposées demandent à l'élève de remplir un diagramme et de ce fait d'effectuer un classement. A l'élève donc de déterminer successivement la place de chaque élément donné. Les objets ne peuvent être superposés, ni se chevaucher ou encore ne seront pas accolés. Cette exclusivité de la position est relative aux attributs considérés: deux répliques d'un même élément doivent être côte à côte comme des jumeaux dans un pousse-pousse. Donc la règle d'exclusivité est doublée d'une règle d'interchangeabilité des éléments équivalents. Au contraire pour les étiquettes-attributs, les règles de placement sont bien plus floues. Notons qu'il n'y a pas de solution satisfaisante pour rendre compte à la fois de l' intersection et de la réunion. Les ensembles ne sont pas des objets indépendants. Ils peuvent, et doivent dans certains cas, se chevaucher, voire se superposer complètement. Dans ce dernier cas, le marquage se fera par une double corde ou par deux étiquettes. Cette difficulté de représentation est exactement celle que l'on rencontre avec l'ensemble vide et l'idée que celui-ci est inclus dans tous les ensembles. (Ce n'est donc pas cette notion en tant que telle qui pose problème.) Exhaustion du placement. L'ensemble ne saurait être constitué qu'au moment où il contient tous les éléments répondant au critère choisi et rien que des éléments de la sorte. (...).*

*c) **Placement des étiquettes.** Les étiquettes-attributs répondent aussi à des règles précises, sous la forme de règles de présentation destinées avant tout aux enseignants .(. . .).*

*d) **Figuration des ensembles.** Pour ce qui est des ensembles, il y a aussi des règles. Entre autre la forme de la corde qui les délimite doit être quelconque. Pour exprimer ceci, on peut avoir recours soit d une forme parfaite lisse, soit au contraire "bosselée", mais connexe bien sûr. (...).*

*e) **Ordre/désordre comme indice de classement.** Si les éléments sont à classer, ils seront donnée "en vrac". Le mélange signifie l'absence d'organisation, les éléments sont fournis sans considérations de leurs attributs. Dans d'autres cas, pour entourer les ensembles, les zones que l'on peut perceptivement repérer (rapprochements de couleurs, formes, tailles) sont considérées comme les ensembles.»*

Eclairons alors cet exemple de la citation suivante extraite de l'ouvrage de René Thom intitulé : Stabilité structurelle et morphogenèse. (chap 13, De l'animal à l'homme pensée et langage. p. 294–295.):

« La théorie des catastrophes conduit à une certaine formalisation de la dynamique animale ; mais de même qu'en mathématique pure, une formalisation complète de l'arithmétique bute sur les apories de la théorie des ensembles, liées à la self référence (...), de même une formalisation de la dynamique vitale ne peut que déboucher sur ce même type de difficulté, liées à la self référence, à la nature de la différence entre le moi et l'autre. en un mot sur l'ambiguïté essentielle qu'affecte le concept d'identité. (souligné par moi.)

Selon notre point de vue, le symbolique est issu du conflit entre deux manières radicalement différentes d'envisager l'identité d'un être:

1 . Pour un être spatial, matériel, l'identité peut être définie simplement par le domaine (connexe) d'espace temps que cet être occupe. En effet deux objets matériels sont interpénétrables l'un à l'autre, comme deux solides. Ainsi l'identité d'un homme, son nom propre, peut être considérée définie par la localisation spatio–temporelle du domaine occupé par son corps. (L'identité «civile» réduit cette localisation aux lieu et date de naissance.)

2. Pour un être de type abstrait, comme une qualité par exemple, l'identité ne repose plus sur une base spatiale. Une même couleur, vert par exemple, peut être trouvée simultanément en deux endroits différents de l'espace, la définition même de la qualité est parfaitement indépendante de la localisation spatio–temporelle des objets qui la possèdent. Ici l'identité est de nature sémantique, elle fait appel à la «compréhension» d'un concept.

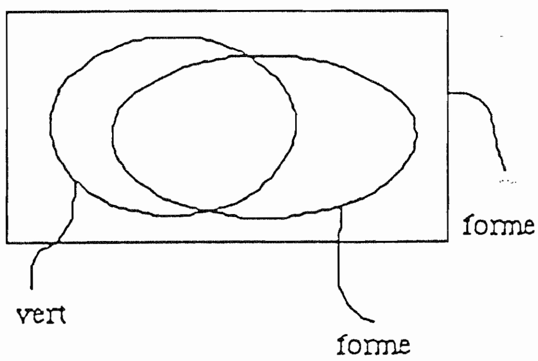
A partir du moment où la « qualité d'être», le statut ontologique qu'on accorde à un être est plus de nature sémantique que de nature spatiale, alors rien ne s'oppose à ce que cet être puisse apparaître simultanément, sous des apparences d'ailleurs diverses, en des lieux différents de l'espace. D'où les faits de participation *que Lévy–Bruhl avait qualifiés de prélogiques, mais qui en fait, s'expliquent très naturellement dans le cadre d'une logique «intensive», qui met plus l'accent sur la compréhension des concepts que sur leur extension, à l'opposé de la logique moderne. C'est du conflit, de la dialectique, entre ces deux critères d'identité que naît l'imaginaire. (. . .) Et la mitose cellulaire, la procréation qui réalisent le projet peuvent être conçues comme des projections du sémantique dans le spatial : Et le verbe s'est fait chair! »*

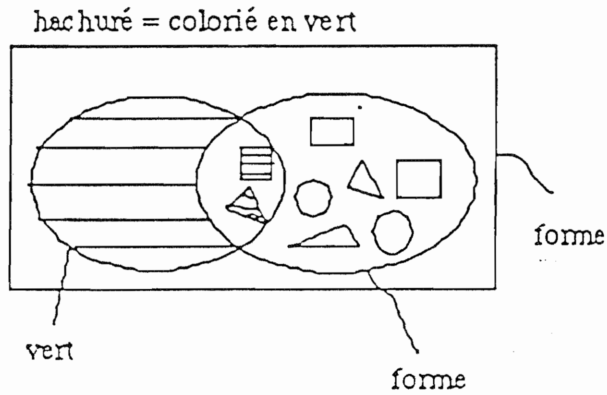
Bien que les préoccupations R. Thom se situent à mille milles de celles que j'avais dans ma thèse, et qu'il ne s'agisse pas ici de faire de qui que ce soit, moi–même, les auteurs de la méthode, les enseignants, les élèves, des M. Jourdain de l'ontologie, mais de bien voir ceci : toutes proportions gardées, ces préoccupations partagent au moins un même objet épistémologique. Bien entendu, concernant un projet d'enseignement si modeste, limité, élémentaire, simple que celui des diagrammes de Venn en première année primaire, personne n'a jamais eu l'intention d'entrer dans les considérations fondamentales de Thom. Bien au contraire, l'astuce didactique que l'on avait trouvée résidait justement à proposer un appareil de tâches éludant ces problèmes ontologiques ; cela consistait en quelque sorte à remonter le cours évoqué par Thom. A l'origine du projet didactique, l'intention est bien de conférer aux objets traités une nature sémantique. Les citations de la Méthodologie Romande en témoignent : dès le départ il est clairement stipulé que les élèves travailleront jusqu'à pouvoir raisonner directement en termes d'ensembles et pourront faire abstraction de leurs éléments. Mais pour y aboutir, on se propose d'en revenir à un statut ontologique

·<compréhension» d'un c

des objets, plus spatial que sémantique. Or nous voyons que ce qui a été chassé d'un côté, à la faveur de l'illustration concrète et manipulatoire, revient d'un autre à la faveur des nécessités de signifier certaines choses, de les communiquer, de les symboliser, d'échanger à leur propos. (On se réfèrera aussi aux citations de la Méthodologie Romande faites aux pages 132, et 133 de ma thèse.) C'est là le fait le plus intéressant à retenir. L'analyse de l'observateur externe que j'étais n'a pas manqué de buter sur le conflit entre les deux critères d'identités, conflit que la méthode espérait éluder, ou pour être plus exact, conflit qu'elle voulait épargner aux élèves. On a donc tenté en quelque sorte de contenir, voire retenir le sémantique du côté du dispositif. Mon analyse mettant en évidence les règles implicites de placement et de symbolisation montre comment cela s'effectuait. Or une telle opération, si elle est envisageable sur le papier, tant qu'on en reste à la lecture du manuel, ne l'est plus dès lors que l'on passe à un enseignement effectif, en classe, avec maître et élèves en chair en os. Impossible d'évacuer ainsi le sémantique. Il n'est en effet donné à personne de suspendre la dialectique évoquée par Thom. Et ce vain effort de rétention se soldera finalement pour l'entreprise enseignante en une perte du contrôle sémantique. De multiples observations rapportées dans ma thèse attestent qu'il en allait bien ainsi dans la réalisation de cette méthodologie. Mais j'ai pu en dire plus encore puisque d'autres observations effectuées lors de cette même recherche, mais provoquées celles-là, ont montré l'efficacité didactique de toute action rétablissant la dialectique évoquée par Thom, et la richesse de ce que les élèves en restituent. Encore fallait-il être capable de la repérer, et, bien entendu, ne pouvait y être sensible qu'un observateur ayant un tant soit peu réfléchi à ces questions, et qui, fort de ce souci du sémantique, était prêt à prendre quelques libertés vis à vis des principes soi-disant méthodologiques. Je ne donnerai ici qu'un seul exemple, pour le reste, le lecteur pourra consulter ma thèse.

(p.164) La maîtresse avait proposé par erreur à remplir le diagramme ci-dessous. On remarque qu'elle a mis deux fois la même étiquette "forme" . Une fois pour désigner l'ensemble référentiel, et une autre pour désigner un des deux ensembles. Ceci n'a pas manqué de poser quelques problèmes d'interprétation aux élèves. Plutôt que de corriger l'erreur de la maîtresse, je leur ai proposé d'en discuter. L'un d'eux présente sa solution: **le vert** *qui n'est pas une forme, c'est du* **vert**.



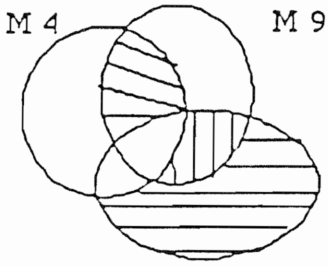


Je ne sais en quelle langue est écrit le didactique, mais il y a entre la citation de Thom et la pratique observée un effet d'intelligibilité qui me surprend et m'enthousiasme. Dans ma thèse, je cherchais à décrire quelques mécanismes qui contribuaient à la transposition didactique. Pour cet exemple relatif à l'enseignement des diagrammes de Venn, j'avais arrêté mon curseur sur un point précis de la chaîne de le transposition didactique, celui concernant la confection de tâches destinées à supporter l'apprentissage des élèves. Je viens de montrer, sur ce point spécifique, que ce fait que j'avais abordé par le biais d'une analyse de la transposition didactique, je pouvais aussi le rattacher à des considérations apparemment étrangères à cette problématique, et qui, pour le moins ne relevaient pas des mêmes a priori philosophiques. Cette rencontre inopinée de deux points de vues si différents renforce mon analyse et encourage à porter ce regard sur les phénomènes d'enseignement. Et si j'ai tenu à faire figurer dans ma citation la dernière assertion de Thom concernant la reproduction en tant que réalisation d'un projet, c'est que ce prolongement rencontre encore son analogue didactique. Tout vient en effet que dans l'enseignement, on ne peut se contenter de présenter des situations, il faut encore y faire entrer l'élève, initier un certain développement. Ce point a été repris dans mon article de RDM (Conne F. 1992) je cite:

(p.243) «L'enseignement est une entreprise délibérée de transmission de savoir. C'est une projection: le savoir visé est projeté par l' enseignant sur un segment de réalité, sur lequel va s'élaborer la connaissance de l'élève, le savoir est utilisé par l'enseignant pour installer l'élève et sa connaissance dans un modèle situationnel. C'est aussi un projet, une part de la connaissance induite chez l'élève par ce segment de réalité, se verra reconnue comme utile puis comme suffisamment proche du savoir à enseigner pour pouvoir en prendre la forme.»

Ajoutons que ce genre d'observations n'est pas isolé, local ni épisodique, mais que comme tout problème non résolu il perdure. Il est très facile à un observateur attentif à ce qui paraît d'abord comme de petits événements de classe d'en trouver d'autres.

Très récemment encore, toujours à propos des diagrammes de Venn, mais en 5ème année primaire d'une école de Suisse Romande cette fois (élèves d'âge CE2). Lors de l'étude des "multiples et diviseurs", le manuel proposait en exercice d'illustrer les relations entre multiples au moyen de diagrammes de Venn; il était proposé aux élèves de représenter sur un tel diagramme les multiples de 4, de 9 et de 12. Les élèves ayant appris la méthode diagrammatique de Venn copient donc un schéma de trois ensembles quelconques et de leurs intersections. Puis ils hachurent les plages qui sont nécessairement vides et notent quelques éléments dans les autres plage:



Le schéma est correct, mais ne satisfait pas l'enseignante qui aurait voulu que les élèves disposent les ensembles en illustrant les relations d'inclusion. Elle ne trouve pas d'autre moyen de communiquer cette contrainte que de leur demander de trouver un schéma qui ne comporterait pas de plage vide. Les élèves ne réussissent pas à résoudre ce nouveau problème d'illustration des relations de divisibilité. On peut le comprendre car ils ne savent justement pas encore que diviser c'est contenir. *L'épisode est très intéressant. D'abord, il se rapporte un grand moment de la transposition didactique des mathématiques modernes : un outil nouveau les ensembles – pour un objet ancien – les relations de divisibilité dans Z, (pour une analyse de ceci, Conne F. 1994.) Ensuite, et ceci rejoint mon propos, c'est un exemple où la progression du programme de mathématiques va à rebours d'un progrès mathématique. Et le fait que ce dernier soit un aspect très anecdotique de l'histoire des mathématiques rend l'exemple encore plus saisissant. Durant leur 4 premières années primaires en effet, les élèves dont il est question ici avaient appris à utiliser des diagrammes de Venn. Or on sait que ce dernier s'était inspiré d'une idée didactique d'Euler (<u>Lettres à une Princesse d'Allemagne</u>.), qu'il avait améliorée en la généralisant. On peut dire que là où le souci d'Euler était d'illustrer des relations de classes, celui de Venn était de proposer un algorithme de calcul logique ; et que le prix à payer aura été une perte de lisibilité, l'illustration se faisant moins évidente, ce qui nécessite de l'usager qu'il déduise les relations du diagramme, plutôt que de les* *lire directement. Dans notre anecdote, les élèves ont mis en oeuvre leur savoir, ce qui ne correspondait pas exactement au projet d'enseignement qui lui voulait surtout illustrer les nouvelles relations numériques à apprendre.*

La maîtresse a donc cherché à faire retrouver l'usage moins élaboré d'Euler à partir d'un savoir plus achevé, les diagrammes de Venn ! On ne s'étonnera pas de son échec. Mais l'important n'est pas là, c'est plutôt la logique qui a déterminé cet épisode d'enseignement, à l'insu du maîtresse, toute ignorante qu'elle était de l'origine de l'objet d'enseignement. Le contrôle de l'enseignement des mathématiques et de la transposition didactique est bien un contrôle épistémologique.

En poursuivant alors le raisonnement de Thom, selon ses propres conceptions des mathématiques, on pourrait voir aussi que ce phénomène est peut-être bien lié au contenu mathématiques, faits d'objets immatériels. Et pour que ce soit bien établi qu'il en est ainsi permettez-moi de présenter une autre convergence, avec un autre auteur, Quine cette fois-ci. Voici comment l'éditeur de la traduction française présente son ouvrage intitulé : <u>Le mot et la chose</u> (Quine W. V. O. 1977):

«Quelles sont les catégories les plus générales de la réalité? Aristote a tenté de répondre à cette question, mais sa méthode ne résiste pas à la critique de Benveniste et Vuillemin : "Croyant classer les notions, Aristote a classé en réalité des catégories de langue, en sorte que les particularités de la langue grecque ont dominé le destin de la philosophie en Occident."

Le Mot et la Chose *est à l'abri de cette objection. Ce n'est pas à la langue naturelle que Quine fait jouer le rôle de "révélateur" d'ontologie, mais à la langue formelle construite pour exprimer le savoir scientifique. "La recherche de la notation canonique universelle qui ait la structure la plus simple et la plus claire possible ne doit pas être distinguée d'une recherche des catégories dernières ou d'un effort de reproduction des traits les plus généraux de la réalité."*

Le choix entre notations *rivales n'est-il pas affaire de convention, contrairement au choix entre* théories rivales? *Quine refuse ce contraste. Certaines conventions sont plus efficaces que d'autres et cette différence* objective *d'efficacité est comme l'écho assourdi de la réalité. Chez Quine, le réalisme fait sa rentrée dans le foulée du pragmatisme le plus radical.*

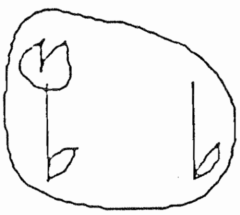
Toutes les expressions référentielles ne sont pas porteuses d'ontologie. Seules le sont celles que l'on ne peut pas éliminer par la paraphrase. Une enquête méthodique s'impose ici. L'un des mérites majeurs du présent ouvrage réside dans le souci de l'auteur de quitter le plan des généralités pour entrer dans le détail des applications concrètes.»

Vous vous imaginez combien son propos est éloigné de notre univers de l'enseignement des diagrammes de Venn à des élèves de 7 ans. Je vous fais grâce d'entrer dans les détails de la discussion philosophique qu'y tient Quine. Pourtant à la lecture, du dernier chapitre de l'ouvrage, intitulé: <u>Décision ontique</u> où il est question d'examiner quels éléments vont être tenus pour des réalités auxquelles vont se référer les phrases du langage formel à constituer, deux points m'ont passablement frappé.

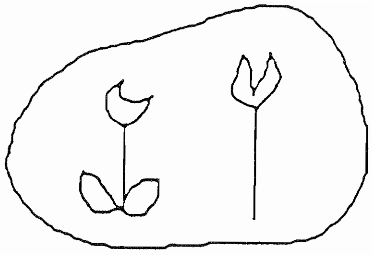
1 • Le premier a trait à la discussion où est en cause l'existence d'objets abstraits, comme les attributs, les classes, etc... La question n'est pas seulement de savoir si l'on doit admettre leur existence, mais aussi de savoir si on ne peut pas s'en passer, du moment où on a admis l'existence de tels ou tels autres objets. Quine argumente en faveur de la nécessite de supposer existants aussi bien les objets concrets que les attributs, et montre que ces derniers ne peuvent se déduire d'une simple généralisation. Ainsi dit-il en substance, si on dispose de différents objets ayant la propriété d'être "rond" ou "chien", on pourra sans doutes considérer l'existence de termes généraux concrets, les termes de "rond" ou de "chien" (terme généraux vrais d'objets physiques) *qui réfèrent à l' un ou l'autre des objets particuliers qui se trouvent être "rond" ou "chien", mais que cela ne dira pas qu'il existe pour autant un attribut abstrait qui leur corresponde et dont le terme abstrait singulier serait "rondeur" ou "caninité" ou "espèce canine" et le terme général serait : "trait" et "espèce".*

(p 331 et 332) «Ces personnes auront le sentiment que tout terme général applicable aux objets physiques, comme "rond" ou "chien" symbolise en même temps un attribut. (. . .) Mais lorsque nous décidons de permettre à un mot – "lueur" par exemple pour prendre un cas contestable – de recevoir un plein emploi comme terme général, le fait est simplement que "les lueurs", mais non la "luminosité" ou le "genre des lumineux" est érigé en objet.» Au passage (p. 334) il montre par un raisonnement évident, mais bien typique d'un philosophe, que l'on ne saurait faire appel à deux significations du mot il existe, l'une qui serait propre aux objets concret, l'autre aux objets abstraits (autre que "l'une serait dans l'espace et l'autre non").

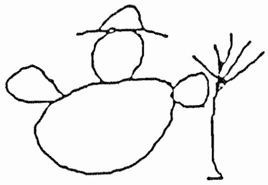
2 • *L'intérêt est que cette recherche portant sur le langage amène Quine à présenter des distorsions de langage, et la façon dont elles jouent dans la communication, des jeux de glissements de sens et d'ambiguïté qui sont justement ceux auxquels n'échappent pas les enseignants de classe élémentaires lorsque, par exemple, ils ont voulu enseigner les ensembles. Ce qui est pointé dans la discussion philosophique est exactement ce qui fait problème dans la pratique enseignante. En voici un exemple tiré encore de ma thèse. (Le lecteur intéressé se référera à ma thèse chapitres 3, p.107 à 160, et chapitre 5 p.223 à 302 pour des observations de productions de classe ; en ce qui concerne le recours aux symboles iconiques, le lecteur se reportera plus particulièrement aux pages 114 à 130, 134 à 138, 144 à 165.) Dans l'enseignement des mathématiques modernes et de la logique au travers des "ensembles", les pédagogues ont eu recours à un codage iconique. On espérait éviter ainsi aux élèves des difficultés langagières non proprement mathématiques. Pourtant les mêmes problèmes que pointe Quine et qu' il illustre sur la valeur des termes de langage se retrouvent dans l'usage des symboles. Ainsi par exemple, lorsqu'ils font recours à des icônes pour représenter des objets, les manuels et les enseignants reprennent les mêmes icônes pour représenter les attributs. Les mêmes symboles ont différentes valeurs, ils représentent tour à tour : des objets concrets, des types d'objets, des traits particuliers, des attributs d'ensembles, ou encore des marquage de certaines plages d'un diagramme, c'est ce que j'ai appelé la multivocité des signifiants. J'ai montré que les élèves finissaient par apprendre grosso-modo d'être attentifs à ces distinctions en recourant à des indices donnés par le contexte de la tâche et certaines représentations véhiculées par la maîtresse (qu'elle partageait avec eux), essentiellement des indices sur la fonction de tel ou tel symbole, de telle ou telle disposition de ces derniers, renforcés encore par l'apprentissage de modèles d'action (algorithmes de placement d'éléments dans les plages d'un diagramme). J'ai raconté cela en détails dans un article intitulé:* <u>Un canard dans les mares.</u> *(Conne F. 1987), où je montre comment cet objet d'enseignement (diagramme) jouait sur deux modalités de relations logiques et spatiales. Ces faits sont généraux et ont pu être illustrés exactement de la même manière à propos de l'enseignement de la division écrite. (Conne F. & Brun J, 1989). De plus, j'ai pu montrer très clairement par des exemples ayant trait à la négation, ou par la mise en évidence des règles implicites concernant l'usage de ces icônes que ces symboles étaient structurés et ne représentaient pas tant des objets que des structures d'objets. Par exemple:*



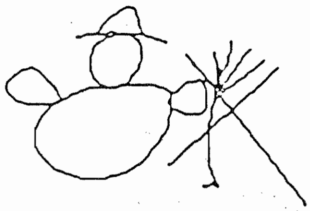
ce ne sera pas considéré
comme un ensemble de
tiges de fleurs



ensemble de 2 fleurs
l'une d'elles a des feuilles
l'autre pas



icône représentant l'attribut:
"bonhomme de neige avec balai".



icône représentant l'attribut:
"bonhomme de neige sans balai".

Ainsi en est-il des cartes de matériels structurés ou des blocs-logiques (Dienes) utilisés pour ce genre de tâches scolaires. Il y a en effet une sémantique (manifestées ici comme des règles de préséances sémantiques), autant d'implicites culturels allant de soi pour les enseignants. J'ai montré dans ma thèse comment dans la pratique de cet enseignement, le contrôle de tout cela restait malgré tout langagier (malgré l'intention affichée des auteurs de réduire la part langagière), et que ceci provenait de la mise en place systématique d'activités préalables de description des dispositif et d'explicitation des consignes. C'est en effet le programme lui-même qui établit cette organisation en faisant précéder les activités ensemblistes d'activités de type jeu de portrait d'objets ou d'images *Ce contrôle par le langage est donc bien plus qu'unedisposition pédagogique mais porte sur l'objet d'étude lui-même.*

Ces observations vont bien dans le sens de Quine qui montre de son côté qu'il ne s'agit pas seulement de distinctions futiles de langage. Il invoque alors ce qu'il appelle *escalade sémantique,* qui nous allons le voir concerne de très près les échanges scolaires. Je le cite:

(p. 372) « (L'escalade sémantique est) le passage d'un discours où l'on s'exprime en certains termes, à un discours où on parle de ces termes. (... Or) l'escalade sémantique, s'applique partout.»

(p. 373 à 375) . La stratégie de l'escalade sémantique consiste à porter la discussion sur le terrain où les parties sont davantage en accord, tant sur les objets de la discussion (à savoir les mots) que sur les termes principaux qui les concernent. Les mots, ou leurs inscriptions, d la différence des points, des milles, des classes, et du reste sont des objets tangibles, d'un format très populaire sur le marché public, où les hommes en dépit des différences que présentent leurs schèmes conceptuels, communiquent au mieux. La stratégie de s'élever jusqu'à un niveau où les deux schèmes conceptuels fondamentalement différents se rejoignent, lieu optimum pour discuter leurs fondernents disparates. Rien d'étonnant qu'elle rende service en philosophie.

Mais cette stratégie intervient aussi dans les sciences naturelles. La théorie de la relativité d'Einstein fut aussi acceptée sur la base de réflexions portant sur la théorie elle-même, en tant que discours, et sur sa simplicité comparée à celle des théories rivales.

Le procédé d'escalade sémantique a été utilisé beaucoup et avec soin dans les études axiomatiques des mathématiques pour éviter des pétitions de principes. Quand un mathématicien axiomatise quelque théorie déjà familière, la géométrie par exemple, il court fréquemment le risque d'imaginer que c'est à partir des seuls axiomes qu'il a déduit une vérité familière à la théorie, alors qu'en réalité il a exploité, sans s'en rendre compte, d'autres connaissances géométriques. Comme précaution contre ce danger, on recourut d'abord à un procédé distinct de l'escalade sémantique : la mise entre parenthèse de l'interprétation. (....) En tout cas lorsque Frege eut réalisé une formalisation complète de la logique, une précaution de rechange, *plus raffinée que la première, contre les pétitions de principes devint disponible pour les études axiomatiques; et elle est précisément l'escalade sémantique.»*

Là encore un point essentiel relevé lors de l'observation élémentaire. Quittons l'exemple un peu obsolète de l'enseignement des ensembles et de la logique à l'école élémentaire. Les échanges verbaux entre enseignants et élèves se caractérisent justement par un recours fréquent à l'escalade sémantique. Ainsi pour des raisons de méthode, l'analyse de protocole d'échanges à propos de problèmes d'arithmétique doit faire la distinction entre les déclarations des protagonistes qui se réfèrent au niveau a-didactique et celles qui se réfèrent au niveau didactique de la situation où ils se trouvent. Certaines déclarations sont à interpréter à titre d'expression de pensée en oeuvre dans le problème, tandis que d'autres sont manifestement des termes de l'échange didactique. Il y a passage d'un niveau à l'autre, qui correspond bien à la description que donne Quine et que je n'hésite pas à qualifier *d'escalade sémantique de type didactique.* Je cite un document annexe à un article paru dans Petit 'x (Conne F., Pauli L. 1989) :

«Je propose d'examiner dans les protocoles les expressions produites et les termes échangés lors des entretiens entre un expérimentateur et un élève. Un des multiples facteurs qui rend toute description de l'échange verbal complexe, tient à ce que les mots peuvent prendre, pour l'observateur, deux valeurs distinctes:

– à titre d'expressions de la pensée, ils réfèrent aux traitements de celle-ci ;

– à titre de termes de l'échange, ils sont eux-mêmes des objets traités par la pensée (et ceci même si ces objets sont aussi évanescents que des paroles !).

Un type particulier de traitement consiste pour l'un des protagonistes à intégrer (assimiler) les termes de son interlocuteur à ses propres expressions. Un autre type de traitement est la recherche puis le choix des termes adéquats pour réorienter la pensée de son interlocuteur et l'engager à des traitements particulièrement souhaités dans l'échange didactique. L'échange maître-élève (expérimentateur-élève) prend place dans un processus donné, en évolution dans le temps. Il y a dédoublement et articulation de moments divers. Dans une première approche, l'analyse découpera des séquences et cherchera à situer les transitions entre celles-ci. Un critère possible est celui d'une unité de redondance dans les expressions et termes. Ceci signifie que dans une même séquence, les termes réfèrent à un même point de vue, ou encore à des mêmes règles d'actions ou nécessités mathématiques. Il y a seulement réitération de l'expression. Par contre aux points de rupture, il y a changement de point de vue : les objets traités sont nouveaux, ou considérés sous un angle nouveau. A noter que le meneur de l'entretien peut décider d'intervenir à l'un ou l'autre type de moment. Tantôt il essayera de se faire expliciter (expliquer ou réexpliquer) le point de vue de l'élève. Tantôt il essayera de lui suggérer quelque chose pour lui faire changer de point de vue. Peu importe qu'il y réussisse ou non, ici c'est l'intention didactique qui m'importe. Par exemple, il induira un changement de perspective dans l'esprit de l'élève alors qu'il voulait seulement des précisions de sa part, ou au contraire, il échouera dans une de ses suggestions. Ceci peut même rendre momentanément le meneur mené ! En général, les échanges portent sur des mots chargés de sens et non pas sur le sens des mots. Ceci montre qu'il est primordial pour les partenaires de comprendre à quoi chacun se réfère lorsqu'il s'exprime. Ceci comporte une part interprétative, fortement intuitive, implicite, localement adaptée, sur la base de critères empiriques et le plus souvent peu pensés. Quoique fort subtile et souvent pertinente (ce qui en soi est plutôt étonnant), elle n'en est pas moins susceptible d'erreurs. Tout autre est le travail d'interprétation qui essaye de rendre compte d'un entretien entre un maître et un élève pour dégager ce qui s'y passe. C'est une chose de suivre au fur et à mesure un élève, c'en est une autre de pouvoir *comprendre dans sa globalité le traitement d'un élève, les interactions de celui-ci avec ses interlocuteurs, et les problèmes mathématiques qu'il y traite. Au cours d'un tel travail, on se rend compte de deux choses:*

– a) Au travers de leurs expressions, l'activité des élèves (comme celle des maîtres) est plus grande que ne le laisse apparaître le simple examen de leurs réponses (respectivement, interventions). Cette activité déborde toujours celle requise par la résolution formelle des problèmes ! Il se peut aussi que ces activités ne se recouvrent que peu, c'est bien connu.

–b) Les raisonnements des élèves (et ceux des maîtres) s'avèrent plus consistants, c'est-à-dire plus cohérents que ne le laisserait supposer une lecture empirique (i.e. qui n'analyse pas l'entretien, mais se contente d 'en faire une lecture suivie)»

Quelle est la portée de telles observations? Sont-elles banales ou au contraires très sérieuses? Bien entendu, l'éventualité est toujours grande de voir le chercheur ou l'observateur s'égarer (donc que moi-même je m'égare). C'est le danger de l'induction (cf. la citation d'Euler). L'affaire n'est pas entendue pour autant; c'est une question ouverte de recherche. Je m'y suis attaché et je compte apporter prochainement de nouveaux arguments à son propos. Mon hypothèse, vous l'aurez deviné est que c'est une question très importante. On aurait tort de penser que la Transposition Didactique n'a plus rien à nous livrer. Ainsi nous n'avons jusqu'ici fait qu'évoquer les *pratiques sociales de référence.* Passé le premier effet d'intelligibilité, cette formule demande à être affinée, explicitée, étudiée. La question avait été abordée à la Vème école d'été de didactique des mathématiques, par Vergnaud, Brousseau et moi-même : c'est la distinction *situation jouée / situation évoquée* qui est en cause. Vergnaud a insisté sur cet aspect qu'il appelé *la référence* (Vergnaud G. 1994), dans mon article de RDM (Conne F. 1992), je l'ai mentionnée sous l'angle de *l'ambivalence de la transposition didactique.* Je cite (p. 263):

«Cependant une circonstance encore plus fondamentale a joué. Comme je l'ai dit, en didactique, on établit une double référence aux situations didactiques et aux situations de référence de ces savoirs. ***Ceci confère à la transposition didactique une ambivalence.*** *En effet la situation de savoir doit être traitée en tant que telle, elle doit être* pratique *comme l'est toute situation propre à un* savoir-pragmatique. *Ainsi lorsque la transposition didactique procède d'un* savoir-savant, il *lui faut transposer ce savoir en une* situation pratique, *c'est-à-dire réaliser ce savoir comme* savoir-pragmatique. *Il faut que le travail scolaire soit pour de vrai. Mais en revanche, cette situation ne sera pas à prendre pour elle-même, mais pour l'exemple, parmi tant d'autres* réalisations pragmatiques *qui eussent été possibles. C'est alors par l'enchaînement et l'articulations des situations entre elles que la transposition didactique retrouvera le* savoir-savant *et son organisation, c'est-à-dire assurera que les savoirs scolaires s'organisent et se développent à la manière des* savoirs-savants. *Dans le cas où la transposition didactique procéderait d'un* savoir-pragmatique, il *lui faudrait alors le transposer de sorte qu'il puisse jouer le rôle organisateur et cristallisateur, en un mot formateur qu'on lui a attribué en le choisissant. Cette circonstance est fondamentale car elle est inhérente au didactique, avant même toute mise en oeuvre effective de l'enseignement.»*

Etudier la transmission des savoirs en produit de nouveaux.

Nous avons vu que certains problèmes didactiques renvoyaient à des problèmes épistémologiques généraux, et ce, à l'insu du système d'enseignement (du projet d'enseignement, des plans d'études, des programmes, et des enseignants). C'est ce que montre une observation fine, dans des conditions où le didacticien s'est abstenu de proposer ou dispenser lui-même un enseignement (qui dès lors serait forcément inspiré d'une analyse épistémologique un peu plus explicite). Ce sont des rencontres bien réelles et dont le caractère inattendu n'amoindrit pas la signification, bien au contraire. Le champ didactique est soumis à certains des enjeux dévoilés par les savants, les philosophes, les logiciens ou les mathématiciens. L'induction a aussi sa place en didactique. Cela contraste avec les efforts déductifs mais trop souvent idéalistes et schématiquement applicationnistes, où les enseignants ou didacticiens essayent de tenir compte soit d'une idée épistémologique originale, soit de données épistémologiques et s'efforcent à appliquer les résultats de ces références savantes externes. Cela se solde souvent par des échecs, comme la réforme des maths modernes en sont un exemple. Brousseau et Maudet ont analysé en détails cela pour les idées de Diénes (Brousseau G. 1986, Maudet C. 1979). Pour ce qui concerne les données de la psychologie d'inspiration piagétienne, Brun a décrit ses impasses depuis longue date (Brun J., 1975, 1994), de même Ricco (Ricco G. 1992). Le didactique se dérobe et résiste aux doctrines de la connaissance avec une vigueur surprenante.

Cela signifie que le didactique entretient avec l'épistémologique des rapports qui ne sont pas aussi simples que le laisseraient penser les réussites de l'abstraction épistémologique. C'est la méconnaissance du didactique lui-même qui cause tous ces déboires. Et Rouchier, à la suite de Passeron a raison de rappeler dans sa thèse que (Passeron J-Cl., 1989, Rouchier A., 1991, p.27, c'est moi qui souligne):

« Nous rencontrons donc ici trois formes d'interrogation sur le savoir. La première se constitue comme le domaine même des sciences cognitives. Il s'agit d'interroger le sujet humain dans sa capacité à comprendre et d'apprendre, c'est-à-dire à développer des compétences de nature cognitive qui lui permettront de réaliser les opérations qui témoignent et attestent du sujet connaissant. La seconde se constitue dans le domaine de sciences sociales autour du rapport nécessaire inévitable que le sujet humain va devoir entretenir avec un savoir ou une connaissance qui sont aussi des objets sociaux, marqués historiquement, existant dans des formes bien déterminées. On interroge alors les structures sociales dans lesquelles s'inscrivent les savoirs et qui les inscrivent dans la culture. Les sciences constituées qui vont s'en saisir sont par exemple l'histoire, la sociologie, l'anthropologie. La troisième interrogation va s'organiser autour des conditions de la transmission d'un savoir déterminé. Cette transmission s'inscrit dans un projet social général et l'ordre didactique se constitue justement dans les spécificités d'une mise en oeuvre qui doit incorporer ces conditions "historiques, sociales et psychologiques" à des contraintes générales d' efficacité et de complétude.»

Revenons au problème épistémo-logique que j'ai soulevé à propos de la logique ensembliste et qui s'est livré à mon observation. Il est temps de dire que indépendamment de mes travaux, à Bordeaux, suite sans doutes à la critique faite par Brousseau sur travaux de Papy et de Diénes, Pérès et une équipe du COREM ont trouvé à résoudre le problème en proposant justement d'aborder la logique au travers de la construction d'un code de désignation. (Pérès J. 1984). Mes analyses allaient dans ce sens, mais pour ma part je n'aurais jamais imaginé la solution didactique elle-même, ni le type de mise en scène. Le titre de la recherche de J. Pérès est éloquent : «*Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire :: Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle.*». Or cette théorie des situations qui est maintenant assez connue a une dimension épistémologique marquée, par exemple lorsqu'elle distingue entre *situations d'action, situations de formulation et situations de validation.* Mais l'intérêt des recherches sur ce domaine ne s'arrête pas là puisque le problème résolu par Pérès n'a pas empêché d'autres problèmes de surgir, relatés par la thèse de Maudet (Maudet C. 1982), qui a tenté d'utiliser cette *logique désignative* pour traiter *la conjonction logique.* Il semble que les recherches de Bordeaux aient connu ici une impasse, et qu'il ait fallu abandonner là l'exploitation de codes de désignation pour instaurer d'autres jeux sur la base d'une autre situation fondamentale, ayant trait à l'analyse d'un autre aspect épistémologique de la question. Ces travaux ont été renouvelés par la thèse d'Orus Baguena (Orus Baguena P. 1992). Comme elle présente ses recherches à ce même colloque, je vous renvoie à son exposé. Dans ce cas et à propos de cet aspect de l'enseignement élémentaire, on peut dire que les résultats expérimentaux de la recherche en didactique des mathématiques ont confirmé et dépassé ces analyses d'observations de classe. Pour la recherche, ces points sont désormais acquis. Quant aux pratiques enseignantes, elles sont encore loin de s'en inspirer.

La recherche en didactique ne se réduit pas à mieux comprendre les phénomènes d'enseignement, ni à proposer de nouveaux moyens pour enseigner telle ou telle notion, de manière inévitable, elle met en évidence et contribue à l'élaboration de nouveaux savoirs. Or fait important à noter, ceci est en rapport direct avec la dualité savoir–connaissance. Le développement intellectuel et l'apprentissage des notions élémentaires de mathématique sont irréversibles. Les mathématiciens de profession n'ont cure des savoirs qui pour eux furent des enjeux dans leur jeune âge, voire même à l'école. Il faut des conditions sociales particulières pour que l'on s'intéresse à tel ou tel objet mathématique enseigné à l'école élémentaire. Par exemple, l'informatique et l'intelligence artificielle ont relancé l'intérêt porté à la question des calculs en colonnes et des algorithmes et plus généralement des modèles d'action. Ceci n'a pas été sans influencer les chercheurs qui ont porté un autre regard sur les erreurs d'élèves, leur caractère systématique, et les oppositions *syntaxique / sémantique* ou encore *procédural / déclaratif*, etc. Ceci a eu des répercussion sur le traitement didactique des erreurs dans les situations d'enseignement. Certains chercheurs pensent que ce sont des questions marginales, pas moi. Sur cette question, je renvoie le lecteur aux nombreux textes où j'ai développé mes arguments (Conne F., Brun J & alii, 1994 et sa bibliographie). Notons à ce propos une convergence des ces recherches didactiques avec des recherches dont la visée est l'intelligence artificielle (Voir par exemple Van Lehn, 1988, mais aussi les travaux de Balacheff N. 1993). Du point de vue de la distinction connaissance/savoir justement, les erreurs sont commises à l'insu des élèves. Ce ne sont donc pas, de leur point de vue, des savoirs. Par contre ce sont des savoirs pour qui se place du côté de l'enseignant ou du didacticien. Cette distinction a été reprise par Portugais pour ses recherches portant sur la formation des enseignants (Portugais J. 1992). Concernant l'enseignement des activités numériques élémentaires d'autres savoirs ont été mis en évidence qui ne concernent pas les erreurs (Conne F. 1988).

A ce propos, nous n'avons pas encore réglé toutes les questions relatives à nos dénominations. Ainsi ce que Brousseau appelle connaissance, je l'appelle déjà savoir, du moins, je fais des distinctions plus fines que lui. Je m'en étais expliqué en partie dans mon article de RDM. Ici, je reviendrai sur aspect que je n'avais pas traité alors. Voici les définitions que donnent Brousseau et Centeno (Brousseau G. & Centeno J., 1991, p.176 note 10.):

«Les connaissances sont les moyens transmissibles (par imitation, initiation, communication, etc.) mais non nécessairement explicitables de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente ou une exigence sociale. La connaissance – ou la reconnaissance – n'est pas analysée mais exigée comme une performance relevant de la responsabilité de l'acteur.

Le Savoir est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, analyser, organiser les connaissances afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissance ou de savoirs, la production de nouveaux savoirs. Dans *certaines situations (d'action, de formulation, ou de preuve) le même résultat peut être le fruit d'une connaissance de l'acteur ou le fruit d'un savoir ou les deux : la manipulation sociale des savoirs dans les relations sociales exige des connaissances personnelles de la part de l'acteur, mais le produit de cette activité est une explicitation de certaines de ces connaissances devenues publiques puis institutionnelles. La référence culturelle et l'analyse de l'usage qui sera fait de ces connaissances les constituent en savoirs culturels.*

Au niveau de l'individu l'image de cette activité sociale publique et institutionnelle peut produire un fonctionnement similaire, des connaissances (mêmes fausses) sont utilisées comme des savoirs (savoirs privés). Voir Rouchier A. 1991, Conne F. 1992.

Nous verrons plus loin que la communication d'une notion entre des institutions de type différents exige des conversions didactiques, c'est-à-dire des changements de mode d'engagement de la notion, et, par conséquent, pour cela la création de formes typiques de situations. La même notion fonctionnera comme connaissance dans une situation d'action et comme savoir dans les discours d'institutionnalisation.»

Il fallait citer ici ces définitions car ce sont elles qu'ont reprises Berthelot & Salin, Orus Baguena et Briand qui présentent chacuns leurs travaux à ce colloque (Berthelot R & Salin M-H, 1992, Orus Baguena P. 1992, Briand J., 1993). La définition de Brousseau & Centeno a la chance d'être soutenue par ces excellents auteurs. Un de leurs apports, non des moindres, est de nous proposer des méthodes permettant d'exploiter ces idées et distinctions. Je vous renvoie aux communications de ce colloque. Je me contenterai pour conclure de mentionner l'étude de Briand, et l'exemple de cette *connaissance* (au sens de la définition citée ci-dessus) qu'est *l'énumération*. Je ferais deux remarques à ce propos. Maintenant que *l'énumération* est désignée, qu'elle a fait l'objet d'un travail de thèse, qu'elle a donc place dans l'institution didactique, on peut dire qu'il s'agit d'un *savoir* pour cette institution bien sûr (elle est reconnaissable, et est utile). Le mérite de Briand et Brousseau aura été de le mettre en évidence, mais de monter aussi qu'il concerne les mathématiques et pas seulement leur enseignement élémentaire. Reste une question. J. Briand refuse d'y répondre, à juste titre, me semble-t-il. Faut-il que ces savoirs de didacticiens deviennent des objets-à-enseigner ? Cette question marque selon moi un moment important de la didactique des mathématiques, un point sur lequel on ne pourra pas revenir : les savoirs mathématiques nécessaires à bien mener un enseignement ne s'identifient plus aux seuls savoirs à enseigner. Voilà un nouvel aspect de la transposition didactique qui devrait interpeller les formateurs d'enseignants.

F. Conne
Etoy, mai 1994 & janvier 1995.

Bibliographie

Arsac G. (1992) Vérité des axiomes et théorèmes en géométrie.Vérification et démonstration. in Séminaire de didactique des Mathématiques et de l'Informatique. IREM de Grenoble, IMAG, 1992, p.1-34.

Balacheff N. (1994) Didactique et Intelligence Artificielle, Recherches en Didactique des Mathématiques, n° 14 1/2, 1994, pp.9-42, Grenoble, La Pensée Sauvage.

Berthelot R. & Salin M-H (1992) L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire., Thèse, Université de Bordeaux I, Bordeaux, 1992.

Briand J. (1993) L'énumération dans le mesurage des collections: un dysfonctionnement dans la transposition didactique., Thèse, Université de Bordeaux I, Bordeaux, 1993.

Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, n° 7-2, 1986, pp. 33-115.

Brousseau G. & Centeno J. (1991) Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, Recherches en Didactique des Mathématiques, n° 11 2/3, 1991, p. 167-210.

Brun J. (1975) Education mathématique et développement intellectuel., Thèse Université Lyon II, Lyon, 1975.

Brun J. (1982) A propos de la Didactique des Mathématiques, in Math-Ecole, n° 100-101, 1982, Genève, Service de la Recherche Pédagogique.

Brun J. (1994) Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques, in Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France., Artigue M., Gras R., Laborde C.& Tavignot P. éds., La Pensée Sauvage, Grenoble 1994.

Brun J. & Conne F. (1990) Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations. Education et Recherche, n°3, 1990, pp.261-186, Editions universitaires Fribourg.

Cellerier G. (1986) Structures and functions, memo n° 3 du Genetic Artificial Intelligence and Epistemics laboratory, FPSE, université de Genève, 1986.

Chevallard Y. (1991) La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée sauvage (2ère éd. 1991).

Chevallard Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportés par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathérnatiques,* 12 (1), 73-112.

Chevallard Y. & Mercier A. (1987) Sur la formation historique du temps didactique., Publications de l'IREM Aix Marseille, n° 8, 1987.

Conne F. (1981) La Transposition Didactique à travers l'enseignement des Mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire. Thèse de doctorat, FPSE, Université de Genève, Suisse.

Conne F. (1987) Un canard dans les mares. *Education et Recherche, 9 (3*), 301-328.

Conne F. (1988a) Série d'articles consacrés aux activités numériques élémentaires à l'école primaire. Math-Ecole. n° 128, 2-12; n° 130, pp 11-23; n° 132 pp 26-31; n° 133, pp 20-23; n° 135, pp 23-36. Genève: Service de la Recherche Pédagogique.

Conne F. (1988b) Didactiques. Généralités spécificités. Prépublication, Université de Montréal, 1988.

Conne F. (1989) Situations évoquées, situations jouées et structures mathématiques. *In* R. Gras, Inst. Math. de Rennes, et IRESTE de Nantes (eds), (p. 51-57). Actes de la Vème école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique.

Conne F. avec Brun. J. (1992) Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 12 (2).

Conne F. (1993) Du sens comme enjeu à la formalisation comme stratégie : une démarche caractéristique en didactique des mathématiques, in Sens des didactiques, didactiques du sens. Ph. Jonnaert et Y. Lenoir Eds, (actes des Troisièmes rencontres internationales du REF – réseau international de recherche en éducation et formation), 1993, Editions du CRP, Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, Québec, p. 205–270.

Conne F. (1994) Lettre à une institutrice. Document non publié.

Conne F. & Brun J. (1990) Content and Process: the case of teaching written calculation at primary school. Actes du Symposium on Effective and Responsible Teaching, september 1990 in Fribourg Switzerland.

Conne F. & Brun J. (1991) Les débuts d'un apprentissage : où placer les routines ? In Equipe de didactique des mathématiques de la F.P.S.E. et Séminaire de psychologie de l'université de Neuchâtel (eds). Les débuts d'un apprentissage. (Journée du COED, Marseille 1990.) Cahier Interactions didactiques. 12, 53 - 88.

Conne F. & Pauli L. (1989) Invitation à une réflexion sur le rôle du langage dans l'enseignement des mathématiques. Petit "x". 1989, no 20, p. 67–83.

Conne F. et alii (1994) Erreurs systématiques et schème–algorithmes, in Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France, Artigue M., Gras R., Laborde C.& Tavignot P. éds., La Pensée Sauvage, Grenoble 1994.

Douglas M. (1989) Ainsi Pensent les Institutions. Usher.

Fayol M. (1985) Nombre, numération, dénombrement: que sait–on de leur acquisition ?, Revue Française de Pédagogie, n° 70, pp 59–77.

Gonseth, F. (1949) La géométrie et le problème de l'espace Neuchâtel: Editions du Griffon.

Greco P. (1988) Préface de Logique et bricolage chez l'enfant. de Bideaud J., 1988, Presses Universitaires de Lille.

Houdé O. & Miéville D. (1993) Pensée logico–mathématique : nouveaux objets inter–disciplinaires., Paris, PUF, 1993.

Maudet C. (1979) Apprentissage en Mathématiques : étude critique du processus psychodynamique d'apprentissage selon Dienès., D.E.A. de didactique des mathématiques, IREM de Bordeaux, 1979, Bordeaux.

Maudet C. (1982) Les situations et les processus d'apprentissage d'une fonction logique. Thèse Université de Bordeaux I, 1982, Bordeaux.

Minsky M.(1988) La société de l'esprit. Interéditions, Paris, 1988.

Morf A. (1994) Une épistémologie pour la didactique: spéculations autour d'un aménagement conceptuel, Revue des sciences de l'Education, n° thématique: Constructivisme et Education., n° XX, vol 1, 1994, Montréal.

Orus Baguena P. (1992) Le raisonnement des élèves dans la relation didactique: effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire.; Thèse, Université de Bordeaux I, Bordeaux, 1992.

Passeron J–Cl. (1989) Les trois savoirs sur le savoir, Actes du colloque: Finalités des enseignements scientifiques. Marseille, janvier 1989, CCSTI Provence Méditerranée, et groupe de Recherche en Didactique de la Physique de Marseille.

Pérès J. (1984) Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire: Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle. Document IREM de Bordeaux, université de Bordeaux I. France.

Pérès J. (1989) Les activités logiques à l'école maternelle, cours donné à l'université d'été de didactiques des mathématiques et de formation des maîtres, Orléans 1988, in Actes de l'université d'été. IREM de Bordeaux, Bordeaux,1989, pp. 164–179.
Perret Clermont A–N, Schubauer Leoni M–L &alii (1982). Décontextualisation, recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques à de jeunes élèves, Cahier Interactions didactiques, n° 1, 1982, Didactique des mathématiques F.P.S.E Genève, et Séminaire de psychologie Neuchâtel.
Piaget J. (1969) Psychologie et Pédagogie, Denoël, coll *Médiations,* Paris, 1969.
Polya G. (1953) Mathematics and Plausible reasoning. Vol. I et Vol II, Princeton University Press, Princeton New Jersey, 8ème éd. 1973.
Portugais J. (1992) Didactique des mathématiques et formation des enseignants : le cas des erreurs de calcul. Thèse de doctorat, FPSE, Université de Genève, Suisse.
Quine W. V. O. (1977) Le Mot et la Chose., Paris, Flammarion, 1977.
Ricco G. (1992) Psychologie cognitive et didactique. Constitution d'une nouvelle approche théorique concernant l'appropriation des connaissances scolaires. Thèse, Université Pierre Mendès–France, Grenoble, 1992.
Rosenfield I. (1989) L'invention de la mémoire, Ed. Eshel, Paris, 1989.
Rouchier A. (1991) L'institutionnalisation des savoirs dans l'enseignement des mathématiques, in Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structures itérativo–récursives, institutionnalisation. Thèse de doctorat d'état, Université d'Orléans, UFR: Sciences Fondamentales et Appliquées, Orléans 1991, pp. 26–71.
Tavignot P. (1994) Protocoles d'observation et systèmes de protocoles, in Actes des Journées didactiques de la Fouly, avril 1994, Université de Genève, à paraître.
Thom R. (1977) Stabilité structurelle et Morphogenèse., Paris, Interéditions, 1977.
Van Lehn K. (1988) Toward a theory of impasse–driven learning. In Heinz Mandl & Alan Lesgold eds., learning issues for Intelligent Tutoring systems. pp 19–41, New York, Springer Verlag, 1988.
Vergnaud G.(1994) Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel., in Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France., Artigue M., Gras R., Laborde C.& Tavignot P. éds., La Pensée Sauvage, Grenoble 1994.
Wallon H. (1942) De l'acte à la pensée, Flammarion 1942, Paris.

LES STRATÉGIES UTILISÉES POUR FORMER LES MAÎTRES DU PREMIER DEGRÉ EN MATHÉMATIQUES

Alain KUZNIAK, IUFM de Rouen , site d'Evreux

Introduction

L'objet de cette contribution est l'étude, dans une perspective didactique, de la formation en mathématiques reçue dans les centres de formation par les maîtres du premier degré.

La réflexion sur la formation des maîtres doit prendre en compte deux niveaux de savoir et de compétences. Le premier concerne le savoir mathématique des élèves de l'école primaire et il fait classiquement l'objet d'études en didactique des mathématiques. Le second niveau concerne les maîtres qui doivent à la fois dominer le savoir mathématique propre à leurs élèves et un autre savoir qui concerne la transmission des connaissances à leurs élèves. La didactique des mathématiques ne prend généralement pas en compte l'acquisition des connaissances des maîtres et ignore de ce fait une partie de la genése du processus de transposition opéré par ces derniers dans leur enseignement. Nous pensons que l'étude de la formation que reçoivent les maîtres en mathématiques peut éclairer cette transposition et aider à mieux comprendre l'enseignement des mathématiques aux élèves de l'école élémentaire. Cette étude contribue ainsi à la réflexion didactique.

D'autre part, la formation des maîtres a un caractère spécifique. Dans les centres de formation, les apprenants ne correspondent à aucun des publics usuels de la didactique. Il s'agit en effet d'adultes qui ont fini leurs études universitaires (D.E.U.G., licence, suivant les différents plans ministériels). Comment enseigner les mathématiques à des adultes qui, même s'ils souffrent de lacunes en mathématiques, possèdent un niveau de raisonnement bien supérieur à celui des enfants ? La réponse à cette question est liée étroitement au fait que les étudiants dont il s'agit vont eux-mêmes devoir enseigner les mathématiques à des élèves. Les étudiants doivent donc acquérir des connaissances qui se rapportent à la transmission d'un savoir mathématique à des enfants. Ainsi le futur enseignant doit connaître ce qu'apprend un enfant et comment il l'apprend. Il doit aussi savoir comment faire apprendre à l'enfant. Le formateur d'enseignants est chargé d'apporter ces connaissances à ces étudiants. Comment procède-t-il et quelle stratégie met-il en place pour gérer la transmission de ces différents savoirs ?

Ces questions complexes peuvent être envisagées de différents points de vue. Nous allons ici présenter une approche qui vise une classification des stratégies des formateurs. Ceci afin de parvenir à décrire et à comprendre les différentes formes d'enseignement effectivement utilisées dans les centres de formation. Il ne s'agit pas ici de définir a priori les modalités d'une formation "idéale" ou "souhaitable" mais de constater et d'analyser ce qui existe.

Cette approche nous a permis de faire apparaître les différents savoirs réellement scolarisés au sein de l'Institution de formation. Nous avons aussi, à travers notre typologie, pu observer le rôle joué par les mathématiques, la didactique ou la pédagogie dans les différentes stratégies. Cela nous permet d'aborder le problème de la transposition de la didactique dans une perspective qui ne réduit pas la formation des maîtres à ce phénomène.

Enfin, les différentes stratégies peuvent ensuite être comparées et caractérisées les unes par rapport aux autres.

Voici le plan de l'étude :

Après avoir envisagé certains problèmes méthodologiques, nous analysons deux particularités de le formation des maîtres essentielles pour comprendre les différentes stratégies des formateurs. Il s'agit en premier lieu des contraintes institutionnelles qui ont évolué de façon notable de 1979 à 1991 et qui ont imposé certaines directions pédagogiques aux formateurs. L'autre donnée fondamentale de la formation des maîtres du premier degré est la prééminence de la pluridisciplinarité qui conduit à relativiser l'impact réel de la seule formation en mathématiques.

Ensuite, les six stratégies de formation que nous avons mises en évidence sont précisées et les trois stratégies axées sur la professionnalisation examinées en détail.

Ce sont : les stratégies basées sur la monstration, les stratégies basées sur l'homologie, les stratégies basées sur la transposition.

Puis, nous donnons des éléments de comparaison et des critères de choix a priori entre les différentes stratégies. Quelques effets de ces stratégies sont signalés. Enfin, nous présentons diverses questions laissées ouvertes et qui font actuellement l'objet d'études.

I. Problèmes méthodologiques

Le choix d'une approche descriptive de l'étude de la formation des maîtres soulève plusieurs points méthodologiques dont nous allons préciser cetains ici. Il s'agit de répondre à un certain nombre de questions. Les premières portent sur l'objet même de l'étude :

1)Quel est le système observé ?

2)Quels sont les savoirs mis en jeu ?

Les autres portent sur les outils mis en oeuvre pour mettre en évidence les stratégies.

3)Quels sont les sources et les documents utilisés par l'étude ?

4)Quel rôle joue la place de l'observateur ?

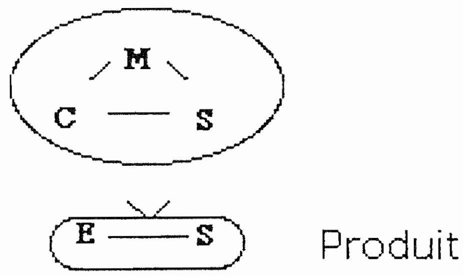
1. Nature du système observé.

Cette partie précise à la fois la nature du système observé et certaines de nos conceptions épistémologiques.

La recherche des stratégies et leur description impliquent une connaissance précise du système dans lequel les formations s'inscrivent. Or, le système de formation des maîtres est particulièrement complexe et fluctuant. D'abord, il est soumis au système éducatif général dont on connaît la sensibilité à l'environnement social et politique qui se manifeste par des changements de ministres et par de fréquentes réformes des programmes qui vont directement influer sur le contenu de la formation des enseignants. Ensuite, l'Institution de formation a considérablement évolué en peu de temps. J'ai pris comme point de départ de mon étude la réforme de 1979 qui institutionnalisait une formation à l'enseignement primaire en trois ans. Mais, il faut signaler la réforme de 1985, et pour finir celle de 1991 qui substitue les I.U.F.M. aux Ecoles Normales. Ces transformations portent à la fois sur la durée des études, sur le niveau de recrutement et sur le statut des formateurs dont elles modifient les tâches. Ainsi, la réflexion sur la formation s'inscrit-elle dans un environnement instable qui complique nettement le travail de l'observateur.

Un système complexe comme celui de la formation des maîtres autorise les axes d'analyse les plus divers (psychologique, sociologique, anthropologique, didactique, psychanalytique, épistémologique pour ne citer que quelques exemples). Je n'ai retenu ici que l'analyse didactique mais insérée dans une approche de type phénoménologique. Cette conception va maintenant être précisée.

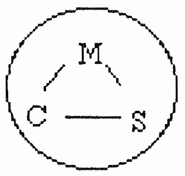
Nous considérons le système de formation comme un système didactique. De manière classique, nous retenons comme élément de base de ce type de système le triplet (M-C-S) constitué par l'enseignant, la classe et un savoir mis en jeu. Ce triplet est plongé dans un milieu qui lui impose de nombreuses contraintes. La finalité que nous assignons au système de formation, sa "production", sera la transmission d'un savoir aux étudiants qui se traduit par l'augmentation de leurs connaissances individuelles. Cette conception peut se représenter ainsi :



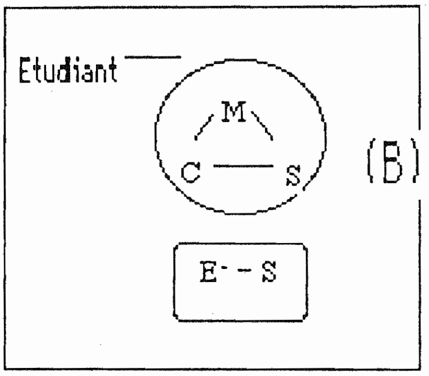
Dans notre étude, le processus paraît se dédoubler car la fonction de l'I.U.F.M. en tant que système de formation est de faire comprendre aux étudiants un autre système de formation, celui de l'enseignement élémentaire.

Ainsi apparaissent deux systèmes emboîtés (A), le centre de formation, et (B), l'école élémentaire, dont l'organisation est homologue. Ceci n'entraîne pas leur identité car les composants du système et le milieu dans lequel ils agissent sont très différents.

On peut alors schématiser cette articulation par la figure plus complexe suivante :



(A) (B) IUFM



(A) Ecole élémentaire

Les théories usuelles de l'apprentissage en situation scolaire ne prennent en considération que le système (B) et dans ce cadre optent pour certaines formes de transmission qui d'une certaine façon vont privilégier une des trois articulations du triplet M-C-S. La comparaison des deux systèmes conduit à dégager, ceci en dehors de toute contingence, au moins neuf stratégies possibles. Celles-ci sont basées sur tous les couples d'articulation où la première articulation est dans (A) et la seconde dans (B). Notre étude ne repose pas sur cette approche formelle et ceci pour différentes raisons :

Dans la formation des maîtres, comme cela apparaît dans la partie suivante, nous avons considéré trois sortes de savoirs chez les étudiants. Dans une approche plus structuraliste, cela conduit à définir un grand nombre de nouvelles articulations du type M-S', M-S" etc. L'ensemble devient vite complexe et ne contribue pas, semble-t-il, à générer une compréhension simple des phénomènes de formation.

De plus, nous voulons plutôt repérer des stratégies homogènes à partir de l'observation de pratiques. Dans cette première approche des stratégies de formation, notre objectif n'est pas de multiplier les sous-catégories mais de faire ressortir des principes fondateurs. Nous souhaitons insister sur les saillances qui permettent de reconnaître les stratégies par ce qu'elles ont de plus important soit dans leurs manifestations extérieures, soit dans leurs conceptions.

Enfin, notre conception épistémologique de l'approche des systèmes complexes nous fait préférer à l'approche structuraliste, une approche phénoménologique selon nous plus porteuse de sens. Et ceci, d'autant plus que le système étudié n'est pas un système stable mais en évolution dans le temps.

2. Nature des savoirs mis en jeu.

Il est nécessaire de préciser également la nature des savoirs transmis aux élèves-professeurs.

Les connaissances que doivent acquérir les étudiants qui souhaitent devenir enseignants englobent des compétences qui renvoient à différents savoirs. Les uns, comme les savoirs mathématique et didactique sont des savoirs théoriques, les autres sont plus marqués par les savoir-faire et le sens commun. A cela s'ajoute un ensemble de connaissances que seule l'expérience semble susceptible de donner.

Dans notre étude, nous avons retenu essentiellement trois formes de savoir : le savoir mathématique, le savoir didactique et le savoir pédagogique. Les deux premiers sont généralement reconnus de manière institutionnelle même si leur définition fluctue parfois. Ainsi le savoir mathématique qui est le mieux défini culturellement n'est qu'imparfaitement précisé dans le cadre de la formation des enseignants. Quelles sont en effet les limites de ce savoir pour un futur enseignant ? L'épistémologie et l'histoire des mathématiques ne sont-elles pas des composantes essentielles du savoir mathématique ? De même la réflexion heuristique et in fine la didactique des notions à transmettre aux élèves ne peuvent-elles pas être considérées comme faisant partie du savoir mathématique de base ? Actuellement, il ne semble pas que ce soit le cas. Aussi ai-je distingué le savoir didactique caractérisé par l'effort de théorisation de type scientifique sur les phénomènes de transmission de connaissances à des élèves. Cet effort de théorisation constitue sa marque distinctive par rapport au savoir pédagogique qui va être précisé maintenant.

Pour définir le savoir pédagogique, il m'a semblé intéressant d'utiliser différents travaux effectués par des sociologues sur la transmission des savoir-faire techniques dans le cadre des métiers manuels[1]. Simplement, et cela marquera les limites de l'analogie, le métier d'enseignant semble nécessiter un apprentissage bien plus complexe que les métiers manuels où il s'agit de modeler un objet inanimé.

Pour tenter de préciser ce que recouvre le savoir pédagogique et asseoir son autonomie, je me référerai à l'ouvrage *La transmission des savoirs* de Delbos et Jorion [2]. Les auteurs s'intéressent dans ce livre aux activités de saliculture, de petite pêche et de conchyliculture entre Lorient et Le Croisic. Le thème est certes très pointu mais il est traité dans une optique de transmission des savoirs avec l'opposition entre des connaissances spontanées glanées sur le tas et un savoir transmis dans les écoles professionnelles qui ont été créées dans les années 70. Ils insistent longuement sur la définition des savoirs qui doivent être transmis dans les centres de formation et sur les luttes d'influence entre chercheurs, enseignants et professionnels de la pêche.

Delbos et Jorion distinguent alors :

---

[1]CHEVALLIER D, 1991, Savoir-faire et pouvoir transmettre, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris.

[2]DELBOS G et JORION P, 1984, La transmission des savoirs, Editions de la Maison des sciences de l'homme, Paris.

a) un savoir procédural, abstrait de l'observation de la pratique et mis en écriture dans des manuels, ouvrages qui ne sont pas des théorisations et qui sont présentés comme a-théoriques par les auteurs.

b) un savoir propositionnel, présenté comme le savoir dispensé à l'école, qui n'est pas théorique mais est constitué de propositions non logiquement connectées et qui se contente d'énoncer des contenus.

Ce que je nommerai savoir pédagogique sera la réunion complexe et parfois contradictoire de ces deux formes de savoir. Ce savoir se caractérise par son oscillation entre deux pôles, l'un théorique mais parfois très éloigné de la pratique future des formés, l'autre proche du sens commun et de la pratique de la classe mais privé de l'adaptabilité d'un modèle plus théorique. Le corpus de référence est constitué par un ensemble de savoirs situés entre pratique et théorie qui réunit des savoirs proceduraux et propositionnels. Dans ce cadre, ces derniers sont des exemples d'activités de classe c'est-à-dire d'ingénieries prêtes à être effectuées, l'exemple caricatural étant la leçon modèle, quant aux savoirs procéduraux ils visent à rendre les formés plus conscients grâce à une réflexion plus méthodologique.

La nature exacte et les contenus de ce savoir pédagogique sont clarifiés par l'étude des stratégies mises en oeuvre dans la formation des maîtres. En effet d'une certaine façon, l'objet principal des centres de formation est la transmission aux étudiants d'un savoir-pragmatique "utile"[1] . Ce savoir peut partiellement être conçu comme une recomposition d'éléments des savoirs didactique et mathématique. Cette recomposition a pour finalité de rendre opérationnels les savoirs de références afin de donner aux étudiants leurs compétences professionnelles.

3. Les sources et les documents utilisés.

Ce travail repose sur la constitution d'une base de données qui va comporter deux composantes : les sources existantes et des documents construits pour l'étude.

La principale source écrite disponible est fournie par les actes des colloques des Professeurs d'Ecoles Normales. Ce colloque annuel, organisé par la COPIRELEM[2], réunit les formateurs en mathématiques des Centres de formation et certains universitaires spécialistes de didactique des mathématiques. Il existe depuis 1973 et donne lieu régulièrement à une publication qui fait le compte-rendu des différents ateliers. Ces actes sont généralement imprécis sur les pratiques effectives mais font bien ressortir les problématiques dominantes. Ils donnent une bonne vision de l'évolution des conceptions d'une partie des formateurs sur les stratégies à mettre en place en formation. On peut notamment noter la distinction de plus en plus claire entre le triangle didactique qui concerne l'élève-maître (savoir mathématique, didactique et pédagogique) et le triangle didactique de l'élève (le savoir mathématique,

[1]CONNES F, 1992, "Savoir et connaissances dans la perspective de la transposition didactique", in Recherches en Didactique des mathématiques, Vol 12/2-3.

[2] Il s'agit de la commission inter-IREM chargée de l'enseignement des mathématiques à l'Ecole Elémentaire

le savoir enseigné et le savoir appris) Cette distinction conduit à une différenciation de plus en plus nette entre les activités pour former le futur maître et les activités pour former les élèves. C'est ainsi que depuis 1991, la COPIRELEM organise un stage axé sur la production de documents pour la formation des maîtres. Cette initiative tardive marque bien la prise en compte relativement lente de la spécificité de l'enseignement destiné à des enseignants.

Très peu de thèses ont été consacrées à l'enseignement des mathématiques en Ecoles Normales, les thèses de didactique sont souvent des thèses qui portent sur le premier niveau de la transmission du savoir. Une exception notable est la thèse de Monique Pezard[1] (1985) consacrée à l'enseignement de la proportionnalité aux élèves-instituteurs. On peut également citer les travaux de Françoise Carayol[2] (1983) mais ceux-ci portent sur les performances mathématiques des étudiants plutôt que sur la formation qu'ils reçoivent dans les centres de formation.

Pour compléter ces sources et pour répondre à certaines questions soulevées par mon étude, j'ai dû construire des situations de formation supplémentaires servant de support à ma recherche. Cette action a été rendue possible par ma position de formateur d'enseignants. Voici sur un exemple, le travail de qui m'a été nécessaire en tant que chercheur pour exploiter une activité sur la mesure des aires au CM2 proposée par Régine Douady et M.J. Perrin [3]. Dans ce cas, le travail a comporté trois phases :

1) La première phase est une étude préalable de l'activité proposée dans le cadre de l'école élémentaire. Une analyse a priori détermine un certain nombre de variables sensibles qui pourront ensuite être observées dans les différentes exploitations ultérieures du thème original. Dans ce cas particulier sont apparus comme pertinents les points suivants : les objectifs, les consignes, les variables didactiques, l'organisation sociale (travail individuel, collectif ou par groupe) et la dominante de la séance (découverte, familiarisation, évaluation...). Une étude comparative permet également de préciser les différences entre l'activité étudiée et les activités proposées par les manuels les plus courants et qui portent sur le même thème. Enfin, une mise en oeuvre dans une classe élémentaire donne un éclairage sur les problèmes que pose sa réalisation effective dans un contexte particulier.

2) La deuxième phase décrit les usages possibles de cette activité dans le cadre de la formation des maîtres. Je me réfère à des séances de formation effectuées par d'autres formateurs mais j'ai aussi bâti dans ce cas des situations de formation pour mes propres étudiants.

3) Enfin, la troisième phase décrit des applications faites par les étudiants. Cette dernière phase tente d'étudier l'impact des différents modes de formation et contribue à une évaluation interne.

---

[1]PEZARD M, 1985, Une expérience d'enseignement de la proportionnalité aux élèves instituteurs, Université de Paris VII, Paris.

[2]CARAYOL F, 1983, Comportement d'élèves et de futurs maîtres de l'école élémentaire face à des questions de mathématiques, Université de Paris VII, Paris.

[3]DOUADY R. et PERRIN M.J.,1986, Liaison Ecole-Collège nombres décimaux, IREM Paris VII.

4. La place de l'observateur.

Comme je viens de le signaler, ma position de formateur est fondamentale dans le processus de recherche que j'ai mis en place. Cela pose bien sûr le problème de l'implication de l'auteur dans le système qu'il décrit. J'essaie en effet de produire la présentation la plus objective possible d'un système dans lequel je suis plongé. Cette situation comporte des inconvénients et nécessite certaines précautions méthodologiques[1] . Cependant, il faut tout de même noter que décrire un système qu'on connaît bien présente des avantges liés à cette connaissance même.

Envisageons quelques difficultés liées à cette position interne du chercheur qui entraîne une grande proximité du domaine de son étude.

Il faut tout d'abord discerner le rôle des évidences et des intuitions, c'est à dire dégager l'implicite puis l'importance de cet implicite et des choses qui vont de soi pour le locuteur. Certaines évidences pour le formateur peuvent apparaître comme des partis pris non justifiés. Ainsi la pédagogie sur fichier, où le maître s'efface derrière le manuel, est-elle couramment rejetée par les formateurs sans un grand effort de justification.

Les relations avec le reste de la communauté.

Tout travail de réflexion sur les pratiques utilisées par des collègues engage d'une certaine façon les relations du chercheur avec l'ensemble de la communauté. Cette donnée doit entraîner une grande vigilance sur les sources retenues pour l'étude et l'exclusion des rumeurs et des bruits de couloir. Cela m'a conduit à privilégier les sources écrites qui engagent leur signataire et donc à citer les noms des auteurs des travaux que j'ai utilisés pour donner des exemples. Mais évidemment ces exemples ne sont pas là pour présenter ce que font X ou Y en tant que formateurs, mais pour fournir une illustration générique des stratégies que j'ai dégagées.

De même, il n'est absolument pas dans mon intention d'évaluer l'action de formateurs particuliers. En effet, les stratégies générales (au demeurant variables pour un même formateur) ne déterminent pas la nature et le contenu exact d'un cours, ni sa "valeur", qui dépendent aussi de nombreux autres paramètres individuels et de leurs imbrications réciproques.

II. Particularités de la formation des maîtres du premier degré

Nous donnons ici des indications sur deux points qui influent particulièrement sur les stratégies des formateurs : les contraintes institutionnelles et la gestion de la pluridisciplinarité des maîtres.

1. Les contraintes institutionnelles

Il est important de clarifier le contexte institutionnel dans lequel opère la formation des maîtres pour comprendre les différentes stratégies de formation. La formation en mathématiques est définie par un ensemble de

[1] BOURDIEU P., 1984, Homo Academicus, Editions de Minuit, Paris.

circulaires ministérielles qui limitent singulièrement la liberté des formateurs.

De 1979 à 1991, le système de formation a connu trois transformations importantes définies par des textes de lois.

En 1979, la formation s'adresse à des étudiants ayant le baccalauréat et elle dure trois ans. La formation est fondée sur une vision des mathématiques construites par l'enfant. Dans cette perspective, le normalien doit avoir une réflexion critique sur sa propre anamnèse mathématique. Il doit avoir réfléchi sur *sa façon d'appréhender les notions antérieurement rencontrées, sur ses modes d'acquisition.* La formation doit également développer la connaissance du développement logique de l'enfant. Les travaux de Piaget sont explicitement cités comme référence.

La circulaire insiste ensuite sur les savoirs pédagogiques du maître. *Il* (le formé) *devra être capable d'organiser son enseignement de telle manière que les notions mathématiques ne soient pas exposées par le maître, mais progressivement construites par les élèves.* Pour cela, le normalien devra exploiter des situations-problèmes afin de faire découvrir ou réinvestir des notions par les enfants. *Il devra aussi être capable d'organiser des enchaînements de séquences conduisant l'enfant à l'élaboration de son savoir.*

Puis, la circulaire définit des contenus mathématiques proches de l'école élémentaire et propose aux formateurs de mettre en oeuvre un type d'activités en fait parallèle (les auteurs utilisent le terme isomorphe) au projet pédagogique précisé pour les enfants : *rechercher à partir de situations-problèmes effectivement rencontrées, aboutir à des résultats qui seront éprouvés par la pratique scolaire.* De plus la formation doit *nantir* les élèves-instituteurs d'outils leur permettant d'assurer leurs cours, et *ces outils ne devront pas être fournis a priori par les formateurs, mais élaborés, avec l'aide de ces derniers, par les élèves-instituteurs eux-mêmes.* Cette conception est à la base des stratégies basées sur l'homologie que je présenterai plus tard.

A partir de 1986, les étudiants doivent posséder le DEUG et suivent une formation qui dure deux ans. La circulaire ministérielle est plus brève que les précédentes et s'oppose à ces dernières. La réflexion philosophique sur l'éducation devient le fondement de la formation présentée comme *professionnelle de niveau supérieur.* Le discours sur les formations disciplinaires prend un tour plus technique. Les moyens "*audiovisuels, informatiques et technologiques*" se trouvent promus en force (Au même moment avait été lancé le Plan Informatique pour Tous). Une grande partie de la formation doit être consacrée à leur intégration dans le domaine pédagogique. La circulaire manifeste une réserve nette sur la pédagogie générale et sur le degré d'application de ses principes. Elle fait explicitement allusion à la didactique de chaque discipline. Mais cette allusion reste vague et semble due plus à la volonté de contrecarrer les pédagogies dites d'éveil qu'à une réelle définition du domaine didactique.

Cette circulaire de 1986 s'oppose aux précédentes dans la mesure où elle rejette la pédagogie officielle antérieure basée sur l'éveil et la construction du savoir par l'enfant. Elle semble ouvrir la voie à deux types de formations d'enseignants toutes deux technologistes. Le premier sera bâti sur les technologies nouvelles (surtout l'informatique qui supplante l'audiovisuel) et le second sur une idée de la didactique conçue comme une technologie de l'enseignement (avec l'idée d'ingénierie). Enfin, elle n'exclut pas une formation basée sur la pratique des mathématiques.

En 1991, les Ecoles Normales disparaissent au profit d'une structure universitaire, les I.U.F.M.. Il est encore tôt pour faire le point sur une structure en pleine installation. Cependant, on peut noter que la rupture la plus marquante de cette nouvelle formation avec les précédentes réside certainement dans l'instauration du concours à la fin de la première année. Cette modification transforme radicalement les conditions et les règles du jeu en vigueur dans la formation : une grande partie des étudiants n'atteindra pas la deuxième année et inversement une autre partie, réduite, n'aura pas fait de première année.

La validation de la première année résulte de la réussite générale au concours. Celui-ci comprend une épreuve écrite de mathématiques qui comporte deux aspects :

un volet disciplinaire qui doit permettre de juger les compétences des étudiants en mathématiques, mais dont les exigences doivent tenir compte de la polyvalence disciplinaire demandée aux étudiants.

un volet pédagogique qui a "*pour objet l'analyse «des approches didactiques et des démarches pédagogiques correspondantes»*". Dans cette épreuve le candidat "*est mis en situation de réagir à des documents*".

Ce dernier aspect conduit à privilégier pour la première année une formation axée sur l'écrit et sur la transmission d'un savoir de référence théorique. La seconde année est plus axée sur la pratique effective du métier avec la découverte des classes. Cette distinction conduit à une opposition entre deux stratégies que j'ai étudiées, les stratégies basées sur la transposition et les stratégies basées sur la monstration.

2. La gestion de la pluridisciplinarité.

C'est une particularité essentielle de la formation des maîtres du premier degré que de devoir intégrer un nombre important de disciplines, les mathématiques n'étant qu'une parmi d'autres.

L'étendue des connaissances idéalement exigées de la part des étudiants confrontée à la réalité fait sans cesse osciller les formateurs entre deux pôles:

(A) transmettre aux formés une démarche pédagogique transversale en faisant plus ou moins l'impasse sur les spécificités de chaque matière.

(B) accentuer l'approche disciplinaire en laissant l'étudiant, éventuellement aidé par la philosophie ou la psychopédagogie, faire une savante synthèse de tous les éléments disparates qui lui auront été enseignés.

En forçant un peu le trait, nous pouvons dire que la circulaire de 1979 opte pour le premier point de vue, et celle de 1986 pour le second.

Pour caractériser grossièrement les deux types de formations envisagées, il s'agit dans le premier cas, d'une pédagogie basée sur les activités, et dans le deuxième, d'une pédagogie où l'institutionnalisation des connaissances est essentielle. D'un côté, on a une vision de la formation très liée aux démarches d'apprentissage centrées sur l'enfant, à l'opposé la seconde conception des problèmes d'enseignement est très technicienne.

III. Les diverses stratégies de formation.

Présentation générale.

Nous avons distingué deux grands types de stratégies de formation. Il y a d'abord celles qui conçoivent la formation des étudiants comme une préparation professionnelle au métier de professeur d'école (ou d'instituteur) au sein de la structure existante. Puis toutes celles qui ne semblent pas avoir cette préoccupation comme une priorité. Parmi ces dernières, nous avons pu repérer :

Les stratégies culturelles. J'ai nommé ainsi les stratégies qui privilégient l'accroissement des connaissances dans le domaine mathématique sans préjuger de la mise en oeuvre opérée dans les classes par les étudiants. Bien sûr, ces stratégies pourront revêtir des formes très différentes suivant les conceptions pédagogiques des formateurs.

D'une certaine façon, elles ne respectent pas le contrat qui fonde les instituts de formation des maîtres et qui suppose une spécificité du savoir lié à l'enseignement. En tant que telles, elles apparaissent comme le négatif et aussi comme un point d'opposition aux stratégies qui prennent en compte la professionnalisation.

Ces stratégies intègrent avant tout le savoir qui fait l'objet de tous les efforts des formateurs : les mathématiques. Les stratégies culturelles réduisent cet objet à son noyau central qui est le savoir savant de référence indépendamment de toute réflexion sur ses conditions de production, d'assimilation, de diffusion ou d'évolution. Elles présentent cependant une alternative à tous les autres types de stratégies, alternative toujours présente du moins tant qu'existera un enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Les stratégies de recherche applicative. J'ai appelé ainsi les stratégies très ambitieuses qui visent à former les étudiants par la recherche. C'est une voie très riche mais qui relève plus des intentions sur les formes souhaitables que pourrait avoir une formation que de la réalité institutionnelle qui crée des groupes de formation proches de trente personnes. De plus, elle suppose une maîtrise importante des contenus mathématiques qui vont faire l'objet de l'enseignement. Cette stratégie échappe en grande partie au cadre de la formation normale et n'en subit pas les contraintes. Elle semble cependant particulièrement adaptée à la formation des formateurs.

Les stratégies basées sur l'autonomie. Dans ce cas, une très grande autonomie est laissée aux étudiants : ils doivent faire des exposés, traiter des thèmes du programme avec uniquement des pistes bibliographiques et ces exposés tiennent lieu d'épreuve d'évaluation (avec le paradoxe qu'on évalue des compétences non enseignées dans le cadre de la formation). Parfois employée de manière systématique par certains formateurs, l'autonomie l'est de façon marginale par d'autres pour aborder certaines notions comme le calcul mental.

Cette forme de formation laisse perplexe. En effet, si d'une certaine façon il faut reconnaître qu'ainsi certains étudiants travaillent parfois de façon intensive et peuvent dans certains cas montrer leurs compétences spécifiques, a contrario ce type de formation nie la nécessité des formateurs et conçoit les centres de formation comme des centres de ressources.

Les stratégies axées sur la professionnalisation s'assignent toutes le même but : rendre les étudiants capables d'enseigner en utilisant des activités de formation spécifiques. Elles sont également fonction des moyens matériels que donne la formation des maîtres. Dans ce cadre, nous avons défini trois grandes stratégies :

Les stratégies basées sur la monstration. Ces stratégies privilégient la transmission d'un modèle par l'observation de sa mise en oeuvre dans les classes élémentaires. Il s'agit de transmettre une pratique en la montrant aux étudiants et en la faisant imiter. C'est le mode le plus naturel et le plus ancien ("leçon modèle") d'initiation aux pratiques professionnelles.

Les stratégies basées sur l'homologie. C'est aussi un modèle fondé sur l'imitation, mais une imitation complexe et transposée par le formé. Ce dernier doit mettre en place un modèle de formation inspiré de celui qu'il a pu vivre en tant qu'étudiant dans le centre de formation. Les formateurs enseignent conformément à leur conception de ce que doit être l'enseignement à l'école élémentaire.

Les stratégies basées sur la transposition. Elles s'opposent aux précédentes par l'insistance mise sur la distanciation théorique. Elles se proposent de transmettre des savoirs de référence mais portant sur la pratique de la classe ce qui les distingue des stratégies culturelles. Pour étudier ces stratégies, il sera important de préciser les savoirs retenus et les modes de transposition mis au point.

Ce sont ces trois stratégies que nous allons présenter maintenant.

1. Les stratégies basées sur la monstration.

Il s'agit du mode de formation le plus naturel lorsque l'on considère l'enseignement comme la maîtrise d'un ensemble de savoir-faire. Ces derniers sont alors montrés aux débutants par un expert. Dans la forme la plus simple de monstration, les étudiants sont intégrés dans une classe où ils peuvent regarder un maître en train d'enseigner une notion à des élèves de l'école élémentaire. Les étudiants sont ainsi plongés dans le système dans lequel ils devront plus tard exercer leur travail. Ils découvrent petit à petit et par eux-mêmes la fonction qui sera la leur. Le processus de formation repose alors sur l'absorption supposée d'un modèle par imitation. Ce type de formation sur le tas s'approche de ce que certains sociologues, comme Michelle Salmona[1] nomment le "nourrissage" dans le cadre des apprentissages de travaux manuels.
La caractéristique de ces formations réside dans la faible part laissée à l'explicitation. Les formés vivent une situation qu'ils reproduiront ensuite uniquement par imitation sans réflexion explicite sur leur vécu. A l'opposé de cette forme de transmission imitative et toujours dans le cadre de la monstration existent toutes

[1] CHEVALLIER 1991 opus cité.

les approches qui visent l'acquisition de savoir-faire à partir d'une observation de la classe, consciente et active de la part du formé. Ces approches supposent chez l'étudiant un savoir-voir ou un savoir-observer qui devront faire l'objet d'un apprentissage spécifique. A défaut, on risque de tomber dans "l'illusion touristique" qui consiste à croire que l'on connaît ce que l'on a simplement visité.

J'ai distingué deux formes de monstration qui reposent sur la configuration matérielle et humaine dans laquelle se déroule l'observation.

La première repose sur la configuration de stage. Dans ce cas, l'étudiant suit un stage de deux à trois semaines dans une classe où exerce un conseiller pédagogique. L'étudiant observe et commence à enseigner avec l'aide du conseiller. Cette formation se rapproche du compagnonnage mais avec une différence essentielle : la durée très réduite des stages.

Une deuxième forme de monstration repose sur le centre de formation comme lieu principal de formation. La classe de base, futur lieu d'exercice, continue d'exister mais passe nettement au second plan. Elle sert de lieu d'observation choisi par le formateur du centre qui assure la maîtrise du processus.

Le dispositif d'observation mis en place conduit à distinguer un modèle de formation "artisanal" d'un modèle plus "industriel".

Dans le premier cas, l'accent est mis sur la présentation effective d'une séance qui est le plus souvent conduite par un conseiller pédagogique. Celui-ci, éventuellement accompagné par le professeur, joue le rôle "d'expert". Le dispositif d'observation, généralement léger, est second par rapport aux interactions entre les différents participants à la séance (étudiant, conseiller pédagogique ou professeur). Il s'agit d'un stade de la formation que je qualifie d'artisanal, axé sur la monstration-action.

Ce mode de formation est radicalement transformé par l'apport de la vidéo lorsque la séance est enregistrée et suivie d'une analyse a posteriori comme dans le cas du micro-enseignement. On peut alors parler d'une approche technologique qui place la formation par opposition au mode artisanal dans un mode de raisonnement "industriel" qui donne la priorité aux aspects techniques.

Ces deux approches visent une transformation des pratiques de l'étudiant par l'appropriation de modèles. Dans le cadre artisanal, ce modèle est transmis de façon empirique par imitation. Dans le modèle industriel, il est acquis par une suite de micro-actions sur des thèmes très ciblés. Dans sa forme la plus élaborée, ce modèle échappe aux stratégies de monstration et intègre de fait les stratégies basées sur la transposition, l'observation n'étant qu'un moyen pour transmettre un savoir technique très précis.

Les stratégies de monstration sont des stratégies très complexes à gérer à cause de la diversité des points de vue et de la très grande hétérogénéité des observateurs, ce qui rend difficile pour le formateur l'évaluation de l'impact réel de sa formation. Cette complexité peut aussi entraîner certaines illusions :

Dans le cadre artisanal, l'idée qu'il suffit de "faire" sans réflexion peut se mettre en place. Le formateur peut aussi croire, faute de grilles d'observation précises, que tout le monde voit et retient la même chose de la monstration.

Dans le cadre technologique, on vit sur l'illusion qu'on a affaire à des phénomènes bien définis et parfaitement paramétrés avec l'idée de la reproductibilité des situations.

Aline Robert[1] fait justement remarquer que les tenants des stratégies qui utilisent l'observation avancent sans justification cette idée de reproductibilité qui est a contrario souvent refusée aux situations construites par les didacticiens. De même, on peut se demander s'il ne s'agit pas plutôt d'une reproductibilité externe, au sens que lui donne Michelle Artigue[2], c'est-à-dire qui mime l'histoire extérieure en perdant de vue le contenu mathématique réel des situations.

Nous avons vu la grande importance que les stratégies de monstration accordent aux modèles. Les formateurs vont parfois se trouver confrontés aux cas de "bonnes formes" contraires à leurs options. Il s'agit de gestions de classe qui peuvent entraîner un bon fonctionnement externe du système mais produire des résultats jugés négatifs par le formateur sur les notions mathématiques mises en jeu. Il est alors très difficile pour le formateur de convaincre les étudiants de la validité de son point de vue, la prégnance du modèle étant trop forte.

Cette stratégie de formation tire sa force de son ancrage dans la réalité des classes. Mais cette insertion de la classe dans la formation rend difficile une réflexion décontextualisée. Ainsi dans telle classe de CM1 le maître choisit, contrairement à la majorité de ses collègues, d'introduire les multiples après les premières séances sur la division. Que faire dans le cas inverse, que faire au CE2 ou plus tard ? Il est sans doute possible de répondre à ces questions mais la prégnance du modèle, la nécessité de préparer des séances et de les analyser rendent difficile et un peu artificielle toute réflexion sur les différents transferts possibles.

La difficile gestion des stratégies de monstration et l'opacité des objectifs réellement poursuivis et atteints par ce mode de formation ne doivent pas faire oublier un certain nombre d'avantages :

la transmission rapide d'informations sur le contexte dans lequel se déroule une action de formation.

le lien étroit avec le milieu professionnel qui donne une certaine légitimation à la formation et contribue, à la manière du compagnonnage, à une sorte d'intronisation des étudiants dans leur futur métier.

la preuve par la monstration de la possibilité de mettre en oeuvre le type d'enseignement défendu par les formateurs lorsqu'ils disposent de "bons modèles".

2. Les stratégies basées sur l'homologie.

Les stratégies basées sur l'homologie ont connu un grand développement au sein des Ecoles Normales et ont certainement constitué un modèle dominant stable particulièrement adapté à ces institutions.

[1]ROBERT A, 1991, "Questions sur la formation, sur l'observation en formation", Document de travail pour la formation des enseignants n°5, Université de Paris VII.

[2]ARTIGUE M, 1984, Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques. Thèse d'état, Université de Paris VII.

A partir de la représentation simplifiée du système de formation des maîtres que nous avons donnée plus haut, précisons tout d'abord le sens qu'il faut donner au terme d'homologie.

Nous avons vu que les théories de l'apprentissage privilégiaient certaines articulations du triplet didactique (M-C-S). Le formateur d'enseignants peut certes rester neutre devant les différentes formes de transmission, mais de fait, il opte lui aussi pour un des modèles. Dans ce cas, il peut choisir de transmettre sa forme préférée d'enseignement en la mettant lui-même en oeuvre dans son enseignement à ses étudiants. Nous avons introduit le terme d'homologie pour désigner les stratégies où le professeur utilise (ou tente d'utiliser) un mode de transmission identique à celui qu'il souhaite voir utiliser par ses étudiants lorsque ceux-ci enseignent dans des classes élémentaires.

Dans le cadre de la formation des maîtres en mathématiques, le seul modèle que nous avons retenu (et rencontré) est le modèle constructiviste, qui privilégie les articulations (C-S) dans le système de formation et dans le cadre des écoles élémentaires.

Les formateurs ont alors la conviction que le savoir s'acquiert à partir d'une construction et que sa transmission passe par la confrontation de l'apprenant à des situations dites de découverte. Le problème se pose alors avec acuité de faire passer cette conception de l'enseignement auprès des étudiants habitués, le plus souvent, à d'autres pratiques.

Dans les publications issues des Colloques de P.E.N., on rencontre une formulation vigoureuse de la nécessité d'une sorte de stratégie de combat. Ainsi lors du Colloque d'Auberive, en 1978, peut-on lire à propos de la relation du normalien à l'enseignement des mathématiques "*C'est là que le plus gros travail de* ***déconditionnement*** *doit être fait. Amener le normalien à enseigner les mathématiques d'une manière différente de celle qu'il a lui-même* ***subie*** *n'est pas chose évidente. Le P.E.N. doit donc commencer par donner l'exemple ; c'est-à-dire mettre en pratique dans sa propre conception de la formation initiale, le modèle qu'il aimerait voir adopter par le normalien*".

Cette approche suppose de la part des formateurs une attitude relativement "militante" axée sur la présentation d'un modèle mis en oeuvre par le formateur lui-même. Cette attitude des formateurs provient du fait que le modèle prôné est peu représenté (ou supposé tel) dans la pratique courante des classes des écoles élémentaires. Les stratégies d'homologie visent donc à déranger des conceptions et aussi par transfert à mettre en place un nouveau type de fonctionnement des classes élémentaires

Dans les actes du colloque de Bombannes (1979), la définition de la stratégie à utiliser se fait plus précise et on peut lire à propos de l'enseignement de la géométrie :

On pourra simuler un apprentissage avec les F.P. (les étudiants) *et le reprendre avec les élèves de l'école primaire. Il importe que la situation se transfère facilement.* Ainsi les stratégies d'homologie se trouvent être bien définies par deux types de ressemblance :

la ressemblance des démarches pédagogiques qui doit permettre d'assurer la cohérence entre le discours et les actes du formateur.

la ressemblance des situations proposées aux enfants et aux étudiants.

De plus, les formateurs, comme le montrent les textes cités, sont conscients de cette ressemblance..

Pour le choix des situations à mettre en place, plusieurs possibilités apparaissent :

a)La situation de départ est la même pour les enfants et les futurs enseignants.

b)La situation présentée aux adultes est légèrement plus complexe mais aisément transférable.

c)La situation présentée aux étudiants n'est pas susceptible d'un transfert simple à l'école primaire.

En fait, le choix de ces situations dépendra de l'appréciation par le formateur des difficultés liées à la notion abordée. On peut formuler ici deux hypothèses que j'étudie dans ma thèse[1] :

H1 : Une situation simple permet une prise de conscience nette de la démarche pédagogique suivie, mais en contrepartie elle risque d'infantiliser l'étudiant et/ou de provoquer son rejet.

H2 : Une situation plus complexe transmet un savoir mathématique non trivial aux étudiants, mais la nouveauté de ce savoir peut occulter la démarche suivie.

Les stratégies basées sur l'homologie supposent implicitement que le transfert opéré par l'étudiant n'est pas problématique bien qu'ici nous devions distinguer deux formes :

La première ignore totalement le processus de transfert qui sous-tend ce type de stratégie. Elle est très proche de la monstration mais sous une forme indirecte puisque ce sont les étudiants qui jouent le rôle des élèves. Il s'agit d'une reprise directe du modèle de l'enseignement primaire.

La deuxième forme consiste à introduire des éléments propres à provoquer une certaine réflexion critique de la part des étudiants. Les objectifs sont davantage explicités, des détails sur la mise en oeuvre des situations dans les classes primaires sont travaillés dans le cadre du cours.

En règle générale, on peut dire que la réflexion sur le phénomène de transposition du savoir qui s'opérera ensuite de la part des étudiants est absente. Les explicitations ne visent de la part du formateur qu'à mieux se faire comprendre. Cette absence d'attention à la transposition opérée par les étudiants cache aux formateurs ce que j'ai appelé la "dénaturation simplificatrice".

En effet, nous avons pu observer un phénomène de simplification et parfois de dénaturation.

> Les étudiants opèrent une simplification qui leur permet de préparer des séances que leur savoir mathématique suffira à dominer.
>
> Il y a dénaturation à partir du moment où la simplification transforme la nature du savoir mis en jeu ou modifie radicalement les démarches pédagogiques initiales.

En Annexe, je présente un exemple qui illustre cette idée et qui me permet aussi d'examiner la

---

[1]KUZNIAK A, 1994, "Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré". Thèse de doctorat. Université Paris VII.

place et le rôle du savoir mathématique dans ces stratégies.

Les stratégies d'homologie s'appuient également sur le fait que le niveau mathématique moyen des futurs enseignants du primaire est faible. Contrairement aux stratégies culturelles et même aux stratégies basées sur la transposition, elles ne cherchent pas à lutter contre ce phénomène mais plutôt à s'y adapter. Elles tentent de montrer que chaque étudiant peut avec des moyens limités mener une activité mathématique, le primat étant donné à l'approche pédagogique.

Un de leurs grands avantages est de confronter l'étudiant avec les difficultés que rencontre tout apprenant. Ainsi, l'élève-maître peut mieux saisir les phénomènes d'apprentissage et commencer à en apprécier la complexité. Il constate aussi que les notions qu'il va devoir mettre en oeuvre bien que qualifiées d'élémentaires, ne sont pas simples.

Il va aussi éprouver par lui-même la nécessité, pour celui qui cherche, de pressentir les attentes de celui qui fait chercher. Cela peut susciter une réflexion sur la nature des consignes, l'importance du contrat didactique. On constate la richesse potentielle de ces stratégies si l'on dépasse la simple homologie pour atteindre à une distanciation théorique.

Plus fondamentalement, les stratégies basées sur l'homologie semblent être les premières à avoir intégré l'importance des représentations dans la pratique des enseignants. Elles tentent d'agir sur ces dernières mais de manière empirique. En effet :

il n'y a pas d'étude approfondie des représentations initiales des étudiants.

la formation mise en place est uniforme et ne tient pas compte de la disparité des conceptions des étudiants.

il n'y a pas d'évaluation et de contrôle du processus mis en oeuvre pour transformer les représentations.

Les stratégies d'homologie semblent avoir connu leur apogée et être devenues moins prédominantes. Cela peut provenir de plusieurs facteurs. Tout d'abord, elles ne sont plus préconisées par les textes officiels comme en 1979. Ensuite, elles sont sensibles à toute réduction de la durée de la formation car la mise en action des étudiants suppose un temps de formation non négligeable. Et enfin, le développement de la recherche pédagogique et didactique fournit le cadre théorique nécessaire à d'autres conceptions de la formation des enseignants plus axées sur la transposition.

3. Les stratégies basées sur la transposition.

Les stratégies basées sur la transposition se différencient radicalement des précédentes par l'insistance qu'elles accordent à la transmission d'un savoir de référence. Elles se rapprochent ainsi des stratégies culturelles mais prennent en compte la professionnalisation des étudiants à la différence de ces dernières uniquement fixées sur les connaissances mathématiques.

J'ai distingué deux niveaux de transposition.

Le premier concerne le passage du savoir savant de référence au savoir enseigné par les formateurs. Il s'agit ici du processus standard de transposition didactique.

Le second niveau concerne le passage de ce savoir enseigné au savoir appliqué par les étudiants. Il prend en compte le phénomène de transfert et d'adaptation opéré par les étudiants.

Les stratégies transpositionnelles les plus complexes envisagent les deux niveaux de transposition.

J'ai distingué deux catégories de stratégies établies sur deux corpus de savoirs, non spécifiquement mathématiques et différents : un corpus "pédagogique" et un corpus "didactique". Ces corpus représentent deux approches de la théorisation des faits d'enseignement en mathématiques à l'Ecole Elémentaire.

La première approche est de type pédagogique et se structure autour de productions de l'I.N.R.P.. L'ouvrage de référence est ici le ERMEL qui constitue le seul exemple d'ingénierie globale pour tout un cycle de formation. Dans ce cas le savoir mis en oeuvre est très lié a l'Ecole Elémentaire et n'est pas décontextualisé.

Le corpus didactique théorise davantage les phénomènes d'enseignement et n'a pas pour préoccupation première une application dans les classes. L'effort de transposition effectué par les formateurs est donc plus important. Ce corpus didactique donne lieu à deux grands types de transmission qui reposent sur une opposition outil / objet.

1)La didactique comme objet d'enseignement. Nous avons pu la rencontrer sous deux formes :

a)Le cours de didactique qui est l'équivalent du cours de mathématiques. Dans ce cadre, le formateur privilégie le savoir didactique, jugé comme primordial dans le processus de formation des maîtres.

b)Les stratégies basées sur l'homologie enrichies par la didactique. Elles tentent de lier l'action sur les représentations des mathématiques, propre aux stratégies d'homologie, et la distanciation par rapport à la pratique que permet la théorisation didactique.

Les exemples de ce type de stratégies sont nombreux parmi les interventions effectuées par les anciens professeurs d'Ecole Normale ayant suivi une formation en didactique. Ils essaient ainsi de concilier un mode de formation axée, suivant l'expression de D. Butlen, sur "une réconciliation avec les maths" et l'apport nouveau de connaissances didactiques. Ce courant fonde son approche sur la double affirmation suivante :

Il ne suffit pas de savoir desmathématiques pour savoir bien les enseigner.

De même, la connaissance de la didactique des mathématiques est insuffisante pour enseigner, le champ de cette dernière ne recouvrant pas tous les phénomènes d'enseignement.

On peut trouver un exemple caractéristique de cette approche qui continue à privilégier la mise en action des étudiants tout en tentant de mettre en place une distance par rapport à l'action dans une activité décrite par Marie-Lise Peltier et Catherine Houdement[1]. Elles présentent une activité qu'elles ont menée avec leurs étudiants autour de la "boîte du

[1]HOUDEMENT C et PELTIER M.L,1991, "La boîte du pâtissier" in COPIRELEM Cahors, IREM Paris 7.

pâtissier". Elles distinguent clairement deux temps dans le déroulement de leur séquence.

Tout d'abord, un temps consacré à la résolution du problème et à la réflexion mathématique. Les étudiants doivent construire une boîte à partir d'une feuille de format A4. Elles ajoutent ensuite diverses contraintes : base carrée, taille maximale, conditions d'existence.

Cette phase est accompagnée de la visualisation d'un film vidéo réalisé dans une classe de CM2 ayant fait la même activité.

Nous sommes bien dans le cadre traditionnel des stratégies d'homologie avec le parallèle entre situation pour adultes et situation pour enfants. La monstration rapide d'un film prouve la faisabilité de l'activité au niveau des classes élémentaires. Elle permet aussi de quitter le savoir mathématique parfois trop prégnant, pour s'intéresser aux aspects pédagogiques.

A la suite de ce travail, survient une deuxième phase présentée comme *un recul didactique* destiné à *faire basculer les étudiants du côté enseignant*. Ces derniers cessent d'être de simples élèves et doivent acquérir le point de vue d'un enseignant sur l'activité qui vient d'être menée. Il n'y a plus ici homologie mais passage à un niveau réflexif qui caractérise les stratégies liées à la transposition.

Pour provoquer cette distanciation, les formateurs tiennent un discours sur l'activité qu'ils viennent de conduire où ils explicitent leurs choix, analysent les procédures utilisées en termes didactiques. Ainsi, les formateurs procèdent à une institutionnalisation didactique qui suit une mise en action des étudiants sur un contenu mathématique.

2)La didactique-outil.

En poussant la réflexion un peu plus loin, on peut poser de façon explicite et critique le problème du rôle de la didactique des mathématiques en formation des maîtres. En quoi la didactique est-elle un élément important et indispensable de la formation des enseignants ? Qu'en est-il de sa place en tant qu'outil pour le futur maître ?

Cette fois les formateurs utilisent les apports de la didactique des mathématiques plutôt pour suivre ou contrôler le deuxième niveau de transposition. Nous avons rencontré dans notre étude deux grandes tendances :

a)L'apport d'outils d'analyse didactique pour le maître. La didactique des mathématiques joue un rôle d'appoint.

b)La construction de séquences didactiques par les maîtres en formation. Le projet est beaucoup plus ambitieux et vise à fonder une pratique du métier d'enseignant de type didactique.

En résumé, notre étude sur les stratégies de transposition repose sur deux couples parallèles. L'un est constitué par la double transposition du savoir opérée par le formateur et par l'étudiant. Quant à l'autre, il est composé par les approches pédagogiques et didactiques qui renvoient à des conceptions différentes sur le rôle de la réflexion sur l'enseignement des mathématiques.

La première transposition opérée par le formateur est problématique dans l'approche didactique surtout lorsque celle-ci souhaite garder comme objectif la professionnalisation des étudiants. Cela résulte de différentes causes :

1) La didactique des mathématiques est un champ de recherche dont la vocation première n'est pas de fournir un savoir technique directement utilisable dans les classes.

2) La transposition de ce savoir en formation passe par l'institutionnalisation de certaines notions dont la définition fluctue encore.

3) Nous avons aussi vu que ces notions étaient extraites du cadre théorique qui leur avait donné naissance pour être transformées en outils autonomes. Par exemple que devient la notion de jeu de cadre coupée de la théorie de la dialectique outil-objet ? Quel sens accorder aux variables didactiques lorsqu'elles sont utilisées hors du contexte didactique ? Ces questions ne semblent pas avoir reçu de réponses totalement satisfaisantes.

En effet, la théorisation didactique reste difficile pour un public non spécialiste des mathématiques et suppose un effort de transposition et d'adaptation important de la part des formateurs. Cette réflexion doit permettre de dégager quels sont les objets didactiques utiles aux futurs professeurs des écoles, elle doit aussi créer des situations de formation adaptées à la transmission de ces objets.

Les formateurs ont élaboré des activités assez élaborées pour guider la deuxième transposition opérée par les étudiants. Celles-ci portent essentiellement sur :

l'analyse des démarches et l'analyse didactique des séances.

l'étude et l'exploitation des erreurs des enfants.

Nous constatons, à cette occasion, que le modèle transpositionnel de formation se présente souvent comme un modèle critique, mais est-il suffisamment constructif ? En effet, certaines analyses démontent avec succès des séances de classe et en font bien ressortir les limites. Mais cet effet critique peut sembler mal compensé par les outils de construction de séance proposés par les formateurs.

A l'opposé de l'approche critique qui demande généralement peu de temps et témoigne de plus une bonne adaptation aux nouvelles conditions un peu formelles de la formation axée sur la préparation d'une épreuve écrite, l'approche constructive suppose un temps de formation plus important. En effet, les analyses a priori avec examen des différentes variables didactiques doivent, pour être efficaces, être complétées par des analyses a posteriori qui supposent un travail dans des classes primaires.

Ces formes de travail demandent de la part de l'étudiant un certain nombre de connaissances préalables. Il doit avoir une idée précise du fonctionnement des classes primaires et une représentation adéquate de l'enseignement des mathématiques. De plus, les connaissances mathématiques sont parfois trop importantes pour un public qui n'est pas spécialement scientifique et qui est appelé à enseigner diverses matières. Ainsi, l'approche transpositionnelle ne se construit pas sur un vide pédagogique et mathématique. A l'opposé des stratégies d'homologie, les stratégies transpositionnelles paraissent un art riche qui suppose et réclame beaucoup de conditions pour sa bonne réalisation. Cela explique que les exemples d'activités les plus complexes que nous avons rencontrés concernent souvent la formation continue de personnels déjà formés.

Conclusion

1. Critères de choix stratégiques a priori.

Pour terminer cette présentation de nos travaux, nous allons comparer les diverses stratégies sur quelques paramètres qui vont faire apparaître leurs différences. Cela aidera à comprendre les raisons qui poussent les formateurs à choisir telle ou telle stratégie de formation.

a) Place du formateur en mathématiques.

Dans les stratégies de monstration, le professeur de mathématiques, surtout dans le fonctionnement artisanal, ne décide pas seul du mode de formation. L'importance du milieu constitué par la classe et les conseillers pédagogiques place même le professeur au second plan d'un processus qu'il maîtrise finalement assez peu et qu'il ne fait qu'accompagner. Cet effacement relatif du professeur contraste avec l'implication importante de l'étudiant dans cette formation puisque ce dernier doit réaliser une séance dans une classe en présence d'observateurs critiques.

Dans le modèle technologique, l'importance du professeur s'accroît mais le savoir développé relève plus de la pédagogie générale que de la pédagogie des mathématiques ce qui justifie souvent mal sa spécificité disciplinaire. Celle-ci réapparaît lorsque la monstration est réduite et mieux ciblée sur des moment précis où c'est réellement un savoir mathématique qui est transmis.

Dans les stratégies d'homologie, cette fois le professeur joue le rôle d'un modèle indirect. En effet, ces stratégies sont basées sur un processus d'imitation différée et transférée. L'étudiant observe un professeur qui enseigne à des adultes suivant le modèle constructiviste, il doit ensuite adopter cette manière de faire dans son enseignement pour des enfants. Le formateur s'engage en assumant dans sa pratique d'enseignant ses choix pédagogiques. On peut aussi noter que c'est certainement dans ces stratégies que le professeur a un rôle qui se rapproche le plus de celui des instituteurs mais d'un "instituteur pour adultes". Ce dernier point peut avoir pour conséquence de provoquer chez les étudiants un sentiment d'infantilisation ou d'ennui.

Dans les stratégies de transposition, le formateur retrouve une plus grande liberté pédagogique puisque l'enjeu essentiel de ces stratégies est la transmission d'un savoir professionnel de référence. Dans le cadre de l'approche pédagogique où intervient une grande part d'idéologie due à la prégnance du modèle constructiviste, il nous est apparu que le formateur devait avoir une expérience professionnelle de la formation des maîtres qui lui donne le savoir empirique nécessaire pour gérer les situations de discussion avec les étudiants, fréquentes dans ce modèle. L'approche didactique, si elle peut éventuellement dispenser le formateur de ce savoir empirique, nécessite en revanche un investissement en tant que chercheur dans le domaine de la didactique des mathématiques. La difficulté consiste alors pour le formateur à ne pas confondre l'objet de ses recherches et l'objet de son enseignement.

b) Leviers utilisés par le formateur pour son action.

Les différentes stratégies ne prennent pas appui sur les mêmes points pour fonder leur action.

Les stratégies de monstration privilégient le rapport au contexte et au milieu professionnel futur. Elles utilisent ce dernier pour mettre au point des ajustements pédagogiques. Elles jouent aussi sur les comportements et les prises de décision perceptibles par l'observation. En ce sens, elles privilégient les apparences externes parfois au détriment de la cohérence interne.

Les stratégies d'homologie semblent privilégier l'action sur les représentations qui sont toujours supposées contraires au modèle souhaité par le formateur. Elles agissent donc de manière interne sur les étudiants en tentant tout d'abord une déstabilisation de ces derniers. Elles fournissent ensuite un modèle de l'enseignement constructiviste en acte.

Les stratégies de transposition se différencient des précédentes par leur volonté réflexive et l'effort de distanciation à partir des analyses a priori et de la critique des modèles. Elles défendent l'idée qu'un véritable savoir sur l'acte d'enseigner les mathématiques existe et que cet acte est trop complexe pour être réduit à un apprentissage de type technique.

c) Les savoirs de base nécessaires.

Les stratégies de monstration privilégient les savoirs qui permettent la prise en main et la gestion d'une classe. Elles donnent la priorité au "faire" pour acquérir des savoir-faire. Les formateurs sont amenés à jouer sur des savoirs pédagogiques généraux. Lorsque ces savoirs sont liés aux mathématiques, ils relèvent plus de l'organisation, du déroulement de la séance et ils portent sur l'agencement formel de l'ingénierie de manière souvent indépendante du contenu traité. Il y a aussi la nécessité de s'appuyer sur le savoir-observer qui entraîne trop souvent l'usage de lourdes grilles d'observation. Une autre spécificité des savoirs mis en jeu est qu'ils portent sur la pluridisciplinarité et l'articulation des mathématiques avec les autres disciplines.

J'ai montré que les stratégies d'homologie fonctionnaient plutôt sur une conception a minima des différents savoirs possédés par les acteurs du système. Elles ne supposent pas un savoir mathématique important de la part des étudiants et ne se réfèrent pas à un savoir sur l'acte d'enseigner très développé. Il faut noter que ces stratégies ont souvent été mises au point à une époque où ce savoir de référence était pratiquement inexistant. En ce sens, elles peuvent être qualifiées "d'arte povera" car elles essaient de tirer le maximum d'une situation jugée pauvre.

A contrario, les stratégies de transposition nécessitent de nombreuses conditions pour fonctionner correctement. L'étudiant doit posséder un certain nombre de connaissances sur le fonctionnement pratique d'une classe primaire. Il doit aussi maîtriser suffisamment les contenus mathématiques pour prendre la distance réflexive nécessaire. Quant au professeur, il doit s'être approprié un savoir qui ne fait pas partie du cursus usuel d'un professeur de mathématiques.

2. Etude des effets de la formation

L'étude des effets, sur les pratiques professionnelles des étudiants, spécifiques à chaque stratégie de formation est importante pour évaluer l'impact de ces stratégies. Divers facteurs limitent les possibilités d'une telle étude, dont le plus important est certainement lié à la pluridisciplinarité des maîtres du premier degré. Les étudiants suivent en effet des cours dans de nombreuses disciplines où les intervenants appliquent des stratégies variées; il est donc hasardeux de penser que leur mise en place des séances de classe à dominante mathématiques ne dépend que de la formation suivie dans cette discipline. Malgré cette réserve, je pense avoir obtenu certains résultats1[1] grâce à une définition précise du cadre de l'analyse de ces effets.

a) Précisions sur le cadre de l'analyse des effets de formation.

Tout d'abord, pour évaluer les effets d'une formation liée à la professionnalisation, il est nécessaire d'observer l'étudiant dans un milieu qui lui permette de mettre en oeuvre ses conceptions de l'enseignement. Pour diverses raisons, une évaluation externe de la formation nous semble théoriquement et pratiquement impossible. Aussi avons nous réfléchi à une évaluation interne a priori qui nous a conduit à dégager l'idée de milieu-medium. Il s'agit d'un sous-système du système de formation qui joue le rôle de champ d'exercice pour les savoirs transmis en formation. Ce sous-système permet de révéler le degré d'acquisition et d'opérationnalisation des savoirs transmis au sein de l'institution scolaire.

Dans le cadre de la formation, les conditions permettant l'existence d'un milieu-médium sont réunies dans le cadre du stage long dit terminal qui vient clore la scolarité des étudiants.

Ensuite, il est important pour apprécier les formations données à l'Institut de bien distinguer deux niveaux d'évaluation :

-le premier concerne l'efficacité de la transmission de modèles dans le cadre de l' I.U.F.M.

-le deuxième évalue la valeur des modèles transmis par l'I.U.F.M. dans le cadre de l'enseignement aux élèves de l'école primaire.

La distinction de ces deux niveaux nous semble essentielle pour clarifier le problème de l'évaluation de la formation des maîtres, même si elle peut paraître surprenante. En effet, le but des formateurs d'enseignants est de transmettre un mode (ou un modèle) d'enseignement à leurs étudiants. Evaluer leurs stratégies consiste donc à percevoir le degré d'appropriation de ces modèles par les étudiants. Une autre tâche importante mais distincte de la première consiste à évaluer la valeur de ces modèles. Ainsi, les échecs éventuels dus à l'utilisation de ces modèles ne doivent pas remettre en cause le mode de formation, mais plutôt le contenu de la formation.

[1]KUZNIAK 1994, opus cité.

Enfin, nous avons introduit trois caractérisations des actions des enseignants en situation de classe destinées à nous permettre d'observer les effets de formation. Il s'agit des notions d'activité pure, d'acte didactique et d'action didactique. L'emploi du mot didactique signifie ici une centration sur les phénomènes de transmission des connaissances.

Nous donnons à la notion d'activité pure son sens habituel d'activité occupant simplement un individu ou un groupe. Ce mot n'a pas la valeur que lui attribuent les tenants des pédagogies actives.

Le terme d'acte didactique désigne le type d'action où la transmission du savoir mathématique devient première sans mise en situation ou recherche préalables. L'acte didactique se présente à l'élève comme l'énonciation de ce qui doit être su. Cette notion est très proche de celle d'institutionnalisation.

Nous parlons d'action didactique quand pour le maître le but premier de l'activité est la création ou la transformation planifiée des connaissances de l'élève.

Notons que ces distinctions sont relativement indépendantes des théories de l'apprentissage. Le rôle de celles-ci sera de préciser comment se fait l'action didactique. Dans le modèle dominant au sein des centres de formation, cette action suit généralement un modèle constructiviste.

La formation s'assigne normalement comme objectif de donner aux étudiants la capacité de mettre en place une réelle action didactique. Nous avons donc tenté de percevoir cette action et sa conformité avec le modèle transmis.

b) Les effets observés :

Nous avons pu remarquer la fréquence de la dénaturation simplificatrice. Il s'agit pour l'étudiant de transformer les situations qui lui ont été proposées par les formateurs ou qu'il rencontre dans les livres, pour les adapter à son niveau de compétence mathématique et pédagogique. La simplification mathématique porte en général sur le cadre théorique mis en jeu qui est souvent ramené à un cadre concret où les manipulations d'objets ont une grande importance. Cette simplification résulte aussi d'un appauvrissement des situations par un jeu inconscient sur les variables didactiques et porte également sur la fermeture des consignes. C'est à partir de là que nous pouvons parler de dénaturation car les objectifs initiaux et les méthodes de travail annoncées sont modifiés. L'exemple le plus courant est celui où une phase de découverte est transformée en exercice "d'application".

Les stratégies de transposition sont particulièrement adaptées pour mettre en garde les étudiants et leur faire comprendre ce type de dérive. Par contre, elles entraînent fréquemment des blocages chez les étudiants qui avaient surtout retenu de cet enseignement la nécessité d'un effort critique lié aux analyses a priori et qui, faute d'aisance pédagogique, étaient conduits à ne pas choisir certaines situations par crainte des dérives signalées plus haut.

Les stratégies d'homologie nous ont paru favoriser la mise en place par les étudiants de situations basées sur l'activité et la recherche des élèves. Cependant, dans certains cas, faute d'institutionnalisation précise, on pouvait regarder le travail de l'enseignant comme relevant plus de l'activité pure que de l'action didactique. Ce défaut semble être une conséquence naturelle des stratégies d'homologie qui négligent ou mettent au second plan les phases d'institutionnalisation. Ainsi, nous rencontrons un exemple de reproductibilité externe qui reprend l'idée de mise en situation des apprenants mais perd de vue la logique interne de ces activités. D'une manière générale, cette logique interne ne semble clairement perçue que par les étudiants qui maîtrisent les différents savoirs mis en jeu dans la formation.

Les effets des stratégies de monstration sont difficiles à évaluer, vu la diversité des modèles utilisés. Nous pensons avoir perçu leur influence sur la manière dont les étudiants géraient les cadres généraux du système didactique comme le lieu didactique et le temps. A cette occasion, apparaît aussi le problème de la décontextualisation des connaissances transmises par monstration.

Enfin, la réduction de l'action didactique à l'acte didactique nous semble être une tendance de base : elle est nettement plus perceptible chez les étudiants ayant suivi une stratégie culturelle et chez ceux qui ont bénéficié d'une formation courte. Il s'agit d'un retour vers des modèles antérieurs vécus par l'étudiant. En effet, la comparaison entre deux groupes d'étudiants ayant suivi pour les uns une formation inférieure à un an et pour les autres la formation normale en deux ans, nous a permis de constater que les premiers ont peu modifié leur pratique à la suite de la formation. Tout se passe comme s'ils s'imprégnaient plus du langage pédagogique reconnu que de la mise en oeuvre réelle de démarches.

3. Articulation des diverses stratégies et perspectives de recherches.

Les stratégies que nous avons pu mettre en évidence présentent toutes certaines limites mais, et c'est sans doute une des raisons de leur existence, présentent aussi des avantages spécifiques liés aux points d'appui qu'elles privilégient.

Ce sont également des stratégies contingentes qui s'intègrent dans le cadre dans lequel elles opèrent. Chacune résout un type particulier de difficulté comme le niveau souvent médiocre des connaissances mathématiques des étudiants, ou l'élaboration inachevée d'un savoir théorique de référence pour les formateurs.

Ces stratégies fournissent des réponses partielles, mais non nécessairement contradictoires entre elles, aux problèmes posés par la formation. A partir de ce constat, il semble donc naturel de rechercher une stratégie d'ensemble. Sur un temps suffisamment long, celle-ci pourrait mettre en réseau les différents leviers de connaissances qui se rapportent à la formation des maîtres et que nous avons pu dégager :

La connaissance du contexte et du milieu dans lesquels va opérer l'étudiant. Cette connaissance lui permet de mieux comprendre les références à la pratique données dans le cadre de la formation.

L'action sur les représentations des enseignants indispensable pour entraîner une plus grande ouverture pédagogique.

Les références à un cadre théorique de type didactique.

Cette synthèse n'est pas utopique et nous avons déjà signalé certaines transitions entre les stratégies. Ainsi, certains formateurs mettent en place des stratégies de transposition à partir d'un mode de fonctionnement très imprégné des stratégies d'homologie. Ils tentent ainsi de concilier l'évolution du savoir didactique avec leur conception constructiviste de l'enseignement. De même, nous avons aussi rencontré des exemples de monstration mise au service de la transposition.

A partir de là, deux voies de recherches peuvent être explorées :

La première voie affine l'étude des variations stratégiques des formateurs en détaillant des ingénieries particulières. Elle tente notamment de mieux établir le lien entre les contenus mathématiques et les choix stratégiques du formateur. Les contenus induisent-ils un mode de formation ou inversement certains choix stratégiques conduisent-ils à négliger des contenus mathématiques?

La deuxième exploration que j'ai amorcée dans ma thèse porte sur l'impact des stratégies de formation sur les étudiants. Ma recherche actuelle porte sur le repérage d'outils (issus ou non de la didactique) qui peuvent aider les étudiants dans leur travail et leur mise en oeuvre d'une action didactique autonome Cette étude est difficile car on ne peut s'attendre à voir ces outils isolément et explicitement mis en oeuvre par les étudiants. A terme, j'espère ainsi mieux définir le rôle et les limites de certains concepts de la didactique des mathématiques. Dans cette optique, deux concepts/outils ont déjà retenu mon attention : les "cadres" introduits en didactique par Régine Douady (1986) et les variables didactiques.

L'ENUMERATION DANS LE MESURAGE DES COLLECTIONS

JOEL BRIAND– IUFM BORDEAUX

AVERTISSEMENT :

Au colloque de Chantilly, les séances de travail concernant ce sujet avaient pour but de pointer l'énumération en tant que connaissance nécessaire dans plusieurs activités de la scolarité obligatoire. Mais mon travail ne se limitait pas à cela. Aussi, je propose dans cet article de situer ma recherche et de montrer une partie du travail à l'aide d'exemples. Le risque est de faire un peu « patchwork ».

INTRODUCTION :

De récents travaux de recherche en didactique des mathématiques[1] ont montré que le partage des responsabilités entre l'enseignant et l'élève, si important dans le fonctionnement de l'enseignement ne prenait pas en compte le phénomène suivant : dans certaines situations, l'élève a besoin de connaissances[2] qui ne lui sont pas enseignées, mais qu'il doit pourtant mettre en oeuvre, pour apprendre ou pour utiliser ce qu'il a appris.

Ainsi, il existe des connaissances nécessaires à des pratiques (sociales ou d'enseignement) et relatives à un certain savoir[3], et qui ne peuvent être des objets d'enseignement parce qu'elles ne se présentent pas sous une forme culturelle connue.

Elles sont donc, par nature sous la responsabilité de l'élève et le professeur n'a pas la possibilité de négocier ce partage des responsabilités.

Une telle étude méritait d'être faite dans le domaine de l'acquisition du nombre et des opérations arithmétiques.

COMPTER CONSISTE A MESURER

Lorsque des élèves sont en situation de comptage effectif de collections, ils doivent faire face à tout un ensemble de questions analogues aux questions rencontrées lors d'activités de mesurage[4].

• Ils doivent avoir une idée de l'objet qu'ils traitent (la collection), ils doivent organiser leurs rapports avec cet objet. (cela peut être une collection montrée comme celles généralement rencontrées à l'école élémentaire ou une collection à concevoir

---

[1] ORUS P. (Thèse 1992 Bordeaux) à propos du raisonnement. SALIN MH et BERTHELOT R. (Thèse 1992 Bordeaux) à propos de la géométrie.

[2] CONNAISSANCES ET SAVOIR : DEFINITIONS. Nous empruntons à J.CENTENO et G. BROUSSEAU (1992) les définitions suivantes :
CONNAISSANCES: "Les connaissances sont les moyens transmissibles (par imitation, initiation, communication, etc.) mais non nécessairement explicitables, de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente ou à une exigence sociale.".

[3] SAVOIR : "Le savoir est le produit culturel d'une institution qui a pour objet de repérer, d'analyser et d'organiser les connaissances afin de faciliter leur communication, leur usage sous forme de connaissances ou de savoirs et la production de nouveaux savoirs. Dans certaines situations (action formulation ou preuve) le même résultat peut être le fruit d'une connaissance de l'acteur ou le fruit d'un savoir, ou les deux."
CONNE F. (1993) dans l'article *"Savoir et connaissance"* Recherches en didactique des mathématiques. N°13 précise le critère qui sépare l'ordre du savoir de celui de la connaissance. Il écrit : *"Lorsque le sujet reconnaît le rôle actif d'une connaissance sur la situation, pour lui, le lieu inducteur de la situation sur cette connaissance devient irréversible, il sait. Une connaissance ainsi identifiée est un savoir, c'est une connaissance utile, utilisable, dans ce sens qu'elle permet au sujet d'agir sur la représentation. "*.

[4] Le comptage est un mesurage de collections : L'application de l'ensemble des parties d'un ensemble fini dans N qui, à toute partie fait correspondre son cardinal est une mesure. L'activité de comptage d'une collection est donc à une activité de mesurage.
G.BROUSSEAU a mis en évidence huit domaines que tout sujet doit maîtriser dans une activité de mesurage. Ce sont : les objets "supports" des caractères à mesurer, la grandeur, la valeur particulière de cette grandeur, la mesure, la valeur de la mesure, la mesure concrète, le mesurage, l'évaluation des mesures. (BROUSSEAU 1992– « la mesure en CM1 » p.113 à 118). Nous avons utilisé cette classification pour conduire une analyse semblable dans le domaine du comptage.

comme celles que l'on trouve en analyse combinatoire).

• Pour contrôler les actions de comptage, ils doivent produire ou reconnaître des structures. Il font des choix dictés par des raisons ergonomiques, mathématiques, etc.

DEUX CONJECTURES :

Notre travail a d'abord consisté à montrer les deux points suivants :

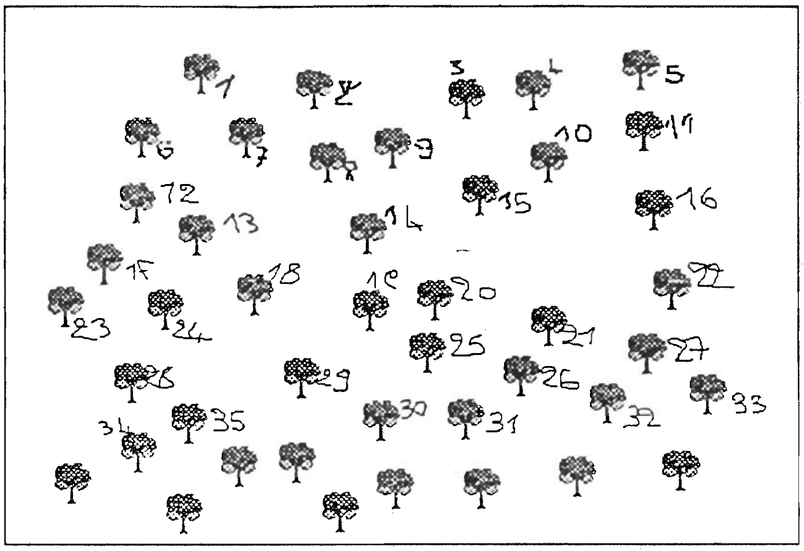
- Certaines difficultés dans des activités de dénombrement peuvent être imputées à la difficulté de passer d'un ensemble fini d'éléments à la détermination d'un ordre total[5] sur cet ensemble. La capacité à faire ce passage peut être identifiée comme une connaissance appelée énumération.
Les difficultés dans l'énumération peuvent être repérées elles-mêmes comme des absences de connaissances. Il s'agit donc d'un savoir-faire nécessaire.

- L'énumération n'existe pas en tant qu'objet d'enseignement, ni comme objet scientifique tel quel. Ce que nous visons sous ce terme apparaît sous des formes éclatées dans les publications mathématiques ou pédagogiques. Il n'existe pas une définition de l'objet correspondant à ce que nous appelons l'énumération. Dans le savoir savant, cet objet est confondu avec les activités de dénombrement.

EXEMPLES

Pour illustrer le propos, voici deux exemples à l'école élémentaire :

Premier exemple :
Au cours préparatoire, au mois de mars, MATHILDE doit compter combien il y a d'arbres .
Celle-ci commence à écrire un nombre au pied de chaque arbre (voir figure ci-après) puis, s'arrête à 35 et dit *"je ne peux pas mettre le 36 parce que cela peut être là ou là"*. (Son geste désigne les deux arbres à droite de l'arbre marqué 35.).



L'enseignant en situation de classe ne peut détecter cette hésitation. Quand bien même il en aurait fortuitement connaissance, il serait complètement démuni de moyens d'interprétation et d'actions à long terme. **L'erreur serait alors traitée comme un accident de comptage**. Le professeur n'aurait pas la possibilité d'intervenir sur le schème et ne pourrait proposer une issue qu'au niveau de l'action (une directive, un conseil), ce qui ne changeraient pas le rapport de l'élève à ce problème.
Quelle est la nature du problème qui se pose à Mathilde ?
Pour peu qu'on veuille bien y regarder de plus près, ce ne sont pas les connaissances relatives au nombre qui sont en cause.
Pour le contrôle de la situation, l'enfant fait fonctionner une connaissance qui se réfère à l'exploration de la collection et qui conditionne complètement le bon déroulement de l'activité. Les **nombres**

[5]Nous verrons, lors de l'étude que l'ordre total est sous jacent sans être obligatoirement nécessaire à l'activité de l'élève.

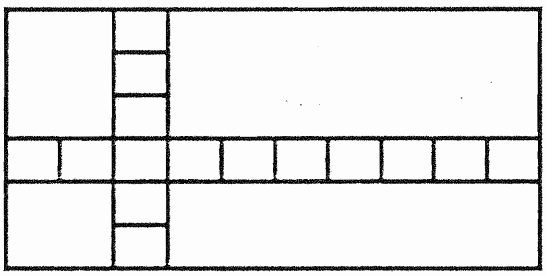
inscrits au pied de chaque arbre ne fonctionnent pas, comme on pourrait le penser comme un marquage au sens ou un marquage permet d'exercer un contrôle de l'exploration. La suite numérique ne vient pas à l'aide du contrôle (de type spatial celui-là). Nous pouvons même faire l'hypothèse que, d'une certaine façon, elle entre en conflit avec. Et ce conflit n'est pas résolu. L'enfant échoue alors qu'elle dispose de la suite numérique et d'un procédé d'exploration relativement bien organisé. (repérage en ligne). Il s'agit donc d'une absence de connaissance qui se manifeste par **une absence de synchronisation effective entre une connaissance numérique et l'exploration de la collection.**

Deuxième exemple

L'énumération instance de contrôle des opérations :

Il s'agit d'un contrôle effectué chaque année en cours élémentaire deuxième année, lorsque les enfants ont une bonne maîtrise du procédé de calcul de la multiplication :

L'énoncé de l'exercice proposé est le suivant : "*Pour fabriquer le dessus d'une table en mosaïque, on a utilisé des carreaux. Voici le dessus de la table. Quelques cases seulement ont été dessinées. Combien a-t-on utilisé de carreaux pour faire le dessus de cette table ?*"



Chaque année, les enseignants constatent une différence significative de résultats entre cet exercice et un autre exercice qui montre tout le quadrillage et où il est demandé le nombre de cases du quadrillage. On imagine bien que les deux exercices sont de difficulté très différentes, mais les maîtres sont désarmés devant les dispositions qu'il y aurait à prendre.

Devant ces comportements répétés, le professeur n'a pas d'autre solution que de donner des conseils pratiques, des procédés, des procédures. Il est d'une certaine façon sans moyen devant des difficultés qui ne se situent pas dans le champ immédiat des savoirs bien étiquetés. Dans le cas présent, la correction consiste à redessiner entièrement la table. Les enfants perçoivent alors le modèle enseigné et font le lien entre ce problème et le traitement par la multiplication.

L'ENUMERATION EST PRESENTE DANS LE COMPTAGE :

Revenons à l'activité de comptage d'une collection montrée telle qu'on la pratique en cours préparatoire. L'action de compter nécessite la synchronisation des tâches suivantes :

1- Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.

2- Choisir un premier élément de la collection.

3- Enoncer un mot nombre pris dans une comptine.

4- Déterminer un successeur dans l'ensemble des éléments non déjà choisis.

5- Attribuer un mot-nombre (successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).

6- Conserver la mémoire des choix précédents.

7 Recommencer 3 et 4 en les synchronisant.

8- Savoir que l'on a choisi le dernier élément."

9- Enoncer le dernier mot nombre.

En italiques figure l'énumération.

Nous voyons bien que l'activité d'énumération est incluse dans le comptage. Les difficultés propres à cette activité vont avoir des répercussions sur le comptage. Donc, l'institution enseignante doit se donner des moyens pour résoudre localement les problèmes posés par l'absence de l'enseignement de l'énumération. Mais la connaissance y fonctionne alors comme un rite. Il n'est pas nécessaire de connaître la nature précise de cette connaissance, il convient de savoir faire.

PROBLEMATIQUE :

La problématique énoncée précédemment se précise donc au travers de ces deux exemples :
La construction du nombre et des opérations arithmétiques a-t-elle besoin de connaissances qui se situeraient en amont du nombre et qui ne seraient pas prises en charge par l'enseignement ?
L'enseignant peut-il concevoir qu'il y a là un projet possible d'enseignement ?
Y conçoit il un projet de savoir ?
Et si nous parvenons à trouver des réponses, celles-ci apporteront elles une amélioration décisive dans l'enseignement du nombre et des opérations ?

L'ENUMERATION ET LES OPERATIONS LOGIQUES SUR LES ENSEMBLES

Nous avons vu que l'énumération est le moyen fondamental du comptage. Elle apparaît dans l'activité de l'élève comme le moyen de contrôler l'énoncé de la suite des noms de nombres qui, elle est déjà connue, en regard de la collection.
Le comptage est alors le mesurage effectif des ensembles finis correspondant au cardinal considéré comme mesure.
Ce contrôle du mesurage exige une connaissance de l'algèbre de BOOLE sur laquelle la mesure cardinale est définie. Par exemple, pour s'assurer qu'un objet n'a pas déjà été répertorié.
Alors, nous serions tentés de confondre pratique énumérative et pratique des opérations logiques sur un ensemble. Or il n'y a pas identité.

Prenons un exemple :
Il s'agit de savoir quels sont, parmi les noms de la liste L ceux qui sont membres de l'association A. (On nomme E l'ensemble obtenu).

L	A
feg	rez
try	jik
jik	try
bof	poi
drc	bof
sdr	ver
lgi	ext
bhj	feg
	mol
	cer
	rea
	ast

En tant qu'opération logique, le résultat est L'INTERSECTION $A \cap L$.
Du point de vue de l'action, la production effective du résultat se réalise selon un algorithme qui peut être le suivant :
(en se fondant sur l'ordre canonique induit par les colonnes du tableau) : Soit a=card(A), l=card(L). A(i) le i) terme de A et L(i) le i) terme de L.

Début : $E=\emptyset$
Pour i allant de 1 à a
Prendre le i° élément de A
pour j allant de 1 à l
si A(i)=L(i) alors E devient $E \cup \{A(i)\}$
jusqu'à l
jusqu'à a.

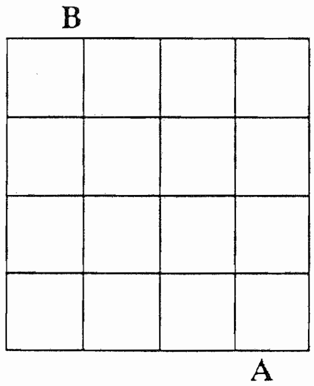
L'énumération s'est effectuée sur le PRODUIT CARTESIEN.
Donc, entre les opérations logiques et les opérations sur les énumérations il y a des correspondances mais pas identité.

C'était pourtant une hypothèse retenue lors de la réforme des mathématiques des années 70. L'enseignement des ensembles et des opérations ensemblistes devait faire l'école du point de vue de la détermination des ensembles à dénombrer.

APERCU D'UNE ETUDE EN SECOND CYCLE :

EPREUVE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT SERIE D JUIN 92 GROUPEMENT INTER-ACADEMIQUE II (EXERCICE 2).

Voici un quadrillage :



Il s'agit de trouver une méthode pour compter tous les chemins possibles allant de A à B.
Mais ces chemins doivent respecter la règle suivante : on ne peut se déplacer qu'en allant vers le haut ou vers la droite.[6]
La première question pose le problème sur un quadrillage comportant 4 cases. et demande : "pouvait-on le prévoir ?"
La deuxième question porte sur le quadrillage ci-dessus.

Cet exercice ayant été posé à l'épreuve de Juin 92 du BAC série D, nous avons conduit une étude sur 100 copies.

Ce problème est traité par la recherche d'une bijection avec un ensemble plus aisé à dénombrer. Ce qui suppose un changement de conception de l'objet "chemin".

[6]Cet exercice a été étudié (et associé à d'autres exercices) par A.Myx dans une publication de l'IREM de Lyon. *"PASCAL et FIBONACCI"*

Il faut tout d'abord s'assurer que la propriété énoncée : "chemin minimal" recueille une compréhension de tous les étudiants. Faisons cette hypothèse.
L'ensemble des chemins minima est une définition en compréhension.
Il faut transformer cette lecture en une écriture qui permette un dénombrement.
Soit $V=\{i,j\}$. Pour construire un chemin minimal, il suffira de construire un 8-uplets avec 4 occurrences de i (ou de j, ce qui revient au même). *(C'est là que les étudiants qui ont détecté C_4^2 lors de la première question passent à C_8^2 confondant vecteurs et occurrences de vecteurs.)*
Soit M l'ensemble suivant :
$M=\{x/\ x=(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7,a_8)$ et $a_i \in V$ et $\sum_{n=1}^{8}(a_n=i)=4\}$
Or, il existe une bijection de M vers A.
Donc $Card(M)=C^4{}_8$ donc $Card(A)=C^4{}_8$

NOUS AVONS VOULU ETUDIER SI LA REUSSITE A LA PREMIERE QUESTION PERMET LA REUSSITE A LA SECONDE :

La première question est réussie à 77%.
La deuxième est réussie à 16 %
Aucun des étudiants ayant échoué à la première question réussissent à la seconde.

Les auteurs de l'exercice ont probablement construit cette première question pour "faire comprendre la situation" (et peut être pour permettre de faire "glaner" quelques points au candidat).
La sous question *"pouvait-on le prévoir"* doit-elle être comprise comme un encouragement à changer de conception du point de vue des objets ?

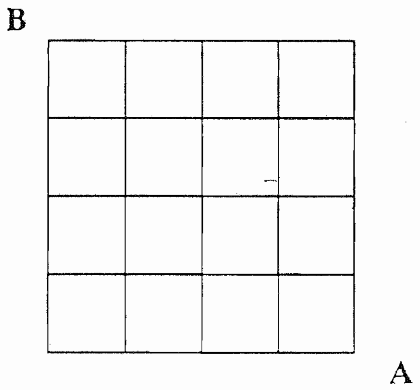
En tous cas, nous sommes en présence de deux situations qui s'opposent par la conception des objets à dénombrer. Dans la première question, les objets sont effectifs.

l'école du point de vue de la détermination des ensembles à dénombrer.

APERCU D'UNE ETUDE EN SECOND CYCLE :

EPREUVE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT SERIE D JUIN 92 GROUPEMENT INTER-ACADEMIQUE II (EXERCICE 2).

Voici un quadrillage :



Il s'agit de trouver une méthode pour compter tous les chemins possibles allant de A à B.
Mais ces chemins doivent respecter la règle suivante : on ne peut se déplacer qu'en allant vers le haut ou vers la droite.[6]
La première question pose le problème sur un quadrillage comportant 4 cases. et demande : "pouvait-on le prévoir ?"
La deuxième question porte sur le quadrillage ci-dessus.

Cet exercice ayant été posé à l'épreuve de Juin 92 du BAC série D, nous avons conduit une étude sur 100 copies.

Ce problème est traité par la recherche d'une bijection avec un ensemble plus aisé à dénombrer. Ce qui suppose un changement de conception de l'objet "chemin".

Il faut tout d'abord s'assurer que la propriété énoncée : "chemin minimal" recueille une compréhension de tous les étudiants. Faisons cette hypothèse.
L'ensemble des chemins minima est une définition en compréhension.
Il faut transformer cette lecture en une écriture qui permette un dénombrement.
Soit V={i,j}. Pour construire un chemin minimal, il suffira de construire un 8-uplets avec 4 occurrences de i (ou de j, ce qui revient au même). *(C'est là que les étudiants qui ont détecté C_4^2 lors de la première question passent à C_8^2 confondant vecteurs et occurrences de vecteurs.)*
Soit M l'ensemble suivant :

$$M=\{x/\ x=(a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7,a_8) \text{ et } a_i\in V \text{ et } \sum_{n=1}^{8}(a_n=i)=4\}$$

Or, il existe une bijection de M vers A.
Donc Card(M)=$C^4{}_8$ donc Card(A)=$C^4{}_8$

NOUS AVONS VOULU ETUDIER SI LA REUSSITE A LA PREMIERE QUESTION PERMET LA REUSSITE A LA SECONDE :

La première question est réussie à 77%.
La deuxième est réussie à 16 %
Aucun des étudiants ayant échoué à la première question réussissent à la seconde.

Les auteurs de l'exercice ont probablement construit cette première question pour "faire comprendre la situation" (et peut être pour permettre de faire "glaner" quelques points au candidat).
La sous question *"pouvait-on le prévoir"* doit-elle être comprise comme un encouragement à changer de conception du point de vue des objets ?

En tous cas, nous sommes en présence de deux situations qui s'opposent par la conception des objets à dénombrer. Dans la première question, les objets sont effectifs.

---

[6] Cet exercice a été étudié (et associé à d'autres exercices) par A.Myx dans une publication de l'IREM de Lyon. *"PASCAL et FIBONACCI"*

Ils peuvent en tous cas être dessinés. Ce n'est pas le cas dans la deuxième question.

La répartition des candidats est la suivante :

		Question 2 R	Question 2 E
Question 1	R	16	61
	E	0	8

Jamais la prévision (Il s'agissait de la question : *pouvait-on le prévoir ?*) n'entre en conflit avec le schéma, même lorsque le schéma n'a pas révélé le nombre correct de chemins possibles.
Le candidat s'arrange toujours pour que la formule confirme le dénombrement effectif, y compris lorsqu'il oublie de dessiner un chemin.
Ainsi, la question *"pouvait-on le prévoir ?"*, est perçue par les candidats comme une invitation à trouver une formule qui "marche", mais pas comme une incitation à changer de conception en vue de la seconde question.
On peut alors s'interroger sur cette pratique courante de commencer un exercice à l'aide d'une question qui fait travailler sur des objets effectifs et qui précède une question qui fera travailler sur des objets à concevoir.

Les étudiants qui ont produit la formule C_4^2 lors de la première question se répartissent ainsi pour la deuxième :

C_8^2	C_{16}^2	C_8^4	autres réponses
7	1	2	5

Tout d'abord, on constate que sur 71 réussites en première question, 16 candidats seulement produisent la formule juste en deuxième question.

Les candidats qui déduisent la formule C_8^2 en deuxième question se justifient par une référence au modèle de la proportionnalité : "Il y a deux fois plus de branches pour un chemin donc le 4 devient 8. ". Une simple vérification sur un quadrillage à une case aurait pu mettre ce modèle en défaut.

La recherche d'un ensemble équipotent à un ensemble donné nécessite un changement de conception de l'objet à dénombrer (ici, le chemin).
D'une définition naïve de l'objet (chemin au sens de déplacement), l'étudiant doit construire une définition autre de l'objet chemin et donc DETERMINER un nouvel ensemble.
De plus, le passage à une autre conception doit se faire dans le but de reconstruire un ensemble que l'étudiant sait, par avance facilement dénombrable (énumération remplacée par le dénombrement d'un "ensemble type" étudié en classe). Cette démarche n'est pas enseignée.

Ces étudiants savent compter. Nous ne pouvons donc pas affirmer que les problèmes de dénombrement se réduisent à des problèmes de comptage.
Dans le savoir savant, les problèmes de dénombrement sont résolus en remplaçant un ensemble difficile à dénombrer par un ensemble équipotent plus aisé à dénombrer.
Les étudiants de terminale n'ont pas reçu d'enseignement de telles techniques, qui, de toutes façons requièrent souvent des compétences mathématiques importantes.

Les étudiants ne font plus le lien entre la compréhension de la situation et l'utilisation d'opérations. Ainsi, le contrôle du résultat ne s'effectue à aucun moment.
Les enseignants de l'école élémentaire diraient qu'ils n'ont pas "le sens des opérations".
L'étude de l'enseignement de l'analyse combinatoire, en ce qu'elle établit une distance entre les formules de calcul et les pratiques énumératives (que certains étudiants évoquent dans leur copie) nous informe peut être sur la construction des opérations arithmétiques chez de plus jeunes enfants.

BIBLIOGRAPHIE :

ANTIBI A. (1990) *"problèmes de dénombrement"* in bulletin A.P.M.E.P. Avril 90 P.173–188.

ARTIGUE M. (1988) *"Ingénierie didactique"* in Recherches en didactique des mathématiques vol 9–3. 5–64

BALATCHEFF N. (1988)*" Génèse du concept d'itération: une approche expérimentale".* Enfance. vol 3–5.

BARBUT–MONJARDET (1970) *"Ordre et classification algèbre et combinatoire".* Hachette Université. Tomes 1 et 2 .1970.

BAROODY A.C., (1991) *"Remédier aux difficultés courantes du comptage"*, in BIDEAUD et al, 1991, 377–399.

BASTIEN C (1984) *"Qu'apportent les modèles de simulation à la compréhension de problèmes de partition chez l'enfant de 4 à 7 ans?"* Colloque de la société française de psychologie. Grenoble. ESPREL–FRAYSSE, PELISSIER. PINELLI.

BASTIEN C. (1985)*"Représentation, construction et repérage de l'intersection : l'impossible ubiquité".* Archives de psychologie.

BRAUNER A. (1970) *"Recherches sur le pré–calcul"* E.S.F.

BRIAND J. (1985) *"Situations didactiques et logiciels d'enseignement"* . D.E.A. Bordeaux.

BRIAND J. (1990) *"Conditions didactiques d'élaboration d'un didacticiel"* Actes du séminaire micro–informatique en éducation. Montréal.

BRIAND J. (1993) *"L'énumération dans le mesurage des collections"*. Thèse. LADIST–IREM de BORDEAUX.

BRISSIAUD R. (1989) *Comment les enfants apprennent à calculer ?* RETZ, Paris, 1989, 192.

BRISSIAUD R. (1991) *"Calculer et compter de la petite section à la grande section"* in Grand N, n°49, Grenoble, CRDP, 1991. 37–48.

BROUSSEAU G. (1983) *"Didactique et acquisitions des connaissances scientifiques".* 1983. Projet du GRECO (G.VERGNAUD M.HULIN).

BROUSSEAU G (1984) *"L'enseignement de l'énumération"* Congrès C.I.A.E.M. Adélaïde 1984

BROUSSEAU G. (1986) *"Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques".* Thèse d'état BORDEAUX .

BROUSSEAU N. et G. (1987 et 1992) *"La mesure en cours moyen première année."* Edition augmentée. Tirage 1992 .

BROUSSEAU G. et CENTENO J. (1992) *"La mémoire du système didactique"* Document provisoire à paraître.

CHEVALLARD Y. (1980) *"La transposition didactique"* Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1982) *"Sur l'ingénierie didactique".*

CHEVALLARD Y. (1989) *"Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel."* Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique Université Grenoble 1.

DARCHEVILLE. *"Modification de l'activité de quantification des collections par le nombre chez les enfants de 5–6 ans."* Revue française de pédagogie, 65, P.39–46.

DHOMBRES J. et coll. (1987) *"Mathématiques au fil des âges"* GAUTHIER–VILLARS 1987.

FAYOL M.*"Résolution de problèmes de combinatoire chez des enfants du cycle élémentaire: influence de l'habillage du travail en groupe".* Enfance. (FAYOLL M.– MAURY S).

FAYOL M. (1991) *"Du nombre à son utilisation : la résolution de problèmes additifs"* in Bideaud .J, Meljac C, et Fischer J.P. (eds) .*Les chemins du nombre.* Presses universitaires de Lille, Lille, 257-270.

FAYOL M. (1990) *L'enfant et le nombre : du comptage à la résolution de problème.* Delachaux et Niestlé, Paris, 233.

FAYOL M. (1985) *"Nombre, numération et dénombrement, que sait-on de leur acquisition ?".* Revue française de pédagogie, INRP, Paris. 59-77.

FISHER. (1984) *"La dénomination des nombres par l'enfant"* IREM Strasbourg .

FISCHER *"L'appréhension du nombre chez le jeune enfant".* Enfance.

FISHER (1984) *"Etude complémentaire sur l'appréhension du nombre"* IREM de Strasbourg.

FLORES C. (1972) *"La mémoire".* PUF.

GAIRIN CALVO S. (1988) *"Les nombres au C.P.avec ou sans logiciels"* I.R.E.M. De Bordeaux.

GELMAN (1983) *"Les bébés et le calcul".* La recherche n° 14.

KAREN C. FUSON *"Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans"* in BIDEAUD et al.

KNUTH (1969 et suiv.) *"Computer programming".* Seminumericals algorithms. Addisson Wesley .

MAURY S. (1986) Thèse d'état *"Contribution à l'étude didactique de quelques notions de probabilité et de combinatoire à travers la résolution de problèmes"* Université des sciences du Languedoc.

MELJAC C. (1979) *"Décrir, agir, compter"* P.U.F.

PERES J. (1987) *"Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle".* I.R.E.M. de Bordeaux. formation.

RATSIMBA-RAJOHN (1989) *"Processus didactique et construction d'un didacticiel".* I.R.E.M.

ROUCHIER A. (1984) *"Informatique et didactique de l'informatique"* in actes de la III école d'été de didactique juillet 84 Orléans. P.167 à 175.

SALIN M.H et BERTHELOT R. (1992) : *"L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire".* Thèse BORDEAUX I.

STANLEY R. (1986) *"Enumerative combinatorics"* Wadworth and brooks/cole advanced Books and sotware. Belmont California.

STEIN P.R. (?) *"A brief history of enumeration",* Advances in applied Mathematics, Metropolis.

VERGNAUD G. (1988) *"La théorie des champs conceptuels".* Recherche en didactique des mathématiques .Vol10 2/3, 133-170.

VERGNAUD G. (1991) *"L'appropriation du concept de nombre : un processus de longue haleine."* in Bideaud .J, Meljac C, et Fischer J.P. (eds). *Les chemins du nombre.* Presses universitaires de Lille, Lille, 271-282.

VALIANT L.G. (1979) *"The complexity of enumeration and reliability problems"* SIAM J. COMPUT 8, 410-421.

WITTWER J (1982) *"Deux exemples du -structuralement possible- Piagétien. Le problème scolaire dit des intervalles"* in Perspectives piagétiennes- Edition des sciences de l'homme PRIVAT.

UN EXEMPLE D'UTILISATION DE LA THEORIE DÉVELOPPEMENTALE DE VYGOTSKY POUR PENSER LE PROGRÈS DANS LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE SOUSTRACTION

Rémi BRISSIAUD - IUFM de Versailles - Chercheur associé à l'Université Paris 8
(Equipe de recherche "Psychologie cognitive du traitement de l'information symbolique")

Le symbolisme arithmétique ne doit pas être considéré comme une simple abréviation sténographique du langage ordinaire. Ainsi, considérons les problèmes arithmétiques suivants où, dans les deux cas, il s'agit de déterminer *la valeur d'un ajout :*

Problème du type "transformation"

Eric avait 17 bonbons.
Il achète d'autres bonbons et maintenant il a 31 bonbons.
Combien Eric a -t-il acheté de bonbons ?

Problème du type "égalisation"

Eric a 17 bonbons et Denis a 31 bonbons.
Denis veut avoir le même nombre de bonbons que Eric.
Combien Denis doit-il acheter de bonbons ?

Une caractéristique essentielle de ces problèmes est que leur énoncé décrit un ajout alors qu'il s'agit de problèmes de soustraction ; il y a donc un conflit apparent entre le contenu sémantique de l'énoncé de ces problèmes, celui que véhicule le langage ordinaire, et le type d'opération arithmétique qui permet d'obtenir leur solution numérique. Comment les enfants apprennent-ils à utiliser *le signe* "-" pour résoudre un problème dont l'énoncé parle d'un *ajout* et comment favoriser cet apprentissage chez chaque enfant, en situation scolaire ? C'est à cette question, l'une des plus passionnantes de la didactique des mathématiques, que je vais essayer d'avancer quelques réponses.

Je commencerai par montrer que pour aborder une telle question, il convient de penser le progrès des enfants sur le long terme,

c'est-à-dire à travers une problématique de l'articulation entre l'enseignement et le développement, ce qui justifie qu'on fasse appel au cadre théorique élaboré par Vygotsky.

Dans un second temps, j'exposerai quelques résultats obtenus dans des classes où les enseignants ont mis en oeuvre ce que j'appelerai une approche "vygotskienne" de la soustraction. On trouve un compte-rendu complet de ces résultats dans Brissiaud (1994).

Penser le progrès de l'enfant à travers une problématique de l'articulation entre l'enseignement et le développement

Examinons tout d'abord les différentes stratégies de résolution que les enfants sont susceptibles de mettre en oeuvre pour résoudre ce type de problèmes, que ces stratégies soient adaptées ou erronées. Dans le tableau 1, on distingue deux niveaux de procédures : les procédures analogiques et les procédures arithmétiques. Personne ne sera surpris du fait qu'on classe dans les stratégies analogiques celles où l'enfant mime le contenu de l'énoncé avec du matériel ou en dessinant, ni même celle où l'enfant surcompte : 17, 18 (1 doigt levé), 19 (2), 20 (3), etc. En revanche, cela surprend souvent qu'on puisse classer l'usage de l'"addition à trou" dans les résolutions analogiques. Et pourtant, cet usage du symbolisme arithmétique est un usage banal, l'enfant utilise le signe "+" pour référer à l'action d'ajouter. Cette utilisation du signe "+" est d'ailleurs comprise par la plupart des enfants dès le C.P. (Carey, 1991).

1°) Lorsque les enfants ont la possibilité de mettre en oeuvre une résolution analogique, la réussite à un problème de ce type est quasi totale dès le CE1.

Dans une recherche de Riley, Greeno & Heller (1983), par exemple, les enfants sont confronté au problème suivant : *Joe avait 3 billes ; puis Tom lui a donné des billes en plus. Maintenant, Joe a 8 billes. Combien de billes Tom lui a-t-il donné ?* , la réussite est de 61% en G.S., de 56% au C.P. et de 100% à partir du C.E. 1. Les mêmes résultats sont obtenus par Carey (1991) avec des nombres plus grands.

2°) En revanche, dès que les enfants sont mis dans la situation de "choix forcé de la bonne opération arithmétique", soit qu'on leur demande explicitement "c'est une "+", une "-" ou une "x"?", soit qu'ils pensent que l'enseignant préfère qu'ils trouvent directement

	STRATEGIES CORRECTES	STRATEGIES ERRONEES
RESOLUTIONS ANALOGIQUES	• mime de l'action décrite dans l'énoncé • surcompter de 17 jusqu'à 31 • "addition à trou" : 17 + ... = 31	• les mêmes mais le résultat est mal interprété (31 est souvent fourni comme solution)
RESOLUTIONS ARITHMETIQUES	• soustraction : 31 - 17 = ...	• addition : 17 + 31 = ...

Tableau 1 : Les différentes stratégies mises en oeuvre pour résoudre un problème de recherche de la valeur d'un ajout avec valeur initiale : 17 et valeur finale : 31.

On dispose de nombreux résultats expérimentaux montrant que :

la bonne opération arithmétique plutôt que de faire un dessin ou d'utiliser du matériel pour mimer l'énoncé du problème, le taux d'échec est extrêmement important.

Dans une recherche récente de Ermel (1992), par exemple, on propose à des élèves de CE1 (en novembre), le problème suivant : *La maîtresse a 42 cahiers dans l'armoire. Le directeur lui apporte un carton de cahiers. La maîtresse a maintenant en tout 67 cahiers. Combien le directeur lui a-t-il apporté de cahiers ?*, le pourcentage de réussite n'est que de 39% ! L'erreur la plus fréquente, observée dans 45 % des cas, consiste à calculer 42 + 67. En fin de CE2, toutes les recherches disponibles montrent qu'un tiers encore des enfants choisissent de manière erronée de faire une addition pour résoudre ce type de problème.

Distinguer deux sortes de problèmes :

taux de réussite va augmenter. La première ligne du tableau 2, montre que ce taux de réussite ne dépasse 75% qu'au CM2 !

Dans le tableau 2, on trouve également les résultats concernant un autre type de problèmes de soustraction, ceux où l'on cherche le résultat d'un retrait : *Eric avait 31 bonbons. Il mange 17 bonbons. Combien Eric a-t-il de bonbons maintenant ?* Il est très facile de reconnaitre qu'un tel problème est un problème de soustraction, parce qu'il suffit de se laisser porter par le langage ordinaire : Eric mange des bonbons, il en aura moins, je "fais une moins" !

Type du problème	C.E.1	C.E.2	C.M.1	C.M.2
Recherche de la valeur d'un ajout	42	50	71	80
Recherche du résultat d'un retrait	83	84	90	91

Tableau 2 : Pourcentages de réussites à 2 types de problèmes d'après une recherche de Hendrickson & Thompson, rapportée par Riley & Greeno (1988)

Nous venons de voir que le pourcentage de réussite au CE1 régresse de pratiquement 100% à moins de 50% lorsque l'enfant change de stratégie de résolution, passant d'une résolution analogique où il effectue une sorte de mime (mental ou avec du matériel) de l'énoncé du problème, à une résolution arithmétique où il essaie de "trouver la bonne opération". En fait, ce n'est que très progressivement que le

De fait, on voit dans le tableau 2 que le progrès s'effectue très différemment pour les deux types de problèmes : pour la recherche du résultat d'un retrait, la réussite est importante dès le CE1, c'est-à-dire dès qu'on a enseigné le signe "-", et peu de progrès sont observés par la suite (parce qu'il en reste peu à faire !), alors que dans le cas des problèmes de recherche de la valeur d'un ajout, l'enseignement fourni ne produit ses effets que progressivement, sur une longue période.

Une conclusion possible est évidemment qu'il convient de trouver une forme d'enseignement plus efficace concernant les problèmes de recherche de la valeur d'un ajout.

L'hypothèse qui est à l'origine du travail que je vais présenter ici est très différente : il est raisonnable de penser qu'on aura beau faire toutes les "leçons" qu'on voudra, on aura beau avoir mis en place toutes les "situations-problèmes" imaginables, il n'existera vraisemblablement jamais d'environnement didactique qui conduise les enfants à progresser de la même manière pour les deux types de problèmes précédents. Et ceci parce que les enfants doivent surmonter un obstacle important pour résoudre à l'aide du signe "-", un problème dont l'énoncé parle d'un ajout. Or quand un obstacle est important, il ne peut pas être surmonté par les enfants de manière synchrone, il met en évidence les différences entre les enfants.

De mon point de vue, les problèmes de recherche du résultat d'un retrait relèvent d'une problématique de l'articulation entre l'enseignement et *l'apprentissage*, au sens où l'enseignement prodigué a des effets bénéfiques quasi-immédiats sur la quasi-totalité des enfants, alors que les problèmes de recherche de la valeur d'un ajout relèvent d'une problématique de l'articulation entre l'enseignement et le *développement*, au sens où un enseignement qui ne s'adapterait pas à la diversité des enfants risquerait d'empêcher certains enfants de progresser plutôt que de favoriser ce progrès. C'est certainement le cas aujourd'hui avec les problèmes de recherche de la valeur d'un ajout : plutôt que de laisser les élèves résoudre ce type de problèmes par le dessin ou avec du matériel jusqu'à ce qu'ils inventent l'usage du signe "-", on leur demande très tôt de choisir la "bonne opération arithmétique" et on provoque ainsi l'échec d'une moitié environ d'entre eux. Pour certains, cet échec est temporaire, pour d'autres, il est durable.

Penser l'articulation entre l'enseignement et le développement en s'inspirant de la théorie développementale de Vygotsky

Le risque majeur qu'encourt le didacticien qui utilise la notion de développement est de concevoir l'enseignement comme étant à la remorque du développement : le seul enseignement dont pourrait profiter l'enfant serait celui qui "correspond à son état de développement". L'enseignant, en quelque sorte, devrait être surtout attentif à ne pas aller trop vite (il est clair que ce reproche peut souvent être adressé aux didacticiens qui se sont inspirés de Piaget dans leurs propositions didactiques). Dans le cas qui nous intéresse ici, celui de la résolution arithmétique des problèmes de recherche de la valeur d'un ajout, un tel enseignant laisserait les enfants utiliser du matériel ou dessiner, sans jamais leur demander de choisir la bonne opération arithmétique ("c'est une "+", une "-" ou une "x" ?), puisque c'est cette contrainte qui conduit de nombreux enfants à l'échec. Mais jusqu'à quand l'enseignant doit-il ainsi s'abstenir d'enseigner ? L'enseignant ne serait-il dans la classe que pour valider des progrès qui ne lui doivent rien ?

Il existe cependant un autre grand théoricien du développement, Vygotsky, auquel on ne peut guère reprocher de prôner un tel attentisme pédagogique puisqu'il est l'auteur de la fameuse formule: *"le seul bon enseignement est celui qui guide le développement"*.

Dans le cas qui nous intéresse ici, celui de la résolution arithmétique des problèmes de recherche de la valeur d'un ajout, comment peut-on rendre opérationnelle cette formule de Vygotsky ? Il existe probablement diverses façons de le faire, mais la proposition que je ferai ici consiste à distinguer dès le départ deux sortes de progrès qui sont attendus de la part des élèves, d'une part ceux qui seront favorisés par un travail collectif au sein de la communauté maître - élèves, au cours de ce que nous appelerons des situations d'enseignement / apprentissage (c'est là qu'est prodigué le "bon enseignement qui guide le développement"), et d'autre part des progrès qui resteront à la charge de chaque élève pris individuellement et qui, lorsqu'ils sont observés chez un élève donné, révèlent que le développement est effectif chez cet élève (un exemple de tel progrès est l'invention de l'usage du signe "-" pour résoudre un problème de recherche de la valeur d'un ajout).

Lorsqu'on adopte cette perspective, on est donc amené à distinguer deux sortes de séances, d'une part des séances d'enseignement / apprentissage et d'autre part. des séances de résolution individuelle de problèmes. On imagine facilement quelques aspects cruciaux du contrat didactique que gère l'enseignant dans les séances de résolution individuelle de problèmes : il se met en retrait, ses seules interventions consistant éventuellement à aider l'élève à amorcer une résolution analogique des divers problèmes (de quoi parle l'énoncé ?), il se garde de poser la question "c'est une + , une - ou une x ?", il adopte un rôle d'observateur du développement. Deux questions cependant se posent :

1°) Quel est le contenu de l'autre sorte de séance, celles d'enseignement / apprentissage, c'est-à-dire quel est ce "bon enseignement" qui va aider les enfants à inventer l'usage du signe "-" pour résoudre un problème de recherche de la valeur d'un ajout ?

2°) Comment observe-t-on que le développement a été effectif chez certains enfants, permettant ainsi qu'on aille plus loin avec eux, qu'on puisse leur demander de résoudre ce type de problème en choisissant la bonne opération, par exemple ? On notera que Vygotsky s'exprimerait différemment, il dirait plutôt : "comment observe-t-on qu'on a réussi à créer une Zone Proximale de Développement chez l'enfant" ? En effet, pour Vygotsky (1934 / 1985, p. 112) :

"...le point essentiel consiste en l'affirmation que les processus de développement ne coïncident pas avec ceux de l'enseignement / apprentissage, mais suivent ces derniers en donnant naissance à ce que nous avons défini comme zone proximale de développement."

Il considère donc l'enseignement comme une entreprise de création de ZPD. Finalement, lorsqu'on essaie d'opérationaliser la théorie de Vygotsky en distinguant, comme je propose de le faire, deux sortes de séances, on peut s'exprimer de la manière suivante : dans les séances d'enseignement / apprentissage, l'enseignant cherche à créer chez ses élèves une ZPD, alors qu'au cours des séance de résolution individuelle de problèmes, il a l'occasion d'observer si la création d'une ZPD a été effective ou non.

Mais comment créer une ZPD ? Et à quoi voit-on que cette création a été effective ? Je vais essayer de répondre successivement à ces deux questions.

Le calcul mental d'une soustraction "en avançant" comme moteur du développement

Observons d'abord que si un adulte doit calculer mentalement 102 - 94, par exemple, il mènera ce calcul "en avançant" : "94 pour aller à 100, il faut 6 ; et pour aller à 102, il faut 2 de plus, 8". Or les débutants ne possèdent généralement pas ce savoir-faire : l'étude longitudinale de Svenson & Sjöberg (1982) montre que jusqu'au CE2 inclus, les enfants déterminent de manière très préférentielle le résultat d'une soustraction a - b par un calcul "en reculant". S'il s'agit de déterminer 13 - 7, par exemple, il leur apparait plus naturel de dire 13 (initialisation de la procédure), puis 12 (1 de retiré), 11 (2 de retiré)... jusqu'à 6 (7 de retiré). La suite 13, 12, 11, ... 6 est décroissante et correspond à ce qu'on obtient en retirant successivement les derniers numéros de la suite des nombres, c'est-à-dire *en reculant* sur la suite des nombres. Cela se comprend aisément : pour l'enfant , avancer sur la suite des nombres, c'est ce qu'il fait chaque fois qu'il compte une collection d'objets. Le fait d'avancer sur la suite des nombres est ainsi associé à cette situation de comptage où il *cumule* des objets. Les résultats de Svenson & al s'expliquent donc lorsqu'on considère que pour le jeune enfant, il y a une sorte de contradiction entre le fait d'avancer sur la suite des nombres et celui d'effectuer un *retrait*.

Il n'est pas possible, dans la place qui m'est impartie, d'expliquer très précisément pourquoi l'enseignement du calcul d'une soustraction a - b "en avançant" est susceptible d'être ce "bon enseignement qui favorise le développement". Disons simplement ceci : Vygotsky définissait le développement comme le dépassement de contradictions *par automouvement*. Ici, il s'agit d'amener les élèves à inventer le dépassement de la contradiction suivante : l'énoncé d'un problème décrit un ajout, et pourtant sa solution numérique peut s'obtenir en utilisant le signe "-". Pour qu'un enfant dépasse cette contradiction par automouvement, il est souhaitable de lui enseigner le dépassement d'une autre contradiction qui est une sorte de "reflet" de la première : la soustraction a - b est une opération arithmétique qui exprime un retrait, et pourtant on peut en calculer le résultat "en avançant". L'enseignement (du calcul mental de a - b en avançant) anticipe le développement (l'invention de l'usage du signe "-" pour résoudre un problème de recherche de la valeur d'un ajout).

Comment savoir que l'enseignement prodigué a effectivement crée une Z.P.D. ?

Il s'agit donc de répondre à la deuxième question posée précédemment. Considérons le problème d'égalisation suivant où il s'agit d'égaliser 2 quantités alors que l'une d'elle est très petite :

> Pierre a 63 bonbons et Paul a 4 bonbons.
>
> Paul veut avoir le même nombre de bonbons que Pierre.
>
> Combien Paul doit-il acheter de bonbons?

Lorsqu'un enfant raisonne de manière analogique pour résoudre ce problème, le groupe verbal "acheter des bonbons" l'incite à se représenter un ajout et donc à rechercher le complément de 4 à 63 (que faut-il ajouter à 4 pour avoir 63 ?). Mais la taille des nombres 4 et 63 rend coûteux ce type de calcul "en avançant", plus couteux que le calcul "en reculant" qui lui correspond : 63 moins 3, ça fait 60 et encore moins 1, ça fait 59. D'une manière générale, la résolution d'un problème présente deux aspects, la construction d'une représentation de l'énoncé et le calcul de la solution numérique ; or, dans le cas du problème "Pierre et Paul", la sémantique de l'énoncé incite à se représenter l'énoncé à l'aide d'un ajout, mais c'est en faisant une soustraction mentale qu'on se ramène à un calcul simple. Dans ce problème, les données numériques ont été choisies pour qu'il y ait *une interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation de l'énoncé, et l'économie du calcul.*

Mon hypothèse est la suivante. Si on propose le problème "Pierre et Paul" à des enfants qui n'ont jamais été mis en situation de choix forcé de la bonne opération arithmétique et à qui on a enseigné le calcul mental d'une soustraction, ils vont se représenter sous une forme analogique l'étendue qui sépare les nombres 4 et 63. Comme la quantification de cette étendue est difficile lorsqu'on la parcourt dans le sens croissant, certains d'entre eux vont "spontanément" réorganiser leur geste mental, pour la quantifier différemment, sous la forme 63 moins 4. Et, si on leur demande d'écrire une égalité, ils écriront 63 - 4 = 59, parce qu'ils auront pris conscience de la nature soustractive de leur calcul mental.

Cet usage éventuel de la soustraction se ferait donc en dehors de toute situation de choix forcé de la bonne opération arithmétique : on n'a pas demandé à ces enfants de choisir entre l'addition et la soustraction, ils avaient la possibilité d'écrire l'égalité 4 + 59 = 63, qui est compatible avec un mime mental du contenu de l'énoncé. Aussi les enfants qui procèderaient ainsi, auraient-ils inventé l'usage de la soustraction pour résoudre un problème de recherche de la valeur d'un ajout. Ils auraient inventé cet usage à propos d'un problème dont les données numériques sont spécifiques, certes, mais il n'en reste pas moins que, dans ce contexte privilégié, ils auraient dépassé par "automouvement" la contradiction entre la sémantique de l'énoncé de ce type de problème et la nature de l'opération arithmétique qui doit finalement être retenue.

C'est cette hypothèse que j'ai pu vérifier avec des élèves de CE1 qui, depuis le début de l'année avaient suivi un enseignement réparti en deux sortes de séances : d'une part des séances d'enseignement / apprentissage, et d'autre part des séances de résolution de problèmes.

L'expérience et ses principaux résultats

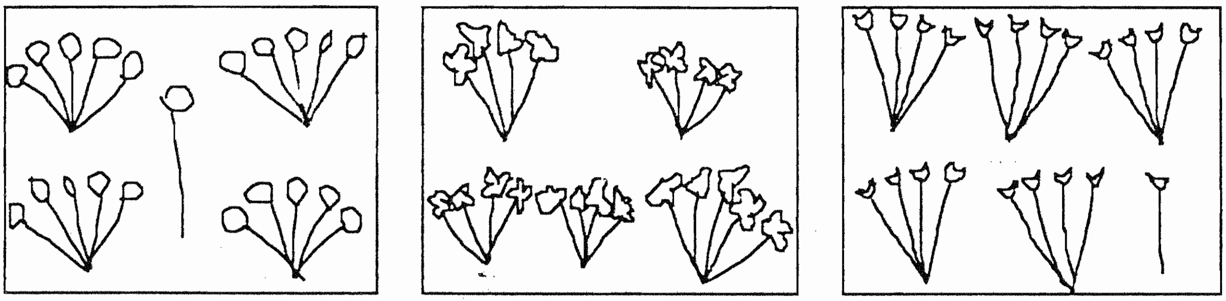
Précisons tout d'abord quelques uns des moyens qu'on a utilisés pour éviter que les élèves pensent que résoudre un problème, c'est choisir la ou les bonnes opérations arithmétiques. En premier lieu, on ne leur a évidemment jamais demandé de faire une catégorisation d'énoncés selon l'opération arithmétique qui convient (faut-il faire une addition, une soustraction ou une multiplication ?).

Lors des séances de résolution de problèmes, toutes les semaines, on leur proposait les 2 types de tâches qui sont présentées dans la figure 1.

Tâche 1

Problème: Un fleuriste veut faire des bouquets de 4 roses, et elle a 21 roses en tout.
Combien de bouquets de 4 roses peut-elle faire ? Restera-t-il des roses?

Pour résoudre ce problème, Sébastien, Mélanie, and Cécile ont fait un schéma.
Un seul schéma est juste. Entoure-le.



Cécile   Sébastien   Mélanie

Le schéma juste est celui de ____

Le schéma de __________ est faux parce que ______________________________

Le schéma de __________ est faux parce que ______________________________

Tâche 2

PROBLEMES A RESOUDRE SUR LE CAHIER

Fais un schéma ou écris une égalité .

1. Adrien a 23 feutres.
   Mais il n'a que 4 capuchons.
   Combien manque-t-il de capuchons?

2. Pour un jeu, la maîtresse demande à ses 23 élèves de se mettre par groupes de 5.
   Combien de groupes y aura-t-il ?
   Restera-t-il des élèves qui ne pourront pas se mettre par 5 ?

3. 25 élèves sont en classe de neige.
   Il faut des bâtons de ski pour tous ces enfants.
   Combien faut-il de bâtons de skis ?

4. Dans une boîte de craies, il y a 52 craies. 6 de ces craies sont des craies de couleur et les autres sont blanches.
   Combien y a-t-il de craies blanches ?

Figure 1 : Deux tâches utilisées pour apprendre à construire la représentation d'un problème.

- une première tâche où les enfants sont confrontés à des problèmes déjà résolus à l'aide de 3 dessins schématiques dont un seul est correct. Ces dessins schématiques ne sont pas conventionnels, ils correspondent à ce que des enfants auraient spontanément dessiné. La tâche consiste à analyser ces dessins pour déterminer lequel correspond effectivement à la situation. Non seulement des problèmes de soustraction, mais aussi de multiplication ou de division sont abordés de cette manière et ceci *avant même* que les enfants aient étudié les opérations arithmétiques correspondantes. Il s'agit de montrer aux enfants qu'on peut résoudre un problème en faisant un dessin schématique, que l'usage d'une opération arithmétique n'est pas la seule possibilité.

-une seconde tâche où il s'agit de résoudre des problèmes variés. Là encore, les enfants sont confrontés à des problèmes de multiplication ou de division avant d'avoir étudié ces opérations arithmétiques. Quand les enfants n'ont pas encore étudié l'opération correspondante, tous les

élèves résolvent ces problèmes en faisant un dessin schématique, comme ils ont appris à le faire dans les activités du type précédent. En revanche, concernant les problèmes d'addition ou de soustraction, certains élèves écrivent directement une égalité, alors que d'autres continuent àutiliser des dessins schématiques : les élèves ne sont pas en situation de "choix forcé" de la bonne opération. Pour être sûr que la résolution par une égalité ne serait pas privilégiée par les enseignants au point de devenir exclusive, ils avaient reçu la consigne d'évaluer tout aussi positivement l'élève qui utilise un dessin schématique, que celui qui utilise une égalité numérique.

Concernant l'autre sorte de séances, celles que nous avons appelées séances d'enseignement / apprentissage, deux stratégies de calcul mental d'une soustraction y ont été enseignées : le calcul mental "en avançant", lorsqu'il s'agit de calculer 32 - 28, par exemple, et le calcul mental "en reculant", lorsqu'il s'agit de calculer 32 - 4, par exemple. Les stratégies qui ont été privilégiées sont des stratégies de "calcul pensé" où l'enfant s'appuie sur le repère 30 (dans l'exemple précédent), plutôt que le comptage ou le décomptage 1 à 1. S'il s'agit de calculer 32 - 28, par exemple, on procède ainsi : "28 pour aller à 30, il faut 2 ; et pour aller à 32, il faut 2 de plus, c'est-à-dire 4 en tout". Et s'il s'agit de calculer 32 - 4, on procède alors ainsi : "32 - 2, ça fait 30 ; et il faut encore retirer 2, ça fait 28".

D'autre part, la notion de *différence* entre deux longueurs et entre deux collections a été introduite au cours de ces séances en la définissant comme "ce qui dépasse après qu'on les a juxtaposées ou mises en correspondance terme à terme". Les enfants ont appris qu'une différence peut se calculer en faisant une soustraction. Au moment de l'expérience (mois d'avril du CE1), les enfants de cette population expérimentale n'avaient pas encore étudié la soustraction en colonnes.

Les résultats

Dans ces conditions, la moitié environ des sujets de cette population ont inventé l'usage du signe "-" pour résoudre le problème "Pierre et Paul" (ils ont écrit 63 - 4 = 59). Diverses précautions méthodologiques ont été prises pour s'assurer que l'usage de la soustraction que nous avons observé correspondait bien à une *invention*, et non à l'usage d'une procédure plus systématique telle que celle qui consiste à tester successivement les différentes opérations arithmétiques. La principale de ces précautions a consisté à vérifier que les mêmes élèves n'inventent pas l'usage de la soustraction avec le problème "Odile et Julie" suivant :

> Julie a 51 bonbons et Odile a 47 bonbons.
>
> Odile veut avoir le même nombre de bonbons que Julie.
>
> Combien Odile doit-elle acheter de bonbons?

Cet énoncé ne diffère de celui du problème "Pierre et Paul" que par le nom des personnages et les valeurs numériques. Mais celles-ci sont choisies pour que la solution numérique se détermine aisément par un calcul "en avançant" (en surcomptant au dessus de 47 jusqu'à 51, par exemple). Dans le cas du problème "Julie et Odile", l'enfant qui mime mentalement l'ajout ("47 plus quoi est égal à 51 ?") obtient directement la solution numérique, 4. Si on demande à cet enfant d'écrire une égalité, c'est l'égalité 47 + 4 = 51 qu'il devrait retenir. En cas de résolution analogique, donc, on ne devrait observer que très peu d'usage de la soustraction avec ce type de problème. C'est effectivement ce que nous avons observé : il n'y a que 10% des élèves de notre population expérimentale qui ont écrit une soustraction avec le problème "Julie et Odile"[0].

Par ailleurs, un seul des 79 sujets de notre population expérimentale a le comportement erroné consistant à additionner les nombres de l'énoncé, alors qu'on observe habituellement un tiers au moins des enfants qui procèdent ainsi. De plus, une autre sorte d'erreur, que nous n'avons pas encore envisagée ici, a été également évitée chez les sujets de la population expérimentale. En effet, quand on propose à des enfants de CE1 un problème qui, comme le problème "Pierre et Paul", comporte deux nombres dont l'un a 2 chiffres et l'autre un seul chiffre, on observe généralement des sujets qui choisissent de faire une multiplication. L'explication est la suivante : la multiplication d'un nombre de 2 chiffres par un nombre de 1 chiffre est une notion importante du programme de cette classe alors que l'addition et la soustraction mettent le plus souvent en jeu deux nombres de 2 chiffres à ce niveau de la scolarité. L'existence de ce type d'erreur est rapporté par Greer, 1987. Lorsque nous avons proposé le problème "Pierre et Paul" dans des classes "ordinaires", nous l'avons également observée (4 sujets sur 29). En revanche, aucun sujet de la population expérimentale n'a choisi cette opération. Et ceci pour une raison bien simple : ils raisonnaient diffféremment, ils n'étaient pas dans une logique de choix d'une opération, ils mettaient toujours en oeuvre une résolution de type analogique.

Résumons les résultats de l'expérience : en enseignant le "calcul en avançant d'une soustraction", nous cherchions à créer une ZPD chez les élèves. Cependant, s'il peut

---

[0]Nous venons de décrire le comportement d'enfants qui procèdent à une résolution analogique des problèmes "Pierre et Paul" et "Julie et Odile". Il est intéressant de noter que lorsque des enfants utilisent la stratégie systématique qui consiste à tester les différentes opérations arithmétiques, il n'y aucune raison pour qu'un des deux problèmes favorise plus que l'autre l'usage de la soustraction. Qu'un enfant qui teste des opérations arithmétiques soit confronté au problème "Pierre et Paul" ou au problème "Julie et Odile", dans les deux cas, il rejette l'addition (parce que "ça donne le nombre de bonbons en tout") et essaie la soustraction. Nous l'avons vérifié en proposant les deux sortes de problèmes à une population "ordinaire" d'enfants de CE1 : on observe le même taux d'usage de la soustraction pour les deux problèmes dans cette population "ordinaire", ce qui prouve a contrario que les élèves de notre population expérimentale ne raisonnaient pas ainsi.

favoriser le développement, l'enseignant ne peut pas le programmer car ce développement relève de l'inventivité des sujets. Le problème "Pierre et Paul" semble approprié pour savoir si la création d'une ZPD a été effective ou non, car il réalise des conditions particulièrement favorables pour que l'inventivité des enfants se manifeste. En fait, la création d'une ZPD n'a été effective que chez une moitié des élèves environ. En revanche, le taux de réussite à la résolution de ce type de problème est resté très élevé (92% de réussite pour le problème "Pierre et Paul"). Un tel taux de réussite n'a rien d'étonnant : il s'explique du fait que les élèves qui n'inversent pas spontanément le sens de leur calcul, continuent à mettre en oeuvre une résolution de type analogique. Il n'y a qu'un élève sur 79 dont on peut se demander s'il ne serait pas entré dans un contrat didactique susceptible de faire obstacle à ses progrès futurs.

La situation des sujets de notre population expérimentale était donc très différente de celle qu'on observe habituellement. Au moment de l'expérience, les enseignants n'ont pas encore "franchi le pas" de proposer la situation de choix forcé (c'est une "+", une "-", une "x" ?"), ce qui explique la réussite quasi-totale de leurs élèves. Une façon d'envisager les conditions dans lesquelles ils seront amenés, eux aussi, à franchir ce pas, consiste donc à s'intéresser au devenir de ces élèves. C'est pourquoi nous allons examiner successivement le cas de chacun des 2 sous-groupes d'élèves de la population expérimentale suivants : d'une part ceux qui ont spontanément utilisé la soustraction pour résoudre le problème "Pierre et Paul" (ceux chez qui la création de la ZPD a été effective) et, d'autre part, les autres, qui n'ont pas utilisé la soustraction. Il s'agit de savoir comment les enseignants peuvent aider ces différents élèves à progresser.

Ceux qui inventent l'usage de la soustraction...

Considérons donc le cas du premier sous-groupe et supposons qu'on propose aux élèves correspondants l'ensemble des problèmes du tableau 1. On trouve dans ce tableau deux sortes de problèmes, des problèmes très faciles d'addition et des problèmes de soustraction du même type que le problème "Pierre et Paul", c'est-à-dire des problèmes d'égalisation de 2 quantités dont l'une est très petite.

Ces enfants étant capables d'utiliser spontanément la soustraction pour résoudre les problèmes du type "Pierre et Paul", ils sauront identifier ceux des problèmes du tableau 1 qui sont des problèmes d'addition et ceux qui sont des problèmes de soustraction. Si on leur demande de procéder à une telle catégorisation, la réussite devrait donc être pratiquement totale (on remarquera qu'il s'agit d'une situation de choix forcé : avec ces élèves, le pédagogue choisit donc de "franchir le pas" consistant à proposer ce type de situation!). Si, dans un second temps, on demande aux élèves d'écrire un problème de chaque type (un problème d'addition et un problème de soustraction) qui parle, par exemple, d'un parc où il y aurait 81 sapins et 4 chênes, cette activité peut évidemment conduire ces enfants à construire une catégorie sémantique d'énoncé (ceux où l'on cherche ce qui manque à une quantité pour qu'elle soit égale à une autre) et à comprendre pourquoi les problèmes de cette catégorie se résolvent par une soustraction (pour qu'il y ait le même nombre de chênes que de sapins, il faut planter 81 chênes... moins les 4 qui sont déjà plantés). Il faut, bien entendu, poursuivre en considérant des cas du type : "Sur la table d'un banquet, on a disposé 72 assiettes et 34 verres", où les données numériques ne favorisent plus la résolution de ce type de problème à l'aide de la soustraction, et où l'enfant sera amené à choisir cette opération parce qu'il aura reconnu la catégorie sémantique du problème.

circonstances privilégiées que constitue les problèmes du type "Pierre et Paul", un nouvel espace d'interactions adulte - enfants s'ouvre : celui des activités qui viennent d'être décrites.

Et ceux qui ne l'inventent pas... encore

Mais la question la plus délicate est la suivante : comment peut-on aider à progresser

Un jardinier a planté 42 tulipes jaunes et 3 tulipes rouges. Combien le jardinier a-t-il planté de tulipes?	Pour son anniversaire, Sophie a invité 31 filles et 3 garçons . Combien Sophie a-t-elle invité d'enfants à son anniversaire ?
Un jardinier a planté 61 tulipes jaunes et 4 tulipes rouges. Combien le jardinier doit-il planter de tulipes rouges pour qu'il y ait le même nombre de jaunes que de rouges ?	Dans un bal, il y a 23 filles et 4 garçons. Combien faut-il aller chercher de garçons pour qu'il y ait le même nombre de garçons que de filles ?

Tableau 3 : Exemples de problèmes susceptibles d'être utilisés dans une tâche de catégorisation

On voit donc que pour une moitié des enfants de la population expérimentale environ, le fait qu'on ait amené ces enfants, dans un cas favorable, à inverser d'eux-même le sens de calcul de la solution numérique d'un problème de recherche de la valeur d'un ajout (c'est-à-dire à faire d'eux-même "le premier pas"), permet au pédagogue d'imaginer une situation de "choix forcé" qui conduira vraisemblablement la quasi-totalité d'entre eux à progresser vers la construction de ce qu'on appelle généralement un schéma de résolution des problèmes de ce type, qui correspond aux connaissances nécessaires pour reconnaitre un tel problème comme appartenant à la catégorie des problèmes de soustraction.

Ce qui peut se formuler également ainsi : quand l'enfant est capable de surmonter la contradiction par automouvement, dans les

les enfants du 2ème sous-groupe, ceux qui n'utilisent pas spontanément la soustraction lorsqu'ils sont confrontés à un problème du type "Pierre et Paul" ? L'activité qui utilise les problèmes du tableau 3, semble trop complexe pour ces enfants. En effet, ils ne reconnaissent pas que les problèmes de recherche de la valeur d'un ajout qui figurent dans ce tableau sont des problèmes de soustraction, aussi ne peuvent-ils guère s'engager dans une activité de catégorisation d'énoncés avec de sérieuses chances de succès. Pour déterminer la population de ces enfants, il convient évidemment de ne pas se fonder sur une seule circonstance où l'on aurait proposé un problème du type "Pierre et Paul", car une certaine variabilité intra-sujet est vraisemblable quant au choix de la procédure adoptée (la ZPD est une zone d'instabilité). Mais on aura beau primitives qui caractérisent son propre comportement".

Du fait que le symbolisme arithmétique n'est pas une simple abréviation sténographique du langage ordinaire, la rencontre de l'enfant avec la soustraction provoque un tel conflit entre "formes culturelles élevées" et "formes primitives du comportement" : la soustraction est une opération arithmétique qui permet de déterminer la valeur d'une ajout., alors qu'elle a son sens prototypique du côté du retrait.

Vygotsky considérait le développement comme entièrement dépendant d'exigences extérieures à l'enfant (celles des "formes culturelles évoluées") et il le considérait, dans le même temps, comme un processus d'automouvement : il était donc face à une contradiction apparente. Pour dépasser cette contradiction, vers la fin de sa vie, il a introduit le concept de ZPD. Pour lui, le conflit entre les formes culturelles évoluées et les formes qui caractérisent les premiers comportements de l'enfant, se joue sur deux scènes. La première scène est celle de l'enseignement, qu'il considère comme une entreprise de création de ZPD. La deuxième scène est celle de l'enfant lui-même, qu'il considère comme une entreprise de création de son psychisme.

Le travail qui a été présenté ici est une tentative d'opérationalisation de la notion de ZPD concernant la résolution des problèmes de soustraction à l'école. Cette opérationalisation a été obtenue en donnant un lieu et un temps à chacune des deux scènes précédentes : on distingue ainsi deux sortes de séances didactiques, une première sorte correspondant à des séances d'enseignement / apprentissage et une seconde sorte qui est le lieu privilégié où l'inventivité de chaque enfant peut s'exprimer dans des résolutions de problèmes. Les résultats obtenus sont encourageants : la moitié des enfants de la population expérimentale inventent l'usage de la soustraction pour résoudre un problème de recherche de la valeur d'un ajout (le problème "Pierre et Paul"), aucun d'entre eux ne pose une addition et la réussite globlale à ce problème est de 92%, alors qu'elle se situe à environ 50% dans un contexte scolaire "normal".

La notion de développement et l'"école française de didactique" :

Il n'est pas facile pour les didacticiens français des mathématiques de comprendre la notion de développement, et ceci pour une raison très simple : ce qu'on appelle "l'école française de didactique" a jusqu'à présent fait l'économie de ce concept. Brousseau, dans sa théorie des situations didactiques, n'utilise pas le concept de développement, il considère que le concept d'apprentissage lui suffit. Si encore Brousseau parlait de *"transfert d'apprentissage"*, comme le fait Meirieu, il s'approcherait ainsi de la notion de développement[1], mais, au contraire, sa théorie des situations s'est construite à partir d'un **refoulement** de la problématique du transfert d'apprentissage. Ce refoulement résulte de la critique de l'enseignement traditionnel et de

[1] Ces 2 notions ont ceci en commun qu'un "transfert d'apprentissage", au sens où Meirieu l'emploie, tout comme le développement, sont, *en dernière instance*, à la charge de l'élève. L'enseignant peut favoriser le transfert d'un apprentissage, mais il ne peut pas le programmer. De même, il peut favoriser le développement, mais il ne peut pas le programmer. Les termes "transfert d'apprentissage" ou "développement" servent à exprimer qu'il existe une part du progrès qui, de manière irréductible, résulte de l'interaction du sujet avec lui-même et non de son interaction avec le milieu externe (Cf. Schneuwly, 1994).

proposer 3 fois, 10 fois ou 100 fois un problème du type "Pierre et Paul", certains enfants, à ce niveau de la scolarité, ne seront jamais amenés à le résoudre spontanément à partir d'une soustraction.

Or, c'est parce que le choix des données numériques de ce problème crée une interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation du problème (l'énoncé décrit un ajout) et l'économie du calcul (la solution numérique se détermine facilement par un retrait) que ce problème facilite l'usage de la soustraction. Conformément à cette analyse, deux raisons peuvent être principalement avancées pour expliquer que certains enfants ne reconnaissaissent pas le problème "Pierre et Paul" en tant que problème de soustraction : soit il s'agit d'enfants chez qui la construction d'une représentation du problème est encore pénible, soit il s'agit d'enfants chez qui le principe d'économie du calcul ne peut pas encore fonctionner parce que leurs compétences en calcul mental sont insuffisantes pour qu'une stratégie de calcul (le calcul "en reculant") leur apparaisse plus facile qu'une autre (le calcul "en avançant"). Chez certains enfants, en effet, comme tout calcul mental est difficile, l'une des 2 façons de calculer ne peut pas apparaître plus facile que l'autre.

Que la difficulté rencontrée par un élève soit d'une des deux sortes précédentes (ou des deux sortes à la fois), la nature de cette difficulté peut dans tous les cas amener le pédagogue à considérer qu'il ne peut influer sur le développement de ces élèves que dans une perspective à moyen ou long terme. Il pourra dans ce cas, différer leur confrontation avec la situation de choix forcé de la bonne opération arithmétique, pour qu'ils aient la possibilité de continuer à résoudre les problèmes de ce type en adoptant une procédure compatible avec un mime de l'énoncé et qu'ils puissent, parallèlement, continuer à progresser dans le calcul mental d'une soustraction, que ce soit "en avançant" ou en "reculant". A terme, ces enfants ayant progressé dans les 2 domaines précédents (construction de la représentation d'un problème de ce type et calcul mental), sont susceptibles eux aussi, de résoudre spontanément les problèmes du type "Pierre et Paul" à l'aide d'une soustraction. Et ceci d'autant plus qu'au CE2, par exemple, ils auront étudié les nombres de 4 chiffres et que le phénomène de l'interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation et celle du calcul pourra alors être accentué, comme dans le problème suivant : "Un jardinier a planté 1261 tulipes jaunes et 4 tulipes rouges. Combien le jardinier doit-il planter de tulipes rouges pour qu'il y ait le même nombre de jaunes que de rouges?". L'invention par l'enfant de l'usage de la soustraction (i.e. la création d'une ZPD) sera d'autant plus probable que le maître (par son enseignement) aura contribué à accroître la tension résultant de l'interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation et celle du calcul, dans ce type de problème.

Conclusion

Vygotsky (1931 / 1974, p. 190) s'exprime ainsi concernant le développement (la traduction est de Schneuwly, 1992) :

"L'essence même d'un tel développement [par évolution et révolution] est ainsi le conflit entre les formes culturelles évoluées du comportement avec lesquelles l'enfant entre en contact et les formes l'enseignement formaliste que Brousseau a menée. Ainsi, parlant de l' enseignement traditionnel, il en dit (1986, p. 50) :

"(Il) est conçu en deux parties que l'on peut viser séparement :

- l'apprentissage de l'algorithme que les maîtres appellent "mécanisme" de l'opération, et
- celui dit du "sens" de ce mécanisme, c'est-à-dire la connaissance des occasions de l'"appliquer":
- Le premier relève des techniques d'apprentissage classique et, à la limite, du conditionnement;
- L'autre ne peut s'apprendre, à travers la répétition des exemples et des applications dans des problèmes, que par la grâce de mystérieux transferts que "l'élève effectue si, et seulement si, il a une intelligence suffisante"."

Et parlant de l'évolution des conceptions didactiques, il en dit (1988, p. 323-324) :

"(l'évolution des conceptions didactiques) a conduit à opposer, parfois de façon un peu factice et excessive, des "situations d'enseignement" où l'enseignant apporte toutes les informations et ne délègue aucune responsabilité et des "situations d'apprentissage" où il se passe l'inverse. Devant les objections qui ont surgi contre les premières, notamment après certaines tentatives de réformes qualifiées de formalistes, il a été envisagé de transformer le plus possible les situations d'enseignement en situations d'apprentissages."

Dans la théorie des situations de Brousseau, l'enseignement n'est plus "conçu en deux parties", il n'y est plus question des "mystérieux transferts d'apprentissages" que "l'élève effectue si, et seulement si, il a une intelligence suffisante". La théorie des situations est une tentative de théorisation de l'enseignement / apprentissage visant à ce que le problème des "mystérieux transferts", c'est-à-dire du développement ne se pose plus.

En revanche, adopter ce qu'on peut appeler le "*paradigme vygotskien*", c'est penser que le problème des "transferts d'apprentissage" se posera toujours, et ceci quelque soit la qualité du milieu externe avec lequel les sujets interagissent. Ce problème se posera toujours du fait que les enfants sont différents et n'effectuent pas ces "transferts d'apprentissage" de manière synchrone. Quelque soit le milieu externe, on ne réduira jamais les décalages entre enfants au-delà d'une certaine limite et on sera d'autant plus efficace pour réduire ces décalages qu'on intégrera leur existence au sein même de la théorie.

Et lorsqu'on adopte le "paradigme vygotskien", c'est en distinguant deux sortes de séances, où l'enseignant gère des contrats didactiques très différents, qu'on prend en compte la problématique du développement, les séances de résolution individuelle de problèmes étant le lieu privilégié où l'enseignant va pouvoir observer d'éventuels transferts d'apprentissage afin de différencier son enseignement en fonction de ses observations. On en revient donc à une distinction de deux sortes de séances, comme dans l'enseignement traditionnel, même si chaque sorte de séances se déroule très différemment de ce que l'on pouvait observer à l'époque.

Il est donc essentiel de remarquer que, concernant la gestion du temps didactique, l'hypothèse de départ du travail présenté ici est pratiquement à l'opposé de celle qui a guidé

Brousseau pour élaborer sa théorie des situations didactiques. C'est en refusant de distinguer deux sortes de séances qu'il entendait mieux comprendre et favoriser le progrès des enfants en mathématiques. C'est au contraire en instituant dès le départ l'existence de deux sortes de séances que j'essaie de mener le même projet.

De manière récente, Perrin-Glorrian (1992) a proposé de complexifier le modèle de Brousseau pour mieux prendre en compte les enfants en difficulté. En effet, dans les situations collectives destinées à ce que les élèves, par leurs actions, donnent du sens aux notions mathématiques, certains élèves ne sont malheureusement que spectateurs du processus. Perrin-Glorrian propose d'élaborer des "situations de rappel" de ces situations. Bien que l'objectif poursuivi soit le même que celui du travail présenté ici, il me semble qu'il ne s'agit là que d'un "rafistolage" de la théorie initiale et que le problème qu'elle tente d'aborder doit être pris en compte bien plus tôt dans l'échafaudage de la théorie didactique.

C'est ce qui a été fait ici en adoptant l'hypothèse suivante : il convient, dès le départ, de distinguer deux sortes de progrès qui sont attendus chez les élèves, d'une part ceux qui se manifesteront lors d'un travail collectif organisé au sein de la communauté maître - élèves (et on se garde, dans ces séances collectives, d'aller "trop loin", en enseignant la catégorisation d'énoncés, par exemple), et d'autre part certains progrès qui ont été analysés comme devant rester à la charge de chaque élève pris individuellement. L'avenir dira laquelle des deux hypothèses de départ est la plus fructueuse.

Concluons en soulignant l'importance théorique de la notion d'"*interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation et l'économie du calcul*". Cette notion est une spécification de la notion de saut informationnel (Brousseau, 1986) qui apparaît comme beaucoup plus générale. Il est facile de montrer que la notion d'"*interaction conflictuelle entre l'économie de la représentation et l'économie du calcul*". peut être avantageusement utilisée pour penser la didactique de l'addition, de la multiplication et de la division, comme cela a été fait ici pour la soustraction (Brissiaud, à paraître).

REFERENCES

Brissiaud, R. (1994) Teaching and Deveopment : Solving "Missing Addend" Problems Using Substraction. In B. Schneuwly & M. Brossard (Eds) : Learning and development : contributions from Vygotsky. *European Journal of Psychology of Education*, 9 - 4, pp. 343-365.

Brissiaud, R. (à paraître). *Les représentations numériques chez l'enfant. Enseignement et développement.* Collection "U - Psychologie". Paris : Armand Colin.

Brousseau, G. (1986) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, thèse d'Etat, Université Bordeaux 1.

Brousseau, G. (1988), Le contrat didactique, le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n°9-3, pp. 309-336

Carey, D. A. (1991). Number sentences: linking addition and subtraction word problems and symbols. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 266-280.

Ermel, (1993). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes. Cours élémentaire (première année).* Paris: Hatier.

Greer, B. (1987). Understanding of arithmetical operations as models of situtations. In J. A. Sloboda & D. Rogers (Ed.), *Cognitive Processes in Mathematics*. New York : Oxford University Press.

Perrin-Glorian, M.J. (1992) *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème.* Thèse de Doctorat d'Etat, Université Paris 7.

Riley, M., & Greeno, J. (1988) Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems, *Cognition and Instruction*, 5 (1), pp. 49-101

Riley, M., Greeno, J., & Heller J. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. Ginsburg (Ed), *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.

Schneuwly, B. (1992) Communication pour le Workshop "Apprentissage et développement, zone proximale de développement", Université de Bordeaux 2.

Schneuwly, B. (1994). Contradiction and development : Vygotsky and pæ dology. In In B. Schneuwly & M. Brossard (Eds) : Learning and development : contributions from Vygotsky. *European Journal of Psychology of Education*, 9 - 4, pp. 281-291.

Svenson, O. & Sjöberg, K. Solving simple substractions during the first three school years. *Journal of Experimental Education*, 1982, 50, 91-100.

Vygotsky, L. S. (1931 /1974) *Storia dello sviluppo delle funzioni psichiche superiori.* Firenze: Giunti-Barbèra.

Vygotsky, L. S. (1934/1985) *Pensée et langage*, Paris : Editions Sociales (trad. F. Sève).

LA LOGIQUE A L'ECOLE ELEMENTAIRE

PILAR ORÚS – UNIVERSITE CASTELLON ESPAGNE (ATELIER A2)

OBJECTIFS

- Présentation d'un ensemble inter-disciplinaire de leçons sur la classification, pour les cours moyens.
- Identification –recherche– du travail logique demandé aux élèves dans les leçons.
- Présentation et fonctionnement d'un outil de négociation didactique des différentes manifestations logiques (pensée naturelle, logique formelle, ...) qui peuvent apparaître pendant le déroulement des leçons.

SCHEMA DE L'ATELIER

<u>1ère. séance</u>

1. Présentation de la famille de situations didactiques, sur la classification.
2. Présentation de l'outil de travail (des élèves dans les situations didactiques, mais aussi des participants dans l'atelier): les tableaux des données.
3. Travail individuel et collectif avec l'outil.

3.1. Travail individuel (exemple et découverte du fonctionnement du tableau).
– Travail de nature logique
– Travail de nature statistique et d'analyse des données

<u>2ème séance</u>

3.2. Débat collectif (mise en commun du travail individuel et questionnement des possibilités et des limites de l'outil).

3.3. Travail sur la classification: le jeu du voyage, la classification botanique.

<u>3ème séance</u>

4. Conclusions:
– Sur les objectifs de l'atelier
– Sur les objectifs de la recherche en didactique, fondement de l'atelier

DEROULEMENT

<u>1ère. séance</u>

Présentation du schéma de l'atelier. Présentation d'un ensemble inter-disciplinaire des leçons sur la classification, pour le cours moyen de l'école élémentaire: Le jeu du voyage (c'est la situation fondamentale de la famille des leçons et aussi la situation à travailler dans l'atelier), et les deux autres situations possibles: le jeu de coalition et la classification botanique[1]. (Cette présentation a été faite par l'animatrice de l'atelier)

Présentation du jeu du voyage

Le "Jeu du voyage" met en oeuvre la simulation du fonctionnement d'une agence de voyage, qui cherche différentes propositions à faire à ses clients, c'est à dire des voyages avec des caractéristiques différentes – lieux et activités qu'on peut réaliser – celles qui lui permettent de satisfaire les goûts et les inclinations diverses de ses clients.

Les élèves vont jouer le double rôle de clients potentiels et d'agents de voyage.

En tant que clients potentiels, il faudra connaître leurs goûts: les élèves devront donc choisir lieux et activités, choix qu'ils donneront sous forme de question: Ex.: "Est-ce que tu aimes la montagne?"
Les questions choisies par les élèves articulent un questionnaire, qui doit aussi être rempli par chaque élève, avec des réponses oui-non.

Questionnaire/élèves et réponses configurent le tableau des données que nous

[1]Pour une description detaillée des situations voir la thèse de ORÚS P."Le raisonnement des élèves dans la rélation didactique; effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire"

allons travailler dans cet atelier . (Voir Anexe-I: tableaux 88/89 de CM2A de l'école J. Michelet)

Les élèves (et les participants aussi!), en tant qu'agents de voyage, devront organiser des voyages en tenant compte de ces données.

Présentation et déroulement de la phase de travail individuel et/ou en petit groupe

Avant de nous lancer dans ce travail, nous allons commencer l'exploration de la matrice des données en partant du scénario suivant, (à travailler en petits groupes ou individuellement):

 # Si l'élève 3 de CM2A dit la phrase suivante, dans le débat collectif: "Ça serait injuste qu'on nous propose dans le voyage de faire des visites guidées puisque ceci ne plaît pas beaucoup aux enfants",

→ Quelle serait votre réaction, si vous étiez son professeur, et pourquoi?

Les participants ont travaillé individuellement ou en petits groupes pendant dix minutes sur la question posée; les approches des participants étant diverses, (diversité provoquée volontairement par la nature de la question dont l'objectif était d'ouvrir le débat dans les différents interprétations possibles). Cela a exigé souvent l'intervention de la coordinatrice qui a souligné le caractère ouvert de la question donc des réponses possibles aussi.

Un début de mise en commun a fini la séance.

__2ème. séance__

Pour commencer la séance, avant de continuer la mise en commun, il a fallu clarifier[2] le vocabulaire: savoir-savoirs, rapports au savoir, connaissances, ... que nous allions par la suite appliquer, puisque dans la journée précédente - aussi bien lors de la conférence de E. BARBIN que dans les ateliers B - ces concepts ont été mis en en jeu fréquemment, mais pas d'une manière univoque.

Travail collectif sur des savoirs et des connaissances logiques

Mise en commun, précisions et débat sur les réponses des participants élaborées dans la journée précédente:

- Identification des différents domaines (la logique et l'analyse des données) de référence, des réponses formulées.
- Recherche collective des connaissances privées, et des savoirs mobilisés par la situation (ou susceptibles d'être mobilisés), avec les questions suivantes:

- Quels sont les savoir-faire, les connaissances privées, et les savoirs sous-jacents dans cette phrase?.

Et si l'élève avait dit la même chose à propos du critère "aller visiter un musée"?

Quelles seraient les questions que vous poseriez aux élèves, pour qu'ils mettent en oeuvre les différents **savoirs logiques** cités, à l'exception de la classification?

(Les participants ont cherché des questions pour les différents savoirs logiques, après avoir donné collectivement quelques exemples: pour l'attribution de prédicats, pour la conjonction, l'implication...)

Quelles seraient les questions que vous poseriez aux élèves afin de pouvoir observer chez eux des traces des autres **connaissances logiques privées** décrites?

(Même travail que pour la question précédente, mais il faut remarquer les différences entre les savoirs logiques qui seront à .la base des questions et les connaissances que les élèves mobilisent pour répondre à ces questions).

2 Il ne s'agit pas du tout de donner des définitions précises, ce qui résoudrait le "grand problème" actuel sur ces termes!.Simplement, il s'agit de préciser dans quel sens la coordinatrice de l'atelier allait les appliquer.

3ème. séance

Le déroulement des séances précédentes a fait adapter le schéma prévu pour cette séance, avec le but de pouvoir suivre globalement les objectifs et le déroulement visés.

Le travail collectif d'identification des connaissances privées, et des savoirs mobilisés par la situation (ou susceptibles d'être mobilisés), aussi bien dans la logique, que dans le domaine de l'analyse des données a pris la première demi-heure de l'atelier.

Par la suite on a joué rapidement la phase du "Jeu du voyage", de recherche des élèves qui pouvaient s'inscrire dans les différents voyages proposés (Voir Annexe-II).

Les questions: "Quelles sont les stratégies possibles de résolution (les savoir-faire)? Et quels sont les savoirs logico-mathématiques implicites?", ont été simplement ébauchées, en partant des stratégies des participants même, au moment du jeu..

Les conclusions

Pour finir la séance et le travail de l'atelier, la coordinatrice a explicité les objectifs visés par l'atelier, ceux qui n'avait pas été dévoilé la première journée, pour ne pas tuer leur découverte individuelle à travers le travail de l'atelier: quel approche au travail logique à l'école était mis en jeu dans les situations et quel était l'instrument mathématique (le tableau des données) qui permet cet approche.

La justification du travail présenté dans l'atelier, dans l'ensemble de la recherche en didactique des mathématiques, que la coordinatrice a développé dans sa thèse, a provoqué la réaction favorable des participants dont certains ont considéré publiquement très intéressant cette liaison "travail de classe-recherche en didactique".

BIBLIOGRAPHIE

1. BLANCHÉ, R. (1973): *Le raisonnement.* Bibliotheque de philosophie contemporaine. (P.U.F, Paris)
2. BORDIEU, P. (1980) *Le sens pratique.*(Editions de Minuit, Paris)
3. BROUSSEAU, G. (1986): *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques.* Thèse d'Etat , Université de Bordeaux-I (IREM de Bordeaux)
4. CHANDON, J.L, PINSON, S. (1981): *Analyse typologique. Théories et applications.* (MASSON, Paris)
5. ORUS, P. (1986): *L'enseignement des méthodes de classification. Proposition d'une ingénièrie pour le cours moyen.* Memoire de DEA, Université de Bordeaux-I (IREM de Bordeaux)
6. ORUS, P. (1992): *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une iniciation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire.* Thèse presentée à l'Université de Bordeaux-I. (IREM de Bordeaux)
7. PIAGET, J. (1971) : *Essai de logique opératoire.* (Sciences du comportement, DUNOD, Paris)
8. PIAGET, J. INHELDER, B. (1980): La genèse des structures logiques élémentaires. Classification et seriation. (Delachaux et Niestle, Neuchâtel-Paris)
9. VIENNOT, L. (1979): *Le raisonnement spontanné en dynamique élémentaire.* (Hermann, Paris)
10. WERMUS, H. (1976): Essais de représentation de certaines activités cognitives à l'aide des prédicats avec composantes contextuelles. *Archives de Psychologie*, Genève, 44, nº 171, pp. 205-221.
11. WERMUS, H. (1986): Des connaissances et des croyances. Un paradoxe de la formation scientifique. *Comptes rendu des VIIIèmes journées intern. sur "L'Ëducation scientifique et vie quotidienne"*,Chamonix..

Aimes-tu ...	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1. aller dans un musée?	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
2. aller à des compétitions sport.?	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
3. faire du tennis?	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
4. te baigner?	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
5. les croisières dans le Pacifique?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
6. aller en Espagne apprendre l'esp.?	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
7. les montagnes?	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
8. les marches en montagne?	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
9. avoir des visites guidées?	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
10. goûter les spécialités d'un pays?	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
11. faire du foot-ball?	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
12. faire du vélo?	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
13. aller en Italie visiter des musées?	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14. séjourner château Renaissance?	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Anexe-I: Tableau du Jeu du Voyage, de CM2A (88/89) de l'école J. Micheletet

VOYAGES	ELEVES pouvant s'inscrire
<u>VOYAGE A</u> Q4: se baigner Q5: les croisières Q2: compétitions sportives Q1: musée	E1-E2-E4-E6-E12 E14-E15-E23-E24
<u>VOYAGE B</u> Q12: faire du vélo Q10: goûter des spécialités Q3: tennis Q6: apprendre l'espagnol	E1-E7-E8-E10-E16 E17-E18-E19-E20-E22
<u>VOYAGE C</u> Q2: compétitions sportives Q3: tennis Q12: faire du vélo Q4: se baigner	E1-E2-E3-E5-E7 E17-E20-E22-E24

VOYAGE D Q4: se baigner Q5: les croisières Q6: apprendre l'espagnol Q14: séjourner château de la Renaissance	E1-E4-E6-E8-E11 E12-E13-E15-E16-E17 E18-E19-E20-E23-E24
VOYAGE E Q13: aller en Italie visiter musées Q10: Goûter les spécialités Q14: Séjourner château de la Renaissance Q11: faire du foot	E1-E2-E3-E10-E12 E14-E15-E17-E20-E23
VOYAGES A-B-C-D-E PAS POSSIBLES	E21

Annexe-II

Possibilités des élèves de CM2A, dans le "Jeu du voyage", d'inscription dans chaque voyage.

HISTOIRE DES MATHEMATIQUES

FRANCOISE & YOUNES ABERKANE, ANNIE RODRIGUEZ – IUFM CRETEIL (ATELIER A5)

Introduction

Au cours du travail de groupe on a présenté quelques éléments concernant la recherche menée à l'IUFM de Créteil sur l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans la formation initiale et continue des professeurs des écoles.

Les objectifs de cette recherche sont d'étudier comment l'utilisation de l'histoire des mathématiques modifie:

– les représentations mentales des maîtres au sujet des mathématiques.

– leur compréhension des notions mathématiques abordées par ce biais.

Nous avons proposé aux participants de faire une analyse critique du questionnaire, des tests et des textes proposés aux étudiants et aux maîtres en formation.

Nous leur avons également demandé de faire part de leur expérience personnelle en la matière.

Cela nous a permis de réaffirmer les objectifs fixés, de définir les tâches proposées aux maîtres et futurs maîtres, d'évoquer les premiers résultats obtenus.

Présentation de la recherche

Nous présentons brièvement ici la recherche entreprise et nous joignons en annexe les documents utilisés. Le protocole de recherche était un peu lourd et cela a posé un certain nombre de problèmes aux étudiants de deuxième année préoccupés par leur stage en responsabilité. Il a été beaucoup plus facile de travailler avec les stagiaires de formation continue.

Nous avons d'abord proposé aux professeurs des écoles, un questionnaire (annexe 1 et 2) avant l'expérimentation suivi d'un test visant à faire le point des connaissances mathématiques sur le sujet qu'on allait étudier.

Ensuite nous leur avons donné une progression de textes ou documents historiques permettant de travailler les différentes notions mathématiques.

Après l' (ou les) activité(s) nous leur avons redonné le même questionnaire qu'au début afin d'étudier les modifications des représentations mentales et un post-test permettant d'évaluer les acquisitions notionnelles. Certains stagiaires ont travaillé sur deux activités historiques et d'autres seulement sur une. L'expérience a touché une soixantaine de personnes. Cependant environ 200 personnes cette année ont aussi travaillé sur ces textes historiques sans faire parti directement de la recherche. Ce type d'activités était mené depuis plusieurs années à l'Ecole Normale puis à l'IUFM sans jamais avoir fait l'objet pour nous d'une telle recherche. L'expérimentation a eu lieu à Melun et à Bonneuil.

Thèmes mathématiques choisis

La numération

Nous avons abordé la numération. Le prétest contient des exercices sur la numération égyptienne (annexe 3 et 4). Le travail intermédiaire a consisté à étudier et comparer les numérations romaine, sinojaponaise, les bouliers et la numération maya. (annexe 5 et 6). Le post-test reprend des exercices semblables à ceux du prétest et y ajoute deux séries d'exercices sur la numération sumérienne et babylonienne (Annexe 8 et 9). En fait ce choix à posé des problèmes d'interprétation des résultats car ces deux dernières numérations
sont beaucoup plus difficiles à comprendre que la numération égyptienne., d'où l'impossibilité de faire des comparaisons significatives. En conséquence on ne peut pas voir vraiment quels ont été effectivement les acquis des stagiaires.

Les rationnels et les décimaux

Le prétest comprend des définitions, des schémas et des exercices (annexe 7)
Le travail intermédiaire a consisté à comparer différents textes historiques (notation de Stevin, égyptienne, babylonienne, notation d'Al Kashi) (annexe 10 , 10bis et 11 11bis), mettant en évidence la différence entre signifiant et signifié. Enfin le post-test reprend les définitions à l'identique de celles demandées dans le prétest.

Quelques résultats

Au sujet des savoirs

Pour la numération on constate que les stagiaires ont beaucoup plus confiance en eux et font un travail individuel, ce qui n'était pas le cas dans le prétest bien que celui-ci ait été fait de façon anonyme. Les non-réponses diminuent considérablement. Cependant le nombre de réponses justes augmentent très peu. Les savoirs semblent être en cours d'acquisition.

Au sujet des rationnels et des décimaux, les acquisitions sont beaucoup plus nettes. Les bonnes réponses augmente énormément.

Au sujet des questionnaires.

Les modifications sont très perceptibles et d'autant plus sensibles dans les groupes qui ont travaillé sur les deux activités.

L'histoire des mathématiques ne concerne plus un savoir savant mais concerne des méthodes d'enseignement. C'est une ouverture pour le maître et une motivation pour l'élève.

Ce sont les conceptions de l'enseignement des mathématiques qui bougent le plus. Ce n'est plus donner à savoir, à retenir, donner des modèles, donner à appliquer donner à suivre une démarche, imposer des méthodes mais cela devient donner à créer, à imaginer.

Dans le premier questionnaire, dix personnes ayant suivi les deux activités avaient répondu que pour elles l'enseignement des mathématiques était "imposer des méthodes". Au deuxième questionnaire, elles ont répondu l'inverse.

Conclusion

L'entrée historique dans l'apprentissage des mathématiques peut se faire par la résolution de problèmes autour de textes, d'outils ou de techniques (bouliers, tables à poussière, unités de mesures). Cela permet de modifier le rapport au savoir des étudiants. Ce n'est plus "je sais ou je ne sais pas", mais "je suis en train d'apprendre." D'autre part on comprend mieux à quoi servent les mathématiques et pourquoi elles ont été créées.

L'étape suivante de la recherche va consister à expérimenter en classe primaire des activités de type historique.

Annexe 1–2

A) L'histoire des Mathématiques concerne

A1 les savoirs savants (notions, définitions, théorèmes) oui/non
A2 Des savoirs faire (techniques opératoires des démonstrations oui/non
A3 Le langage, les notations oui/non
A4 Les méthodes d'enseignement (structures, types de situations, d'outils, d'exercices, de problèmes oui/non

L'étude de l'histoire des maths vous parait–elle être
–pour l'enseignant: (entourer les codes des réponses qui vous conviennent)
Q1 un luxe; Q2 une ouverture; Q3 un complément de formation
U utile; F facultative; I indispensable; S superflue
–pour l'élève
Q4 une motivation pour l'activité mathématique; Q5 une situation problème; Q6 un divertissement
FE facultative; IE indispensable; SE superflue

B) L'histoire des Mathématiques nécessite des pré–requis oui/non

B2 de connaissance (savoirs mathématiques) oui/non
B3 de savoir–faire (démonstration) oui/non
B4 de savoir–être (entrée dans la pensée d'autrui) oui/non
Q7 cela vous parait–il être accessible dès:
P le primaire; S le secondaire; U l'université?

C) L'histoire des Mathématiques développe:

C1 la culture générale en termes de connaissances oui/non
C2 la compréhension des notions mathématiques oui/non
C3 la mémorisation des notions oui/non
C4 le repérage des concepts dans le temps oui/non
C5 les compétences d'interprétation oui/non
C6 le raisonnement oui/non
C7 l'analyse oui/non
C8 Les capacités de comparaison oui/non
Qu'est–ce qui vous parait primordial?

D) Représentation des mathématiques

(barrer les mots sans rapport avec les mathématiques)
D1 difficile;
D2 accessible à une élite
D3 abordable avec différents niveaux de complexité et d'abstraction
D4 objet de savoir
D5 outil
D6 efficace
D7 rigueur
D8 exactitude
D9 unicité des définitions et démonstrations
D10 pluralité des définitions et démonstrations
D11 universalité

D12 abstraction
D13 création
D14 idéalisation
D15 évolution
D16 recherche
D17 confrontation
D18 relativité des savoirs
D19 résolution de problème
D20 raisonnement
D21 formulation
D22 reproduction
Noter les cinq mots les plus importants pour vous pour caractériser la discipline.

E) Activités mathématiques et conceptions pédagogiques

Dans la liste suivante, barrer ce qui ne correspond pas à votre conception de l'enseignement des maths.
E1 donner à savoir
E2 donner à retenir
E3 donner à lire
E4 donner à analyser
E5 donner à comparer
E6 donner à confronter
E7 donner à justifier
E8 donner des modèles
E9 donner à chercher
E10 donner à résoudre
E11 donner à appliquer
E12 donner à reproduire
E13 donner à suivre une démarche
E14 donner à valider
E15 donner à utiliser
E16 donner à valider
E17 donner à créer
E18 donner à construire
E19 donner à imaginer
E20 expliciter
E21 concrétiser
E22 humaniser
E23 démystifier
E24 contextualiser
E25 synthétiser
E26 diversifier les formulations
E27 unifier le langage
E28 proposer des techniques
E29 imposer des méthodes
Préciser les cinq activités essentielles

Annexe 3

TEST

1) Ecrire en base dix les nombres suivants qui sont écrits en base deux.

101 ; 10; 111; 1000

Expliquer vos calculs.

2) Ecrire en base deux les nombres suivants qui sont écrits en base dix.

10; 15; 21; 32

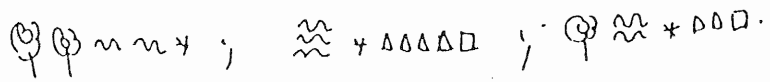
Expliquer vos calculs.

3) Sachant que □ vaut 1, Δ vaut 2, ✳ vaut 8, ~ vaut 20, ⚲ vaut 100,
Ecrire les nombres suivants (écrits en base dix) dans ce système de numération:

10; 53; 127

Expliquer vos calculs.

4) Décoder les nombres suivants écrits dans le même système:



Expliquer vos calculs.

Annexe 8

POST-TEST

1) Ecrire en base dix les nombres suivants qui sont écrits en base trois:

201; 10; 2000; 212;

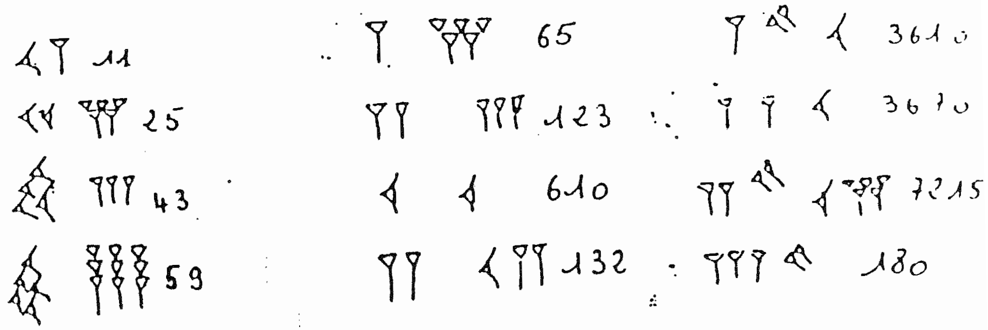
Expliquer vos calculs

2) Ecrire en base trois les nombres suivants qui sont écrits en base dix

10; 27; 15; 21;

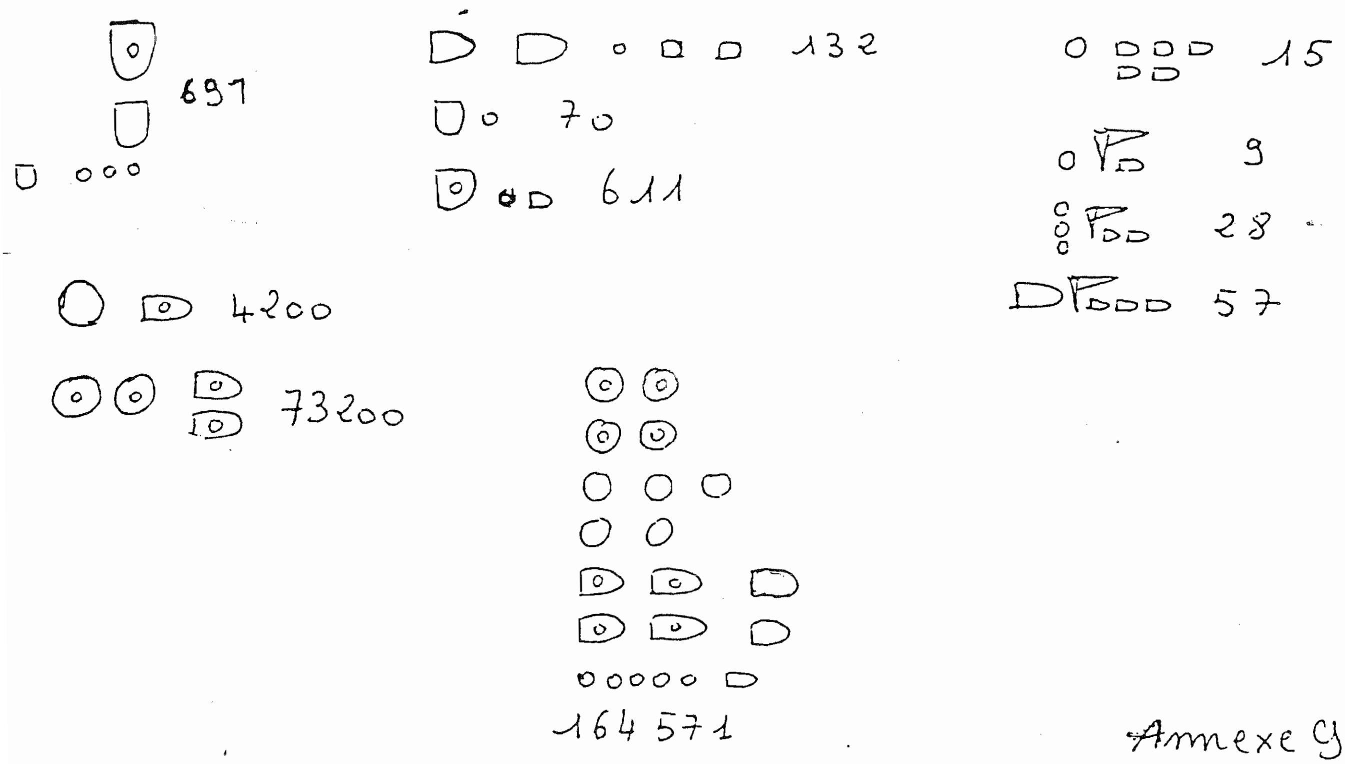
Expliquer vos calculs

SYSTEME DE NUMERATION BABYLONIEN (utilisé depuis le 2ème millénaire avant J.C.)



Expliquer le "fonctionnement" de ce système (valeurs et usages des symboles)

SYSTEME DE NUMERATION SUMERIEN (utilisé depuis le 28ème Siècle avant J.C.)



Annexe 9

Expliquer le fonctionnement de ce système de numération sino-japonaise actuelle.

三百二十四
324

千九百八十五
1985

四千五百
4 500

万三
10 003

八百五
805

三百三十三
333

四百十二

十二
12

二十
20

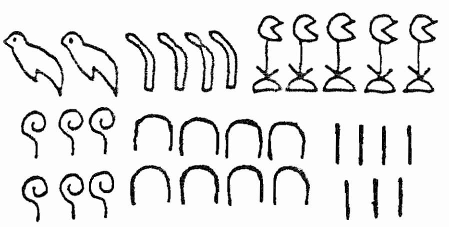
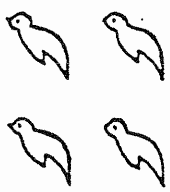
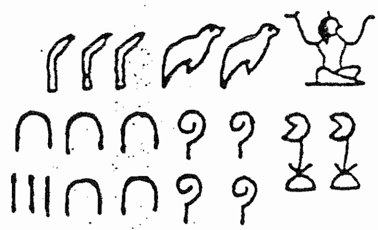
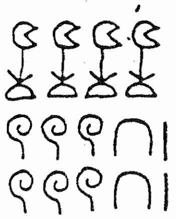
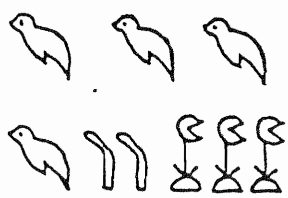
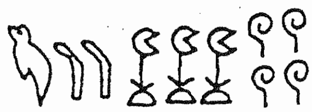
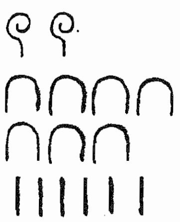
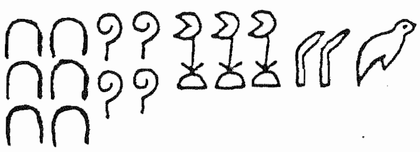
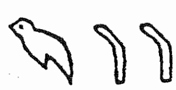
七百五十一
751

百四
104

十八
18

九千九百九十九
9 999

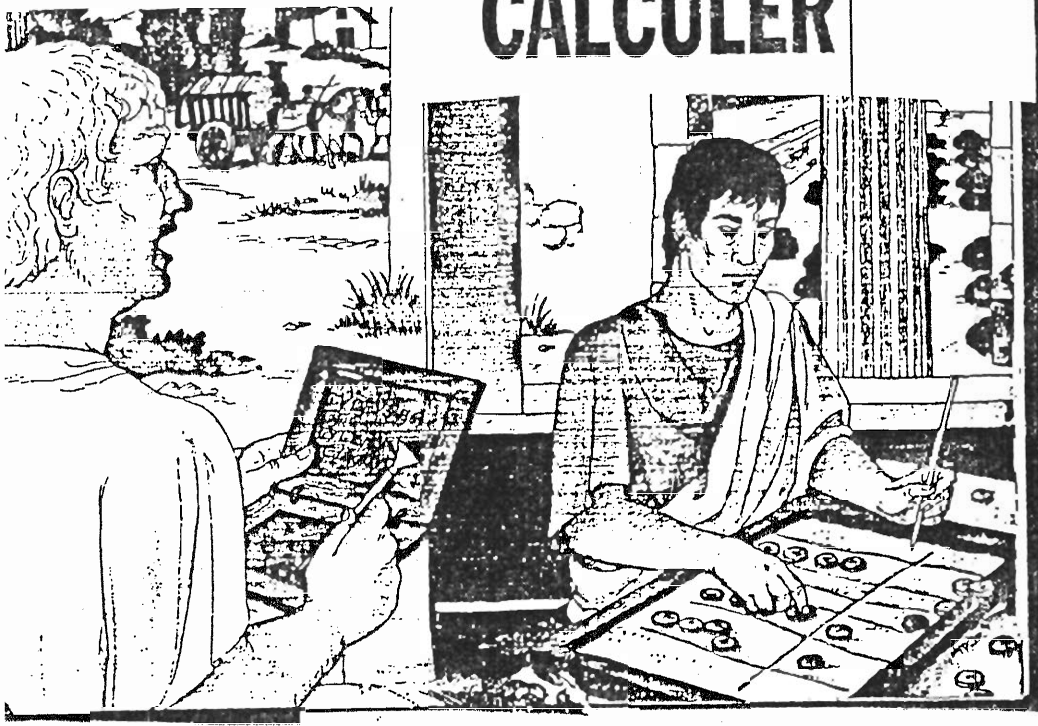
Annexe 6.

 245 687	 400 000	 1 232 453
 4622	 423 000	 123 400
 276	 123 460	 120 000

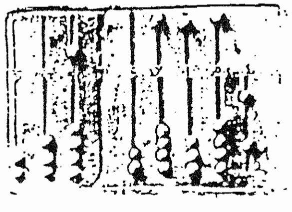
EGYPTIENNE

Livre de Histoires de comptes Epigones F. Cerquetti-Aberkane.

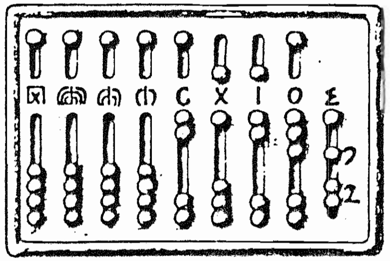
DES MACHINES POUR CALCULER



Les Romains de l'Antiquité comptaient, on le sait, avec des bouliers. Moins connu : certains de leurs « calculatori » utilisaient une véritable calculatrice portative.
Ce curieux abaque « de poche » consistait en une petite plaquette métallique munie de rainures parallèles, le long desquelles glissaient des boutons mobiles.

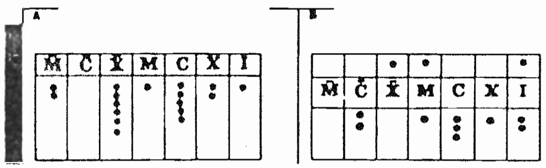


Abaque romaine conservée à la B.N. de Paris



▲ *Une calculatrice de poche*

Les deux versions de l'abaque romain dit à « calculi » ; en A, la primitive en B, la simplifiée.



Histoire Universelle des chiffres - Ifrah - Seghers.
Annexe 5

CHEZ LES ROMAINS

Au Ier s. avant N.E., les Romains utilisent une notation encore utilisée de nos jours, comprenant 7 lettres. En plus de la base 10, le système attribue un signe pour 5, 50, 500 (la moitié des puissances de 10).

I	1	C	100	$\bar{M}$	$1\,000^2 = 1\,000\,000$
V	5	D	500	$\bar{\bar{M}}$	$1\,000^3 = 1\,000\,000\,000$
X	10	M	1 000		
L	50				

Comme dans le système attique, cela permet d'économiser des signes. Il faut signaler également une innovation : **la valeur d'un chiffre s'additionne à celle d'un chiffre supérieur s'il est à sa gauche mais se soustrait s'il est à sa droite :**

IV se lit un ôté de cinq, soit quatre — alors que VI signifie six
IX se lit un ôté de dix, soit neuf — XI signifie onze
XL se lit dix ôté de cinquante, soit quarante — LX signifie soixante

MCMLXXXIV	**Pour écrire ce nombre il faut 9 signes.**

1. Quels sont les nombres affichés en A, en B ?
Expliquer le fonctionnement de ces abaques pour l'écriture des nombres ; pour compter (ajouter un ou passer au nombre suivant)
Différencier A et B pour ces deux usages

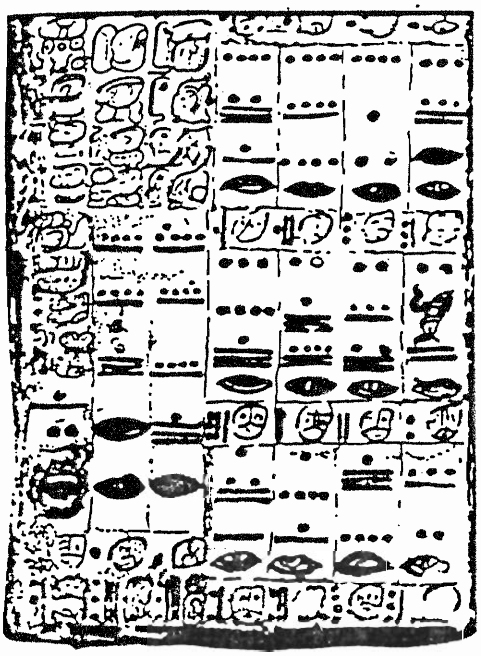
2. En déduire un usage des abaques "pédagogiques" actuels.
· du boulier japonais.

3. COMPARER les écritures usuelles des nombres romains avec les lettres : (V⇒5) (L⇒50) (C⇒100) (D⇒500) (M ⇒ 1000) ($\bar{M}$ ⇒ 1 000 000) ($\bar{\bar{M}}$ ⇒ 1 000 000 000) (I⇒1)
et les écritures sur abaques ~~romains~~

{ Avantages et inconvénients de ces écritures.
{ Usages prévisibles.

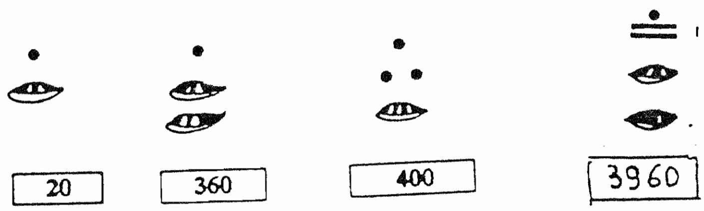
NUMERATION MAYA 3eme siècle aprés J.C.

DETAILS DE STELLES /TRADUCTIONS NUMERIQUES
INTERPRETATIONS



Pl. 130. – Page 24 du Codex de Dresde (détail).
Sächsische Landesbibliothek. Dresden.

L	K	J	I
4 17 6 0	4 9 4 0	4 1 2 0	3 13 0 0
35 040	32 120	29 200	26 280
H	**G**	**F**	**E**
5 4 16 0	2 16 14 0	2 8 12 0	2 0 10 0
23 360	20 440	17 520	14 600
D	**C**	**B**	**A**
1 12 8 (•) 0	1 4 6 0	16 4 0	8 2 0
11 680	8 760	5 840	2 920



EXPLIQUER LE FONCTIONNEMENT DE LA NUMERATION MAYA.

RACONTER VOTRE RECHERCHE PAS A PAS

ENTIERS-DECIMAUX

DEFINIR "NOMBRE ENTIER"

DONNER DES EXEMPLES

DONNER DES CONTRE-EXEMPLES

PROPOSER DES SCHEMAS

Definir
" FRACTION "

DEFINIR "NOMBRE "DECIMAL"

DONNER DES EXEMPLES

DONNER DES CONTRE-EXEMPLES

PROPOSER DES SCHEMAS

EXERCICE: dans la liste suivante, relever les entiers puis les décimaux.

$\frac{2}{3}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{10}{5}$; 0,8 ; 5 ; $\frac{7}{100}$; $\frac{100}{7}$; $1+\frac{3}{10}+\frac{6}{100}$; 0,333.... ; $\frac{25}{4}$; $\frac{4}{25}$.

-ENTIERS:

-DECIMAUX:

ENTIERS-DECIMAUX

DEFINIR "NOMBRE ENTIER"

DONNER DES EXEMPLES

DONNER DES CONTRE-EXEMPLES

PROPOSER DES SCHEMAS

Definir
" FRACTION "

DEFINIR NOMBRE "DECIMAL"

DONNER DES EXEMPLES

DONNER DES CONTRE-EXEMPLES

PROPOSER DES SCHEMAS

POST-TEST

EXERCICE: dans la liste suivante, relever les entiers puis les décimaux

$\frac{4}{9}$; $\frac{9}{4}$; 75,403 ; 61 ; $\frac{7}{10}$; $\frac{10}{7}$; $\frac{506}{100}$; $23+\frac{4}{10}+\frac{9}{100}$; 10,666.... ; $\frac{21}{3}$; $\frac{4}{3}$;

-ENTIERS:

-DECIMAUX:

Annexe 7.

Texte DE STEVIN (1ère partie)

Extrait de *Les oeuvres de Simon STEVIN augmentées par Albert GIRARD*, Elsevir, Leyde, 1634 [25].

«

DEFINITION II

Tout nombre entier proposé se dit commencement, son signe est tel (0)

EXPLICATION

Par exemple, quelque nombre proposé de trois cent soixante quatre, nous le nommons trois cent soixante quatre commencements, les décrivant en cette sorte 364(0). Et ainsi de tous autres semblables.

DEFINITION III

Et chaque dixième partie de l'unité de commencement nous la nommons Prime, son signe est tel (1); et chaque dixième partie de l'unité de prime nous la nommons Seconde, son signe est tel (2). Et ainsi des autres chaque dixième partie de l'unité de son signe précédent toujours en l'ordre un d'avantage.

EXPLICATION

Comme : 3(1)7(2)5(3)9(4), c'est à dire 3 primes, 7 secondes, 5 tierces, 9 quartes; et ainsi se pourrait procéder en infini. Mais, pour dire de leur valeur, il est notoire que selon cette définition, les dits nombres sont

$$\frac{3}{10}\ \frac{7}{100}\ \frac{5}{1000}\ \frac{9}{10000}$$

ensemble $\frac{3759}{10000}$

Semblablement 8(0)9(1)3(2)7(3)

valent $8\ \frac{9}{10}\ \frac{3}{100}\ \frac{7}{1000}$

ensemble $8\ \frac{937}{1000}$

Et ainsi d'autres semblables. Il faut aussi savoir que nous n'usons en la Disme d'aucun nombre rompus [fractionnaires], aussi que le nombre de multitude des signes, excepté (0), n'excède jamais le 9. Par exemple, nous n'écrivons pas 7(1)12(2), mais en leur lieu 8(1)2(2), car ils valent autant.

DEFINITION IV

Les nombres de la précédente seconde et troisième définition se disent en général Nombres de Disme.

»

annexe 10

2ème Partie

STEVIN

[...]

PROPOSITION III DE LA MULTIPLICATION

Etant donné [un] nombre de disme à multiplier, et [un] multiplicateur, trouver leur produit.

Explication du donné

Soit le nombre à multiplier : 32(0)5(1)7(2)

et [le] multiplicateur : 89(0)4(1)6(2)

Explication du requis

Il faut trouver leur produit.

Construction

On met les nombres donnés en ordre comme ci joignant multipliant selon la vulgaire manière de multiplication par nombres entiers, en cette sorte :

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & & & (0) & (1) & (2) & \\
 & & & & 3 & 2 & 5 & 7 \\
 & & & & 8 & 9 & 4 & 6 \\
\hline
 & & & 1 & 9 & 5 & 4 & 2 \\
 & & 1 & 3 & 0 & 2 & 8 & \\
 & 2 & 9 & 3 & 1 & 3 & & \\
2 & 6 & 0 & 5 & 6 & & & \\
\hline
2 & 9 & 1 & 3 & 7 & 1 & 2 & 2 \\
 & & & (0) & (1) & (2) & (3) & (4)
\end{array}
$$

Donne [le] produit (par le 3ᵉ problème de l'Arithmétique) : 29137122. Or pour savoir [ce] qu'ils sont, on ajoutera les deux derniers signes donnés, l'un (2) et l'autre aussi (2), font ensemble (4), nous dirons que le signe du dernier caractère du produit sera (4), lequel étant connu, tous les autres seront notoires, à cause de leur ordre continu; de sorte que 2913(0)7(1)1(2)2(3)2(4) sont le produit requis.

Démonstration

Le nombre donné à multiplier : 32(0)5(1)7(2) fait (comme apparaît par la 3ᵉ définition de cette Disme) :

$$32\ \frac{5}{10}\ \frac{7}{100}$$

ensemble :

$$32\ \frac{57}{100}$$

et par même raison le multiplicateur 89(0)4(1)6(2) vaut :

$$89\ \frac{46}{100}$$

par le même multiplié, le dit $32\ \frac{57}{100}$

donne produit (par le 12ᵉ problème de l'Arithmétique) : $2913\ \frac{7122}{10000}$

mais autant vaut aussi le dit produit 2913(0)7(1)1(2)2(3)2(4) c'est donc le vrai produit, ce qu'il nous fallait démontrer. Mais, pour dire maintenant la raison; pourquoi (2) multiplié par (2) donne produit (4) (qui est la somme de leurs nombres) item pourquoi (4) par (5) donne produit (9) et pourquoi (0) par (3) donne (3), etc. Prenons :

$$\frac{2}{10}\ \text{et}\ \frac{3}{100}$$

(qui font par la 3ᵉ définition de cette disme : 2(1)3(2)) leur produit est :

$$\frac{6}{1000}$$

qui valent, par la dite 3ᵉ définition, 6(3). Multipliant donc (1) par (2) le produit est (3), à savoir un signe composé de la somme des nombres des signes donnés.

annexe 10 bis

LES FRACTIONS

I. – PREMIERS ESSAIS

L'histoire des fractions débute avec les civilisations babyloniennes et égyptiennes

★ Les Egyptiens ne se sont intéressés pratiquement qu'aux fractions de numérateur un, c'est-à-dire aux divisions de l'unité (quantièmes)
par exemple, ils notent

15 = ∩ |||||

et $\frac{1}{15}$ = ⬭ ∩ |||||

L'addition de ce type de fractions étant tout à fait malcommode, les calculateurs égyptiens disposaient de tables récapitulant des sommes usuelles : par exemple :

$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{20} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{1}{4}$....

Tardivement apparait le signe qui signifiait $\frac{2}{3}$. Leurs progrès se sont arrêtés là [voir activités élèves].

★ Disposant d'un système de numération de position à base 60, les Babyloniens ont prolongé leur écriture par des nombres inférieurs à l'unité. Ils manipulaient couramment des fractions sexagésimales, c'est-à-dire à dénominateur 60, 3 600, etc.
Par exemple :

𒌋 𒐖 𒐗 peut signifier $7 + \frac{3}{60}$

Mais ce système présentait au moins deux inconvénients :
– d'une part, l'absence de virgule introduisait une ambiguïté (dans l'exemple ci-dessus seul le contexte peut permettre de différencier $7 + \frac{3}{60}$ de $7 \times 60 + 3$)

– d'autre part, des rationnels usuels, comme 1/8, ne pouvaient être représentés. Malgré tout, cette écriture permet d'en avoir une valeur approchée aussi bonne que voulue ; ceci correspond bien à la conception des nombres qu'avaient les mathématiciens de cette civilisation où une valeur exacte ne se distinguait pas d'une valeur approchée.

annexe 11

II – LES SYSTEMES GRECS

De gros progrès apparaissent avec les Grecs.
En effet, les Grecs représentaient les nombres géométriquement [longueur de segment, aire, nombres figurés,...], de ce fait, ils ont été amenés à considérer des rapports de longueurs de segments, ce qui les a conduit au concept de nombres rationnels pour lesquels ils découvrirent de nombreuses propriétés.

Si l'outil théorique était bien élaboré, le manque de notation pratique rendait compliqué tout calcul numérique : les Grecs ne parvinrent guère à s'affranchir du langage géométrique.
Ainsi, seules quelques fractions simples portent un nom (peu simple) :
par exemple :

$\frac{10}{3}$ se nommait (en latin) « triplex sesquitertius »
(en grec) « τριπλασιεπιτριτος »
les tentatives pour noter des fractions furent nombreuses mais aucune ne parvint à s'imposer. Voici quelques exemples :

★ 3 s'écrivant γ on y trouve γ' ou γ'' pour $\frac{1}{3}$

Des signes spéciaux étaient utilisés pour $\frac{1}{2}$: ν ou σ et pour $\frac{2}{3}$ = ω

Ainsi Χθω'σγ' λθ' signifie $29 + \frac{2}{3} + \frac{1}{13} + \frac{1}{39}$

★ Chez Archimède $\frac{10}{71}$ est L οα' (10 = L et οα = 71)

Mais, vu les risques de télescopages entre numérateur et dénominateur, on a écrit pour

$144 + \frac{299}{13}$:	μοναδες	ρμδ	λεπτα	ιγ'	σϞθ
	[unités,	144,	fractions,	13,	299]

★ C'est avec Diophante (donc assez tardivement) que l'on commence à utiliser une notation dépourvue d'ambiguïté.

$\overset{\iota\varsigma}{\rho\kappa\alpha}$ signifie $\frac{121}{16}$ (le dénominateur est au-dessus du numérateur)

mais on a pu lire aussi $\frac{\delta}{\iota\epsilon}$ pour $\frac{15}{4}$ qui annonce notre notation.

Histoires des mathématiques pour les ...

– les Indiens superposent numérateur et dénominateur

– (Al Hassan, 1150), les Arabes séparent les nombres par une barre de fraction

– au XVII^e siècle les fractions ont acquis leur forme d'aujourd'hui

III – VERS LA NOTATION MODERNE

Jusqu'à la Renaissance, la terminologie greco-latine d'une part, le système des fractions sexagésimales d'autre part (pour la trigonométrie et l'astronomie) restent en usage.
Parallèlement, diverses tentatives d'écritures des fractions apparaissent durant tout le Moyen-Age.
Par exemple, en Angleterre au XV^e siècle : ~ • . ~• désignent respectivement $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$

– Avec l'imprimerie on cherche une écriture sur une ligne et on trouve : $2\frac{3}{5}$ ou $\frac{3}{|5}$ ou encore 3 5 et 3 ÷ 5

– Enfin 3/5 apparait (la barre étant l'abréviation du f de « fatto » « rompu » en italien)

LES NOMBRES DECIMAUX

EN EUROPE

Durant tout le Moyen Age, les fractions étaient couramment utilisées. On employait pour les désigner des notations très diverses, dont certaines très proches de la nôtre.
Mais, dans les ouvrages de mathématiques, les subdivisions de l'unité le plus souvent utilisées dérivaient du système sexagésimal. C'était là une survivance du calcul babylonien, transmis par les mathématiciens grecs et arabes, principalement à travers leur utilisation pour les calculs astronomiques.
Ainsi, on trouvait fréquemment des nombres dont la partie entière était écrite en base dix alors que la partie fractionnaire relevait du système sexagésimal.
Il fallut attendre le XVI^e siècle pour que certains mathématiciens comprennent mieux le fait suivant : on peut utiliser, pour les nombres inférieurs à 1, la même astuce d'écriture que pour les entiers. (A savoir : chaque chiffre représente dix fois plus que celui qui est écrit à sa droite).
François Viète le premier, en 1579, écrit :
« en mathématique les soixantièmes et les soixantaines doivent être d'un usage rare ou nul. Au contraire les millièmes et les mille, les centièmes et les centaines, les dixièmes et les dizaines doivent être d'un usage fréquent ou constant ».

On trouve dans les ouvrages de Viète une première convention d'écriture intéressante : à l'époque on écrivait « $27\frac{1}{2}$ » pour « 27 et demi » c'est-à-dire « 27.5 ». Alors au lieu d'écrire « $27\frac{356}{1000}$» Viete (peut-être par paresse !) n'écrit pas le dénominateur égal à 1 000, cela fait que l'écriture « $27\frac{356}{}$ » ressemble beaucoup à « 27.356 ».
Mais c'est à Simon Stevin, de Bruges, financier et ingénieur, que revient, en 1582, le mérite d'avoir diffusé le principe et les méthodes de calcul de l'écriture décimale.

Il y explique son écriture : « 8 7 2 ⓪ 5 ① 3 ② » pour le nombre « 872,53 ». On pourrait croire aujourd'hui à une abréviation de :

$872 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$.
Il montre comment calculer sur les nombres ainsi écrits, utilisant pour les additions par exemple, la disposition ci-dessous

	⓪	①	②	③
	28	3	1	2
	419	2	9	
	447	6	0	2

Il préconise enfin de répandre la division décimale pour les principales unités de mesure.
Il conserve pour le cercle la subdivision en 360 degrés, mais suggère des divisions décimales du degré, d'une manière tout à fait prophétique.

Ce qui est tout à fait remarquable c'est la vitesse avec laquelle les idées de Stevin se répandirent. Il ne fallut guère plus d'une dizaine d'années pour que les utilisateurs adoptent son système.
Jusqu'à la Révolution française, les notations seront diverses et curieusement changeantes : on trouve par exemple pour le nombre 27,356 :

$27\ \overset{I}{3}\ \overset{II}{5}\ \overset{III}{6}$	Mallet (1702 ou Boulenger 1630)
$27\ 356^{III}$	(Reyneau 1720)
27356	(Burgi 1620)
27(356	(Kepler 1616)
27.356	(Magini 1592)

A l'heure actuelle le « point » décimal est utilisé par les anglo-saxons à la place de notre virgule (regardez une calculatrice de poche !).

– DANS LE MONDE ISLAMIQUE

Ce n'est que tout récemment que l'on a découvert le mathématicien arabe Al Uqlidisi et son ouvrage d'arithmétique écrit en 952 à Damas.

Il utilise de manière naturelle les fractions décimales et se montre très à l'aise dans les calculs.
Il emploie une notation très proche de la nôtre, utilisant un signe de séparation entre partie entière et fractionnaire.

Par exemple :

$\overline{2}$'35 désigne notre 2.35 et se lit 2 unités et « 35 de cent »
que l'auteur prend quand même la peine de traduire en « un quart et un dixième ».

annexe 11 bis

LIAISON ECOLE COLLEGE

MARYVONNE LEBERRE, HENRI DELEGUE, MARC PICOT (ATELIER A6)

Objectifs de l'atelier

La volonté première était de concevoir comment permettre à des collègues travaillant à différents niveaux de dépasser une discussion générale pour aborder certains domaines de façon plus approfondie, et non de concevoir la mise en place institutionnelle de la liaison école-collège. Nous nous sommes donc fixés pour l'atelier les objectifs suivants :

Etudier les dispositifs permettant de faire travailler ensemble instituteurs et professeurs de collège

Réfléchir sur les objectifs d'un tel travail, ce qu'on peut en attendre.

Attente des participants

L'atelier réunit 24 participants : professeurs d'IUFM, professeurs de collège et IMF. La plupart des participants prévoient d'animer des actions de liaison CM2-6ème et viennent chercher des idées. Quelques uns souhaitent faire une analyse plus théorique des approches différentes entre école et collège de certains contenus (géométrie, fractions et décimaux, etc...)

Bilan général

Pendant les deux premières séances, les participants ont travaillé alternativement à partir de documents testés par les animateurs au cours d'actions CM2-6ème et à partir de propositions nouvelles. Dans un premier temps, nous avons simulé les activités proposées lors de ces stages, ensuite, nous avons étudié les intérêts, les dérives possibles, les aménagements du dispositif.

La troisième séance a permis une analyse plus globale des dispositifs proposés et un échange à propos d'autres expériences présentées par les participants.

La répartition entre professeurs travaillant plus au niveau collège et d'autres au niveau de l'école a montré que, même entre formateurs, s'il existe des domaines de convergences, d'autres restent conflictuels (la géométrie en particulier). Le groupe a pensé qu'il serait important de prévoir un atelier centré sur un de ces sujets dans le cadre de la liaison école collège.

Description des différentes séances

Première séance : travailler à partir de supports conventionnels expérimentation d'un dispositif.

Matériel : une liste de 10 exercices issus de manuels actuels de CM2 et de 6ème (ils ont été dactylographiés pour éviter toute reconnaissance : on les trouvera en annexe).

Consigne : chacun doit choisir le niveau qu'il connaît le mieux et indiquer pour chaque exercice s'il exige que les élèves sachent le faire, s'il le considère comme une activité, ou si c'est un exercice à éviter.

Déroulement :
travail individuel (l'animateur essaie d'éviter que les débats à deux ou trois commencent) (10 mn.)
- comparaison des réponses, échanges sur chaque exercice (20 min) ; on peut choisir de prendre des cobayes dans chaque niveau pour accélérer la comparaison et amener les débats ;
- confrontation aux textes officiels (programmes, cahiers d'évaluation...) (10 min).

Analyse
Le dispositif vise à ce que les participants puissent échanger sur leurs choix et leurs pratiques d'enseignement, sans rester dans un procès général ni éluder les divergences mais en évitant les blocages ou les prises de pouvoir...
C'est du moins ainsi qu'il a été vécu dans les stages.

La présentation des exercices et la consigne conduisent systématiquement (au cours de cet atelier comme au cours des stages CM2-6ème) à préciser entre collègues les sens du mot "exigible", ce que l'on considère comme des activités et des initiatives que prend chacun par rapport au programme et aux manuels

Le choix des exercices permet d'orienter le débat vers d'autres questions :

- quelles procédures attend-on ? (uniquement les procédures expertes ?)
- quelles formulations utilise-t-on ?
- la pertinence d'un type d'exercice ("de toutes façons, cet exercice-là, je ne le proposerais pas") ;
- la pédagogie de l'apprentissage à la résolution d problèmes ;
- la différence de perception entre collègues d'un même contenu mathématique.

L'analyse effectuée lors de l'atelier a conduit à privilégier quelques domaines pour ces exercices : la géométrie, les décimaux et les fractions, les problèmes arithmétiques.
Enfin, la seconde partie (comparaison des programmes et l'école et du collège) s'impose naturellement. Elle permet de mettre en évidence des ruptures ; par exemple concernant les fractions vues sous l'aspect du partage additif en CM et sous l'aspect d'opérateur multiplicatif en 6ème.

Présentation et analyse d'autres dispositifs
(le temps n'a pas permis de simuler l'activité)

Pour remplacer la première partie, on peut travailler à partir de manuels actuels en choisissant un contenu précis (par exemple les aires) et en évitant la critique des manuels.

Matériel : chacun dispose d'un manuel CM2 et d'un manuel de 6ème (tous identiques par niveau) ;

Consigne : on ne s'intéresse qu'à un sujet (les aires planes) ; il n'est pas question d'analyser la pertinence des manuels proposés. On suppose que ce sont les manuels sur lesquels l'élève est conduit à travailler.

Comparer les temps consacrés à ce sujet, les exercices et les résumés. Comment l'élève de 6ème réinvestit-il ses acquis de CM2 ?

Synthèse des réponses : comment se met en place le concept de CM et - 6ème, quelles ruptures ?

Analyse de l'activité : elle permet de se centrer sur un domaine et donc de l'approfondir ; il importe donc de choisir le contenu de façon à ce qu'il soit suffisamment riche. Les questions soulevées sont voisines (différence de perception, procédures attendues, etc...) mais de plus on envisage l'apprentissage au sein d'une progression (par exemple le nombre et l'importance donnée aux problèmes, le temps consacré à l'étude d'une notion). Le risque majeur est de partir d'une discussion générale de choix de manuels.

Deuxième séance : travailler à partir d'une recherche de problèmes moins conventionnels.

Expérimentation du dispositif

L'idée est de faire travailler ensemble pendant un temps limité des instituteurs et des professeurs sur des problèmes de mathématique à leur niveau personnel avant d'étudier les répercussions dans les classes. Nous avons choisi pour l'atelier de travailler d'abord sur un sujet qui n'avait pas été proposé au cours de stages (la bande à bords parallèles) puis de présenter un autre exemple qui avait été expérimenté (les aires).

Activité 1 : les constructions avec la bande à bords parallèles
(Cf. "Tu m'cherches, tu m'trouves N°0", IREM de Lille et Actes du Colloque ITER–IREM de Géométrie : Limoges 1992)

Matériel : une bande de carton à bords parallèles dont les extrémités ont été arrachées (pas d'angle droit), une feuille polycopiée sur laquelle on demande de construire une bissectrice, le milieu d'un segment plus long que la largeur de la bande, le symétrique d'un point dans une symétrie orthogonale.

Consigne : dans un premier temps, vous travaillez à votre niveau d'adulte, ensuite nous étudierons les liens avec l'enseignement dans votre classe. Vous disposerez d'une bande que vous ne pouvez pas plier, vous ne pouvez rien inscrire sur la bande. Cherchez différents moyens pour réaliser les constructions demandées.

Déroulement : recherche de solutions par groupes hétérogènes (école, collège) (30 min). L'animateur intervient pour éviter que les discussions commencent sur l'utilisation dans les lasses qui sera l'objet de la seconde partie.

Compte rendu par les groupes : exposé des solutions trouvées et état des discussions qui ont eu lieu (30 min).

Consigne suivante : vous formez des groupes par niveau d'enseignement et à partir de l'activité que vous venez de faire, vous trouvez des applications pour vos élèves. Attention, c'est *à partir* de ces exercices, vous n'êtes pas obligés de les reprendre.

Variante qui s'est produite lors de l'atelier : les groupes restent ceux de la première partie.

Déroulement : Travaux de groupes, l'animateur peut intervenir pour permettre à un groupe de s'écarter de la consigne si un débat s'engage dans le groupe à propos de différences de perception d'un contenu mathématique présent dans la première activité (ici : la géométrie, le concept de figure, etc...)

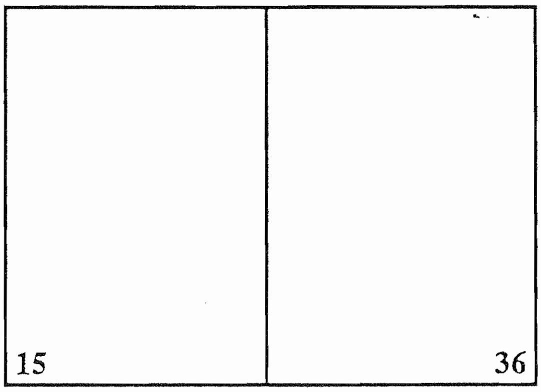
Compte rendu et recherche d'une cohérence entre les divers points de vue.

Activité 2 : comparaison d'aires sans utiliser de formules

Matériel : une fiche polycopiée sur laquelle sont tracés divers polygones (l'animateur sait que toutes les aires sont multiples d'une unité). On trouvera en annexe la feuille proposée lors de l'atelier : elle comporte plus de figures que celles utilisées auparavant.

Consigne : vous choisissez deux figures (variante : on peut imposer le chois ; les deux trapèzes) et vous trouvez un rapport numérique entre leurs aires sans utiliser de formule ni de règle graduée.
Déroulement : identique à celui de l'activité 1.

Activité 3 : Combien ce journal a-t-il de pages ?
Cf. "Grand N" N°50 ou "Petit x" N° 28



Analyse du dispositif

La première mise en commun (exposé des solutions trouvées parmi les participants) met en évidence la pluralité des solutions envisagées pour un même exercice, des procédures souhaitées à différents niveaux.

Dans le cas de la bande à bords parallèles, on montre que l'utilisation d'un instrument de géométrie ne doit pas toujours être laissé au libre arbitre de l'élève, que les définitions et les propriétés géométriques dépendent de l'instrument choisi et cela doit conduire à une analyse didactique des instruments.

On peut aussi remarquer l'évolution des solutions d'un tracé vers un algorithme de construction (ex. "je sais construire le milieu donc...") dans lequel le tracé effectif perd de l'importance.

Concernant les aires, le fait qu'on continue après l'école à travailler géométriquement sur ce sujet (par découpages/recollement, puis par isométries) est souvent une révélation pour les instituteurs. Les professeurs de collège n'ont pas tous la même attitude par rapport à cela. On peut continuer en étudiant l'importance relative de tel ou tel point de vue dans la mise en place d'un concept (opérations, techniques opératoires).

Les problèmes proposés restent faciles et en petit nombre : la première étape doit rester courte pour que les exercices et les solutions trouvées restent comparables pour les professeurs de collège et les instituteurs.

Un écueil à éviter : les stratégies d'évitement de la part de certains : soit en mettant en cause la recherche au niveau adulte, soit en entamant des discussions parallèles.

L'arrivée échelonnée des participants (suite à la visite de Senlis) n'a pas permis à certains de s'approprier la première consigne, le flottement qui en a suivi en montre l'importance.

Le second bilan (recherche d'activités pour les élèves) a conduit à un débat qui st resté ouvert sur la différence de statut de la géométrie entre l'école et le collège (la place de la formulation dans une séance de géométrie, le statut des objets, jusqu'où doit-on aller à l'école, doit-on laisser la rupture à la seule charge du collège ?) La longueur du débat et son absence de conclusion ont conduit le groupe à penser qu'il faudrait un atelier sur ce thème précis lors du prochain colloque.

3ème séance : présentation d'autres thèmes et d'autres dispositifs

Décimaux : analyse de productions d'élèves sur des exercices proposés avant le stage, analyse d'erreurs.
Consigne : repérer les erreurs, quelles représentations des décimaux chez les élèves mettent-elles en évidence ? Formuler des hypothèses sur l'origine de ces représentations.
Déroulement : travail en groupes mixtes (école, collège) puis synthèse.

Langage géométrique : quand, comment, pourquoi ? Mise en place de situations d'échanges entre classes de CM2 et classes de 6ème, par exemple sur la rosace à huit branches (Cf. Bulletin APMEP n° 371 déc. 1989 et actes du Colloque COPIRELEM de Paris Mai 1990).

Résolution de problèmes : mise en place de défis en cycle 3.
Un même problème est expérimenté avant le stage dans les classes ; comparer les consignes, les productions, les attentes; les corrections.

Annexe 1 : liste des exercices proposés pour la première séance.

Annexe 2 : choisir deux figures et trouver le rapport (rationnel) de leurs aires : activité 2 de la deuxième séance.

Liaison CM2 - Sixième

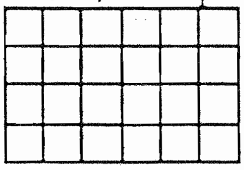
Pour chaque exercice ci-dessous, et pour chaque niveau, choisissez une des trois options :
- la résolution de cet exercice est une compétence exigible
- ce n'est pas exigible à ce niveau, mais cela peut être une activité en classe
- c'est un exercice à exclure à ce niveau

	CM2			Sixième		
	Exigible	Activité	Exclu	Exigible	Activité	Exclu
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						

1- Observe et continue :

$$\frac{19}{3}=\frac{18}{3}+\frac{1}{3}=6+\frac{1}{3};\frac{29}{3}=\frac{\ }{\ }+\frac{\ }{\ }=.....+\frac{\ }{\ };\frac{37}{5}=\frac{\ }{\ }+\frac{\ }{\ }=.....+\frac{\ }{\ }......$$

2 - Reproduis deux fois le quadrillage ci-dessous et hachure
- les 11/24 du quadrillage - les 5/12 du quadrillage



3 - Calcule :

$$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{11}{5};\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$$

4 - On remplit un tonneau aux 3/4, en y versant 120 litres. Quelle est la contenance de ce tonneau ?

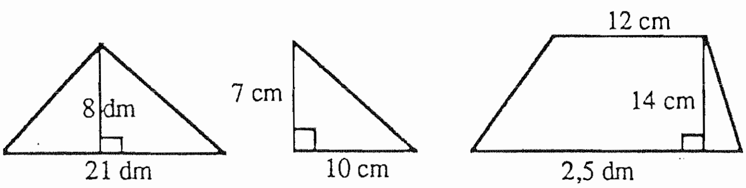
5 - Trois magasins affichent les rabais suivants. Quel est le magasin qui fait le rabais le plus important ?

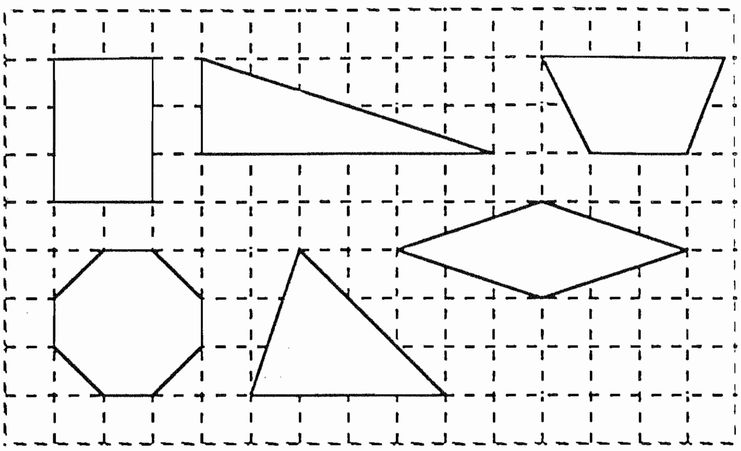
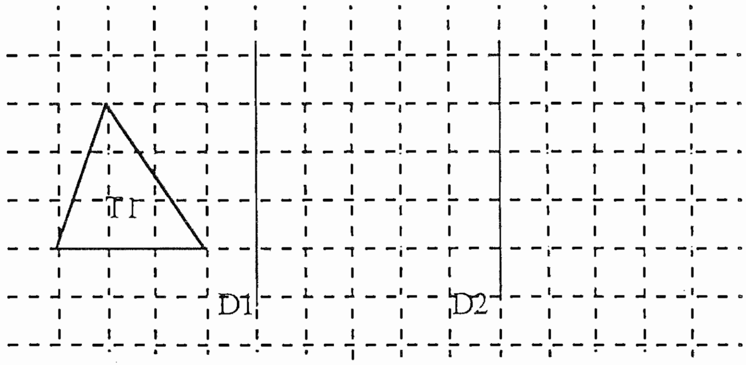
~~880 F~~ 660 F	~~450 F~~ 360 F	~~500 F~~ 375 F

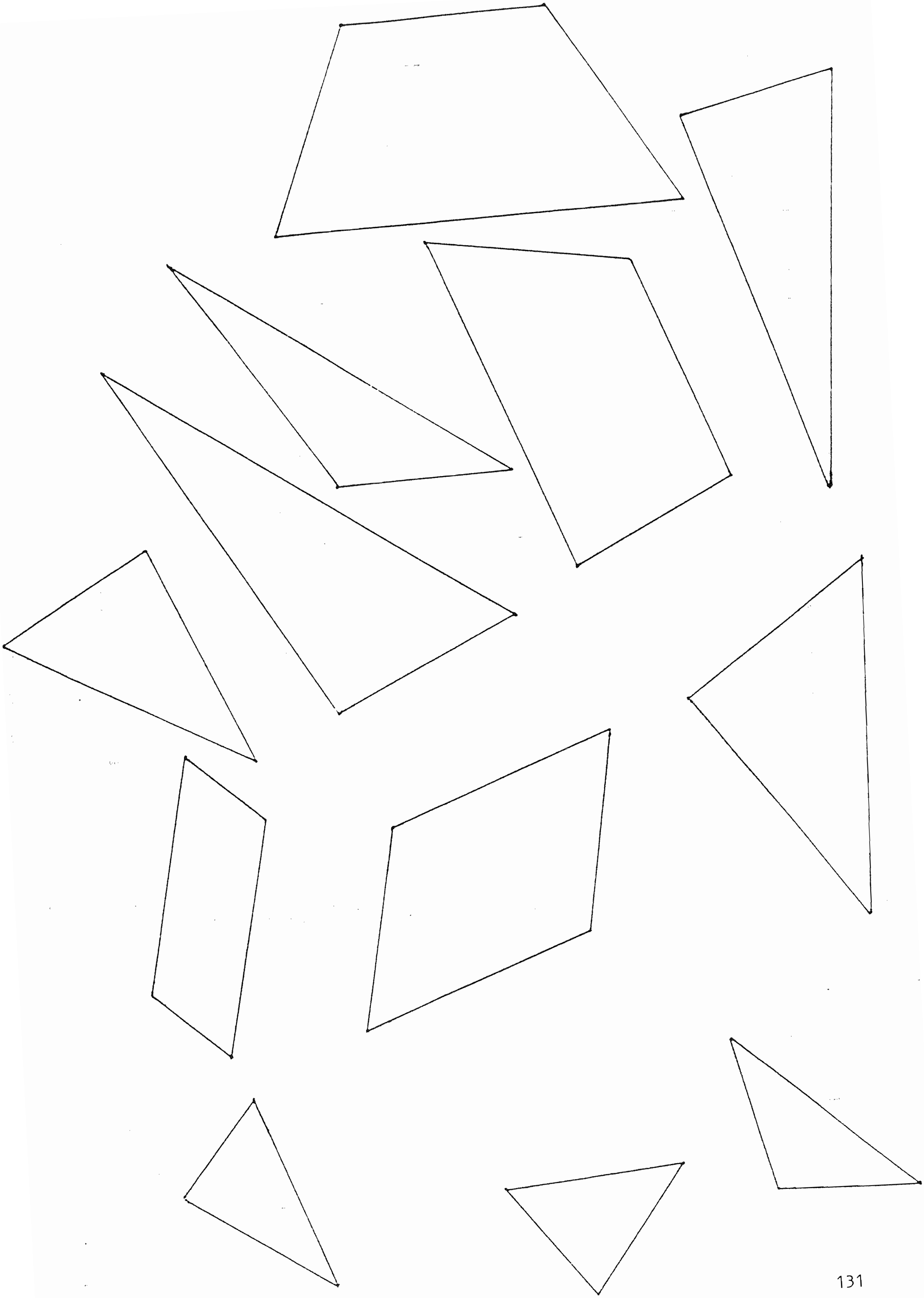
6 - Complète avec le signe >, < ou =.

$(6 \times 10^4) + (7 \times 10^2)$ .... 8×10^5
6×10^5 .... 65 000
$(8 \times 10^5) + (3 \times 10^4)$ 830 000

7 - A l'aide d'un formulaire et des indications données, calcule l'aire de ces figures :



	CM2			Sixième		
	Exigible	Activité	Exclu	Exigible	Activité	Exclu
8 - Ces surfaces ont la même aire sauf une. Laquelle ? 						
9 a)Tracer un triangle RST. Marquer un point A sur le segment [RS]. b) Par A, tracer la parallèle à la droite (ST). Elle coupe la droite [RT] en B. c) Par B, tracer la parallèle à la droite (RS). Elle coupe la droite [ST en C. d) Par C tracer la parallèle à la droite (RT). Elle coupe la droite [RS] en D. Continuer le tracé de parallèles jusqu'à retomber sur le point A.						
10 - Construis un triangle de dimensions 15 cm, 12 cm, 9 cm , puis mesure ses angles à l'aide d'un rapporteur.						
11 - Construis une pyramide dont la base est un hexagone de 5 cm de côté et dont les faces sont des triangles réguliers.						
12 - Construis le symétrique T2 de la figure T1 par rapport à la droite D1. Construis le symétrique T3 de T2 par rapport à la droite D2. Compare T1 et T3. Comment peux-tu passer directement de l'une à l'autre ? 						



LA PLACE DU MEMOIRE PROFESSIONNEL DANS LA FORMATION DES PE2

GERARD LIPP IUFM GUEBWILLER (ATELIER B1)

1er atelier du 16.5.:

Lors de la première réunions, les 8 participants évoquent des questions et suggestions quant au fonctionnement du "Mémoire Professionnel" dans nos divers Centres IUFM.

Voici quelques questions :

- Certains expriment leur "Mal à l'aise" face aux PE2 et se posent des questions comme:

- Quelle méthodologie pour les PE2 et pour les formateurs ?

- Quelle place pour le Mémoire Professionnel dans la formation ?

- Quel rapport avec le mémoire de PLC2 ?

- Certains se posent aussi la question : quelle différences entre le "dossier professionnel" le "mémoire professionnel" et le "mémoire du CAFIMF"?

- On s'est aussi demandé quelle liaison entre pratique et théorie ?

Premiers éléments de réponses :

A propos des difficultés de la liaison pratiques - théorie certains évoquent la possibilité de "stages filés" :

a) soit deux fois une "demi-journée" par semaine : l'une et l'autre à la fois pour un travail dans une classe et l'expérimentation visée par le mémoire. Dans les petites classes, avec une seule "visite" par semaine, les enfants oublient rapidement

b) soit "une demi-journée" seulement par semaine axée sur le mémoire.

Mais, certains évoquent immédiatement le problème de la "continuité" du travail !

On évoque aussi le cas de ceux qui viennent directement de la "licence" sans formation "PE1" : ne pourrait-on pas surseoir leur mémoire, et leur demander de le réaliser durant la première année de pratique ? Mais immédiatement surgit le problème de la classe d'affectation qui risque ne pas concorder avec le thème du M-P.

On évoque aussi le rôle du M-P. Ce dernier devrait permettre une auto-formation : mais est-ce réaliste ? Les PE2 sont-ils préparés pour une telle responsabilité ?

- Beaucoup de mémoires professionnels ne sont en fait qu'une synthèse "amoindrie" de textes plagiés. Souvent il y a peu de référence à une pratique.

Quelques réalités :

Certains IUFM proposent des thèmes avec contenu théorique, avec obligation d'applications à une pratique sur le terrain. Au départ, ils prévoient trois "demi-journées", avec l'ensemble des étudiants de l'atelier, pour la mise au point du mémoire : contenu - méthodologie - exigences; puis ils affinent pendant deux "demi-journées" avant d'expérimenter.

- Certains collègues ont 58 heures pour un formateur qui s'occupe de 14 étudiants qui travaillent sur un même thème avec des problématiques différentes.

- D'autres collègues ont 4 heures par étudiant.

- D'autre seulement 3 heures.

Le nombre d'étudiants qui préparent un M-P à thème mathématique varie d'un IUFM à l'autre ; voici quelques données : 28/200 - 6/65 - 23/250 - 8/100 - 20/82 - 9/120.

Les jury :
Les jurys sont en général composés du tuteur (président) et de 1 ou 2 assesseurs (1 PIUFM + IMF ou IEN). Dans un cas le tuteur assiste sans interroger alors que le jury est composé de 2 autres personnes. On évoque aussi le fait que souvent on manque de personnes compétentes pour former les jurys.

2ème atelier du 17.5.:

Certains collègues se demandent si l'on a déjà vu des mémoires professionnels communs PE2–PLC2 : mais personne n'a jamais entendu parler d'une telle situation. Par contre plusieurs ont cité des cas de mémoires interdisciplinaires : "Math-Français", "Math-EPS", etc ....
Intérêt effectif du mémoire professionnel :

– Certains ont constaté une meilleure évolution de certains PE2 (certes peu nombreux), après avoir compris le rôle du mémoire professionnel.

– Il y a plus de difficultés pour réaliser le M–P s'il y a des problèmes au niveau de la classe expérimentale; par contre, là où la classe marche bien, les étudiants peuvent mieux s'impliquer dans le mémoire.

– Il nous paraît important de mettre l'accent sur le lien "théorie pratique".

– Les mémoires professionnels devraient permettre une meilleure collaboration "Prof d'IUFM – IMF". Dans certains IUFM un tutorat mixte a été instauré au niveau de la direction des mémoires.

– On voit aussi un intérêt de travailler sous forme d'ateliers (Plusieurs PE2 sur un même thème théorique) avec la participation d'au moins un IMF.

Les entretiens de soutenance :

– En Bretagne, on valide simultanément modules et mémoires.

– Dans certains centres on ne pratique pas d'évaluation systématique des modules : le mémoire est la seule évaluation théorique.

– Dans d'autres centres on pratique l'évaluation les modules comme avant, d'où moins de temps disponible pour le travail sur les mémoires professionnels.

– Certains constatent aussi que des mémoires évalués négativement n'empêchent pas une "certification" du PE2 considéré, sans qu'il ait besoin de refaire un autre M.–P

– Certains collègues ont demandé que, si un M–P est fait en "doublette", l'on exige une part personnelle de chacun au moment de l'entretien; (par exemple : expérimentation personnelle)

Problème de la soutenance orale

– Nous pensons qu'il faut que les étudiants expliquent ce qu'ils ont fait pour réaliser le M–P – sans paraphraser leur texte.

– Qu'ils expliquent pourquoi ils l'ont choisi.

Pour une évaluation positive tenir compte :
- d'une bonne présentation,
- de l'aisance du candidat,
- de l'évolution future possible.

Certains collègues signalent la possibilité de faire la soutenance publiquement , mais avec l'accord de l'étudiant.
Différentes pistes d'évaluation sont ouvertes par le document d'Aussois. (voir Atelier A1 d'Aussois – Annexe 2 – IUFM 1 – p105)

Devenir des Mémoires Professionnels ?
– Que fait-on avec les mémoires, après l'examen final ?
– Certains sont mis en C.D.I., mais le plus souvent ils sont non accessibles aux futurs PE2. Il y a en effet des risques de recopie de certains mémoires d'un centre à l'autre.

3ème atelier du 18.5.: (rédigé par Michel WOROBEL)

La discussion de cette dernière réunion a porté principalement sur la comparaison entre "dossier professionnel" des PE1 et "mémoire professionnel" des PE2.

Comme pour les M-P, il s'avère que les mises en oeuvres des dossiers sont très variables d'un IUFM à l'autre :

- Dans certains IUFM, le dossier est imposé à tous, dans d'autres fortement conseillé sinon le choix est offert de préparer ou non un dossier.
- Dans certains IUFM, les dossiers ne sont gérés que par les professeurs de philosophie, dans d'autres par des professeurs de toutes les matières.
- Dans certains IUFM, les jurys de dossiers ne comportent que des professeurs de philosophie et pas de professeurs des autres matières.

Il a semblé important d'essayer de distinguer les différences de critères d'évaluation entre le dossier (où l'on ne juge que la soutenance orale à partir de 2 ou 3 questions préparées sur le dossier) et le mémoire (où interviennent trois grands axes : écrit, oral, pédagogie).

Le groupe s'est séparé en émettant quelques demandes :

- demande de formation "professionnelle", par rapport au mémoire, pour les PIUFM et les IMF.
- demande de mise en réseau (par la COPIRELEM ?) sur le thème du mémoire : intitulé des mémoires, bibliographie, recherches en cours sur les différents thèmes possibles.

<u>Bibliographie</u> : Nous vous renvoyons aussi aux deux textes suivants :

- Mémoires et Dossiers professionnels : incitation, gestion, suggestion.
  Stage COPIRELEM de COLMAR, 24 - 28 mars 1993
- Quels mémoires professionnels : pour quels effets de formation ?
  XXe colloque INTER-IREM d'AUSSOIS.

<u>N.B.:</u> Un collègue nous signale l'existence d'une "Université d'été" sur le mémoire professionnel : outil de formation et d'articulation théorie pratique - organisée par Poitiers.

CONTINUITÉ DE LA FORMATION PE1/PE2

RAPPORTEURS ET ANIMATEURS : DENIS BUTLEN, LINDA SALAMA (ATELIER B3)

Le groupe de 15 formateurs d'IUFM a décidé de travailler de la façon suivante : essai pour établir un état des lieux sur la base de bilans souvent improvisés de la formation, définition de quelques points fondamentaux susceptibles d'assurer la continuité d'une formation initiale, réflexion sur les situations de formation adaptées à cette question.

Un constat

A partir des modalités de formation des IUFM représentés, le groupe des formateurs présents s'accordent sur le constat suivant : il n'y a pas de réelle continuité entre la première et la seconde année. Les contraintes matérielles qui pèsent sur la formation impose des schémas de formation qui ne prennent pas correctement en compte les acquis et les manques de la préparation au concours. De plus, l'hétérogénéité du public recruté en seconde année ne permet pas de penser de façon satisfaisant un programme de formation sur deux ans.

Cette "diseurs stagiaires lors des bilans.
continuité" constatée est exprimée par les formateurs mais également ressentie par les profess
Est-elle attribuable à la place du concours, à la forme du concours, au manque de lien entre modules disciplinaires, mémoire et stages,.... ?

Une question et ....une ébauche de réponse

Que veut dire continuité ?

ou

Qu'est-ce les différents formateurs voudraient que les étudiants gardent de la première année pour la seconde année ?

La continuité peut se "lire" dans les représentations des étudiants, celles-ci portent sur les mathématiques, sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et sur les contenus de didactique des mathématiques qu'ils ont pu acquérir.

Les contenus de didactique des mathématiques vus en première année, pour être utiles en seconde année, doivent être complétés, retrouvés et repensés afin de les rendre "opératoire" lors du stage en responsabilité.

La première année a permis, dans une certaine mesure, de réconcilier les étudiants avec les mathématiques.
Bien que les risques de déviation de type "bachotage" soient importants, les formateurs présents semblent constater que la préparation au concours permet de faire faire des mathématiques aux étudiants.
Il reste toutefois à analyser de manière sérieuse les acquis de cet enseignement.

Cette modification de l'état d'esprit des étudiants est certes un point d'appui en deuxième année, mais il est loin d'être suffisant pour déboucher sur une réflexion professionnelle.

Il faut noter le changement de point de vue qui doit s'opérer pour l'étudiant durant la seconde année : il est surtout élève en 1ère année, à la fin de la seconde année, il doit être professeur de mathématiques.

REPRESENTATION DES INSTITUTEURS SUR LES MATHEMATIQUES ET LEUR ENSEIGNEMENT

PATRICIA TAVIGNOT - IUFM DE ROUEN (ATELIER B4)

Dans cet atelier, nous voulions sensibiliser les participants aux représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement afin qu'ils aient plus d'aisance dans leur processus de formation.

Pour cela, nous avons organisé l'atelier en trois moments correspondants aux trois séances prévues.

Le premier moment est consacré au thème : les formateurs et les représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement.

Le deuxième moment s'appuie sur des extraits de protocoles d'entretiens que nous avons donnés à étudier.

Dans le troisième moment, nous avons essayé d'établir des rapprochements entre les idées de formateurs sur les représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement, et les représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement qui ont été dégagées à partir des extraits de protocoles d'entretiens.

Premier moment : les formateurs et les représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement.

L'objectif de ce moment est d'aboutir à un panorama des idées que les formateurs ont des représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement.

Les participants ont échangé en groupes à partir des questions suivantes :

<u>Selon vous</u> :

1 – Que signifie le terme représentation ?

2 – Comment les instituteurs caractérisent-ils les mathématiques ? les différents domaines : arithmétique, géométrie, et algèbre ?

3 – Comment les instituteurs caractérisent-ils l'enseignement des mathématiques ?

4 – Quelles relations établissent-ils avec cette discipline et son enseignement ? (peur, amour, attentes, facilités, difficultés à enseigner)

La mise en commun a permis de dégager la synthèse ci après.

1 – <u>Que signifie le terme représentation ?</u>

Pour certains formateurs, il s'agit de débusquer non seulement les représentations des façons de concevoir les mathématiques à travers le dit, et à partir de la cohérence entre le dit et le fait.

D'autres formateurs estiment que les représentations sont plutôt à "voir" en terme "de rapports personnels à". D'ailleurs, certains reprennent cette signification : "idées que les gens se font de quelque chose, il y a évolution de ces idées".

Enfin, la représentation est reliée à l'image mentale, d'où le besoin qu'à l'individu de filtrer. Image que l'on peut saisir à travers les conduites individuelles.

On ne peut pas avoir de représentations véritables sur les représentations des instituteurs, on ne recueille que des "bribes".

2 - Comment les instituteurs caractérisent-ils les mathématiques ? les différents domaines : arithmétique, géométrie, et algèbre ?

Les formateurs énoncent une première caractéristique : les mathématiques sont perçues par les instituteurs comme un domaine fermé, découpé en matières spécifiques (mesure, nombres etc.). De plus, ils sépareraient les mathématiques en deux grands domaines: la géométrie et les différentes matières faisant apparaître les mathématiques comme "en tranches".

Le domaine géométrie est ressenti comme flou, difficile à évaluer, détachable des vastes mathématiques et surtout subissant une pression moins forte de la part des familles

Les mathématiques en tranches sont à reliées aux procédures que les instituteurs utilisent, et à leur refuge dans les nombres et les techniques ou méthodes qu'ils emploient.

Aux mathématiques, on associe l'idée qu'il y a une et une seule solution. Elles sont coupées du réel, a priori la culture extérieure n'intervient pas dans les mathématiques qui sont là pour sélectionner.

Les instituteurs ont des rapports aux mathématiques liés à leur propre vécu et au vécu de leurs enfants. Ces rapports varieraient avec l'âge. Mais, deux grandes catégories émergent des propos des formateurs, quant aux rapports personnels des instituteurs aux mathématiques. La première catégorie a peur des mathématiques et n'ose pas tâtonner. La seconde catégorie prend du plaisir à faire des mathématiques, ce plaisir est associé à l'idée de jeu.

Selon les formateurs, les mots qui définissent les mathématiques pour les instituteurs, sont : rigueur, réflexion, abstrait, arbitraire, évacuation de sens, utilité (mot à relier aux pratiques à l'école).

3 - Comment les instituteurs caractérisent-ils l'enseignement des mathématiques ?

Les formateurs expliquent que, pour certains instituteurs, il existe une hiérarchisation entre différents objectifs de l'enseignement des mathématiques (comme : apprendre à raisonner, à compter, technique opératoire).

L'enseignement des mathématiques correspond à apprendre aux élèves à rechercher la solution à une question même s'il y a des procédures différentes. Mais, est-ce le point de vue de tous les instituteurs ?

Les instituteurs attachent beaucoup d'importance à la rigueur dans l'écrit et à la normalisation dans l'enseignement des mathématiques.

Pour certains instituteurs, le manuel est perçu comme un modèle qui rassure. Pour d'autres, l'enseignement des mathématiques est associée à une progression possible et immuable dans l'année.

L'enseignement de la géométrie ne rassure pas les instituteurs, mais ils estiment que les élèves doivent connaître des notions pour leur entrée au collège.

Selon les formateurs, les instituteurs associent les difficultés des élèves à "programme" et "fautes des élèves".

L'aspect "problématisation" (résolution de problèmes) dans l'enseignement des mathématiques au primaire n'est pas entré dans l'usage. D'ailleurs, certains instituteurs ne savent pas distinguer le problème simple d'un problème complexe.

4 - Quelles relations établissent-ils avec cette discipline et son enseignement ?

L'aspect affectif dans les mathématiques ressort des échanges entre formateurs. Cet aspect est à relier à la crainte de l'enseignement des mathématiques, et à la peur de se tromper.

La culture en mathématiques est ressentie comme un manque pour certains instituteurs, mais d'autres estiment que "c'est pas parce qu'on est bon, qu'on enseigne bien".

Les rapports personnels aux mathématiques jouent sur leur enseignement. Pour les formateurs, ce jeu serait ignoré par les instituteurs.

Les relations et les rapports entre mathématiques et enseignement sont à étudier cas par cas.

Deuxième moment : représentations d'instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement à partir d'extraits de protocoles d'entretiens

Ce deuxième moment constitue une approche en terme d'analyse thématique, de représentations d'instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement à partir d'extraits de protocole d'entretiens : ceux de Brigitte et Véronique (cf. en annexe).

Pour chacun de ces protocoles, nous tenons compte de la formation, de l'expérience professionnelle et du lieu d'exercice de chacune des interviewées. L'analyse s'effectue à partir des thèmes suivants : instituteurs et mathématiques, instituteurs et enseignement des mathématiques et relations des instituteurs avec les mathématiques et leur enseignement.

Après cette analyse qui s'est faite en groupes (les mêmes qu'au premier moment), nous dégageons certains indices des représentations pour ces deux institutrices.

BRIGITTE	VERONIQUE
Elle a une classe d'adaptation.	Elle sort de sa formation IUFM
Elle parle de ce qu'elle croit connaître maternelle / CP, sa classe est entre les deux et de ce fait l'enseignement des mathématiques est associé à l'apprentissage de techniques.	Elle parle beaucoup de l'enseignement des mathématiques et peu des mathématiques elles-mêmes.
La *pression de l'environnement* l'amène à différencier ce qu'elle fait et ce qu'elle voudrait faire. La situation de vente de gâteaux pour la classe transplantée : fait-on des mathématiques ?	*Pression de l'environnement* : elle récite un peu ce qu'elle a appris en formation, mais elle a des éléments de pratique. Quelle pratique aura-t-elle dans X années ? Retour de la pratique.
Manuels : ce sont des aides quand on ne sait pas trop	*Manuels* : ils "annoncent la couleur" sur la notion. Elle fait une proposition qui serait à reprendre par les éditeurs.
Mathématiques : elles sont constituées de techniques et de concepts. C'est l'inconnu. Elle reconnaît son manque de culture en mathématiques même si elle a une coquetterie avec le BAC D.	*Mathématiques* : elles sont des problèmes et des techniques, la géométrie n'a rien à voir avec les mathématiques.

Enseignement des mathématiques : Il est traditionnel, elle a une progression et elle estime qu'il est difficile d'en changer la structure. Son enseignement actuel est "très scolaire". Ce fonctionnement la met mal à l'aise. Pour elle, il faut connaître les difficultés des élèves avant tout et pas seulement le contenu. Elle parle d'autres méthodes sans les connaître. La situation problème l'angoisse, elle ne se l'est pas appropriée. De plus, elle a une idée fausse de la manipulation, qu'elle caricature = activisme. Elle enseigne des techniques et pense que l'enseignement des mathématiques s'exprime essentiellement en terme de raccourcis. Elle accorde une certaine puissance à l'écrit : normalisation.	*Enseignement des mathématiques* : elle parle surtout de l'axe enseignement – professeurs et peu de celui enseignement – élèves. Elle réduit l'enseignement à la lecture d'énoncés de problèmes. Elle en parle plutôt en terme de méta (énoncés) et pas en terme de contenu. Son discours est perçu par les formateurs, comme caricatural. Elle prend en compte la durée dans le processus d'enseignement – apprentissage.
Relations aux mathématiques et à leur enseignement : Au moment de l'entretien, elle doute de sa profession. Elle est mal à l'aise face à l'enseignement des mathématiques Elle n'a que "des miettes de mathématiques", son enseignement est à son image. Elle utilise un vocabulaire d'expert pour se protéger. Elle est comme dépassée et ne sait pas mettre en relation les choses, même pour elle–même.	*Relations aux mathématiques et à leur enseignement* : Elle a une conception optimiste de l'enseignement. Sa confiance en elle lui permet d'avoir un regard critique et de s'impliquer plus dans son discours (je). Elle n'a a pas besoin d'utiliser un langage mathématique d'expert. Son discours est proche de la pratique.

Troisième moment : rapprochements entre les idées de formateurs sur les représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement, et les représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement

Le temps consacré aux rapprochements entre ce que les formateurs disent et ce qui ressort des extraits de protocoles, a surtout mis en évidence que le vécu et l'affectif avaient un impact plus fort que celui que nous pourrions attendre sur l'enseignement. Ce temps consacré fut court. Puisqu'à la demande de certains participants de l'atelier, nous présentons la recherche liée à cet atelier.

Pourquoi ce type de recherche ?

Avec notre doctorat : "Analyse du processus de transposition didactique, Application à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985", nous montrons que la transposition didactique est en effet un phénomène résultant d'actions plus ou moins volontaires d'acteurs. Rappelons ce rôle des acteurs impliqués : allant de la commission d'élaboration des programmes–commentaires, aux manuels, puis à la préparation et à la réalisation des cours. Les différents glissements qui s'opèrent par l'interprétation et l'adaptation par chaque "acteur" concerné, devront être analysés comme tels.

Finalement, nous sommes parties de l'hypothèse que dans le cadre de la théorie didactique, le concept de transposition didactique ne peut être réduit à une analyse épistémologique des objets de savoir qui se transforment mais nécessite la prise en compte de dimensions intra individuelles, inter personnelles, intra et inter groupes ainsi qu'entre individus, groupes et institutions. De telles analyses font donc utilement appel à des concepts empruntés à la psychologie cognitive et à la psychologie sociale comme celui de représentation

Pour nous, le concept de transposition didactique et celui de représentations sociales s'influencent l'un l'autre. La psychologie des acteurs – collectifs ou individuels – est une condition essentielle du processus de transposition didactique, et demande que soient prises en compte leurs représentations des savoirs, des élèves et des pratiques d'enseignement.

La recherche en cours, sur les représentations des instituteurs sur les mathématiques et leur enseignement s'appuie sur ce constat.

Après avoir présenté le concept de représentation dans les théories actuelles de la psychologie, nous abordons le premier bilan de cette recherche.

I – Le concept de représentation dans les théories actuelles de la psychologie

Actuellement en psychologie, trois entrées dans le concept de représentation se dégagent, l'une dans la continuité Piagétienne avant tout constructiviste mais tenant compte de l'impact des facteurs sociaux (Vergnaud), la deuxième toujours dans la continuité Piagétienne mais en y incorporant les facteurs sociaux avec le constructivisme–interactionnisme (Doise, Mugny), et avec l'interactionnisme se situant du côté social du concept de représentation (Gilly), et enfin la dernière entrée par la psychologie sociale (Jodelet).

1 – Approche des aspects cognitifs du concept de représentation

L'approche constructiviste ne niant pas l'impact des facteurs sociaux que nous présentons, pour étudier le fonctionnement de la boîte noire, est celle explicitée par G. Vergnaud. En tant que psychologue "constructiviste", il a approfondi le concept de représentation du côté cognitif. La représentation est pour lui un outil fonctionnel pour l'individu lorsqu'il doit traiter une situation, notamment pour extraire de la situation les informations lui semblant pertinentes afin d'opter pour telles ou telles actions face à la situation. Les informations retenues se transforment à travers le système de signifiants dont l'individu dispose.

Le côté cognitif de la représentation est utile pour analyser la formation des connaissances et les processus de transmission. Le concept de représentation se doit d'être "un objet d'étude de la psychologie". Il est à analyser dans toutes ses composantes fonctionnelles. Il ne peut –être réduit, que l'on soit du côté cognitif ou du côté social, soit à ses aspects symboliques, soit à ses aspects procéduraux. Ces deux réductions ne permettent pas de saisir la représentation dans son ensemble au niveau de son fonctionnement. Parce que la conceptualisation lui paraît au coeur des processus cognitifs, Vergnaud centre sa réflexion théorique sur les contenus de connaissances qui s'avèrent incontournables quant on s'intéresse aux processus d'appropriation de la culture et à l'étude du développement cognitif.

L'utilisation des connaissances par le sujet dépend des schèmes, et plus précisément des invariants opératoires et des règles d'action qui les régissent. La théorisation sur les connaissances découle des représentations du sujet, à travers sa fonction d'adaptation au réel en vue d'agir dessus. Le schème pour Vergnaud, est constitué de quatre éléments face à une situation : l'objectif à atteindre notamment à partir des attentes et des anticipations du sujet; les règles d'action; les invariants opératoires et les inférences en situation (généralisation du schème dans la pensée). Les signifiants contribuent au "fonctionnement et à l'élaboration des schèmes" ainsi qu'à la représentation du réel de l'individu. Les procédures de l'individu s'appuient sur les représentations.

2 – <u>Approche des aspects cognitifs du concept de représentation en prenant en compte les aspect sociaux</u>

Des psychologues néopiagétiens comme Doise, Mugny, se situent dans la double interaction objet– sujet– et autrui. Pour la première fois l'aspect social des représentations est pris en compte par ces auteurs dans leurs recherches en psychologie du développement. Ils tiennent compte des conditions de l'interaction sociale dans lesquelles se fait le travail intellectuel de l'individu (conflit avec autrui, coopération, marquage sociale ....). Pour eux, la compétence se construit à deux, aussi analysent-ils des dyades symétriques. Autrui intervient dans l'activité. Ils insistent sur le côté cognitif plus que sur le côté social. D'autres psychologues, par exemple Gilly, insistent plus sur le côté social que sur le côté cognitif. Ils essayent d'expliquer le fonctionnement ici et maintenant. Ils utilisent des dyades dissymétriques, puisqu'on peut maîtriser cette dissymétrie et en jouer (imitation, guidage, tutelle ...).

3 – <u>Approche des aspects sociaux du concept de représentation</u>

En psychologie sociale comme nous l'explique Jodelet, il se dégage deux orientations des recherches sur les connaissances :

– la première concerne "la cognition sociale", c'est à dire la connaissance d'objets de nature sociale comme les individus, les groupes ou les relations sociales. Cette orientation se centre sur "les fonctionnements cognitifs intra – individuels".

– la seconde concerne les représentations sociales, c'est à dire les connaissances de sens commun concernant les matériels, les individus, les pratiques, ou les idées. Cette orientation s'attache aux aspects sociaux et culturels intervenant dans la construction des connaissances.

La notion de représentation inclut les produits constitués (signifiants) et les constituants (signifiés/processus) de la pensée (activité mentale). Elle se rapproche des représentations côté cognitif, et s'en écarte par la prise en compte du caractère social de la connaissance. Ce caractère social met en évidence la relation entre le réel et un individu rattaché à d'autres individus par appartenance, participation ou communications sociales.

4 – <u>En conclusion</u>

La représentation du réel est implicite dans la conduite de l'individu. Elle permet l'organisation des connaissances cognitives et sociales de l'individu pour traiter le réel et agir dessus. La représentation peut être explicitable dans certains de ces aspects, ce qui nous amène à distinguer l'explicitation qui est un processus cognitif, et le discours social qui concrétise les représentations sociales. Les interactions constantes entre le côté cognitif et le côté social sont régis par un système de structure, qui favorise l'action efficace.

Les représentations d'un individu se constituent à partir de ses expériences individuelles ou collectives, organisées/structurées ou non. Les représentations qui découlent d'aspects sociaux et celles d'aspects cognitifs, forment un tout dans le système de pensée des individus. Ce qui rejoint le sens large de Piaget : la représentation se confond avec la pensée. Selon le "côté", où nous nous situons cognitif – social, nous en analysons les fonctionnements et dysfonctionnements à partir d'un niveau d'entrée. On s'écarte du sens étroit de Piaget : l'évocation symbolique de réalités absentes. Nous avançons que les aspects cognitifs d'une représentation ne sont qu'un moment d'un processus de complexité supérieure qui comprend aussi un moment lié aux aspects sociaux de cette représentation. L'analyse des représentations est délicate, il nous faut reformer les aspects cognitifs ou sociaux des représentations à partir des actions ou des discours des individus.

Pour nous, la définition opératoire de la représentation qui va être notre guide dans cette étude, est celle donnée par Jodelet avec la mise en évidence des relations entre le réel et un individu lié à un groupe d'appartenance : le corps des instituteurs. De ce fait les fonctionnements intra et interindividuels à partir du vécu de l'individu seront retenus comme indicateurs des aspects sociaux des représentations.
Les aspects sociaux des représentations sont liés à un groupe donné, de ce fait comment les individus de ce groupe se les approprient-ils ? Comment un individu constitue-t-il le côté social de ses propres représentations ?

Cette réflexion de départ, nous a conduit à établir des questions susceptibles de faire émerger certains aspects sociaux des représentations des instituteurs sur l'enseignement des mathématiques :

Qu'aimez-vous en mathématiques ? Pourquoi ?
Qu'aime(rie)z-vous enseigner en mathématiques
La société a-t-elle besoin selon vous, d'adultes ayant un bon niveau en mathématiques ?
Les mathématiques apprises au sein de l'école servent-elles dans la vie quotidienne ?
Comment définiriez-vous la qualité et le niveau d'enseignement des mathématiques à l'école primaire ?
Votre formation en mathématiques vous semble-t-elle adéquate pour enseigner les mathématiques à l'école primaire ? Justifiez votre réponse ?
Cet enseignement des mathématiques provoque-t-il pour vous des moments agréables dans votre action d'enseignant ? Pourquoi ?
Que pensez vous des programmes ?
Les parents doivent-ils intervenir sur l'enseignement des mathématiques ? (les devoirs à la maison)
Qu'attendez-vous d'eux ?
Les mathématiques sont-elles pour vous la discipline de sélection ?
Que pensez-vous de l'usage de la calculatrice en classe ?
Des manuels, des fichiers et du matériel éducatif ?

La méthode de repérage des représentations sociales la plus adéquate est celle du questionnaire (avec une passation orale, ou écrite, ou encore les deux pour les recouper).

Pour cette étude, la méthodologie se décompose en quatre temps, avec des entretiens non-directifs, puis des entretiens semi-directifs avec des questions élaborées à partir de l'analyse des premiers entretiens, ensuite il y a la constitution et la passation du questionnaire, et enfin la rédaction du rapport d'étude.

Nous présentons la "synthèse analytique" du premier temps de cette recherche. Lors de relances au cours des entretiens non-directifs, nous avons tester certaines de nos questions.

II - Synthèse des analyses de ces entretiens

Cette synthèse nous permet de dégager les "thèmes récurrents" des huit entretiens pour la suite de l'étude. De plus, nous obtenons des indices d'organisation des discours.

1 - Les thèmes récurrents

En croisant les analyses des protocoles d'entretiens, nous aboutissons à un éventail de "thèmes récurrents".

Le thème instituteurs et mathématiques prend en compte les rapports des instituteurs aux mathématiques, et les domaines qui les attirent, comme ceux qu'ils n'aiment pas. Ce thème se centre sur les relations personnelles des instituteurs aux mathématiques. Il se prolonge dans le thème instituteurs et société avec l'impact de la culture des mathématiques dans notre société.

Le thème élèves et mathématiques se centre sur les difficultés des élèves. D'ailleurs les difficultés des élèves intègrent trois aspects : les difficultés en tant qu'ancien élève, les difficultés des élèves pour le niveau d'enseignement que l'instituteur a comme classe et celles pour les élèves des autres classes.

Quant au thème mathématiques et enseignement en primaire, il met en avant cette question : quelles compétences doit-on avoir pour enseigner les mathématiques en primaire ? De toute évidence ce n'est pas une question d'être ou non expert en mathématiques. Effectivement pour les instituteurs, cela ne suffit pas pour comprendre les élèves et leurs difficultés. Le deuxième aspect mis en avant concerne les mathématiques comme discipline d'enseignement à l'école primaire. On n'y enseigne pas les mathématiques mais des mathématiques qui se découpent en sous-systèmes que sont les matières comme le calcul, le raisonnement ou les situations problèmes. D'ailleurs la catégorie calcul doit s'affiner en sous -catégories comme comptage, numération ou opérations.
Ce thème prend en compte ce qui relève des programmes, du contenu comme la mise en relation des notions entre elles. Ainsi que les situations problèmes qui aboutissent par les énoncés au thème mathématiques / lecture.

Ce thème mathématiques / lecture est à relier à celui mathématiques / sélection à l'école primaire.

Le thème manuels / matériel est à considérer puisqu'il permet de déceler que les instituteurs attendent d'autres écrits quant à l'enseignement des mathématiques.

La formation initiale ou continue en mathématiques et pour l'enseignement en primaire de cette discipline constitue un thème fort. Les instituteurs pointent essentiellement les côtés négatifs de ces formations, peu d'aspects positifs sont explicités. Ce thème est un des thèmes qui les obligent à s'impliquer au niveau affectif dans leur discours.

Un parallèle entre le thème formation et le thème suivant : intégration des instituteurs dans leur milieu peut être établi quant aux contraintes institutionnelles. De plus, ce dernier thème montre l'importance du regard d'autrui (collègue, inspecteur, conseiller pédagogique) sur les pratiques et l'image que l'on donne en tant qu'instituteur qui enseigne entre autre, les mathématiques.

2 – <u>Indices d'organisation des discours</u>

Les aspects affectifs impliquant, soit en tant qu'instituteur ou ancien élève, l'individu, sont essentiels pour cerner des représentations induites par ce vécu.
Les aspects affectifs se manifestent à travers des indices comme les tonalités de la voix, le comportements lors de l'entretien, le vocabulaire utilisé notamment les pronoms personnels comme je, nous, on, moi et lui ou eux. D'autres indices d'organisation du discours avec les chaînes sémantiques comme la façon dont les idées surgissent , la place d'un mot dans une phrase, sa reprise mais aussi l'utilisation des temps de conjugaison peuvent faire ressortir les aspects affectifs dans les représentations sociales des individus.

D'ailleurs, les discours s'organisent pour la grande majorité comme suit : un premier moment avec implications des autres que sont les formés, les autres instituteurs, et les parents. Puis, comme si ce premier moment constituait une protection, l'implication personnelle qui met en jeu l'affectif se dégage et devient centrale, avant de s'émietter et de laisser resurgir le système de protection notamment lors de la fin du discours.

Nous retenons ces "thèmes récurrents" et ces indices d'organisation du discours comme éléments d'aide pour la formulation des questions à retenir pour les entretiens semi-directifs.

Ce type de recherche doit nous permettre de mieux cerner les rapports des instituteurs aux mathématiques et à leur enseignement. De plus, nous obtenons des indices quant aux différents changements de points de vue des instituteurs au cours de leur histoire personnelle. Ces indices permettent de mieux comprendre toutes les attentes des divers publics en formation.

BIBLIOGRAPHIE

GILLY, M., Les représentations sociales dans le champ éducatif, in Les représentations sociales, publié sous la direction de Jodelet, PUf Collection Sociologie d'aujourd'hui, Paris, 1989

GILLY, M., Psychosociologie de l'éducation, in Psychologie sociale, publié sous la dir. de Moscovici, PUF, Paris, 1984.

JODELET D. Les représentations sociales, in Les sciences cognitives, Le courrier du CNRS, n° 79 1992

JODELET, D., (1989) Les représentations sociales, Col. Sociologie d'Aujourd'hui, PUF, Paris,.

PERRET-CLERMONT A.N., SCHUBAUER-LEONI M.L., BRUN J., CONNE F., (1982) Décontextualisation et recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques à de jeunes enfants, Interactions Didactiques, n° 1, Neuchâtel, Genève, Suisse, .

ROBERT A. et ROBINET J., Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement, Cahier de DIDIREM, n° 1, IREM, Université Paris VII, 1989.

TAVIGNOT P. (1993) : "Analyse du processus de transposition didactique. Application à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985".; Recherches en Didactique des Mathématiques, Volume 13, n° 3, La pensée sauvage éditions, Grenoble

VERGNAUD G. La théorie des champs conceptuels, Recherches en didactique des mathématiques, Vol 10 n°2 - 3, 1991

ANNEXE (BRIGITTE)

Alors j'ai l'impression qu'au niveau des maternelles les mathématiques c'est une part importante mais on reste centré sur ce qui est topologie, algorithmes des activités assez spécifiques qu'en même (silence) et puis les petites activités de numérations mais assez peu de situations problèmes assez simples que les enfants pourraient résoudre, pas beaucoup de situations problématiques de vie quotidienne à résoudre. On part du principe que les enfants ne savent pas faire et on les exerce peu à faire ce genre de choses. Au niveau des CP, j'ai l'impression qu'après il y a une grande phase de manipulations, c'est surtout la manipulation à fond (silence) et puis après on rentre plus dans les activités très techniques qu'on norme bien. (silence)

Je trouve qu'on demande assez peu aux enfants, on les met assez peu en situation fonctionnelle où ils soient vraiment à même de résoudre des problèmes, c'est fait vraiment de façon très très scolaire c'est des techniques, des situations papier crayon y a guère qu'en CP finalement qu'on manipule un peu du matériel, encore juste pour apprendre la numération, puis les petites opérations très très simples quoi. (silence)
De façon plus précise pour moi en classe d'adaptation, les enfants quant ils sont en difficulté c'est au niveau du langage et de la lecture. C'est un peu curieux parce qu'on dit que la sélection se fait par les mathématiques au niveau des grandes classes mais au niveau de l'élémentaire c'est avant tout les activités de français qui priment, c'est vrai que la lecture c'est le gros cap à l'école primaire. Les mathématiques tout passe par l'écrit et en CM la lecture des problèmes et etc. . Ce qui est premier selon moi, c'est pouvoir lire un énoncé. .... (silence)...................

J'ai pas une bonne culture en mathématiques de toute façon ce n'est pas ce qui nous amène, même si on a un bon niveau en mathématiques on n'est pas forcément conscient de comment les choses fonctionnent et on ne peut pas forcément bien les enseigner. C'est vrai qu'il faut connaître sur quoi butent les enfants et en fait quand on enseigne les maths à l'école on peut très bien ne pas être expert on s'appuie sur les difficultés qu'ont les enfants et puis il y a une telle culture de la technique. On va dans une école je pose ça et je retiens ça, cela n'a pas changé depuis des années c'est .... Dans les écoles d'application, il y a des gens qui appliquent d'autres méthodes mais cela ne fait pas tâche d'huile. Ca reste très très traditionnel l'enseignement des mathématiques c'est toujours pareil non il n'y a pas besoin d'avoir une grande culture en mathématiques pour enseigner les mathématiques par contre pour enseigner les mathématiques il faut bien connaître les enfants mieux comprendre les difficultés peut-être un petit peu mieux analyser la question ce n'est pas une question d'expert en mathématiques.
(silence)

............C'est vrai que faire appliquer des algorithmes tout fait, c'est se donner les moyens, sans que l'enfant ait à gérer trop de choses qu'il ne comprenne pas trop de difficultés pour qu'il aboutisse et qu'il réussisse quand même. Mais c'est vrai que dans notre culture on fonctionne toujours par raccourcis comme ça mais du coup on n'enseigne plus que des raccourcis quoi mais c'est vrai qu'est-ce qui nous reste ? On fait la même chose moi j'ai passé un BAC D j'ai fait des équations, des trucs et des machins mais je ne me souviens de rien moi j'ai pas, tant qu'on ne manipule pas qu'on .... c'est tout
Le système de raccourcis, c'est pour aller vers la réussite, c'est clair, il y a le programme les choses sont structurées sur l'année dans le temps et puis on a sa progression et puis, pour passer à l'autre, il faut que ça se soit acquis. Les meilleurs moyens c'est encore les raccourcis les techniques et puis on progresse comme ça et les notions sont juxtaposées les unes par rapport aux autres mais il n'y a pas de dialectique entre elles il n'y a pas de mises en

relation, c'est pas parce que on a appris la soustraction, l'addition, la multiplication qu'on comprend qu'on peut faire une division non on apprend quelque chose de nouveau qui est la division et c'est vraiment saucissonner découper comme ça et puis c'est vraiment de la technique pas à pas , c'est l'algorithme pour apprendre la technique opératoire mais c'est aussi l'algorithme le macro algorithme du programme il faut que ce soit réussi pour passer une étape alors on fait des techniques qui amènent à réussir la chose.
Réussite ne veut pas dire compréhension, c'est vrai c'est très scolaire
(silence).......................
(long silence)

Dans sa classe on reste tenu au programme, on a son manuel avec ses chapitres, sa progression (silence)

On a une liste d'objectifs à atteindre, après il y a toute la mise en oeuvre pour atteindre ces objectifs et c'est là qu'au niveau de la formation il y a quelque chose qui ne va pas c'est pas parce qu'on nous donne une liste puis ses objectifs, un peu progressive et tout parce que de toute façon c'est comme cela les objectifs se définissent toujours un peu de cette façon mais cela ne veut pas dire que les moyens sont isomorphes à la liste d'objectifs et c'est vrai que normalement rien n'empêche le maître de mettre en oeuvre des projets permettant de mettre en relation les différentes notions et de faire se rencontrer les disciplines mathématiques français éveil etc. . Ce qui est difficile à gérer c'est ce recul pour les maîtres justement.
(silence)
C'est vrai qu'une pédagogie qui ..... c'est passionnant à fonctionner comme cela je sais pas on peut le faire ponctuellement quand on prépare une classe transplantée avec des problèmes de vie, on a un certain budget où il nous faut telle somme, combien on peut vendre de gâteaux, à combien la part, là à ce moment là il se passe plein plein de choses au niveau des notions mathématiques et l'inconfort du maître il est dans le fait qu'une situation de vie qui est riche comme cela elle fait travailler des notions qui ne sont pas au programme et on ne contrôle pas tout ce qui rentre en jeu euh, et les choses ne sont plus structurées aussi bien qu'elles le sont dans les programmes ou dans les sommaires de livres, c'est vrai la tâche est ardue, cela part un peu dans tous les sens avec les enfants non c'est vrai que on n'est pas très bien préparé à ça. En plus travailler par projet comme cela dans sa classe ça ne te permet pas forcément de couvrir tout son programme parce que les notions n'ont pas forcément toutes une mise en oeuvre facile à faire apparaître dans les classes quoi. Et puis on imagine que le travail par projet c'est voir quel objectif on couvre en mathématiques mais aussi en grammaire. Il y a le problème que pose la discipline mais il y a aussi la juxtaposition des disciplines c'est un travail de gestion difficile, c'est pas étonnant que les maîtres par facilité, manque de moyens, manque de formation travaillent de façon traditionnelle.
(long silence)..........................

On peut faire aller des enfants très loin quand ils sont complètement impliqués, je reviens encore sur ma classe transplantée en ce moment on est entrain de vendre des gâteaux le soir pour pouvoir se payer une sortie un peu chère lors du séjour, je les vois le soir rendre la monnaie mais ils me font des trucs, je trouve ça incroyable ils multiplient parce que un tel a pris tant de parts de gâteaux, ils rendent la monnaie mais tout cela très très vite je suis sûre que papier crayon ils ne reconnaissent pas la situation ils ne feront pas aussi bien.
(long silence).................

Les mathématiques ce n'est plus vraiment il y a les calculettes il y a des outils de substitution alors les maths !

(Elle s'arrête sur cette phrase)

ANNEXE (VERONIQUE)

Les mathématiques, moi je me considère à la fois littéraire et scientifique et de ce fait j'aime les maths mais pour la résolution de problèmes parce qu'au travers de la résolution de problèmes on peut travailler euh tous les apprentissages à la fois tous les problèmes de raisonnement mais aussi travailler le numération, les techniques opératoires c'est vraiment ce qui me paraît l'exercice le plus complet en mathématiques on travaille aussi la lecture le raisonnement et les apprentissages purement mathématiques.

Je souhaite apprendre les mathématiques aux enfants bien sûr à travers la résolution de problèmes je veux essayer de les mettre toujours en situation de recherche pour les faire découvrir soit une nouvelle technique opératoire soit euh en fait je souhaite toujours partir de situations de recherche et donc de problème à résoudre. Tout est important en mathématiques, plus cela va plus on a la possibilité de recourir à des petites calculettes ce qui est très bien je trouve qu'il faut utiliser les calculettes en élémentaire de façon à pouvoir pousser plus loin les enfants mais il faut toujours que l'adulte et l'enfant soient à même de contrôler la machine donc euh de savoir si le résultat de la machine est plausible d'avoir toujours une anticipation en fait des résultats. Et dans un problème de la même façon quand on résout un problème on doit déjà avoir une idée une anticipation de ce que sera la réponse...................................

Quant on se promène dans les écoles quant on discute avec les maîtres de l'élémentaire on voit toute sorte de pratiques et en fait je crois qu'il faut regarder à travers les textes officiels justement les mathématiques n'ont pas toujours eu euh le même statut les approches ont été différentes suivant les époques par exemple en ce qui concerne le problème, à un moment donné le problème ne servait qu'à sanctionner les apprentissages c'est à dire on apprenait une technique opératoire et à la fin on donnait un problème pour voir si les enfants avaient compris euh la technique, maintenant on fait du problème un outil de découverte on les met d'emblée dans une situation de problème à résoudre alors qu'ils n'ont pas encore les moyens techniques de résoudre mais pour qu'avec les moyens dont ils disposent ils cherchent justement un résultat et donc euh c'est difficile de juger lorsqu'on se promène dans le écoles on voit toute sorte de choses des choses très bien où le enfants euh découvrent beaucoup de choses par eux mêmes et on voit d'autre classe où simplement on leur donne une technique, on leur demande de la copier et puis on fait de multiple exercices toujours sur le même modèle jusqu'à ce que toute la classe soit à même de reproduire le modèle.

(silence, moi : votre formation en mathématiques vous semble-t-elle adéquate pour enseigner les maths à l'école primaire ?)
La formation que j'ai reçue à l'IUFM était très bonne et en plus j'ai eu de la chance de faire des stages chez des maîtres formateurs qui s'intéressaient à la didactique des mathématiques. il y a un sujet qui me tenait particulièrement à coeur et j'ai fait mon mémoire d'études dessus c'est la lecture des énoncés de problèmes. Je pense qu'il faut un travail spécifique avec les enfants sur la lecture des énoncés de problèmes qu'il faut travailler avec eux la méthodologie c'est à dire qu'on se rend compte que les enfants brillants en mathématiques bien souvent lisent beaucoup trop vite un énoncé de problème et font des erreurs dans la suite parce qu'ils foncent tête baissée dans la résolution quel que soit le niveau de l'enfant en maths il est important qu'il mesure la difficulté de la lecture d'un énoncé et il est important qu'ils marquent un temps de pause justement et qu'ils fassent ce travail de lecture de façon très consciencieuse et très approfondie parce que dans la lecture d'un énoncé il peut y avoir des schémas, des tableaux à lire, des informations utiles ou inutiles donc il est important avec les enfants de travailler une méthodologie de lecture. Apprendre aux enfants à lire un énoncé, on

leur fait lire silencieusement d'abord puis après avoir caché l'énoncé je récolte au tableau toutes les informations qu'ils ont pu me donner utiles ou inutiles et après cela c'est simplement après cette récolte des informations ils regardent à nouveau leur énoncé on corrige éventuellement les choses erronées qu'ils ont pu donner et qu'on a notées au tableau et seulement après ils peuvent partir dans la résolution mais si ce travail est bien fait on se rend compte que les enfants sont tout de suite dès la lecture de l'énoncé dans la résolution du problème mais que ce travail de lecture et de pause sur ce moment de lecture de l'énoncé permet de ne pas passer à côté des informations les plus utiles, permet déjà dans la tête de l'enfant de sélectionner ce qui sera utile ce qui sera inutile et permet de reformuler l'énoncé pour être certains que tout le monde l'a bien compris et ce travail est aussi utile pour les enfants qui n'ont pas de problèmes en maths que pour ceux qui sont plus faibles parce que un enfant faible en maths sera paniqué face à un énoncé de problème parce qu'il est long parce qu'il y a des schémas il y a des choses auxquelles il n'est pas habitué alors que si on travaille l'énoncé tous ensemble cela dédramatise la situation, il ne faut pas laisser un enfant seul face à un problème comme cela sauf quand on et en situation d'évaluation et alors là il y a déjà un gros travail qui a été fait avant. Cela permet à un enfant faible de ne pas paniquer à la lecture de l'énoncé et puis à celui qui se sent tout à fait capable de ne pas foncer tête baissée dans une résolution en prenant bien souvent les nombres de l'énoncé dans l'ordre chronologique, tels qu'ils arrivent et sans raisonner et je pense que cela est important de travailler la lecture de l'énoncé et qu'il peut y avoir une donnée qui se trouve à la fin et qu'elle est à traiter en priorité.

Pendant ma formation, j'ai lu plusieurs articles qui m'ont éclairé sur ce qui me paraissait intéressant à développer dans l'enseignement des mathématiques.

(silence, moi : vous n'avez pas l'air d'appréhender à enseigner les mathématiques ?)
Non pas trop (elle rit). J'ai quand même des endroits plus ou moins, par exemple en CM2 la proportionnalité il y a des notions difficiles à faire passer je me suis heurtée aux décimaux au CM1 c'est vrai que c'est une notion difficile à faire passer chez certains enfants. Mais je n'ai pas peur parce que c'est un sujet qui m'intéresse et je me dis que quels que soient les obstacles que je rencontrerai je chercherai à savoir pourquoi ces obstacles et j'essayerai de les surmonter.
Je pense que les maths ce n'est pas ce qu'il y a de plus facile à enseigner. Les programmes de maths sont ambitieux par rapport à ce que l'on demande aux enfants en 6• 5•, j'ai l'impression qu'en fin de CM2 les enfants ont un niveau de fin de 5• on leur en demandera pas beaucoup au niveau des contenus lors des deux premières années du collège, ce sont des notions difficiles comme la proportionnalité je pense qu'il faut semer assez tôt pour espérer en fin de 5• récolter quelque chose que les connaissances soient bien acquises bien structurées dans la tête des enfants.

(silence, moi : les parents doivent-ils intervenir sur l'enseignement des mathématiques ?)
Non parce que, par exemple quand on commence l'apprentissage de la division sans avoir encore donné la technique opératoire les parents ont tendance à donner la technique avant même que toute l'approche sur le sens de la division ait été faite en classe et cela est dommage parce qu'une fois que l'enfant a acquis la technique sans avoir fait toute l'approche sur le sens de l'opération on a du mal on ne peut plus revenir en arrière et c'est difficile en fait et l'enfant se retrouve avec une technique qu'il applique sans savoir trop pourquoi et c'est là que dans des résolutions de problèmes on les voit jongler avec les nombres et faire un petit peu n'importe quoi. Je pense que les parents ne doivent intervenir que en collaboration avec l'enseignant et que si ils savent exactement

ce quelle est la démarche de l'enseignant, mais surtout ne pas donner de techniques avant qu'elle ait été enseignée à l'école. Cela ne veut pas dire qu'il ne faut pas que les parents suivent l'enfant.

(silence, moi vous avez parlé de la calculatrice, que pensez-vous de son usage ?)
Je pense qu'il faut la donner aux élèves en grande difficulté pour qu'ils ne butent pas sur un problème à cause d'une technique opératoire, d'un manque d'habilité en technique opératoire alors pour qu'ils puissent résoudre le problème, pourquoi pas, pour ne pas toujours les mettre en échec. Et puis aussi pour toute la classe pour permettre de manipuler des grands nombres quand c'est judicieux de le faire. Il ne faut pas se priver des outils d'aujourd'hui.
Les manuels à la disposition des enfants je regrette qu'on mette des têtes de chapitre je voudrais des pages de découvertes sans qu'on n'ait marqué par exemple multiplication il faut pouvoir donner une situation aux enfants sans qu'ils sachent sur quoi ils vont travailler. Il faut des fiches sans titre, neutres, pour permettre à l'enseignant de donner une situation comme cela et les enfants utiliser les techniques dont ils disposent. Le manuel des maîtres devraient être sous forme de fiches pour qu'on puisse les mettre dans nos classeurs de préparations. Des choses de manipulations plus faciles.

(silence, moi : vous n'avez pas parlé de la géométrie, pourquoi ?)
C'est ce qui en mathématiques me ferait le plus peur, je me sens moins armée, en fait j'aime plus arithmétique résolution de problèmes, c'est mon goût personnel. Je ferais une approche plus classique pour la géométrie et je prendrais je suivrais un manuel qui me convient j'ai pas d'avis personnel là dessus.

On arrête

DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES ET MANUELS SCOLAIRES

M.L. PELTIER, M. FABREGAS, M. PECAL (ATELIER B6)

Les groupes de type B n'étant pas fondés sur des exposés mais d'abord sur des échanges, les trois séances d'une heure et demie furent des moments de débat et de confrontation de points de vue entre professeurs de mathématiques en IUFM, conseillers pédagogiques et autres formateurs, ainsi qu'auteurs de manuels scolaires (plusieurs étaient présents, la plupart eux-mêmes professeurs d'IUFM).

Les animateurs avaient souhaité aborder les points suivants :

- Des manuels scolaires pour qui ? pour quoi ?
- Le livre de maître peut-il être un outil de formation ?
- Comment se situent les manuels sur le plan de la construction du savoir par l'élève ?

1 – Points de vue et attentes des participants

Un long tour de table a permis à chacun d'exprimer des points de vue et des souhaits, de relater des pratiques d'utilisation des manuels, de poser diverses questions aux auteurs présents... On peut regrouper ces interventions autour de trois pôles :

Les manuels scolaires et la formation initiale

Tandis que certains cherchent à trouver les raisons qui justifient d'introduire l'étude des manuels scolaires dans la formation des PE, d'autres considèrent que c'est une nécessité mais éprouvent certaines difficultés à le faire, liées en particulier aux questions suivantes :

- comment mener une telle étude ? comment choisir ou élaborer une grille d'analyse ? quel protocole mettre en place ?

- comment utiliser les manuels pour rendre plus efficace la préparation à la partie pédagogique de l'épreuve du concours en première année ?

- en quoi l'étude de manuels est-elle intéressante en formation ?

Sur ce dernier point quelques prises de position apparaissent déjà, notamment l'idée que la recherche des conceptions sous-jacentes sur les mathématiques et leur apprentissage est un travail riche en formation.

Les manuels et la formation continue

A partir du constat que les maîtres utilisent largement les manuels plusieurs questions sont soulevées, notamment :

- beaucoup se contentent de livres de l'élève sans référence au livre du maître. Comment leur donner des outils d'analyse pour leur permettre de les utiliser le mieux possible et les inciter à se référer aux livres du maître ?

- l'utilisation de plusieurs manuels de façon ponctuelle pour préparer une séquence est aussi une pratique assez répandue. A côté de l'enrichissement que l'enseignant peut en tirer, n'y a-t-il pas le risque d'une perte de cohérence dans les progressions mises en place ?

- les manuels peuvent-ils aider à faire évoluer les conceptions des enseignants sur l'enseignement des mathématiques ?

Les manuels scolaires et les auteurs

Les participants ont eu de nombreuses questions à poser aux auteurs de manuels présents dans l'atelier. Voici les principales :

- pour qui sont écrits les manuels, pour les élèves ou pour les maîtres ?
- quels sont les rapports entre les livres des élèves et les livres du maître ?
- les auteurs cherchent-ils à faire évoluer la conception des outils pour les enseignants ?
- quelles sont les contraintes de l'édition ?
- quelle est la part d'expérimentation dans les séquences proposées dans les manuels ?

Certains ironisent sur le décalage entre les préoccupations didactiques exprimées par des auteurs et le contenu des manuels.

Un autre point important est soulevé : celui de la rupture entre le cycle 3 et la sixième à la fois au niveau du livre de l'élève et du guide pédagogique. Comment négocier ce passage avec les élèves ?

Après le tour de table, les animateurs proposent de centrer la réflexion sur les thèmes annoncés. Interpellés, les auteurs sont amenés à fournir quelques explications.

2 - Des manuels scolaires pour qui ? pour quoi ? Le point de vue des auteurs

Les visées des auteurs

Les auteurs déclarent écrire des manuels scolaires :

- pour les élèves, pour faciliter leurs apprentissages ;
- pour les maîtres, pour faciliter leur travail, pour les aider à faire évoluer leurs pratiques, pour leur permettre de repenser les apprentissages mathématiques à la lumière des résultats des recherches actuelles ;
- pour transmettre leurs propres conceptions de l'enseignement des mathématiques, pour essayer d'être un maillon dans la vulgarisation des recherches en didactique.

S'agissant du premier de ces trois points, on peut se poser la question de savoir comment le livre intervient dans l'apprentissage et l'institutionnalisation des connaissances. Sur ce sujet les animateurs ont présenté quelques exemples extraits de manuels dans lesquels des rubriques "*n'oublie pas*" ou "*je retiens bien*", etc.. semblent prendre en compte cet aspect. Ils montrent divers points de vue, éventuellement à l'intérieur d'un même livre : définitions, résumés, algorithmes... (cf. annexes 6 à 8).

La spécificité des manuels pour l'école élémentaire

Les auteurs rappellent ensuite à leurs collègues des lycées et collèges la grande différence entre les manuels du second degré et les manuels pour l'école élémentaire :

- Le professeur de lycée ou collège est un "spécialiste" de mathématiques, il est tout à fait à même de construire ses progressions lui-même et d'organiser son enseignement. Le livre de lycée ou collège est donc avant tout un outil pour l'élève, outil qu'il doit apprendre à utiliser pour pouvoir s'en servir de manière autonome, ce qui signifie qu'il puisse y trouver à la fois des éléments de cours et des exercices.

- A l'école élémentaire, les enseignants sont des maîtres polyvalents, rarement spécialistes de mathématiques. Il est donc naturel que les auteurs de manuels scolaires leur proposent des livres du maître ou guides pédagogiques relativement consistants, présentant à la fois des progressions sur les différentes notions abordées dans le programme, des indications sur la mise en oeuvre des situations proposées, et des informations théoriques mathématiques et didactiques.

Par ailleurs, pendant toute la durée du cycle 2 et encore souvent en cycle 3, les enfants n'ont pas à utiliser le livre de l'élève de façon autonome : d'abord parce qu'ils ne sont encore que très peu lecteurs (en particulier en CP et CE1), ensuite parce que le travail proposé dans le manuel renvoie souvent à des activités collectives ou de groupes qui incluent des jeux, des manipulations... qui sont décrites dans le guide pédagogique.

Les consignes des manuels pour les élèves de l'école élémentaire sont donc la plupart du temps rédigées en langage accessible aux élèves mais elles sont dans un certain nombre de cas essentiellement en direction du maître. Sur cette question, les animateurs proposeront quelques exemples extraits de manuels qui illustrent cette ambiguïté (cf. annexes 2 à 5).

Les contraintes de l'édition

Les auteurs rappellent qu'ils sont engagés avec des éditeurs privés qui subissent la loi du marché. De ce fait le but premier pour l'éditeur, c'est de vendre. Les auteurs doivent accepter un certain nombre de contraintes quant au nombre de pages, au format, à la maquette, parfois à l'illustration. Surtout, chaque maison d'édition se fait une certaine image des mathématiques, de leur enseignement, des attentes des instituteurs en matière d'outils... et pose, en fonction de cela, des exigences avec lesquelles les auteurs doivent composer. En général, pour un éditeur, un livre ne doit pas être trop novateur, il doit être conforme à un programme officiel dont les contenus doivent être traités à partir d'un découpage annuel... A ceci s'ajoutent les difficultés liées aux caractéristiques "physiques" du livre : les chapitres sont présentés dans un ordre linéaire fixe, les activités nécessitant des manipulations ne peuvent être que suggérées...

Toutes ces contraintes peuvent d'ailleurs varier sensiblement d'un éditeur à un autre.

Manuels scolaires et vulgarisation

Certains auteurs signalent les difficultés de la vulgarisation. D'une part les manuels doivent être utilisés par le plus grand nombre (contrainte de l'éditeur) et donc être accessibles au plus grand nombre. Mais le public des enseignants du premier degré est très vaste et très hétérogène tant sur les conceptions des mathématiques que sur celles de l'apprentissage. D'autre part le travail de vulgarisation de la didactique est loin d'être avancé.

Les auteurs de manuels prennent donc en charge cette vulgarisation mais quel que soit le sérieux avec lequel ils font ce travail ils prennent des décisions qui peuvent être contestées : si dans certains cas elles sont acceptées et reconnues par les collègues formateurs en IUFM, elles peuvent parfois amener à dénaturer contre leur gré certains résultats, laisser trop de flou ou d'ombre pour être réellement comprises, ou au contraire conduire à des simplifications trop réductrices qui peuvent être perçues comme des marques de dogmatisme.

Ces questions paraissent tout à fait fondamentales et les auteurs se déclarent preneurs des avis des collègues à ce sujet.

Le problème de la géométrie

Ce problème a été soulevé car le travail sur l'espace et sur le passage de l'espace au plan ne peut pas aisément trouver place dans le manuel pour l'élève. Mais un certain nombre d'auteurs rappellent que ce travail est généralement proposé et décrit dans le livre du maître.

3 – Les manuels scolaires et la formation

En formation initiale des PE1

De nombreux sujets de concours de recrutement de professeurs d'école proposent l'étude d'extraits de manuels scolaires dans la partie pédagogique de l'épreuve. La question se pose donc de savoir s'il est possible de penser une formation en PE1 intégrant un travail sur les manuels scolaires, si ces derniers peuvent être considérés comme un outil de formation, et comment les formateurs envisagent un travail sur ce point avec les étudiants.

– De nombreux participants pensent que le travail sur les manuels scolaires est prématuré en première année car, d'après eux, il est indispensable que l'étudiant ait déjà accumulé un bagage mathématique et se soit forgé sa propre conception de l'enseignement des mathématiques avant de se livrer à des analyses ou des comparaisons de manuels.

– D'autres estiment que le travail sur les manuels peut participer et contribuer à la construction par l'étudiant de son savoir, tant mathématique que didactique.

Quelques–uns font part de leurs expériences en PE1 et s'accordent en général pour dire qu'ils adoptent une entrée notionnelle : après avoir étudié une notion sur le plan mathématique, le professeur formateur propose un ou plusieurs extraits de manuels sur le thème, soit pour illustrer son discours, soit pour faire mener une analyse comparative par les étudiants sur plusieurs manuels. Il peut s'agir selon les cas

* d'étudier toute la progression d'un manuel ou de plusieurs manuels sur le thème
* d'étudier des situations introductives de la notion dans un ou plusieurs manuels
* de repérer ce qui est institutionnalisé de cette notion dans un ou plusieurs manuels
* de regarder les places relatives des savoirs et des savoir–faire sur la notion dans les différents manuels.

Pour certaines notions relativement bien connues des étudiants, une autre approche consiste, à partir de l'analyse comparée de plusieurs extraits de manuels sur ce thème, d'une part à dégager les propriétés mathématiques de la notion étudiée, d'autre part à repérer les démarches d'apprentissage sous–jacentes dans les différents manuels et à essayer de replacer ces démarches dans les différents courants pédagogiques.

En formation initiale des PE2

En seconde année d'IUFM, les avis convergent sur le fait qu'il serait souhaitable de mener avec les stagiaires une étude des manuels et outils pour les maîtres. Les raisons sont variées et parfois contradictoires :

– Certains pensent qu'il est indispensable de faire prendre du recul aux stagiaires par rapport aux outils qui leur sont proposés, de manière à leur permettre de construire eux–mêmes leurs propres progressions et à n'utiliser les manuels que comme sources d'idées.

– D'autres pensent que les étudiants ne mettent pas souvent en oeuvre dans leur classe les situations qui leur ont été présentées à l'IUFM, et donc qu'il est indispensable de les aider à bien utiliser les manuels qu'ils ont à leur disposition ; en particulier il est important de leur apprendre à construire des séquences consistantes en tirant parti du manuel disponible dans la classe.

– D'autres encore estiment que puisque les maîtres utilisent beaucoup les manuels et le plus souvent sans le livre du maître, il est indispensable de faire travailler sur diverses pages de livre du maître pour permettre aux stagiaires de découvrir ce qu'ils contiennent, d'étudier les conceptions de l'apprentissage implicites ou de confronter les conceptions déclarées par les auteurs aux pratiques qu'ils proposent. Les collègues pensent que ce type de pratique permet aux stagiaires d'apprendre à faire des choix réfléchis lorsqu'ils se trouvent face à la multiplicité des livres présents sur le marché.

– Certains préconisent un travail de résumé de la progression d'un manuel sur un thème, estimant que cela permet de revoir une notion mathématique sous un aspect plus professionnel qu'en première année.

– Enfin quelques-uns essaient d'intégrer le travail sur les manuels dans une perspective historique sur les conceptions de l'apprentissage, ceci afin d'éviter tout dogmatisme.

En formation continue

Tous les participants pensent qu'il est intéressant de travailler sur les manuels en formation continue. Les instituteurs en exercice semblent avoir davantage de recul par rapport aux manuels et il semble davantage possible, en formation continue, de faire évoluer les pratiques majoritaires en s'appuyant, entre autres, sur des analyses comparées de manuels scolaires.

Pour certains il faudrait ici définir une stratégie pour faire évoluer le monde enseignant. Toute évolution trop rapide ou trop brutale ou encore trop massive est vouée à l'échec ; un bon manuel serait donc pour eux un manuel qui comporterait 90 % de connu et 10 % d'innovation, pour pouvoir assurer une évolution effective des pratiques.

CONCLUSION

De nombreuses questions n'ont pu être discutées dans cet atelier, faute de temps. Plusieurs pistes de travail pour un autre atelier de ce type ont été évoquées : certains souhaitent réfléchir à la construction de grilles de lecture des manuels et des livres du maître, ainsi qu'à des protocoles d'analyse comparée de divers extraits ; d'autres préfèrent centrer la réflexion sur une analyse de l'attitude évaluative dans les manuels et de la prise en compte de l'hétérogénéité..

Quelques documents (cf. annexes) ont été proposés à la discussion par les animateurs. Ils n'ont pas été étudiés en détail, le débat ayant plutôt porté sur le fond, à savoir : l'étude des manuels scolaires peut-elle contribuer à développer une réflexion didactique chez les étudiants, les stagiaires et les maîtres en exercice, si oui comment ? sinon pourquoi ? C'est là une grande question qui reste posée même si des éléments de réponse ont été apportés au cours de la discussion.

Remarque

Concernant les pratiques d'utilisation des manuels en formation des professeurs d'école, on peut consulter divers documents édités à l'initiative de la COPIRELEM ou par elle :

– les annales du concours PE : il serait intéressant d'examiner les différentes utilisations des manuels dans la partie pédagogique de l'épreuve de mathématiques. On peut faire l'hypothèse que la forme des épreuves est un reflet des pratiques de formation (ou au contraire les infléchit...)

– les actes des colloques COPIRELEM (Cahors, Pau et Colmar) présentent diverses activités de formation, initiale ou continue. Nombre d'entre elles intègrent un travail sur les manuels scolaires.

Liste des annexes

Annexe 1

Des affirmations relevées dans des avant-propos ou des introductions de livre du maître écrites par certains d'entre vous :

> "Aucun livre, quel qu'il soit, ne peut remplacer le maître, nul mieux que lui ne sait ce qu'il convient d'enseigner à un moment donné, comment l'enseigner et dans quel ordre."

> "C'est prendre une bien lourde responsabilité que de proposer aux instituteurs une collection de manuels, destinée à faciliter leur enseignement... et l'apprentissage des mathématiques à leurs élèves."

Etat d'âme d'un professeur de collège animateur IRE (Repères n° 15) :

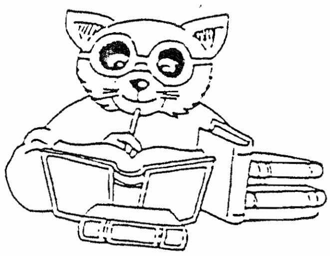
> "Je voudrais recentrer le problème sur le prof. Il est devant ses élèves, chargé de leur inculquer un certain contenu et certaines qualités de travail ; il peut s'inspirer de nombreux discours (je regroupe sous ce vocable tous les machins ministériels, officiels, genres programme, commentaire, circulaires...) s'inspirer de travaux réalisés par d'autres... Des gens très compétents tels les didacticiens, les psychologues par exemple peuvent fournir des idées très intéressantes. Mais tout cela ne concerne pas le désarroi du professeur : les décideurs sont un rail, les professionnels de la pédagogie sont sur l'autre rail, et ça roule...tirant le prof entre les deux à pied."

Nom .... Date ....

1. Comment réussir les fiches des aventures mathématiques

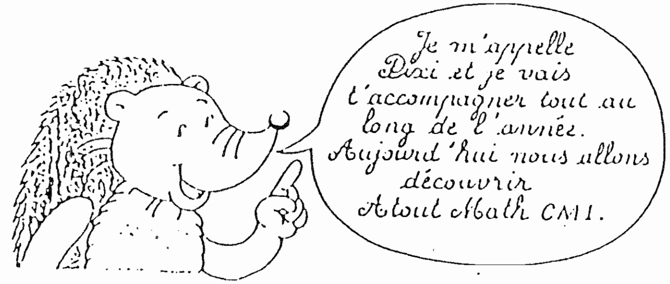
Présentation

Lis les phrases suivantes, raye celles qui n'ont rien à voir avec les mathématiques.
Numérote, dans l'ordre, celles qui décrivent le travail à faire.



- ☐ Je fais les opérations au brouillon.
- ☐ Je regarde l'heure.
- ☐ Je lis le titre et le sous-titre.
- ☐ Je travaille sans m'arrêter.
- ☐ Je pose des questions précises si je n'ai pas tout compris.
- ☐ Je me demande quel feuilleton regarder ce soir à la télé.
- ☐ Je choisis ma façon de travailler.
- ☐ J'essaie de reconnaître les difficultés.
- ☐ Je taille tous mes crayons.
- ☐ Je mâche mon chewing-gum.
- ☐ J'écoute les idées proposées par les camarades.
- ☐ Je regarde s'il pleut.
- ☐ Je vérifie mes calculs.
- ☐ Je me demande si le résultat est correct.
- ☐ Je cherche une façon plus rapide et plus sûre de faire la fiche.
- ☐ Je demande à mon voisin ce qu'il fait mercredi.
- ☐ Je demande une gomme à haute voix.
- ☐ Je cherche si une fiche précédente peut m'être utile.
- ☐ Je cherche mes réponses dans le livre de grammaire.
- ☐ Je traduis le titre en Anglais.
- ☐ Je taille le crayon dont je n'ai pas besoin.
- ☐ Je relis mon travail.
- ☐ Je lis la fiche en entier.
- ☐ Je vais jeter mon brouillon à la corbeille.
- ☐ J'écris le résultat en chiffres romains
- ☐ Je repère mes erreurs et j'en cherche la cause.
- ☐ Je déchire la fiche.
- ☐ Je refais la fiche en corrigeant mes erreurs.

Prom'nons-nous dans Atout Math CM1



Allons en page 13...

• La plupart du temps, tu dois écrire sur le manuel. Mais parfois, il faut se servir du cahier de mathémati
Dans ce cas, tu verras le signal :

• Regarde la marge de l'exercice 2
signifie qu'en page 36, tu trouveras de l'aide, si l'exercice est trop difficile pour toi. Mais n'c
pas qu'en trouvant sans aide, on fait plus de progrès... même si cela prend plus de temps !

...puis à la page 14 !

Quand tu verras , c'est qu'il faut utiliser ton cahier d'essais.

Et maintenant, rendons-nous à la page 34 !

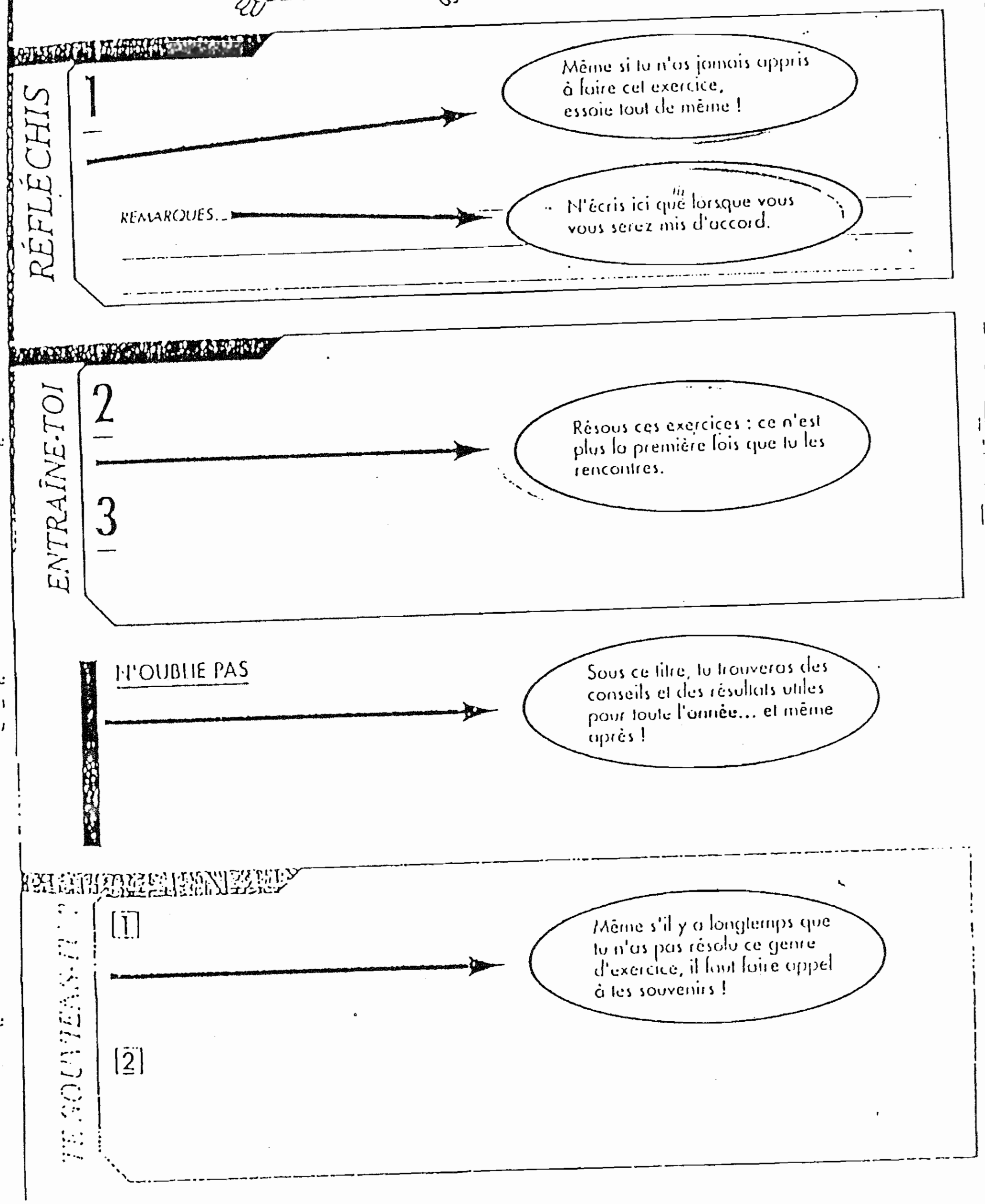
Quand on a appris beaucoup de choses, il faut savoir si on a bien retenu. Où en suis-je ? permettre de t'en rendre compte. À chaque fois que tu auras terminé un exercice colorie le f vert si tu as bien réussi, le fanion orange si tu as encore des progrès à faire, le fanion rouge n'as pas du tout réussi

Allons enfin en page 55 !

Voici des signaux indiquant la difficulté des exercices :

- plaine - facile
- colline - moyen
- montagne - difficile

Avec de l'entraînement, même les exercices difficiles paraissent faciles, mais hélas, sans entraînement r les exercices faciles paraissent difficiles. C'est pour cela qu'il est si important... de s'entraîner régulièreme



4.

PÉRIODE 0 ÉTAPE 0

Jour de rentrée

Intentions pédagogiques

Faire connaissance. Familiariser les enfants avec le nouveau cadre de la classe, de l'école, et avec le matériel mathématique.
Ils seront amenés à :
- dénombrer, distribuer, comparer diverses collections de matériel ;
- découvrir le fichier, son mode d'utilisation, ses personnages.

APPEL

Demander aux enfants d'être attentifs à l'appel pour être ensuite capables d'annoncer le nombre d'absents.
Puis donner la consigne suivante :
« Combien y a-t-il d'enfants présents aujourd'hui dans la classe ? » Un ou plusieurs enfants dénombrent les présents. Conclure sur le nombre d'inscrits dans la classe en ce début d'année ; si la situation se présente exploiter le cas d'enfants qui seraient présents mais non inscrits sur la liste.
Procéder de même pour les enfants déjeunant à la cantine ou restant à l'étude.
On peut aussi dénombrer les filles, les garçons...

ORGANISATION DE LA VIE DE LA CLASSE

Mettre en place l'organisation matérielle de la vie de la classe : coin bibliothèque, jeu, peinture, musique...
Présenter le matériel commun à tous (ciseaux, crayons...)et les organisations qui permettent de gérer rapidement les tâches quotidiennes.
Exemples :
- prévoir une pochette dans laquelle chaque enfant mangeant à la cantine rangera sa carte. Elles y seront ainsi regroupées chaque mois ;
- réserver un tableau « pense-bête » sur lequel seront notées les dates à retenir (venue du photographe, visite médicale...)

DISTRIBUTION DU MATÉRIEL

Les enfants placent sur leur table leur matériel personnel : en faire l'inventaire, vérifier ce qui manque et faire distribuer par quelques enfants le matériel fourni par l'école. C'est l'occasion de dénombrer ce qu'il faut distribuer.
Procéder de même pour la distribution de livres, de cahiers et du fichier de mathématiques.
Demander aux enfants de quelle façon ils vont ranger ce matériel dans leur case. C'est l'occasion de réfléchir sur la taille des différents objets, leur encombrement, leur forme et sur l'organisation d'un espace précis (le casier de la table) pour le rendre fonctionnel.

LE FICHIER DE MATHÉMATIQUES

- Observer le fichier

Laisser aux enfants le temps de toucher, feuilleter le fichier et formuler des observations, remarques, découvertes... (S'ils ont déjà travaillé dans « Objectif calcul CP », ils reconnaitront le fichier et la prise de contact en sera facilitée.)
Organiser la prise de parole pour prendre en compte les réflexions.
Exemples :
- à propos de la couverture : « Que voient-ils ? Que connaissent-ils ou reconnaissent-ils ? »
- à propos des pages : « Que repèrent-ils ? »
Consigne : « À quoi sert ce fichier ? »
Prendre en compte les propositions des enfants (compter, faire des opérations, travailler...)
Faire remarquer qu'il y a des espaces blancs où ils seront amenés à écrire. C'est pour cette raison qu'on lui donne le nom de « fichier ».

- Découvrir les personnages du fichier

Donner le temps aux élèves d'observer la page.
Consigne : « Que pouvez-vous dire à propos de cette page ? »
Prendre en compte les remarques et conduire la discussion :
- il y a des photos d'enfants ;
- il y a des prénoms (Quels prénoms peuvent-ils lire ?) ;
- il y a des filles (Combien ?) des garçons (Combien ?).
Si les enfants sont à l'aise, les conduire à émettre des observations sur les signes distinctifs entre les enfants (cheveux, vêtements, visage...)
- il y a un chat : dire ou faire lire son nom.
- il y a une place vide. (À quoi peut-elle servir ?)
- l'emplacement du prénom est vide lui aussi (Pourquoi ?)
Laisser les enfants formuler des hypothèses puis lire la consigne en haut de la page.
Les enfants écrivent leur prénom.
Leur demander d'apporter une photo afin de la coller dans leur fichier.

- Prolongement de l'activité

Jouer au jeu du portrait, le fichier ouvert (les réponses sont orales).
Exemple :
« Il a des cheveux bruns, une raie sur le côté, un polo rayé. Qui est-ce ? »
« Qui a des taches de rousseur, les cheveux roux et un pull vert ? »
Inviter les enfants à poser eux-mêmes des questions.

Je suis capable de...

			avec l'aide du maître	tout seul	
				de temps en temps	tou jour
CONNAISSANCE DES NOMBRES	E	grouper par dix pour dénombrer une collection d'objets			
	E	utiliser les nombres pour me repérer sur une piste			
	E	utiliser les nombres pour me repérer sur un quadrillage			
	E	utiliser les nombres pour décrire une quantité d'objets			
	A E	écrire les nombres en chiffres, comprendre les règles de la numération écrite			
	A E	dire et lire les nombres, comprendre les règles de la numération orale			
	A E	comparer et ranger les nombres			
CALCUL	E	utiliser des écritures additives pour dénombrer			
	A E	reconnaître et résoudre des problèmes relevant de l'addition et de la soustraction			
	A E	calculer mentalement des sommes, des différences			
	A E	comprendre et utiliser des techniques pour additionner			
	D	comprendre et utiliser des techniques pour soustraire			
	D A	utiliser des écritures multiplicatives pour dénombrer			
	D A	reconnaître et résoudre des problèmes relevant de la multiplication			
	A	calculer mentalement des produits			
	D	comprendre et utiliser des techniques pour multiplier			
	D A	identifier les bonnes opérations pour résoudre des problèmes			
	A	utiliser la calculatrice pour effectuer ou contrôler des opérations			
GÉOMÉTRIE	A E	me repérer dans l'espace, sur un quadrillage			
	D A	me repérer sur un plan, sur une carte			
	D A	reproduire un dessin avec un calque, un gabarit			
	D A	faire des pliages pour trouver des axes de symétrie			
	D A	identifier, décrire divers solides			
	A E	identifier, décrire des figures planes			
	D A	identifier des droites parallèles, perpendiculaires			
	D A	reproduire un dessin avec une règle, une équerre, un compas			
MESURE	A E	me repérer dans le temps (jour, mois, année)			
	A E	lire l'heure			
	A E	utiliser la monnaie			
	A E	comparer et mesurer des longueurs			
	D A	comparer et mesurer des masses			
TRAITEMENT DE L'INFORMATION	A E	chercher des informations dans des documents			
	A E	chercher des indices dans des textes, des images, et les sélectionner			
	A E	lire et construire des tableaux			
	D	lire et construire des graphiques			
	A E	utiliser des informations de divers documents pour répondre à des questions			

D compétences sur des notions ou des techniques découvertes au CE1
A compétences sur des notions ou des techniques en cours d'apprentissage
E compétences sur des notions réinvesties ou des techniques entraînées

N'OUBLIE PAS

Les nombres « ronds » donnent *souvent* des calculs agréables, mais *pas toujours* :

p14

1247 + 300 = ___ $\quad$ ___ $\xrightarrow{+214}$ 1000

5259 – 200 = ___ $\quad$ 500 – 87 = ___

* L'élève note la synthèse des remarques produites par le groupe-classe (voir guide pédagogique).

N'OUBLIE PAS

p26

Le calcul *le plus court* n'est pas toujours *le plus sûr* ! Pour *devenir rapide*, il faut d'abord *prendre le temps* de réfléchir, et apprendre à transformer les calculs courts mais désagréables en calculs plus longs et plus agréables.

N'OUBLIE PAS

p23

La calculette, c'est bien utile pour gagner du temps dans les calculs, mais il faut tout de même réfléchir.

N'OUBLIE PAS

p18

- Pour un énoncé, on peut poser beaucoup de questions.
- On peut classer ces questions en trois catégories :

1. La réponse est donnée dans l'énoncé.
2. On peut trouver la réponse en faisant un calcul.
3. On ne peut pas trouver de réponse avec l'énoncé.

N'OUBLIE PAS

p29

Pour recopier une figure, il ne suffit pas de reporter les longueurs des côtés, il faut aussi respecter les angles.

4 Des élèves devaient effectuer la même division. Étudie les deux méthodes présentées. Écris le quotient et le reste.

Jean-Philippe

diviser 24 763 par 57

1	2	3	4	5	6	7	8	9
57	114	171	228	285	342	399	456	513

Le quotient est entre 400 et 500. Je pose une division.

```
 24 763 | 57
-22 800 |----
  1 963 | 400
- 1 710 |
    253 |  30
-   228 |
    025 |   4
        | ----
        | 434
```

q : ___ $\quad$ r : ___

Sabine

diviser 24 763 par 57

57 × 10 = 570

57 × 100 = 5 700

57 × 1000 = 57 000

5700 < 24 763 < 57 000

Le quotient est entre 100 et 1000.

Il a trois chiffres.

57, c'est un peu moins que 60.

24 763, c'est un peu plus que 24 000.

```
 24 763 | 57          57
-22 800 |----       x  4
  1 963 | 4 3 4     ----
- 1 710 |            228
    253 |
-   228 |             57
    025 |           x  3
        |           ----
        |            171
```

q : ___ $\quad$ r = ___

5 Divise 59 703 par 73 en utilisant l'une des deux méthodes. Pour vérifier, refais la division en utilisant l'autre méthode.

N'OUBLIE PAS

Écris les différentes étapes de la méthode que tu préfères.

1. ______________________________

____

2. ______________________________

____

3. ______________________________

____

____

____

N'OUBLIE PAS

p75

On peut diviser 2 587 (*dividende*) par 12 (*diviseur*) sans avoir encore appris à effectuer des divisions. On utilise des opérations qu'on connaît : addition, soustraction, multiplication, et le calcul approché.

Il faut trouver deux nombres, le *quotient* (q) et le *reste* (r), tels que :

$$\left.\begin{array}{l} 2\,587 = (12 \times q) + r \\ \text{ou} \quad 2\,587 = (q \times 12) + r \end{array}\right\} \text{ et } r < 12$$

N'OUBLIE PAS

5153270 p.43

5		153		270
cinq	millions	cent cinquante trois	mille	deux cent soixante-dix

N'OUBLIE PAS

4,7 est placé entre 4 et 5,
comme 47 est placé entre 40 et 50.

40 — 47 — 50

4 — 4,7 — 5

Quand on divise 47 par 10, on trouve 4,7.
Quand on multiplie 4,7 par 10, on trouve 47. p134

N'OUBLIE PAS

Quand on divise par 10 un nombre plus petit que 10, le résultat est plus petit que 1.

0 — 4 — 10

0 — 0,4 — 1

0,4 est placé entre 0 et 1, *comme* 4 est placé entre 0 et 10. p135

Quand on multiplie 0,4 par 10, on trouve 4.

N'OUBLIE PAS

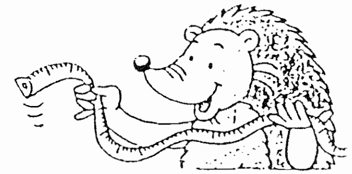
Certains nombres ne sont multiples… que d'eux-mêmes et de 1.
On ne peut les écrire, avec le signe x, que de deux façons :
$17 = 17 \times 1$ et $17 = 1 \times 17$. p33
On les appelle des nombres premiers.

N'OUBLIE PAS

Quand on joint des points régulièrement espacés sur un cercle, on obtient des *polygones réguliers*. p21

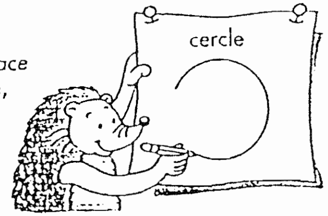
N'OUBLIE PAS p16

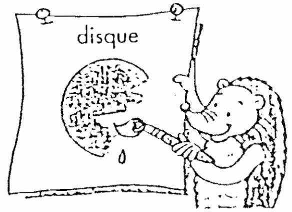
- Les segments *rectilignes* sont faciles à mesurer…
- …mais les segments *curvilignes*, eux aussi, ont une longueur !



N'OUBLIE PAS

Le disque est la *surface* limitée par un cercle, c'est-à-dire par une *ligne* circulaire.





p117

On peut donc mesurer la longueur d'un cercle, le périmètre d'un disque, l'aire d'un disque, mais pas l'aire d'un cercle.

N'OUBLIE PAS

Des figures de formes différentes peuvent avoir la même étendue, la même « quantité de surface ». On dit qu'elles ont la même aire. p115

N'OUBLIE PAS p148

La mesure de l'aire d'un polygone, c'est le nombre de polygones unités qu'il faut utiliser pour recouvrir exactement sa surface.

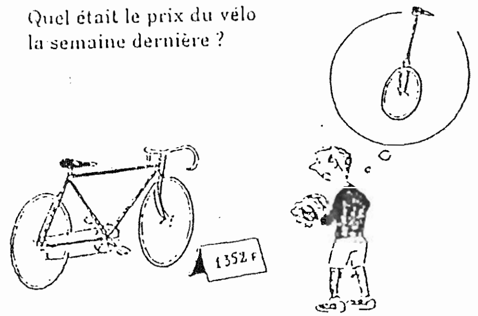
Annexe 8. Diagonale CM 1 "je retiens bien"

Je retiens bien

La soustraction

Lionel veut s'acheter un VTT
dont il a vu le prix dans un magasin.
Une semaine passe et Lionel s'aperçoit
que le vélo a augmenté de 254 F
et qu'il coûte maintenant 1 352 F.

Quel était le prix du vélo
la semaine dernière ?



	ⓜ	ⓒ	ⓓ	ⓤ
	1	3	5	2
−		2	5	4
	1	$\overset{1}{0}$	$\overset{1}{9}$	8

ⓤ 8 plus 4 égale 12
et je retiens 1

ⓓ 9 plus 1 égale 10
10 plus 5 égale 15
et je retiens 1

ⓒ et ⓜ et ainsi de suite pour les centaines et les milliers.

Je retiens bien

Les partages

Hervé a 32 cartes. Il en distribue le même nombre à chacun des 5 joueurs.
Combien en auront-ils chacun ?

Aline a 32 timbres, elle les range en mettant 5 timbres par enveloppe.
Combien d'enveloppes complètes aura-t-elle ?

Pour cela, on peut :

- faire le bilan de ce qui a été distribué étape après étape :

$0 \xrightarrow{+5} 5 \xrightarrow{+5} 10 \xrightarrow{+5} 15 \xrightarrow{+5} 20 \xrightarrow{+5} 25 \xrightarrow{+5} 30$

$32 = \underbrace{(5 \times 6)}_{30} + 2$

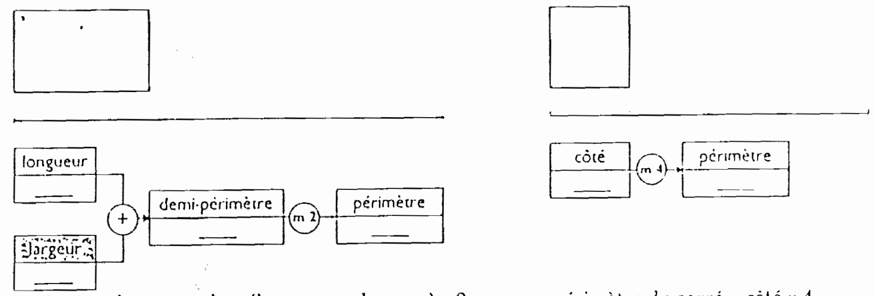
- calculer ce qui reste à chaque étape.

$32 \xrightarrow{-5} 27 \xrightarrow{-5} 22 \xrightarrow{-5} 17 \xrightarrow{-5} 12 \xrightarrow{-5} 7 \xrightarrow{-5} 2$

$32 - \underbrace{(5 \times 6)}_{30} = 2$

Je retiens bien

Périmètre du rectangle, périmètre du carré



périmètre du rectangle = (longueur + largeur) x 2

périmètre du carré = côté x 4

Je retiens bien

Le système métrique des longueurs

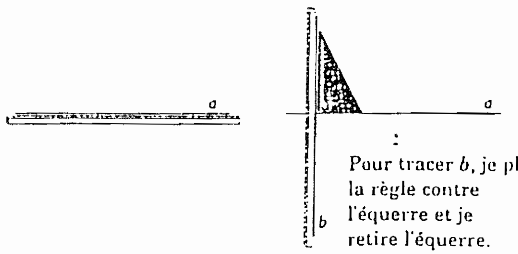
kilomètre	hectomètre	décamètre	mètre	décimètre	centimètre	millimètre
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1	0	9	2	0	0	

1 km 92 m = 1 092 m = 109 200 cm

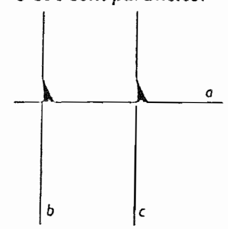
Je retiens bien

Construire des droites parallèles avec la règle et l'équerre

1. Avec la règle, je dessine une droite *a*.
2. Avec l'équerre et la règle, je dessine une droite *b* *perpendiculaire* à *a*.
3. Avec l'équerre et la règle, je dessine une seconde droite *c* perpendiculaire à *a* : *b* et *c* sont *parallèles*.



Pour tracer *b*, je place la règle contre l'équerre et je retire l'équerre.



MATHEMATIQUES ET AUTRES DISCIPLINES

GENEVIEVE DUTILLEUX - ALAIN DESCAVES (ATELIER B7)

Présentation de l'atelier

Une dizaine de participants, venant des IUFM des centres de Lyon, Graveline, Outreau, Beauvais, Livry Gargan, Evreux, Saint Lô et Caen, de Genève.

Le thème de l'atelier a ainsi été précisé au début de la première séance: Quels rapports les mathématiques peuvent-elles entretenir avec d'autres disciplines à l'école élémentaire ? Quelles activités dans ce domaine peut-on conduire ? Quelles sont les questions que l'on est amené à se poser, les problèmes rencontrés ? Dans quel champ de la formation des maîtres et sous quelles formes ce sujet là est-il abordé?

Au cours de la première séance, un document vidéo rendant compte d'un travail dans une école sur le thème des différents calendriers, a été présenté. Il a permis de dégager un certain nombre de remarques et de questions.

La deuxième séance a été réservée aux rapports plus spécifiques entre le Français et les Maths, sous la forme d'une présentation de recherche d'Alain Descaves et de celle d'un fichier destiné à une remédiation dans le domaine de l'apprentissage à la résolution de problèmes.

La troisième séance a permis d'élargir et d'approfondir le champ des questions posées, et de les organiser dans un début de problématique.

Les documents proposés à l'analyse au cours de l'atelier sont présentés de façon succincte ci-dessous.

Le travail sur les calendriers.

Il a été mené en 1988 dans une école située dans une ZEP de l'agglomération caennaise, qui accueille un grand nombre d'enfants d'origines étrangères très variées. Deux classes étaient concernées couvrant les niveaux CE2, CM1 et CM2.

Le but de ce travail, qui a été mené dans le cadre du CEFISEM, était de cerner par de multiples approches un fait culturel majeur, variable suivant les différentes cultures, et de permettre ainsi un échange et un approfondissement interculturel.

Une brochure a été réalisée pour fournir une aide technique aux enseignants désireux de travailler sur ce thème. Citons l'introduction à propos du travail réalisé en classe:

"Si le travail purement technique de repérage du temps à travers des structures différentes a donné lieu à des recherches et à des apports scientifiques, c'est que son but était bien d'appréhender ceux-ci comme partie intégrante de cultures étrangères peu connues. Il est tout à fait essentiel que les élèves, qu'ils soient Français ou d'origine étrangère, considèrent un fait culturel aussi important qu'un calendrier, comme basé sur des connaissances scientifiques précises, sur des visions philosophiques du Monde et non pas comme une donnée arbitraire. Il est remarquable à ce sujet que si les élèves musulmans, dans leur grande majorité, connaissent la pratique de leur calendrier au travers des grands événements religieux d'une année, ils ignorent le fondement même de son fonctionnement.

L'autre aspect primordial du travail était bien sûr la connaissance des événements culturels fixés aux calendriers. Deux directions se sont imposées:

* La définition même des événements, liée dans la grande majorité des cas aux différentes religions.

* L'étude des coutumes et des rites ; leurs significations qui renvoient souvent à des thèmes traversant la plupart des civilisations : Mort, Naissance, Purification, Entraide.... et leurs déroulements liés eux, aux modes différents de vie sous des climats et dans des sociétés différentes. "

Dans le document vidéo, on peut voir les élèves dans de nombreuses activités qui relèvent de diverses disciplines. Toutes ces activités ont été conçues pour converger vers un but commun.

La première partie concerne les grandes structures : lunaire, solaire ou lunisolaire, à travers les calendriers occidental, musulman et du sud-est asiatique.

Elle donne lieu à des activités d'ordre mathématique de repérage, et de construction d'un outil reflétant ces structures sous forme de bandes. Ce travail est relayé par des activités touchant à l'astronomie sur la lune et ses phases.

La deuxième partie relève de la signification des fêtes dans les différents calendriers et des rites qui y sont attachés. Le travail est mené à partir de la lecture de textes, de témoignages de certains élèves, et d'échanges nombreux entre eux (certains groupes travaillant sur un calendrier précis devant communiquer le résultat de leurs recherches à d'autres).

La troisième partie aborde la notion de temps cyclique ou linéaire.

Les élèves de CM2 sont placés devant le problème suivant: Nous sommes en 1988 du calendrier occidental et en 1408 de l'année musulmane. Comment l'expliquer? Ce problème très difficile, nécessite la prise en compte de nombreuses données : début de l'ère musulmane, nombre de jours d'une année musulmane, années bissextiles, et demande l'utilisation complexe de la proportionnalité.

Les élèves de CM1 construisent un outil de repérage pour l'horoscope chinois. Cet outil est basé sur la construction de spirales et donne lieu à une activité de géométrie.

Les élèves de CE2 (non filmés) fabriquent du henné pendant ce temps, mais ont construit l'horoscope plus tard.

Le fichier : Voyages... apprentissage à la résolution de problèmes au cycle 3.

A partir d'un projet initial, le fichier a réellement été élaboré par l'intermédiaire d'une expérimentation continue dans des classes de CM1 d'une école située en ZEP, au cours de deux années scolaires.

C'est un outil complexe et ses visées sont multiples. Il n'est pas question de les présenter toutes ici, mais seulement ce qui concerne l'articulation Maths / Français.

Les difficultés principales des élèves semblent liées:

- au sens donné à l'activité de résolution de problème.

- à l'absence ou à la défaillance de méthodologie.

- aux problèmes de lecture.

- à la plus ou moins grande disponibilité des outils mathématiques.

Toutes ces difficultés sont reliées entre elles, et le fichier essaye d'y remédier globalement. Il est constitué en réseau d'épisodes problématiques, les élèves construisant au fur et à mesure une histoire cohérente qui doit trouver son aboutissement dans la réalisation d'un livre.

La résolution des problèmes nécessite des compétences dans le maniement de la langue, en terme de lecture, d'expression orale et écrite.

Les différentes fonctions des textes d'énoncés de problèmes : fiction (description d'une situation), formulation du problème, consignes éventuelles liées à la méthode de résolution, qui demandent au lecteur des postures différentes, sont marquées dans le fichier par des typographies variées. Un autre type de texte relevant du choix à effectuer dans le réseau est également présent.

L'articulation lecture-écriture apparaît à plusieurs moments du travail, liée également à l'expression orale. En effet pour résoudre les problèmes, les élèves doivent obtenir certaines informations en lisant des textes, et d'autres en dialoguant, ils doivent réécrire ces dialogues, rédiger leur solution argumentée, une fois effectuée sa validation, celle-ci pouvant prendre plusieurs formes.

D'autre part, ils doivent constituer un texte global à partir d'éléments donnés ou écrits par eux-mêmes. Se pose alors le problème des articulations et transitions, de la cohérence du texte final.

En annexe:
- une partie de l'organigramme du réseau.
- la liste de référence des tâches à accomplir.
- la fiche 2 et le travail d'un groupe sur cette fiche.

Le début de problématique élaboré dans l'atelier.

Il faut souligner que les questions soulevées ne l'ont été qu'à partir des différentes présentations faites et d'un échange limité dans le temps, que le champ de questionnement demanderait à être élargi.

Premier thème: Ce qui rapproche les maths et les autres disciplines à l'école élémentaire, mais aussi ce qui doit être préservé dans les spécificités de chacune.

Les points de convergence pouvant déboucher sur des activités interdisciplinaires.

1) Sur des projets précis, plusieurs disciplines peuvent concourir à un même but, tout en gardant la spécificité de leurs démarches.

Par exemple, l'étude des calendriers, la construction de polyèdres avec les arts plastiques.

2) Certaines disciplines, peuvent entretenir des rapports de modélisation avec les maths, celles-ci intervenant comme outil pour résoudre des problèmes qui lui sont externes.

Par exemple en physique, en techno, en géographie.

3) Des aspects transversaux peuvent apparaître entre plusieurs disciplines qui tiennent essentiellement à l'acquisition du langage, à la recherche de lois ou de structures.

Par exemple, dans le travail sur le fichier.

4) Sur le plan des démarches, pour certaines disciplines (ou pour toutes?) il y a des fondements extradisciplinaires communs (en psychologie, sociologie, sciences de l'éducation) et des avancées didactiques relativement parallèles.

Cela apparaît dans le travail sur les calendriers.

Les problèmes d'articulation.

Les activités inter ou trans-disciplinaires apparaissent comme complexes, dans la mesure où chaque discipline concernée doit conserver ses propres besoins, finalités et objectifs, ses propres spécificités. Dans le cas où les maths interviennent dans un rapport de modélisation, il ne faut pas perdre de vue qu'elles ne jouent qu'un rôle d'outil dans une problématique qui n'est pas la sienne, au risque d'établir ou de se faire reprocher un impérialisme des maths. Par exemple l'utilisation en arts plastique, peut se faire en terme de suivi ou de transgressions de règles mathématiques.

Le mode de pensée à l'intérieur des disciplines peut être plus ou moins proche de celui des maths qui privilégie les structures logiques.

L'utilisation d'un modèle peut être producteur, mais aussi réducteur.

D'autre part, montrer les limites, les spécificités de chaque approche disciplinaire, semble contribuer à l'enrichissement de chacune.

Un maître de l'école élémentaire peut posséder la maîtrise de ces difficultés, dans la mesure où il est polyvalent et où il a à sa disposition une relative souplesse d'intervention et d'articulation des séquences qu'il mène.

Pour les formateurs en maths, il apparaît comme nécessaire de travailler avec d'autres formateurs disciplinaires ou IMF.

Deuxième thème : Apprentissages mathématiques dans le cadre d'activités interdisciplinaires.

1) Objectifs généraux.

Le point principal semble être de donner du sens aux notions, de les rendre vivantes et nécessaires. De donner un sens aux maths en dehors d'elles-mêmes. Par là même d'impulser une motivation.

Un autre aspect, lié au premier, est de travailler sur la modélisation, non seulement en terme de notions mais aussi en terme de structuration.

Le réinvestissement de notions ou une approche (voir point 3) est également important.

2) Place d'objectifs notionnels ou méthodologiques.

Dans des cas particuliers (le fichier, la construction de polyèdres), des objectifs conjoints sont fixés en maths et dans d'autres disciplines. Mais dans la grande majorité des cas (traitement d'un problème externe aux mathématiques, projet global), le choix des outils mathématiques est guidé par la situation et ne relève pas à proprement parler d'objectifs mathématiques. Cette réflexion est tempérée par le fait que l'enseignant peut néanmoins réaliser un certain nombre de choix. Par exemple, pour traiter de l'horoscope chinois, le modèle imposé était un modèle cyclique, choisir de le réaliser en terme de construction de spirales ne s'imposait pas et là, l'enseignant s'est donné ponctuellement un objectif.

3) Le statut des notions rencontrées.

Peuvent-elles passer du statut d'outils à celui d'objets ?

Au cours d'une activité, certaines notions sont utilisées. Peut-on les approfondir et/ou les institutionnaliser, en restant dans le cadre interdisciplinaire ? La réponse semble non : il faut sortir du cadre et les traiter de manière différente, dans d'autres activités, tout en gardant en mémoire le travail effectué.

Lorsque c'est la première fois que les élèves rencontrent et utilisent implicitement un outil précis, le problème se pose de la mise en mémoire, de la trace de son utilisation, sans préjuger d'une première création d'image mentale. Exemple donné de la fabrication de flûtes de Pan en maternelle, qui implicitement demande des comparaisons de longueurs.

En cas de notions en cours d'apprentissage, il s'agit de situations de réinvestissement, qui peuvent aussi être pour le maître une occasion d'évaluation diagnostique.

4) L'évaluation.

Deux questions essentielles, mais sans réponse sauf à reprendre les points précédents:

A la suite d'une telle activité, faisant intervenir les maths, qu'en ont retenu les élèves ? (après le travail sur les calendriers par exemple)

Les compétences acquises sont-elles transférables hors du contexte d'inter-disciplinarité précis? (pour le travail sur le fichier des activités d'accompagnement sont prévues dans ce but).

Troisième thème: Le rapport entre ce type d 'activités et les modèles d 'apprentissage étudiés en didactique des maths.

Ce thème a juste été mentionné. Il est important mais nécessite une analyse fine et précise.

Ce qui se passe en formation.

Un rapide tour de table a permis de voir le peu de place de ce thème en formation. Néanmoins...

En formation initiale.

L'IUFM de Lyon a mis en place un module "Apprentissage et polyvalence", dans lequel interviennent 3 formateurs dont un prof de philo. Le contenu est fixé par chaque équipe qui se constitue. Cela peut être par exemple, confrontation des démarches en maths et en arts plastiques.

A Outreau, un module "Lecture" de PE2, piloté par l'équipe de Français et où interviennent des IMF, permet d'aborder avec les formateurs de maths, le problème des énoncés et celui des consignes.

A Evreux, travail autour des polyèdres avec les arts plastiques et rencontre des formateurs en informatique.

A Livry Gargan mise en place d'une dominante, Géographie-Géométrie et traces dans des mémoires de PE2.

En formation continue.

Quelques stages départementaux :

A Beauvais, "Maîtrise de la langue" où interviennent des IMF.

A Evreux, "Construction de l'espace".

A Caen, "Pédagogie différenciée au cycle 2".

Des stages académiques :

A Graveline, "Recherche d'activités pluridisciplinaires au collège".

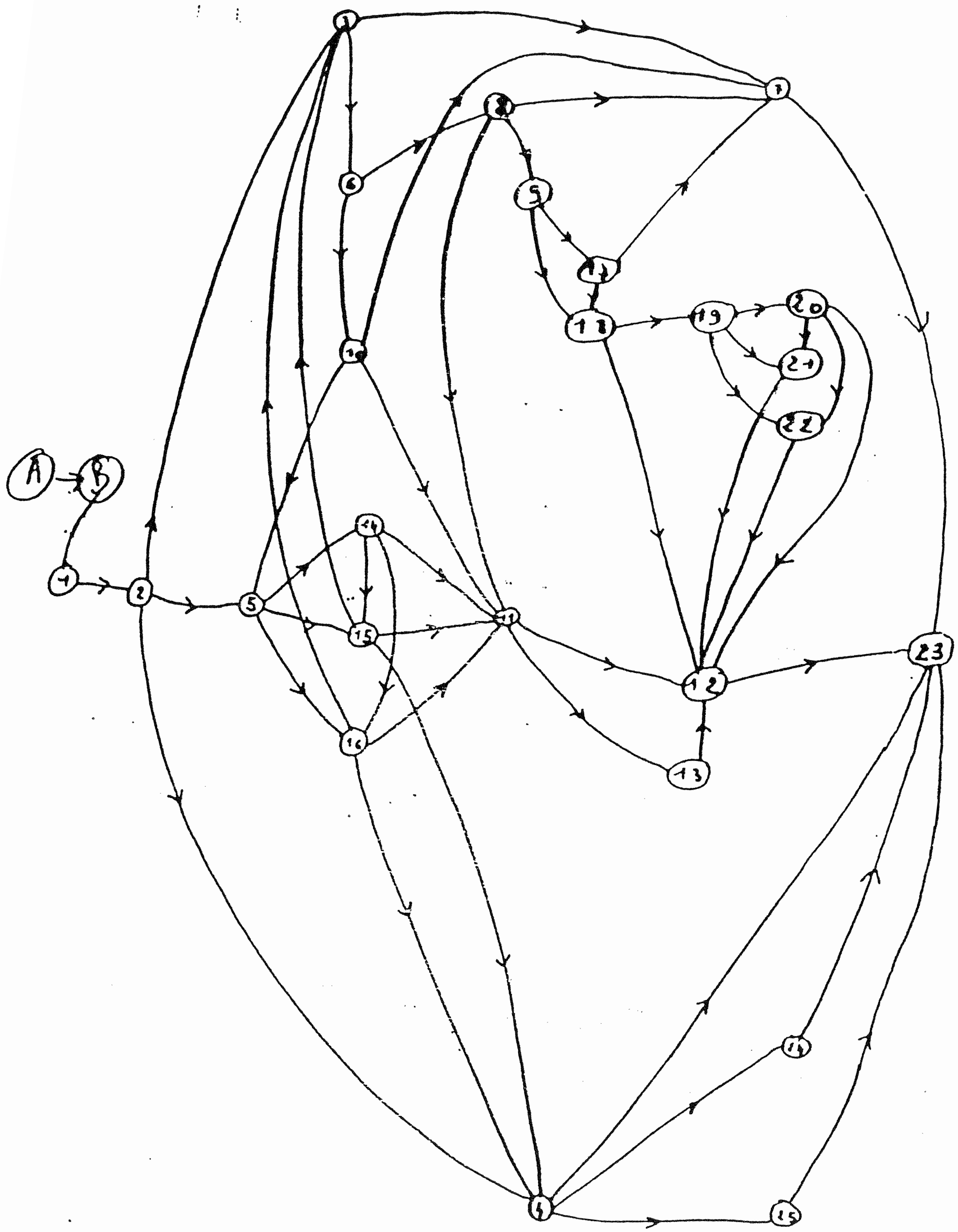
A Beauvais, " Maths-Français" .

Mention d'un stage national "Lecture des textes dans les différentes disciplines", ARL, PEI.

La brochure sur les calendriers est disponible à l'IUFM de Caen, au CEFISEM.

Le fichier "Voyage ..." édité par le CRDP de Caen, devrait être disponible dans tous les CRDP au cours de l'année scolaire 94-95.

Dans la fusée



Lire le texte
Marquer les noms des personnages

Lire l'énoncé du problème
Sur le journal de bord écrire:
quel personnage doit résoudre le problème.
le problème sous forme de questions

Choisir les rôles

(Pour le meneur de jeu uniquement)
Aller chercher la Fiche bis et le matériel demandé

Relire le texte
Souligner les informations utiles

Dialoguer pour chercher des informations
Ecrire le dialogue au brouillon

Résoudre le problème

Vérifier que l'on a bien trouvé une solution
Ecrire la solution du problème et expliquer comment
on sait qu'elle est bonne (au brouillon)

Choisir la suite de l'histoire
Ecrire la transition (au brouillon)

Pour faire le livre

Lire ce qui est écrit dans la marge de la fiche.
Numéroter ce que vous devez mettre dans le livre et
qui pour le moment, est soit sur les fiches, soit écrit
ou dessiné au brouillon.

Découper et coller, ou recopier tous ces textes et dessins.
dans l'ordre des numéros
à la suite du livre déjà commencé

Numéroter la ou les nouvelles pages du livre.

Dans le livre

FICHE 2

texte

- Nous sommes partis! dit L...................
- Mais non, c'est une blague, déclare S................... un peu inquiète.
- Regardez, j'ai trouvé le compteur dit T..................., on va savoir ce qui s'est passé!

A côté du compteur, une pancarte de l'exposition indique à quoi il sert:

> *«COMPTEUR: cet appareil indique le nombre de longomètres parcourus par la fusée. On remarque que cette fusée avait parcouru 480 longomètres seulement avant l'exposition.»*

- Alors, on a fait combien de chemin? demande L...................

- Je ne sais pas, répond T...................

L.................. doit trouver si la fusée a décollé, et combien de chemin elle a parcouru. Il ne voit pas le compteur.
T.................. voit le compteur. (fiche 2 bis)

dialogue

compteur

solution

vérification

Vous jouez la scène.

transition

* *Vous décidez de chercher à savoir vraiment où vous êtes.*
—> Fiche 3

* *Vous êtes, c'est sûr, sur une planète inconnue. Vous décidez de sortir tout de suite pour l'explorer.*
—> Fiche 4

* *Toutes ces aventures vous ont donné une faim de loup et vous décidez de chercher à manger.*
—> Fiche 5

Dans le livre

FICHE 2 bis

Compteur

compteur

0	0	5	1	3

dessin
pour vérifier

... porte franchie, les enfants s'arrêtent très étonnés. Jamais ils n'ont vu d'engins si bizarres, si différents des soucoupes volantes qu'ils connaissent si bien.

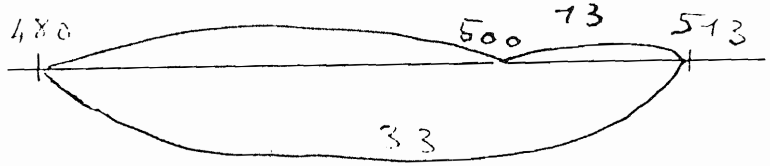
Une toute petite fusée rouge surtout a l'air de les attendre. Une pancarte est tombée en travers de la porte. Ils entrent.

A l'intérieur il fait très sombre. Seuls quelques appareils sont éclairés. Tout à coup la porte se referme, la lumière s'allume et tout se met à vibrer. Que se passe-t-il?

exte →

Une voix se fait entendre: "Bonjour, décollage immédiat, asseyez-vous".
Surpris les enfants obéissent:
- Chic alors ça a l'air vrai!
- Mais c'est vrai!!!
Le bruit augmente, la lumière baisse, leurs yeux se ferment et ils s'endorment...

Au réveil, plus un bruit. Par un hublot on aperçoit un paysage étrange, des collines couvertes d'une herbe bleue, des rochers rouges.



vérification ←

① Les enfants décident de sortir

transition ←

- Nous sommes partis! dit L.A.U.R.E.N.T....
- Mais non, c'est une blague, déclare S.E.V.R.I.N.E.... un peu inquiet.
- Regardez, j'ai trouvé le compteur dit T.O.N.Y..........., on va savoir ce qui s'est passé!

A côté du compteur, une pancarte de l'exposition indique à quoi il sert:

«COMPTEUR: cet appareil indique le nombre de longometres parcourus par la fusée. On remarque que cette fusée avait parcouru 480 longometres seulement avant l'exposition.»

- Alors, on a fait combien de chemin? demande L.A.U.R.E.N.T......

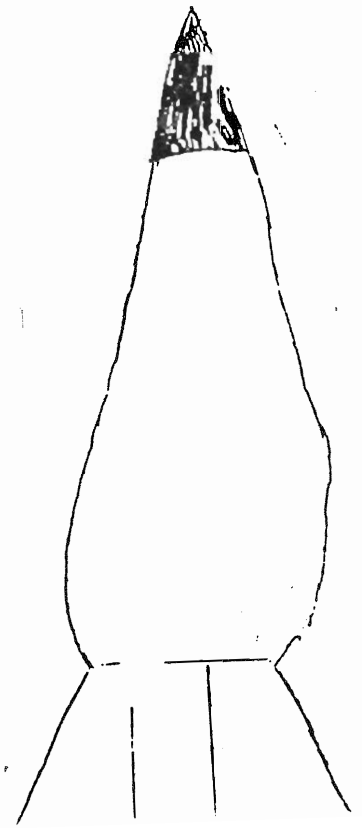
Dialogue entre .LAURENT... **et** ....TONY.....

oque
tion

qu'est ce qu'il y a marquer sur le compteur ?
Le compteur indique 513 longomètres
La fusée a parcouru 33 longomètres

pteur →

0	0	5	1	3



Fiche 4 Fiches

LISTE DES PUBLICATIONS DE LA COPIRELEM

Depuis sa création en 1973, la COPIRELEM a produit 34 brochures dont 18 actes du colloque annuel des formateurs en mathématiques des instituteurs, 10 brochures destinées aux maîtres de l'école élémentaire, les actes d'un colloque CM2-6ème, 4 brochures destinées à la formation en didactique des mathématiques des maîtres du premier degré et une brochure destinée à présenter la commission dans un congrès international (CIEM).

❀ *Les 9 brochures intitulées : «Aides Pédagogiques»* (diffusées par l'APMEP) :

- Elem-Math I : «La mathématique à l'école élémentaire» 1972
- Elem-Math II : «La multiplication des naturels à l'école élémentaire» 1974
- Elem-Maths III : «La division à l'école élémentaire»
- Elem-Maths IV : «Aides pédagogiques pour le cours préparatoire»
- Elem-Maths V : «Aides pédagogiques pour le cours élémentaire»
- Elem Maths VI : «Le triangle à l'école élémentaire»
- Elem-Maths VII : «Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 1 : géométrie» 1985
- Elem-Maths VIII : «Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 2 : nombres décimaux» 1985
- Elem-Maths IX : «Aides pédagogiques pour le cycle moyen, tome 3 : situations-problèmes» 1986

❀ *Les 18 actes des 20 colloques annuels de la COPIRELEM* (diffusé par l'IREM de l'académie d'accueil) :

Orléans (74), Alpes d'Huez (75), Nice (76), Plestin les Grèves (77), Auberive (78), Bombannes (79), Clermont (80), Le Touquet (81), Blois (82), Antibes (83), Guetwiller (84), Guéret-Qimper (85/86), Angers (87), Rouen (88), Bordeaux (89), Paris (90), Nice-Besançon (91/92), Aussois (93).

❀ *Les actes du colloque liaison CM2-6ème de Limoges* (IREM de Limoges)

❀ *Les 4 documents pour la formation en didactique des mathématiques des professeurs d'école :*

- Actes de la première université d'été des formateurs d'instituteurs, Olivet - juillet 1988, IREM de Bordeaux (1990)
- Actes du stage national de Cahors - mars 1990 (IREM de Paris VII, 1991)
- Actes du stage national de Pau - mars 1991 (Irem de Bordeaux, 1992)
- Actes du stage national de Colmar - mars 1992 (IREM de Paris, 1993, à paraître en mars 1994)

❀ *Une brochure «mixte» sur la proportionnalité destinée à la formation des instituteurs et proposant des activités pour les élèves de l'école élémentaire : «La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée...»* IREM de Rouen (1987)

❀ *Une brochure internationale :* La COPIRELEM, CIEM d'Adélaïde (Australie, 1984)

De plus, la COPIRELEM contribue chaque année au recueil des sujets des annales du concours des Professeurs des Ecoles éditées par l'IREM de Bordeaux.

LISTE DES PARTICIPANTS

NOMS	PRENOMS	AFFECTATION	ACADEMIE
ABERKANE	YOUNES	IUFM DE CRETEIL	CRETEIL
ABERKANE	FRANCOISE	IUFM DE CRETEIL	CRETEIL
ALLUCHON		ECOLE ANNEXE II	AMIENS
ARHEL	DANIELE	IUFM CENTRE D'ETIOLLES	VERSAILLES
AUCAGNE	JACQUES	IUFM CENTRE 28	ORLEANS
AURAND	CATHERINE	IUFM ANTONY VAL DE BIEVRE	VERSAILLES
BAIZ SALAH		INSPECTEUR	
BARBIN	EVELYNE	IUFM DE CRETEIL	CRETEIL
BARICAULT	JEAN-MICHEL	IUFM ACAD ROUEN	ROUEN
BARTH	CHRISTIAN	IUFM CENTRE DE PRIVAS	GRENOBLE
BETTINELLI	BERNARD	IUFM CENTRE DE MONTJOUX	BESANCON
BOLON	JEANNE	IUFM CENTRE DE VERSAILLES	VERSAILLES
BOROWCZYK	JACQUES	UNIVERSITE FAC. des SCIENCES.	ORLEANS
BOSC	RENEE	IUFM	PARIS
BOULE	FRANCOIS	IUFM DE BOURGOGNE	DIJON
BREGEON	JEAN-LUC	IUFM	CLERMONT
BRIAND	JOEL	IUFM	BORDEAUX
BRISSIAUD	REMI	IUFM CENTRE DE CERGY	VERSAILLES
BRONNER	ALAIN	IUFM DE MONTPELLIER	MONTPELLIER
BUTLEN	DENIS	IUFM DE CRETEIL	CRETEIL
CAILLETTE	GHISLAINE	IUFM ORLEANS/TOUR	ORLEANS
CATHALIFAUD	ROBERT	IUFM DU LIMOUSIN	LIMOGES
CHERASSE	JEAN-PAUL	INSPECTION DEPARTEMENTALE	CLERMONT
CHEVALIER	JEAN-LOUIS	IUFM SITE D'AIX EN PROVENCE	AIX-MARSEILLE
CHEVALLIER	MARIE-CLAUDE	IUFM SITE DE CAHORS	TOULOUSE
COMBES	MARCEL	COLLEGE M LEFEVRE	AMIENS
CONNE	FRANCOIS		SUISSE
DEHOVE	JACQUES	COLLEGE FERNEL	AMIENS
DELARUE	BERNARD	IUFM VERSAILLES	VERSAILLES
DELEGUE	HENRI-PATRICE	IUFM CENTRE DE GRAVELINES	LILLE
DELHAYE	PIERRE	COLLEGE ETOUVIE	AMIENS
DELHAYE	DOMINIQUE	IUFM CENTRE D'OUTREAU	LILLE
DELORD	ROBERT	COLLEGE LA ROCHE BEAULIEU	BORDEAUX
DESCAVES	ALAIN	IUFM ANTENNE DE BEAUVAIS	AMIENS
DESPEAUX	PATRICK	COLLE JJ ROUSSEAU	AMIENS
DHERMY	MICHEL	LYCEE HENRI MARTIN	AMIENS
DHIFALLAH	DOMINIQUE	IUFM	AIX-MARSEILLE
DOSSAT	LUCE	IUFM	CLERMONT
DOUEK	NADIA	IUFM	CAEN
DUBOIS	LILIANE	IUFM	AMIENS
DUBOIS	FRANCOISE	ECOLE - ANNEXE 1	BESANCON
DUTILLIEUX	GENEVIEVE	IUFM ACADEMIE DE CAEN	CAEN

ELJAMALI SALAH			
ENNASSEF	M'HAMED	IUFM	LILLE
EURIAT	JACQUELINE	IUFM DE LORRAINE SITE D'EPINAL	NANCY
EXCOFFON	YVONNE	IUFM	REIMS
FABREGAS	MICHELE	LYCEE R. SCHUMAN	NANCY
FARGE	COLETTE	IUFM	GRENOBLE
FLOUZAT	ANNICK	ECOLE HENRI LAVILLE	CLERMONT
FOULON	MARC	IUFM DE LILLE - CENTRE DE DOUAI	LILLE
FREMIN	MARIANNE	IUFM CENTRE ANTONY VAL DE BIEVR	VERSAILLES
GAMBADE	ODETTE	CENTRE DEPARTEMENTAL IUFM	DIJON
GARCIA	JEAN	IUFM BEAUVAIS	AMIENS
GODIN	MARC	IUFM DE LILLE	LILLE
GODINAT	FRANCOISE	IUFM D'AUXERRE	DIJON
GONDELMANN	LILIANE	ECOLE A. ET M. LAUNAY	AMIENS
GREFF	ERIC	IUFM	VERSAILLES
GUIDET	GEORGES	IUFM - CENTRE D'ARRAS	LILLE
GUILLERAULT	MIREILLE	IUFM	GRENOBLE
HELAYEL	JOSIANE	IUFM CENTRE D'ETIOLLES	VERSAILLES
HOCHEDE	MICHELE	IUFM	AMIENS
HOUDEMENT	CATHERINE	IUFM	ROUEN
HUGUET	FRANCOIS	IUFM	RENNES
IMBERT	JEAN-LOUIS	IUFM CENTRE DES HTE PYRENEES	TOULOUSE
JOSHUA	MARIE-ALBERTE	IUFM	AIX-MARSEILLE
JULIEN	GUY	IUFM FAUBOURG SAINT JEAN	ORLEANS
KUZNIAK	ALAIN	IUFM EVREUX-ROUEN	ROUEN
LALLEMENT	MARIE-HELENE	IUFM	AMIENS
LAMANT	MIREILLE	IUFM ANTENNE DE LA GIRONDE	BORDEAUX
LAMBERT	MICHELE	IUFM CENTRE DE CHAMBERY	GRENOBLE
LANDRE	CLAUDE	COLLEGE CH RIVIERE	ORLEANS
LAPOLE	ISABELLE	IUFM DE PICARDIE	AMIENS
LARERE	CHRISTIANE	IUFM CENTRE D'ANTONY	VERSAILLES
LASSAGNE	FRANCOISE	INSPECTION DEPARTEMENTALE	GRENOBLE
LASSALLE	DIDIER	ECOLE PAUL FORT	BORDEAUX
LE BERRE	MARYVONNE	IUFM LYON	LYON
LEDUC	CHRISTIAN	IUFM - UVHC	LILLE
LIPP	GERARD	IUFM CENTRE DE GUEBWILLER	STRASBOURG
MALLEN-DONTENWI	ANNIE	ECOLE D'APPLICATION REPES SUD	BESANCON
MASSELOT	PASCALE	IUFM	CRETEIL
MASSOT	ANNICK	COLLEGE LA REINETIERE	NANTES
MATRON	CAUREEN	ECOLE D'APPLICATION	AMIENS
MAURIN	CLAUDE	IUFM	AIX-MARSEILLE
MERIGOT	MICHEL	IREM DE NICE	NICE
MULET-MARQUIS	RENE	COLLEGE DE CORBAS	LYON
MULLER	JACQUES	IUFM D'ALSACE-CENTRE DE COLMAR	STRASBOURG

ORUS	PYLAR	UNIVERSITE "JAUME - I"	CASTELLON - ESPAGNE
OYALLON	JEAN-LOUIS	IUFM	BORDEAUX
PAILLET	MICHELE	IUFM DE PARIS	PARIS
PAQUIN	CATHERINE	IUFM	NANCY
PARET	GEORGES	IUFM CENTRE D'ETIOLLES	VERSAILLES
PAUVERT	MARCELLE	IUFM	CRETEIL
PEAN	DANIELLE	IUFM DES PAYS DE LOIRE	NANTES
PEAULT	HERVE	IUFM CENTRE D'ANGERS	NANTES
PECAL	MICHELE	LYCEE AUDIBERTI	NICE
PELTIER	MARIE-LISE	IUFM DE HAUTE NORMANDIE	ROUEN
PEZARD	MONIQUE	CENTRE DEPARTEMENTAL IUFM	CRETEIL
PICOT	MARC	COLLEGE J MERMOZ	LILLE
POMEROL	MARIE-JEANNE	IREM - INSSET - IREM	AMIENS
PORCEL	NICOLE	IUFM DE FRANCHE COMTE	BESANCON
POUGET	MARIE-HELENE	COLLEGE PICART LE DOUX	LIMOGES
POULAIN	BRIGITTE	COLLEGE ALAIN	ROUEN
QUENTIN	FRANCOISE	CENTRE IUFM D'OUTREAU	LILLE
QUINQUIS	NOELLE	IUFM	RENNES
REYNES	FRANCIS	COLLEGE GRAND AIR	BORDEAUX
RIMBAULT	CLAUDE	IUFM DE BRETAGNE	RENNES
RINALDI	ANNE-MARIE	IUFM CENTRE DE BEAUVAIS	AMIENS
ROBERT	GHISLAINE	IUFM	AMIENS
RODRIGUEZ	ANNIE	IUFM DE CRETEIL	CRETEIL
SALAMA	LINDA	IUFM DE QUIMPER	RENNES
SALIN	MARIE-HELENE	IUFM ANTENNE DE CAUDERAN	BORDEAUX
SIGRIST	JEAN-LOUIS	IUFM	STRASBOURG
SOSSA	LILIANE	IUFM CENTRE DE MELUN	CRETEIL
SOUMY	JEAN-GUY	IUFM SITE DE GUERET	LIMOGES
TAVIGNOT	PATRICIA	IUFM DE ROUEN	ROUEN
THIRION	MAURICE	IREM DE PICARDIE	AMIENS
THOMAS	BERNADETTE	Inspection de l'Educ. Nat.	AMIENS
TOURNIER	PIERRE	IUFM	CRETEIL
VERGNES	DANIELLE	IUFM	VERSAILLES
VINCENT	JEAN	IUFM	REIMS
VINCENT	BERNADETTE	UNIVERSITE DE PROVENCE	AIX-MARSEILLE
WAFFELAERT	LYDIE	COLLEGE LES TERRIERS	AMIENS
WOROBEL	MICHEL	IUFM	DIJON