XVIIIème Colloque inter-IREM

des professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres

ACTES

NICE 21-22-23 mai 1991

BESANÇON 25-26-27 mai 1992.

XVIIIème Colloque national des professeurs d'Ecole normale (Nice 1991)

XVIII^{ème} Colloque national des professeurs d'Ecole normale

NICE

21-22-23 MAI 1991

PARTICIPANTS

NOM-PRENOM	FONCT.	ETABLISSEMENT	ADRESSE PERSONNELLE
ADJIAGE Robert	P.E.N.	E.N. de Sélestat	25 domaine de l'Ile 67400 ILLKIRCH
AUBERTIN Jean-Claude	P.E.N.	E.N. de Fort Griffon	13 rue de l'Etoile 25660 SAONE
AUCAGNE Jacques	P.E.N.	E.N. de Chartres	5 rue de la ruette 28300 AMILLY
BATHELOT Gilles	I.E.N.	I.EN. Gourdon	Av. Léon Blum 12300 DECAZEVILLE
BEAUFORT Dominique	P.E.N.	E.N. de Chartres	16 bd de la courtille 28000 CHARTRES
BENINCA Marie-Hélène	P.E.N.	E.N. d'Aix-en-Provence	La Ginestelle, 5 allée d'Estienne d'Orves 13090 AIX-EN-PROVENCE
BETHERMIN Marie-Claire	P.E.N.	IUFM, centre "Les Templiers" Arras	14 rue Boisleux 62173 FICHEUX
BOLON Jeanne	P.E.N.	E.N. de Versailles	118 clos St Vigot Bât 1 78220 VIROFLAY
BOSC Renée	P.E.N.	E.N. rue Molitor, Paris	10 rue Georges de Porto Riche 75014 PARIS
BREGEON Jean-Luc	P.E.N.	E.N. de Moulins	La croix de la Faloterie 03400 YZEURE
BRISSIAUD Rémi	P.E.N.	E.N. de Cergy	25 rue du Gay Savoir Les Huttes Blanches 95220 HERBLAY
BUTLEN Denis	P.E.N.	E.N. de Melun	2 rue Aubriet 92420 VAUCRESSON
BROUSSEAU Guy	M.C.	Université de Bordeaux	IREM de Bordeaux 40 rue Lamartine 33400 TALENCE
CASEL Roland	P.E.N.	E.N. de l'Eure	2 rue Raymond Queneau 27930 GUICHAINVILLE
CATHALIFAUD Robert	P.E.N.	E.N. de Limoges	20 allée de Villagory 87000 LIMOGES
CHERASSE Jean-Paul	I.M.F	E.N. de l'Allier	42 rue du progrès 03000 MOULINS`
CHEVALIER Marie-Claude	P.E.N.	E.N. de Cahors	Lapacelle 46000 CAHORS
COUCHOURON Jean-François	P.E.N.	E.N. du Mt St Aignan	28 résidence la Madeleine 76230 BOIS GUILLAUME
COURRIERE Michel	P.E.N.	E.N. de Nice	25 av. Désambrois 06000 NICE
DEBU Patrick	P.E.N.	E.N. d'Avignon	24 av. V. Hugo 13100 AIX-EN-PROVENCE
DELORD Robert		Collège La Roche Beaulieu	Résidence cachepurII 11 rue du pont Jachet 24000 PERIGUEUX
DEPLANQUE Jocelyne	I.M.F	Ecole annexe Raoul François , Arras	32 bis rue de Bapaume 61121 ACHIET LE GRAND
DESCAVES Alain	P.E.N.	E.N. de Beauvais	6 rue Rameau 60300 SENLIS
DOUADY Régine	M.C.	IREM de Paris 7	IREM de Paris 7 2 place jussieu 75005 PARIS
DOUEK Nadia	P.E.N.	E.N. de la Manche	1 rue J. Boucard 50000ST LO
DROUHARD Jean-Philippe	P.E.N.	E.N. de Cergy	16 rue V. Hugo 92120 MONTROUGE

DUBOIS Liliane	P.E.N.	E.N. d'Amiens	35 rue de la fontaine 80160 LOEUILLY
DUSSUC Marie-Paule	Prof. de Maths Info en E.N.	E.N. de Bourg-en-Bresse	15 allée Vincent Benony 01000 BOURG-EN-BRESSE
DUVAL Alain	P.E.N.	E.N. de la Gironde	16 rue des Jonquilles 33290 BLANQUEFORT
FARGE Colette		IUFM de Grenoble	11 rue de la grange 38240 MEYLAN
FILIPPI Jean	P.E.N.	E.N. de Draguignan	Chemin de Ste Cile 83300 DRAGUIGNAN
FREMIN Marianne	P.E.N	E.N. d'Antony	11 rue des Migneaux 91300 MASSY
GAUDELET Nicole	I.E.N.	Inspection Départementale Les Iris	34 av. Général Leclerc 91120 PALAISEAU
GERENTE Monique	P.E.G.C.	Greta Centrisère	Aux Combes 38870 ST PIERRE DE BRESSIEUX
GERMAIN Gilles	M.C.	Université de Lyon I	28 rue Léon Fabre 69100 VILLEURBANNE
GODINAT Françoise	P.E.N.	E.N. d'Auxerre	40 rue du Bois , La Chapelle le Bas 89290 VENOY
GOUDIN Philippe	P.E.N.	E.N. d'Alençon	19 rue du château 61000 ALENCON
GRANGEAT Michel	I.M.F.	Ecole d'application Caffe, Chambéry	47 square Elsa Triolet 73000 CHAMBERY
HOUDEMENT Catherine	P.E.N.	E.N. du Mt St Aignan	2 résidence les Charmes 76240 BIHOREL
HUGUET François	P.E.N.	E.N. de Quimper	Men Fouès, route du Pont Quéau 29000 QUIMPER
JULIEN Henry	P.E.N.	E.N. de d'Orléans	12 rue de Mme de Sévigné 45100 ORLEANS
KUZNIAK Alain	P.E.N.	E.N. de l'Eure	79 bd du Jardin l'Evêque 27000 EVREUX
LABRUNIE Nicole	P.E.N.	E.N. d'Antony	42 av. Maréchal Foch 92260 FONTENAY AUX ROSES
LALLEMENT Marie-Hélène	P.E.N.	E.N. de l'Oise	34 rue Pierre Jacoby 60000 BEAUVAIS
LAMANT Mireille	P.E.N.	E.N. de la Gironde	68 rue de Bel Orme 33000 BORDEAUX
LANGUEREAU Hombeline	P.E.N.	E.N. du Mt St Aignan	10 rue Robert de Thorigny 76130 MONT St Aignan
LATAPIE Michel	P.E.N.	E.N. de la Guadeloupe B.P. 399 97110 Pointe à Pitre	26 cité Faraux 97190 LE GOSIER
LAVILLUNIERE Michel	P.E.N.	E.N. de Val d'Oise	52 rue Pampre d'or 95800 CERGY
LEBRETON Jean-Claude	P.E.N.	E.N. de Blois	14 chemin de maison verte 41120 CELLETTTES
LE COUTALIER Ferande	P.E.N.	E.N. de Nantes	La Goupillere 44260 SAVENAY
LEDUC Christian	P.E.N.	IUFM centre de Lilles	210 rue de la Bruyère 59230 ST AMAND
LEGER Didier	P.E.N.	E.N. de Laon	9 rue Bonnot 02000LAON
LE POCHE Gabriel	P.E.N.	E.N. de Rennes	23 allée Rosenthal 35760 MONTGERMONT
LETHIELLEUX Claire	P.E.N.	E.N. des Batignolles	14 rue Friant 75014 PARIS
LEVELUT Mireille	P.E.N.	E.N. du Mt St Aignan	23 rue de la êtrée 76240 BIHOREL
LIPP Gérard	P.E.N.	E.N. de Guebwiller	11 rue de Dietwiller 68440 ESCHENTWILLER

MARTIN-RAMOS Michèle	P.E.G.C.	Collège d'Aucamville	10 rue Donnée 81600 GAILLAC
MASSELOT Pascale	P.E.N.	E.N. de Seine et Marnes	5 chemin de la Croix neuve 77850 HERICY
MERIGOT Michel	M.C.	IREM de Nice	14 bd Prince de Galles 06000 NICE
MINET Ghislaine	P.E.N.	E.N. de l'Oise	47 rue de Taverny 95550 BESSANCOURT
MYX André	P.E.N.	E.N. de Lyon	9 bis rue capitaine Ferber, E 69300 CALUIRE
NOEL Christian	P.E.N.	E.N. de Cergy	13 allée des Eiders 75019 PARIS
ORTOLLAND Danielle	P.E.N.	IUFM de Lille	19 rue du Bas 59134 LE MESNIL
OYALLON Jean-Louis	P.E.N.	E.N. de Pau	9 av. Beausoleil 64430 BIGANOS
OZOUF André	P.E.N.	E.N. de Coutances	6 rue François le Conte 50190
PAPADOPOULOS Jacques	P.E.N.	E.N. du Val d'Oise	7 rue de Vauréol 95000 CERGY
PEAULT Hervé	P.E.N.	E.N. d'Angers	167 bd de Strasbourg 49000 ANGERS
PEDROLETTI Jean-Claude	P.E.N.	E.N. de Fort Griffon Besançon	28 rue H. Baigue 25000 BESANCON
PELE Colette	Certifiée maths	Lycée G. Fauré, Paris	16 rue Fagon 75013 PARIS
PELTIER Marie-lise	P.E.N.	E.N. du Mt St Aignan	5 allée Sacha Guitry 76240 BIHOREL
PETIT Serge	P.E.N.	E.N. de Colmar	rue de Liepvrette 67600 SELESTAT
PLANE Henry	Retraité (agrégé)		23 rue de la Brèche aux loups 75012 PARIS
PORCEL Nicole	P.E.N.	E.N. de Lons-le-Saunier	520 c rue du Dr J. Michel 39000 LONS-LE-SAUNIER
PORTES Pierrette	IMFAEN	Ecole d'Application E.N. de Cahors	Flaujac Poujol 46000CAHORS
PUPIN Cathy	Certifiée maths	Collège Risso, Nice	15 av. Scudéri 06100 NICE
QUINQUIS Nöelle	P.E.N.	E.N. de Quimper	Kervant 29750 LOCTUDY
REYNES Francis	Certifié maths	Collège Grand Air, Arcachon	Résidence plein ciel, 50 bis bd Deganne 33120 ARCACHON
RIGAL Françoise	IMFEAN	I.E.N. de Gourdon	27 av. de Toulouse 46000 CAHORS
RIMBAULT Claude	P.E.N.	E.N. de St Brieuc	Place des Monts d'Arrée 22440 PLOUFRAGAN
RINALDI Anne-Marie	P.E.N.	E.N. de Beauvais	9 rue Beauregard 60000 BEAUVAIS
SALIN Marie-Hélène	P.E.N.	E.N. de la Gironde	12 rue Testaud 33700 MERIGNAC
SIGRIST Jean-Louis	P.E.N.	E.N. de Guebwiller	2 rue des Vosges 68420 HERRLISHEIM
SOSSA Liliane	P.E.N.	E.N. DE MELUN	17 RUE DE NANGIS 77240 CESSON
SOUCHE Christian	P.E.N.	E.N. DE PAU	4 rue de l'Estibète Coarraze 64800 NAY
SOUMY Jean-Guy	P.E.N.	E.N. de Guéret	Masbaraud 23400 BOURGANEUF
SUCH Simone	P.E.N.	E.N. de Versailles	2 rue Emile Deschamps 78000 VERSAILLES
TINLAND Mireille	P.E.N.	E.N. de St-Etienne	83 cours Fauriel 42100 ST-ETIENNE

TOURNIER Gérard	P.E.N.	E.N. d'Albi	10 rue Emile Roux` 81160 ST JUERY
VAUDAY Josette	P.E.N.	E.N. de Molitor, Paris	248 rue de la Convention 75015 PARIS
VICENS Pierre-Yves	P.E.N.	E.N. Livry Gargan	110 rue Solférino 92700 COLOMBE
CORRIEU Louis	I.G.		

LISTE DES GROUPES

GROUPES A:

A1 - Problèmes ouverts à l'école et au collège. Quelle utilisation en formation ?
(Gilles GERMAIN)
A2 - Relecture des documents didactiques élaborés lors du stage de Cahors.
(Marie-Claude CHEVALIER)
A3 - Analyse des projets de formation par cycle à l'école élémentaire.
(Simone SUCH)
A4 - La géométrie à l'Ecole et au Collège.
(Robert DELORD)
A5 - Situation d'aide aux élèves en difficultés et gestion de la classe associée.
(Denis BUTLEN)
A6 - Topologie et Informatique dans les cycles d'apprentissage.
(André MYX)

GROUPES B :

B1 - Les stratégies de compréhension - production d'écrits mathématiques en résolution de problèmes.
(Alain DESCAVES)
B2 - Calcul réfléchi au C.P..
(René BRISSIAUD)
B3 - Analyse de tests d'évaluation CE2 - 6ème.
(Jean-Philippe DROUHARD)
B4 - Mathématiques et Informatique.
(Pierre-Yves VICENS)
B5 - La proportionnalité à l'école et au collège.
(Francis REYNES et Monique GERENTE)
B6 - Epistémologie et Didactique.
(Danielle ORTOLLAND)
B7 - Utilisation de l'Histoire des Mathématiques.
(Henry PLANE)

Les Cycles

GROUPE ANIME PAR S. SUCH

La mise en place des cycles concerne tous les enseignants et les formateurs du premier degré. Elle peut-être une excellente motivation pour une relance de la formation continue et une collaboration étroite entre les différents partenaires.

L'objet de cet atelier est d'établir un échange entre formateur, à propos de ces cycles, sur:

- les différents points de vue
- les conséquences sur la formation initiale et continue des enseignants
- les travaux mis en place dans les EN
- les projets
- etc

Premier jour

Echange des différents points de vue et des expériences faites dans les Ecoles

Dans certains centres, des stages de formation continue ont été proposés sur la mise en place des cycles à l'Ecole Maternelle et Elémentaire (Besançon, Avignon, Paris-Auteuil...)

Dans la plupart des cas, les PIUFM ayant assez peu d'information à donner sur les cycles, ont utilisé ces stages pour faire une information sur les liaisons entre niveaux, en particulier sur l'articulation GS-GP.

D'autres formes de travail ont été mises en place, par exemple :

- des rencontres régulières avec des conseillers pédagogiques, le samedi matin (Chartres)
- des réunions hebdomadaires avec les I.F.M. d'un même cycle (Versailles).

Dans tous les cas, on a constaté la nécessité d'une liaison effective entre le terrain et l'IUFM, liaison toujours fructueuse, indispensable, mais qui malheureusement est parfois rendue impossible.

Outre le fait d'avoir été à l'origine de certains stages ou groupes de travail, la mise en place des cycles, en précisant les compétences à atteindre à tous les niveaux a permis de remettre l'accent sur des points importants comme la géométrie et les compétences transversales.

La question de l'évaluation est moins claire, formative pour certains, elle devra permettre aux instituteurs de repérer les compétences des enfants et de leur proposer des activités adaptées, outil lourd et dangereux pour d'autres, elle risque de produire exactement l'effet contraire à ses intentions, c'est-à-dire de cataloguer les enfants dans des catégories dont ils ne pourront que difficilement sortir.

Ce problème de fond nous ramène au concret des choses : **comment organiser ces cycles?**

Il n'est pas forcément question d'organiser des groupes de niveau. Chaque instituteur a l'expérience d'enfants travaillant à des rythmes différents et le problème est la gestion de cet état de fait. Les PIUFM devront se garder d'un discours trop général, tandis que les maîtres auront à assurer la pratique de la réforme. Là encore, surgit la nécessité d'un travail des PIUFM sur le terrain.

DEUXIEME JOUR

On essaie de se recentrer sur les cycles.

Pour suivre l'évolution des élèves, centrer sa pédagogie sur l'élève, il faut des repères. La mise en place des cycles suppose qu'on définisse ces repères.

Simone SUCH propose comme point de départ les grilles d'évaluation des connaissances qu'elle a élaborées, à titre expérimental, avec des IMF et des instituteurs en stage de formation continue (grilles en annexe).

Un débat s'engage sur l'opportunité de ces grilles.

- Certains considèrent que cela implique une conception trop comportementaliste et fait de l'apprentissage un processus continu.
- D'autres considèrent qu'il est difficile de dire qu'une notion est définitivement acquise.
- Peut-on faire un inventaire détaillé des compétences exigibles à un certain niveau ? Ne peut-on pas se contenter d'un inventaire global ?
- A force de ne jamais accepter de définir des repères, de rester dans les généralités, on arrive à des différences énormes de niveaux selon les exigences des enseignants, ce sont les élèves qui bien souvent en font les frais. Peut-on alors parler d'égalité des chances ? Il faut une base de travail. Tous les programmes sont maintenant définis en précisant bien les domaines d'activités et d'exigibilité. Il faut apprendre à se situer. Les classes sont naturellement hétérogènes, l'absence de référence accroît cette hétérogénéité. Au-delà d'un certain seuil ce n'est plus vivable.

Ce n'est parce que l'enseignant dispose de référence pour conduire sa pédagogie qu'il ne doit pas s'adapter à ses élèves, prendre en compte leurs différence.

Les évaluations mises en places en 1989 ont permis de recentrer leur pédagogie sur certains points importants tels que la géométrie, l'usage de tableaux...

Le groupe analyse alors les grilles et propose quelques modifications en particulier sur la géométrie et l'organisation de l'espace. Les grilles données en annexe tiennent compte des remarques.

QUELQUES ECHANGES, SOUHAITS ET REMARQUES COMPLEMENTAIRES

Les inquiétudes de certains :

L'organisation en cycles ne risque-t-elle pas de faire trop de groupes à plusieurs niveaux ?

L'expérience que l'on a des classes à plusieurs niveaux montre que souvent les performances des enfants y sont moins bonnes. On a tendance à individualiser exagérément le travail (fiches...), alors que le groupe classe est un facteur d'évolution indispensable.

Il arrive que dans des classes à plusieurs niveaux, on bénéficie de l'aide de parents coopératifs, ce qui semblent dangereux à certains. L'enseignement est un métier, les soutiens devraient être assurés par les enseignants eux-même.

Des propositions

On peut imaginer, à l'intérieur d'une classe ou d'une école une structure souple permettant de temps en temps le passage d'un niveau à l'autre.

Il ne s'agit de ne pas laisser à l'écart certains élèves, ne pas abandonner les plus faibles, ne pas freiner ceux qui peuvent aller plus loin et plus vite.

Ceux qui refont un exercice incompris pendant que les autres vont plus loin sur le même sujet se trouvent de plus en plus distancés par le reste de la classe. Les blocages ne sont pas forcément levés parce que l'on passe plus de temps sur une notion. L'exercice peut être formulé ou abordé autrement.

Les points nouveaux qui apparaissent dans le document sur les compétences en fin de cycle comme le traitement de l'information donnent à réfléchir car nous ne sommes pas habitués à repérer ce type de compétence. Quand on demande à un enfant de formuler sa trop d'exigences pourraien nuire à la recherche. Il faut savoir adapter les exigences aux possibilités des élèves. Des divergences apparaissent dans le groupe quand on demande à chacun de préciser ses exigences, d'où la nécessité de définir des repères!

De toute évidence, la question de la formulation est de première importance et nécessite un travail spécifique. Il s'avère que toute la difficulté que l'on aura contournée, pour éviter d'y faire face, ressortira plus tard. La difficulté dans la formulation de certaines notions provient aussi du fait qu'elles sont mises en place à un moment où l'enfant ne peut pas la dominer, ou ne dispose que d'un modèle de résolution très réducteur, qui ne lui laisse pas le choix de la méthode.

Il faudrait en tenir compte lors de l'évaluation des compétences.

Rapport de S.SUCH (animatrice) et de Joelle Vaudray (secrétaire du groupe).

ANNEXES
PRESENTATION DU DOCUMENT

Ce document se compose de deux grandes parties :

Première partie

- les **tableaux des compétences exigibles en fin de cycle** à l'école primaire

Deuxième partie

- un **document non officiel** élaboré pendant l'année scolaire avec différents groupes d'enseignant. Ce document a pour but de faire apparaître l'évolution des acquisitions en mathématiques, de la Maternelle au CM2.

I - Tableaux des compétences exigibles en fin de cycles

Pour adapter l'enseignement au rythme de chaque élève et définir ses durées de parcours dans chacun des cycles, **il faut définir des repères.**

Le premier tableau est consacré aux **compétences transversales** (évaluables en mathématiques), les deux autres aux **compétences spécifiques aux mathématiques.**

Ces compétences sont classées par rubriques :

Problèmes
Numérations
Opérations
Fonctions numériques, graphiques, tableaux ...
Géométrie
Mesure

La colonne **Apprentissages premiers** correspond :
- à la section des petits et moyens de l'école maternelle
- et peut-être encore à une partie de celle des grands.

La colonne **Apprentissages fondamentaux** correspond :
- à la section des grands (pour partie),
- au CP,
- au CE1

La colonne **Approfondissements** correspond :
- au CE2
- aux deux années de l'ancien cycle moyen.

Tableau des compétences transversales

	Apprentissages premiers	Apprentissages fondamentaux	Approfondissements
Chercher des informations	--à l'oral *(questionnement)* --à l'écrit : *(images, dessin ...)* -- lire un tableau ; -- lire un plan très simple.	--à l'oral - à l'écrit *(image, texte)* --lire: tableau, graphique, indicateur horaire, notice, manuel.	--à l'oral, à l'écrit (seul ou en groupe) - lire: tableau, graphique, plan, carte, schéma --consulter, utiliser: fichier, dictionnaire annuaire, Table des matières lexique. -- pouvoir utiliser: magnéto, minitel...
Restituer des informations	-Raconter -Décrire (action, manipulation) -Rendre compte d'un travail.	-Raconter une visite (oral ou écrit) -Décrire une manipulation (oral ou écrit) -Faire un compte-rendu (oral, écrit, tableau, schémas)	-Analyser, synthétiser l'information recueillie: * retrouver des étapes : (texte ou récit) * sélectionner les informations utiles * préciser les éléments caractéristiques -Exposer (oral ou écrit) l'information recueillie. -Argumenter, justifier ses choix, ses hypothèses. -Communiquer ses démarche et résultats intermédiaires.
Exercer la mémoire	Comptines, textes très courts, chants.	Textes courts " tables d'addition " Calcul mental	Tables de multiplication Calcul mental Vocabulaire spécifique
Acquérir des méthodes de travail	-Fixer son attention et observer. -Se concentrer sur une tâche. -Gérer son temps. -Rechercher le soin et la qualité de la présentation d'un travail. -Respecter une organisation.	--Mener une activité à son terme. -Appliquer des consignes de disposition d'un travail (soin, mise en page ...) -Dans une situation de recherche, savoir : * émettre des hypothèses * faire des choix, * contrôler ses réponses.	-Elaborer un modèle abstrait pour traduire ou interpréter une situation. -Dégager des règles. -Faire un schéma; -Organiser son travail (leçon, exposé, cartable) -Gérer son temps. -Présenter son travail.
Respecter des règles de vie	-Ecouter. -Faire attention. -Respecter les autres -Comprendre,accepter des jeux à règles: *Transformer des règles; *Inventer des règles.	-Ecouter les autres. -Respecter des règles de vie au sein de la classe. (rester correctement assis lorsque la tâche l'exige.)	L'élève sera capable de comprendre et de respecter à l'école et hors de l'école les règles de vie qui auront été développées à l'école.

	Apprentissages premiers	Apprentissages fondamentaux	Approfondissements
Problèmes	- **Poser et Résoudre un problème** ;compétence à mettre en oeuvre dans toute activité scientifique ; Au cycle des apprentissages premiers, l'enfant doit pouvoir mettre en oeuvre des stratégies de tâtonnement pour trouver des solutions aux problèmes qui lui sont posés.	--**Analyser des problèmes** de recherche simples. -**Choisir** les données nécessaires à leur résolution . --**Mobiliser** les connaissances déjà acquises . - **Exposer** clairement les résultats.	-**Reconnaître, trier , organiser et traiter** les données utiles à la résolution d' un problème . --**Formuler sa démarche** (validité d'une solution) . --**Elaborer** *une démarche originale dans un véritable problème de recherche.(Situation-problème) *un questionnement à partir d'un ensemble de données (évaluation au cours d'activités de résolution de problèmes).
Numération	**<u>Mettre en oeuvre une procédure :</u>** --**numérique** (dénombrement, reconnaissance globale de certaines quantités) ;ou --**non numérique** (correspondance terme à terme) . **<u>pour</u>** ***réaliser** une collection ayant le même nombre d'objets qu'une autre collection . ***comparer** des collections ***partager** des collections ***distribuer**, des collections	--**Connaître , maîtriser** les nombres entiers jusqu'à 1 000. --**Ordre:** *Connaître la suite des nombres *Ranger des nombres (ordre croissant ou décroissant) *Utiliser des nombres pour repérer des positions sur une ligne graduée . --**Désignation** ***Mettre en oeuvre des procédures**: *<u>groupements ou échanges par dizaines et centai - nes</u>* (codage d'une quantité) ***Comprendre la signification des différents chiffres** de l'écriture d'un nombre ***Maîtriser des suites écrites** et orales ,...	--**Ecrire , nommer les nombres entiers et décimaux,** *Passer d'une écriture à une autre *Associer écriture littérale et écriture chiffrée . *Connaître la signification de chacun des chiffres . *Savoir décomposer ces nombres suivant les puissances de 10 . *Comparer, ordonner (ranger), encadrer, intercaler . --**Employer quelques écritures fractionnaires** . (demi , tiers , quart) --Passer d'une écriture décimale à une écriture fractionnaire et inversement .
Opérations	-**Utiliser des procédures de calcul**, avec le seul recours aux nombres --**Résoudre** des problèmes liés à l'augmentation ou à la diminution de quantités	--**Avoir mémorisé les " tables d'addition "** --**Calcul réfléchi :Savoir élaborer** (mentalement ou avec l'aide de l'écrit), **le résultat de certains calculs** additifs, soustractifs, multiplicatifs, sans recourir aux techniques opératoires usuelles . --**Maîtriser la technique opératoire de l'addition** .(seule technique exigible) --**Savoir utiliser une calculette .**	--**Maîtriser** : addition , soustraction , multiplication des nombres entiers ou décimaux . --**Maîtriser** : division euclidienne (avec quotient et reste) de 2 entiers . --**Reconnaître les problèmes** qui relèvent des opérations évoquées .ci-dessus ; -**Utiliser la calculette** .

Remarque :
Al'issue du cycle des apprentissages, l'addition est la seule technique exigible.
Les techniques de la soustraction et de la multiplication sont en cours d'acquisition.

Topologie Graphiques Tableaux Fonctions numériques etc	-Reconnaitre par les différents sens . -Discerner des analogies et des différences . (formes, couleurs, grandeurs) -Se situer dans un espace (intérieur, extérieur,ouvert, fermé , etc) -Dessiner, représenter . (classe, cour, chemin), -Prendre des repères et les codifier à l'aide de symboles divers .	**-Savoir calculer quelques** doubles et moitiés . **-Savoir utiliser les relations entre nombres ,** comme 5 ,10 , 25 , 50 , 100 .	- Etre capable d'utiliser **quelques fonctions numériques** : (Dans certaines situations, identifier les variables en relation) . **- Lire,construire,interpréter** quelques schémas simples : **tableaux , diagrammes , graphiques .** **-Reconnaître une situation de proportionnalité** et la traiter par les moyens de son choix . Utilisation de la règle de trois ou autre procédé .
Géométrie	-Identifier des **propriétés d'objets** en vue de * les comparer * les trier * les classer * les ordonner **-Se situer et se repérer** dans l'espace, coder et décoder un déplacement. **-Situer, repérer et déplacer des objets** par rapport à soi ou par rapport à des repères fixes . En toute occasion , **l'enfant doit être mis en situation d'acquérir un vocabulaire simple et précis** (accès au langage scientifique notamment).	**-Savoir reproduire et décrire :** ***quelques solides simples** (cube , pavé) ***quelques figures** (carré, rectangle, triangle) **en utilisant des techniques** diverses. (calque, pliage, découpages) et quelques **instruments .** (règle, équerre, gabarits .)	**-Reproduire, décrire** * quelques **solides** usuels : cube, parallélépipède rectangle. * quelques **figures planes** : cercle, parallélogramme, carré, rectangle, losange, triangle, . **-Identifier ces figures** dans une figure plus complexe . **-Reconnaître les axes** de symétrie d'une figure plane . **-Savoir compléter une figure** par symétrie ou translation . **-Savoir utiliser les outils** usuels : papier calque, pointé ou quadrillé, règle, équerre, compas, gabarits . -Appliquer quelques techniques usuelles de tracés (parallèles, perpendiculaires ..) **-Utiliser** à bon escient le vocabulaire précis du programme
Mesure	**-Comparer, mesurer** *des quantités continues , (longueur, capacité, masse). *en utilisant une mesure de référence ou retenue comme telle (mètre-ruban ou baguette de bois).	**-Savoir se servir d'une règle** graduée en centimètres . **-Connaître des unités** usuelles du système métrique pour : * **les longueurs ;** (km , m , cm , mm) * **les masses .** (g , kg .)	-Connaître les unités usuelles de mesure de: longueurs, aires, volumes, masses, durées . -Savoir donner un ordre de grandeur et utiliser une unité appropriée . **-Etre capable de calculer le périmètre et l'aire** d'un carré, d'un rectangle, d'un disque, d'un triangle et savoir utiliser un formulaire .

II - Evolution des connaissances

1 Introduction

Pour comparer les rythmes d'acquisition des enfants, définir une pédagogie adaptée à chacun, savoir si un enfant doit passer moins de temps ou plus de temps dans un cycle, il faut des repères.

L'objet des grilles suivantes est précisément de définir ces repères.Elles constituent un bilan de travail mené avec divers groupes d'enseignants.

2 Présentation des grilles

1° **Thèmes** :

- Nombres 1 et 2 : (lecture et écriture des nombres, connaissances et compréhension).
- Opérations (pour chaque opération : introduction, notation, calcul et savoir-faire)
- Problèmes (le sens des opérations se retrouve dans cette rubrique)
- Géométrie (deux pages)
- Mesure (notion et utilisation)

2° **Les lignes** :

Les savoirs et savoir-faire sont précisés afin d'en fixer l'évolution au fil des différentes étapes de la scolarité élémentaire.

3° **Les colonnes** :

Elles fixent une répartition dans le temps, avec :

-une seule étape pour la petite et la moyenne section de la maternelle
- deux étapes pour la grande section,
- trois étapes pour les autres années.

4° **Les codages** :

? indique le début d'une possibilité d'initiation

1 indique le début habituel de la **phase d'initiation.**
Il marque, soit le début de l'utilisation d'une notion sans mise en place systématique, soit la phase d'introduction, de découverte.
Pendant cette phase, on observe les réactions des enfants : les petits exercices d'application permettent de repérer le niveau de compréhension et d'adapter l'enseignement à la classe.

2 Ce symbole marque le début de la **phase habituelle d'acquisition** systématique.
A la fin de cette période, on peut procéder à une évaluation formative.

3 Ce symbole marque le début de la **phase normale d'appropriation.**
Un évaluation est prévue en fin de première période.

4 Le premier symbole 4 marque le début de la période où **la notion peut devenir exigible.**

Nombre (1)

Nombres 1		Apprentissages										Approfondissements								
Savoir		premiers			fondamentaux															
		P	M	G.S		C.P			CE1			CE2			CM1			CM2		
La comptine jusqu'à	20	?	1		2		3	4												
	30				1	2		3	4											
	70					1	2	3	4											
	100					1	2	3	4											
Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à	10	?	1		2	3	4													
	30		?		1	2	3	4												
	70				?	1	2	3	4											
	100						1	2	3	4										
	1 000							1		2	3	4								
	1 000 000												1	2	3			4		
	au-delà														1	2		3		4
Ecrire les chiffres en respectant les règles usuelles (calligraphie)			?	1	2	3		4												
Ecrire les nombres en chiffres jusqu'à (dictée)	10		?	1	2	3		4												
	30				?	1	2	3	4											
	70						1	2	3	4										
	100						1	2	3	4										
	1 000 (sans zéro)							1	2	3	4									
	1 000 (avec zéro)							1		2	3	4								
	10 000 (sans zéro)											?	1	2	3	4				
	10 000 (avec zéro)											?	1	2		3		4		
	100 000 (sans zéro)												?	1	2		3		4	
	100 000 (avec zéro)												?	1	2			3		4
	au-delà																	1	2	3
Ecrire les nombres en lettres jusqu'à (dictée)	10				?	1	2	3	4											
	30					1	2	3	4											
	70						1	2	3	4										
	100						1	2	3	4										
	1 000							1		2	3	4								
	10 000										1		2	3	4					
	au-delà													1	2		3	4		
Passer de l'écriture : en chiffres à l'écriture en lettres		*Selon les nombres connus*																		
en lettres à l'écriture en chiffres		*Selon les nombres connus*																		

Rappel:

? Initiation possible   1 Initiation   2 Acquisition

3 appropriation   4 Exigibilité

Nombres (2)

Nombres 2			Apprentissages										Approfondissements								
			premiers		Fondamentaux																
Savoir			P	M	G.S		C.P			CE1			CE2			CM1			CM2		
Comparer des collections par correspondance terme à terme (c t à t) ou par comptage	autant (c t à t)		?	1	2	3	4														
	autant (comptage)			?	1	2	3	4													
	transitivité				?		1	2	3	4											
	moins par (c t à t)		?	1	2	3	4														
	plus (c t à t)		?	1	2	3	4														
	moins que (comptage)			?	1	2	3	4													
	plus que (comptage)			?	1	2	3	4													
Reconnaitre globalement des quantités				?		1	2		3	4											
Dénombrer une collection				?		1	2		3	4											
Réaliser une collection ayant	autant d'objets qu'une collection	par correspondance		1	2	3	4														
		par comptage		?	1		2		3	4											
	n.objets	par comptage		?	1		2		3	4											
Comprendre la signification des chiffres	d'un nombre entier						1	2	3	4											
	d'un nombre décimal																1	2		3	4
Compter de	1 en 1 , 10 en 10 ...						1	2	3	4											
	0,1 en 0,1 ; 0,01 en 0,01 ; etc...																1	2		3	4
Maitriser des suites de nombres	orales	entiers				?	1		2		3		4								
		décimaux															1	2		3	4
	écrites	entiers						1		2		3	4								
		décimaux															1	2		3	4
Savoir décomposer un nombre	écriture additive	entier 20+8						1		2		3	4								
		décimal															1	2		3	4
	suivant les puissances de dix	entier 2x10+8									1	2		3	4						
		décimal															1	2		3	4
Utiliser des nombres pour repérer des positions sur une ligne graduée								1		2		3	4								
Comparer deux nombres	entiers			?		1		2		3		4									
	décimaux																1	2		3	4
Ranger des suites de nombres	ordre croissant	entiers					1		2		3		4								
		décimaux															1	2		3	4
	ordre décroissant	entiers						1		2		3	4								
		décimaux															1	2		3	4
Encadrer un nombre	entier entre deux entiers										1			2			3		4		
	décimal entre deux entiers																1	2		3	4
	décimal entre deux décimaux																1	2		3	4
Intercaler un nombre entre deux nombres	entiers							1		2		3	4								
	décimaux																1	2		3	4
Connaître quelques fractions																	1	2		3	4
Passer d'une écriture	décimale à fractionnaire																1	2			3
	fractionnaire à décimale																1	2			3

Opérations

Opérations		Apprentissages										Approfondissements								
		Premiers			Fondamentaux															
Savoir		S.P	SM	G.S		C.P			CE1			CE2			CM1			CM2		
Utiliser des procédures de calcul avec le seul recours aux nombres						*1*			*2*		*3*	*4*								
Les entiers																				
Addition	écritures additives				?	1	2	3	4											
	"tables"						1	2	3	4										
	calcul mental				?		1	2	3	4										
	calcul écrit						1	2	3	4										
	technique							1	2	3	4									
Soustraction	écritures soustractives									1	2		3		4					
	calcul mental									1	2		3		4					
	calcul écrit									1	2		3		4					
	technique sans retenue									1	2		3		4					
	technique avec retenue										1	2		3	4					
Multiplication	écritures multiplicatives									1	2			3	4					
	"tables"									1	2	3			4					
	calcul mental									1	2	3			4					
	calcul écrit									1	2	3			4					
	technique									1	2	3			4					
Division	Sens													1		2		3		4
	Technique															1	2	3		4
	encadrement du quotient															1	2	3		4
Les décimaux																				
Addition	Technique														1		2	3		4
Soustraction	Technique														1		2	3		4
Multiplication	Technique														1		2	3		4
Division																			1	2

Problèmes

Problèmes		Apprentissages										Approfondissements								
		premiers			fondamentaux															
Savoir		P	M	GS		C.P			CE1			CE2			CM1			CM2		
Rechercher des informations dans un	texte				1		2		3			4								
	tableau		?	1		2			3			4								
	dessin	?	1		2		3		4											
	graphique			?	1				2			3			4					
Reconnaître, trier, organiser et traiter les données utiles à la résolution d'un problème		?				1		2		3			4							
Elaborer une démarche		?			1			2			3									
Formuler sa démarche			?			1			2			3								
Elaborer un questionnement			?			1			2			3								
Reconnaître des problèmes relevant de	l'addition				1		2		3			4								
	soustraction							?		1	2		3		4					
	multiplication									1	2		3		4					
	la division													1	2			3		4
	deux opérations							1			2	3			4					
	plusieurs opérations							1			2		3			4				
Mobiliser les connaissances déjà acquises				?		1		2			3			4						
Etre capable d'utiliser quelques fonctions numériques	ajouter										1		2			3		4		
	retrancher										1		2			3		4		
	multiplier												1			2		3		4
	diviser													1			2		3	4
	identifier les va[illegible]													1		2		3		4
Situation de proportionnalité	Reconnaitre																			
	Trouver le coefficient													?	1			2		3
	Appliquer													?	1			2		3
	Utiliser *p1*													?	1			2		3
	Utiliser *p2*													?	1			2		3
Echelle														?		1		2		3
Pourcentage																1		2		3

Situation de proportionnalité, justification de $p1$ et $p2$

$p1$: $f(x+x') = f(x) + f(x')$

$p2$ $f(kx) = kf(x)$

Géométrie (1)

		Apprentissages										Approfondissements								
Géométrie 1		premiers		fondamentaux																
		P	M	GS		C.P			CE1			CE2			CM1			CM2		
Identifier certaines propriétés d'objets	couleur	1		2	3	4														
	forme	?	1	2	3	4														
	grandeur	?	1	2	3	4														
	comparer	?	1	2	3	4														
	classer	?	1	2	3	4														
	ranger	?	1	2	3	4														
Se situer dans l'espace		?	1		2		3		3			4								
Se repérer dans l'espace	dessiner		?	1		2			3			4								
	prendre des repères		?	1		2			3			4								
	coder et décoder		?	1		2			3			4								
Situer des objets par rapport à	soi		?	1		2			3			4								
	des repères fixes		?	1		2			3			4								
Acquérir des notions élémentaires de topologie			?	1		2			3			4								
Savoir décrire	une figure				?		1		2						3			4		
	un solide				?		1		2						3			4		
Savoir reproduire	une figure		?		1		2					3			4					
	un solide		?		1		2					3			4					
Utiliser des instruments	papiers				1		2			3					4					
	calque						1			2			3					4		
	gabarits	?	1		2		3				4									
	quadrillage		?	1			2					3			4					
	règle		?		1	2		3	4											
	équerre									1			2		3			4		
	compas									?			1		2		3			4
Reconnaître des droites	parallèles									1			2		3			4		
	perpendiculaires									1			2		3			4		
Tracer des (techniques)	parallèles										1			2		3			4	
	perpendiculaires										1			2		3			4	
Reconnaître -un axe de symétrie	vertical				?		1				2				3			4		
	horizontal				?		1				2				3			4		
	oblique				?		1						2			3				4
-les axes de symétrie d'une figure											1			2			3			4
Compléter une figure par	symétrie				?					1				2			3			4
	translation				?					1				2			3			4

		Apprentissages										Approfondissements								
Géométrie 2		premiers				fondamentaux														
Savoir		P	M	GS		C.P			CE1			CE2			CM1			CM2		
Reproduire quelques solides	Cube				?		1				2				3			4		
	Pavé				?		1						2			3			4	
	Polyèdres									1				2			3			4
Identifier Reproduire quelques figures planes	Rectangle		?		1		2			3		4								
	Losange		?		1					2						3				4
	Carré	?			1		2			3				4						
	Triangle		?		1		2			3				4						
	Cercle		?		1		2			3				4						
Décrire connaître quelques figures planes	Parallélogramme															1		2		3
	Rectangle						?				1			2			3			4
	Losange						?				1			2			3			4
	Carré						?				1			2			3			4
	Trapèze															1		2		3
	Triangle						?				1			2						
	Cercle						?			1				2						
Identifier les figures dans un environnement complexe	Parallélogramme							?							1		2			3
	Rectangle							1					2			3				4
	Losange							1					2			3				4
	Carré							1					2			3				4
	Trapèze							?								2				3
	Triangle							1					2			3				4
	Cercle							1					2			3				4
Acquérir un vocabulaire simple et précis (accès au langage scientifique) et l'utiliser à bon escient	segment								1			2			3			4		
	point					?			1			2			3			4		
	milieu							?	1			2			3			4		
	droite						?		1			2			3			4		
	perpendiculaire									1			2			3				
	parallèle									1			2			3				
	cercle						?						1			2			3	
	centre						?						1			2			3	
	rayon						?						1			2			3	
	diamètre												1			2			3	
	corde,arc												1			2			3	
	côté		?		1				2				3				4			
	diagonale									1			2			3			4	
	angle						?			1			2			3			4	
	sommet									1			2			3			4	
	droit,plat									1			2			3			4	
	aigu,obtus												1				2			
	bissectrice																		2	
	hauteur																		2	
	base																		2	
	longueur						?				1			2			3			4
	largeur						?				1			2			3			4
	médiatrice																1		2	
	arête						?				1		2			3				
	face						?				1		2			3				

Mesure

Mesure		Apprentissages										Approfondissements								
		premiers			fondamentaux															
Savoir		P	M	GS		C.P			CE1			CE2			CM1			CM2		
Comparer des	longueurs	?	1				2			3		4								
	masses	?	1					2			3	4								
	capacités		?	1				2			3	4								
	aires															1	2		3	4
	durées		?	1				2			3	4								
	volumes															1	2		3	4
Mesurer avec une unité de référence des	longueurs	?		1				2			3	4								
	masses	?		1				2			3	4								
	aires															1	2		3	4
	volumes															1	2		3	4
	durées				1					2				3		4				
	capacités		?		1			2			3	4								
	angles				?					?			?			1			2	
Savoir se servir d'une règle graduée					1			2			3	4								
Connaître les unités du système métrique	longueurs								1		2			3	4					
	masses								1		2			3	4					
	aires															1	2		3	4
	volumes															1	2		3	4
	capacités										1			2			3			4
et usuelles	durées							1			2				3			4		
	angles												1			2				
Savoir donner un ordre de grandeur	d'une grandeur												1			2			3	
	d'un résultat												1			2			3	
Savoir utiliser la bonne unité	longueur							?			1			2			3			4
	masse							?			1			2			3			4
	aire																1		2	3
	volume																1		2	3
	capacité												1		2					3
	durée							1			2			3			4			
Notion de périmètre											?			1			2		3	
Etre capable de calculer le périmètre d'un carré ,d'un rectangle , d'un cercle.															1	2			3	
Etre capable de calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle,d'un triangle , d'un disque .																	1		2	3
Etre capable d'utiliser un formulaire													1			2			3	

Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de la classe associée.

Animateur : Denis BUTLEN Secrétaire : Jean-Claude LEBRETON

Ce compte rendu de groupe comporte deux parties :
- un résumé de l'intervention effectuée par Denis Butlen sur la recherche qu'il a menée, avec Monique Pezard, en 1989 -1990 : un travail avec une classe d'élèves d'un CE2 défavorisé de Melun (ce travail prolonge celui commencé il y a 2 ans avec des élèves de 6° en difficulté (1)) ;
- un résumé du débat qui a suivi entre les participants.

I) PRESENTATION DE LA RECHERCHE

1) Un essai de définition de l'élève en difficulté au CE2. Une stratégie de remédiation.

Afin de diagnostiquer l'état de difficulté des élèves, ce CE2 a été testé dans le cadre de l'évaluation nationale CE2 du 1er octobre1989.

Un essai de définition en terme de contenus de l'élève en difficulté au CE2

L'analyse des résultats tant nationaux que locaux nous amène à penser qu'un élève en difficulté générale en mathématiques en début de CE2 est un élève qui échoue massivement aux items réussis à plus de 80% nationalement.

Analysons les résultats de 1989, et en particulier, déterminons les items réussis à plus de 80%.

Nous constatons que les items réussis à plus de 80% portent sur :

-1- l'écriture des nombres à trois chiffres en lettres et en chiffres, cette écriture ne doit pas comporter trop "d'irrégularités", ainsi 609 est plus mal réussi.

-2- Ranger des nombres de deux et trois chiffres par ordre croissant .

-3- Placer des nombres sur la droite numérique (représentée conventionnellement sous forme d'une ligne droite).

-4- Comparer des nombres écrits sous formes additives ou soustractives simples (notons toutefois que les erreurs sont plus importantes quand les écritures sont "trop proches", trop "semblables").

-5- savoir effectuer des additions en ligne et sans retenue (87,1%) ou posées avec (77,4%, 79,2%) et sans retenue (92,7%).

-6- reconnaître et résoudre un problème additif comportant deux données (par contre un problème additif comportant trois données n'est réussi qu'à 74,6% en 1989).

-7- Comparer des bandelettes en prenant en compte leur longueur

8- Tracé de dessins simples et conventionnels sur quadrillage, repérages simples sur quadrillage. Il s'agit de tracer sur quadrillage une figure translatée ou compléter par symétrie une figure (ne comportant pas trop d'obliques), ou encore de décoder, sur quadrillage, un chemin (le départ de celui-ci n'étant pas trop difficile).

-9- Lire un tableau à double entrée.

Il semble donc que l'élève en difficulté au CE2 n'a pas acquis les contenus normalement exigibles en fin de CP, voire au début du CE1.

Nous pensons que, pour suivre normalement une classe de CE2, un élève doit de plus avoir maîtrisé les notions suivantes :

- les écritures simples additives, soustractives et multiplicatives liées à la numération décimale des nombres à trois chiffres.
- la technique opératoire de l'addition,
- les notions de classement et de rangement de longueurs et les durées.

Cette analyse pourrait laisser entendre qu'un élève de fin CE1 doit seulement avoir acquis les notions du programme de CP. La réalité est toutefois plus compliquée. La maîtrise des notions du CP suppose leur réinvestissement dans des contextes plus complexes : reconnaissance de modèles non additifs, tri et sélection de données...

Dans le CE2 concerné, les 2/3 des élèves ne maîtrisent pas les savoirs de CP.

Cette recherche a permis de compléter le profil d'un élève en difficulté amorcé dans la recherche précédente (1) :

Il se caractérise par un manque de capitalisation se traduisant par une difficulté à mémoriser vocabulaire et propriétés, à retenir le cours. Ce manque se double d'un manque de fiabilité dans les connaissances anciennes et d'une absence de méthodes.

L'élève en difficulté n'identifie pas les enjeux des situations didactiques, il ne manifeste pas de projet implicite d'apprentissage et de réinvestissement : en effet, pour bien bénéficier des phases d'institutionnalisation, un élève doit, dès la présentation du problème, penser celui-ci en terme d'apprentissage. Il doit anticiper sur les actions et les formulations. Nous avons constaté que l'élève de 6ème en difficulté est souvent incapable de cela et qu'il existe notamment un divorce entre les phases d'action et les phases d'institutionnalisation.

D'autre part, nous observons une usure rapide des situations liée à un manque d'investissement et à une lassitude très rapide.

De plus l'élève en difficulté recherche systématiquement des algorithmes ou des règles.

Il a du mal à changer de points de vue, de cadres.

A cela se rajoutent des difficultés d'expression, de langage, de lecture, une mauvaise représentation de soi, un refus fréquent du travail en groupe, un manque d'autonomie se traduisant par la recherche d'une relation privilégiée avec l'adulte enseignant.

Un élève en difficulté ne présente pas forcément tous ces caractères en même temps, mais on peut constater une aggravation due au temps et à l'accumulation. On peut faire l'hypothèse qu'il existe des seuils. De plus on ne peut parler d'un seul critère de difficulté mais plutôt de convergence de critères.

l'enseignant d'une classe en difficulté

Il est souvent impliqué dans deux types de cercles vicieux :

Simplification des situations et enclenchement d'un premier cercle vicieux

L'enseignant , face à un élève qui :

- ne projette pas en termes d'apprentissage l'activité à faire,
- n'arrive pas à prendre en compte tous les cadres intervenant dans une situation,
- ne réinvestit pas dans une situation où se conjugue ancien et nouveau car la situation est trop vite usée,
- ne perçoit pas dans sa globalité le problème,
- manque de méthode pour assumer seul, la résolution globale du problème,
- recherche des règles simples lui permettant de fournir une réponse quelconque,

est amené à :

- simplifier le problème posé à l'élève, souvent à sa demande ou bien en anticipant un risque d'échec donc d'abandon,
- poser des questions intermédiaires dont la réponse ne demande pas une prise en charge du problème général,
- proposer des algorithmes simples de résolution, des règles ou des opérations,
- concentrer son discours sur l'apprentissage de résultats du cours ou de savoir-faire algorithmisés

- réduire les situations à des répétitions d'autres situations non menées à terme, ou à des activités algorithmisées.

De ce fait les élèves ne se représentent pas le problème, ne prennent en compte qu'un seul cadre, etc...

On rentre alors dans un cercle vicieux qui va amener à un appauvrissement des apprentissages et à un renforcement des difficultés.

A cet état de fait s'ajoutent des réflexes réducteurs, en particulier :

- privilégier le domaine numérique au détriment des cadres géométriques ou graphiques,
- les changements de cadres, de points de vue étant difficiles, l'enseignant juge plus sage *"de faire le moins de mélanges possible pour ne pas compliquer davantage les choses!"*

<u>La dévolution du problème et l'enclenchement d'un second cercle vicieux</u>

Nous avons constaté que chez l'élève en difficulté, et cela très jeune, les réponses aux entretiens des élèves de sixième comme de CE2 le montrent, refuse de travailler avec ses pairs et privilégie un rapport non autonome avec l'enseignant.

Il demande toujours au maître de l'aider, de lui expliquer. Il cherche à attirer, voire à confisquer à son profit son attention. Face à l'échec prévisible de l'élève, face, de ce fait, à un risque de démobilisation générale de la classe pouvant déboucher sur des dérapages, l'enseignant va être amené, pour aider l'élève, à le prendre en particulier, à lui expliquer seul à seul.

De ce fait, la socialisation devient encore plus difficile, et le travail autonome ou en groupe plus difficile également.

Si on ajoute à cela, l'impossibilité matérielle pour l'enseignant, de répondre à toutes les demandes des élèves, le cercle vicieux décrit risque très vite de se briser par abandon de l'élève ; la demande affective de ce dernier risque de se transformer en agressivité.

De plus, la dévolution du problème, si on en croit G.BROUSSEAU doit réduire au maximum l'aspect affectif, l'élève ne doit pas remplir sa tâche pour faire plaisir au maître, mais doit y être forcé par les contraintes de la situation. Ce cercle vicieux va à l'encontre d'une telle dévolution.

Cela amène à préciser pour des élèves en difficulté la notion de contrat didactique, en particulier à analyser les effets de contrat (l'effet Topaze, à savoir : donner la réponse ou une partie de la réponse dans la question, est souvent une spécialité des enseignants s'adressant à des élèves en difficulté).

Ces constatations nous ont amené à construire notre expérience en s'appuyant sur les deux idées suivantes : d'une part, pour être efficace, une remédiation doit s'appuyer sur divers modes d'intervention et ne peut se limiter à des interventions au niveau individuel ; d'autre part, la remédiation doit être intégrée à l'apprentissage en cours : une dialectique du réinvestissement et de la réussite doit s'instaurer entre les apprentissages collectifs et le "rattrapage" individuel ou par petits groupes.

2) Hypothèses de recherche

a) Il est possible de construire et de mettre en pratique des situations suffisamment complexes tant au niveau des interventions par petits groupes que collectives. Nous faisons l'hypothèse que les situations d'apprentissage comme de remédiation doivent être suffisamment riches pour que :

- la notion visée se construise avec du sens.
- l'apprentissage ne se réduise pas à celui d'une règle ou d'un algorithme.
- la situation puisse servir de référence dans les apprentissages ultérieurs ou en cours.

b) Il est possible de construire et mettre en pratique des activités de remédiation sous forme de jeux afin de :

- redonner un attrait à certaines notions déjà rencontrées mais non assimilées.
- développer l'investissement de l'élève en se basant sur sa volonté de gagner.
- assurer une communication argumentée entre les différents participants.

La finalité de ces activités est l'apprentissage de notions mathématiques et l'enrichissement des représentations de ces notions.

c) Il est possible de ménager des moments privilégiés où les élèves, après coup, réfléchissent sur ce qu'ils ont fait, sur ce qu'ils ont appris. Il s'agit pour nous de développer une mémoire collective de la classe, cette construction devrait permettre une meilleure mémorisation individuelle de chacun.

En fait, nous avons essayé de construire ce que Marie Jeanne Perrin, dans son article "*réflexions sur le rôle du maître dans les situations didactiques à partir du cas de l'enseignement à des élèves en difficulté*" -texte d'une intervention à PME- appelle "*des situations de rappel*".

En fait, le but poursuivi, à partir d'une dialectique dévolution-institutionnalisation est :
- d'amener, après coup, les élèves à repenser la situation en termes d'apprentissage,
- de leur faire refaire explicitement une partie du chemin que les "bons élèves " ont fait implicitement tout seuls.
- de leur faire prendre en charge, de refaire une partie de la décontextualisation et de la dépersonnalisation.

Ce travail a été conduit au cours de la deuxième année de l'expérimentation.

d) On peut conserver un niveau d'exigences correspondant à un CE2 tant sur les méthodes que sur les performances, malgré les nombreuses difficultés rencontrées. Ces exigences seront explicitées devant les élèves car cela nécessite la passation d'un contrat entre maître et élèves sur des objectifs de réussite ambitieux.

e) Enfin, il est possible d'intervenir sur les conceptions des élèves sur les mathématiques et leur apprentissage. Pour cela nous avons mis au point, dans un premier temps, des entretiens individuels permettant :
- d'une part, de diagnostiquer les conceptions des élèves sur les mathématiques et leur apprentissage ainsi que certaines connaissances mathématiques (technique opératoire de la multiplication et résolution de problèmes),
- d'autre part, d'aider les élèves à mémoriser le travail fait au cours de l'année en mathématiques et de remédier aux difficultés observées
- enfin d'enrichir les conceptions des élèves sur l'apprentissage des mathématiques.

3) Objectifs et dispositif expérimental

Objectifs pour les élèves

1. Permettre à chaque élève, individuellement, de disposer des connaissances et savoir-faire nécessaires (non acquis précédemment) à une scolarité au CE2.
2. Elever le niveau général de la classe afin que les notions en apprentissage au CE2 prennent tout leur sens.
3. Enrichir les conceptions des élèves sur les concepts étudiés au CE2 à partir de situations mettant en jeu des cadres différents.

Pour mettre en oeuvre ces objectifs, nous avons pris en compte les principes suivants :
- s'appuyer sur ce que les enfants savent pour construire des connaissances nouvelles,
- proposer aux élèves des tâches suffisamment complexes pour qu'ils puissent s'approprier les concepts avec leur sens plutôt que de découper leur travail en une succession de petits exercices où il reste peu d'initiative pour l'élève,
- avoir une intervention métamathématique explicite sur la façon dont on apprend les mathématiques.

Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental comprend:

- des moments de diagnostic à l'aide de tests. Le test national "évaluation CE2" (1989) a permis de commencer la remédiation. Au cours de l'année, nous avons mis au point plusieurs tests permettant de juger de l'état des apprentissages et de l'efficacité de notre intervention.

- des interventions auprès de petits groupes sur des thèmes précis, les groupes ayant été formés à partir des résultats du test national.
- des interventions collectives (classe entière) de deux types :
    - la classe est divisée en 3 groupes : chaque groupe est pris en charge par l'un des membres de l'équipe.
    - des séquences devant le groupe classe entier.
- des entretiens individuels.

Dispositif d'évaluation

Pour évaluer l'impact de notre intervention, nous disposons de plusieurs outils.

a) Une série de tests portant sur les apprentissages effectués lors des séances de remédiation, en particulier : nous avons utilisé le test national suivi de trois tests répartis dans l'année et portant sur la numération, la technique opératoire de la multiplication et la résolution de problèmes.

b) Des entretiens individuels (en juin) nous permettant de tester l'impact éventuel de notre intervention sur les conceptions des mathématiques et de leur apprentissage.

c) Les productions des élèves relatant l'évolution de la mémoire individuelle et collective des activités mathématiques pratiquées au cours de l'année.

d) Une classe témoin permettant de comparer les niveaux de connaissances de fin de CE2.

4) Description des activités de remédiation

Choix d'une stratégie de remédiation

Compte tenu du principe énoncé précédemment, à savoir : la remédiation doit prendre diverses formes et doit s'intégrer à l'apprentissage en cours, nous avons proposé plusieurs types de soutien.

- Une remédiation individuelle et urgente

Nous avons décidé d'organiser un soutien par petits groupes, afin de faire acquérir aux élèves en difficulté les notions de CP décrites ci-dessus. A notre avis, aucune intervention ultérieure ne peut être efficace sans cette remise à niveau.

Cette remédiation sera l'occasion de consolider ces notions dans le cadre d'une révision de niveau CE2 (plongement dans un cadre plus difficile).

- Une intervention collective sur les techniques opératoires

Une reconstruction systématique de la soustraction et de la multiplication semble indispensable. Il en est de même pour la notion de mesure des longueurs et pour la géométrie ne faisant pas intervenir un support quadrillé.

- Une résolution de problèmes

Les résultats obtenus sur les items relevant de la résolution de problèmes révèlent un grave manque en ce domaine. Un effort particulier, tant collectif que par petits groupes, devrait être fait sur ce point. Ce serait aussi l'occasion d'une intervention métamathématique.

- Des entretiens seront effectués avec les élèves pour déterminer leurs conceptions sur les mathématiques et leur apprentissage, afin de les enrichir par la suite.

Des exemples de remédiation

Nous avons décidé de relaté ici trois type d'intervention qui nous semblent les plus significatifs de notre recherche, à savoir :

- la remédiation sur la numération,
- les entretiens individuels,
- la création d'une mémoire collective de classe.

a) Remédiation sur la numération

Notre intervention s'est située à deux niveaux, comme nous l'avons annoncé :

(1) Lecture -Ecriture de nombres.
(2) Différentes écritures d'un nombre.

Les séances ont duré une heure environ pendant cinq semaines en novembre et décembre 1989. Elles étaient ainsi réparties :

Groupe 1 :	2 semaines sur le thème (1)
	3 semaines sur le thème (2)
Groupe 2 :	3 semaines sur le thème (2)
Groupe 3 :	2 semaines sur le thème (2)

Après ces 5 semaines de travail, un test a été proposé (voir document 2, en annexe).

Lecture -Ecriture de nombres

Activités proposées :

Nous avons proposé trois types d'activités :

- Dictée de nombres
- Compter, Décompter de 10 en 10 ou de 100 en 100
- Jeux avec des étiquettes représentant des noms de nombres (voir document 2 bis, en annexe).

Compter, décompter de 10 en 10 ou de 100 en 100.

L'exercice est entièrement oral ; les enfants sont interrogés au hasard ; un secrétaire écrit au fur et à mesure la suite des nombres au tableau ; cette activité révèle de grosses difficultés :

Jeux d'étiquettes (voir document 2bis, en annexe)

Des étiquettes avec les noms de tous les mots nécessaires pour écrire la suite numérique jusqu'à 999999 ont été fabriquées :

Différentes écritures d'un nombre

Nous avons proposé différentes activités:
- Jeu du télégramme
- Jeu de mariages (document 3, en annexe)
- Jeu de bataille (document 3, en annexe)
- Jeu de dominos (document 4, en annexe)
- Jeu de dés (document 5, en annexe).

Ces jeux ont été réalisés à partir de cartes faisant intervenir différentes écritures d'un même nombre.

Nous avons volontairement proposé des écritures assez complexes, d'un bon niveau CE2, excluant toute simplification réductrice. Mais nous les avons présentées dans le cadre de jeux (parfois avec un score) pensant que l'aspect ludique et compétitif motiverait davantage les enfants.

Jeu du télégramme

Un nombre est écrit (en chiffres) en haut d'une feuille.
Il faut :
- écrire le nombre d'une autre façon
- plier la feuille
- passer la feuille au voisin : celui-ci ne doit voir que la dernière écriture.

Remarque : il est possible de simplifier ce jeu en demandant de trouver différentes écritures d'un nombre (au moins dix) et de les écrire sur le cahier. C'est d'ailleurs cette organisation qui a été retenue par la suite.

Bilan : pour chaque nombre il s'agit de répertorier les différentes écritures trouvées, en pointant les erreurs éventuelles. Le maître peut, selon les cas, rajouter des écritures multiplicatives.

Jeu de bataille et de mariages, document 3, en annexe)

Les élèves doivent respecter les règles classiques.

En fait, lors du jeu de bataille, les enfants évaluent globalement l'ordre de grandeur du résultat et donc n'utilisent pas les écritures en tant que telles. Par contre, le jeu de mariages fait appel directement à une réflexion sur différentes écritures possibles d'un nombre. Après le jeu, il est nécessaire de faire écrire aux enfants les différentes égalités trouvées.

Jeu de dominos (document 3, en annexe)

Dans le premier groupe , les écritures proposées sont trop complexes. Il a fallu adapter le jeu sous la forme suivante :
- Le maître dessine les dominos au tableau.
- Il les fait lire aux élèves.
- Chacun à son tour vient entourer deux écritures désignant le même nombre, avec un score (+1 ou -1 selon qu'il y a réussite ou échec).

Dans le troisième groupe, après un temps de familiarisation, le jeu se déroule correctement.

Jeu de dés (document 5, en annexe)

Il s'agit de lancer trois dés (ou quatre) de couleurs différentes, chaque couleur étant associée à une puissance de dix :
- Couleur n°1 : dé des unités
- Couleur n°2 : dé des dizaines
- Couleur n°3 : dé des centaines

- Couleur n°4 : dé des milliers

Chacun doit écrire son score, d'abord sous forme multiplicative (a x 1000 + b x 100 + c x 10 + d), puis sous forme "réduite" (voir document 5, en annexe).

Les six enfants du groupe jouent à tour de rôle deux parties :

Ils doivent :

- faire un classement à la fin de la 1° partie
- faire un classement à la fin de la 2° partie

puis faire un classement général ; ce classement est l'occasion d'ajouter les scores (sous forme "réduite" ou multiplicative) et de faire des échanges entre unités, dizaines, centaines et milliers.

b) Entretiens individuels

Présentation des entretiens

Nous avons construit ces entretiens individuels à partir de 4 types de questions (voir document 14) portant :

- sur l'école en général, les préférences disciplinaires et les préférences et difficultés en mathématiques.
- sur l'appréciation que porte l'élève sur son travail, sur ses progrès éventuels ; sur ce qu'il a retenu du travail fait en classe ou en remédiation.
- sur les méthodes de travail en mathématiques.
- sur la maîtrise de la technique opératoire de la multiplication et sur la résolution de problèmes multiplicatifs.

Chaque entretien dure de 30 à 45 minutes. La passation a eu lieu au mois de juin.

DOCUMENT N°14
QUESTIONNAIRE SUR LES MATHEMATIQUES

1) Quelles sont les matières que tu préfères à l'école?
celles que tu aimes le moins?
et à l'extérieur de l'école?
Qu'est-ce que tu fais les jours de congé?
Y a-t-il autre chose qui te plaît, que tu aimerais faire?

2) En quoi tu es fort à l'école ou hors de l'école? Qu'est-ce que tu sais bien faire?

3) Qu'est-ce que tu aimes en mathématiques? Qu'est-ce que tu n'aimes pas? Qu'est-ce qui te paraît facile? difficile?

4) Est-ce qu'il y a des métiers où on se sert des mathématiques?
Quel métier aimerais-tu faire plus tard?
Est-ce que tu sais quelles études il faut faire pour cela?

5) Cette année, es-tu content de toi?
es-tu content de ton travail?
as-tu fait des progrès?
Est-ce que tu comprends mieux?
Est-ce que tu travailles mieux? plus?

6) Qu'as-tu fait depuis le début de l'année en mathématiques?
(Faire expliciter ce qui est dit ; ex : pour les problèmes, donner un exemple ; pour les opérations, dire lesquelles)

7) Qu'as-tu fait avec nous en petits groupes?
Est-ce que cela t'a aidé?
Penses-tu qu'il y a eu assez de séances? Devrait-il y en avoir plus? moins?

Penses-tu qu'il vaut mieux que l'aide soit faite par le maître de la classe ou par un autre maître?

8) Qu'est-ce qui t'a paru le plus facile? le plus difficile?
Qu'est-ce que tu as aimé le plus? le moins?

9) D'après toi, quel est le plus important à faire pour être bon en mathématiques? on peut suggérer :

- de bien écouter le maître
- de bien apprendre ses leçons
- de se faire expliquer ce qu'on n'a pas bien compris
- de faire beaucoup d'exercices ou de problèmes
- de bien tenir son cahier
- autre

10) Si tu n'as pas bien compris, que fais-tu ? on peut suggérer :

- je demande au maître de réexpliquer
- je demande à un camarade
- je demande à mes parents ou à mes grands frères et grandes soeurs
- je révise le cours
- autre

11) Que fais-tu quand un camarade explique ce qu'il a trouvé, ce qu'il a fait? Est-ce que ça t'intéresse? Lui poses-tu des questions?
Est-ce que tu aimes expliquer ce que tu as trouvé?
Préfères-tu que ce soit le maître qui explique?

12) Est-ce que tu vérifies les résultats que tu trouves dans un problème en classe? pendant un contrôle?
Comment? en refaisant les calculs? en cherchant par une autre méthode? est-ce que c'est utile?

13) Comment fais-tu pour chercher un exercice de mathématiques?
est-ce que tu essaies de te souvenir de la leçon?
est-ce que tu cherches dans ton cahier?
est-ce que tu essaies de te souvenir d'un exercice que tu as déjà fait et qui lui ressemble?
est-ce que tu cherches seul ou avec des camarades?
quand tu ne trouves pas tout de suite, tu cherches pendant combien de temps?

14) Arrive-t-il qu'un problème de mathématiques ait plusieurs solutions? jamais quelquefois souvent
Arrive-t-il qu'il y ait plusieurs méthodes pour trouver la solution?
jamais quelquefois souvent

Analyse des réponses

Les disciplines préférées

21 élèves sur 23 déclarent préférer les mathématiques ou plus exactement le calcul ; la discipline la moins appréciée est le français.

Les préférences en mathématiques

19 élèves déclarent préférer les opérations ; les opérations jugées faciles sont l'addition et la soustraction ; les difficultés ressenties portent essentiellement sur les problèmes et la multiplication.

Ces résultats étaient tout à fait prévisibles.

Les mathématiques et la vie professionnelle

10 élèves sur 23 citent un métier où l'on se sert des mathématiques ; les réponses se répartissent ainsi :

- 2 instituteurs
- 5 métiers de commerce (compter pour vendre et acheter)
- un élève cite l'informatique, un autre la mécanique et l'électricité, un dernier le pilotage d'avion. Ces trois élèves voient effectivement une utilisation professionnelle des mathématiques, les sept premiers en réduisant l'usage au comptage ou à l'enseignement.
- un élève déclare que les mathématiques ne servent à rien.

Nous distinguons trois types de métiers envisagés par les enfants : les métiers qui fascinent les "petits enfants" (pompier, soldat, policier, pilote d'avion...), les métiers impliquant un investissement intellectuel (donc scolaire) important et les autres ; les projets des élèves se répartissent ainsi : 6 dans la première catégorie, 10 dans la seconde, 3 dans la dernière.

Les élèves de cet âge n'ont aucune idée des études nécessaires à la pratique du métier envisagé.

Appréciation du travail effectué

Dans l'ensemble les élèves de cette classe ont un jugement plutôt positif de leur activité scolaire ; ils ne se sentent pas en échec complet, ce qui peut être le cas (voir (2)) pour des élèves en difficulté dans des classes supérieures. Une seule élève se juge en régression (ce qui correspond à notre appréciation).

Mémoire du travail de l'année

Les élèves se souviennent avoir fait des problèmes et des opérations ; ces dernières sont le plus souvent désignées par leur signe opératoire ("*on a fait les plus, les moins, les fois*"). Certains ne savent pas nommer l'opération correspondant au signe opératoire ; cela révèle un défaut d'étiquetage au niveau de l'enseignement et une difficulté des élèves à dépasser le stade de l'action.

Les élèves ne savent pas toujours reconstruire un texte de problème, et quand ils réussissent, la question est souvent absente.

Un seul élève donne un sens au mot "géométrie" ; les activités sont là aussi décrites en termes d'action, voire d'utilisation d'instruments (équerre, règle).

La notion de mesure est évoquée par quelques-uns (après incitation de l'expérimentateur) en termes d'unités de longueur, ou de mesurage (de la classe, de la longueur du côté d'un carré, de la cour).

L'année suivante, nous avons décidé d'agir sur cette mémoire individuelle de chacun, dans le cadre de la constitution d'une mémoire de la classe. Dans un premier temps, nous avons constaté le même type de formulation, en terme d'action en particulier. Notre intervention permettra de faire évoluer les élèves.

Mémoire du travail de remédiation

Dans l'ensemble, les élèves se rappellent du caractère ludique des activités de remédiation ; ils citent surtout le calcul et en particulier le calcul mental. Tous les élèves estiment que ces séances les ont aidés et la majorité pense qu'il en aurait fallu plus (2 élèves estiment qu'il aurait pu y en avoir moins ; ce sont pourtant des élèves en grande difficulté).

13 élèves sur 22 préfèrent que ce soit un autre maître qui anime ces séances ; seuls 4 élèves demandent que ce soit le maître de la classe.

Les élèves de cette classe ne semblent donc pas très attachés à l'unicité du maître. Rappelons que les élèves de 6ème (voir (2)) préféraient que ce soit le professeur de mathématiques de la classe qui assure "l'aide personnalisée". Cette constatation va à l'encontre des idées habituellement émises sur la nécessité de l'unicité du maître à l'école élémentaire. On peut penser que la réaction des élèves de 6ème s'explique aussi par le nombre déjà important de professeurs, ce ne peut être le cas pour les élèves de CE2.

L'appréciation portée par les élèves de cette classe sur les activités de remédiation est donc largement positive ; par contre, leur attitude pendant les cours de langue maternelle (Arabe, Portugais...) semble montrer qu'il n'en est pas de même pour ces activités.

Notons que 2 élèves ne se rappellent rien, ces deux élèves restent en grande difficulté.

Analyse des réponses portant sur les méthodes de travail

Questions 9 et 10 :

De façon générale, les réponses s'ordonnent ainsi :

1- bien écouter le maître
2- bien apprendre ses leçons ; se faire expliquer quand on n'a pas bien compris
3- faire beaucoup d'exercices et de problèmes
4- bien tenir son cahier

Remarquons que la majorité des élèves en grande difficulté classent en dernier "*se faire expliquer*" ; ces élèves n'osent pas demander des explications, attitude revenant à avouer un échec ou une incompréhension.

De même pour la question 10 on a :

1- demander au maître
2- demander à la famille (plutôt frères et soeurs, les parents ne parlant pas toujours français)
3- demander à un camarade
4- se reporter à la leçon (référence ne prenant pas beaucoup de sens au CE2)

La référence au savoir, comme on peut s'y attendre , est le maître ou la famille.

Question 11

La majorité des élèves déclare porter intérêt aux explications de leurs pairs (réponse sans doute un peu formelle).

Une bonne moitié de la classe préfère ne pas expliquer ses résultats aux autres ("*je préfère le garder pour moi*").

La quasi totalité des élèves préfère que ce soit le maître qui explique. Les élèves en difficulté privilégient les rapports maître-élèves et se méfient de la communication inter-élèves.

Question 12

Les réponses des élèves montrent qu'ils ne comprennent pas ce que signifie "*vérifier ses résultats*" ; beaucoup déclarent "*il faut regarder les nombres*". Au mieux, certains proposent de refaire les calculs ; un grand nombre d'élèves confond vérification et correction de l'exercice ; personne ne propose d'utiliser une autre méthode.

Question 13

Les réponses sont peu significatives ; en général, c'est oui à toutes les suggestions ; il est d'autre part très difficile aux élèves d'évaluer le temps consacré à la recherche d'un exercice ; (recherche en général solitaire).

Question 14

Les réponses se répartissent pour moitié sur "quelquefois" et pour moitié sur "souvent" ; cela témoigne d'un enseignement qui prend en compte cet aspect.

Quelques remarques supplémentaires sur l'entretien avec deux élèves.

1 - Les entretiens individuels nous ont permis de prendre des renseignements sur la manière dont certains élèves ont reçu les phases d'institutionnalisation.

Le cas Sébastien : Voici comment il a fait une multiplication dont le multiplicateur comporte deux chiffres :

63	3 x 8 = 24 je pose 4 et je	
x 28	retiens 2,	
	144	2 X 6 = 12 et 2... 14

Nous avons fait remarquer à cet élève que cette opération devait avoir deux lignes car 28 possède deux chiffres. Cet élève a découvert à ce moment cette "règle". Jusqu'à présent, il faisait parfois des multiplications à deux chiffres justes, mais il ne s'était jamais rendu compte de ce fait. Cela vient, à notre avis, du fait que dans les phases d'explicitation de la technique opératoire, ce point n'a pas été dit de manière suffisamment nette. Bien sûr, la technique a été soigneusement détaillée et construite, mais cette partie de l'algorithme n'a sans doute pas été suffisamment explicité indépendamment de l'action. Il peut donc être utile de préciser davantage les "non-dits" pour ces élèves, sans pour cela renforcer leur penchant à tout algorithmiser.

Le cas Rachid : Rachid fait la même erreur. Nous lui avons réexpliqué la manière de procéder et nous lui posé la question : " *Tu ne te rappelles pas que l'on a dit cela ?*" . Il répond "*Quand tu parles ou quand Monique parle ou Monsieur Tricas, je peux pas écouter, je compte les carreaux ou je souligne...*". Cet élève est le seul à proposer l'ordre suivant à la question, "*Que faut-il faire pour bien apprendre ?*" :

1- Bien tenir son cahier

2- Bien écouter le maître...

La conception que se fait cet élève de la manière d'apprendre l'amène à se retrouver, dans bien des cas, en difficulté ; en particulier le soin qu'il apporte à la tenue de son cahier l'empêche de bénéficier des phases d'institutionnalisation.

2- L'analyse des entretiens montre que ces élèves ont des conceptions sur l'apprentissage des mathématiques, ces conceptions ne sont pas encore stabilisées mais elles existent. De plus, on remarque l'influence du discours métamathématique du maître dans certaines réponses des élèves, questions 13 et 14 par exemple. Toutefois cette intervention reste limitée sur d'autres points, par exemple sur la vérification des résultats ou sur le travail en groupe.

c) Mémoire collective

Présentation de l'activité

Comme nous l'avons signalé dans l'introduction, cette activité n'a pu être conduite que dans la deuxième année de cette expérimentation, la classe n'est donc plus la même. C'est toujours une classe de CE2 défavorisée du même groupe scolaire Montaigu à Melun. L'instituteur est toujours le même.

Nous ne sommes intervenus que sur deux points :

- remédiation en petits groupes sur la résolution de problèmes,
- conception et test de situations de rappel.

Ces activités s'étendent de mars à juin.

Chaque semaine, deux élèves sont chargés de rédiger et d'écrire sur le cahier "mémoire de la classe", un résumé d'environ cinq lignes sur ce qui a été fait pendant la semaine en mathématiques. Ce texte est soumis à la critique de la classe qui peut l'amender et le préciser. La nouvelle version, rédigée collectivement, est adoptée et devient le texte de la classe. Dans le débat collectif, la parole est donnée prioritairement aux élèves chargés de la rédaction.

Quelques éléments chronologiques

Séance du 08.03.91 : Il s'agit d'un rappel oral sur ce qui a été fait depuis le début de l'année.

Les élèves se rappellent essentiellement de thèmes numériques.

Quand il ne s'agit pas de techniques opératoires ou de problèmes numériques, ils se rappellent de représentations figuratives ou conventionnelles.

Exemples : ils évoquent un tableau de nombre pour la fonction *"retrancher cinq"*, et des quadrillages pour la construction de patrons du cube.

Ils ne parlent pas en terme d'apprentissage (*"j'ai appris ... telle notion..."*), ni a fortiori en termes de concepts.

Ils décrivent en termes d'action ce qu'ils ont fait et illustrent par des exemples.

exemple : un élève décrit la pesée d'un objet : *"on pose sur la balance...., il y a équilibre quand la flèche c'est au milieu, "*

La séance suivante est du même type.

Séances 3 et 4 : le texte initial des élèves est le suivant :

"Nous avons travaillé sur les balances. Il peut avoir des masses de 1 kg, 500 g 200 g 100 g 50 g 20 g 10 g 5 g 2 g et 1 g. Le lièvre pèse 1 kg 500, je mets une masse de 1 Kg et une ôte de 500 g."

Le maître demande : " *vous avez fait autre chose ?"*

Les élèves tentent d'évoquer un travail sur les opérateurs multiplicatifs.

Nous constatons, au départ, une incapacité à formuler ce qui a été fait :

"On a fait un tableau"

A la question du maître : *"A quoi ça sert ?"*, Ils répondent *"ça sert à trouver des multiples"* ; le maître, effectivement, conduit cette activité dans le but non formulé de travailler sur les multiples. Ce n'est donc pas vraiment une activité sur les fonctions numériques. En fait, après coup, les élèves expriment le but réel de l'activité.

Une réflexion collective plus approfondie sur la notion de multiple, amène certains élèves à dépasser le stade de l'exemple, pour tenter une définition d'un multiple d'un nombre : *"un multiple c'est le total de trois contre un autre nombre"*.

A la séance suivante, à la question du maître : *"comment reconnaître un multiple de sept?"*, des élèves répondent :

- il est dans la table de sept."

-"on l'a multiplié avec un nombre par sept"

On a ici, un exemple, a posteriori, de réflexion par les meilleurs élèves en termes d'apprentissage de savoirs (et non plus seulement de savoir-faire), sur les situations proposées par le maître.

Ce feed-back permet à certains élèves de formuler, de façon décontextualisée, la notion mathématique visée par le maître. Il y a de plus, à la demande du maître, une institutionnalisation du savoir par certains élèves. Nous sommes ici dans un exemple de dévolution, après coup, de l'institutionnalisation.

Cette séance constitue pour nous une initialisation d'un projet d'éducation : il s'agit d'apprendre à l'élève à penser *"qu'est-ce que j'ai appris"* et non plus *"qu'est-ce que j'ai fait ?"*.

Ce sont les meilleurs élèves qui font à ce stade le cheminement, mais on peut faire l'hypothèse que cela profite aux autres élèves et que cela entraîne une dynamique dans la classe.

Nous nous apercevons d'une prise de conscience de ce nouveau contrat : ainsi la situation-problème de partage suivante est annoncée par les élèves comme préparatoire à la division : *"nous allons vers la division"*.

Toutefois cette réflexion est inachevée, ainsi la situation de partage est aussi décrite à l'aide d'un tableau utilisant des encadrements et des écarts au but. On a ici un mélange de projet d'apprentissage et de description de la résolution du problème à partir d'un algorithme formel.

Séances 5 et 6 : les enfants se rappellent avoir travaillé sur les quadrilatères et en donnent "spontanément" une définition. Par contre, dans un premier temps, ils décrivent en termes d'action le travail sur les angles droits. Une discussion collective entre élèves, en réponse à une demande insistante du maître de reformulation, les amène à passer de la phrase " *on a regardé avec une équerre s'il y avait des angles droits*" à la phrase "*on a appris à reconnaître les angles droits avec l'équerre et à tracer un angle droit avec la règle et avec l'équerre*".

De même, à la séance suivante, les élèves se rappellent *"avoir mesuré les longueurs et les largeurs"*, mais ils ne savent plus du tout pourquoi !

Il a fallu une nouvelle intervention du maître reprécisant le but de cette activité pour que le texte adopté par toute la classe soit : *"Dans un rectangle, il y a quatre angles droits, on a mesuré les longueurs et les largeurs ; on a observé que les côtés opposés du rectangle avaient la même longueur"*.

De nouveau, ces séances permettent à la classe de reformuler la mémoire collective des activités effectuées en termes d'apprentissage. Nous constatons encore qu'il est parfois nécessaire, pour le maître, de repréciser le but de certaines activités.

Les séances suivantes font toutes référence à un travail sur la division.

Tout de suite, les élèves décrivent l'activité faite en classe en terme d'apprentissage : *"nous avons travaillé sur la division"* alors que l'activité consistait seulement en l'utilisation d'un matériel multi-base permettant de simuler un partage de centaines, dizaines et unités.

La suite des séances a porté sur la formulation des règles à suivre pour faire une division (diviseur d'un chiffre). Les élèves, ce qui est normal, ont beaucoup de difficulté à formuler ces règles de manière récursive, afin qu'elles restent valides quelque soit l'ordre du groupement.

Conclusion

Analysons les effets de cette activité de mémoire collective :

- du côté de l'élève :

- Ces feed-back périodiques et étiquetés en tant que tels, permettent à la classe, collectivement, de reformuler les activités effectuées en terme d'apprentissage.
- ils permettent à certains élèves, de ce fait, de dépasser le stade de la description de l'action pour anticiper, après coup, sur le but de l'activité. On peut donc espérer que lors de cette nouvelle institutionnalisation, le savoir en jeu ne sera pas aussi séparé de l'action que nous avons pu le constater lors de notre étude en 6ème.
- Cela peut initialiser l'attitude consistant, pour l'élève, à anticiper dès la présentation d'une activité, sur l'institutionnalisation à venir. Nous pensons de ce fait avoir une action sur le projet d'apprentissage de l'élève et sur le contrat didactique en vigueur dans la classe.
- Nous avons déjà signalé les difficultés de socialisation des élèves, en particulier leurs réticences à travailler en groupe. Ce type d'activité peut avoir des effets sur ces comportements, en effet :
    - les deux élèves chargés de rédiger le texte sont responsables devant la classe,

- les deux élèves chargés de rédiger le texte sont responsables devant la classe,
- lors des discussions, la classe entière et les élèves en difficulté en particulier, bénéficient de l'apport des bons élèves qui interviennent surtout quand il s'agit de faire progresser la formulation.

- <u>du côté du maître</u> :

- cela permet de différencier les moments d'institutionnalisation, notamment celle-ci se fait par étapes. En particulier, elle est l'occasion de nouvelles formulations de plus en plus décontextualisées.
- A la demande des élèves le maître est amené à clarifier ses objectifs et à les expliciter davantage devant les élèves. Le contrat est ainsi lui aussi plus explicite.
- c'est un outil de diagnostic qui contribue à une meilleure régulation de la classe.

5) CONCLUSION SUR LA REMEDIATION 1989-1990

<u>Bilan individuel des élèves</u>

Après le test de début d'année en mathématiques, nous avons divisé la classe en 4 groupes, en prenant en compte les résultats à l'ensemble de l'épreuve:

Groupe 1 : 7 élèves (sur 23) ne présentant pas de difficultés notoires
Groupe 2 : 6 élèves instables, en petite difficulté
Groupe 3 : 5 élèves en difficulté importante
Groupe 4 : 5 élèves en très grande difficulté

Rappelons qu'en début d'année, 2/3 des élèves de cette classe étaient jugés en difficulté.

L'analyse comparée des résultats aux différents tests (octobre, décembre, mars et juin) d'une part, la prise en compte de l'appréciation du travail des élèves par le maître de la classe d'autre part, nous a amené à dresser le bilan suivant :

Parmi les 7 élèves du groupe 1:

- 5 élèves semblent avoir un niveau convenable de fin de CE2.
- 2 élèves ont encore, d'après nous, un niveau instable en mathématiques ; leurs résultats globaux, en particulier en français ont amené le maître à les faire redoubler.

Tous les élèves du groupe 2 ont maintenant un niveau convenable de fin de CE2 et passent dans la classe supérieure.

Parmi les 5 élèves du groupe 3 :

- 2 élèves ont progressé et passent en CM1
- 2 élèves sont instables
- 1 élève n'a pas le niveau requis.

Parmi les 5 élèves du groupe 4 :

- 2 élèves ont nettement progressé
- 3 élèves ne semblent pas avoir le niveau requis.

Cette appréciation n'est pas tout à fait partagée par le maître : dans ce dernier groupe, 2 élèves redoublent dont un était jugé par nous en progrès ; les autres élèves passent en CM1.

Notons que 7 élèves sur 24 ne sont pas jugés aptes à suivre un CM1 ; ces élèves se répartissent ainsi :

- 2 élèves dans le groupe 4
- 3 élèves dans le groupe 3
- 2 élèves dans le groupe 1

Il faut souligner que l'obstacle majeur rencontré par ces élèves est l'apprentissage du français, langue étrangère pour certains ; l'apprentissage de la langue est donc un facteur important de l'échec, notre appréciation sur leur évolution en mathématique est donc partielle.

De plus, l'échec enregistré par certains dans le domaine littéraire peut contribuer à une régression , y compris en mathématiques, nous retrouvons ici un phénomène d'accumulation. Cela renforce l'idée de la nécessité d'une intervention plus diversifiée, en particulier en français.

Il est difficile d'évaluer l'impact de la remédiation sur les progrès observés ; toutefois, on note que:

- les élèves ayant le plus profité de la remédiation sont ceux des groupes 1 et 2 qui ne présentaient que de petites difficultés ou lacunes en mathématiques.
- Dans les autres groupes (3 et 4), 4 élèves sur 10 sont en progrès rapides ou constants.

Il semble donc que la remédiation profite prioritairement aux élèves en difficulté légère ; toutefois, des élèves ayant des difficultés importantes, voire de très grandes difficultés, sont capables de rattraper une bonne partie de leur retard au cours de l'année.

Les progrès réalisés par les élèves de cette classe ne peuvent être imputés à la seule remédiation ; il est très difficile de dire ce qui relève de l'apprentissage collectif de la classe et de l'intervention du maître, des actions de remédiation, de la maturation psychologique de l'élève, ou de l'investissement personnel (voire familial). Il nous semble toutefois que le dispositif adopté se traduit par un progrès significatif des élèves (progrès qui selon le maître s'étend selon les cas aux autres matières).

Ainsi en mathématiques, 16 élèves sur 23 étaient en difficulté ("lourde" ou "légère") au début de l'année ; à la fin de l'année, nous estimons que:

- 4 élèves n'ont pas le niveau requis de fin de CE2
- 4 élèves ne possèdent encore que des savoirs ou savoir-faire instables

Avec prudence,nous pouvons estimer qu'une remédiation intensive à ce niveau (CE2) s'avère efficace et que le retard pris par les élèves (à condition que la remédiation soit poursuivie, si besoin est, dans les classes supérieures) peut être comblé. Il nous est toutefois impossible d'évaluer les conséquences des retards dus à l'apprentissage du français.

6) CONCLUSION GENERALE

Ces deux années de travail nous confirment dans l'idée, sur laquelle nous nous sommes appuyés au départ pour construire notre expérience, qu'une remédiation, pour être efficace, doit s'intégrer au travail général de la classe. Les activités spécifiques de soutien nécessitent un accord de l'élève et sa participation. Le contrat didactique est plus difficile à négocier et à faire évoluer avec des élèves en difficulté. En témoigne l'échec relatif des groupes de travail mis en place lors de la deuxième année sur la notion de problèmes. Nous nous sommes retrouvés face à des problèmes d'inattention ou de révolte, certains élèves analysant le soutien soit comme une corvée supplémentaire ou une punition, soit comme un moment de récréation, sans aucun enjeu d'apprentissage. Ces problèmes de gestion de classe nous ont amenés , malgré notre vigilance, dans certains cas, à abaisser nos exigences.

Ce phénomène n'a pas été rencontré la première année car la remédiation a été intégrée depuis le début de l'année, au travail de la classe. Elle avait donc un autre statut pour les élèves.

Ces deux années nous confirment aussi dans notre idée de départ, à savoir : il est nécessaire de diversifier les différentes formes d'intervention : collective, individuelle, par petits groupes, sous forme d'entretiens ; par exemple l'entretien individuel sur des questions purement mathématiques nous semble indispensable pour :

- diagnostiquer certaines incompréhensions (exemple de Sébastien),
- intervenir de manière spécifique et individuelle sur celles-ci,
- évaluer le niveau de compréhension de chaque élève et réguler la classe en fonction.

Reprenons nos hypothèses de départ :

a) Nous avons constaté qu'il est possible au CE2, de mettre en place des situations complexes de référence, faisant intervenir plusieurs cadres, et jouant sur ces passages de cadres. Les situations de ce type, suffisamment complexes pour donner du sens aux notions, ne s'usent pas aussi vite qu'en sixième. Leur gestion est plus aisée.

Toutefois la reproduction des situations didactiques avec des classes d'élèves en difficulté, n'est pas immédiate, il est nécessaire de repenser ces activités et de les adapter au public : par exemple, l'institutionnalisation doit se faire par étapes et il est nécessaire de prévoir des feed-back plus nombreux. En particulier une condition de réussite semble venir du seuil de difficulté des élèves : c'est plus facile quand ils sont plus jeunes.

b) Il est important de proposer des activités sous forme de jeux, celles proposées sur le thème de la numération nous semblent performantes.

c) Mise en place d'une mémoire collective de la classe : comme nous l'avons analysé dans le paragraphe consacré à ce sujet, ces activités permettent d'une part aux élèves, de reformuler leur actions en terme d'apprentissage, d'autre part au maître d'adapter ses institutionnalisations au public, de réguler la classe et d'agir sur les conceptions des élèves.

d) Il est possible de maintenir un niveau d'exigences correspondant à un niveau standard de CE2, tant sur les méthodes que sur les performances, à condition que les activités de soutien soient reconnues par les élèves comme des moments d'apprentissage.

e) Interventions sur les conceptions : L'analyse des entretiens montre que ces élèves ont des conceptions sur l'apprentissage des mathématiques, ces conceptions ne sont pas encore stabilisées mais elles existent. De plus, on remarque l'influence du discours métamathématique du maître dans certaines réponses des élèves, en particulier celles concernant la résolution de problèmes en mathématiques, "*il y a plusieurs méthodes pour trouver une solution*".... Toutefois ces effets restent limités, cela nécessite une intervention de plusieurs années.

Là encore, les entretiens individuels sont indispensables pour cerner ces conceptions (exemple de Rachid).

Impact de notre intervention auprès des élèves

Nous nous sommes donnés au départ des outils permettant d'évaluer certains progrès dans l'acquisition de connaissances et dans le comportement de ces élèves en difficulté.

Nous avons constaté une évolution positive chez certains :

- les élèves manifestant le plus de progrès en numération sont ceux qui n'avaient besoin que d'une remédiation légère,
- sur la multiplication, l'ensemble de la classe semble avoir évolué positivement,
- De plus, nous avons constaté un réel investissement des élèves dans le travail proposé, cette constatation a été faite, en particulier par le maître de la classe, qui a comparé le comportement de ces élèves avec celui manifesté en début d'année d'une part et avec le comportement des élèves des années précédentes. Cette évaluation reste difficilement mesurable, elle s'appuie essentiellement sur l'expérience du maître.

Il nous ait impossible, à ce stade, de déterminer la part prise par notre intervention spécifique. Ces acquis pouvant s'expliquer en partie par une évolution cognitive "normale". De plus nous ne pouvons évaluer la persistance dans le temps de ces progrès. Toute intervention reste très fragile, une telle expérimentation, avec des élèves en difficulté, est très longue, très coûteuse et doit se poursuivre sur plusieurs années pour en mesurer les effets.

Comme il semble exister des phénomènes de seuil et de convergence de critères pour caractériser l'élève en difficulté, on peut faire l'hypothèse, en partie validée par nos deux années de travail en CE2, que pour avoir une intervention efficace, il faut faire converger de multiples facteurs de "remédiation".

II. DEBAT

X.:La compétition entre pairs n'est-elle pas la cause du refus de s'expliquer de la part des élèves?

D.B.: c'est plutôt un effet du contrat didactique.

N.G.: à l'école, il faut être sage, passif écouter. Vérifier un problème cela devient surtout vérifier les calculs.

M.: Que tirer de la recherche pour la classe? Que peut faire le maître lorqu'il est seul avec ses élèves?

D.B.:

a) le problème des élèves en difficulté n'est pas qu'un problème de moyens

b)nous sommes modestes; nos analyses à priori ne correspondaient pas forcément à la réalité. Il faut repenser les résultats de la didactique en fonction des élèves en difficulté: "Qui dira 20" ne se passe pas de la même façon. Ainsi les élèves de 6° avaient toujours l'impression du déjà vu : "Qui dira 20" s'arrête au bout de 10 min car les élèves éprouvent un sentiment de répétition. On aboutit alors d'une part à une partie de ping-pong entre le maître et les élèves l'un posant les questions, les autres y répondant, d'autre part à un travail préférentiel sur les algorithmes. Or, avoir pour but l'apprentissage d'une technique peut être un handicap car l'élève en reste alors à une méthode qui peut être coûteuse à d'autres moments, en particulier en calcul mental.

c)briser le cercle vicieux entre maître et les élèves, c'est alors briser la relation affective qui s'est instaurée, ce qui est insécurisant pour le maître. C'est pourquoi les chercheurs sont si mal acceptés dans les classes faibles.

d) il y a des phénomènes de convergence vers l'échec qu'il faut casser pour éviter l'irréversible.

M.H.S.: le problème de l'investissement dans la tâche est différent selon que l'on a quelques élèves en difficulté ou toute la classe en difficulté.

N.G.: avec des élèves en difficulté s'instaure le contrat suivant:

- explication collective,
- les enfants commencent à travailler,
- l' élève en difficulté ne commence que lorsque le maître vient le voir et lui dit: "Et toi, où en es-tu ?

Pour le maître, l'échec d'un élève est souvent dû à une non-écoute. A la question "Qu'est-ce qu'un élève qui apprend bien?", beaucoup répondent que c'est un élève qui a les bras croisés, qui écoute. Un élève en difficulté est un élève qui, étiqueté comme tel par le maître, ne lit plus alors que du négatif en référence à une norme qu'il a construite. Il suffit ainsi parfois d'un changement de maître comme pour cet élève qui va passer en 6° alors qu'il avait été catalogué entre grande difficulté. Les enseignants extraordinaires ne sortent pas des "bonnes" classes comme terminale C : ils ont eu un cursus extra-ordinaire.

X.: un élève ne peut apprendre que s'il a un projet, ne serait-ce que faire plaisir au maître avoir une bonne note.

D.B.: les enfants d'enseignants réussissent car ils savent à l'avance ce qu'on va attendre d'eux.

N.G.: les élèves en difficulté ont un projet mais pas le même que celui du maître.

D.B.: au cours des leçons, on fait référence aux jeux pratiqués contrairement à certaines actions ZEP où les jeux sont mis en place par des intervenants extérieurs.

M.H.S.: ceci rejoint les interrogations qu'on a sur des actions de remédiation cognitive (P.E.I.) non articulées à un contenu disciplinaire. Annie NOIRFALIZE n'a pas pu faire paraître son rapport dans la Revue française de Pédagogie: ce rapport montrait que le P.E.I.n'a pas démontré son efficacité. On lui a refusé l'étiquette "formateur P.E.I." alors qu'elle a suivi tous les modules de formation.

Les graphiques issus des évaluations nationales montrent qu'en SES (respectivement CE2 en difficulté), on a les mêmes graphiques qu'en 6° mais décalé vers le bas (respectivement CE2): un argument de plus pour s'opposer au redoublement.

On a déjà souligné quelques aspects de cette recherche transférables à des situations de classe : utiliser des situations de rappel, des jeux ancrés sur la vie de la classe, travailler la métacognition (qui fonctionne d'ailleurs depuis longtemps en formation initiale ou continue). Un débat a lieu sur l'utilisation des situations de communication, **R.** estimant que ce sont le plus difficiles à mettre en place avec des élèves en difficulté, **M.H.S.** soulignant que, même si les messages des élèves de SES ne sont pas pertinents, ceux-ci acceptent de recommencer et progressent.

Un débat a eu lieu sur la place de l'informatique:

D.B.: 1) l'informatique ne supprime pas les difficultés des élèves faibles.

2) mais cela peut les aider en utilisant des exercices individualisés, et faisant intervenir des jeu de cadres.

3) c'est moins une question d'outil que de type de situation à mettre en place.

4) avec l'ordinateur l'institutionnalisation est locale.

5) en 6°, cela a permis d'initialiser le travail en groupe : devant un ordinateur, le travail par groupe de 3 est devenu nécessaire.

6)il faut des logiciels inter-actifs.

R.: un travail en 6° en atelier LOGO a fait apparaître une meilleure prise en charge par les élèves de leurs apprentissages ensuite.

X.: l'ordinateur introduit une distanciation utile.

BIBLIOGRAPHIE

1) Calcul mental-Calcul rapide.Brochure n° 78 de l'IREM de PARIS 7 par D.BUTLEN et M.PEZARD.

(2) Une expérience d'enseignement des mathématiques à des élèves de 6-ième en difficulté: Cahier de DIDIREM n°5 par D.BUTLEN, M.LAGRANGE et M.J. PERRIN-GLORIAN.

(3) G.BROUSSEAU. (1987) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. Recherches en didactique des mathématiques. Vol 7-2.

(4) R. DOUADY (1987) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. Recherches en didactique des mathématiques. Vol 7-2.

(5) M.J.PERRIN-GLORIAN : Réflexions sur le rôle du maître dans les situations didactiques à partir du cas de l'enseignement à des élèves en difficulté" .PME.

(6) Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. Cahiers DIDIREM n°3 et 4, IREM de Paris VII.

(7) Thèse en préparation de Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN

(8) Vers une analyse didactique des faits d'évaluation, Yves CHEVALLARD in De KETELE, L'évaluation, approche descriptive ou prescriptive? 1986, Editions De Boeck, Bruxelles.

ANNEXES

DOCUMENT 2

TEST PORTANT SUR LA NUMERATION (Décembre 1989)

1.Ecrire en chiffres et en lettres :

47	
	quarante-sept
77	
	quatre-vingt-quinze
	cinq cent vingt-huit
609	
	trois cent quatre

2.Compter de 10 en 10 à partir de 156 jusqu'à 306
3.Compter de 100 en 100 à partir de 5 jusqu'à 1205
4.Décompter de 10 en 10 à partir de 334 jusqu'à 184
5.Entoure les écritures qui désignent le nombre 250

25 x 10	290 - 40	25 + 25	520
205	(2 x 100) + (5 x 10	25 + 0	200+ 50
100 + 100 + 50	(2 x 100) + (2 x 25)		

6.Ecrire de 10 façons différentes le nombre 378

DOCUMENT 2 BIS

UN	DEUX
TROIS	QUATRE
CINQ	SIX
SEPT	HUIT
NEUF	DIX
ONZE	DOUZE
TREIZE	TRENTE
QUATORZE	QUARANTE
QUINZE	CINQUANTE
SEIZE	SOIXANTE
VINGT	CENT
ET	MILLE

DOCUMENT 3

25 x 10	200 + 50
(2 x 100) + (5 x 10)	100 + 100 + 50
597	500 + 90 + 7
500 + 80 + 17	(5 x 100) + (9 x 10) + 7
1000 + 500 + 30 + 2	(15 x 100) + 32
80 + 5	(4 x 20) + 5
60 + 13	70 + 3
80 + 18	(9 x 10) + 8
200 + 40 + 6	(2 x 100) + (4 x 10) + 6
(3 x 100) + (4 x 20) + 7	(3 x 100) + (8 x 10) + 7
123	100 + 20 + 3
1000 + 700 + 40 + 8	(17 x 100) + 48

DOCUMENT 4

60 + 15	87	(4 x 20) + 7	80 + 15
(9 x 10) + 5	100 + 40 + 7	147	(2 X 100) + (5 x 10) + 9
200 + 50 + 9	(3 x 100) + (7 x 10) + 6	300 + 70 +6	(4 x 100) + (9 x 10) + 7
(4 x 100) + (4 x 20) + 17	528	500 + 20 + 8	(7 x 100) + (8 x 10) + 6
(7 x 100) + (4 x 20) + 6	904	(9 x 100) + 4	1538
1000 + 500 + 30 + 8	2000 + 700 + 40 +5	(2 x 1000) +(7 x 100) + (4 x 10) +5	70 + 5

DOCUMENT 5

Nom	Milliers	centaines	dizaines	unités	écriture multiplicative	Nombre résultat	classement
1ère partie							
2ème partie							
3ème partie							

Stratégies de compréhension
Production d'écrits mathématiques

Alain DESCAVES

La grève à la SNCF a réduit à deux heures les travaux du groupe, le 23 mai matin. La séance a donc consisté" en une présentation rapide de ma part, d'un début d'expérimentation[1] visant l'amélioration de la compréhension et de la production d'écrits mathématiques dans des situations de proportionnalité chez des élèves de CM, et s'inscrivant dans une recherche plus large portant sur la constitution du sens des objets mathématiques.

Mon intervention s'est articulée autour d'une analyse préalable à l'ingénierie proposée, et autour de quelques pistes exploitées dans une classe de CM2.

L'idée principale est que l'écrit mathématique joue un rôle central dans la constitution des savoir mathématiques, et que l'activité mathématique commence là où il y a production ou compréhension d'un langage spécifique comportant la langue naturelle, des écrits spécifiquement mathématiques, et des représentations symboliques et iconiques. La constitution du sens des objets mathématiques passe donc par des activités de compréhension/production de sens lié aux écrits mathématiques. Il s'agit, en conséquence, de mettre en oeuvre des apprentissages spécifiques.

1. ANALYSE PREALABLE

Un certain nombre de remarques sont sous-jacentes aux hypothèses de la recherche et donc à l'expérimentation.

1-1 Il convient donc d'admettre que **les mathématiques sont déjà là** (cf. le philosophe Husserl), et que les élèves sont plus confrontés à une problématique de dévoilement du sens "caché" derrière les écrits mathématiques et de recherche du sens "originaire", qu'à une activité de création de sens par l'invention d'un nouvel écrit. Le parti pris constructiviste de la didactique française est par trop naïf ; pour les élèves, il y a d'abord émergence de sens lors de tâches d'interprétation et de production d'écrits mathématiques ; puis le sens se structure lors de la réorganisation des savoir dans un ensemble organisé. Si reconstruction il y a, elle est a posteriori, et nécessite des moments de synthèse qui permettent aux mathématiques de déterminer leur valeur et de développer leur unité aux yeux des élèves.

1-2 L'objet mathématique n'est pas que culturel. Il doit avant toute chose pouvoir être pensé par un sujet épistémique. Un des problèmes essentiel à résoudre par les élèves est le suivant : **Quel "être" se cache derrière le symbole** ? A quoi renvoie les symboles mathématiques ? Derrière le symbole mathématiques il y a un objet mathématique qui ne peut être que ce qu'il apparaît, et dont les différentes formes de "l'apparaître" peuvent ne pas présenter de cohérence. Le jeu consiste pour les élèves à découvrir le principe de cohérence interne à l'objet. Il leur faut parcourir des chemins dans le carré suivant (cf. le sémioticien danois P.A.. Brandt) :

C'est le jeu de la véridiction. Le croire, le doute et le savoir s'organisent aux détours de ces chemins. L'ingénierie doit permettre à l'enseignant de mieux contrôler la déstabilisation des savoir chez les élèves. Les significations déclenchées par les symboles mathématiques, tout d'abord isolées, doivent pouvoir progressivement s'organiser dans des structures de sens. Les objets mathématique, comme le souligne le mathématicien-philosophe Albert Lautman,

[1] poursuite de la recherche en 91/92 ; publications fin 92 (public : instituteurs de CM, professeurs de 6ème/5ème).

déterminent leur valeur (c'est-à-dire leur sens) et dévoilent leur réel. Les élèves les approchent dans ce jeu de l'évidence, de la simulation, de la dissimulation et de la non pertinence de "l'être".

Toutefois, cette "vérité" de l'objet mathématique est interne aux mathématiques, et ne saurait provenir des situations externes qu'il modélise.

1-3 L'ingénierie repose sur la conception suivante du statut des mathématiques.

La mathématisation des phénomènes empiriques n'est pas directe. Le monde se donne au sujet sous forme d'un "apparaître" organisé morphologiquement. La catégorisation des phénomènes est possible à partir de cet "apparaître" et des capacités perceptives et cognitives du sujet. C'est sur des bases catégorielles que s'élaborent les théories conceptuelles. Les concepts ramènent la diversité empirique à des unités (exemple du cercle unifiant la perception de différents phénomènes). Les mathématiques ont une fonction de schématisation des concepts.

Comme le souligne J. Petitot, **on schématise donc des concepts et on modélise en retour les phénomènes.** Cette conception permet de comprendre une des difficultés majeure à laquelle sont confrontés les élèves. Un même symbole semble dénoter des phénomènes différents, alors que les mathématiques ne dénotent pas. La compréhension du lien entre mathématiques et phénomènes passe par la conceptualisation.

En fait, le rapport des mathématiques avec le monde de l'expérience est un rapport d'implication.? Les mathématiques déterminent les formes de la réalité. Mais elles constituent également un monde d'objet autonomes, et leur vérité est à rechercher dans les rapports entre langages formels et objets mathématiques, et non au niveau de la modélisation.
Elles doivent donc être considérées de deux points de vue :

- celui de leurs rapports aux phénomènes empiriques ;
- celui de leur autonomie.

Un même écrit mathématique renvoie donc à des niveaux de réalité distincts : différents phénomènes, des interprétations conceptuelles et des objets mathématiques de différents niveaux.

Les conséquences pour l'ingénierie sont les suivantes :
Il faut envisager un apprentissage de la modélisation.
Il fait favoriser l'émergence du sens "interne" des objets mathématiques par des résolutions de problèmes "internes", sachant que seule la démonstration peut le déterminer par légalisation.

1-4 L'écrit mathématique constitue un observable. Les énoncés mathématiques sont des phénomènes qui ne sont pas données avec leur sens mathématique.
Les significations (structurales ou fonctionnelles) déclenchées par la lecture de l'écrit mathématique ne peuvent en aucun cas constituer l'objet mathématique.

L'ingénierie doit mener les élèves, des significations aux structures des sens. Cela passe obligatoirement par une dissociation progressive entre les écrits mathématiques et les phénomènes qu'ils modélisent.

Les écrits mathématiques articulent la langue naturelle, des écrits spécifiquement mathématiques, des représentations iconiques (notamment graphiques), des représentations symboliques. L'ingénierie doit tenir compte du fait que les représentations iconiques et graphiques peuvent aider à la modélisation ainsi qu'à la résolution de certains problèmes internes. Elle doit élucider le problème de la comptabilité entre différents systèmes symboliques.

Les symboles spécifiquement mathématiques sont corrélés d'objets mathématiques.

Trois grandes catégories d'objet figurent à l'école élémentaire :
- Les nombres : entiers, rationnels, décimaux.
- Les opérations : addition, soustraction, multiplication, division.
- Les relations.

Pour parler de ces objets le langage est constitué de symboles de constantes, d'opérations, de relations et de variables. Ces derniers sont à tort négligés dans l'enseignement élémentaire.

L'écrit mathématique est donc à considérer d'un triple point de vue :
- celui de la modélisation des phénomènes " externes" ;
- celui des règles de déduction "internes" portant sur lui ;
- celui de la validité des écrits dans des structures données.

Les apprentissages concernant la constitution des savoir mathématiques par les élèves doivent être fondés sur ces remarques. Ils consistent avant tout dans des tâches d'interprétation/production d'écrits mathématiques lors de la résolution de problèmes "externes" et "internes" aux mathématiques.

1-5 Ces activités de compréhension/production d'écrits mathématiques lors des résolutions de problèmes et des synthèses, sont à replacer dans un cadre plus vaste : celui de l'interprétation/production de sens. La conception de l'ingénierie doit reposer sur une théorie sémiotique solide permettant de penser l'articulation entre différentes modalités par lesquelles transitent le sens (il n'est pas possible ici d'en esquisser rapidement les fondements). **Toute production de sens à une charpente modale** (cf. P.A. Brandt).

2. LA RECHERCHE : SES PISTES

Les pistes suivantes ont été exploités dans un CM2.

Il s'agissait de favoriser un apprentissage à la modélisation notamment par le biais d'un apport d'écrits effectué par l'enseignant : symboles d'inconnues, tableaux de nombres, diverses représentations, et un apprentissage à l'interprétation/production de sens lié à la compréhension/production d'écrits mathématiques à l'intérieur du système mathématique et sans référence aux phénomènes "externes".

Il a donc été mis en place des cycles d'activités de différents types :

- situations liées à la résolution de problèmes "externes" nécessitant une phase de modélisation (importance de pouvoir nommer ce que l'on cherche -, par une inconnue) ;
- situations liées à la résolution de problèmes "internes" nécessitant la production d'écrits spécifiquement mathématiques, et favorisant l'émergence des significations internes au système mathématique ;
- situations favorisant la réorganisation des savoir, donc la découverte/construction des structures de sens ;
- situations d'invention de problèmes "internes" et "externes".

Cette alternance de situations a été guidée par une ébauche de "trame", sorte de référent articulant des hiérarchies concernant les situations, les représentations, les procédures agissant sur ces représentations, ainsi que les concepts mathématiques. Cette trame a permis une appropriation moins cloisonnée des savoir mathématiques liés à la division, aux "fractions" et aux décimaux, ainsi bien sûr qu'à la proportionnalité.

J'ai donné quelques exemples trop rapides. Je poursuivrai l'exposition de cette approche au prochain congrès de Besançon, avec de plus nombreux exemples. J'espère qu'un débat riche pourra s'en suivre.

Quelques apports de l'informatique à l'enseignement des mathématiques à l'Ecole élémentaire

Pour indiquer la place et le rôle d'un système informatique dans une situation d'enseignement de mathématiques, on peut déterminer l'axe central de l'activité tel qu'il a été prévu par le maître. Une des difficultés de cette détermination réside dans le fait que, quelle que soit l'activité, l'élève est conduit à manipuler un système d'entrées (commandes, symboles) pour obtenir un produit en sortie (calcul, graphique,...). Il s'agit alors de développer un point de vue hiérarchique où l'on considère que l'axe principal, sur lequel est centré l'activité de l'élève.

Les trois premières thèses concernent la construction par l'enfant d'un savoir sur des objets mathématiques, la thèse quatre relève de la logistique, la thèse cinq, élimine du champs d'apprentissages mathématiques, quelques activités de"programmation" d'un matériel informatique.

THESE 1

A travers la manipulation d'actions ou de symboles qui agissent sur un système informatique, on permet un apprentissage par la constitution de schèmes opératoires.

L'informatique permet de manipuler directement, non des actions ou des objets, mais des symboles ou des commandes relevant de cette action ou de cet objet. L'informatique permet alors de matérialiser une pensée à travers un système technique, et en particulier, autorise cette première mise à distance de la manipulation de l'objet par une manipulation de symboles et/ou de commandes qui agissent sur l'objet.

Cette médiatisation de l'action est une des étapes du processus de passage des opérations concrètes à la pensée formelle.

Si avec Inhelder et Piaget (IP), on admet que ce passage se produit par "une inversion de sens qui s'opère entre le réel et le possible", alors la possibilité de schématiser les actions favoriserait "le passage à l'action intériorisée puis à l'opération".

Il y a là un intermédiaire qui, n'étant pas verbal mais symbolique , offre un début de combinatoire et une possibilité de concevoir des "opérations à la seconde puissance". Il semble bien que nous nous trouvions alors dans la constitution de schèmes opératoires.

On pourrait citer aussi, pour ce type d'utilisation, des activités portant sur les écritures préfixées ou les fonctions numériques (Cf les travaux de Pierre TEULE).

THESE 2

A travers l'observation, l'analyse, la modification des "produits" d'un système informatique, on permet une fréquentation et une approche "dynamique" de certains objets mathématiques.

Un système informatique produit des objets ressemblants, analogue à des objets servant à construire des indécises mathématiques. Le fait qu'ils soient produits par un système technique automatique leur donne une irrégularité, une reproductibilité, mais aussi une possibilité de variation différentielle qu'il est difficile d'obtenir avec les instruments traditionnels. A travers un travail sur ces "produits", on permet alors une approche nouvelle de certaines notions.

Exemples : les imagiciels furent les premiers logiciels qui tentèrent de montrer aux élèves des "images" leur permettant de se construire leurs propres images mentales. Un certain nombre de didacticiels aussi, dans la mesure où tentant d'"illustrer", ils montraient des produits que l'on ne pouvaient pas obtenir facilement.

Cette approche peut, bien sûr, être mise en oeuvre pour d'autres objets "produits" par un système informatique. En particulier, nous nous trouvons dans ce cas chaque fois que l'on propose aux enfants d'observer de qui est le résultat de l'exécution d'un logiciel (ou de commandes sur un logiciel). Les facilités qu'offrent les ordinateurs et leurs périphériques dans la réalisation matérielle d'objets, donnent la possibilité de multiplier les exemples et produisent ainsi de plus nombreuses "béquilles pour l'esprit".

THESE 3

A travers l'analyse, la découverte, la réalisation des interactions entre la manipulation et le produit d'un système informatique, on permet une action pour en dégager une pensée.

Lorsque l'on fait manipuler un système informatique par des élèves, on peut centrer leur attention sur les liens existants entre leurs manipulations et les objets ou les effets qu'ils en retirent. La variation des valeurs, doit servir à trouver le "lien" entre les entrées et les sorties. C'est par l'action volontaire (opposée à aléatoire) et organisée que l'élève construira les concepts fonctionnels, et se familiarisera avec les méthodes expérimentales et les preuves.

La modélisation d'une situation, et le processus qui permet soit de construire le modèle, soit de le découvrir, soit encore de conduire à des inductions ou des déductions, est grandement facilitée par les systèmes informatiques. En effet les structures fonctionnelles des systèmes sont accessibles par les simulations et les modélisations.

THESE 4

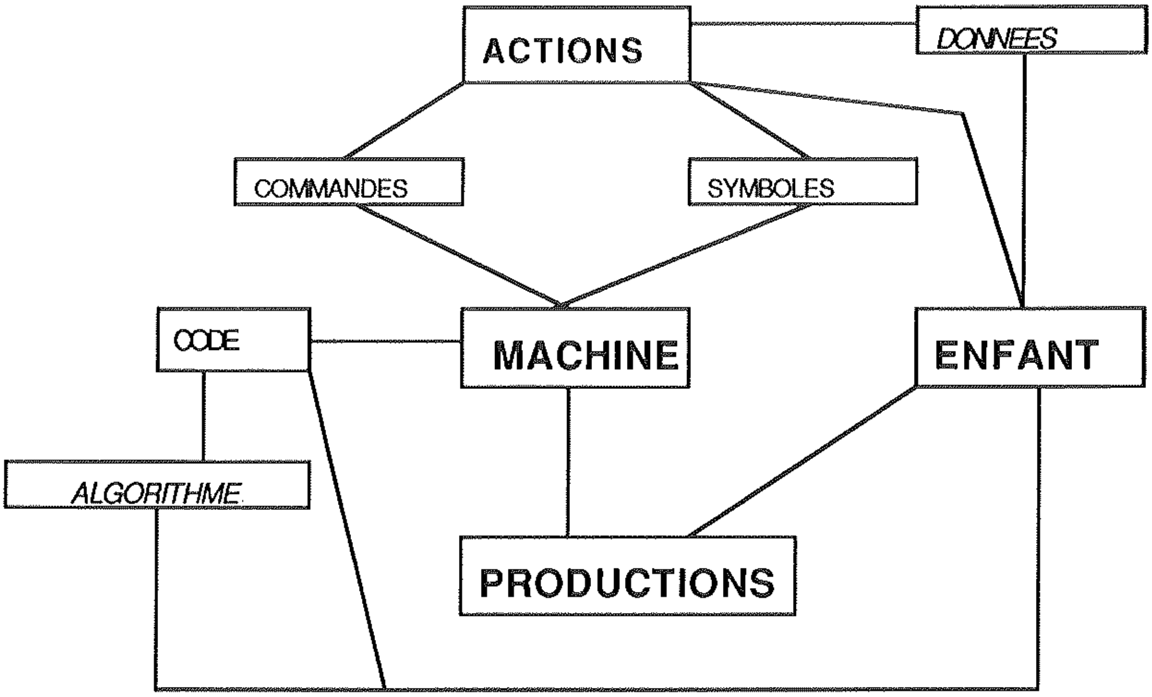
L'utilisation de l'informatique permet d'initier l'élève à la recherche d'algorithme et de développer certaines capacités logistiques". (Programmes et Instructions de l'école élémentaire 1985 page 40-41)

Le travail proposé ici aux élèves consiste en l'organisation cohérente d'un ensemble de "données" et d'"actions" en vue de produire un résultat. L'activité n'est pas centrée sur la situation matérielle qui sert de support (choix dans le tarif d'une location de voitures, résultats d'une compétition, réalisation d'une figure complexe). Ces prétextes sont là soit pour motiver, soit pour fournir une occasion de mathématisation. Cette mathématisation passe, grâce au dispositif informatique, à travers des formulations, des codes, des images, des résultats numériques.

THESE 5

L'activité consistant en la production algorithme puis d'un code exécutable en machine développe des connaissances informatiques, marginalement des compétences mathématiques.

Si l'on reprend l'exemple des élèves produisant les (en fait LA) formules permettant le calcul des moyennes des élèves de la classe, leur inscription dans un tableur, nous sommes dans la même situation que celle de la programmation d'un interpréteur : si l'activité d'obtention de la formule peut relever des mathématiques, le passage sur le tableur apprend la puissance de calcul des ordinateurs, mais rien de plus, ni sur ce qu'est une variable ou un calcul littéral, ni sur une éventuelle généralisation au barycentre. Il semble en être de même de beaucoup d'activités de programmation : l'obtention de l'algorithme, du codage de cet algorithme relèvent de connaissances informatiques (c'est-à-dire d'une calculabilité et d'un codage entièrement liés au dispositif matériel). Certes des connaissances mathématiques sont utiles lors de cette recherche, mais le particularisme et les restrictions qu'imposent le passage en machine, ne permettent pas cette nécessaire généralisation (absolue) qui ferait de cette activité une activité mathématique. Un exemple peut-être plus explicite est celui de la réalisation d'une figure en logo de telle sorte que les morceaux se "recollent". Il semble que la difficulté soit en fait de tenir compte de ce que l'ordinateur est une machine temporelle et reste dans le dernier état dans lequel il a été mis. Ce qui signifie que ce n'est pas le processus général (l'aspect mathématiques du problème) qui soit en cause, mais la gestion des états dans le temps du système. La régulation des conditions initiales est un phénomène important en mathématique, mais pas de la même manière qu'en informatique.


ACTIONS
DONNEES
COMMANDES
SYMBOLES
CODE
MACHINE
ENFANT
ALGORITHME
PRODUCTIONS

La proportionnalité à l'Ecole et au Collège

Monique GERENTE (IREM de Grenoble), Francis REYNES (IREM de Bordeaux)

Commission Inter-IREM Premier Cycle

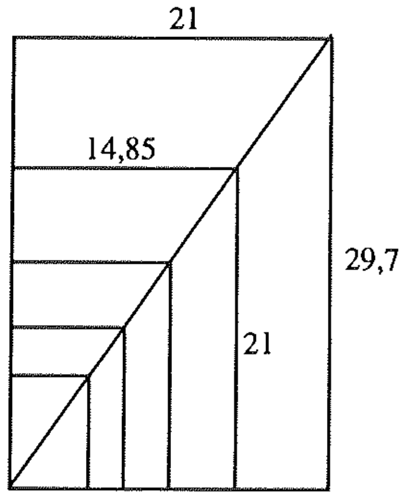
Le déroulement de cet atelier a été fortement perturbé par la grève de la SNCF déclenchée le jour même : sa durée s'est vue diminuée de moitié et le nombre de ses participants des deux tiers.

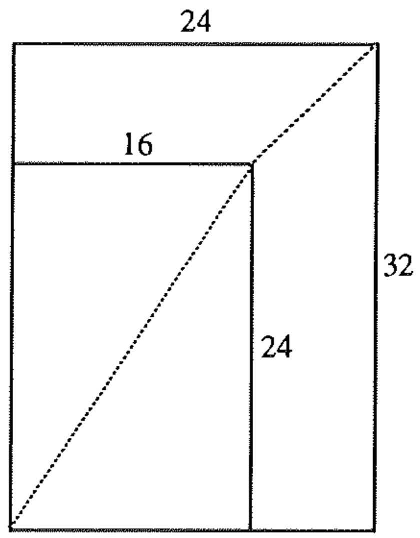
Un premier échange a d'abord permis de comparer les programmes respectifs de l'école élémentaire et du collège sur le thème de la proportionnalité.

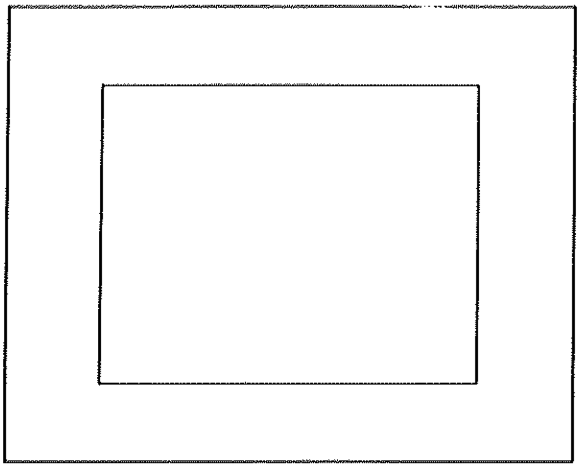
Deux types de travaux ont ensuite été proposés :

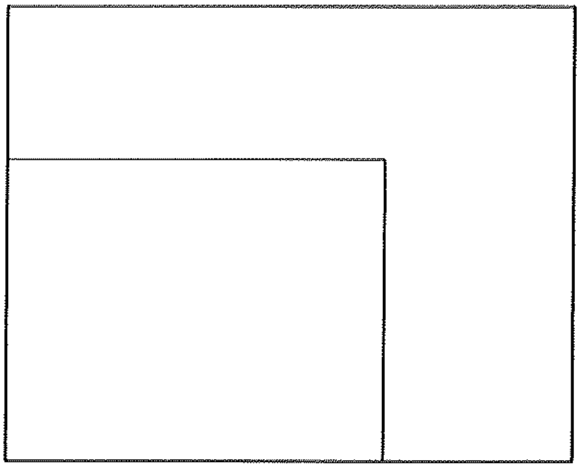
1) Le format A4

En s'appuyant sur la présentation d'une activité ayant pour support le format A4, l'accent a été mis sur l'importance des "changements de cadre" (numérique, graphique, géométrique) et les différentes façons dont un concept peut s'exprimer (respectivement coefficient de proportionnalité, coefficient directeur, coefficient d'agrandissement / réduction).









Sur le plan numérique, on a insisté sur la nécessité de bien séparer les domaines opératoires additif (+ et -) et multiplicatif (x et :) à la fois dans les écritures, les dénominations et le sens des opérations, mais aussi sur celle de les relier par la distributivité de la multiplication sur l'addition qui est une expression fondamentale de la linéarité.

Sur le plan graphique, l'alignement de trois points se relie de façon intuitive à la notion de coefficient directeur d'une droite et l'on peut s'appuyer sur cette "représentation" qu'ont les élèves du "c'est penché pareil".

L'aspect géométrique débouche sur Thalès et, plus généralement, l'homothétie dans un cadre vectoriel.

2) Des situations mixtes

Nous avons fait une analyse comparée de trois situations-problèmes relevant de la proportionnalité (en annexe) et destinée à des élèves de collège (la situation du "Cycliste" (5ème), la situation du "Vase" (5ème) et la situation de l'"Assurance" (3ème)). Le lecteur trouvera une étude des deux premières dans le n° 22 de la revue "Petit X" (Analyse de deux situations-problèmes autour de la proportionnalité). La troisième, ainsi que d'autres situations-problèmes inédites, sont étudiées dans une brochure de l'IREM de Grenoble (à paraître en 1992).

Ces situations ont été élaborées, expérimentées et analysés par des enseignants lors de stages PAF de l'Académie de Grenoble intitulés "Apports de la didactique à l'enseignement au collège".

Les problèmes de proportionnalité sont souvent du type suivant :

a	b	?	d
a'	?	c'	?

où a,b,d,a' et c' sont des nombres. Il s'agit de déterminer les nombres manquants. Ce type de questions induit de manière privilégiée chez les élèves des procédures linéaires *quel que soit le contexte*. De nombreux travaux de recherche (Brousseau, Morin, Sokona) ont montré que les procédures additives ou multiplicatives, qui relèvent du type linéaire sont celles qu'utilisent les élèves avant tout autre et sauf indication explicite contraire. La règle erronée très répandue : $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ est significative de cette trop large utilisation de la linéarité.

Revenons au problème ci-dessus : déterminer les nombres manquants. On peut résoudre le problème par des produits en croix, des règles de trois ou des procédures utilisant des analogies entre les nombres lorsqu'elles existent. Ces calculs ne sont corrects que si la situation relève de la proportionnalité.

Ces situations ont été construites en tenant compte des résultats de travaux didactiques concernant les procédures et les conceptions que les élèves mettent en oeuvre dans un problème de proportionnalité. En particulier, ceux de S.B. SOKONA (1989), qui propose une typologie des procédures de résolution possibles : R, règle de trois, C, produit en croix, P, rapport proportionnels, O, calcul d'un opérateur O1, opérateur fonctionnel, O2, opérateur scalaire, U, recours à l'unité, d, décomposition additive, L, fonction linéaire, A, fonction affine.

Ces situations sont des situations "mixtes", c'est-à-dire comportant une première partie relevant de la proportionnalité (nous noterons cette caractéristique P), et une deuxième partie de ce type non-proportionnel (notée NP), affine ou non selon les cas. L'objectif de ce choix est de permettre aux élèves de rentrer facilement dans le problème en mettant en oeuvre des procédures P, puis de les conduire à se poser la question de leur validité pour la seconde partie du problème(NP). La remise en cause des procédures P exige une analyse globale de la situation (retour à l'énoncé, à la situation physique ou au graphique) et donc un jeu de cadres.

Notre conclusion est que la proportionnalité devrait être introduite comme outil performant pour modéliser une situation, en faisant travailler les élèves sur des classes de problèmes relevant ou non de ce modèle. La proportionnalité ne peut être enseignée indépendamment de la non-proportionnalité.

LE CYCLISTE - 5 ème

Un cycliste roule régulièrement, s'arrête, puis roule à nouveau à une allure régulière.

Le tableau suivant représente son parcours :

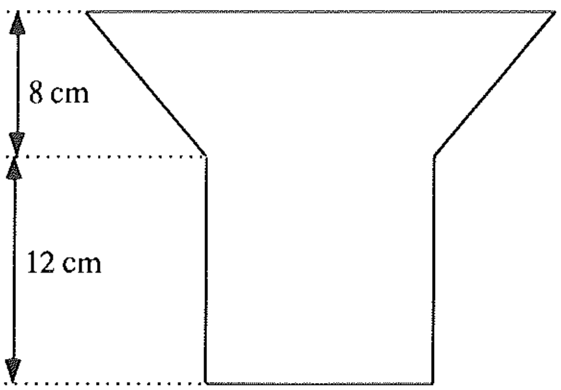
Temps en minutes	5	25	45	60	80	100	120
Distance en kilomètres	2	10	18	28	28	38	48

1) Calculez la distance parcourue au bout de 20 minutes.
2) Calculez la distance parcourue au bout de 28 minutes.
3) Caculez la distance parcourue au bout de 95 minutes.
4) Quel temps a mis le cycliste pour faire 40 kilomètres ?
5) Refaites le tableau en le complétant avec les résultats que vous avez trouvés.

La situation du "vase" a été largement étudiée (Brousseau, Morin) : nous l'avons reprise en gardant le même tableau et les mêmes questions, mais en rajoutant le *dessin* d'un vase.

LE VASE - 5ème

On verse de l'eau dans ce vase. Pour chaque quantité d'eau versée, on mesure la hauteur de l'eau dans le vase.



Les résultats sont notés dans le tableau suivant :

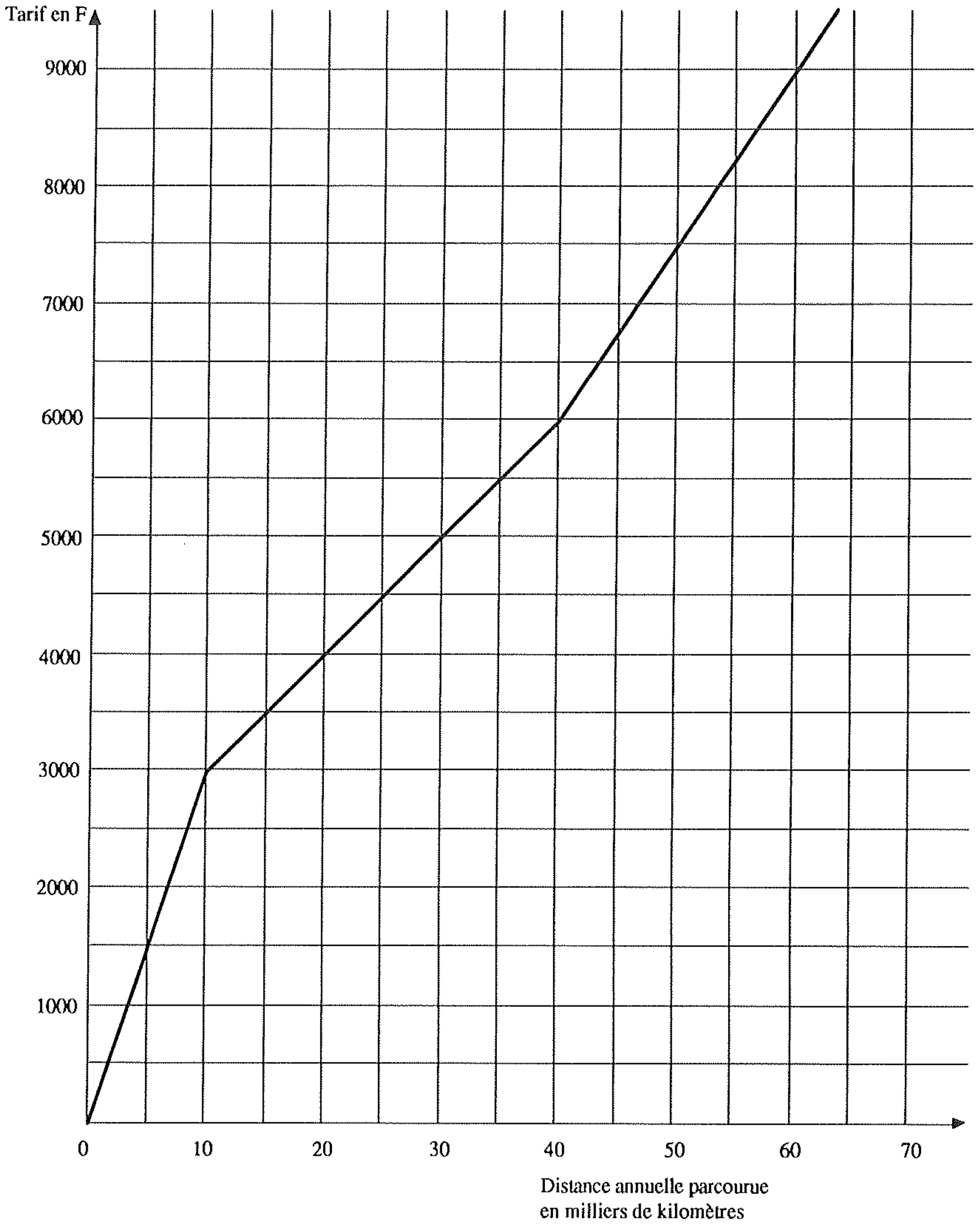
Volume d'eau (en cl)	40	80	120	160	200	240	280	320
Hauteur d'eau (en mm)	27	54	81	108	132	150	160	165

1) Pouvez-vous trouver la hauteur d'eau pour un volume de 50 cl ? Si oui, donnez la réponse ; sinon, expliquez pourquoi.
2) Même question pour un volume de 148 cl.
3) Même question pour un volume de 260 cl.
4) Même question pour un volume de 290 cl.

LA COMPAGNIE D'ASSURANCE AUTOBOUM

Une compagnie d'assurances automobiles présente ses tarifs pour l'année 1990. Ces tarifs sont donnés sous la forme d'un graphique en fonction de la distance annuelle parcourue en milliers de kilomètres.

Voici ce graphique :



Tarif en F
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
1000
0
10
20
30
40
50
60
70
Distance annuelle parcourue
en milliers de kilomètres

Complète le tableau suivant :
* tu donneras les valeurs exactes
* tu expliqueras comment tu as trouvé chaque résultat.

distance en milliers de km	3	5		10	17	20		30			42		55	58	60
tarifs en F			2400				4500		5600	6000		7500			

Épistémologie et didactique

Danielle Ortolland

Thème abordé : La mesure des aires de surfaces planes au CM et début de collège ; les apports de l'histoire des mathématiques.

Bref résumé : Les problèmes de mesure des aires sont intrinsèquement liés à la géométrie et au numérique. Une étude historique apporte un éclairage sur la nature de cette liaison et sur certains obstacles mis en évidence par des études didactiques. Quelles pistes dégager pour l'enseignement ?

Le groupe n'a pas pu avoir lieu en raison de la grève SNCF. Néanmoins un document a été distribué aux participants. On peut l'obtenir auprès de l'IREM de Lille : "La mesure des aires de surfaces planes au CM et début du Collège. Les apports de l'histoire des mathématiques". D. Ortolland - Mai 1991.

Annexe 1

P. CHENEVRIER Précis de géométrie plane - classe de 4ème et 3ème - Hachette 1925

454 - Remarque - Il résulte aussitôt de l'énoncé relatif au triangle que :

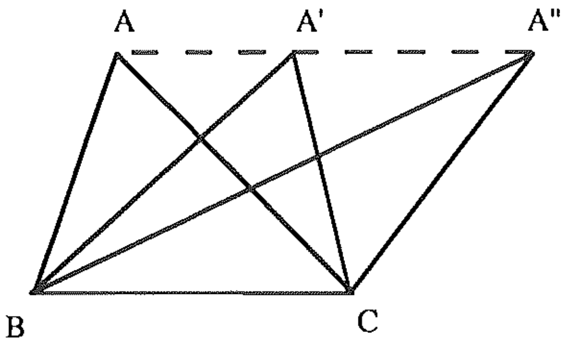


Fig. 305

Deux triangles qui ont même base et même hauteur sont équivalents.

En particulier on réalise de tels triangles en déplaçant le sommet A d'un triangle ABC sur une parallèle à BC.

Ainsi dans la figure 305, les triangles A'BC, A"BC sont équivalents.

Cette remarque nous servira dans un instant.

455 - Aire du trapèze - Au n° 269 nous avons défini un trapèze. La figure 306 en montre un. Nous avons déjà appelé *bases* les deux côtés parallèles. Nous appellerons *hauteur* leur distance.

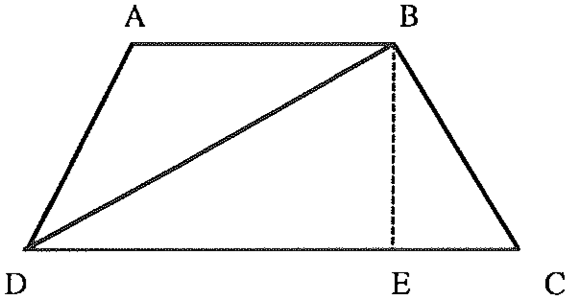


Fig. 306

Une diagonale partage le trapèze en deux triangles dont nous savons évaluer l'aire. De plus, ces deux triangles ont pour hauteur celle du trapèze, si on leur donne comme bases les bases du trapèze.

Ainsi la figure 306 donne aussitôt :

$$\text{aire BCD} = \frac{CD \times BE}{2}$$

$$\text{aire ABD} = \frac{AB \times BE}{2}$$

Par suite :

$$\text{aire (ABCD)} = \frac{CD \times BE}{2} + \frac{AB \times BE}{2} = \frac{BE}{2}(CD + AB),$$

ce qu'on peut écrire aussi bien :

$$BE \times \frac{CD + AB}{2}$$

Nous énoncerons :

Théorème. - *L'aire d'un trapèze est le produit des mesures de sa hauteur et de la demi-somme des bases.*

456 - Aire d'un polygone quelconque. - Pour évaluer l'aire d'un polygone quelconque, on le décompose en triangles ou trapèzes. La figure 307 montre un moyen de faire cette décomposition en traçant une diagonale AE, que l'on prend de préférence la plus longue, et en menant des sommets les perpendiculaires Bb, Cc, etc., sur cette diagonale.

C'est ce procédé que l'on emploie pour évaluer sur le terrain l'aire d'un champ polygonal.

On peut aussi construire un triangle équivalent au polygone.

457 - Problème. - *Construire un triangle équivalent à un polygone donné.*

Nous remarquerons que si nous savons construire un polygone équivalent à un polygone donné et ayant un côté de moins, nous saurons, en répétant l'opération, arriver en fin de compte au triangle.

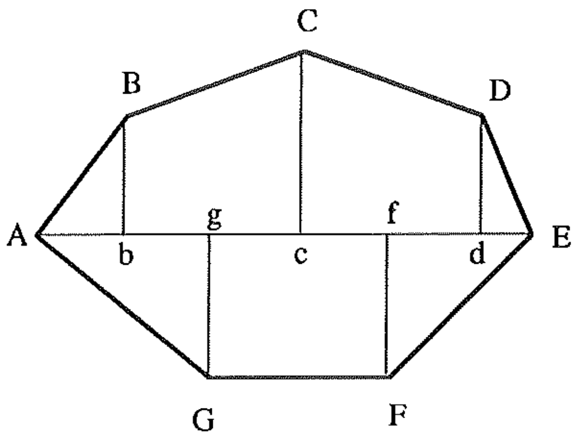


Fig. 307

Soit ABCDEF un hexagone par exemple (fig. 308). Détachons-en le triangle ABC en traçant la diagonale AC. D'après la remarque du n° 454, nous remplacerons ce triangle par un autre équivalent en faisant mouvoir le sommet B sur une parallèle à AC. Choisissons sur cette parallèle, le point G situé sur AF. Le triangle AGC est équivalent au triangle ABC. Donc le pentagone GCDEF est équivalent à l'hexagone ABCDEF.

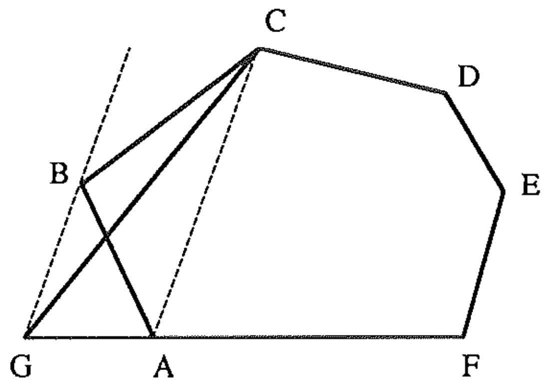


Fig. 308

La figure 309 montre l'application répétée deux fois de la méthode au pentagone ABCDE. Le triangle équivalent est FDK.

458. - Problème - *Construire un rectangle équivalent à un triangle donné.*

D'après le théorème du n° 451 nous sommes certains qu'un rectangle de même base qu'un triangle donné et de hauteur moitié moindre est équivalent à ce triangle.

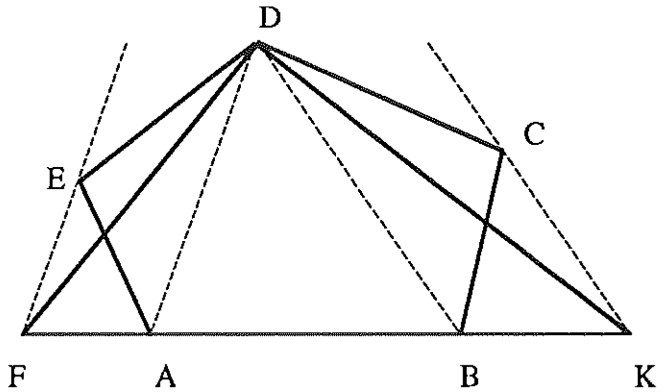


Fig. 309

La figure 310 rend ce fait évident. Nous y avons dessiné le triangle ABC, puis les milieux D et E des côtés et construit le rectangle BCGF qui a comme base BC et pour hauteur la moitié de la hauteur du triangle ABC. En menant AH perpendiculaire à DE, on constate que les triangles rectangle DFB et DAH d'une part, ECG et EAH d'autre part sont égaux comme ayant l'hypoténuse égale et d'un angle aigu égal.

Un découpage du triangle ABC, suivi d'un autre assemblage des morceaux, résout donc le problème posé.

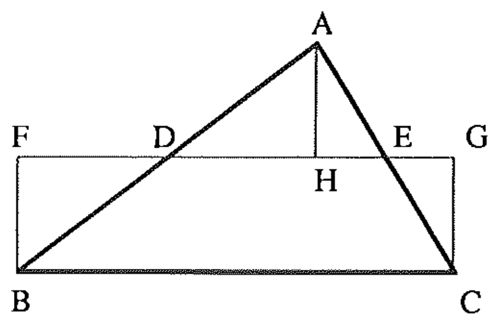


Fig. 310

II.- Aire des polygones réguliers et du cercle

459. - Puisqu'un polygone régulier de n côtés admet un centre de répétition d'ordre n, c'est en somme l'assemblage de n triangles isocèles égaux entre eux autour de ce centre.

Ainsi l'octogone ABCDEFGH est constitué par les huit triangles égaux OAC, OBC..., OHA (fig.311).

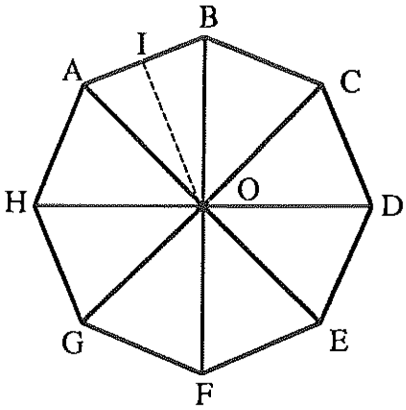


Fig. 311

Ces huit triangles ont pour hauteur l'apothème OI du polygone. Nous avons donc :

$$\text{aire ABCDEFGH} = 8 \text{ aire AOB}$$
$$= 2\left(\frac{AD \times OI}{2}\right) = 8 \,.\, AB \times \frac{OI}{2}$$

Or 8 . AB est le périmètre du polygone, et la démonstration est toujours la même, quelque soit le nombre des côtés.

Nous énoncerons donc ...

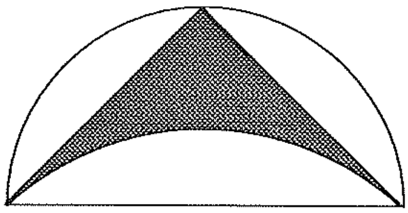
Annexe 2

Traduction française du fragment d'Eudème

tel qu'il est publié par Thomas (16 , pp. 238 - 253)

"Quand aux quadratures de lunules, figurent qui, en raison de leur parenté avec le cercle, semblent en dehors des ordinaires, Hippocrate fut aussi le premier à les étudier, et il semble les avoir exposées d'une façon satisfaisante ; aussi, nous allons nous y attacher de plus près et les parcourir. Il les a commencées en établissant, comme première des propositions utiles pour ces quadratures, que les segments semblables de cercle ont le même rapport que les carrés sur leurs bases. Et il l'a prouvé en montrant que les cercles sont dans le même rapport que les carrés sur leurs diamètres.

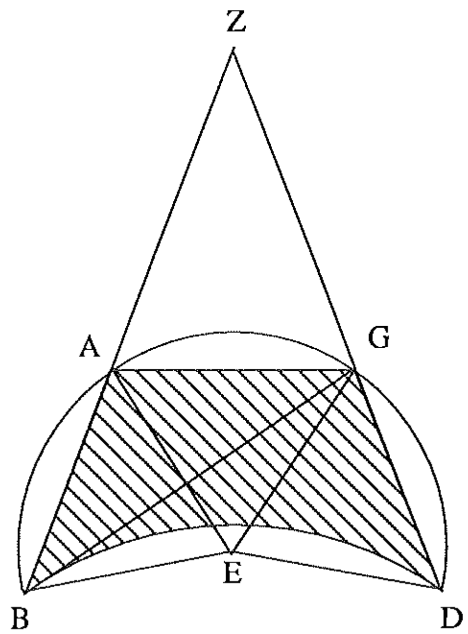
Cela est démontré, il écrivit comment on peut faire la quadrature d'une lunule dont l'arc extérieur est un demi-cercle[1]. Il l'exposa en circonscrivant un demi-cercle à un triangle rectangle isocèle, et en décrivant sur la base un segment de cercle semblable à ceux retranchés par les côtés.



Ce segment sur la base étant égal à la somme des deux sur les côtés, si l'on ajoute de part et d'autre la partie du triangle qui est au-dessus du segment sur la base, la lunule sera égale au triangle. Par conséquent, la lunule, ayant été démontrée égale au triangle, peut être carrée. Ainsi, en supposant d'un demi-cercle l'arc extérieur de la lunule, il carra facilement la lunule.

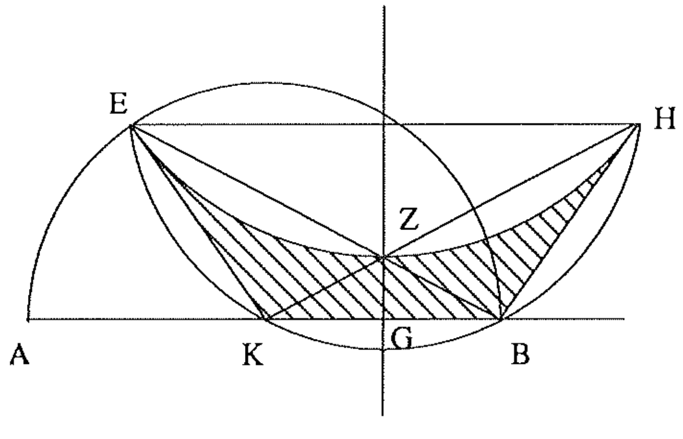
Il continue ensuite en supposant l'arc extérieur plus grand qu'un demi-cercle[2]. Ayant construit un trapèze qui ait trois côtés égaux entre eux, et tel que le carré sur le plus grand des côtés parallèles soit triple du carré sur chacun des autres côtés, il circonscrivit un cercle à ce trapèze, et décrivit sur son plus grand côté un segment semblable à ceux retranchés du cercle par les trois côtés égaux.

[1]Nous avons appelé cette quadrature "cas I)"
[2]Nous avons appelé cette quadrature "cas II)"



Que l'autre segment dont nous avons parlé soit plus grand qu'un demi-cercle, cela est clair, si l'on mène une diagonale dans le trapèze. Car cette diagonale, sous-tendant deux côtés du trapèze, est nécessairement telle que le carré sur cette diagonale est plus que double du carré sur l'un des côtés restants. Donc, le carré sur BG est plus que double du carré sur BA ou AG, et donc aussi sur GD. Par suite, le carré sur BD, le plus grand côté du trapèze, est nécessairement inférieur à la somme des carrés sur la diagonale et sur celui des autres côtés qui est sous-tendu par le plus grand côté et la diagonale. Car les carrés sur BG et GD sont plus que triples, et que le carré sur BD est triple du carré sur GD.Donc l'angle sur le plus grand côté du trapèze est aigu. Par conséquent, le segment dans lequel est inscrit cet angle, c'est-à-dire l'arc extérieur de la lunule, est plus grand qu'un demi-cercle.

Si cet arc est plus petit qu'un demi-cercle, Hippocrate obtient la quadrature en faisant d'abord une construction comme celle-ci[1].



Soit un cercle de diamètre AB et de centre K. Soit GD la médiatrice de BK ; inscrivons entre cette perpendiculaire et la circonférence la droite EZ, dirigée vers B, et telle que le carré sur EZ soit égal à une fois et demie le carré sur le rayon. Menons la droite EH parallèle à la droite AB, et joignons K à E et à Z. Soit en H la rencontre de la droite EH et du prolongement de celle menée de K à Z. Joignons enfin B à Z et à H. Il est clair que la droite EZ ainsi produite passe par B - puisque par hypothèse EZ est dirigée vers B - et que BH est égale à EK.

Ceci posé, je dis que le trapèze EKBH est inscriptible dans un cercle.

Décrivons ensuite le segment qui circonscrit le triangle EZH. Chacun des segments sur EZ, ZH sera semblable aux segments sur EK, KB, BH.

[1]Nous avons appelé cette quadrature "cas III)"

Ceci posé, la lunule formée sera égale à la figure rectiligne composée des trois triangles BZH, BZK, EKZ. En effet, la somme des segments en dedans de la lunule et retranchés de la figure rectiligne par les droites EZ, ZH est égale à la somme des segments extérieurs à la figure rectiligne et retranchés par EK, KB, BH. Car chacun des segments intérieurs est égal à une fois et demie l'un quelconque des segments extérieurs, parce que, par hypothèse, le carré sur EZ est une fois et demie le carré sur le rayon, c'est-à-dire sur EK ou KB ou BH. Si donc la lunule est égale à la somme des trois segments et de ce qui, dans la figure rectiligne, est en dehors des deux segments - la figure rectiligne comprenant les deux segments mais pas les trois - tandis que la somme des deux segments est égale à la somme des trois, il s'en suit que la lunule est égale à la figure rectiligne.

Que l'arc extérieur de cette lunule soit inférieur à un demi-cercle, il le prouve parce que l'angle EKH inscrit dans le segment extérieur est obtus. Que cet angle soit obtus, il le montre ainsi.

Puisque $EZ^2 = 3/2\ EK^2$

et[1] $KB^2 > 2\ BZ^2$

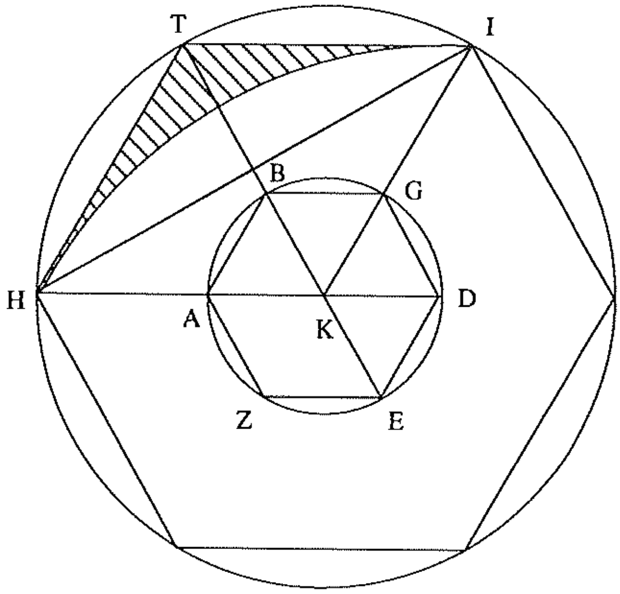
il est clair que $EK^2 > 2\ KZ^2$

Donc $EZ^2 > EK^2 + KZ^2$

L'angle en K est donc obtus, par conséquent le segment dans lequel il est inscrit est inférieur à un demi-cercle.

C'est ainsi qu'Hippocrate a carré chaque lunule, non seulement celle dont l'arc extérieur est d'un demi-cercle, mais aussi celle dont l'arc extérieur est soit plus grand, soit plus petit qu'un demi-cercle.

Mais il a carré aussi comme suit la somme d'une lunule et d'un cercle[2].



[1]Note de Thomas : Ceci est admis. Heath (H.G.M. i. 195) ajoute la preuve suivante :
Par hypothèse, $EZ^2 = 3/2\ KB^2$.
Aussi, puisque A, E, Z, G sont cocycliques,
$EB.BZ = AB.BG = KB^2$
ou $EZ.ZB + BZ^2 = KB^2 = 2/3\ EZ^2$
Il s'en suit que $EZ > ZB$ et que $KB^2 > 2\ BZ^2$

[2]Nous avons appelé cette quadrature "cas IV)"

Soit deux cercles de centre K tels que le carré sur le diamètre du cercle extérieur soit sextuple du carré sur le diamètre du cercle intérieur. Ayant inscrit dans le cercle intérieur l'hexagone ABGDEZ, prolongez jusqu'à la circonférence du cercle extérieur les rayons KA, KB, KG, et tracez les droites HT, TI, HI. Alors il est clair que HT, TI sont les côtés d'un hexagone régulier inscrit dans le cercle extérieur. Sur la droite HI, décrivez un segment semblable à celui retranché par la droite HT. Puisque $HI^2 = 3\ HT^2$ (car le carré de la droite sous-tendue par deux côtés de l'hexagone, pris avec le carré sur un autre côté est égal,puisqu'ils forment un angle droit dans le demi-cercle, au carré sur le diamètre, et que le carré sur le diamètre est quadruple du côté de l'hexagone, le diamètre étant double du côté en longueur et donc quadruple en carré), et $TH^2 = 6\ AB^2$ il est clair que le segment décrit sur HI est égal à la somme de ceux retranchés du cercle extérieur par les droites HT, TI et de ceux retranchés du cercle intérieur par tous les côtés de l'hexagone. Car $HI^2 = 3\ HT^2$, et $TI^2 = HT^2$, tandis que TI^2 et HT^2 sont chacun deux égaux à la somme des carrés sur les six côtés de l'hexagone intérieur, puisque, par hypothèse, le diamètre du cercle extérieur est sextuple de celui du cercle intérieur. De sorte que la lunule HTI sera plus petite que le triangle HTI de la somme des segments retranchés du cercle intérieur par les côtés de l'hexagone.

Car le segment sur HI est égal à la somme des segments sur HT, TI et de ceux retranchés par l'hexagone. Si l'on ajoute de chaque côté la partie du triangle qui est au-dessus du segment sur HI et à l'extérieur de ce segment, le segment sur HI deviendra le triangle et les segments sur HT, TI deviendront la lunule. Par conséquent, la lunule sera plus petite que le triangle des segments retranchés par l'hexagone. Car la lunule et les segments retranchés par l'hexagone sont égaux au triangle. En ajoutant de part et d'autre cet hexagone, la somme du triangle en question et de l'hexagone sera égale à celle de la lunule et du cercle intérieur. Si donc on peut carrer les figures rectilignes dont il s'agit, on pourra aussi carrer la somme du cercle et de la lunule".