UNIVERSITE
BORDEAUX 1

**ACTES DU XVIème COLLOQUE**

**INTER-IREM des P.E.N.**

et autres formateurs d'instituteurs
en mathématiques

mai 1989

-oOo-

**INSTITUT DE RECHERCHE**
**POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES**

UNIVERSITE
BORDEAUX 1

# ACTES DU XVIème COLLOQUE
# INTER-IREM des P.E.N.

et autres formateurs d'instituteurs
en mathématiques

mai 1989

-oOo-

INSTITUT DE RECHERCHE
POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

XVIème COLLOQUE INTER IREM
DES PROFESSEURS EN ECOLE NORMALE
ET AUTRES FORMATEURS DES INSTITUTEURS EN MATHEMATIQUES

-oOo-

Sous un soleil radieux, l'Ecole Normale de la Gironde a accueilli les 18, 19 et 20 mai 1989 les 115 participants du XVIème colloque national inter-IREM des professeurs en Ecole Normale et autres formateurs, organisé conjointement par la COPIRELEM et l'IREM de BORDEAUX.

Au cours de ces journées, douze groupes de travail ont fonctionné. Vous trouverez dans ce document la liste de ces groupes et les comptes rendus de leurs activités dans la mesure où nous les avons reçus.

- - -

# S O M M A I R E

-oOo-



- - -

# LISTE DES PARTICIPANTS

---

| Nom: | Prénom: | Adresse Professionnelle: Ecole Normale : | Code Postal: | Fonction : |
|---|---|---|---|---|
| ADAINE | LUCIEN | POINTE DES NEGRES | | PEN |
| ADJIAGE | ROBERT | RUE FROEHLICH 67600 CELESTAT | 67600 | PEN |
| ALARIC | SUZY | POINTEDESNEGRES FORT DE FRANCE | 97200 | CPAIDEN |
| ANDRE | JACQUES | BOULEVARD AMPERE PERIGUEUX | 24000 | CPEN |
| ARGAUD | HENRI_CLAUDE | Av de l'Ecole Normale VALENCE | 26000 | PEN |
| BALDUZZI | CHARLES | 4 RUE STE CATHERINE AIX | 13626 | PEN |
| BAR | PAUL | 15 AV J. REINACH GAP | 04000 | PEN |
| BARTH | CHRISTIAN | ROUTE DE LA MINE PRIVAS | 07000 | PEN |
| BARTHEL | JANINE | AVENUE DE LA GRDE ECOLE BP308 | 95027 | PEN |
| BERU | GUY | 1 BOULEVARD VICTOR HUGO CHALON/MARNE | 51000 | PEN |
| BOET | JEANINE | 4 RUE ROGER SALENGRO LE BOURGET | 93350 | PEN |
| BOLLOTTE | ANNIE | 1, RUE JOSEPH TISSOT DIJON | 21000 | PEN |
| BOLON | JEANNE | 45 Av des Etats Unis VERSAILLE | 78000 | PEN |
| BOSC | RENEE | | | PEN |
| BREGEON | JEAN-LUC | ECOLE NORMALE DE MOULINS | 03000 | PEN |
| BRIAND | JOEL | RUE DE L'ECOLE NORMALE | 33200 | PEN |
| BRISSIAUD | REMI | R de la Grande Ecole CERGY PONTOISE | 95800 | PEN |
| BROUSSEAU | GUY | 351 COURS DE LA LIB. TALENCE | 33400 | UNIVER |
| BRUILLARD | ERIC | ROUTE DE BRIVENNES BONNEUIL/MARNE | 94388 | PEN |
| BUTLEN | DENIS | 3 RUE DE BELLE-OMBRE MENUN | 77000 | PEN |
| CASTELLANI | GERARD | BP 69 DIGNE CEDEX | 04002 | DEN |
| CHANIAC | COLETTE | 40 RUE GL DELESTAINT BOURG EN BRESSE | 01000 | PEN |
| CHASTEL | NICOLAS | 9 RUE DE LILLE ROUEN | 76044 | PEN |
| CHERASSE | JEAN PAUL | MOULINS | 03000 | IMF |
| CHEVALIER | MARIE-CLAUDE | 273 AVENUE H MARTIN CAHORS | 46000 | PEN |
| CLAVIER | YVES | 45 AV DES ETATS UNIS VERSAILLES | 78000 | PEN |
| CORRIEU | LOUIS | | | IG |
| COUCHOURON | JEAN-FRANCOIS | 9 RUE DE LILLE ROUEN | 76000 | PEN |
| COURRIERE | MICHEL | 43 AV STEPHEN LIEGARD NICE | 06100 | PEN |
| COURTIN | PATRICK | BP 399 POINTEAPITRE GUADELOUPE | 97110 | PEN |
| DELEGUE | HENRI | 12 RUE DU COLLEGE GRAVELINES | 59820 | PEN |
| DELIN | DANIELLE | 12 RUE VILLA MARIA 44042 NANTES CEDEX | 44042 | PEN |
| DERAMECOURT | GERARD | E N DE PERIGUEUX | 24000 | PEN |
| DESCAVES | ALAIN | 3 RUE BOSSUET BEAUVAIS | 60000 | PEN |
| DOUAIRE | JACQUES | ANTHONY | 92 | PEN |
| DROUHARD | JEAN_PHIL | 2 R DU TRONQUET MONT ST AIGNAN | 76130 | PEN |
| DROUIN | CLAUDE | ROUTE DE BREVANNES BONNEUIL/MARNE | 94383 | PEN |
| DUBOIS | COLETTE | 45 AV JEAN ZAY AMIENS | 93190 | PEN |
| DUBOIS | LILIANE | 51 BD DE CHATEAUDUN | 80044 | PEN |
| DUCEL | YVES | 9 RUE DE LILLE ROUEN | 76044 | PEN |
| DUVAL | ALAIN | RUE DE L'ECOLE NORMALE BX | 33200 | PEN |
| FEMICHEL | MURIEL | 45 AVENUE JEAN ZAY LIVRY GARGAN | 93190 | PEN |
| FILIPPI | JEAN | AVENUE A.GILLET DRAGUIGNAN | 03004 | PEN |
| FREMIN | MARIE ANNE | 86 RUE ADOLPH PAJEAUD ANTONY | 92160 | PEN |
| GAIRIN-CALVO | SUZY | RUE DE L'ECOLE NORMALE BORDEAUX | 33200 | PEN |
| GAUDELET | NICOLE | 3 R DES MILLEPERTUIS. LES ULIS | 91940 | IDEN |
| GODIN | MARC | 58 RUE DE LONDRES LILLE | 59045 | PEN |
| GOUDIN | PHILIPPE | RUE DE L'ECOLE NORMALE ALENCON | 61000 | PEN |
| GUILLERMARD | RIRETTE | 43 AV STEPHEN LIEGARD NICE | 06100 | PEN |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| HACHELOUF | AIME | 26 RUE ECOLE NORMALE VALENCE | 26000 | PEN |
| HADJADJ | YVON | 43 AVENUE STEPHEN LIEGARD NICE | 06100 | DEN |
| HOUDEMENT | CATHERINE | 2 RUE DU TRONQUET MONT ST AIGNAN | 76130 | PEN |
| HUGUET | FRANCOIS | 8 RUE DE ROSMADEC QUIMPER | 29191 | PEN |
| JACOB | ELISABETH | AV GRANDE ECOLE BP 308 CERGY PONTOISE | 95027 | PEN |
| JAY | YVES-PIERRE | 40 R. GL DELESTRAINT BOURG EN BRESSE | 01000 | PEN |
| JULIEN | GUY | FAUBOURG ST JEAN ORLEANS | 45000 | PEN |
| KERNEIS | MICHELLE | CITE ADMINISTRATIVE VANNES III | 56020 | CPAIDEN |
| KUZNIAK | ALAIN | 17 RUE DE LA COTE BLANCHE EVREUX | 27025 | PEN |
| LACHAUSSEE | DANIELE | AVENUE DE LA REPUBLIQUE LAON | 02000 | PEN |
| LALLEMENT | MARIE HELENE | 3 RUE BOSSUET BEAUVAIS | 60000 | PEN |
| LAMANT | MIREILLE | RUE DE L'ECOLE NORMALE BORDEAUX | 33200 | PEN |
| LAMBERT | ALAIN | 2 RUE DE L'ECOLE NORMALE BORDEAUX | 33200 | CPEN |
| LATAPIE | MICHEL | BP 399 POINTE A PITRE | 97162 | PEN |
| LE COUTALLER | FERNANDE | RUE VILLA MARIA NANTES | 44000 | PEN |
| LE POCHE | GABRIEL | 153 RUE DE ST MALO RENNES | 35043 | PEN |
| LEBRETON | JEAN-CLAUDE | 9 AVENUE PAUL RENEAULME BLOIS | 41000 | PEN |
| LECLERCQ | CATHERINE | 156 BD LOUIS BLANC LA ROCHE/YON | 85000 | PEN |
| LEGER | DIDIER | Avenue de la République LAON | 02000 | PEN |
| LEYROLLE | MICHEL | RUE DE L'ECOLE NORMALE AURILLAC | 15000 | PEN |
| LIPP | GERARD | 3 RUE DU 4 FEVRIER GUEBWILLER | 68500 | PEN |
| MAC | SIMON | Rte du phare FORT DE FRANCE | 97200 | PEN |
| MAGGION | JEAN | EN MIXTE FOIX 09000 | 09000 | PEN |
| MARTIN | FRANCETTE | RUE DE L'ECOLE NORMALE | 33200 | PEN |
| MAWFIK | NADIA | MAROC | | PEN |
| MAZET-ROUYRE | CHRISTIANE | RUE NERVA NIMES | 30000 | IMF |
| MENGUYGARNIER | GENEVIEVE | Rte du phare FORT DE FRANCE | 97200 | PEN |
| MERIGOT | MICHEL | 14 BD PRINCE DE GALLES NICE | 06000 | UNIVER |
| MILLET | JEAN-LUC | 209 Bd DE VANTEAUX LIMOGES | 87000 | PEN |
| MINET | GHISLAINE | 3 RUE BOSSUET BEAUVAIS | 60000 | PEN |
| MOLINES | JEAN-PAUL | 227 RUE DE MONTMOREAU ANGOULEME | 16000 | PEN |
| NEYRET | ROBERT | RUE MARCELLIN BERTHELOT GRENOBLE | 38100 | PEN |
| ORTOLLAND | DANIELLE | 58 RUE DE LONDRES LILLE | 59045 | PEN |
| ORUS BAGUENA | PILAR | C)TRES CRUSES 41 PTA 42 VALENCIA | 46018 | |
| OYALLON | JEAN LOUIS | PAU 64000 | 64000 | PEN |
| PAQUIN | CATHERINE | 3 RUE PAUL RICHARD. MAXEVILLE | 54300 | PEN |
| PASCUAL | JOSE | E.U. PROFESSORADO E.G.B. P. DE ST jose PAMPLELUNE | 31001 | |
| PEAULT | HERVE | BP 3522 ANGERS | 49035 | PEN |
| PELTIER | MARIE-LISE | 9 RUE DE LILLE ROUEN | 76044 | PEN |
| PERES | JACQUES | IREM COURS DE LA LIBERATION 33 TALENCE | 33000 | PSYCHO |
| PERRIN | MARIE-JEANNE | 2 PLACE JUSSIEU PARIS CED 05 | 75221 | UNIVER |
| PERY | ANNE_MARIE | Av de la République LAON | 02000 | PEN |
| PEZARD | MONIQUE | 3 RUE BELLE-OMBRE MELUN | 77000 | PEN |
| PLANE | HENRI | | | |
| POPILLE | PAULINE | 50 RUE DE MONTREUIL VERSAILLES | 78000 | D.E.A |
| PORCEL | NICOLE | 23 RUE DES ECOLES LONS LE SAUNIER | 39 | PEN |
| PORCHERON | JEAN-LOUIS | 3 RUE BELLE OMBRE MELUN | 77008 | PEN |
| PROUTEAU | CHRISTIAN | RUE DE L'ECOLE NORMALE BORDEAUX | 33200 | PEN |
| REUS | JEAN_MARC | BP 265 FONTENAY LE COMTE | 85205 | CPAIDEN |
| RIGAL | FRANCOISE | ECOLE NORMALE CAHORS 46000 | 46000 | IMFAEN |
| RIMBAULT | CLAUDE | ECOLE NORMALE BP 1040 ST BRIEUC | 22022 | PEN |
| RINALDI | ANNE MARIE | 3 RUE BOSSUET BEAUVAIS | 60000 | PEN |
| SALAMA | LINDIE | ECOLE NORMALE DE RENNES | 35043 | PEN |
| SALIN | MARIE HELENE | RUE DE L'ECOLE NORMALE BORDEAUX | 33200 | PEN |
| SCHIELE | JEAN-GEORGES | PLACE DE L'ECOLE COLMAR | 68000 | IMF |
| SIGRIST | JEAN-LOUIS | 3,RUE DU 4 FEVRIER GUEBWILLER | 68500 | PEN |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| SLAWNY | FRANCIS | 96 AV A. PAJEAUD ANTONY | 92160 | PEN |
| SOUCHE | CHRISTIAN | 44 RUE DU RECTEUR JEAN SARAILH PAU | 64000 | PEN |
| SOUHY | JEAN-GUY | AVENUE MARC PURAT GUERET | 23000 | PEN |
| TANGUY | MICHEL | 8 RUE ROSMADEC QUIMPER | 29191 | PEN |
| TEULE | PIERRE | 335 RUE ST PIERRE MT DE MARSAN | 40000 | PEN |
| TINLAND | MIREILLE | 90 R RICHELANDIERE ST ETIENNE | 42023 | PEN |
| VANHOYLANDT | LYDIE | R.DE LA FONTAINE CHALONS/MARNE | 51000 | IMF |
| VAULTRIN | MADELEINE | RUE DU MIRAIL 31000 | 31000 | PEN |
| VERGNES | DEANIELLE | 45 Av des Etats Unis VERSAILLES | 78000 | PEN |
| VICENS | PIERRE YVES | 45 AV JEAN ZAY LIVRY GARGAN | 93190 | PEN |
| VINRICH | GERARD | AV. JEAN JAURES AGEN | 47000 | PEN |
| WOROBEL | MICHEL | 24 RUE DES MOREAUX AUXERRE | 89000 | PEN |

# LISTE DES DIFFERENTS GROUPES DE TRAVAIL

---

## GROUPE A1 UTILISATION DE L'INFORMATIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES.

Les échanges porteront sur un ou plusieurs des points suivants :

1) Recenser les types d'activités que l'on rencontre en travaillant dans le domaine de l'informatique et établir une typologie des activités d'enseignement qui en résultent.

2) Proposer des exemples de déroulement de séquences de classe qui illustrent certains de ces types d'activités.

3) Préciser le rôle de l'enseignant dans ces activités et se fixer comme objectif la construction des situations didactiques ad-hoc.

4) Produire des exemples d'analyse de ces situations didactiques en se servant des méthodes qu'offrent les développements récents de la recherche en didactique dans ce domaine.

Animateur : Joël BRIAND
Ecole Normale de la Gironde
33200 BORDEAUX

## GROUPE A2 GEOMETRIE OU ESPACE EN G.S. ET AU C.P.

Naturellement, les travaux de recherche GS-CP portent presqu'exclusivement sur le domaine du nombre. Ces travaux (contenu, méthodologie, didactique,...) sont-ils transférables en géométrie ? ou alors, faut-il faire de la géométrie et des activités spatiales une "matière" à part ?

Le groupe fonctionnera à partir des apports de tous ses participants qui seront analysés et, éventuellement, synthétisés.

Animateurs : C. RIMBAULT et N. GAUDELET
Ecolo Normale
22022 SAINT BRIEUC

## GROUPE A3 QUELLES AIDES APPORTER AUX ENFANTS CONFRONTES AUX TEXTES MATHEMATIQUES ?

En s'appuyant sur les réflexions contenues dans l'exposé préliminaire au travail du groupe B1 (les inter-actions math-lecture) au Collège de Rouen, les critiques que peuvent en faire les participants, leurs observations sur la place de l'écrit dans l'enseignement des mathématiques et la nature linguistique des textes mathématiques ainsi que les stratégies d'aide à la lecture des écrits mathématiques qu'ils ont pu mettre en oeuvre ou dont ils ont pu observer la mise en oeuvre à l'école primaire, rechercher les aides spécifiques à apporter aux enfants confrontés aux textes mathématiques, dans la mesure où ceux-ci sont effectivement différents (mais en quoi ?) des autres écrits qui leur sont proposés.

Animateur : CASTELLANI
Ecole Normale de Haute Provence
04000 NICE

## GROUPE A4 UTILISATION DE L'HYPERTEXTE EN MATHEMATIQUES

Divers exemples seront montrés et une discussion devrait s'établir autour de plusieurs problématiques auxquelles l'hypertexte peut fournir un embryon de réponse :
- aide à la compréhension de textes mathématiques ;
- aide à la résolution avec accès direct et contextuel à une documentation structurée ;
- exposition structurée (non linéaire) de concepts pgénéraux en mathématiques ;
- aide au diagnostic et rédaction de messages d'erreur réactifs.

Cette liste est donnée à titre indicatif, nous sommes en effet en train de travailler autour de ces divers aspects ce qui devrait nous fournir d'autres éléments à proposer au mois de mai.

Animateurs : Claude DROUIN - Eric BRUILLARD
Ecole Normale 94380 BONNEUIL SUR MARNE

GROUPE A5 — CALCUL MENTAL, CALCUL RAPIDE, UNE ANALYSE DIDACTIQUE DE SITUATIONS METTANT EN OEUVRE DES ACTIVITES DE CALCUL MENTAL DU CP AU CM2.

A partir d'un exposé décrivant une recherche de l'IREM de PARIS VII (C. LETHELLEUX - M. PEZARD - Denis BUTLEN) sur le calcul mental (du CP au CM2), le groupe s'attachera à définir, à déterminer les apports des activités de calcul mental à l'apprentissage des mathématiques à l'école élémentaire.

Le travail sera construit à partir de cette expérience et à partir d'échanges entre collègues.

Animateurs : Denis BUTLEN - Monique PEZARD
Ecole Normale 77000 MELUN

GROUPE A6 — PROBLEMES DU TRAITEMENT DES DIFFERENTES FORMES DE RAISONNEMENTS "LOGIQUES" DES ENFANTS DANS LA RELATION DIDACTIQUE

Exposé des résultats d'une recherche en didactique à Bordeaux-I :
Identification du problème : Est-ce que les maîtres ont des difficultés à traiter et à enseigner le raisonnement aux enfants ? Quelles sont ces difficultés ?
Approche expérimentale : Présentation d'un questionnaire sur la logique, la distance et le traitement des données. Recherche d'une ingénierie utilisant l'analyse typologique.
Les situations de l'expérimentation : la classification au cours moyen.
1ère situation : "où partir ensemble en vacances ?"
2ème situation : "classer les feuilles"
3ème situation : "le jeu de coalition"

Animatrice : Pilar ORUS BAGUENA
IREM BORDEAUX

GROUPE B1 — CONSTRUCTION DU NOMBRE EN G.S. ET C.P.

La recherche INRP "Apprentissages numériques et résolution de problèmes chez les enfants de 5 à 8 ans" se proposait pour objectif de repenser l'introduction du nombre, en assurant la liaison entre ces deux thèmes et en établissant une continuité entre la grande section et le cours préparatoire. Ces travaux sont en partie déjà publiés (Rencontres Pédagogiques n° 21. INRP). Une présentation de la problématique de situations d'apprentissage d'actions de formation formera l'ossature des travux du groupe.

Animateur : Jacques DOUAIRE
Ecole Normale des Hauts de Seine
92160 ANTONY

GROUPE B2 (jeudi) — "COMMENT HARMONISER LES APPRENTISSAGES AU COURS MOYEN et au COLLEGE ?"

On pourra organiser les échanges sur des problèmes choisis par les participants, à partir de leurs expériences et de leurs recherches personnelles.

Dans le temps de travail imparti au groupe, il ne semble pas réaliste de traiter tous les problèmes qui peuvent se poser. Les deux points indiqués ci-dessous sont donnés à titre d'exemples de travaux possibles.

1 - Quelles activités mettre en place en géométrie ?
En particulier, avec quels objectifs et comment étudier une transformation géométrique plane ? Comment adapter cette étude à la perception qu'ont d'une telle transformation les élèves concernés ?

2 - Preuve et démonstration : quel apprentissage ? quelle exigence par rapport aux traces écrites ?

Animatrice : C. DUBOIS
Ecole Normale
93190 LIVRY GARGAN

GROUPE B2 bis **INTEGRATION DU MICROORDINATEUR DANS L'APPRENTISSAGE D'UNE NOTION MATHEMATIQUE : EXEMPLE DE LA DIVISION AU CM2/CM1.**
(vendredi)

Présentation des travaux menés par une équipe INRP : problématique, progression suivie, logiciels construits, activités proposées...

durée souhaitée : 3 h.

Animateur : J.L. PORCHERON
Ecole Normale de Seine et Marne
77008 MELUN

GROUPE B3 **APPORTS DE LA DIDACTIQUE EN F.P.**

Je présenterai la formation qui se veut essentiellement didactique que nous proposons aux normaliens de Grenoble pendant leurs deux années. En particulier, nous pourrons examiner quelques outils utilisés : observations individuelles ou de groupe de deux élèves, analyse de situations, éléments bibliographiques...etc et discuter de leur pertinence.

Animateur : R. NEYRET
Ecole Normale
38100 GRENOBLE

GROUPE B4 **L'OBSERVATION D'UNE SEANCE D'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES**

Il s'agit de présenter une observation de classe comme un exercice : soit comme moyen de recherche, soit comme moyen de formation.

Un "sujet" sera fourni aux participants lors de la première séance qui aura pour objet l'étude a priori des composantes de la situation d'enseignement et de leurs variables didactiques. Le groupe essaiera d'élaborer une liste de critères d'analyse a priori. La seconde séance sera l'observation de la classe. La troisième les différents types d'analyses a posteriori. L'animateur souhaite que le groupe élabore un texte pour la formation des maîtres. La conférence plénière sur "la théorie des situations" fournira des éléments utiles pour cette activité.

Animateur : G. BROUSSEAU
I.R.E.M. de BORDEAUX

GROUPE B5 **UNE RECHERCHE EN DIDACTIQUE A L'ECOLE MATERNELLE**

A partir d'une recherche menée durant plusieurs années à l'école pour l'observation Jules Michelet, nous tenterons de dégager les objectifs spécifiques des recherches menées à Bordeaux sur les caractéristiques des situations didactiques et leurs effets sur la construction de la connaissance. Il s'agira de dégager les objets de l'analyse (à partir de quelle théorie ?) et de décrire les choix méthodologiques (que faut-il observer ? comment ?). La complexité de la situation didactique suppose une multitude d'approches, mais alors quelle place faire aux champs scientifiques autres que la didactique ? psychologie génétique et clinique, épistémologie, psycho-sociologie ?

Animateur : Jacques PERES
COREM BORDEAUX

GROUPE B6 APPORT D'UNE DIMENSION HISTORIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Il s'agit d'envisager l'apport culturel de l'histoire des mathématiques dans la formation initiale et continue des maîtres.

Beaucoup de collègues s'interrogent sur l'origine des connaissances mathématiques qu'ils enseignent : l'atelier s'efforcera de donner quelques réponses.

Par ailleurs, les participants étudieront un ou plusieurs textes et réfléchiront à leur emploi éventuel à l'Ecole Normale voire à l'Ecole Elémentaire.

Animateur : Herny PLANE.

## THEMES DES CONFERENCES

Y. CHEVALLARD : Maître de conférences à l'Université MARSEILLE LUMINY

"Enseignement des mathématiques et besoins professionnels : le cas des élèves-instituteurs"

J. NIMIER : Maitre de conférences à l'Université de REIMS

"Les modes de relation aux mathématiques"

1/ Schéma de modèle d'analyse des représentations comme base de départ de recherche.
2/ Influence des représentations sur l'enseignement.
3/ Comment peut-on travailler sur les représentations ?

G. BROUSSEAU : Maître de conférences à l'Université de BORDEAUX-I

"La théorie des situations : observation, analyse et ingénieries didactiques".

# EMPLOI DU TEMPS

-oOo-

## Jeudi 18 mai

| | | |
|---|---|---|
| 9 h - 10 h | : | Accueil des participants |
| 10 h - 11 h 15 | : | Groupes A |
| 11 h 30 | : | Ouverture |
| | | Apéritif |
| 12 h 45 | : | Repas |
| 14 h - 15 h 45 | : | Groupes B |
| 16 h - 18 h | : | Conférence Y. CHEVALLARD |

soirée libre

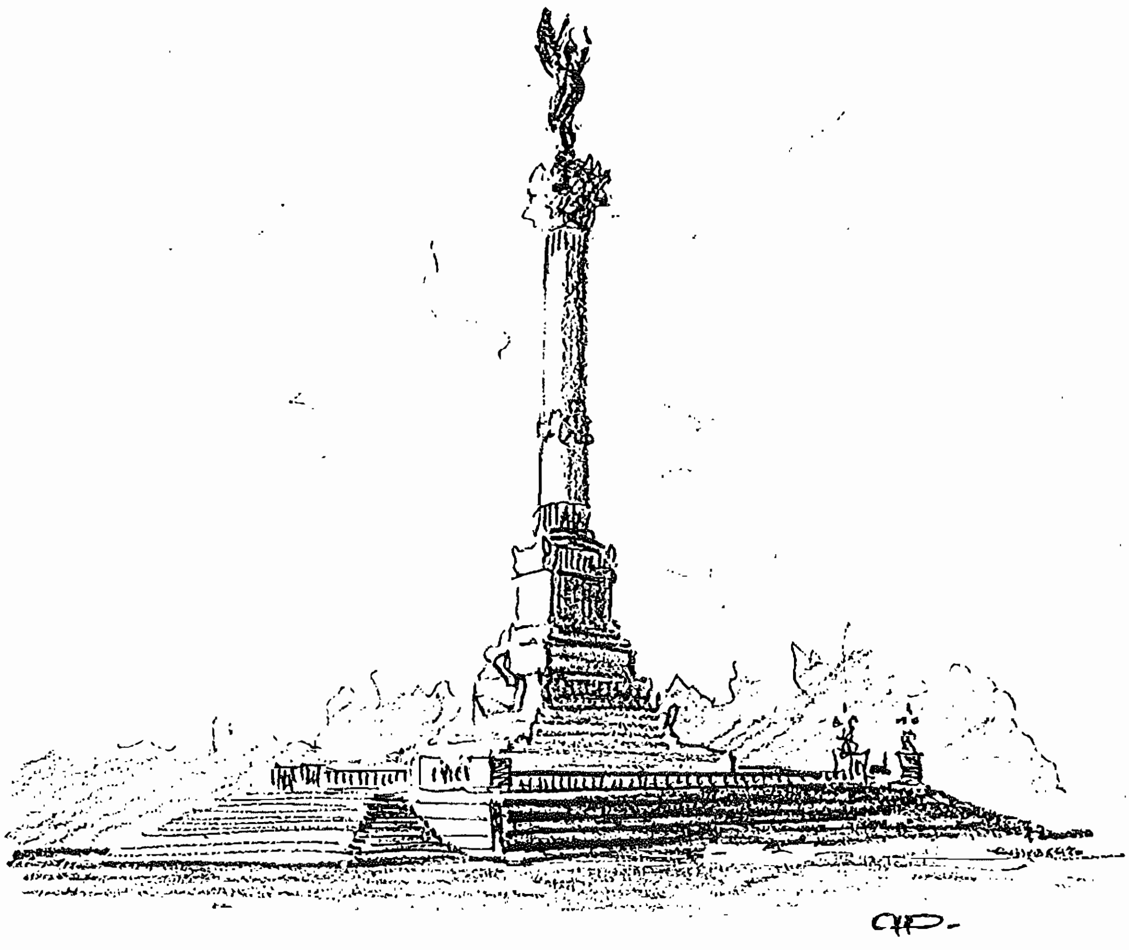
## Vendredi 19 mai

| | | |
|---|---|---|
| 8 h 30 | : | Groupes B |
| 10 h - 11 h | : | échanges de documents |
| 11 h - 12 h 30 | : | Groupes B (suite) |
| 12 h 45 | : | Repas |
| 14 h | : | Conférence J. NIMIER |
| 16 h - 18 h | : | - Visite du vieux BORDEAUX |
| | | ou |
| | | - Visite d'un château réputé |

Dîner dansant "jazz traditionnel" à l'Ecole Normale

## Samedi 20 mai

| | | |
|---|---|---|
| 9 h - 12 h | : | Groupes A |
| 12 h 15 | : | Repas |
| 13 h 30 | : | Conférence G. BROUSSEAU |
| 15 h 30 | : | Séance plénière |
| 17 h | : | Clôture du Colloque |



Monument des Girondins.

# RAPPORT DES TRAVAUX
# DU GROUPE
# A 1

Groupe A1:

UTILISATION DE L'INFORMATIQUE DANS
DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

## I- Participaient à ce groupe:

Adaine Lucien, André Jacques, Argaud Henri-Claude, Boet Jeanine, Cherasse Jean-Paul, Dubois Liliane, Huguet François, Le Poche Gabriel, Lebreton Jean-Claude, Léger Didier, Leyrolle Michel, Lipp Gérard, Maggion Jean, Péault Hervé, Pascual José, Tanguy Michel, Vicens Pierre-Yves.

Compte-rendu: J.C. Lebreton- J.Briand

## II- Remarque préliminaire:

Le compte-rendu des deux séances constitue le point III. Les documents utilisés sont dans le point IV.

Ce sont:

-Le tableau issu du document de l'IREM de Bordeaux.
-Un extrait du travail sur une base de données de Quimper.
-Une fiche de travail sur le puzzle au CM.
-Une réflexion autour du mot "didacticiel".

## III- Compte-rendu:

Tous les participants sont unamimes pour affirmer qu'il est important de recentrer les réflexions sur l'enseignement des mathématiques.

L'informatique, en tant qu'outil, pouvant venir en aide à la réalisation d'objectifs d'enseignement, il importe de recenser les rôles possibles de l'informatique comme moyen d'aider à la construction de situations didactiques.

III-1 Plusieurs membres du groupe participent à une recherche de la Direction des Ecoles sur le thème des mathématiques et de l'outiIl informatique. Ainsi, Bordeaux et Rennes, ont évoqués leur travail:

IREM de Rennes: il s'agit de la création et de l'utilisation d'une base de données télématique destinée aux enseignants des cours moyens. Actuellement, un travail sur la division euclidienne peut être utilisé (3614 RENTEL). Cette banque doit progressivement s'étendre aux thèmes couvrant le programme de CM2.

IREM de Bordeaux: les PEN ont rédigé une brochure dans laquelle sont classés des types d'activités autour de l'informatique et qui peuvent être un apport utile à l'enseignement des mathématiques.
Pour chaque type d'activité, un exemple de travail possible soit en classe, soit en formation des maîtres y est rédigé. Le document disponible à l'IREM s'appelle "mathématiques et informatique." Un tableau extrait de ce document figure en IV.

Ce tableau présenté au groupe a été le support d'un débat lors de la première séance:
En particulier, qu'est-ce qui relève des mathématiques dans une activité de programmation?
La partie "syntaxe-booléens" est située dans les algorithmes et cela se comprend avec les exemples proposés, mais est-ce toujours le cas?
D'autre part, il n'a pas été possible de classer le travail des collègues de l'IREM de Rennes sur l'interrogation multi-critères d'une banque de données.

En fait, il faut lire cette classification comme une tentative de ranger différents types d'activités qui permettront à l'enseignant d'intervenir dans la construction de la situation didactique.
On y voit, que selon les types d'utilisation de l'informatique, l'enseignant gère plus ou moins la situation didactique

III-2 Nous avons rappelé le travail d'une équipe INRP visant à intégrer l'outil informatique en classe sur le sujet de la division.

III-3 Notre collègue Maggion expose un travail sur la "construction collective d'un puzzle". La fiche de ce travail figure en IV.

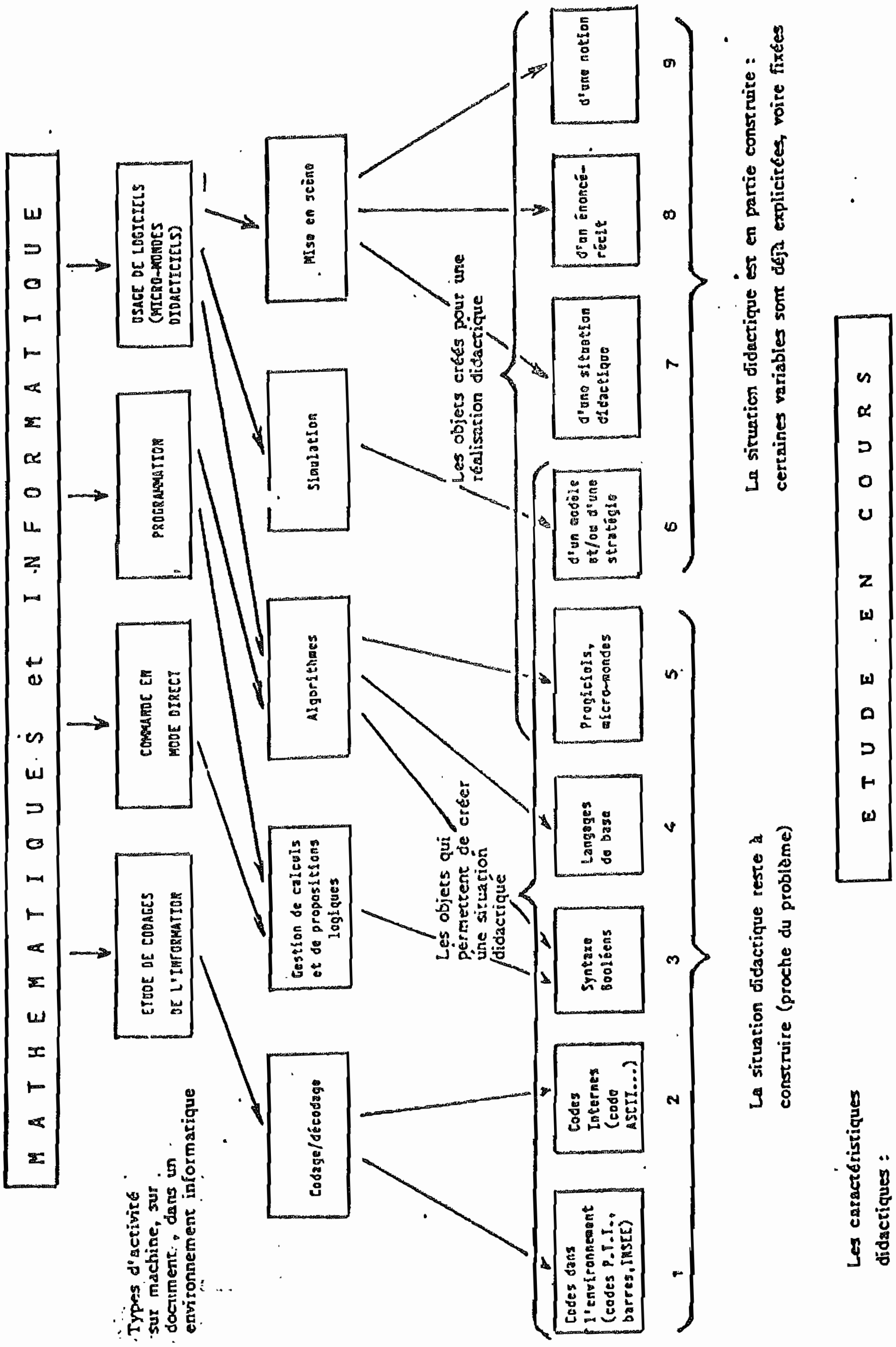
III-4 Pierre-Yves Vicens nous fait part du travail de synthèse de la direction des écoles portant sur l'utilisation de l'outil informatique.
Ce travail s'effectue au travers du dispositif destiné à assurer la cohérence, d'un point de vue pédagogique, des actions conduites en informatique dans l'ensemble des départements. Un des axes de réflexion est "l'enseignement des mathématiques et l'informatique". Actuellement, une dizaine d'activités mathématiques ont été recensées.

III-5 Joël Briand fait part du travail de conception et de réalisation des logiciels du cours préparatoire effectué par l'IREM de Bordeaux.
L'utilisation des logiciels est étroitement liée à un projet de construction du nombre qui a déjà fait l'objet de publications.

Suzy Gairin-Calvo a rédigé une brochure qui expose les principes généraux de didactique qui ont présidés à l'élaboration des séquences de classe ainsi que des logiciels.

Deux autres logiciels, l'un sur la division, l'autre sur les décimaux sont actuellement expérimentés dans les classes et devront être prochainement diffusés.

IV-Documents:
IV-1 Tableau extrait du document "mathématique et informatique" de l'IREM de Bordeaux.



IV-2 Extrait de la brochure des collègues de l'IREM de Rennes.

# LA DIVISION EUCLIDIENNE

## PRESENTATION GENERALE

Les démarche générale choisie est de favoriser la construction du sens de la division par rapport à la technicité opératoire.

Aussi avons-nous privilégié, dans un premier temps, la division euclidienne car elle aboutit à deux résultats (quotient et reste) alors que les autres opérations n'en donnent qu'un seul.

L'accès souvent trop rapide à la division décimale nous semble occulter cette différence essentielle entre la division euclidienne et les autres opérations.

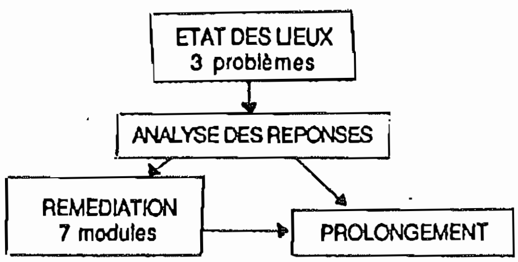
Par ailleurs les travaux de didactique des mathématiques ont montré le rôle de la résolution de problèmes dans la construction de sens des connaissances.

Les problèmes proposés dans cette banque permettent successivement :

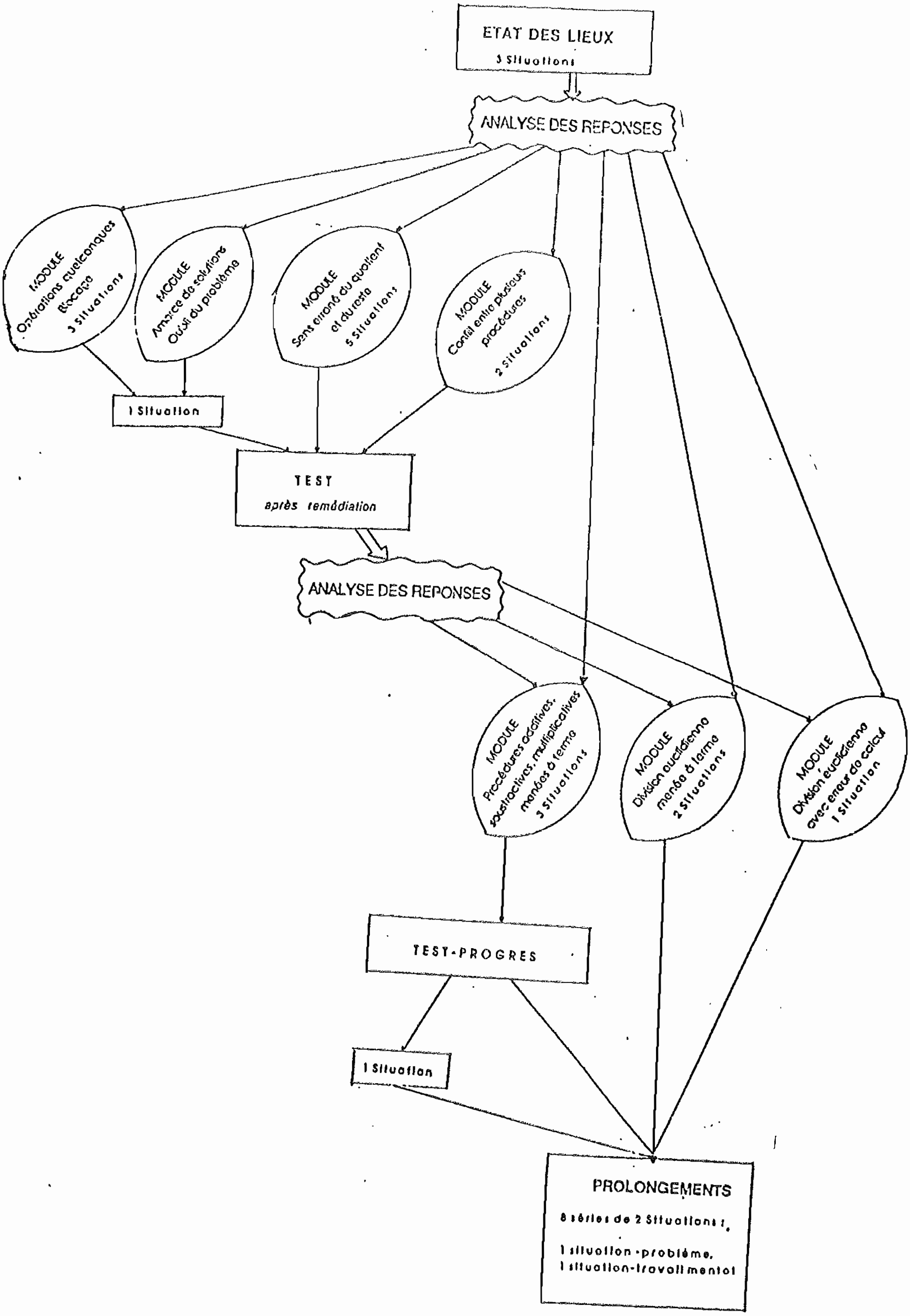
- d'évaluer l'état des connaissances des élèves sur ce concept,
- de rémédier selon les difficultés rencontrées car la résolution de problèmes permet une construction et/ou une reconstruction d'un savoir. Ici le maître diagnostique et décide du type de remédiation,
- de prolonger, par des situations-problèmes alternant avec des situations de travail mental. Deux directions dans les situations de prolongement :

. Elargissement conceptuel, ex. : proportionnalité, propriétés des nombres, ...
. Pertinence de cette opération dans des situations variées.

Ces trois aspects des problèmes ont défini trois phases de travail pour l'élève :




En résumé l'esprit de ce travail est de partir des compétences des élèves en diagnostiquant les procédures utilisées par eux pour prolonger ou reconstruire des connaissances.


ETAT DES LIEUX
3 Situations
ANALYSE DES REPONSES
MODULE
Opérations quelconques
Blocage
3 Situations
MODULE
Amorce de solutions
Oubli du problème
MODULE
Sens erroné du quotient et du reste
5 Situations
MODULE
Conflit entre plusieurs procédures
2 Situations
1 Situation
TEST
après remédiation
ANALYSE DES REPONSES
MODULE
Procédures additives, soustractives, multiplicatives menées à terme
3 Situations
MODULE
Division euclidienne menée à terme
2 Situations
MODULE
Division euclidienne avec erreurs de calcul
1 Situation
TEST-PROGRES
1 Situation
PROLONGEMENTS
8 séries de 2 Situations :
1 situation-problème,
1 situation-travail mental

## IV-Fiche de travail sur le puzzle en logo: (Jean Maggion)

On suppose une classe de CM dans laquelle les enfants sont suffisamment familiarisés avec les primitives élémentaires du LOGO graphique et savent écrire des procédures simples et emboîtées.

===>>>>

DOCUMENTS : a)le puzzle ci-dessous, les mesures des longueurs sont données en centimètres;

b)la liste des procédures graphiques (pour mémoire).

Ci-joint le puzzle dans lequel les dimensions sont indiquées en centimètres.

ORGANISATION DE LA CLASSE :

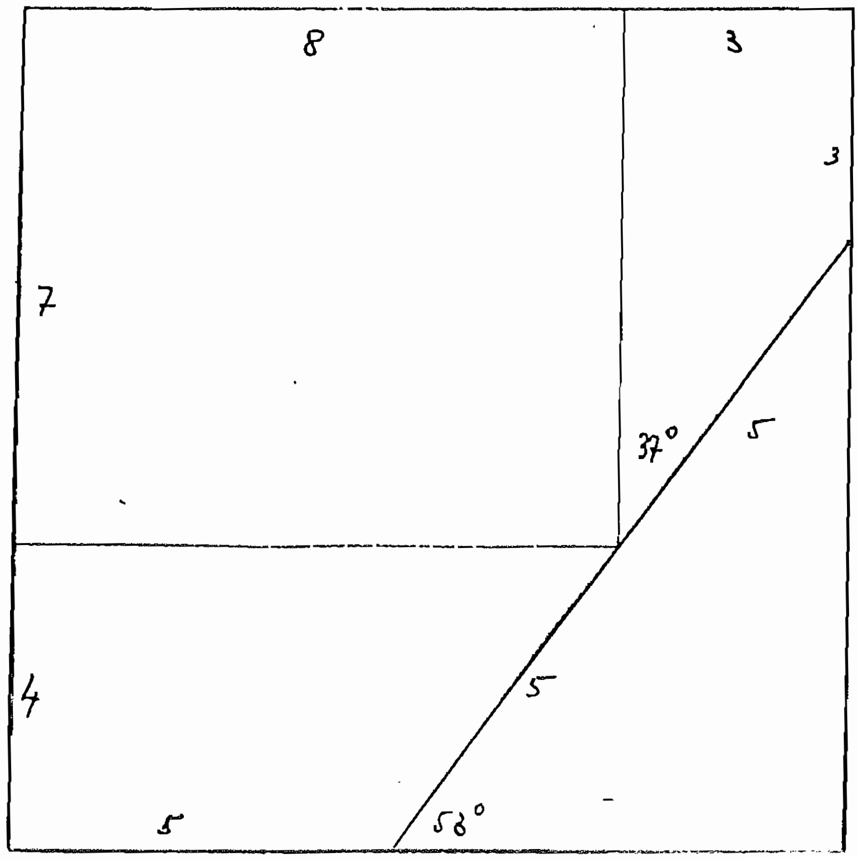
Les élèves sont par équipes de 8 , organisées de 4 groupes de 2.

CONSIGNES:

<u>**Consigne générale</u> .Chaque équipe a la responsabilité de faire dessiner le puzzle par la tortue : le coté qui mesure 4 sur le dessin mesurera 40 (pas de tortue) sur l'écran.

<u>**Consigne particulière à chaque équipe responsable du dessin d'un puzzle:</u>vous devez vous répartir le travail de manière que chaque groupe ait la responsabilité d'une pièce du puzzle.

-écrire une procédure pour l'obtenir,
-sauver la procédure,
-ramener les procédures écrites par les 3 autres groupes,
-reconstituer le puzzle à l'aide de ces 4 procédures.



IV-4 Réflexions autour du mot "didacticiel": (Joël Briand).

Une situation didactique est une situation où l'on peut repérer un projet social de faire approprier par un élève un savoir constitué ou en voie de constitution. (cf :G. Brousseau déc 86). Partant de là, nous pouvons définir un logiciel d'enseignement comme une situation didactique.

Ceci est un point de départ. Le didacticiel n'est pas, en général, le seul élément qui constitue les situations didactiques que l'on rencontre en milieu éducatif.

Dans la suite du document, nous analyserons donc la place du didacticiel dans une situation d'enseignement, sa place en formation, ainsi que son environnement nécessaire à la naissance et après.

Le didacticiel: sa place dans une situation d'enseignement :

Dès lors qu'il est utilisé dans une classe, le logiciel d'enseignement n'est plus, à ce moment là, la situation didactique du moment, il concourt à l'organisation de cette situation, il en est seulement une des composantes..

Nous allons passer en revue les différents points qui doivent permettre de situer le didacticiel dans une action enseignante :

Le didacticiel et les difficultés de gestion des situations didactiques :

Une situation didactique produite par l'ingénérie didactique appuyée sur la théorie des situations présente généralement certaines caractéristiques:

- Elle doit conduire à prendre de nombreuses décisions, à en voir les conséquences, à prévoir les effets de certaines de ces décisions, pour permettre l'adaptation aux élèves.
- Elle doit autoriser diverses stratégies, correspondant aux différents points de vue, pertinents ou non, que les enfants peuvent avoir sur le sujet et répondre à ces comportements par des réactions appropriées.
- Elle doit exiger de l'élève un projet personnel et des relations sociales variées :. communications, débats ou négociations, etc...

Les situations qui satisfont ces conditions sont donc très complexes et difficiels à gérer. On les trouve rarement dans l'enseignement classique où le maître a généralement en charge de provoquer, de recevoir, de corriger et d'interpréter toutes les réponses significatives de chacun des élèves.

De plus, chaque savoir est caractérisé par toute une famille de situations obtenues en faisant varier certaines conditions qui ont une influence sur le savoir produit.

Encore s'agit-il d'avoir repéré ces situations et leurs varaibles pertinentes au regard de l'apprentissage visé.

Ces situations sont très nombreuses et chacune très complexe de sorte qu'il est bien difficile de les connaître, de les identifier, de les reproduire et de les utiliser facilement en conservant leurs propriétés.

Un logiciel ouvre, dans ce domaine, de grandes possibilités:

la partie de ces situations complexes qui consiste à recevoir de nombreuses décisions et à leur appliquer des feed-backs diversifiés peut, le plus souvent être confiée à un logiciel, de sorte que leur présentation aux élèves va s'en trouver considérablement simplifiée.

Le didacticiel : élément du processus:

Les apports de la didactique ne se réduisent pas à ce qui peut se mettre dans l'ordinateur, et l'usage de l'appareil n'est qu'un moment du processus.

Par exemple, tous les élèves peuvent prendre connaissance, en même temps de la situation que l'ordinateur propose de maîtriser par la création d'un certain savoir. Chacun d'eux doit pouvoir, au moment voulu, venir tester ses stratégies ou ses solutions.

Mais l'apprentissage se poursuit entre deux passages à l'ordinateur . Par exemple en :

- cherchant à comprendre la situation
- élaborant des stratégies
- débattant avec d'autres élèves des questions soulevées
- communiquant les solutions
- mémorisant certaines procédures
- faisant des exercices d'entraînement,

activités qui occupent la majeure partie du temps.

De cette façon, un seul appareil dans une classe peut suffire pour améliorer considérablement le rapport des élèves avec le savoir, avec son apprentissage et avec son maître.

Le didacticiel : influence sur la négociation didactique:

C'est en prenant en compte les concepts de contrat didactique que l'on a pu montrer qu'un logiciel d'enseignement pouvait influer sur la négociation de ce contrat:

En particulier, il permet de mettre une distance entre le problème posé et l'enseignant. Or nous savons qu'un obstacle important dans une action d'enseignement est la difficulté, pour l'enfant, d'expliciter les connaissances indépendemment de la personne qui l'organise, afin de s'approprier le problème. (cf: dévolution d'un problème).

Toutefois, les premiers travaux montrent que l'enseignant étant déchargé d'une partie de la mise en scène de la situation, celui-ci a tendance à moins bien accepter la nécessaire phase de désappointement dans une situation, de l'apprenant, conséquence d'une difficulté, ce qui peut constituer alors un obstacle à la dévolution de la situation à l'enfant. (cf DEA 1985 Situation didactique et logiciel d'enseignement.)

On voit donc que l'enseignant devra être sensibilisé à ce problème et agir en professionnel afin de ne pas perdre le bénéfice que peut apporter le logiciel.

Le didacticiel: les difficultés de communiquer aux maîtres de nouvelles situations didactiques:

Le maître peut, en explorant un logiciel, découvrir une situation comme le fera l'élève sans qu'il soit nécessaire de la décrire, de l'expliquer, de la justifier pour qu'il puisse la concevoir. Il peut à volonté reprendre le point de vue de l'enseignement et examiner les variables et les variantes à la lumière de son expérience ou des résultats de recherches.

Ainsi, le savoir visé s'en trouve beaucoup mieux défini et les rôles de élèves et du maître dans son acquisition, mieux connus.

On voit tous les avantages de l'utilisation de tels logiciels en formation des maîtres.

Le didacticiel : son environnement nécessaire :

Bien sûr, le didacticiel peut-être utilisé hors d'un cadre d'enseignement, tout comme le livre scolaire.

D'autre part, le didacticiel peut-être complètement détourné de l'utilisation prévue par son concepteur dans un contexte didactique donné.

Vouloir analyser le logiciel d'enseignement, en ayant comme objectif son "intérêt pour la classe" relève de la simple opinion. Seuls, et encore, peuvent être appréciés certains critères purement techniques, ergonomiques....

Il faudrait donc arriver à construire des produits qui soient "entourés" de documentation didactique et non pas seulement de mode-d'emploi ou de notices techniques .

En fait, ces produits logiciels devraient, pour être utilisables "grandir à l'intérieur" d'une recherche. Ainsi, la conception du didacticiel serait assujettie aux travaux des chercheurs, l'étude des conditions de mise en oeuvre dans la classe et de l'influence sur la situation didactique serait une partie de la recherche.

# RAPPORT DES TRAVAUX

# DU GROUPE

# A 2

Situations géométriques en maternelle: IREM de LILLE
Situation de communication sur le choix de dessins

Ce qui est visé dans ce type de situation est la prise en compte par les élèves des propriétés des figures géométriques, et en particulier des propriétés de nature projective (alignement) ou métrique qui nous semblent pouvoir être abordées dès la grande section.
Notre hypothèse est que la comparaison de figures par les élèves doit permettre une évolution de leurs connaissances géométriques. L'enseignant choisira ces figures de façon appropriée,parce qu'elles ont des propriétés communes, mais aussi parce qu'elles diffèrent d'un certain point de vue. De même que concernant le nombre, les élèves ont dès la maternelle des connaissances qui doivent être prises en compte par l'école, de même concernant l'espace, certaines propriétés des figures sont perçues par les élèves, et il s'agit de faire évoluer leurs conceptions en ce domaine en s'appuyant sur ce qu'ils perçoivent déjà de façon implicite en cherchant aussi à le faire expliciter par le dessin et le langage.
Peut-être cette activité sera-t-elle plus aisée dans une situation de décodage, un codage dessiné étant peut-être de plus plus interprétable par l'enfant qu'un codage verbal (1).

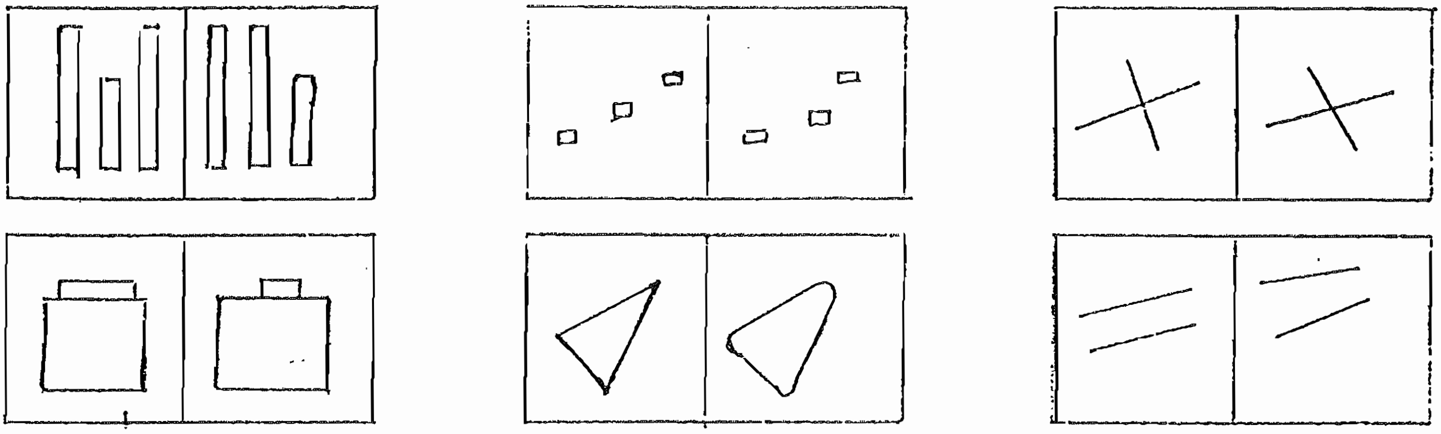
Déroulement général de la situation:
A et B ( enfant ou groupes d'enfants) disposent chacun d'une même planche où figurent des dessins géométriques qui se ressemblent par certains points de vue, mais diffèrent par d'autres, ceci en fonction des objectifs poursuivis.
A choisit l'un des dessins et doit transmettre un message à B pour que B devine quel est le dessin choisi par A. A et B ont gagné s'ils ont fait le même choix.
S'il y a désaccord ou échec, A et B débattront pour expliciter les raisons de ce désaccord et améliorer leurs performances dans les situations suivantes.

Variables de cette situation:
* les propriétés géométriques des figures figurant sur la planche, et en particulier ce en quoi elles se ressemblent et ce en quoi elles diffèrent ( par ex, sont- elles équivalentes sur le plan de la topologie, mais différentes du point de vue métrique, ou encore certains alignements présents dans l'une sont-ils absents dans les autres?
* l'orientation des figures, en particulier par rapport aux bords de la feuille. Par ex, l'angle droit d'un carré sera plus vite reconnu s'il n'est pas sur la pointe. On peut aussi supprimer la possibilité de se référer aux bords de la feuille, par exemple en ne prenant pas une feuille aux contours réguliers.
* la nature du message:
- oral ( description)
- dessin géométrique
- représentation obtenue à partir d'éléments préparés ( bandes ou motifs prédécoupés )

## Fiche technique du jeu de communication sur le choix de dessins

MATERIEL ( pour 2 enfants ou 2 groupes )

a) 2 jeux identiques ( de couleurs différentes) d'une douzaine de cartes.
Sur chaque carte on a dessiné deux figures qui diffèrent principalement par un critère.
Exemples de cartes fabriquées par un groupe de normaliens:



b) des feuilles de papier blanc ( non quadrillé) plus grandes que les cartes ( pour éviter les références aux bords de la carte )
c) des crayons, des gommes, des jetons et des boites pour mettre les jetons gagnés.

BUT DU JEU

Gagner le plus de jetons en reconnaissant sur sa carte la figure choisie par l'autre sur la sienne en s'aidant d'un message ( on gagne tous les deux ensemble)

DEROULEMENT

Les enfants sont assis face à face autour d'une table, entre eux on a placé un écran (livre retourné); sur la table, devant chaque enfant: 1 jeu de cartes, le papier, etc..
Chaque enfant ( ou groupe) choisit une carte dans son jeu et, sans la montrer, coche une des deux figures, place verticalement sa carte contre l'écran et reproduit la figure choisie sur une feuille de façon à ce que l'autre puisse identifier son choix ( il ne s'agit donc pas d'une reproduction fidèle).
Quand tous deux ont fini, ils s'échangent les messages.
Chacun cherche alors dans son jeu la carte correspondante puis coche la figure identifiée. On compare alors les cartes, le message , il peut y avoir discussion en cas de désaccord mais on ne gagne un jeton que si la première identification a été la bonne ( chacun gagne alors la même chose: 2,1 ou 0 jeton)
On écarte les cartes jouées et les messages ( pour le contrôle par l'institutrice ) et on continue avec les autres.

Remarques

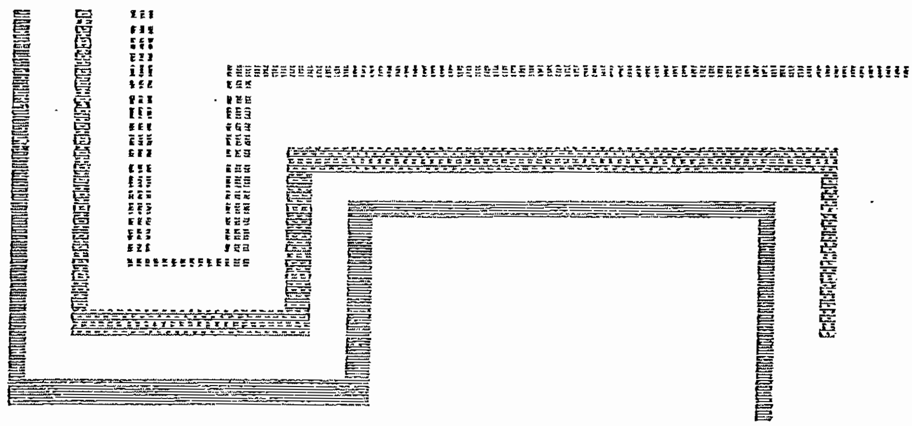
a) lors des séances suivantes, on a proposé des cartes avec quatre figures voisines)
b) les cartes étaient trés différentes les unes des autres, les enfants n'avaient aucun mal à rechercher dans leur jeu la carte correspondante, on pourrait les numéroter et faire figurer le numéro sur le message.
c) les jetons étaient proposés pour permettre aux enfants de comprendre que la règle du jeu ne les oppose pas; rapidement ils les ont abandonnés pour aller plus vite.
d) quelquefois les enfants se sont servis du cadre rectangulaire comme référence, nous avons pensé qu'il serait possible de ne pas fabriquer deux jeux réellement identiques: la disposition des figures n'étant plus la même.
e) même si on met à part les enfants d'une classe qui mesuraient à la règle graduée (influence de l'institutrice), nous avons été surpris par le soin apporté à la reproduction, avec une accentuation dans le cas où les propriétés sont mises en défaut: par exemple dans le cas des droites non perpendiculaires ou non parallèles ou dans le "triangle raté" (phénomène déjà signalé par Th. Bauthier (2)).
f) la difficulté essentielle consiste à élaborer les différences entre cartes de façon à maitriser les problèmes posés aux enfants: c'est dans cette direction que se poursuivent nos travaux.
g) Il serait aussi intéressant d'introduire des éléments perturbateurs (Cf Th Bauthier (2)).

références

1. Liaison G.S. - C.P. compte rendu du stage de Dijon mars 1988
2. Thierry Bauthier: Trois activités mathématiques en grande et moyenne section de maternelle. Bulletin de liaison des PEN n° 13, IREM de Rennes.

Mise en place de la notion de longueur en maternelle GS et approche de la mesure. Observations des démarches des enfants.

Contexte: 3 chemins de couleurs différentes, 3 vélos, une équipe de coureurs, une équipe de juges.



Consignes:

-pour les coureurs: "Vous roulez en suivant la ligne et vous vous arrêtez quand on vous dit stop."

-pour les juges: "Vous dites qui est le premier, celui qui a parcouru le plus de chemin, puis le deuxième et le troisième."

Remarques: Les chemins sont souvent parallèles et en forme de S sans courbe. Les coureurs sont arrêtés dans un état tel que celui qui semble être le premier (le plus en avant dans le sens du déplacement général des trois coureurs) n'est pas celui qui a parcouru le plus long chemin. L'équipe de juges doit valider son jugement. ( deux cordes sont dans un coin de la salle.)

Enfant: "C'est lui qui est premier."
Maîtresse: "pourquoi ?"
Enfant: "Il faut une règle."
Maîtresse: "On n'a pas de règle."
Enfant: "Il faut un bâton".
Maîtresse: "Va en chercher un."
Enfant: "Il faut une corde".
Maîtresse: "On verra après".

Démarches utilisées par les élèves dans l'ordre de leur apparition:

1/ *par report.*

Un bâton que l'on cherche à reporter, mais problème de la position du bâton dans les virages. ( d'où échec de la procédure.)

*2/ Recouvrement par juxtaposition avec un système d'étalons.*

Recouvrement d'un chemin par des bâtons ( les enfants ne vérifieront à aucun moment que les bâtons ont même longueur) par juxtaposition, demande de petits bâtons pour compléter les trous, mais ces petits bâtons n'existant pas, abandon de la procédure.

*3/ Recouvrement et chevauchement par un ensemble de bâtons et comptage.*

Cette démarche amènera les enfants à une conclusion erronée. Celle-ci sera mise en cause par la démarche suivante.

*4/ Recouvrement par une corde et repérage des trois chemins sur cette même corde.*

Les enfants concluent convenablement.

Nouvelle course: Les coureurs sont arrêtés presque à la fin du parcours.

*5/ Comparaison des compléments.*

Enfant: "Le premier est celui qui est le plus près de l'arrivée".

Remarque: raisonnement intéressant mais les chemins n'ont pas la même longueur et les enfants ne le savent pas.

*6/ Par répérage* (comme au 4/ ) *mais sans utilisation de la transitivité.*

Pour cette deuxième course, le plus long chemin est plus long que la corde, les deux autres chemins plus petits.

Les enfants recouvrent le chemin le plus long avec deux cordes avant de conclure.

Les démarches effectuées par les enfants avec des bâtons n'ayant pas été prévues, il n'est pas question ici de conclure que l'addition de longueurs ne soit pas utilisable par les enfants de GS.

<u>Si cette situation nous parait intéressante, les variables didactiques sont à reconsidérer pour approfondir l'ensemble des démarches signalées.</u>

Un film de cette séquence a été réalisé.

IREM de LILLE. Groupe Maternelle.

# GEOMETRIE OU ESPACE EN G.S. et AU C.P.

*Animateur : Nicole GAUDELET et Claude RIMBAULT*
*Rapporteur : Claude RIMBAULT*

Le groupe a rassemblé une quinzaine de participants engagés sur le descriptif suivant :

*Naturellement, les travaux de recherche G.S.-C.P. portent presqu'exclusivement sur le domaine du nombre. Ces travaux (contenu, méthodologie, didactique,...) sont-ils transférables en géométrie ? ou alors, faut-il faire de la géométrie et des activités spatiales une "matière" à part ?*

*Le groupe fonctionnera à partir des apports de tous ses participants qui seront analysés et, éventuellement, synthétisés.*

La première séance a permis de poser les questions et dégager quelques lignes générales d'action. La deuxième séance a été consacrée aux comptes-rendus d'activités : nous avons reçu deux d'entre eux qui figurent en annexe :

1 - Situations géométriques en maternelles : situation de communication sur le choix de dessins (I.R.E.M. de LILLE ; Marc GODIN).

2 - MONDRIAN...ITES (I.R.E.M. de RENNES ; Michèle KERNEIS).

<u>Question essentielle</u> : quels concepts didactiques relatifs au nombre sont transférables (ou non) dans l'appréhension de la notion d'espace ?

Mais l'espace ne relève pas du seul domaine des mathématiques ... alors, qu'est-ce que les mathématiques peuvent apporter à la construction de l'espace ?

<u>Autre interrogation</u> : construit-on une ou des espaces (espace lointain, espace proche,...) ?

Deux points d'accord :

1 - Même s'il y a nécessité d'un vocabulaire précis pour communiquer, celui-ci sera plutôt introduit le plus tard possible et plus systématiquement au CE1 pour éviter une surcharge de travail.

2 - On résoudra en G.S.- C.P. de "vrais problèmes" (sic).

Alors, sommes-nous capables

- de prendre en compte les acquis des enfants ?
- de donner un sens aux activités géométriques ?
- de travailler sur des situations fonctionnelles ?
- de construire des situations de jeu visant des objectifs clairement définis ?
- de concevoir des situations didactiques en fonction d'objectifs précis ?

Eléments de réponse dans les deux comptes-rendus qui suivent ...

# MONDRIAN ... ITES

**Michèle KERNEIS (VANNES 3 et I.R.E.M. de RENNES)**

Les reproductions sur cartes postales de tableaux plus ou moins célèbres sont souvent, à l'école maternelle, le support d'activités à caractère esthético-plastique. Les enfants portent en particulier un vif intérêt aux oeuvres aux couleurs vives et à composition géométriques (1).

Cette "appropriation affective" ne peut-elle pas être prise en compte dans la recherche d'activités permettant d'approcher un objectif pédagogique mathématique, donné ? C'est à cette question que les quelques lignes qui suivent tentent d'apporter un début de réponse. Les acteurs de l'expérience ont été les 34 enfants des C.P. de l'école publique - nous sommes dans le Morbihan - de 56 Muzillac et leurs maîtres illustres : Piet MONDRIAN (1872-1944), Théo VAN DOESBURG (1883-1931), Auguste HERBIN (1882-1960) et Sonia DELAUNAY.

Les activités décrites se sont poursuivies tout au long de l'année scolaire 1988/1989. En règle générale, la démarche suivie a été de définir en premier lieu un objectif mathématique, puis de rechercher ensuite des reproductions d'oeuvres visant à approcher cet objectif. Cette recherche aura nécéssité plusieurs visites de la carterie du Centre Georges Pompidou... et, cherchant ainsi, on trouve forcément une autre carte postale pour laquelle on se pose la question : "que bien puis-je faire avec ?", ce fut le cas par exemple du MONDRIAN"New York City II" utilisé en CE1. Enfin il est important de rappeler que les cartes postales sont généralement de format A6 soit 10,5 x 14,9.

(1) Bien que Claude RIMBAULT dans "le massacre de Paul KLEE" (1988 - Bulletin des PEN N° 13. I.R.E.M. de RENNES) ait transformé en puzzle orienté "Rythmes d'une Plantation" (1925) de Paul KLEE, aquarelle aux tons neutres et aux lignes de crête !

## I - L'UTILISATION DE LA REGLE ET PIET MONDRIAN :

Il est bien évident que d'autres entrées et activités que les cartes postales ont été proposées aux enfants. Les objectifs ci-dessous ne sont pas associés à ce seul type d'activités sur les cartes postales. En outre l'évaluation diagnostique permet de savoir si l'activité cartes postales permet pour un élève une meilleure maîtrise technique, pour un autre, un réinvestissement,...

Objectifs :

- Etre capable de se servir de la règle pour tracer un trait.
- Etre capable de construire un polygone.

Matériel :

Une règle plate de 30 cm en plastique par enfant, des crayons feutres. Support papier ou carton.

"Etat des lieux", activités classiques, remédiations, etc... et finalement certaines compétences apparaissent ... et voilà MONDRIAN dans le coin mathématiques (2).

### *Activité N° 1 :*

Reproduire les cartes postales 1-2-3-4 et 5 sur des cartons ayant exactement les dimensions des cartes.

### *Activité N° 2 :*

Reproduire encore les cartes postales 1-2-3-4- et 5 mais sur des supports plus petits ou plus grands.

### *Activité 3 :*

MONDRIAN toujours mais avec les cartes 6 et 7 où le nombre de traits à construire est plus important.

### *Activité 4 :*

Arrivée de VAN DOESBURG 8. Cette fois, les traits ne sont plus parallèles aux bords de la cartes.

Dans les quatre activités citées ci-dessus, on prend donc en compte les variables orientation des traits et dimension du support.

(2) Le coin mathématique a dans la classe le même statut que le coin lecture. Il est aménagé de façon permanente ; on y trouve des jeux (à un ou plusieurs joueurs), du matériel structuré ou non, etc... ces jeux, matériels, ... ne sont pas tous disponibles en permanence car derrière leur utilisation ou accessibilité il y a toujours les objectifs pédagogiques du maître. Hors ces objectifs, le coin mathématique permet aux enfants de faire des mathématiques quand ils le désirent (ou presque) et à leur rythme, donc avec plaisir et sans la présence active de l'enseignant. (cf Pratique 88.204 : modalités pour une pratique autonome de la mathématique/Germe Institut Romand de recherches et documentation pédagogiques NEUCHATEL).

*Activitté 5 :*

Reproduction d'"oeuvres" des CM2 de l'école 9.
Et pourquoi ne ferait-on pas comme les CM ?

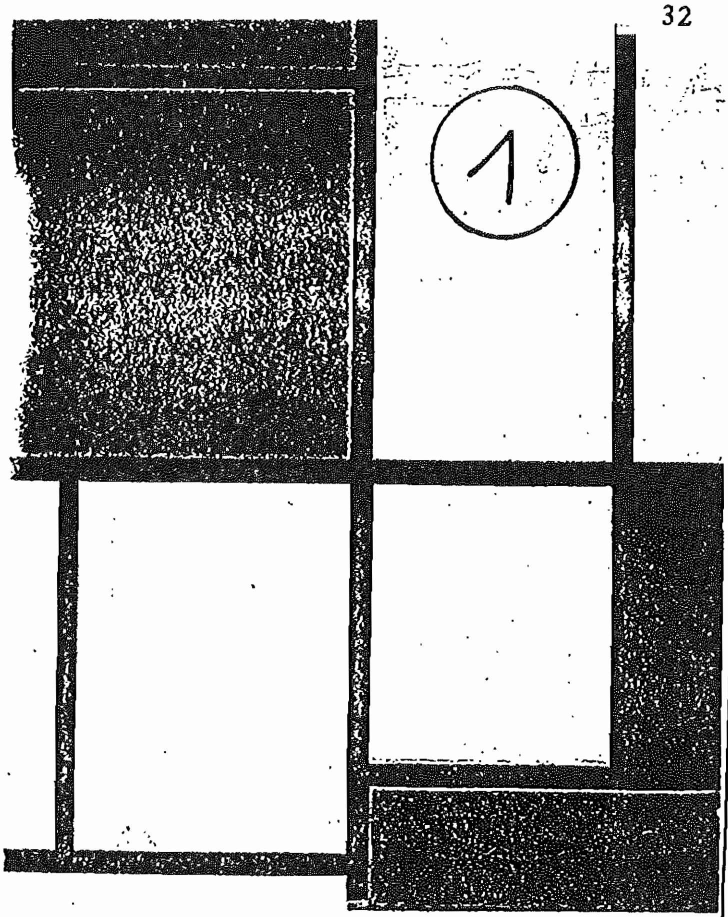
*Activité 6 :* Création 10

Le plus souvent, ces créations sont "à la manière de".

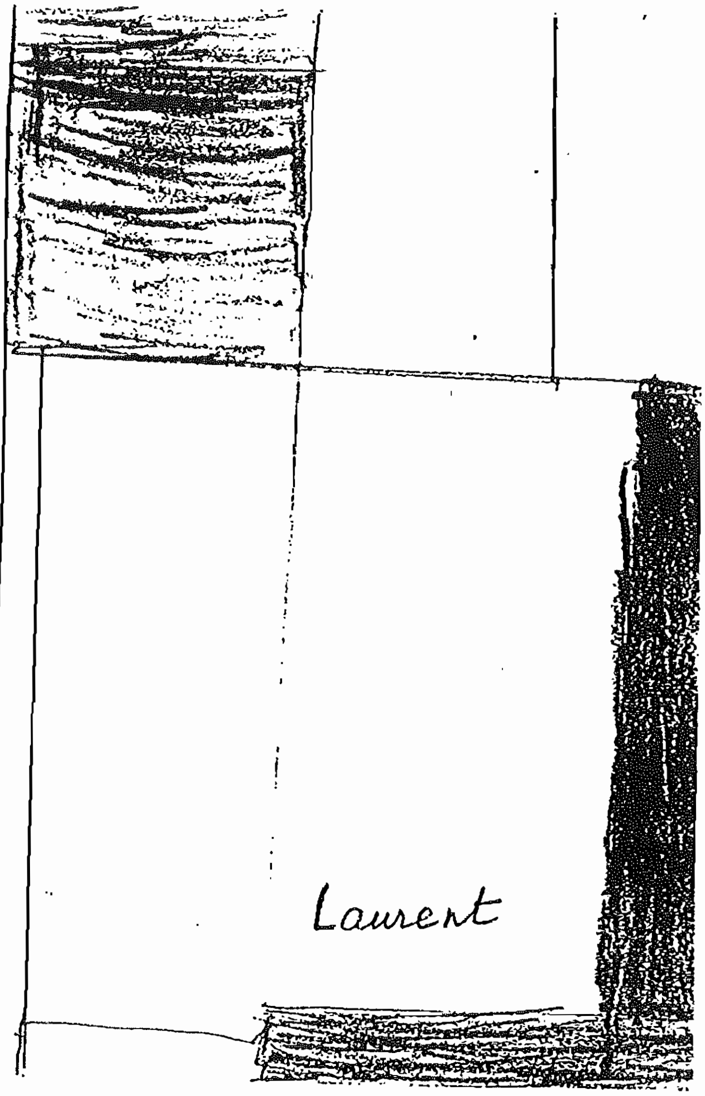
Dans toutes ces activités, le retour immédiat des effets de l'action a fait que les enfants n'en sont jamais restés à un seul essai. Il y a eu parfois jusqu'à 3 ou 4 reproductions, chaque nouvel essai apportant une meilleure maîtrise de la règle.

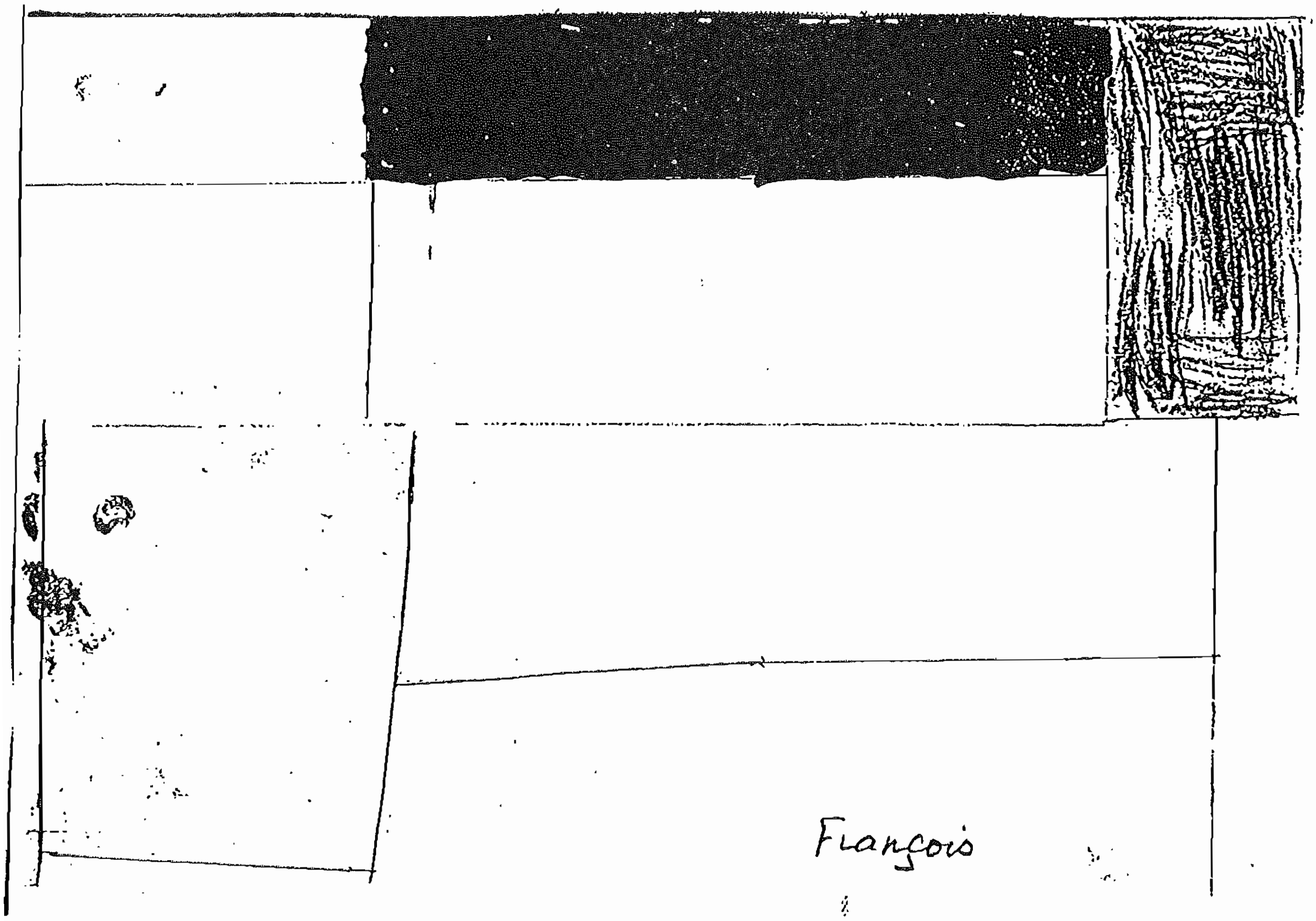
**Remarque :**

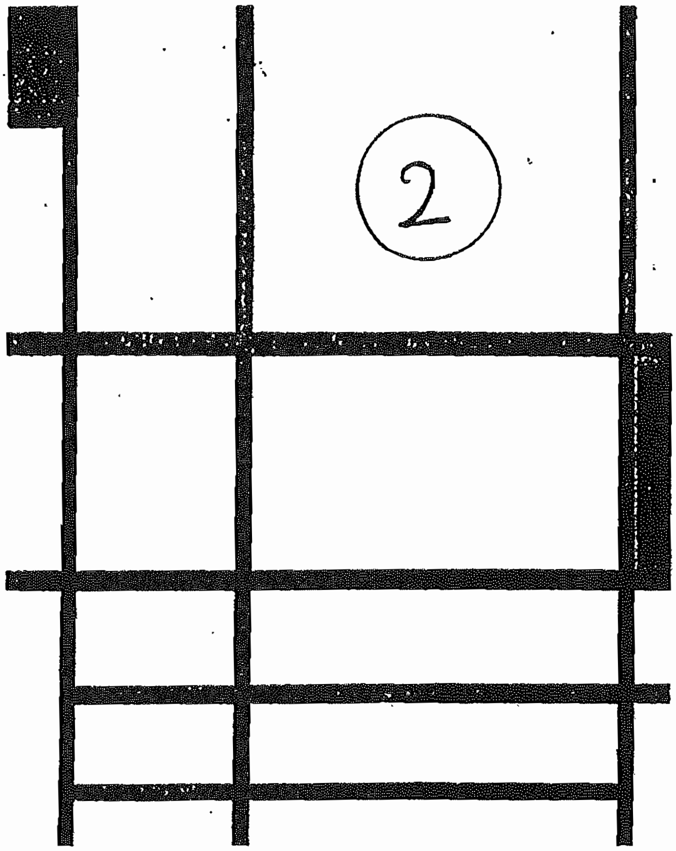
Ces MONDRIAN, VAN DOESBURG et autres ALBERS, TISON ou STELLA peuvent aussi être utilisés pour des puzzles, des activités de mesurage, d'agrandissement, une programmation LOGO, etc... si on veut répondre encore à la question : "que peut-on faire avec ?"

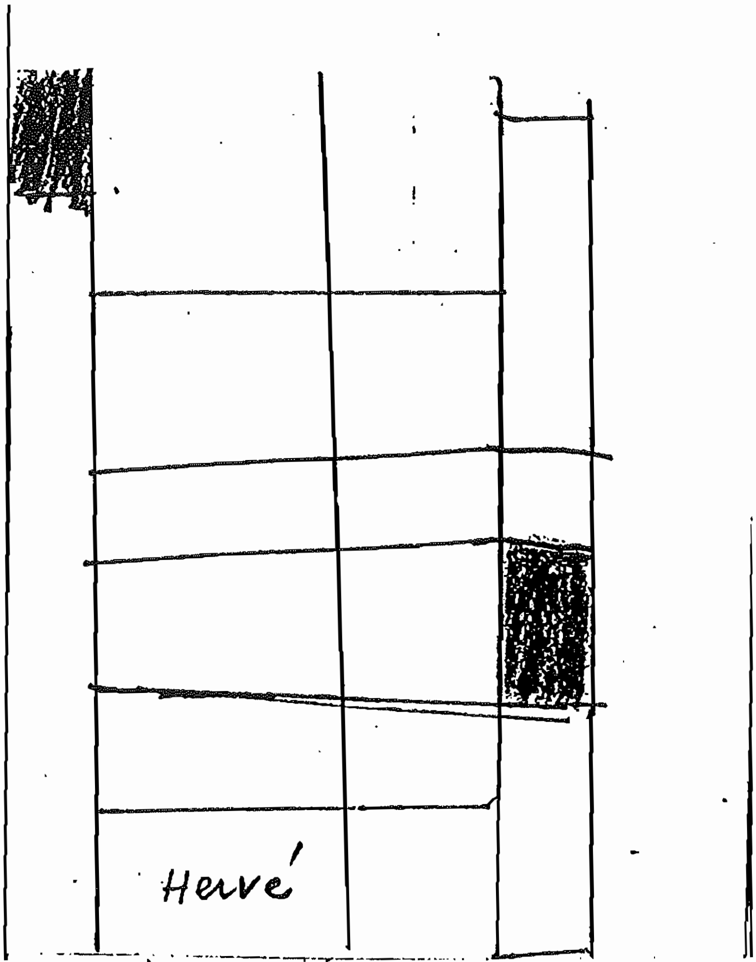


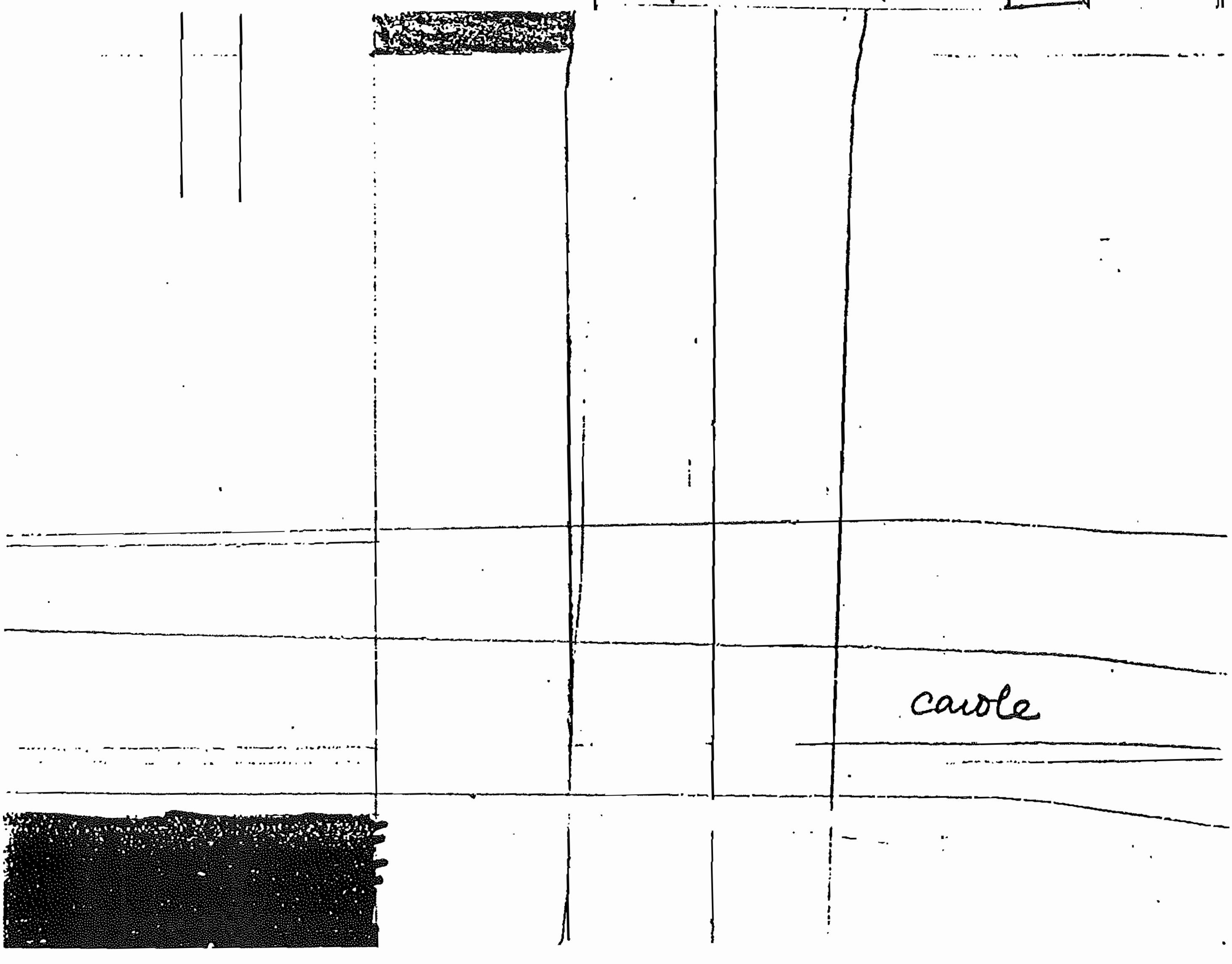

Piet Mondrian Composition,1921 Kunstmuseum Basel

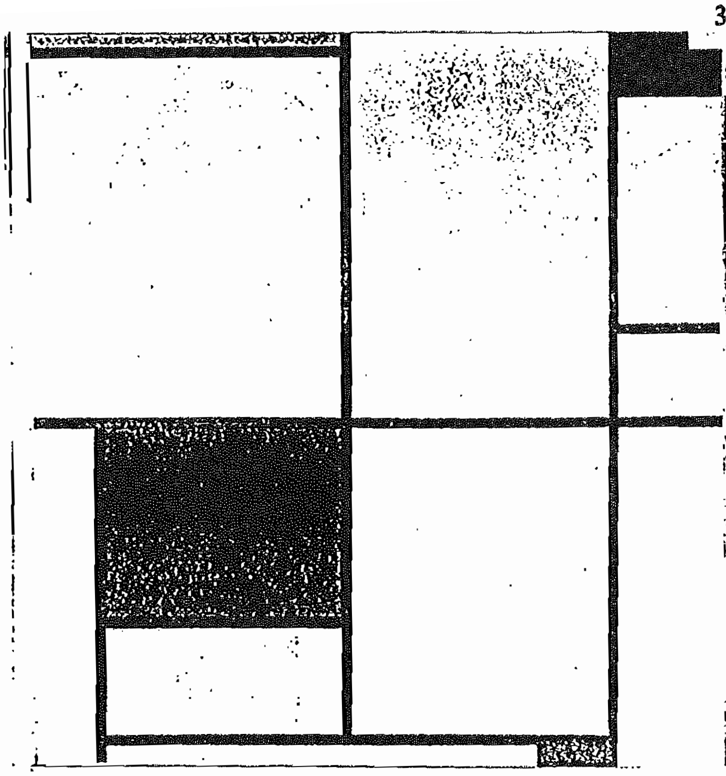


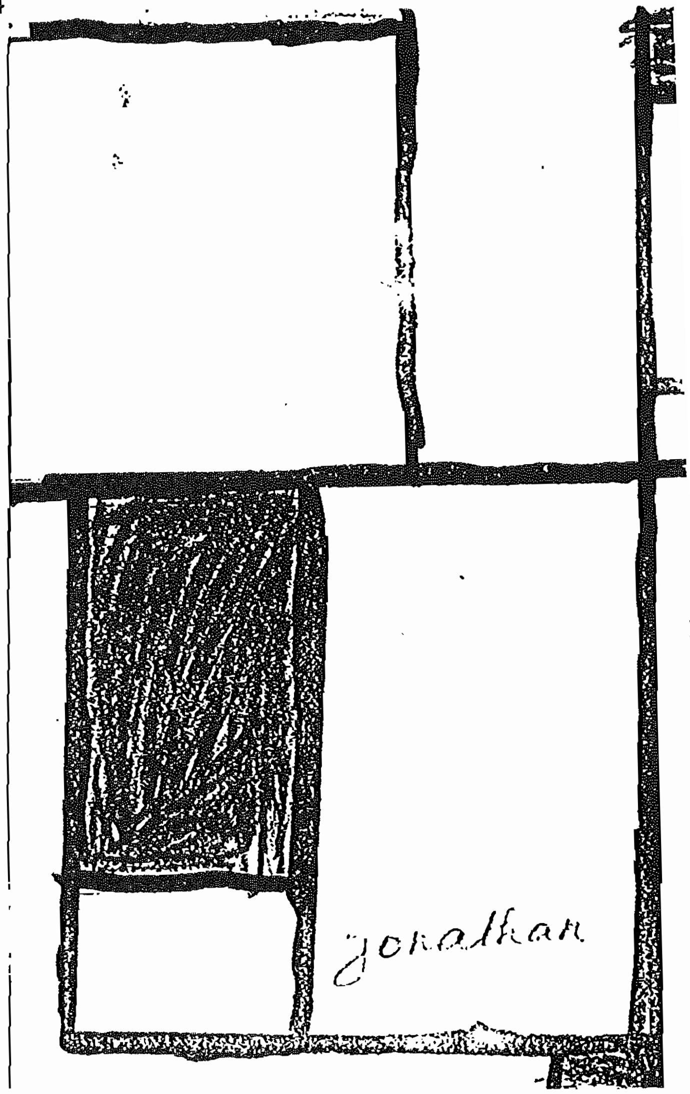

2


Hervé

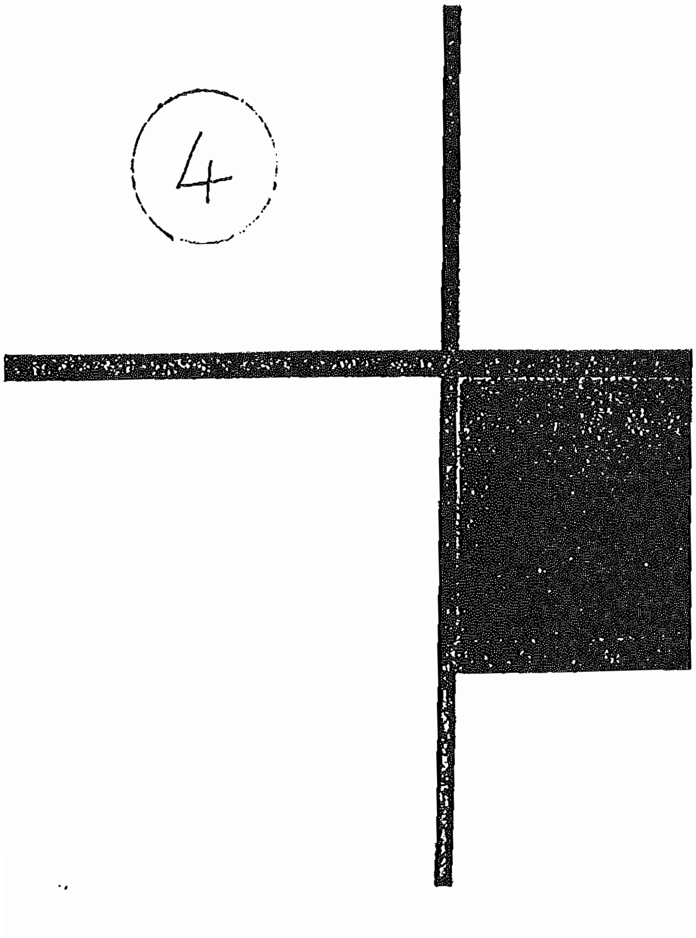

carole

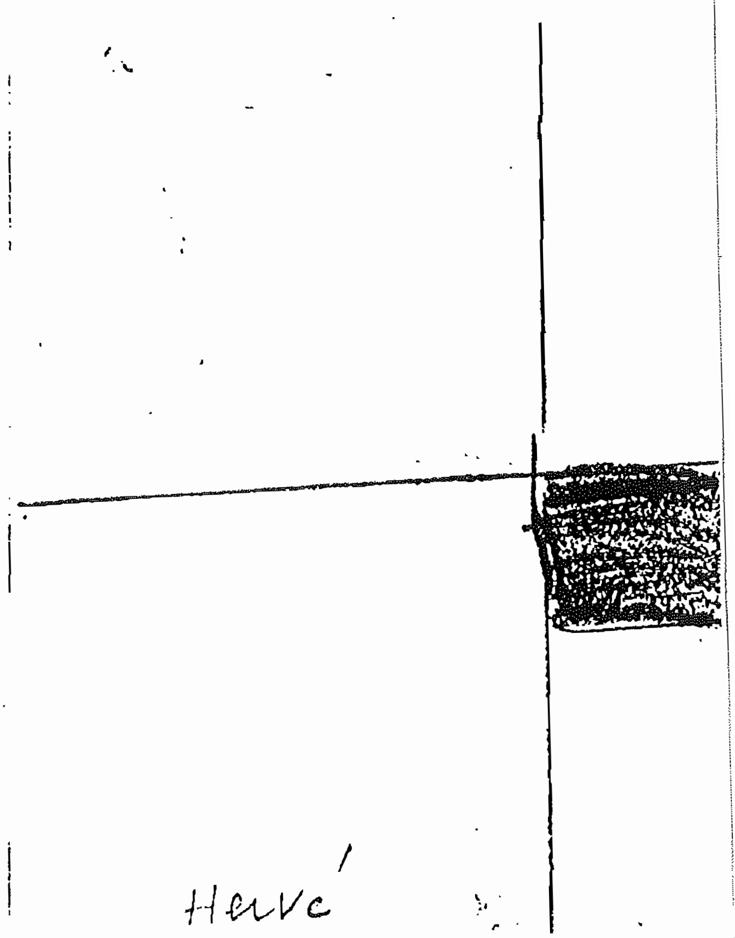


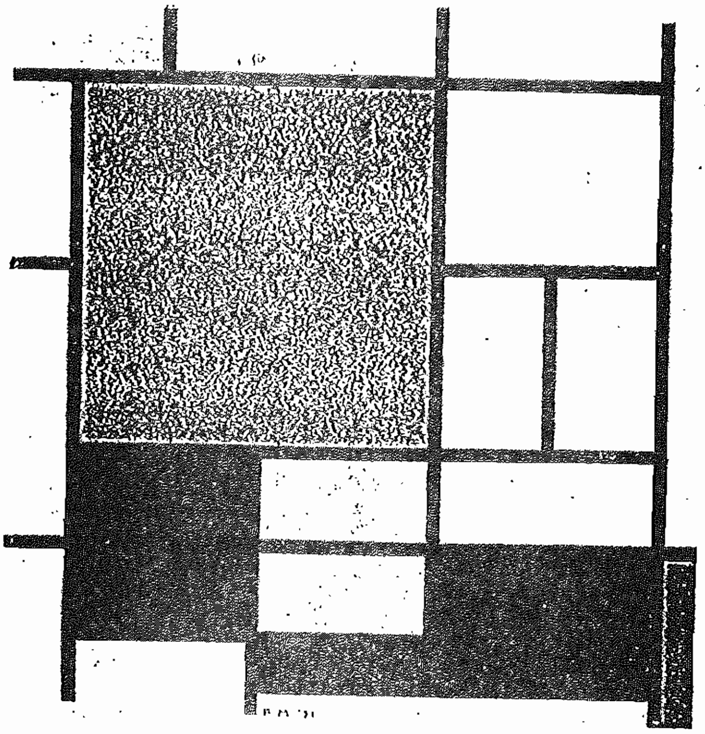
3

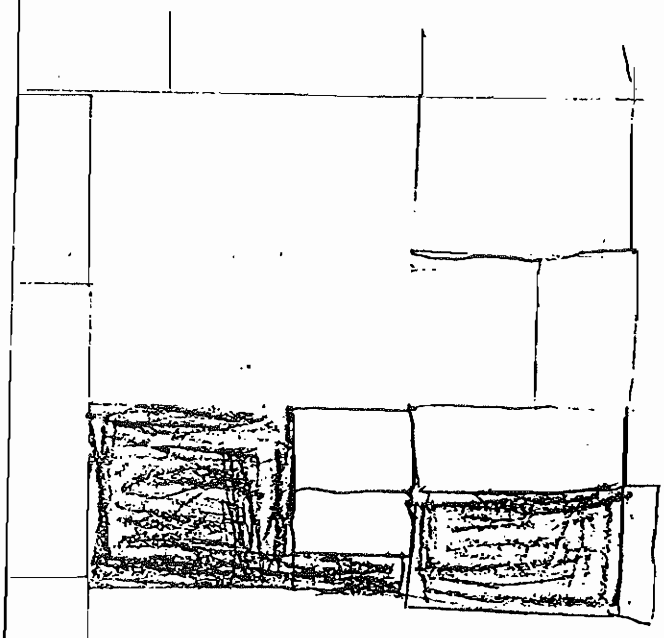



4





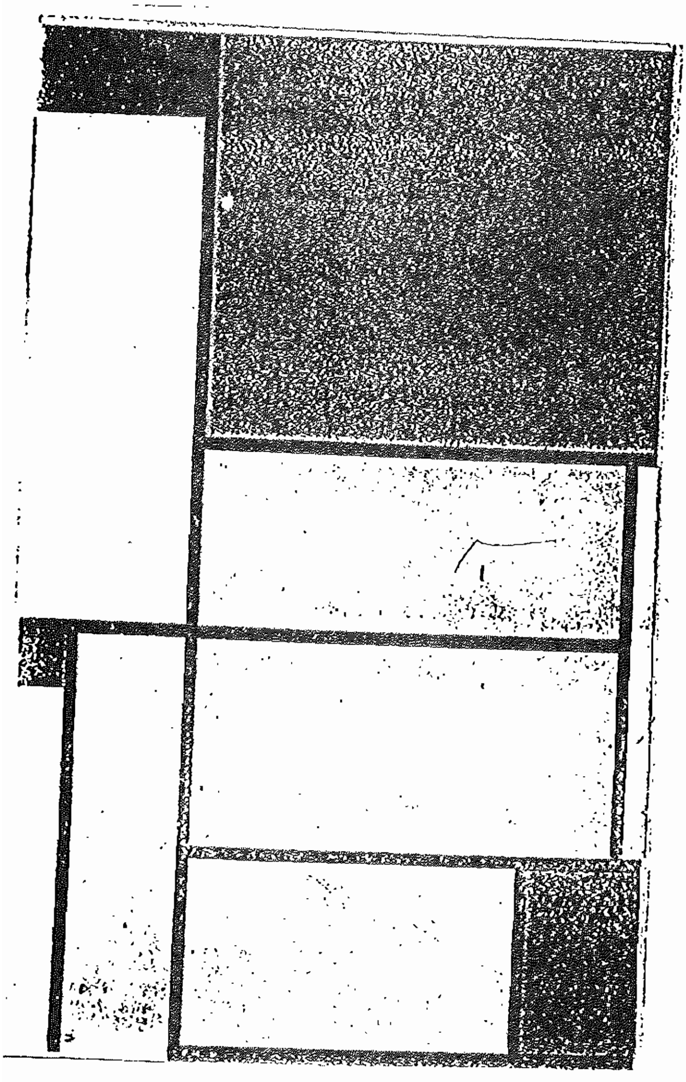


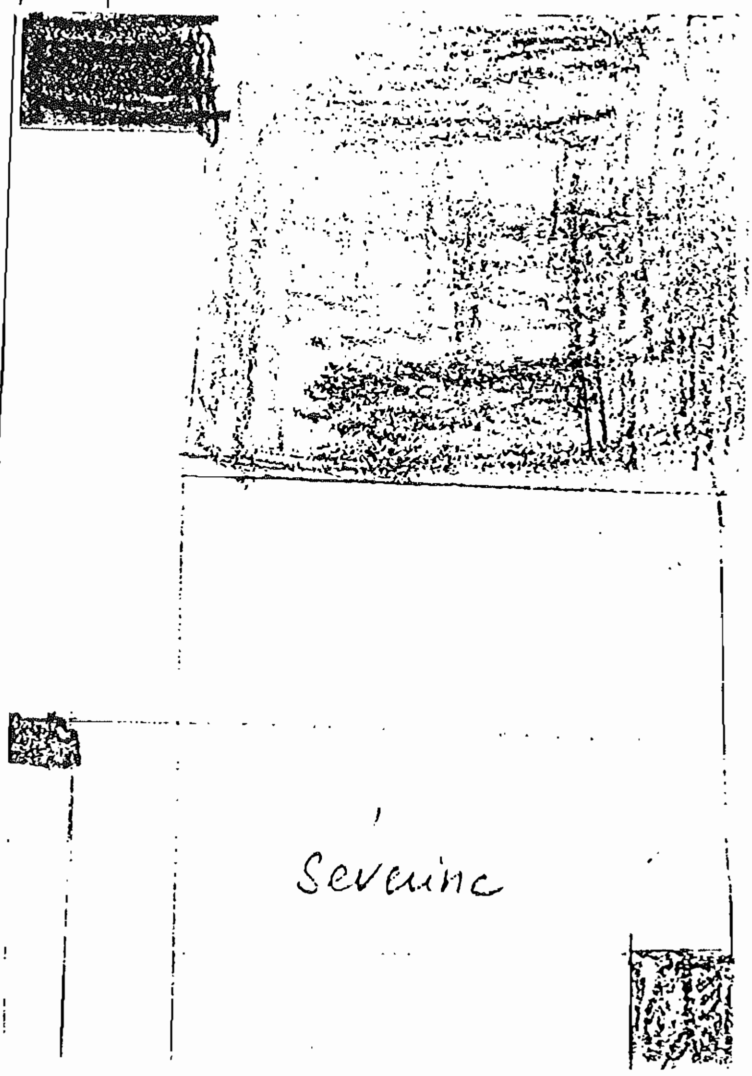


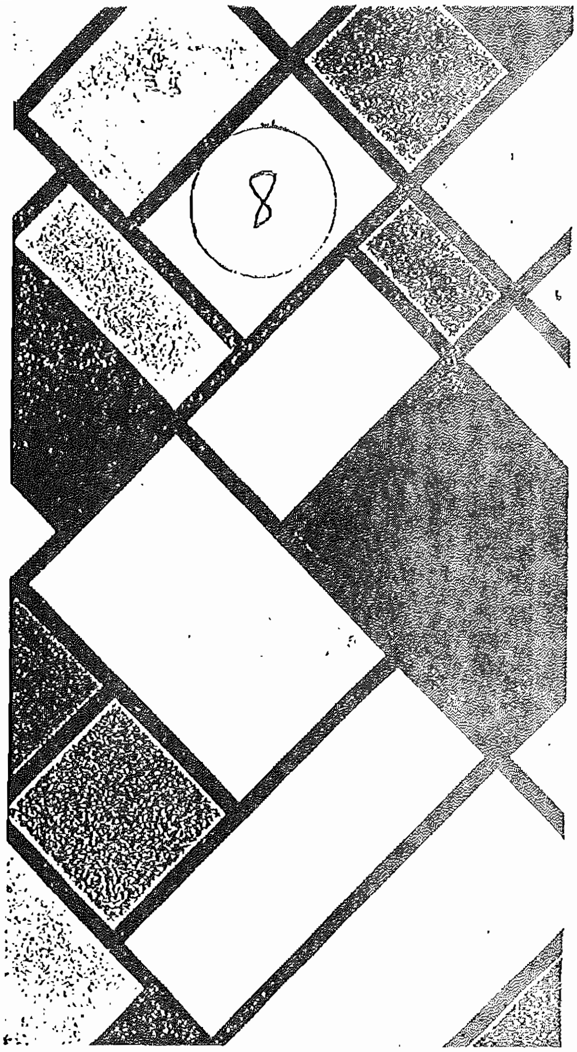
Vincent

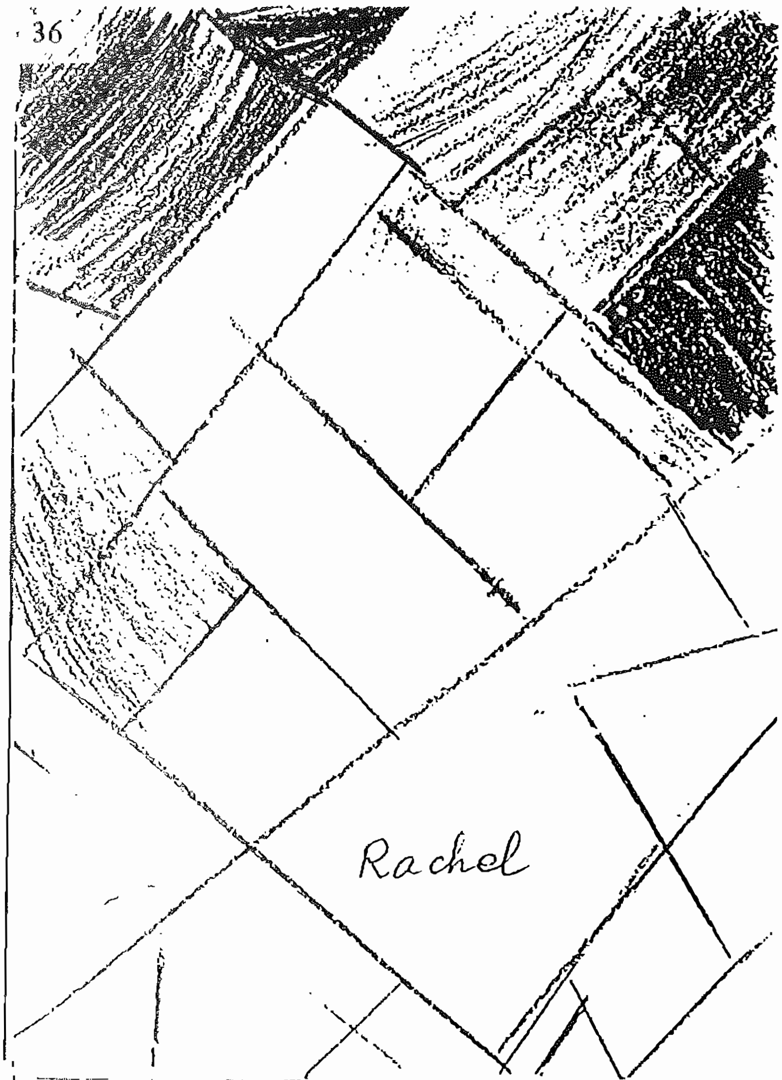
5

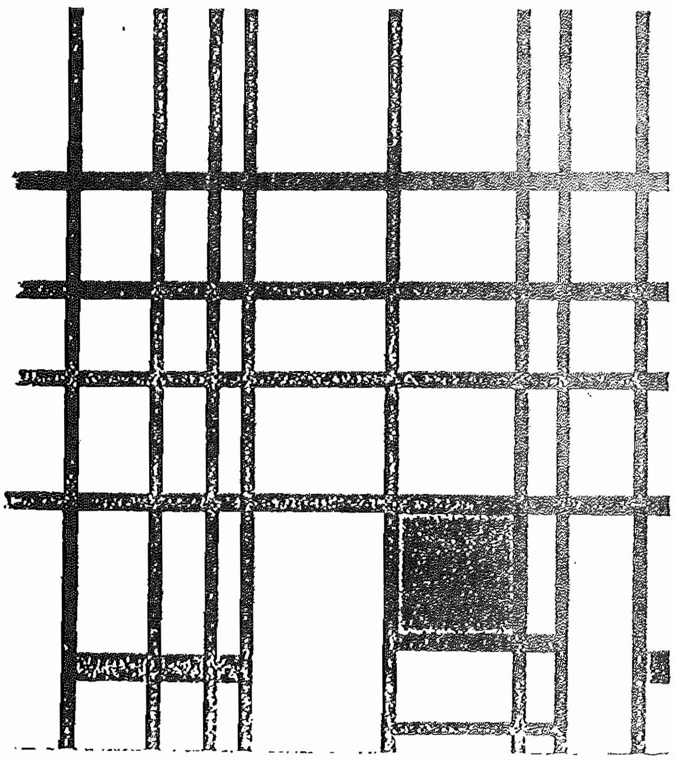
6



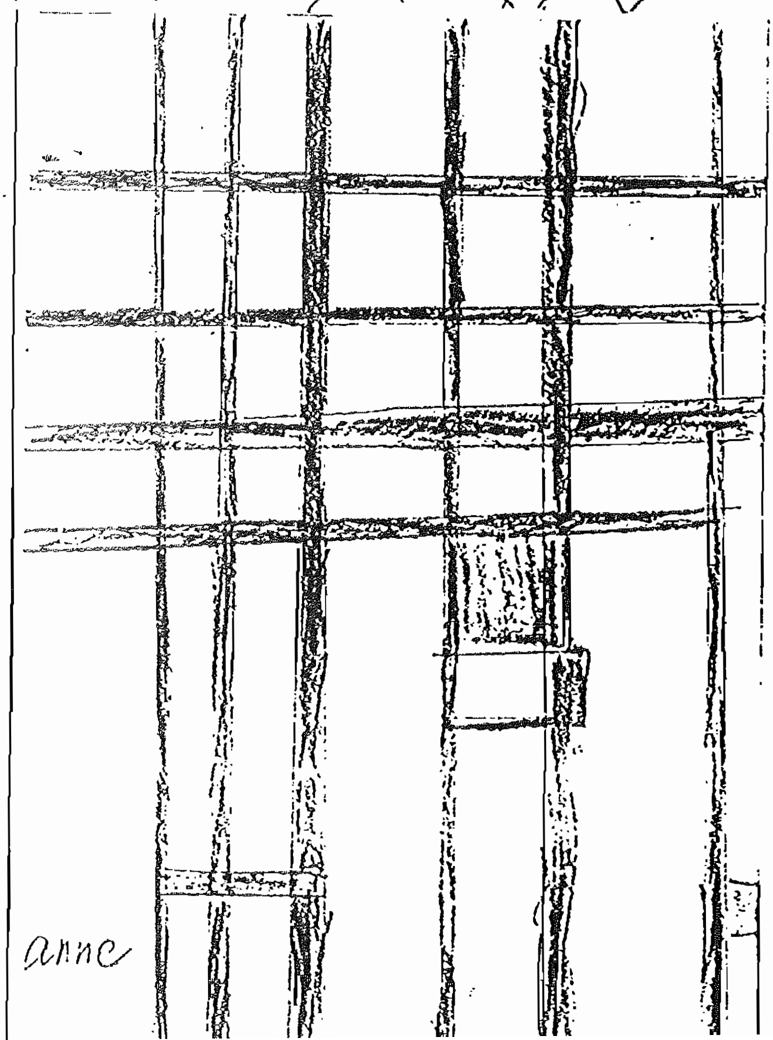


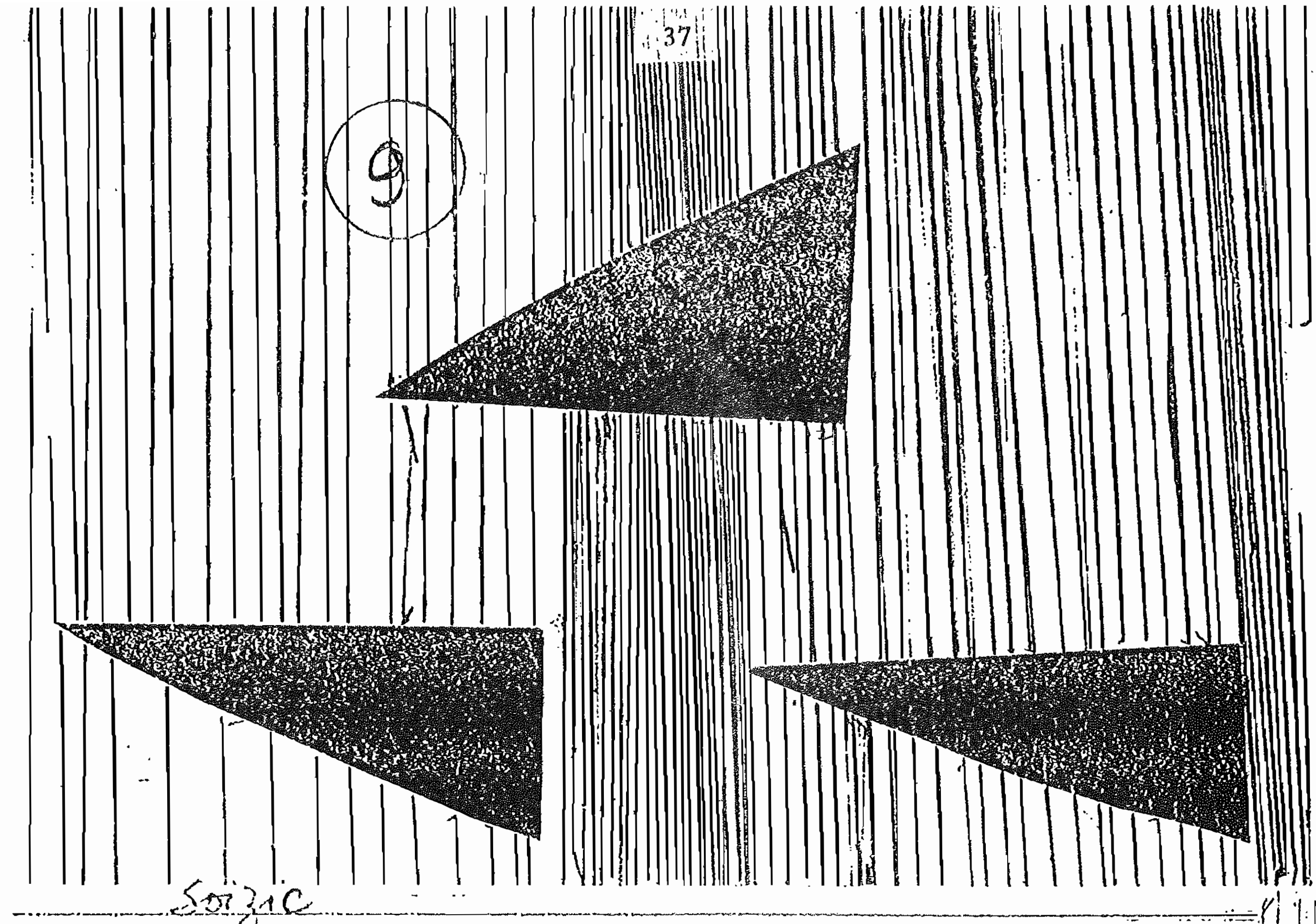


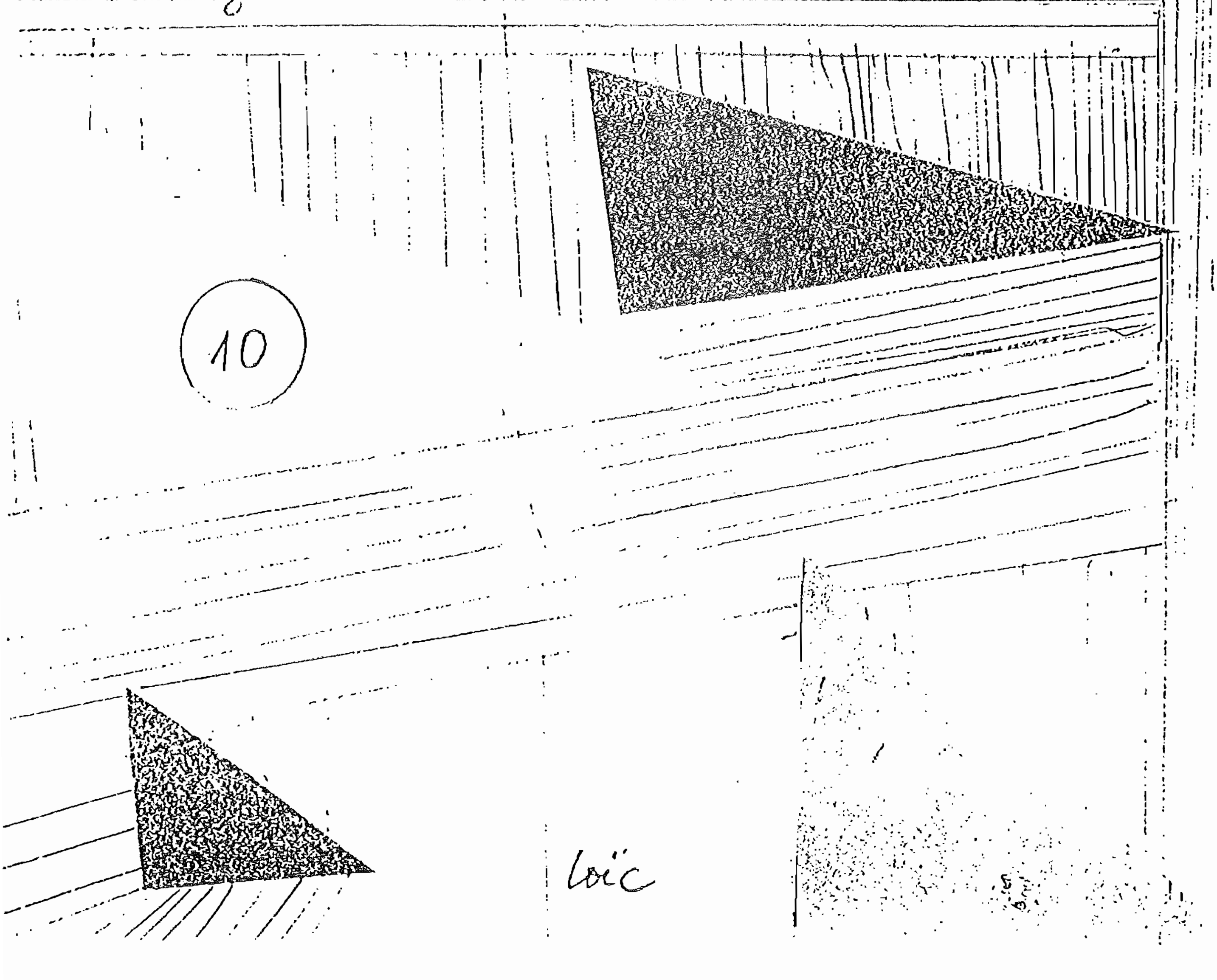



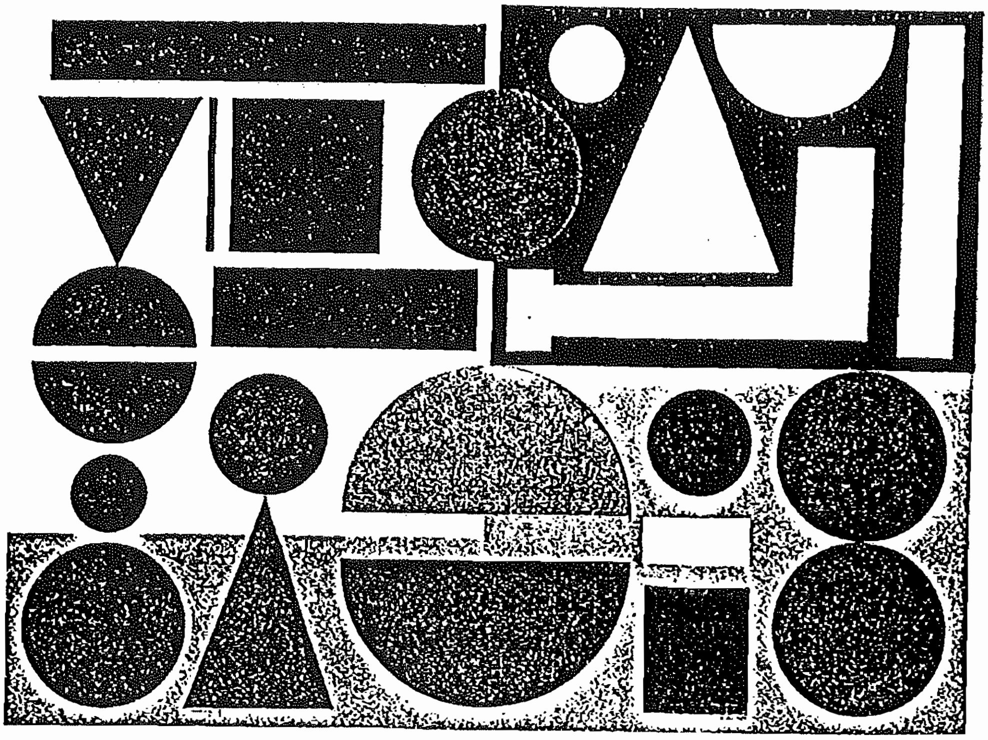
7




9
Soizic


10
Loïc

## II - CLASSEMENT DE FORMES GEOMETRIQUES ET AUGUSTE HERBIN (3) :



Vendredi I (1951)
Huile sur toile 96x129
Musée national d'Art Moderne Paris

Objectif : classer des formes géométriques.

Matériel :

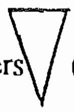
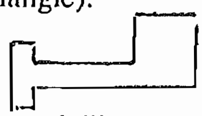
Une carte pour deux élèves (cette recherche en doublette et les formulations et confrontations de points de vue qu'elle provoque spontanément sont un facteur important à prendre en compte dans la construction de la connaissance visée).

***Activité 1 :***

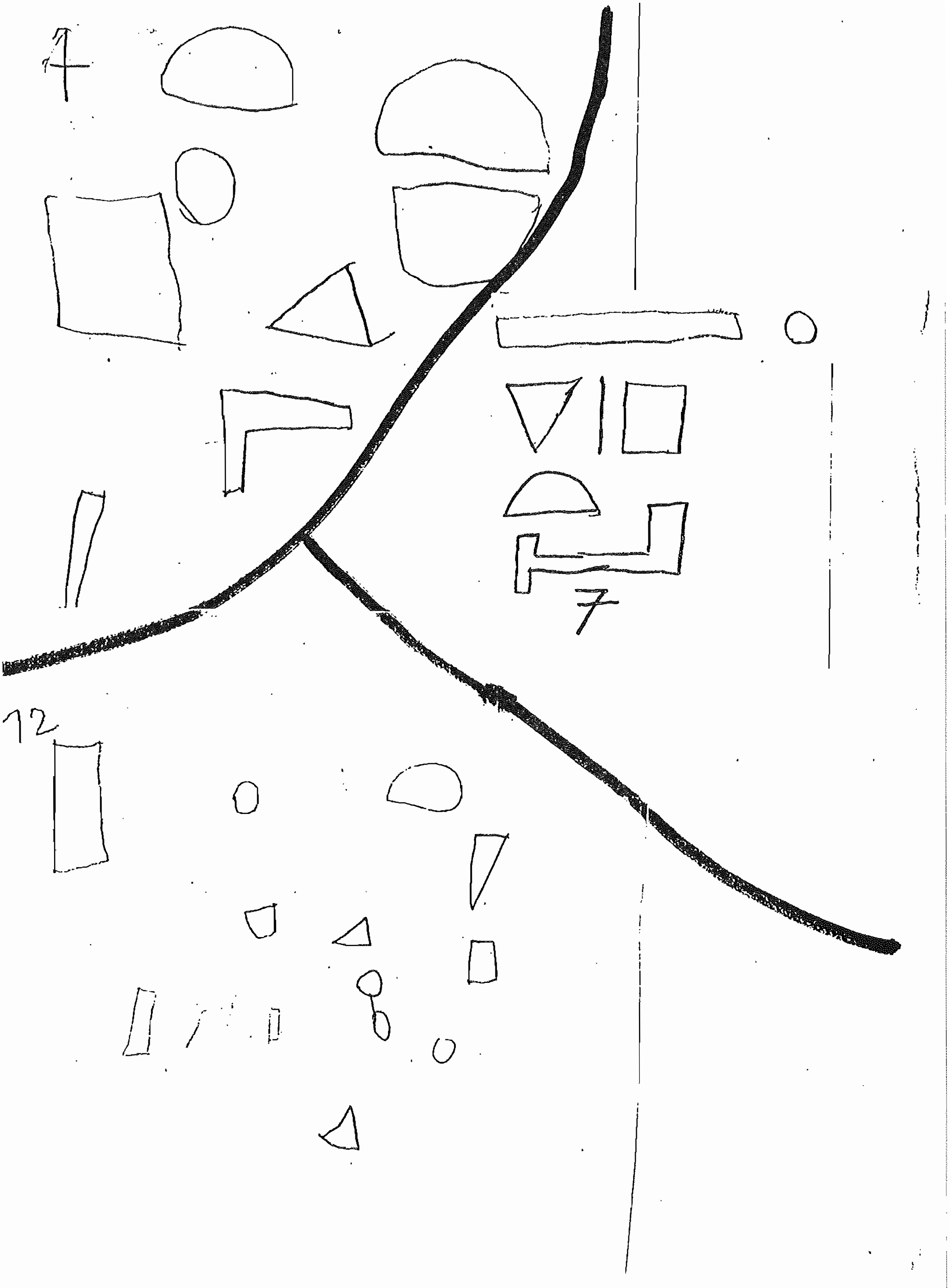
Dessin des formes vues. Si on voit plusieurs fois la même forme, on la dessine une fois. Combien de formes avez-vous trouvées ? Donner leur nom.

Les résultats vont de 7 à 18 formes avec des réponses du type : "je ne sais pas".

De la discussion en grand groupe, il est ressorti quelques réflexions d'enfants à prendre en compte :

- le triangle  et le triangle à l'envers  (la représentation sociale habituelle du triangle).
- le  : discussion sur son orientation.
- un seul élève a trouvé que les  pouvaient être classés avec le 
- les carrés (ou voisins du carré) sont bien identifiés.

(3) Huguette TANGUY, dans un autre C.P., a conduit une activité similaire, le maître étant VASARELY et sa composition Marsan II (1967).


7
12

- quatre enfants ont classé à part le rectangle "debout" (sic).
- il y a un "petit" rectangle.
- il y a un trait.
- les ronds sont bien identifiés (avec une petite intérrogation pour les ronds tangents).

*Activité 2 :*

Découpage des formes (un agrandissement de la carte est donné à chaque élève et, forcément, la couleur est une variable incidente qui disparait).

Les formes sont découpées, classés et collées, nommées, rond, demi-rond, carré, rectangle, triangle, et trait.

... et le trait ? ne serait-il pas un triangle "mince" ? ... Après cette activité, deux séances sur les représentations "grand public" (et souvent restrictives) des formes sont programmées (voir annexe I).

*Activité 3 :*

Classement des formes.

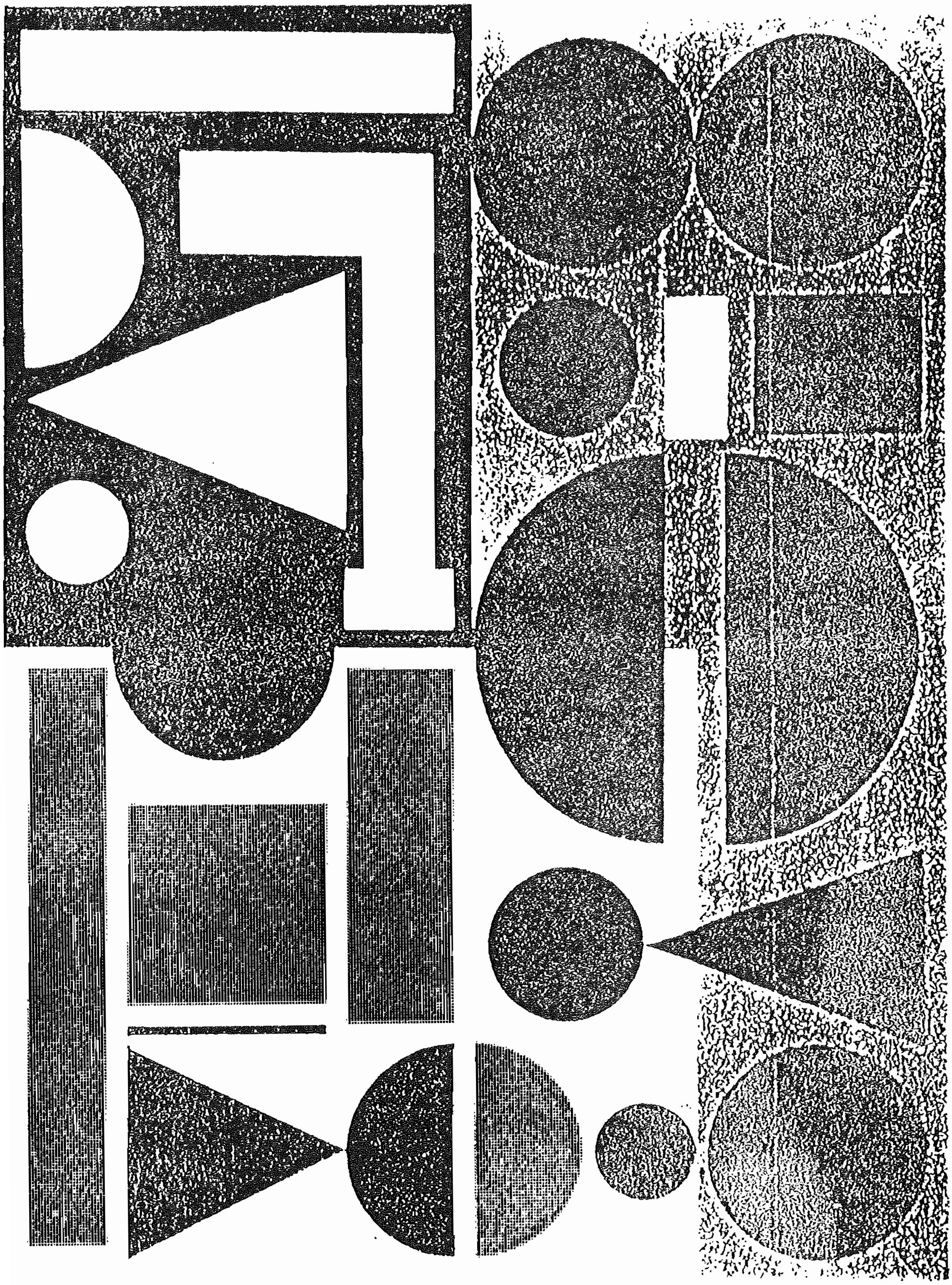
Un grand tableau avec toutes les formes est constitué ; il s'agit d'aller chercher dans la classe des formes et de les classer dans ce tableau.

*Activité 4 :*

Pour une forme donnée, qu'est-ce qui change ?

- pour les ronds, comment changer la taille ?
- observation des triangles ...
- comment distinguer un rectangle d'un carré ?
- comment faire pour avoir un "carré de travers" ?
- ...

... et d'autres questions auxquelles on répondra par des "leçons" spécifiques sans, bien sûr, une formalisation précoce et excessive et avec le souci constant de mise en place de connaissances plus procédurales que déclaratives !



## III - VIV(R)E LE TRIANGLE ET SONIA DELAUNAY (4)

Les supports sont deux reproductions de Sonia DELAUNAY, "Danseuse" (1923) et la célèbre "Robe mots-croisés" (1923).

Objectif :

Se faire une idée "procédurale" du triangle et du carré ; savoir les découper à main levée.

Matériel :

Ciseaux et catalogues La Redoute, les 3 Suisses.

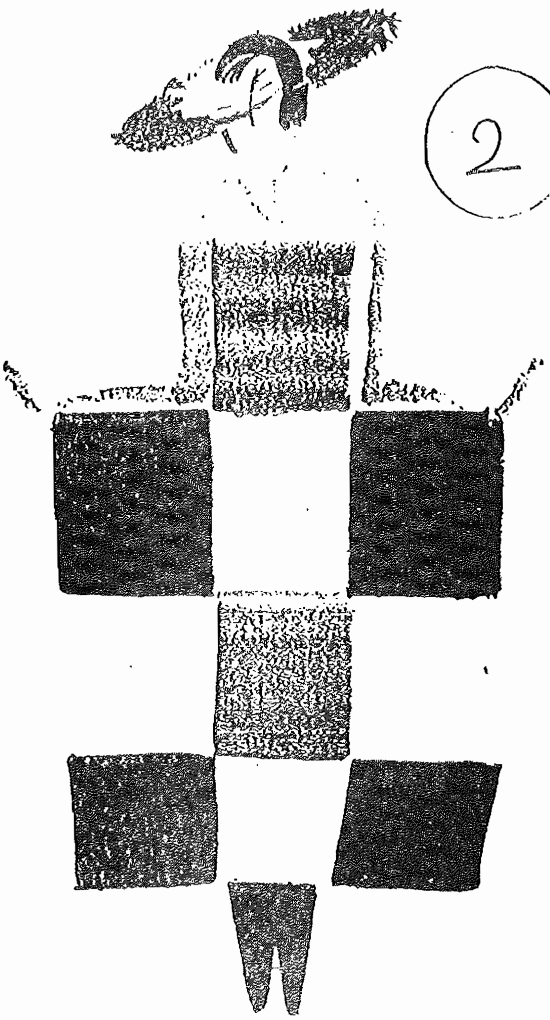
La découpe des triangles étant relativement facile, l'activité a surtout été conduite avec les carrés !

Les enfants doivent découper des triangles (ou des carrés) puis les coller pour obtenir un "personnage triangle" ou "un personnage carré" (sic).

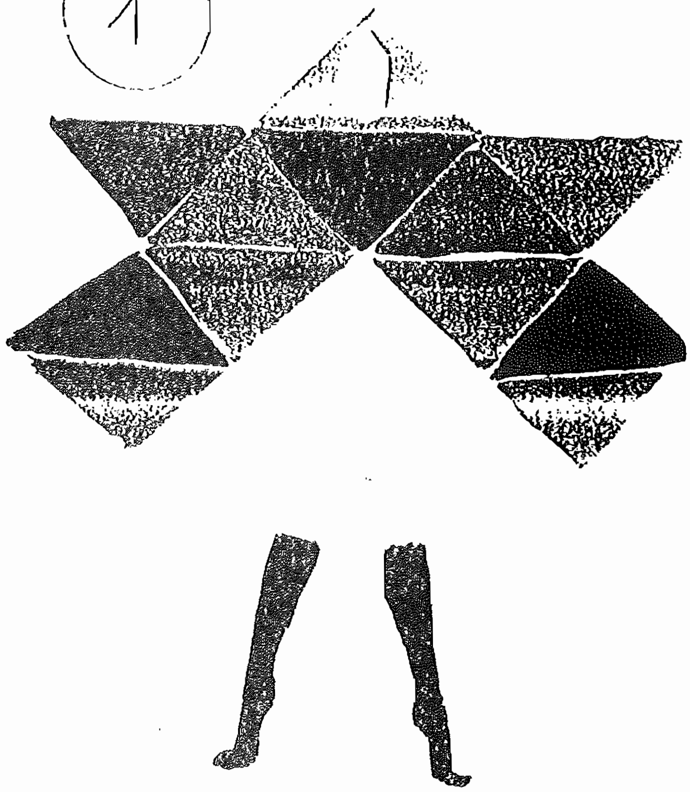
Là encore, le support de collage a été, dans un premier temps, un carton au format de la carte postale, puis, plus tard, un format A4 pour aller plus loin que la reproduction simple et évaluer un début de conceptualisation du carré (par exemple, l'égalité des côtés).

(4) Titre d'un article de Claude RIMBAULT (diffusion restreinte) sur l'appropriation du triangle par les enfants de Maternelle dont les idées sont reprises dans l'annexe II)

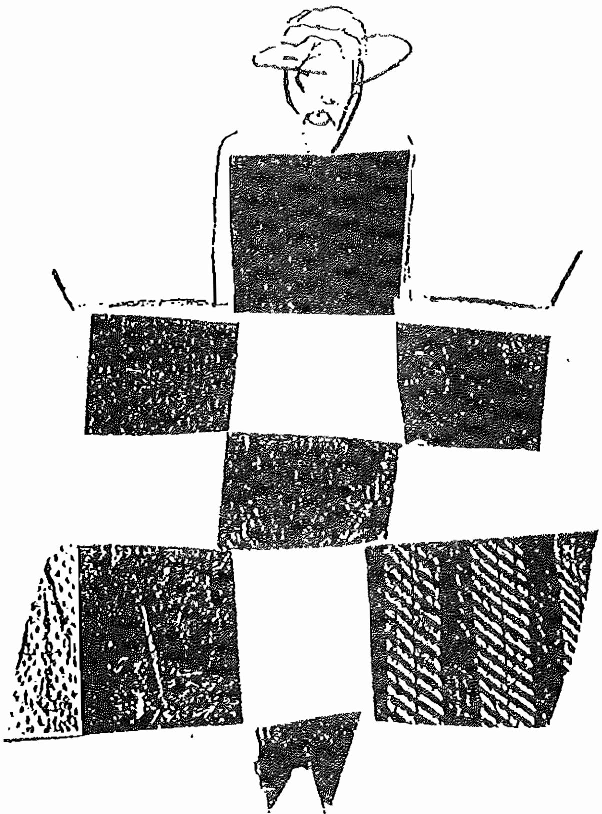
2



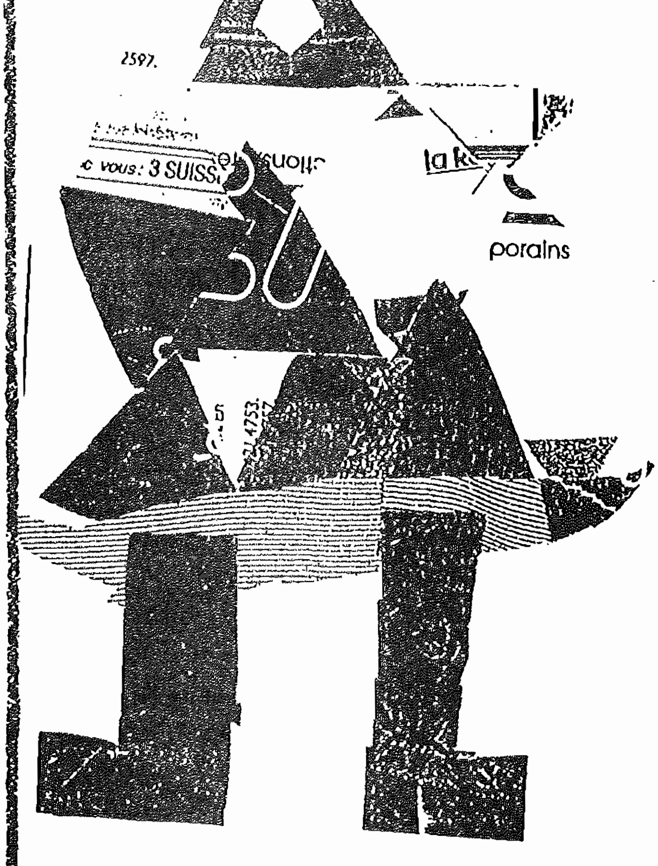
1

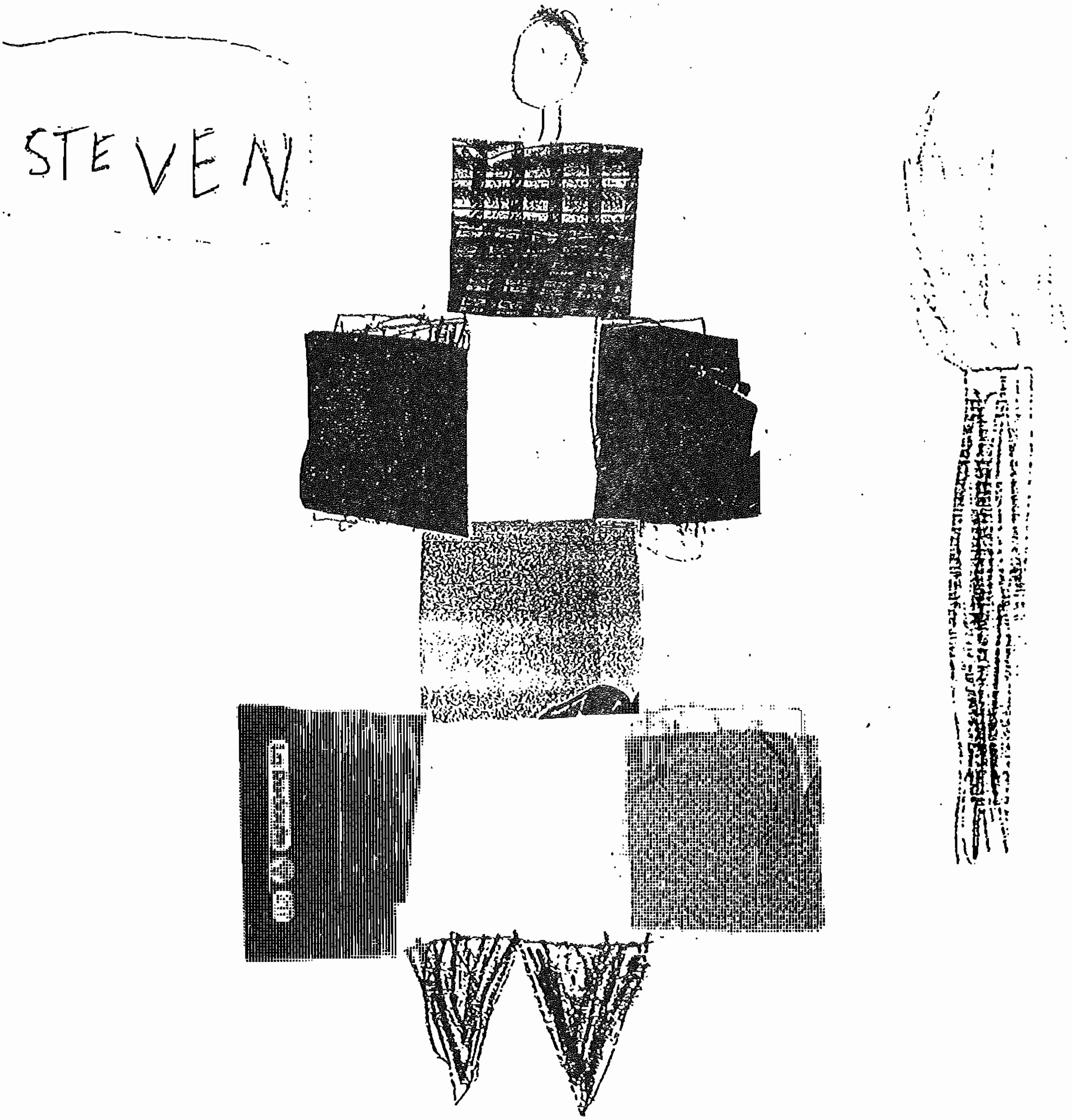


François



Soizic




STEVEN

## IV - PIET MONDRIAN ET...

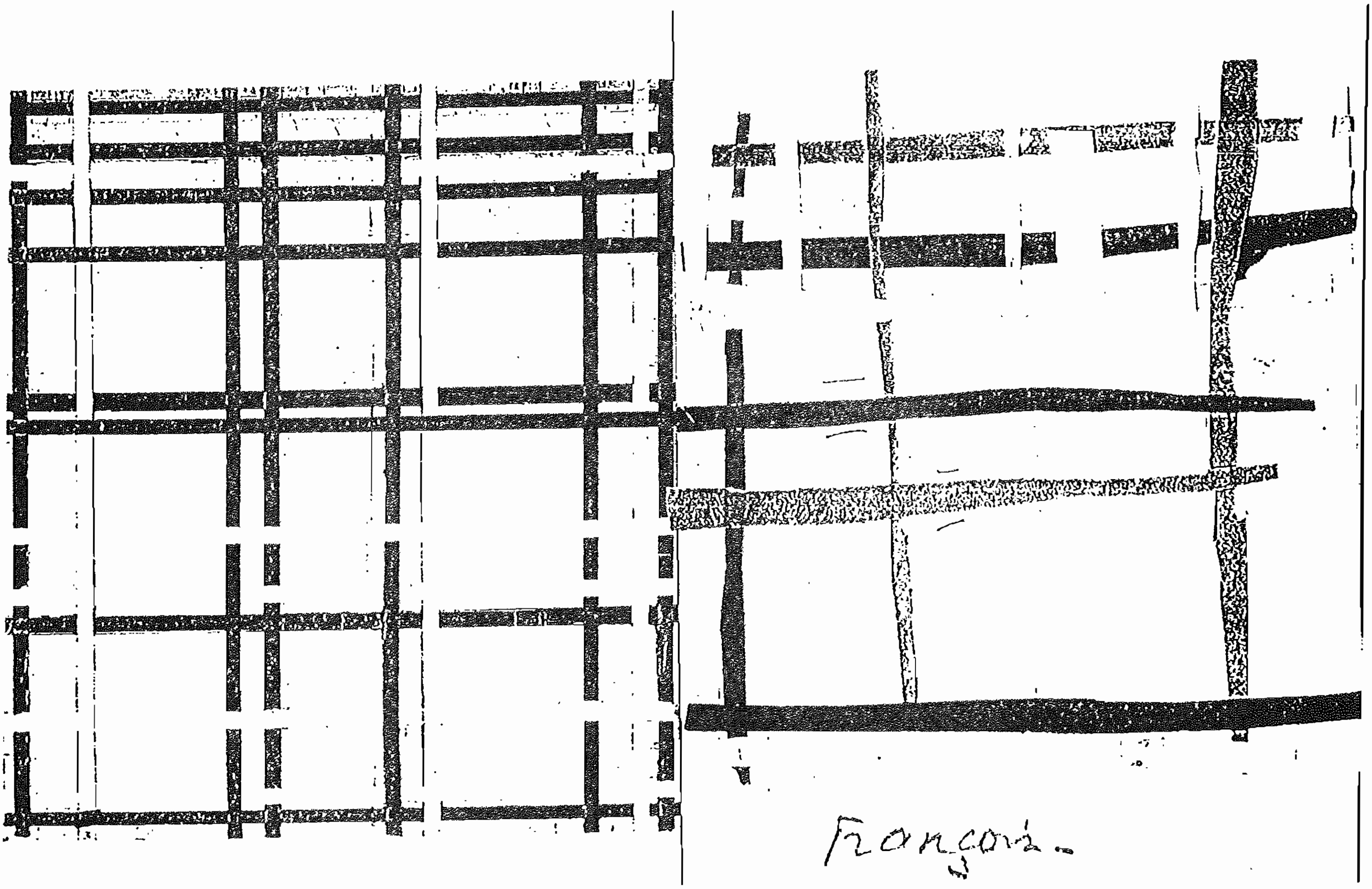
Dans ce dernier exemple, c'est la reproduction de "New York City II" qui a provoqué l'activité. Que peut-on faire avec ? C'est un CE1 qui a servi de terrain d'essai.

<u>Consigne</u> :

Voilà du papier affiche jaune, rouge, bleu et noir. Découper des bandelettes, les coller sur le support en respectant les couleurs et les entrelacements.

Pas facile ! quel est l'ordre de collage ? etc...

Au lecteur de découvrir les objectifs pédagogiques de cette activité !



ANNEXE I

**Objectif :**

Eviter que l'école renforce les représentations restrictives des formes (en partant du constat : aucun élève n'a découpé le rectangle très fin).

*Activité 1 :*

Des rectangles déjà découpés doivent être à nouveau découpés dans le sens de la longueur.

*Activité 2 :*

Même ..avail, mais avec des rectangles dessinés sur papier quadrillé.

*Activité 3 :*

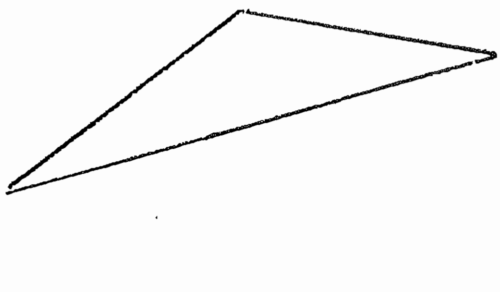
Même travail avec le triangle. La plupart des triangles spontanément dessinés ont une bonne mine, c'est-à-dire sont :

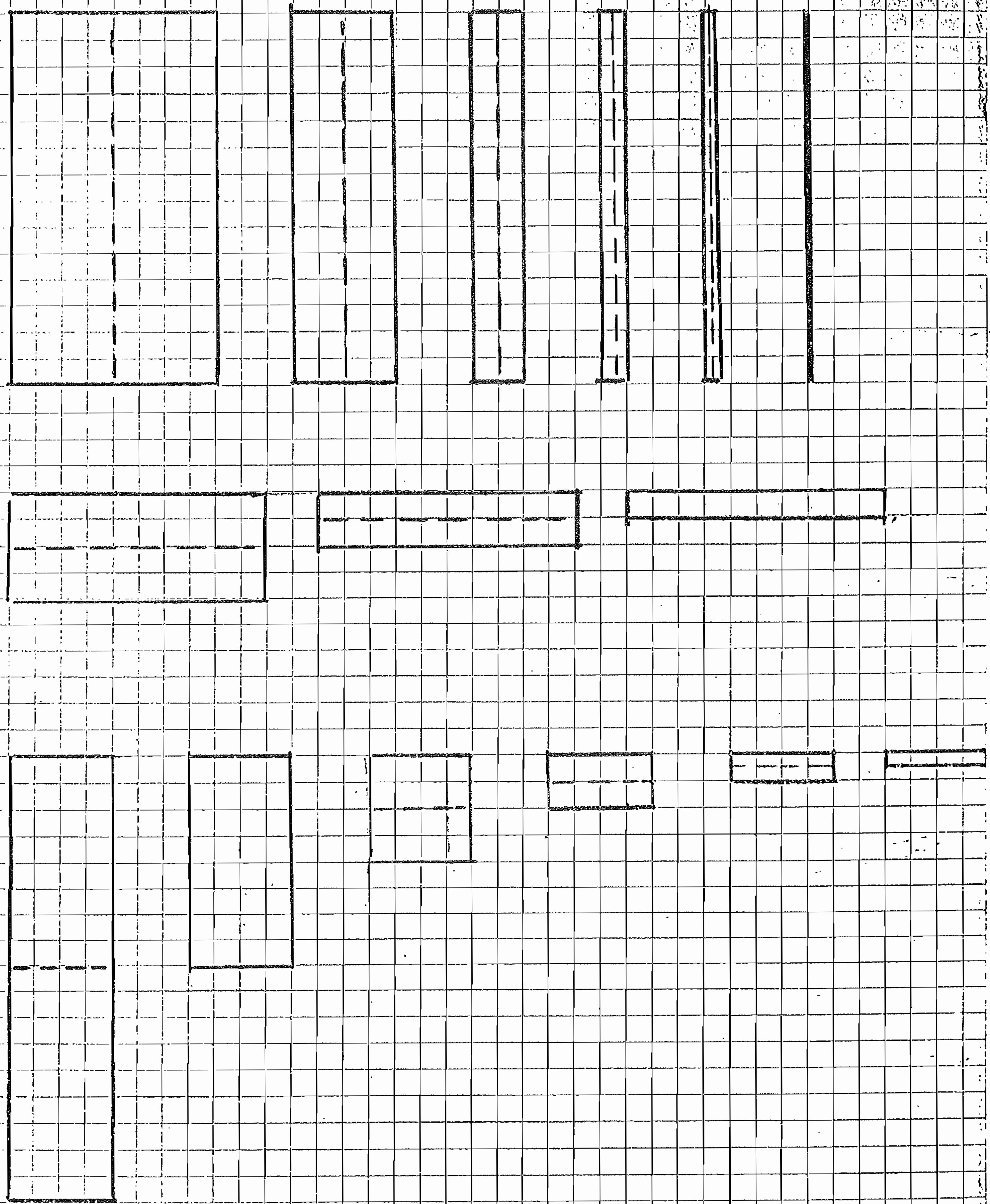
a) bien assis - un côté parallèle au bord de la feuille.
b) acutangles, pour ne pas dire équilatéraux.

Avec cette méthode de découpage, on peut obtenir

un triangle très "mince"

un triangle très "large".





## ANNEXE II : VIV(R)E LE TRIANGLE !

(Résumé d'un article Claude RIMBAULT)

Jeu de contour dont l'objectif est "l'appropriation" par l'enfant de la forme géométrique triangle.

Sur une feuille de papier fort, le maître a dessiné un triangle. Avec ses crayons feutres, l'élève doit dessiner à l'intérieur d'autres triangles en jeu de contour. En fin d'activité, les triangles ainsi dessinés doivent être pris en compte dans la réalisation d'un dessin (ainsi, les triangles deviennent voile de bateau, toit de maison, oriflamme,...).

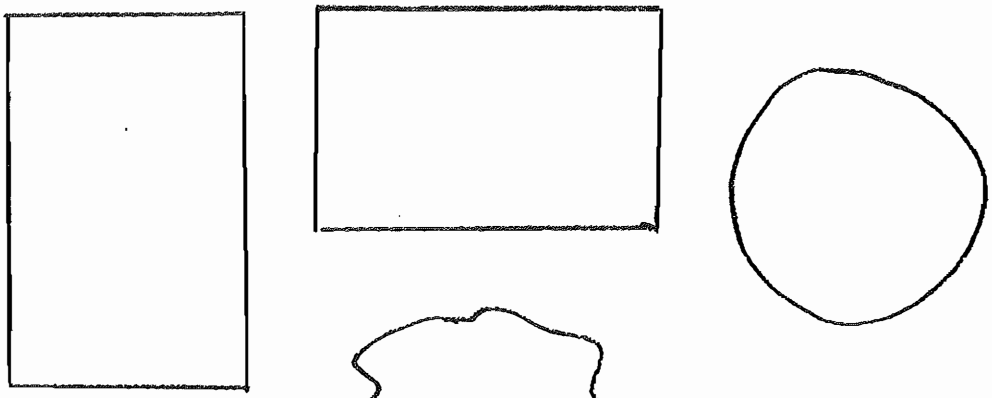
C. RIMBAULT distingue quatre variables didactiques à prendre en compte :

1) le support : feuille rectangulaire 21x29,7 ; feuille ronde ; feuille au contour déchiré.
2) la forme du triangle : acutangle, rectangle, "mince", "large".
3) la position du triangle relativement au support : triangle "assis", triangle pointe en bas,...
4) la place du triangle dans le support : au milieu de la feuille, dans un coin...

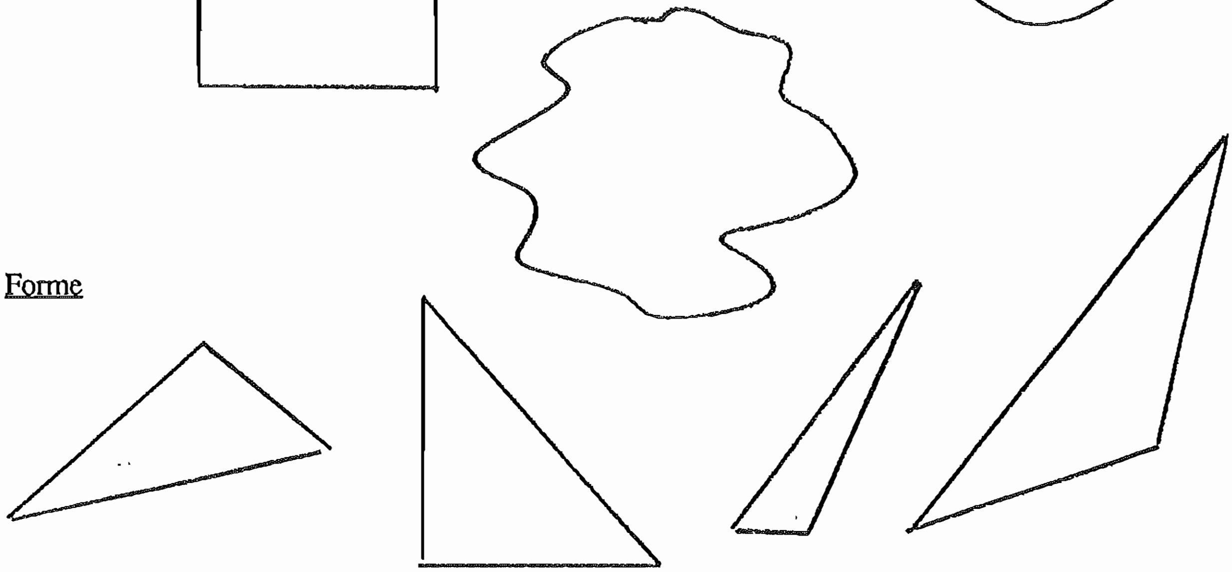
L'activité a été menée dans une classe section enfantine C.P. avec des enfants de la moyenne section au C.P., avec des niveaux d'exigence différents allant jusqu'à l'usage de la règle au C.P.

D'autres activités d'"appropriation" telles que le découpage et le collage ont été simultanément conduites dans cette classe.

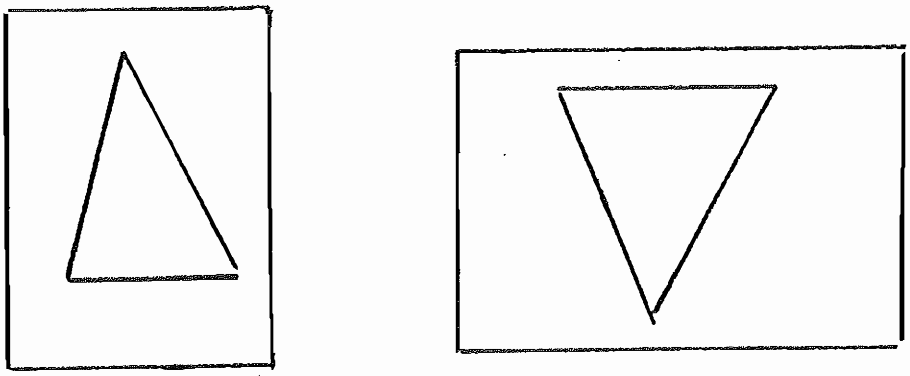
1 - Support



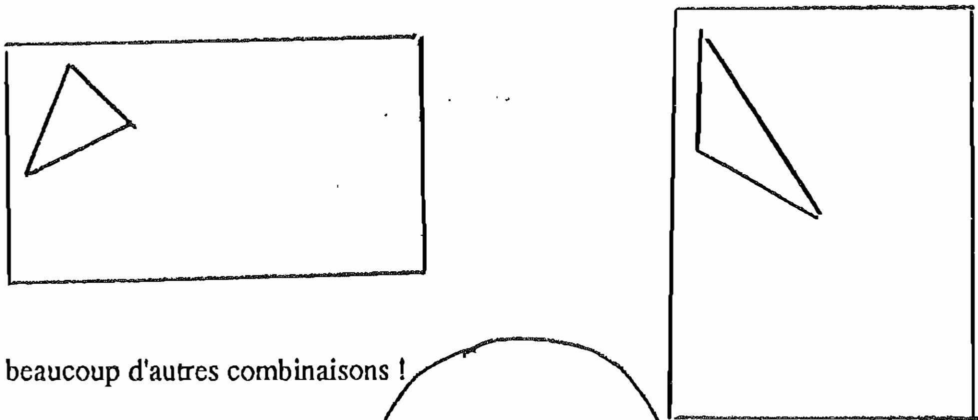
2 - Forme



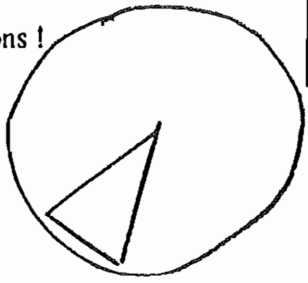
3 - Position

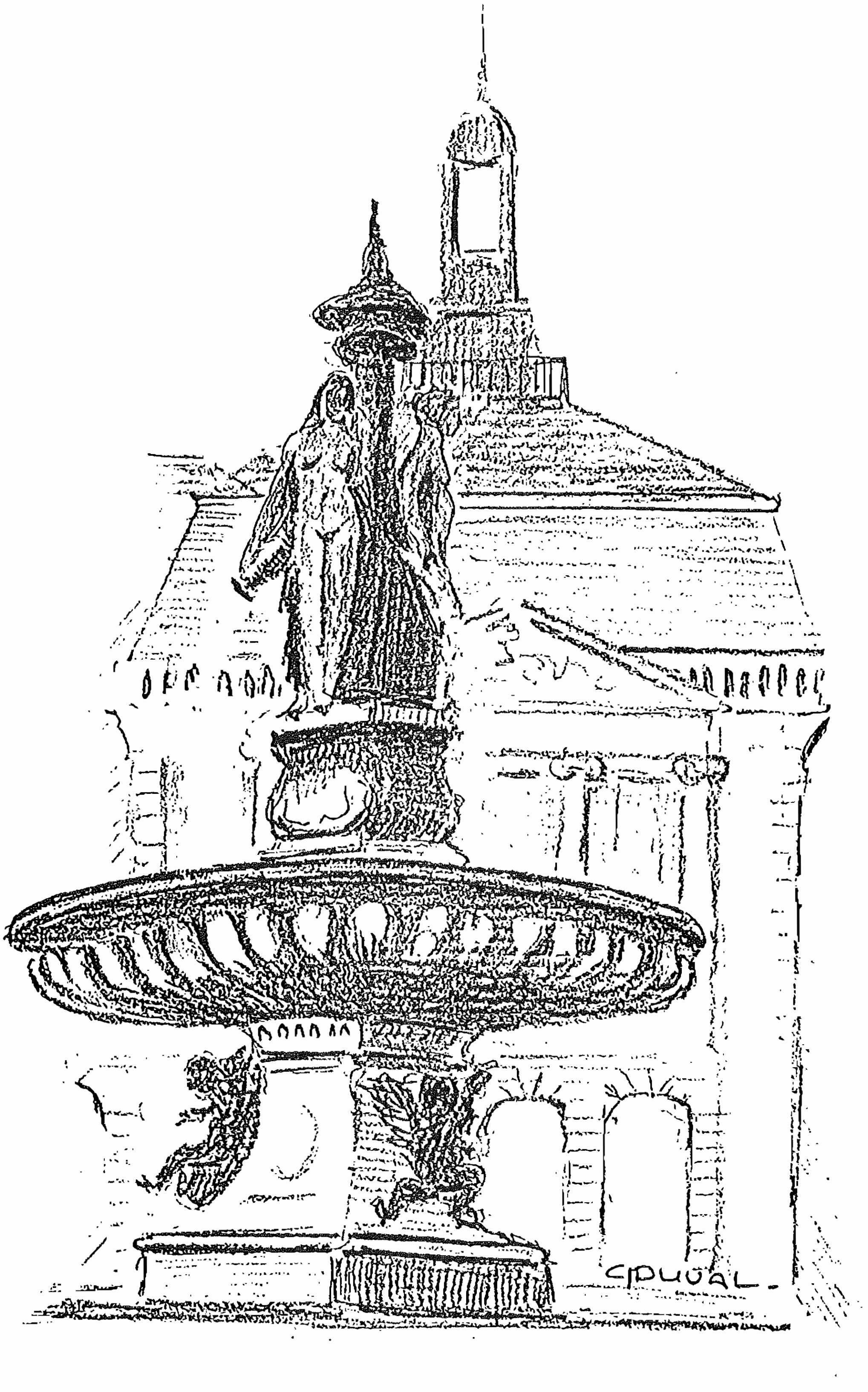


4 - Place



... et beaucoup d'autres combinaisons !






Place de la
Bourse

# RAPPORT DES TRAVAUX DU GROUPE A 3

XVIème COLLOQUE INTER-IREM - BORDEAUX - 18, 19 et 20 MAI 1989

Groupe A 3

Animateur : Gérard CASTELLANI

# QUELLES AIDES APPORTER AUX ENFANTS CONFRONTES AUX TEXTES MATHEMATIQUES ?

## BIBLIOGRAPHIE


ACTES DU COLLOQUE DE ROUEN (1988).- Compte-rendu du groupe B1 - *Les interactions Math-lecture,* pp 131 à 141.

BRISSIAUD Rémi, *De l'âge du capitaine à l'âge du berger* in REVUE FRANCAISE DE PEDAGOGIE N°82 (janv-fév-mars 1988), pp 23-31.

CAHIERS PEDAGOGIQUES - Lectures - 1989 (*La lecture des énoncés et des consignes*), pp 46 à 48.

DEFRANCE Bernard, *La violence à l'école,* (Ed. Syros/Alternatives. Paris, 1988) pp 51 à 53 *(Document n°1, ci-joint).*

DE LA GARANDERIE Antoine, CASSAN Geneviève, *Tous les enfants peuvent réussir* (Ed. Centurion, Paris, 1988) pp 28 à 33 *(Document n°2, ci-joint).*

ECOLE ELEMENTAIRE, *Programmes et Instructions* (C.N.D.P., Paris, 1985) p.40 *(Document n°3, ci-joint).*

VARGAS Claude, PATRIZZIO Jean-Pierre, *L'ellipse en mathématique = modifier les savoirs expérienciels pour construire la notion de variation* in REPERES POUR LA RENOVATION DE L'ENSEIGNEMENT DU FRANCAIS N°76 (oct. 1988), (I.N.R.P., Paris, 1988), pp 77 à 85.

WASSERER Claude, BOULE François, *La lecture des énoncés mathématiques* - Voies-Livres N°4 (Livre-Pensée 13, quai Jaÿr 69009 Lyon, Décembre 1987).


---

Dans ce groupe, nous nous proposions de poursuivre le travail commencé au Colloque de ROUEN en 1988 sur les interactions math-lecture. Pour l'animateur, il n'était donc pas question de reprendre le travail fait à ROUEN, mais de rechercher des pistes nouvelles à partir de la base qu'il constituait. Malheureusement, seuls deux membres de ce groupe A 3 avaient participé aux travaux du groupe B 1 de ROUEN et, les ACTES DU COLLOQUE DE ROUEN n'étant pas encore parvenus aux participants du colloque de BORDEAUX, l'animateur a proposé de commencer par un résumé des travaux de ROUEN, ce qui a occupé toute la première séance.

Au début de la deuxième séance, alors qu'on aurait dû aborder l'étude de nouvelles pistes, un gros débat a opposé deux membres du groupe à l'animateur sur la relation entre écrit et oral. Fallait-il refuser ce débat ou laisser la parole aux collègues qui souhaitaient ainsi s'exprimer ? L'animateur a choisi cette deuxième solution. La démocratie y a peut-être gagné mais le groupe n'est certainement pas allé aussi loin qu'il l'aurait pu en suivant une voie... plus directive. Malheureusement, on ne peut mesurer ce genre de choses qu'à la fin et il n'est finalement pas assuré qu'en imposant (même partiellement et provisoirement) le silence aux contradicteurs, ils auraient participé aux travaux du groupe avec la même ardeur qu'ils l'ont fait...

Ce qui va suivre n'est donc pas, au sens strict, un compte-rendu des travaux du groupe, mais une synthèse faite par l'animateur entre les pistes sur l'opportunité de la poursuite desquelles il aurait souhaité un débat dans le groupe, quelques propositions qui semblent avoir emporté le consensus et quelques idées nées d'une réflexion personnelle (enrichie par les remarques ou les critiques des participants) de l'animateur à l'issue du colloque.

---

Estimant qu'il fallait, à l'école élémentaire, limiter la lecture de textes mathématiques à la lecture de problèmes des trois groupes définis dans les Instructions de 1985 (cf. document n°3), nous ne nous sommes pas préoccupés de la lecture des théorèmes, règles ou définitions qui nécessitent probablement d'autres compétences que nous n'avons pas évoquées. En nous cantonnant donc aux problèmes, nous pouvons remarquer que les textes de R. BRISSIAUD, C. VARGAS et J.P. PATRIZZIO montrent assez clairement que, simple ou complexe, imagé ou dépouillé, partant de situations hypothétiques ou réelles, quel que soit l'énoncé proposé, il conduit invariablement la majorité des élèves à s'emparer des données numériques pour faire les opérations qu'ils connaissent - le choix des données numériques comme celui des opérations effectuées répondant à une logique... difficile à saisir. Il semble donc indispensable de proposer aux élèves des activités de mise à distance (analyse, mémorisation, reformulation, etc) qui les conduisent à appréhender les énoncés de problèmes autrement que comme de simples supports d'opérations, même si, au bout du compte, quand il ne s'agit pas de problèmes sans nombres (dont on sait qu'ils sont rarement perçus spontanément par les enfants comme de "vrais" problèmes, entraînant une "vraie" activité mathématique), ce sont quand même des opérations qu'on attend d'eux...

Il semble que les meilleures voies pour parvenir à cette mise à distance (et nous avons tous été d'accord sur ce point) tournent autour de la *communication*. Dans une première approche, cinq pistes de travail mériteraient une attention particulière de la part des maîtres (et de leurs formateurs), sans préjudice d'autres soucis qui pourraient apparaître à court terme ou à moyen terme :

*1. Vie coopérative de la classe.*- Le texte de Bernard DEFRANCE (cf. document n°1) paraît assez convaincant sur ce point. Non seulement la classe coopérative permet aux élèves de vivre ensemble des situations qui peuvent servir de références communes parce qu'elles peuvent être analysées ensemble, mais vécu et analyse passent par cette communication dont nous avons souligné qu'elle est essentielle. Or, où la communication est-elle plus profonde donc plus efficace que dans une classe coopérative dont l'une des caractéristiques est la libération de l'expression ? La vie coopérative de la classe devrait donc contribuer, au moins par deux aspects, à une meilleure appropriation des énoncés par les élèves. Si la vérification pouvait être faite, elle constituerait un argument supplémentaire en faveur de la pédagogie coopérative.

*2. Recherche de critères.*- Nous avons essayé de montrer, l'an dernier, que chaque type de texte (roman, texte technique, mode d'emploi, manuel scolaire, annuaire téléphonique, etc), que chaque projet de lecture (détente, évasion, information, recherche de connaissance, etc) nécessitent la mise en oeuvre de stratégies de lecture, appropriées à l'objet à lire et au projet du lecteur. Or, s'il nous apparaît - parce qu'elle a fait ses preuves par l'échec - que la (s'il n'y en a qu'une...) stratégie de lecture d'un énoncé ne saurait être la même que la stratégie de lecture d'un article de journal sur l'actualité ou la stratégie de lecture d'un conte, encore faut-il permettre aux élèves de maîtriser des critères efficaces leur permettant, dans un premier temps, de discriminer, parmi les divers écrits auxquels ils sont confrontés, ceux qui constituent des énoncés de problèmes. Dans un second temps, peut-être pourraient-ils découvrir des critères caractérisant certains types d'énoncés pour l'approche desquels ils auraient pu acquérir une maîtrise particulière. Il ne s'agirait ici que d'une simple transposition aux mathématiques d'activités déjà mises en oeuvre en français où on propose aux élèves d'une même classe de découvrir progressivement, en procédant à à des classements de textes divers (contes, récits, comptes-rendus, poèmes, modes d'emploi, recettes,...) les critères d'appartenance de ces textes à telle ou telle catégorie d'écrits, ce qui permet - les critères d'appartenance ayant été découverts et/ou négociés ensemble (et progressivement affinés collectivement) - de disposer de moyens connus de tous pour évaluer si chaque élève remplit bien son contrat lorsqu'il produit l'un des types de texte (conte, récit, etc) qu'il s'est engagé à produire. Il semble, en effet, que ce ne soit qu'à partir du moment où un enfant sait pourquoi "Inventaire" ou "Pour faire le portrait d'un oiseau" de J. Prévert sont des poèmes (et non un "véritable" inventaire ou un authentique mode d'emploi) qu'il a une maîtrise suffisante de la poésie. Alors pourquoi attendre encore pour faire élaborer par chaque classe un grand panneau répondant à la question "Qu'est-ce qu'un énoncé de problème ?", auquel chacun pourra se référer en permanence et dont le corollaire deviendra :"Comment lire un énoncé de problème"!

3. *Réécrire des énoncés.*- Pour réécrire quelque texte que ce soit, sans le paraphraser, il faut l'avoir compris. Cette réécriture passe donc notamment par la mémorisation (et y a-t-il véritablement mémorisation s'il n'y a pas compréhension ?) et par la transformation (ne pas transformer, c'est paraphraser). La transformation, quant-à elle, peut prendre deux formes. D'une part, on peut, soit rédiger ce qui est présenté sous forme de schémas, de dessins ou de photos, soit schématiser, mimer ou dessiner ce qui est rédigé (on peut aussi - évidemment - rédiger autrement ce qui est rédigé ou dessiner autrement ce qui est dessiné mais il vaut mieux ne pas commencer ainsi si l'on veut que les élèves ne tombent pas directement dans la paraphrase). D'autre part, on peut introduire soit des substitutions de personnages ou d'objets non essentiels (le train peut devenir automobile, la gare peut devenir tel village, l'épicier vendant des légumes peut devenir le fermier vendant des fruits...), soit des modifications numériques, soit les unes et les autres (c'est ce que nous avons appelé des réactivations d'énoncés). L'intérêt de cette activité de réécriture est qu'il s'agit d'une véritable activité de production et non d'une activité d'application ou d'imitation. Et produire, c'est avoir un projet. Et sans projet, il n'y a pas d'apprentissage!

4. *Recherche des organisateurs logiques et temporels.*- Puisque Claire WASSERER et François BOULE ont judicieusement remarqué l'importance de ces organisateurs (Cf texte cité en bibliographie) tels *par suite, donc, parce que, premièrement...* n'est-il pas indispensable de permettre aux enfants de les utiliser sans erreur ? Pour cela, ils doivent être capables de les reconnaître et de s'en servir pour modéliser les textes mathématiques (en situant, par exemple, sur un axe, l'ordre chronologique des opérations décrites dans un énoncé). Il va de soi que cette activité est très liée à la précédente dont on peut considérer, à certains égards, qu'elle ne constitue qu'un aspect technique.

5. *Aider les enfants à découvrir leurs propres stratégies.*- De même qu'une part importante de la pédagogie de la lecture en général consiste à aider l'enfant à prendre conscience des stratégies qu'il met en oeuvre face aux divers types d'écrits (Cf notre travail de l'an dernier), de même il est capital d'aider chaque élève à prendre conscience de l'efficacité ou de l'inefficacité des stratégies

qu'il met en jeu pour élucider un énoncé de problème. Le contraindre, de temps en temps, à expliciter sa démarche, tantôt aux camarades du petit groupe de recherche auquel il appartient, tantôt au maître, tantôt à toute la classe, que ce soit oralement ou sous forme de schémas (voire, par écrit), devrait l'aider à s'approprier réellement et efficacement l'énoncé d'un problème au lieu de se borner à y prélever des données numériques à l'aide desquelles effectuer des opérations (et lesquelles!)... ce qui répond bien à notre préoccupation initiale.

.........

*En conclusion,* si le groupe a été *vivant,* au sens où il a parfois été difficile à conduire, si le refus de l'à-peu-près l'a parfois conduit à s'enliser de longues minutes dans des débats que beaucoup ont pu ne pas apprécier, les quelques pistes identifiées ci-dessus devraient être de quelque utilité.

Si ces pistes devaient être explorées par certains (participants ou lecteurs) avant le Colloque de 1990, l'animateur accepterait volontiers d'animer un nouveau groupe sur ce thème. Mais, compte tenu des délais de parution prévisibles des Actes du Colloque de Bordeaux, il semble réaliste de ne pas reconduire de groupe *mathématiques et lecture* en 1990 et de ne travailler, à nouveau, sur ce thème, qu'en 1991.

*Document N° 1*

Bernard DEFRANCE.- La violence à l'école. (Ed.Syros/Alternatives, PARIS, 1988), pages 51 à 53.

On sait, à la suite des travaux de Jean Piaget (1), entre autres, que les structures mentales mises en jeu dans l'*opération* mathématique sont les mêmes que celles qui sont mises en jeu dans la *coopération* sociale. C'est d'ailleurs dans des actes de la vie sociale qu'on utilise les mécanismes opératoires : mettre le couvert à table, c'est faire une bijection, acheter, rendre la monnaie, c'est utiliser addition et soustraction... Réciprocité, réversibilité, décentration, etc., autant de mécanismes communs à l'opération et à la coopération. Si, donc, la classe n'est pas un lieu de *coopération* entre les enfants, ils ne peuvent développer ces mécanismes, sauf ceux précisément qui peuvent compenser cette carence dans la famille. Il est tout de même inouï de constater que tout se passe comme s'il fallait aujourd'hui que la famille compense les carences de l'école, alors que l'on pourrait supposer que c'est à l'école de compenser les inégalités culturelles dues aux origines familiales ! Et les mères de famille débordées de se coltiner les « devoirs » à la maison... (2) Quant aux mécanismes de la coopération sociale et donc de l'opération mathématique, ceux des enfants qui ne bénéficient pas d'un soutien familial — et la famille n'est pas toujours un lieu de coopération ! — compensent comme ils peuvent, dans la rue, par exemple, où ils vivent, certes, une vie sociale mais les modes de coopération qui s'y développent ne sont évidemment pas acceptés par l'école... Et l'on déplorera ensuite l'absence d'une mythique « bosse des maths » et l'on s'y résignera comme s'il s'agissait d'une tare héréditaire !

Et cela est d'autant plus catastrophique que la mathématique est la seule discipline qui pourrait permettre l'*accès à l'universel* (il y a aussi la philosophie, mais elle ne s'enseigne — et de quelle façon ? — qu'en classe terminale, c'est-à-dire quand le massacre est, à peu de choses près, achevé) (3).

Cela fait plus de quarante ans que Cousinet (4) avait remarqué que l'essentiel de la vie sociale des enfants se vivait contre la discipline scolaire et que le maître dépensait le plus clair de son énergie à lutter contre ces embryons de coopération. Qui mesurera un jour l'énorme gâchis humain et... économique ? (5) Rien d'étonnant à ce que la mathématique soit désormais la discipline sélective par excellence, et cela dès le cours préparatoire. L'inculcation idéologique et l'aliénation culturelle se font donc même par des disciplines qu'on pourrait croire plus « objectives » que les disciplines littéraires. C'est que, à la limite, les contenus importent peu ici par rapport aux structures par lesquelles ils sont « transmis ». Où l'on voit bien l'interaction étroite qui s'établit entre une structure institutionnelle et un système de valeurs.

---

(1) Jean Piaget, *Six études de psychologie*, Gonthier, 1964, *Psychologie et épistémologie*, Gonthier, 1970, *Problèmes de psychologie génétique*, Gonthier, 1972, avec Bärbel Inhelder, *La psychologie de l'enfant*, PUF, Que sais-je ? 1966.

(2) *Cahiers pédagogiques*, « Les parents dans l'école ? » n° 237, octobre 1985 ; Philippe Meirieu, *Les devoirs à la maison*, Syros, 1987.

(3) GREPH (Groupe de recherche sur l'enseignement philosophique), *Qui a peur de la philosophie ?* Flammarion, 1974, épuisé depuis longtemps, hors de prix chez quelques bouquinistes, on se demande vraiment par quel mystère Flammarion ne le réédite pas ! Il y a là une perte considérable pour tous ceux qui commencent maintenant à enseigner la philosophie et auxquels il est impossible de se référer à ces travaux décisifs sur la progressivité de l'enseignement philosophique.

(4) Roger Cousinet, *Une méthode de travail libre par groupes*, éditions du Cerf.

(5) Philippe Meirieu se demande, par exemple, ce que coûte à l'agriculture française le fait que l'on ne maîtrise pas la proportionnalité pour le calcul des quantités d'engrais à l'hectare, sans parler des coûts dus à la dégradation de l'environnement. Cf. *L'école mode d'emploi*, ESF, 1985, *Apprendre...: oui, mais comment ?* ESF, 1987.

## Document N° 2

Il n'y a pas de compréhension, il n'y a pas de mémorisation sans codage mental, sans projet.

Qu'est-ce que le "codage mental"? C'est, tout simplement, les images que nous fabriquons dans notre tête à chaque fois que nous accomplissons un geste mental – l'attention est un geste mental, la réflexion, la mémorisation, la compréhension, l'imagination aussi. Et chacun fabrique les images – ou évocations – qu'il veut : elles peuvent être "visuelles" – dans ce cas, c'est la représentation de ce que nous avons à apprendre, ou à comprendre, ou à mémoriser –, ou "auditives" – une image auditive est un discours mental : on "se parle" les images dans sa tête, on se les répète verbalement, ou on les réentend.

Les visuels et les auditifs composent les deux grandes "familles pédagogiques" : ils utilisent leur propre forme d'image, auditive ou visuelle, qui constitue une "habitude évocative" de "voir" ou de "se dire" dans sa tête ; c'est cette habitude évocative que j'ai appelée la "langue pédagogique maternelle".

Pourquoi maternelle? parce qu'elle s'est installée dans notre vie mentale en même temps que le processus de la réflexion. C'est à ce moment-là que nous contractons l'habitude de "voir", ou d'"entendre", et nous n'y songeons plus jamais par la suite.

Pour apprendre ou pour comprendre, nous avons tous besoin de nous fabriquer nos images mentales. Vous êtes dans un autobus et vous voyez défiler des panneaux publicitaires : vous êtes en état de perception, et si l'on vous demandait de décrire les panneaux, ou de donner un ou deux noms d'annonceurs, vous en seriez bien incapable. C'est normal, vous verrez pourquoi tout à l'heure.

Remontez dans l'autobus : les panneaux continuent de défiler dans un flou de couleurs et de lettres quand, soudain, quelque chose accroche votre regard – un mot, un visage, un graphisme particuliers. Aussitôt, vous fabriquez dans votre tête des images mentales – visuelles si vous revoyez dans votre tête, auditives si vous procédez à un discours mental.

Que s'est-il passé dans le deuxième cas de figure? En fabriquant des images mentales, ou *évocations*, vous avez tout simplement mis votre intelligence en marche. Entre la simple perception des panneaux publicitaires, et leur concept, vous avez placé le moteur indispensable que représente l'image mentale. La perception ne laisse pas de trace, alors que le geste mental, lui, s'accompagne d'images mentales.

Si je veux savoir comment je fonctionne mentalement, je dois explorer ma vie mentale. Pour cela, le seul moyen est de pratiquer une introspection : Je m'interroge pour comprendre *comment* je suis attentif, *comment* je réfléchis, *comment* je mémorise, etc. Et ce n'est qu'à partir de cette connaissance de ma propre démarche que je pourrai aider les autres à appréhender la leur. A partir du moment où moi, enseignant, je connais les moyens qui me permettent d'être bon en orthographe, ou en mathématiques, ou en dissertation, je suis en mesure de les enseigner à mes élèves. C'est en donnant à mes élèves l'intelligence de leurs moyens que je leur donnerai les moyens de leur intelligence.

Mais à quoi servent ces images auditives ou visuelles que je fabrique? Elles sont la "matière" de tout geste mental, elles l'alimentent. C'est dire leur importance dans l'accomplissement de tout geste mental. Or, paradoxalement, l'école est le seul lieu d'apprentissage où l'on demande d'exécuter des gestes – le plus souvent sur un mode impératif : "Faites attention!", "Réfléchissez!" – sans donner de mode d'emploi. Personne n'a jamais songé à décrire, ou à montrer, le geste de l'attention, de la mémorisation, de la réflexion...

Imaginerait-on de demander à un enfant de jouer du violon sans lui montrer comment il doit poser ses doigts sur les cordes ou tenir l'archet? Quand on achète un appareil quel qu'il soit, ne lit-on pas le mode d'emploi avant de s'en servir? Alors, comment concevoir que l'on puisse utiliser l'appareil le plus complexe qui soit, notre cerveau, si l'on ignore tout de son fonctionnement? Et comment s'étonner que sa mise en route dans ces conditions conduise, sauf heureux hasard, à des échecs catastrophiques?

Un geste mental est une structure opératoire qui a besoin de prendre appui sur des contenus visuels ou auditifs pour s'activer, pour s'opérer. Si ce geste reste au plan de la perception, s'il ne s'accompagne pas du *projet* d'avoir des images mentales, il ne pourra pas être accompli. Reprenons l'exemple de l'autobus : à partir de quand avez-vous fait le geste de l'attention? Eh bien, tout simplement à partir du moment où vous avez eu le *projet* de vous donner en image mentale ce que vous étiez en train de percevoir.

Tout geste mental s'accompagne donc d'un projet. Qu'est-ce que réfléchir, sinon avoir le projet d'appliquer à un problème donné des lois et des règles que nous évoquons dans notre conscience par le moyen d'images visuelles ou auditives? Mémoriser, c'est encore avoir le projet d'utiliser, dans un avenir esquissé grâce à des évocations, ce que l'on veut acquérir. Imaginer, c'est avoir le projet de modifier des réalités qui ne sont pas perçues, ou de les transformer, ou de les supposer, ou encore d'inventer des objets par des constructions inédites – toujours à l'aide d'évocations visuelles ou auditives.

Prenons un autre exemple. Je regarde ce vase : je suis en situation d'attention et j'ai pour projet de mettre ce vase "dans ma tête" pour me le "redonner" sous forme d'évocations. Je regarde le vase, puis je regarde, ou je réentends, l'image que j'en ai "dans ma tête". Tant que mon évocation n'est pas parfaitement codée, je fais autant de va-et-vient entre ma perception et mon évocation qu'il m'est nécessaire. En faisant cela, je me trouve dans ce que j'appelle "l'imaginaire du présent". Le geste mental de l'attention consiste donc à faire exister l'objet que je perçois sous forme d'image mentale.

Maintenant, je regarde ce vase mais en sachant que j'aurai à le dessiner en classe, demain. Avec des mots (le vase est bleu, il est arrondi, le col est légèrement évasé, etc.), ou en le revoyant dans ma tête, je vais m'imaginer en train de le dessiner. Je suis dans une situation de mémorisation : elle implique que je me serve de mes évocations dans ce que j'appelle "l'imaginaire d'avenir". Et c'est cette structure de projet d'avenir qui permet ma mémorisation.

Pour bien coder mon projet, je dois être capable de répondre à une situation en ne m'aidant plus que de mes évocations. C'est dire l'importance du codage mental. Sans cet imaginaire d'avenir qui me prépare à exécuter une tâche, il n'y a pas, il ne peut y avoir mémorisation.

Nous sommes là au cœur de cette pédagogie des moyens d'apprendre, que j'ai appelée "pédagogie de la gestion mentale". Pourquoi cette expression? Pourquoi "gestion" et pourquoi "mentale"? *Gestion :* il s'agit de gérer au mieux le bien que représente tout savoir et, pour cela, d'utiliser des *gestes. Mentale :* cet adjectif définit la nature de ces gestes.

Tout geste mental relève d'une structure opératoire très précise. On croit trop souvent – à tort – que si le message de l'enseignant est de bonne qualité, ou si les élèves sont "attentifs", cela suffit pour que le message soit enregistré – c'est-à-dire mémorisé, ou compris. Il n'en est rien et si l'enseignant n'est pas en mesure de décrire les structures opératoires de chaque geste mental, en d'autres termes de dire "comment" on est attentif, "comment" on réfléchit, etc., les élèves ne sauront pas comment acquérir le savoir. L'enseignant doit les mettre en situation d'écouter et de regarder, pour redire, ou revoir dans leur tête, pour coder mentalement.

Il est possible, dès la maternelle, d'apprendre aux enfants à coder mentalement sur les tâches les plus simples. Donnez-leur à regarder une image et demandez-leur s'ils peuvent la revoir "dans leur tête". Bien peu y parviennent, certains ne voient rien dans leur tête. Vous devez alors les aider à se fabriquer des évocations, sans vous inquiéter de savoir si elles sont visuelles ou auditives – chaque enfant choisit celles qui lui conviennent.

Mettez-les ensuite en situation de tâche : dessiner l'animal ou l'objet représenté. Vous pouvez les aider en leur demandant s'ils se souviennent de ce qu'on fait dans sa tête avant de redessiner, s'ils revoient ou réentendent dans leur tête. Mis en situation de codage mental, l'enfant acquiert la maîtrise de ses évocations et, par conséquent, la maîtrise de ses gestes. Sans cette maîtrise, il risque de rester dépendant de l'objet qu'il regarde. L'autonomie de sa réalisation passe nécessairement par son codage mental.

Autre exemple, que l'on peut appliquer aussi bien en maternelle qu'à tout âge : on veut faire chanter les enfants mais certains n'arrivent pas à chanter juste. Que puis-je faire? Je vais faire les gestes qui reproduisent la hauteur des sons et je leur dis de les mettre dans leur tête, de se donner les images. A aucun moment je ne chante l'air. Ensuite je leur demande s'ils sont capables de voir dans leur tête les gestes qui représentent l'air et je m'assure qu'ils les voient bien en en demandant l'exécution. Sur les images visuelles de ces gestes qui correspondent, rappelons-le, à la hauteur des sons, *les enfants qui n'ont pas d'oreille vont pouvoir l'acquérir.* Essayez, mettez-vous à la tâche : vous pourrez constater qu'il y a là une réponse à une question qui se traitait très souvent en termes d'aptitude – donc en termes d'échec.

Antoine de la Garanderie & Geneviève Cattan, *Tous les enfants peuvent réussir*, Ed. du Centurion (Paris, 1988), pp. 28 à 33.

*Document N° 3*

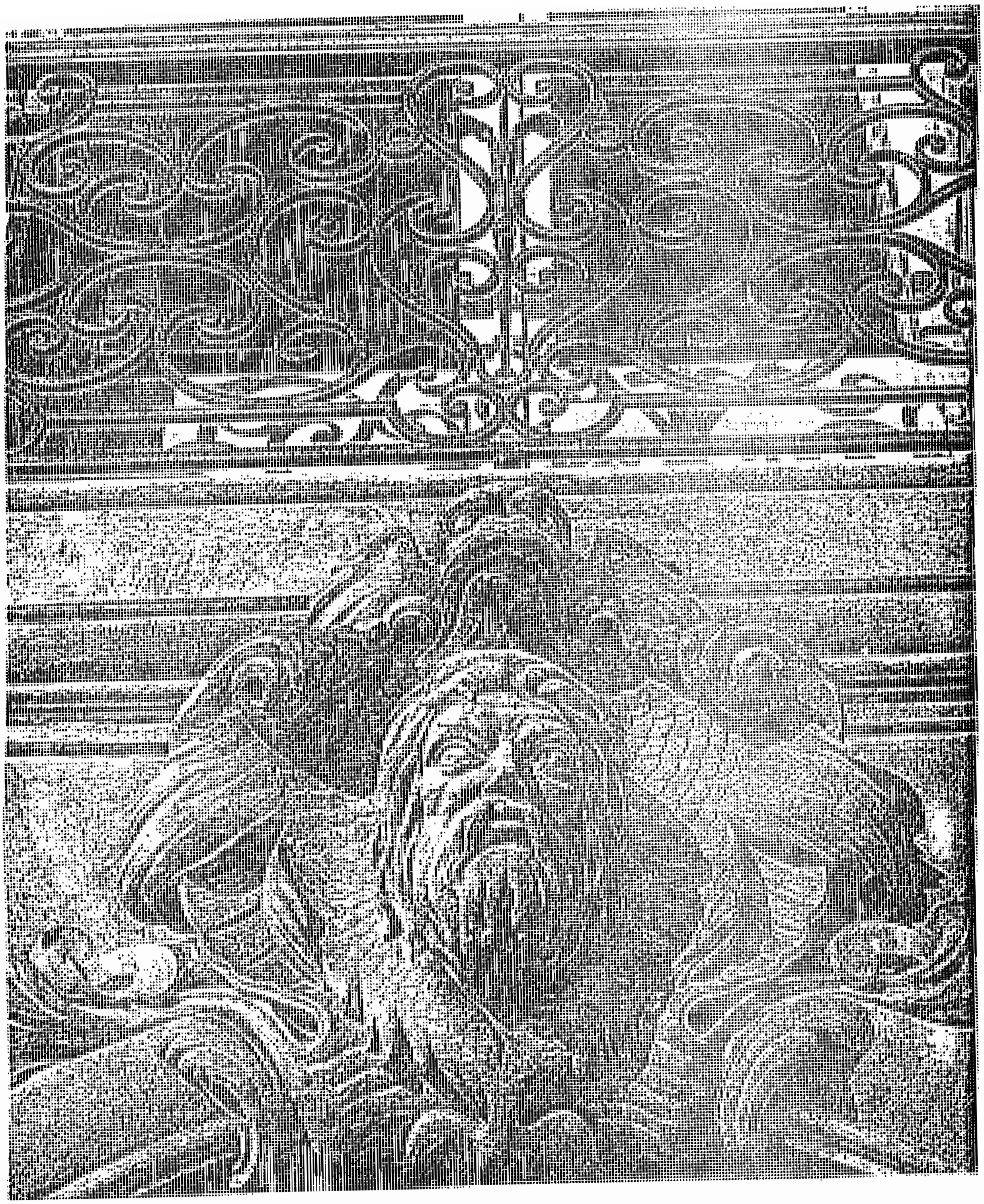
On peut répartir ces problèmes en trois groupes :
— ceux qui permettent la construction de nouveaux outils mathématiques (par exemple l'introduction de la soustraction, de la multiplication, des nombres décimaux) ;
— ceux qui invitent à utiliser des acquis, à en percevoir éventuellement les limites d'utilisation, offrant ainsi au maître les moyens de contrôler le savoir (par exemple la construction d'un objet, l'agrandissement d'une figure, le premier apprentissage de la division euclidienne) ;
— ceux qui sont liés à une véritable recherche (par exemple trouver tous les patrons d'un cube).

Résoudre des problèmes suppose la maîtrise d'un certain nombre d'outils, numériques et géométriques, et l'appropriation de méthodes. Pour cela, le maître habitue les élèves à organiser les données (ce qui suppose des outils et la capacité de les choisir) ; à associer à une question posée les connaissances utiles ; à exprimer, oralement et par écrit, leurs démarches et les résultats obtenus, en essayant de les justifier.

C'est l'occasion pour l'élève de s'approprier le langage mathématique, en restant attentif aux interférences éventuelles avec la langue courante, et d'accéder à l'organisation logique des raisonnements. C'est l'occasion pour le maître de constater réussites et échecs, en s'efforçant de comprendre ce qui les détermine.

Il importe de développer l'aptitude des élèves à prouver ce qu'ils avancent ; ainsi, selon les cas et en fonction de leur maturité, ils peuvent utiliser une argumentation de type mathématique, mettre en évidence un contre-exemple, confronter le résultat avec la réalité, prêter attention à la différence entre le calcul et la mesure, etc.

*Ecole élémentaire, Programmes et Instructions* (C.N.D.P., Paris, 1985) pp 40-41



**RAPPORT DES TRAVAUX**

**DU GROUPE**

**A 4**

# UTILISATION DE L'HYPERTEXTE EN MATHEMATIQUES

XVIème colloque Inter IREM des P.E.N.

Eric BRUILLARD
Claude DROUIN
Ecole Normale de Bonneuil

*L'atelier concacré à l'utilisation de l'hypertexte en mathématiques a été l'occasion de présenter ce concept informatique neuf et d'explorer diverses possibilités de son emploi dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques.*

## QU'EST-CE QU'UN HYPERTEXTE

La notion d'hypertexte correspond d'une manière assez générale à la possibilité d'établir ou de naviguer à travers des liens multiples entre des documents de natures différentes. Ces liaisons ne sont pas hiérarchiques ou prédéterminés par une structure fixe. On peut organiser les informations, les stocker et y accéder de la même façon que le cerveau humain accède aux siennes: de manière associative et non linéaire. Cette possibilité est aussi facilement exploitable du fait d'interfaces utilisateur (et auteur) spécialement dédiées, à la fois simples et puissantes.

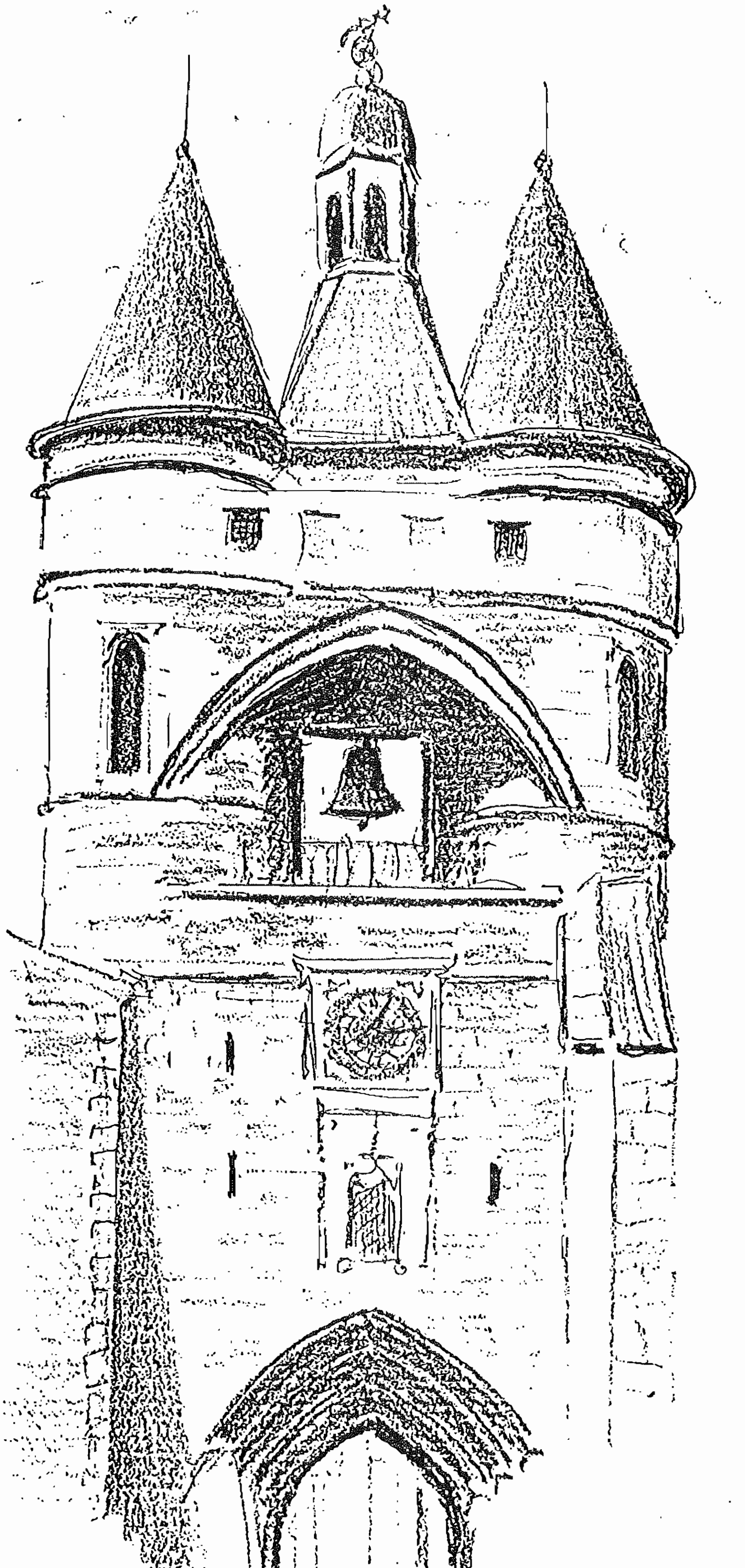
Ce concept a été popularisé par HyperCard (sur MAC), mais a donné lieu à divers produits disponibles sur PC : Guide (Frame), HyperInfo et HyperImages (Softia). Il commence à s'introduire dans les produits éducatifs (piles HyperCard) pour faciliter l'accès aux informations (textes, graphiques, etc...) dans un cadre de résolution d'exercices et de problèmes (voir par exemple ARRIA).

## QUELQUES EXEMPLES D'UTILISATION

La présentation de l'outil a permis de déboucher sur quelques problématiques auxquelles l'hypertexte peut fournir un embryon de réponse :

- aide à la compréhension de textes mathématiques ;
- aide à la résolution avec accès direct et contextuel à une documentation structurée ;
- exposition structurée (non linéaire) de concepts généraux en mathématiques ;
- aide au diagnostic et rédaction de messages d'erreur réactifs.

On peut remarquer qu'au niveau de l'enseignement primaire, les connaissances mathématiques à mémoriser et à utiliser ne sont pas quantitativement très nombreuses, mais que la résolution de problème est un écueil important pour les enfants. Une vision dynamique des énoncés reliée à des questions semble être une piste prometteuse pour surmonter certaines difficultés rencontrées.




La Grosse Cloche.

**RAPPORT DES TRAVAUX**

**DU GROUPE**

**A 5**

GROUPE A5 : CALCUL MENTAL

ANIMATEURS : BUTLEN DENIS ET MONIQUE PEZARD

Il s'agissait de la présentation d'une recherche menée dans le cadre de l' IREM de Paris 7 par D.BUTLEN, C. LETHIELLEUX, M. PEZARD. Cette recherche porte sur des activités de calcul mental et de résolution de problèmes.

## CALCUL MENTAL:

Les activités ont eu lieu dans des classes du C.P. au C.M.2 de Paris et de province.

Ont été exposées:

1) Des activités mettant en jeu les structures additives.

Elles portent donc sur l'addition et la soustraction, il s'agit notamment :

- du "jeu de l'autobus":"dans un autobus,il y a n personnes,ilen monte a,il en descend b,a un arrêt , combien y en a - t - il quand l' autobus repart ?". Cette actvité nous semble intéressante pour faire évoluer les structures additives chez l'enfant.
- de compter et de décompter de n en n, à partir d'un certain rang.
- d'additions mentales.

2) Des activités portant sur la multiplication.

- multiplications par 2, 4, 5 , 8, 10, multiples de 10...
- multiplications par 11, 15, 19, 22, 33...
- calculs de produits.

Un résumé des différentes procédures observées, des errreurs et performances des élèves a été présenté.

Le rôle du maître et de l'institutionnalisation, dans les activités de calcul mental a fait l'objet d'une discussion dans le groupe.

Il en a été de même pour la place donnée à l'algorithme écrit dans l'apprentissage des opérations. En particulier les participants pensent qu'il est nécessaire de ne pas l'introduire trop tôt.

## RESOLUTION DE PROBLEMES

Il s'agissait de problèmes multiplicatifs (classe de C.M.2) liés

- à la combinatoire,
- à la numération.

A l'origine de ce travail, la question était de déterminer si le calcul mental peut être une aide à la résolution de problèmes : en particulier, un apprentissage avec de "petits" nombres peut-il déboucher sur une meilleure compréhension du problème ?

Quels seraient, à priori, les avantages des "petits nombres" :

1. Avec de "petits nombres", l'élève peut plus facilement représenter le problème (par exemple, dans le cas de problèmes de combinatoire, il peut utiliser des arbres ou des ébauches d'arbres, des tableaux... il peut même établir la liste exhaustive de tous les cas. Nous faisons l'hypothèse que les "petits nombres" permettent de donner du sens à des problèmes complexes. Toutefois, les stratégies qu'ils induisent ne sont pas forcément pertinentes pour des nombres plus grands.

En particulier, dans des problèmes de dénombrement, l'énumération systématique de tous les cas, liée à une conception complète du problème peut entraîner un blocage lors du passage à des nombres plus grands (une représentation complète sous forme, par exemple d'arbre ou de tableau n'est alors plus possible).

Cette hypothèse nous a amenés à tester la résistance de procédures et conceptions élaborées avec de "petits nombres" lors du passage à des nombres plus grands.

2. Avec de "petits nombres", le recours au calcul mental est plus simple et plus rapide. l'élève peut ainsi explorer dans un temps assez bref, différentes voies permettant de résoudre le problème. Cette phase de tâtonnement, utilisant le calcul mental, peut être déterminante pour trouver la (ou les) procédures de réussite.

3. La résolution de problèmes est une activité complexe qui passe aussi par l'utilisation de la mémoire : les travaux des psychologues (J. F. RICHARD dans (3)) ont montré que la mémoire de travail de l'individu (ou mémoire à court terme) est limitée, à fortiori chez les enfants, et "qu'il y a concurrence entre les activités de stockage de l'information et les activités de traitement".

L'exercice d'activités cognitives non automatisées est très coûteux mentalement et peut donc pertuber les possibilités de mémorisation des enfants.

En se limitant à des calculs sur des "petits" nombres (le plus souvent automatisés et donc peu coûteux), on peut espérer libérer de "l'espace mental" pour la compréhension de la structure de problème. "

Pour les différents types de problèmes, les résultats de l'expérience ont été exposés (procédures observées, erreurs et performances).

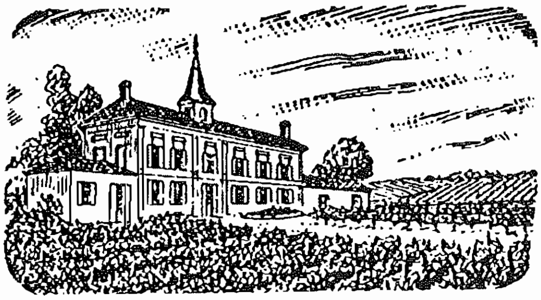
La méthodologie adoptée lors de l'expérimentation et le rôle des variables intervenant dans les différentes situations-problèmes ont été détaillés.

A cette occasion, les participants du groupe ont insisté sur la nécessité de donner une plus grande place à la résolution de problèmes dans l'apprentissage des différentes opérations.

Ils ont souligné l'importance des recherches à effectuer dans ce sens ( l'essentiel des recherches passées et actuelles porte sur les algorithmes opératoires).

La discussion a d'autre part porté sur le comportement des élèves en difficulté lors d'activités de calcul mental, de résolution de problèmes, et de techniques opératoires.

Il ne nous semble pas utile ici, de rentrer plus avant dans les détails de la recherche. Nous renvoyons le lecteur à la brochure "CALCUL MENTAL ET RESOLUTION DE PROBLEMES" de l'I.R.E.M de Paris VII.



# RAPPORT DES TRAVAUX

# DU GROUPE

# A 6

XVIème COLLOQUE inter-IREM des P.E.N. BORDEAUX-1989.

Groupe A6
"Problèmes de traitement des différentes formes de raisonnements "logiques" des enfants dans la relation didactique".

Animatrice: Pilar ORUS BAGUENA
Rapporteur: Catherine HOUDEMENT

---

PLAN DE TRAVAIL 1ère SÉANCE

1. Présentation du travail général du groupe.
2. Contenu et schéma de la 1ère séance.
3. La recherche: identification du problème.
4. Les questionnaires:
    - présentation et passation.
    - analyse et débat des réponses.
5. Prévision du travail de la 2ème séance: "devoirs".

QUESTIONS SUR LES QUESTIONNAIRES

1. Quel sont les contenus logico-mathématiques que les élèves font travailler avec les questionnaires?

2. Répondre aux questions d'Estimation sur le questionnaire.

PREVISION PLAN DE TRAVAIL 2ème SÉANCE

1. Comment le questionnaire SCHTROUMPHS peut faire fonctionner la pensée naturelle de l'enfant: exemples, conjectures.
2. Présentation d'ensemble des situations d'enseignement
3. Autres applications possibles des situations aux différents niveaux d'enseignement.

XVIème COLLOQUE inter-IREM des P.E.N. BORDEAUX-1989.

Groupe A6
"Problèmes de traitement des différentes formes de raisonnements "logiques" des enfants dans la relation didactique".

Animatrice: Pilar ORUS BAGUENA
Rapporteur: Catherine HOUDEMENT

---

PLAN DE TRAVAIL 2ème SéANCE

1. Utilisation multiple du questionnaire SCHTROUMPH dans la recherche:

- Dans la preexpérimentation
- Dans l'expérimentation: avec les élèves et avec les maîtres

Questions:

- Comment le questionnaire SCHTROUMPH peut faire fonctionner la pensée naturel de l'enfant: exemples et conjectures?
- Comment le questionnaire SCHTROUMPH peut être utilisé dans la négociation didactique?

2. Présentation d'ensemble des situations d'enseignement

- Le jeu de l'agence de voyage
- La classification des feuilles
- Le jeu de coalition

3. L'utili sation de l'analyse typologique comme instrument de négociation didactique, dans les différents niveaux d'enseignement.

Questions:

- Est-ce qu'il y a d'autres applications possibles, selon les différents niveaux d'enseignement?
- Quel interêt peut présenter dans la formation des maîtres?

XVIème COLLOQUE inter-IREM des P.E.N. BORDEAUX-1989.

Groupe A6
"Problèmes de traitement des différentes formes de raisonnements "logiques" des enfants dans la relation didactique".

Animatrice: Pilar ORUS BAGUENA
Rapporteur: Catherine HOUDEMENT

---

Plan du compte-rendu



---

## 1. Présentation du thème de l'atelier

Pilar Orús Báguena nous expose la problématique de sa recherche (voir Annexe-1: Identification du problème): le maître doit utiliser un certain type de raisonnement logique, notamment pendant les séances de mathématiques; or, cet utilisation rencontre deux aspects:

1. Ce raisonnement logique se heurte souvent aux raisonnements spontanés des élèves.

2. Avec ce "raisonnement logique", le maître utilise aussi, par une nécessité de la relation didactique, de métaphores, métonymies,... personnelles, donc le maître use aussi des raisonnements naturels, spontanés.

D'où deux questions:

1. Comment faire prendre conscience à l'élève de la distance entre "raisonnement spontané" et "raisonnement logique" (dans le sens de la logique formelle)?

2. Quel instrument proposer aux maîtres pour traiter efficacement ces "raisonnements spontanés"?

P.O.B. mène une recherche sur ces deux aspects, mais plus axée en ce moment sur le deuxième point. Dans des classes de CM, elle propose une ingénierie didactique fondéee sur l'analyse typologique, en deux parties, la première constituée d'exercices logiques à partir de données fournies, la deuxième intégrée à une situation non spécifiquement mathématique (concrétement à une situation de classification botaniste).

## 2. Méthode de travail de l'atelier

La méthode employée a été différente, selon les aspects travaillés:

• "l'étude des questionnaires" a été un travail actif fait par tous les participants, en partant de la réponse personnelle de chacun d'entre eux aux questionnaires "SCHTROUMPHS" et "Questionnaire nº 1", et en étudiant les caractéristiques propres de chaque question et sa contribution dans l'ensemble du questionnaire. Ce travail a été complété par une discussion collective et dés éclaircissements de la part de l'animatrice.

• "les autres situations de l'expérimentation" ont été présentées par l'animatrice, etcommentées birèvement le groupe.

## 3. Etudes des questionnaires

• **QUESTIONNAIRE Nº 1 (cf Annexe-2)**

Ce questionnaire, posé dans 4 classes de CM des écoles de Talence et Begles, relève des modèles piagétiens du genre, avant et après l'expérimentation des situations didactiques.

Il sert aussi pour la comparaison avec les résultats sur les schtroumpfs.

• **QUESTIONNAIRE SUR LES SCHTROUMPFS (QS): (cf Annexe-3)**

Objectifs principaux: faire travailler les élèves sur:
- l'attribution d'une propriété (cas particulier ou général)
- les opérations logiques (négation, disjonction, conjonction, implication)
- les différences entre le modèle logique et le modèle statistique.

La feuille nº 1 (Q1) du questionnaire QS vise à contrôler la bonne lecture du tableau et à soulever dans la classe d'éventuels débats sur la pertinence des réponses (quetions 7 à 9); notamment à préciser le contrat didactique (dissocier l'affectif de l'objectif: par exemple, dans la question 9, l'enfant doit comprendre qu'il ne s'agit pas de programmer les films qu'il préfère).

La feuille nº 2 (Q2) du questionnaire QS est un travail de logique; les notions sous-jacentes à chacune des questions sont les suivantes

C1 : négation logique

C2 : affirmation

C3 : implication (le quantificateur universel pourrait être implicite, mais la lecture "logique" en serait moins aissée)

C4 : implication réciproque de C3

C5 : affirmation, mais cette fois-ci de nature statistique (rôle du sémantique "préfèrent")

C6 : affirmation (avec comparaison)

C7 : affirmation avec une difficulté lingüistique, le discours indirect

C8 : rôle particulier de la conjonction (avec "même")

C9 : quantificateur universel explicite (pas de difficulté particulière)

C10: vers le modèle statistique

### 4. Autres situations

Le type de travail logique, analysé précédement avec le questionnaire SCHT., est réinvesti dans d'autres situations, spécifiques ou pas des mathématiques.

L'idée de départ était de classer des branchages et feuilles d'arbres recueillis après une promenade en forêt en vue d'obtenir le classement botanique habituel.

Un premier classement libre des élèves conduit à une classification totalement anachronique au vu des critères botaniques usuels, d'où la nécessité d'un travail plus approfondi sur les critères et sur la classification, avec la proposition de P.O.B. d'un travail en plusieurs étapes:

1. Une analyse typologique guidée (créer une famille de partitions en étudiant la relation de finesse) sur le thème du "voyage".
2. Une application au classement des feuilles d'arbres déjà collectées.
3. Un réinvestissement sous la forme d'un jeu de coalition (négociation de critères), qui simule le mode de prise de décision dans un fonctionnement démocratique.

Dans l'atelier P.O.B. nous a presenté les deux premières étapes, appelées "Le jeu du voyage" et "La classification des plantes".

### 1. LE JEU DU VOYAGE

Objectif: simuler, à partir de questions binaires, le questionnement d'une agence de voyages désireuse d'adapter le voyage au client, les élèves jouant le rôle des clients potentiels.

Etapes du jeu:

- fabrication des questions
- réponse de chaque élève aux différentes questions
- tentative de classification à la main (trouver les enfants ayant le même goût que soi)

- utilisation d'un outil auxiliaire (le logiciel CLASGRAS de classification hierarchique, crée par R. GRAS, en utilisant l'indice de LERMAN), ce qui d'ailleurs ne convainc guère les élèves, étant donné la non coincidence des indices de ressemblance utilissé par LERMAN et par les éléves)

- choix de critères pour trier: le voyage sera retenu si toutes les réponses le concernant sont positives, ou si 4 réponses sur 5 sont positives, ou ...

- choix d'un voyage à 4 critères que le maximum d'enfants souhaiterait faire.

**2. LA CLASSIFICATION DES PLANTES**

Objectif: classer les feuilles selon les critères botaniques usuels.

Etapes du jeu:

- observer le matériel, dégager les ressemblances et les différences

- observer un tableau botanique de référence et construire un arbre à deux critères

- utiliser un tel arbre pour classer le stock de plantes collectées; comparer l'arbre obtenu avec la classification officielle

- compléter, à titre de réinvestissement, un arbre issu d'un livre de botanique.

Remarques. Ces séances ont demandé aux maîtres un gros travail de documentation botanique : en effet, les plantes ramassées ne présentaient pas toujours chacun des aspects feuille, fleur, fruit, racine,...

5. Conclusion

Cet exposé, jugé très intéressant par tous les participants du groupe, ne représente qu'une partie de la recherche. Néammoins les thèmes abordés ont permis de pointer la complexité de la tâche et la richesse d'une étude conjuguée de deux types de situations, les unes plus mathématiques (les schtroumpfs), mais qui permettent d'isoler les notions fondamentales, les autres plus contextuelles, et à ce titre, plus complexes.

## 6. Bibliographie

BROUSSEAU, G. "Théorisation des situations didactiques dans l'enseignement des Mathématiques". Thèse d'État, Bordeaux: IREM 1986.

BROUSSEAU, G. "Ingènierie didactique: d'un problème à l'étudeà priori d'une situation didactique" Ecole d'été de Didactique des Mathématiques. Orléans 1982.

BROUSSEAU G. "EVALUATION ET Théorie de l'apprrentissage en situations scolaires" Procedings of the ICMEV.Campinces1979.

CHANDON J.L., PINSON S. "Analyse typologique: théories et applications". Paris: Masson 1981.

CHEVALLARD Y."La transposition didactique". Grenoble: La pensée sauvage 1985.

IREM de BORDEAUX "Méthode d'analyse quantitative en didactique des Mathématiques", Fasc.5: Test d'hypothèses (1971); Fasc.3: Gestion des données et programmation (1973) ; Fasc.4: Taxonomie et correspondances (1976). Bordeaux: IREM.

PIAGET J. "Introducción a la epistemologia genética" Buenos Aires: Paidos 1975.

PIAGET J. "Le jugement et le raisonnement chez l'enfant" Paris: Delachaux et Niestlé 1978.

PIAGET J., INHELDER B."La genèse des structures logiques élémentaires" . Paris: Delachaux et Niestlé 1980.

VARIOS: Trabajos de investigación diversos publicados por el IREM de BORDEAUX: DIGNEAU J.M. (1980), MAUDET C. (1979, 1982), PERES J.(1984), RATSIMBA-RAJHON H. (1981).

WERMUS H. "Modélisation de certains activités de la pensée á l'aide des prédidats amalgamés" en el libro "La pensée naturelle: structures, procédures et logique du sujet" Paris: P.U.F.(1982?)

WERMUS H. "Essai de développement prélogique à partir des foncteurs partiels". *Archives de psychologie,* 1976, *XLIV(171)*, 205-221.

WERMUS H. "Des connaissances et des croyances" VIII Journées internationales sur "l'éducation scientifique et vie quotidienne" à Chamonix 1986.

## IDENTIFICATION DU PROBLÈME

**Les difficultés du contrat didactique dans une situation paradoxale.**

L'objet de notre étude c'est le traitement des différentes formes de raisonnement des enfants dans la relation didactique.

Dans l'enseignement des mathématiques, les maîtres sont obligés de communiquer des connaissances, qui sont articulées par une certaine logique, un certain raisonnement et d'autre part ils sont conduits à demander aux élèves de produire eux mêmes des raisonnements, des savoirs, donc:

- on fait appel à la pensée personnelle, naturelle de l' élève: au mode personnel de production du savoir, c'est à dire au raisonnement naturel qui va jouer un rôle dans la relation didactique.

- et à la fois les maîtres sont conduits àcommuniquer un mode de production du savoir qui est l'articulation culturelle des connaissances, c'est à dire, en mathématiques, une sorte de logique de la construction de la logique mathématique et l'axiomatique; éventuellement en tout cas, une articulation culturelle qui dit que les concepts se succèdent d'une certaine manière.

Mais, est-ce que ce raisonnement naturel invoqué coincide avec le raisonnement mathématique?

- est-ce qu'il y a des conflits entre eux?

De nombreux travaux dans ce domaine montrent l'existence et les caracteristiques des raisonnements spontanés dans un secteur précis de la connaissance, par exemple Laurence VIENNOT en dynamique élémentaire, Aline ROBERT en analyse, etc.

Je ne veux pas insister sur la différentiation entre ces deux types de raisonnements, je vais étudier dans la situation didactique:

- quel rôle joue le raisonnement spontané.

- comment le maître va établir le rapport entre les deux.

Les maîtres se trouvent dans une situation paradoxale:

Si les maîtres s'occupent explicitement du raisonnement spontané des élèves, de leurs difficultés, ils ne font pas de mathématiques, ils font d'autre chose, ils font de l'épistémologie, de l'heuristique, de la logique, etc. donc ils ne pratiquent pas leur métier en tant que professeurs de mathématiques.

Et s'ils ne s'en occupent pas, s'ils ignorent les raisonnements spontanés des élèves, ceux-là continuent en faisant obstacle aux raisonnements scientifiques, invoqués par le maître. Et les erreurs et les échecs s'installent chez les élèves.

Donc le maître, ne peut pas agir et il ne peut pas, non plus, permettre l'erreur sans rien faire.

De même nous voulions signaler que le raisonnement spontané n'est pas seulement utilisé par l'élève, car le maître l'utilise aussi (il utilise aussi la métaphore, il accepte des "preuves" qui ne sont pas des preuves mathématiques, mais qui dénotent du "bon sens", etc.) il est obligé de le faire: c'est un besoin imposé par la relation didactique.

Alors le maître et les élèves utilisent ces deux types de raisonnements, mais la différence c'est que le maître <u>sait</u> quand il recourt à chacun d'eux et c'est lui qui decide à quel moment il peut ou il veut s'en servir, tandis que l'élève, il ne le sait pas, et il ne distingue pas (ni chez lui, ni chez le maître) les deux raisonnements co-existentes.

Alors, quand est-il "légitime" de se servir du raisonnement spontané?

- comment l'élève peut-il distinguer ce qui sert comme moyen, de ce qu'on veut "vraiment" enseigner? et le maître, comment peut-il intervenir auprès de l'élève, pour l'aider à s'en sortir?

Donc nous soulevons un problème de contrat didactique que le maître, étant donné son caractère paradoxal, ne peut pas resoudre: il n'a pas de moyens, d'instruments pour l'aborder.

**L'analyse typologique comme métaphore générale.**

Si c'est bien un problème de contrat didactique, il faudra agir sur celui-ci, le modifier pour pouvoir sortir de la situation paradoxale.

La proposition que nous étudions consiste à:

- agir sur la pratique des professeurs parmi l'ingéniérie didactique: proposer des types de leçons et des situations qui permettent d'agir sur le sens des acquisitions des élèves.
- faire que ces situations conduisent à une négociation sur le statut des connaissances spontanées des élèves.

Pour dévélopper cette proposition, nous avons besoin, chez les élèves, de "distinguer", de reconnaître au moins une différence entre:

1. La logique utilisée dans les mathématiques.
2. Et la pensée naturelle, le raisonnement spontané, utilisés par les élèves et les maîtres en faisant des mathématiques, mais qui ne sont pas des mathématiques.

Dans la relation didactique d'habitude, si on parle de l'une, de la logique mathématique, l'autre reste un point obscur.

Donc nous avons avons besoin de distinguer, et pas seulement de distinguer, mais de représenter, de la même manière, le champ sur lequel elles se distinguent.

Nous n'allons pas donner une théorie de la pensée naturelle, mais un statut, en dessinant son mode de fonctionnement; pour cela nous allons le modaliser, pour les élèves, avec le fonctionnement de l'agregation des données, de l'analyse, de l'analyse typologique.

Les tableaux des données, utlisés dans l'analyse typologique va être le moyen de représenter différents types des raisonnements (la pensée naturelle, la classification, la logique, les jugements, etc.) avec des règles de manipulation diverses, mais portant sur des tableaux semblables.

Avec le tableau l'élève va pouvoir reconnaître formellement certains opérations, certains jugements qu'il faisait spontanément, et c'est ça qui va lui donner un statut à la pensée naturelle, l'élève va pouvoir représenter ce qu'il pense, le représenter et le discuter avec les autres. Et il va aussi remarquer la différence qu'il y a avec celle-ci et ce qu'on lui demande d'appliquer comme raisonnement logique.

Il va pouvoir aussi classer, et comparer ses classifications avec d'autres classifications déjà existantes.

Nous n'allons pas faire un cours de méthodologie, nous allons donner un instrument, qui aura pour l'élève un caractère métaphorique, de référence et pour le maître, sera un moyen de négociation didactique avec les élèves, sur leur raisonnement spontané, en lui faisant une place dans l'enseignement.

Les situations d'étude que nous avons retenues ilustreront l'usage extrêmement répandu de l'agrégation des données.

ECOLE :

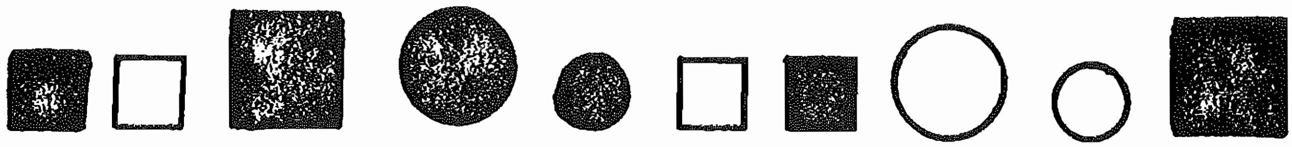
NOM :

AGE :

## QUESTIONNAIRE N°1

--

Observe bien ces figures :



A B C D E F G H I J

1. Est-ce qu'il y a plus de carrés, ou plus de figures ?

..........................................................................................

..........................................................................................

1.1. Pourquoi ?..........................................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

2. Est-ce que tous les grands carrés sont noirs ?.........................................

3. Est-ce que tous les blancs sont ronds ?...................................................

4. Les phrases suivantes, les trouves-tu justes ou fausses ?
Mets une croix dans la colonne choisie.

| | Juste | Faux | Ne sais pas |
|---|---|---|---|
| 4.1. La figure A est "un petit carré noir" | | | |
| 4.2. La figure H n'est pas "un petit rond blanc" | | | |
| 4.3. Les figures F et I ont des propriétés communes | | | |
| 4.4. Les figures E et G n'ont pas de propriétés communes | | | |

5. Imagine que parmi toutes ces figures nous enlevions les figures blanches alors, qu'est-ce qu'il restera ?..........................................................

..........................................................................................

..........................................................................................

5.2. Reprenons toutes les figures du départ et nous enlevons maintenant tous les ronds grands, qu'est-ce qu'il restera ?..........................................

..........................................................................................

..........................................................................................

(A6, ANNEXE-2) An 2.1.

6. Si le maître choisit une de ces figures, et dit : "ce n'est pas un grand carré" ;

6.1. Est-ce qu'elle peut être un carré ?..................................................

6.2. Pourquoi ?..........................................................................................
..........................................................................................................

6.3. Est-ce qu'elle doit être petite ?..........................................................

6.4. Pourquoi ?..........................................................................................
..........................................................................................................

6.5. Selon l'information donnée en 6, quelles sont les figures que le maître n'a pas choisies ?..................................................................
..........................................................................................................

An2.2.

CONSIGNE

Le grand SCHTROUMF a fait une enquête auprès des SCHTROUMFS pour connaître les types de films qu'ils aiment bien.

Voici, dans le tableau que vous avez, les réponses des SCHTROUMFS et les questions de l'enquête.

- à gauche, c'est la liste des questions posées à chaque SCHTROUMF
Exemple : "Est-ce que tu aimes les films d'humour ?"

- chaque lettre A, B, C..., c'est le nom d'un SCHTROUMF
Exemple : "Le SCHTROUMF A".

A chaque question, il est répondu par oui ou par non.
Dans le tableau : 1 signifie oui, 0 signifie non.

On va essayer d'aider le grand SCHTROUMF.

Voici ce que le grand SCHTROUMF voudrait savoir (feuilles $Q_1$ et $Q_2$). Vous allez lui répondre par écrit en vous servant du tableau.

(A6, ANNEXE-3)

An. 3.1.

LES REPONSES DES SCHTROUMPHS

| | | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Est-ce que tu aimes les films d'humour ? | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 2 | Est-ce que tu aimes les films d'horreur ? | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | Est-ce que tu aimes les films d'aventure ? | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | Est-ce que tu aimes les films de mystère ? | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 5 | Est-ce que tu aimes les films romantiques ? | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | Est-ce que tu aimes les films de pirates ? | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | Est-ce que tu aimes les films de musique ? | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | Est-ce que tu aimes les films de dessins animés ? | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | Est-ce que tu aimes les films de guerre ? | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | Est-ce que tu aimes les films avec des schtroumphs ? | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | Est-ce que tu aimes les films de l'espace ? | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 12 | Est-ce que tu aimes les films sur les animaux ? | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 13 | Est-ce que tu aimes les films historiques ? | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 14 | Est-ce que tu aimes les films de western ? | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 15 | Est-ce que tu aimes les films avec des enfants ? | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |

1 = oui

0 = non

Au. 3.2

1. Le schtroumph H aime-t-il les films de mystère ?

..........................................................................................................

2. Combien de schtroumphs aiment les films romantiques ?

..........................................................................................................

3. Combien de films le schtroumph Q aime-t-il ?

..........................................................................................................

4. Quel est le schtroumph qui aime le plus le cinéma ?

..........................................................................................................

6. Ecris le nom de quatre schtroumphs que nous pourrions rencontrer au cinéma, le jour où l'on passe un "western"

..........................................................................................................

..........................................................................................................

7. Est-ce que tous les schtroumphs aiment les films avec des schtroumphs comme héros ?

..........................................................................................................

8. Quel couple de schtroumphs j'ai le plus de chances de trouver ensemble au cinéma : (H-I) ou (M-N) ?

..........................................................................................................

9. Si le grand schtroumph veut programme seulement trois films, écris les types de films que toi, tu lui proposerais de choisir ?

..........................................................................................................

..........................................................................................................

..........................................................................................................

Pourquoi ?

..........................................................................................................

..........................................................................................................

An. 3.3.

Q2

Le grand schtroumph voudrait savoir si les conclusions qu'il a tirées de l'enquête sont vraies, ou fausses, est-ce que tu peux l'aider ?

Conclusions

| | vrai | faux | ne sais pas |
|---|---|---|---|
| C1. Le schtroumph F n'aime pas les films de l'espace | | | |
| C2. Le schtroumph B aime les films romantiques | | | |
| C3. Tous les schtroumphs qui aiment les films d'aventures, aiment les films de pirates | | | |
| C4. Tous les schtroumphs qui aiment les films de pirates, aiment les films d'aventures | | | |
| C5. Les schtrouphs préfèrent les films sur les animaux que les films romantiques | | | |
| C6. Les schtroumphs préfèrent les films avec des schtroumphs comme héros que les films de dessins animés | | | |
| C7. Ce n'est pas vrai que le schtroumph G aime les films d'horreur | | | |
| C8. La schtroumphette H et le schtroumph O aiment les mêmes types de films | | | |
| C9. Tous les schtroumphs aiment les films avec des schtroumphs comme héros | | | |
| C10. Les schtroumphs R et T sont d'accord sur dix questions de l'enquête | | | |

Au.3.4

**RAPPORT DES TRAVAUX**

**DU GROUPE**

B 2

## RAPPORT DU GROUPE B2

---

(jeudi matin)

Comment harmoniser les apprentissages au cours moyen et au collège ?

Liste des participants :

| | | | |
|---|---|---|---|
| ANDRE | Jacques | IMF | Bd Ampère 24000 PERIGUEUX |
| CHASTEL | Nicolas | PEN | 9 rue de Lille 76000 ROUEN |
| CHERASSE | Jean-Paul | IMF | 42 rue du Progrès 03000 MOULINS |
| DUBOIS | Colette | PEN | 45 Av. Jean Zay 93190 LIVRY GARGAN |
| DUBOIS | Liliane | PEN | 51 Bd Chateaudun 80044 AMIENS |
| GUILLEMARD | Rirette | PEN | 43 Av. Stephen Liégeard 06100 NICE |
| JAY | Yves-Pierre | PEN | 40 rue Gl Delestrain BOURG EN BRESSE |
| LE POCHE | Gabriel | PEN | 153 rue de Saint Malo 35000 RENNES |

Secrétaire : Jean-Paul CHERASSE

An imatrice : Colette DUBOIS

Pour démarrer le travail du groupe, on essaie de répondre au deuxième point de l'intitulé : "Preuve et démonstration : quel apprentissage ? quelle exigence par rapport aux traces écrites ?"

Il n'y a pas de cohésion dans le groupe sur ce sujet. Certains pensent que l'on ne peut exiger de preuves et de démonstrations véritables avant la classe de 4ème. D'autres disent que les enfants sont amenés à en produire dès qu'ils résolvent un problème en mathématiques et qu'ils valident la solution trouvée : c'est alors l'idée d'argumentation qui est retenue. On pourrait se reporter à l'article de Nicolas Balacheff dans Recherche en Didactique des Mathématiques Vol. 3.3. : "preuve et démonstration en mathématiques au collège".

Pour approfondir ce problème, on utilise des travaux d'enfants qui comportent des essais de validations écrites.

On dispose de travaux en 6ème (apprentissage à la démonstration lors de calculs numériques et de travaux en géométrie), de travaux en début de CM1 (résolution d'un problème "de division" au cours de la 3ème semaine de classe), d'autres travaux en CM1 (petits problèmes sur la technique de la division début mai). Ce sont les troisièmes travaux qui ont été examinés par le groupe. Ils sont joints en annexe.

De cet examen découlent des interventions qu'il est difficile de répertorier et de classer. Nous le faisons cependant, au risque de frus-

.../...

trer les intervenants. Mais il est absolument impossible d'en faire un compte rendu linéaire dans le temps. De plus, les avis émis furent très divergents, aussi bien à propos de l'apprentissage de la division qu'à propos du minimum exigible pour un élève qui entre en sixième.

a) - <u>des inverventions sur le bien-fondé de ce type de travail dans une classe de CM1, dans un milieu hétérogène de Seine Saint Denis, c'est-à-dire "difficile" dans la terminologie classique :</u>

* il est prématuré en CM1 d'exiger un travail sur la validation de l'algorithme de la division en dehors du contexte qui permet une validation en référence à ce que connaissent les enfants

* des divisions avec dividende et diviseur aussi grands sont trop dificiles pour le CM1

* il est intéressant d'utiliser des cas où la technique des enfants risque d'être défaillante pour réfléchir aux contrôles de ses calculs

* ces travaux semblent faire deviner une formalisation trop précoce de la division (par le : par exemple)

* dès qu'on travaille l'addition, on introduit +, dès qu'on travaille la soustraction, on introduit -, dès qu'on travaille la multiplication, on introduit x, il faut bien introduire quelque chose pour la division en CM1 !

* le formalisme est prématuré à l'école élémentaire et ce travail est formel

*...

b) <u>des remarques sur la validité des travaux d'enfants comme "preuves"</u>

* L'utilisation de la valeur du reste est insuffisante pour savoir si une division est correcte

* l'utilisation d'un calcul approché dans le cas d'une réponse erronée (45 x 200 = 9000 pour 6325 : 45 quotient 236, reste 5) est jugée convenable, mais certains s'interrogent sur la capacité de l'enfant à trouver une preuve correcte en cas de calcul correct

*...

.../...

c) <u>des remarques plus générales sur la continuité des apprentissages entre le CM et le collège</u>

* il faut éviter les reproches affectifs et stériles entre instituteurs et professeurs. Il est préférable de se donner une tâche commune, laquelle permet d'aborder d'une manière plus sereine et plus objective les difficultés repérées.
* Avant de commencer un apprentissage, il est bon de commencer par faire "un état des lieux". A ce propos, dans toutes les classes de 6ème de Nice les élèves passent des épreuves identiques.
* Il est nécessaire de faire bénéficier les instituteurs de CM et les professeurs de mathématiques de collège de stages de formation continue en mathématiques. Les professeurs ont à l'heure actuelle beaucoup moins de possibilités de stage, et ne bénéficient pas de suivi.
* Quels contenus enseigner ?
* Y-a-t-il des passages obligés pour un concept ?
* Peut-on sérier les difficultés ?
* Comment bâtir des activités pour les apprentissages de manière à ce qu'il y ait résonnance entre celles de CM et celles de collège ?
* Il faudrait repenser les apprentissages de la proportionnalité, des calculs d'aires,...
* Ne peut-on pas définir pour le CM un noyau minimum (connaissances, compétences, méthodes exigibles) à côté des programmes actuels jugés trop lourds pour un certain nombre d'enfants.

Nous n'avons pu que débroussailler le terrain. Quelques documents ont circulé dans le groupe. En voici la liste (elle est loin de faire le tour des documents écrits sur le sujet) :

- I.R.E.M. - PARIS VII
fascicule 65 : programmes de mathématiques - Ecole élémentaire et collèges
fascicule 69 : situations d'apprentissages en géométrie (6ème/5ème)
- Petit X n° 2 et n° 3
Représentations d'assemblages de cubes au cycle moyen et en 5ème (Annie BESSOT, Madeleine EBERHARD, Marie-Thérèse CHABROULET)
- Petit X n° 4
Apprentissage de la démonstration (GAUD, GUICHARD)
- Petit X n° 6 et n° 8
Aires et surfaces planes (en CM et en 5ème) (Régine DOUADY, Marie-Jeanne PERRIN)

- Petit X n° 17

Aide logicielle aux problèmes de démonstration géométrique dans l'enseignement secondaire (Régis GRAS)

## ANNEXE

Dans une classe de CM1. Fin avril.

Premier travail : Expliciter, sur des exemples, lemoment où l'algorithme de la division euclidienne de deux entiers se termine.

Consigne : "l'enfant qui a écrit cela a-t-il terminé le calcul ?

a) 373 = (9 x 40) + 13
b) 7340 = (82 x 89) + 42
c) 6013 = (30 x 200) + 13
d) 7038 = (224 x 30) + 318

---

Travail d'Olivier

13 - 9 est possible ; 373 : 9 = 40 reste 13 n'est pas terminée
373 : 40 = 9 reste 13 est terminée
40 - 82 impossible ; 42 - 89 impossible
7340 : 82 = 89 reste 42 terminée
7340 : 89 = 82 reste 42 terminée

13 - 30 impossible
6013 : 30 = 200 + 13 terminée
6013 : 200 = 30 + 13 terminée

318 - 224 possible
7038 : 224 = 30 reste 318 non terminée
7038 : 30 = 224 reste 318 non terminée

Travail d'Aline

6013 : 200 = 30 reste 13 et à 13 on ne peut pas retirer 200
6013 : 30 = 200 reste 13 et à 13 on ne peut pas retirer 30
(Aline ne conclut pas)

Travail d'Audrey

Dans 13, on peut enlever 9, dans 13, impossible d'enlever 40
373 : 40 = 9 r 13 nt
373 : 9 = 40 r 13 t

7340 : 82 = 89 r 42 t
7340 : 89 = 82 r 42 t
Dans 42, impossible d'enlever 89 ou 82

.../...

6013 : 30 = 200 r 13 t

6013 : 200 = 30 r 13 t

13 - 200 impossible et 13 - 30 impossible, elles sont terminées

7038 : 224 = 30 r 318 nt

7038 : 30 = 224 r 318 nt

318 - 20 possible, 318 - 224 possible, elles sont terminées.

légende : nt = non terminé

t = terminé

r = reste

Dans a), terminé un coup sur deux, dans b) toutes les deux sont finies, dans c) comme pour 2, toutes les deux ne sont pas terminées.

Deuxième travail

Consigne : "des élèves de la classe de Madame X ont calculé des divisions. Peux-tu savoir, sans faire les calculs, si elles sont justes ?"

Travail d'Olivier

6325 : 45 = 236 reste 5

r d

5 45 possible qu'elle soit juste puisqu'elle est terminée

45 = 40 + 5 40 x 236 = 9380 : elle est fausse

Travail de Christine

6325 = (45 x 236) + 5

oui elle est juste car on ne peut pas enlever 5 à 45

Travail d'Aminata

6325
45
236
Je pense qu'elle est fausse
45 x 100 = 4500
alors, si on multiplie par 200,; ça sera le double (c'est-à-dire 8000)

Travail de Baktari

(236 x 45) + 5 = 6325

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times\ 45 \\ \hline 1180 \\ +9440 \\ \hline 10620 \\ +\quad 5 \\ \hline 10625 \end{array}$$

elle est fausse car 10625 > 6325

..../...

Travail de Ruth

On peut savoir que l'opération est fausse car $45 \times 200 = 9000 > 6325$

Travail de Jérôme

5 45 Elle est terminée
$5 \times 45 = 225$ elle est fausse car le quotient est 236

Travail de Soumia

OUI

$$\begin{array}{r|l} 6325 & \underline{45} \\ & 236 \\ & \\ 5 & \end{array}$$

$5 < 45$ donc elle est juste et terminée.

Travail de Sabrina

$$\begin{array}{r} 236 \\ \times\ 45 \\ \hline 1180 \\ 944 \\ +\ \ 5 \\ \hline 10625 \end{array}$$

La division n'est pas juste parce que si je multiplie $236 \times 45$ je devrais trouver 6325 et là je trouve 10625.

Travail de Leila

Oui en faisant:

? $(40 \times 236) + (5 \times 236) + 5 = 6325$
$540 \times 236) + (5 \times 236) + 5 = 10620$
elle est fausse

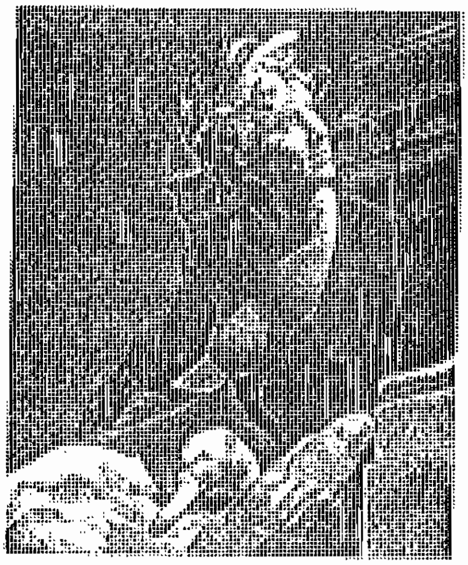
Travail de Cyril

en multipliant 45 au chiffre quotient et le soustrait au chiffre du dividant

$$\begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ \times 2000 \\ \hline 9000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ 45 \\ 30 \\ \hline 135. \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ 45 \\ 6 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\ 20 \\ \hline 900 \end{array}$$

$900 + 135 + 210 = 1445$



*Bordeaux*
*Détail de la colonne élevée à la mémoire des Girondins sur l'Esplanade des Quinconces.*

**RAPPORT DES TRAVAUX**

**DU GROUPE**

B 2 Bis

Groupe B2 bis. Rapporteur J.L PORCHERON. E.N MELUN / INRP

Présentation de la recherche INRP "Micro ordinateur et enseignement des mathématiques: Approche de la division.".

Références:
-PORCHERON J.L et NEYRET R. (1987) "Apprentissage et résolution de problème: la division au CM1.", rapport de fin de RCP, "Résolution de problèmes en math et en physique", INRP.
-G. DERAMECOURT, J. DOUAIRE, J.C GUILLAUME, R. NEYRET, J.L PORCHERON. "Micro ordinateur et enseignement des mathématiques: approche de la division." Collection Rapports de recherche. INRP 1988 no 5.

On a du se limiter à:
-Une présentation rapide de la progression suivie,
-L'analyse de quelques logiciels mis au point,
-Une courte discussion sur la méthodologie du travail en classe.

## - LA PROGRESSION ET LES SITUATIONS MISES AU POINT

### .1. Caractéristiques des logiciels créés

Nous distinguons trois grands types :

.1.1. Le logiciel fournit une aide à la résolution des problèmes de division en proposant un "outil de travail" (dont on ne précise pas le mode d'emploi).

C'est le cas du logiciel "livre des multiples" (IIb) où l'utilisateur peut consulter, selon certaines modalités et après avoir choisi b, des pages de multiples x X b avec x < 999.

Proposer un tel outil de résolution n'est certainement pas neutre, vis à vis des stratégies attendues, mais elles vont différer selon le contexte d'utilisation : si le quotient est inferieur à 1000, on peut consulter successivement différentes pages et on travaille par encadrement, sinon il faut proceder par additions ou soustraction de multiples de la table.

Le logiciel ne pose pas lui-même de problème à résoudre (mais son utilisation pertinente peut en poser un...), il ne valide pas davantage les réponses obtenues grâce à lui.

1.2. Le logiciel met en scène le problème et valide les réponses proposées

C'est le cas du logiciel "pièges" (Ia) où le joueur doit placer un piège dans une certaine zone numérique afin d'attraper un lapin se déplaçant par bonds réguliers. Le logiciel simule alors le dépla cement du lapin mais ne peut que faire un constat : le lapin est piégé ou non, le choix est bon ou mauvais... Le M.O. permet de fixer strictement les contraintes de résolution et de gagner en précision dans la définition du problème posé. Ici par exemple: l'élève peut calculer (demander au M.O de "faire des operations") mais ne peut pas choisir le piège en suivant pas à pas le déplacement du lapin puisque les cases de la piste sur laquelle il va se déplacer ne sont plus individualisées.

1.3. Le déroulement du logiciel prend pour modèle celui d'une procedure AM, M' ou SM et gère l'echéance de la partie. *

Ces logiciels reposent sur une boucle. Cette boucle permet une resolution par étapes, "en plusieurs fois". On part d'une situation initiale (par exemple : 315 pièces sont dans un tresor, les 8 pirates entre lesquels il va falloir les partager n'ont encore rien reçu ou aucune étoile n'est dessinée à l'écran), et on cherche à réaliser une situation finale (les pièces ont ete partagees, 325 etoiles sont dessinées à l'écran). Pour faire évoluer la situation d'une manière favorable on dispose :

- D'opérateurs permettant d'agir, de transformer la situation courante. Ces operateurs intègrent déjà certaines contraintes de la situation, par exemple :
  - "Donner le même nombre x de pièces à chacun des 8 pirates",
  - "Dessiner ou effacer x rangées de 5 étoiles".

On crée ainsi des situations "intermediaires", imparfaites en général. Pour être efficaces, ces transformations (par modification ou substitution) doivent être contrôlées par le joueur. Ce contrôle peut resulter :

---

* AM: Addition de Multiples.
M': essais de Multiples.
SM: Soustraction de Multiples.

- D'informations sur la situation courante. Par exemple le joueur demande combien de pièces il reste dans le trésor, ou combien d'étoiles sont (déjà) dessinées à l'écran.
- De feed-back sur les actions entreprises par exemple telle distribution est impossible.
- De calculs à l'initiative du joueur.

Ces derniers éléments doivent être pris en compte pour tenter d'atteindre efficacement le but. On souhaite que les prises de décision soient contrôlées et les parties réussies en peu de coups. Le joueur n'est certe pas, à tout, moment capable de répondre en un coup, mais il "sait ce qu'il fait", il peut mesurer d'une manière plus ou moins précise les conséquences et l'impact d'une nouvelle action. Ceci m'est rendu possible que par la mise au point d'instruments mathématiques adaptés, en cours de travail sur M.O, mais aussi et surtout (tant certains élèves regardent les situations sur M.O comme des situations d'action) dans les activites d'accompagnement en classe.

La similitude volontairement introduite entre le deroulement du logiciel et le pilotage d'une procédure écrite n'entraîne ni que les problèmes posés en cours de résolution sur papier et sur M.O soient de même nature ni que l'on projette directement l'utilisation, dans une résolution par écrit, de la dite procédure*. Pour chacun des logiciels nous allons indiquer les buts particuliers poursuivis dans le cadre de la progression que nous avons mise au point.

.2 La progression suivie

Elle repose sur trois idées-clé :

.2.1. Une nécessaire articulation problèmes multiplicatifs - problèmes divisifs par le biais de problèmes entraînant l'exploration des multiples d'un nombre.

* Cf tableau p.3

Problème piège : (Ia) Calcul mental et écrit.
Comment obtenir un itéré de b dans un intervalle donné (au-delà de 10 x b) ? ; 2 < b < 12.
---> Appui sur un multiple connu 10 x b (éventuellement 20 x b) mentalement ou calcul explicite par écrit (M.O) de termes n x b.

Problème bouteilles/caisses: (Ib) Calcul mental seul.

| CAISSIMU (Ib1) | CAISLOTS (Ib2) |
|---|---|
| Combien de bouteilles sortir d'une réserve pour remplir c caisses de b bouteilles ? | Même problème. Les bouteilles sont rangées par lots dans la réserve. |
| --> Evaluation mentale de c x b | --> Utilisation de 10 x b<br>" " de 20 x b<br>liaison problème direct-problème inverse |

<------------------------>

On atteint rapidement la zone critique où c > 10 et b > 10.
Le logiciel permet des décompositions linéaires explicites de type AM.

| ETOILES (Ic) | PIRATES VERSION 1 (Id) |
|---|---|

Exploration des multiples d'un nombre b.
Comment choisir n pour que n x b soit proche d'un nombre donné, suffisamment grand et inférieur à un nombre donné ?

<-------------------------->

| Cadre additif | Cadre soustractif |
|---|---|
| Atteindre une cible a à partir de l > 0 à l'aide de multiples | Atteindre 0 à partir de l > 0 en enlevant des multiples de b |

| AM | Situation "intermédiaire" | Info | Action | Info liée à l'action | Echéance/ incitation |
|---|---|---|---|---|---|
| ETOILES (Ic) En dessinant des étoiles par tas de b, s'approcher le plus possible de a $2 \leq b \leq 75$ | $\sum \pm x_i$ rangées de b étoiles à l'écran | $T = \sum \pm x_i\, b$ trop grand trop petit $B = \lvert a - T \rvert$ .Calculs .Table multiplication | Dessiner xn, Effacer xn rangées (cumulatif) Remise à zéro | Impossible dessiner (saturation écran) | Fin ou arrêt nombre limite de coups |
| Bouteilles/caisses (Ib) Préparer c caisses de b bouteilles $c \leq 21$ b = 6, 12, 18, 24, 48, 20, 50 | $\sum x_i$ caisses ont fait l'objet d'une tentative de remplissage | | Sortir yn bouteilles de la réserve, tenter de remplir xn nouvelles caisses | Adéquation des couples (yi, xi) déjà considérés | gagné/perdu Bilan à un même niveau, passage au niveau supérieur |
| M' | | | | | |
| POINTESS (IIa) En dessinant des étoiles par tas de b, s'approcher le plus possible de a | Le meilleur essai déjà fait "sm rangées de b" est affiché à l'écran | $T = x_m \times b$ $B = \lvert a - T \rvert$ trop grand, trop petit, calculs, Table multiplication | Faire un nouvel essai xn | . Impossibilité affichage . Comparaison Xm et xn et conservation de la meilleure valeur | . Arrêt automatique quand la meilleure valeur est atteinte . Comptabilisation du nombre de coups (incitation) |

| SM | Situation | Info demandée | Action | Info liée à l'action | Echéance/ incitation |
|---|---|---|---|---|---|
| Pirate Version I (Id) Partager équitablement a pièces entre b pirates $a < 1000$, $2 \leq b \leq 12$ | Chaque pirate a déjà reçu $\sum x_i$ pièces | . Reste dans le trésor . calculs | Donner xn pièces à chaque pirate | . Distribution impossible si $x_n b >$ reste | Fin ou arrêt nombre limité de coups |
| Pirate Version II (IIIa) Partager équitablement a pièces entre b pirates | | | Sortir yn pièces | (.Si yn multiple de b, yn : b = xn pièces à chacun sinon les yn pièces retournent dans le trésor) | Points On part avec 20 points. 1 coup coûte 2 points. On peut rattraper (option) 1 point par coup si xn est correctement prévu |
| DISTRI (IIIb) Partager a pièces ($3000 \leq a \leq 9999$, $8 \leq b \leq 15$) ou a francs ($10000 \leq a \leq 99999$, $10 \leq b \leq 999$) entre b personnes Combien à chacun ? | Chacun a déjà reçu x1/x2/.../xn-1 pièces. Il reste R Pièces à partager | Affichage $n \times b$ $n \leq 10$ et $n = 100$ | | . Yn peut se partager exactement en b ou non . si $y_n > R$ impossible | |

### .2.2. Une procédure écrite clé : la procédure par test d'hypothèses

La reconnaissance des situations de division relève d'une différenciation claire des 2 problèmes :

(I) $c \times b = ?$ et (II) $b \times x = a$, le second étant éventuellement remanié en :

(II') $b \times x < a$

( x le plus grand possible, si la situation permet d'interpreter un reste.)

Nous allons faire jouer aux procédures par essais (codées M') un rôle privilégié dans la construction du sens de la division. Cette procédure met en jeu une suite de valeurs qi telles que :

$q_i \times b = a_i$ (-->a) qui aboutit à q avec :
( qi est potentiellement la réponse.)

(II) $q \times b = a$ ou
(II') $q \times b < a < (q + 1) \times b$

Elle active et engage dans les calculs la relation mettant directement en jeu ce qui est cherché dans le problème traité et, au delà, dans tout problème de division. Le format fixe des calculs facilite l'interprétation stable des termes en jeu et la reproduction du calcul tant que nécessaire. Nos observations montrent que lorsque les élèves en viennent à utiliser cette procédure (ce qui peut être immédiatement pour certains et nécessiter un temps plus ou moins long pour d'autres) elle est, par la suite, assez systématiquement réutilisée et assez facilement transférable à d'autres situations : la recherche a toujours lieu dans les termes mêmes de la question posée.

Si l'élève échappe aux vicissitudes des procédures AM (qui sont difficiles à conduire, à contrôler et qui nécessitent une interprétation délicate des multiples cumulés), on risque, par contre, de le voir faire de nombreuses tentatives pour "trouver la bonne multiplication". Le nombre d'opérations nécessaires pour atteindre un quotient donné dépend de compétences relevant essentiellement de procédures mentales de type AM.

Par exemple : $a = 300$, $b = 8$.

- Determination d'un ordre de grandeur du quotient :

. 80 + 80 = 160 ; 160 + 80 = 240, il faut chercher dans les 30.

ou 160 + 160 = 320, il faut chercher dans les 40, un peu moins.

. Ajustement. Suite à l'essai : 35.

35 x 8 = 280

+ 24 --> 3 x 8 ; "essai de 38 x 8"

Nous avons mis au point 2 logiciels permettant de faire un travail approfondi sur ces procédures par essais.

POINTESS (calcul écrit) (IIa)

Problème : Combien de rangées de b points faut-il faire dessiner pour faire afficher à l'écran un nombre de points aussi prés que possible de a ?
Le logiciel permet de faire une succession d'essais.
But : . Gérer efficacement la succession des essais.
. Passage à une procédure écrite par essais.
Le nombre de calculs n'étant pas limite, on peut répondre en 1 coup pour peu que les "essais figurés" (à l'écran) deviennent des "essais calculés".

MULTI (IIb)

Approfondissement du travail sur les multiples d'un nombre.
Résolution de problèmes de division à l'aide d'un "livre des multiples" (répertoire structuré de multiples $b \times x$ ; $x < 999$).
. Si le quotient q est inférieur à 1000, recherche d'encadrements successifs.
. Si $q > 1000$ mise à profit du répertoire dans le cadre de procedures AM ou SM.

### 2.3. Créer les conditions d'utilisation des procédures SM et aborder la technique opératoire

La procédure SM (procédure par soustraction de multiples du diviseur), qui est celle à partir de laquelle on peut dériver la technique opératoire usuelle, est trés peu utilisée spontanément. Par exemple en CM1, avant reprise de la division, sur un effectif de 82 élèves, un seul l'utilise dans les problèmes:
"On range 273 oeufs dans des boites de 12. Combien de boites peut-on remplir ?" ou "On partage équitablement 273 billes entre 14 enfants. Combien de billes donnera-t-on à chaque enfant ?" (cf. rapport RCP, page 10). Même si la valeur du dividende augmente, les procédures M' ou AM (qui utilise elle aussi la linéarité) demeurent plus fréquentes. Aussi l'enseignant doit-il tenter d'exploiter quelques rares productions obtenues grâce à des choix très particuliers des données (et à des incitations) ; finalement seules des consignes explicites (concernant en particulier le calcul du reste) et des garde-fou (tableaux à compléter formatant les calculs...) assurent leur utilisation par le plus grand nombre.

Examinons cette difficulté de plus près en prenant l'exemple d'un problème de partage par exemple 300 pièces entre 8 personnes. Si l'on privilégie l'action : "DONNER le même nombre de pièces à chacun", on peut commencer par :

"20 pièces à chacun"

20 x 8 = 160 ensuite ...

| | | |
|---|---|---|
| | 160 < 30 | |
| 20 trop petit, | Il faut encore en donner, | Il faut encore en donner, |
| je prends 30... | J'en donne encore 10, c'est possible, | combien en reste-t-il ? |
| | 10 x 8 = 80<br>160 + 80 = 240,<br>Il faut encore que j'en donne... | 300 - 160 = 140<br>Nouveau probleme<br>Partager 140 pièces entre 8 |
| M' | AM | SM |
| | UTILISATION DE LA LINEARITE | |

Les progressions reposant sur la même démarche que la nôtre (provoquer l'utilisation des procédurs SM, amener une gestion de plus en plus économique et régulée) vont tenter d'influencer ce branchement en considérant le contrôle qu'il devient nécessaire d'exercer lorsque a et q deviennent "grands".

CONTROLE

| | | |
|---|---|---|
| "Trop grand, trop petit". Prise en compte de l'ordre seulement | Le contrôle s'effectue par rapport à 300. (trouver un multiple m tel que 240 + m < 300) | CONTROLE EXPLICITE |
| | | On sait toujours ce qu'il reste à faire |
| ↓ | ↓ | Formulation claire d'un nouveau problème. |
| devient "hasardeux" quand a et q augmentent (sauf si ajustement AM/SM mental) | devient trop imprécis quand a et q augmentent (écart non évalué) | |

Sans négliger cet aspect, on verra que les différents logiciels permettent de jouer sur la taille des nombres, l'utilisation du M.O va nous permettre de mettre l'accent sur cette caractéristique des procédures SM de procéder par réductions successives à des sous-problèmes explicites (de division), suite à des actions partielles qui "dégrossissent le problème". Voici l'ensemble des principes retenus.

1. Ne pas privilégier l'action "Donner x pièces à chacun" qui ouvre un éventail trop large de procédures, mais privilégier l'action. <u>"Sortir y pièces"</u> (dans le but de procéder à leur partage). Cette action amène naturellement la définition d'un nouveau problème de même type avec un dividende plus petit : a devient a - y.

2. Faire assurer le déroulement de la démarche (succession des problèmes) par une boucle-logiciel puis par le scénario d'un jeu (Jeu des distributions).

3. Imposer à y d'être multiple de b. (Si y n'est pas multiple de b, le partage n'avance pas et le "coup" est perdu). Les logiciels vont se distinguer selon l'aide qu'ils peuvent apporter à la construction d'un tel multiple.

4. Si y est bien choisi, se pose alors le problème de la contribution du "quotient partiel" x (y = b x) au quotient "global" recherché.

le logiciel peut :

- calculer x = y : b et l'afficher. Dans ce cas cette valeur n'est pas nécessairement connue du joueur qui a pu obtenir y en utilisant implicitement des propriétés des multiples (somme, produit par un facteur, duplications ...)

Exemple : (b = 6)

6 --> 12 --> 24 --> 48 --> 96, cette démarche par duplication n'entraîne pas la connaissance de 96 = 16 x 6.

- au contraire valoriser la connaissance de y : b avant que le partage n'ait effectivement lieu.

PIRATE (VERSION 2) a $\leqslant$ 999 ;2 $\leqslant$ b. $\leqslant$ 12 (IIIa)

<u>Buts</u> . Savoir construire des multiples proches d'un nombre cible.
. Equivalence n multiple de b, n divisible par b.
. Identifier le scénario d'une procédure SM.

<u>Option</u> : Déterminer le quotient q = m : b, pour des multiples m de b plus en plus riches.

<u>Aide</u> : Calcul écrit sur M.O.

| DISTRI (IIIb) mêmes objectifs (l'option n'existe pas), situation plus épurée, domaines numériques plus importants. | |
|---|---|
| DIST. de pièces<br>300 ⩽ a ⩽ 9999<br>8 ⩽ b ⩽ 15 | DIST. de francs<br>10000 ⩽ a ⩽ 99999<br>10 ⩽ b ⩽ 999 |
| Pas de calcul écrit, ni de répertoire afin de valoriser les multiples accessibles mentalement x 10, x 20,... x 100, x 200,... | Accès possible à n x b avec 1 < n ⩽ 10 et n = 100 |

L'introduction de la technique opératoire ne se fait pas directement à partir du logiciel mais à partir d'un jeu écrit qui en reprend point par point le déroulement. On peut jouer par 2 alternativement et valoriser celui des 2 joueurs qui donne le plus de pièces ou fournir un répertoire 2 x b,... 9 x b et fixer comme borne supérieure du nombre de coups à jouer le nombre de chiffre du quotient. On peut alors mettre en regard des calculs faits leur disposition conventionnelle et aboutir ainsi à la technique opératoire.

## - METHODOLOGIE DU TRAVAIL EN CLASSE

### 1. Première séance de travail sur le logiciel

Elle peut débuter par une description du logiciel en classe, (simulation du problème posé, emploi de copies d'écran) dans le cas ou le logiciel est relativement complexe (ex : Bouteilles-Caisses) ou si le travail sur micro-ordinateur est une nouveauté pour les éléves (ex : pièges en CE2).

Puis sur micro-ordinateur les principales commandes, les aides (demandes d'information, possibilité de faire un calcul) sont expliquées en s'appuyant sur une partie menée collectivement.

Pour tous les logiciels les informations demandées aux éleves (nom de l'élève : ..., choix essentiels...) sont présentées avec la même disposition pour réduire les risques d'erreur.

Ensuite le programme se déroule à partir de données numeriques définies à l'avance et fournies aux éléves, ou gérées automatiquement par le logiciel (à partir des réussites ou echecs antérieurs des élèves). Généralement deux éléves cherchent ensemble les mêmes problémes (3 ou 4 par séance).

### 2. Séance de travail en classe.

a) Activites en "prise directe" avec le logiciel

Ces activités consistent à étudier des parties précédemment traitées par certains (à partir de leur enregistrements) ce qui va permettre :

- d'expliciter les choix qu'elles contiennent,
- de comparer des procédures,
- d'analyser des erreurs ou des échecs.

Elles peuvent s'accompagner d'exercices visant à l'amélioration de procédures en proposant :

- de terminer une partie commencée par quelqu'un d'autre,
- d'utiliser une procédure venant d'être décrite pour achever une partie.

De plus, des situations reprenant le probléme posé par le logiciel peuvent être proposées sur feuille en donnant un enjeu supplémentaire : les éleves par 2 indiquent à tour de rôle l'action qu'ils choisissent, déterminent éventuellement ce qui reste à faire et "passent" le problème à leur adversaire. Celui qui a apporté la plus forte contribution à la solution du problème (par ex : celui qui a distribué le plus de pieces) a gagné.

b) Des problèmes relevant de contextes différents, mais faisant intervenir les mêmes procédures peuvent être posés.

c) D'autres activités de calcul mental, de mémorisation de résultats,... sont aussi à entreprendre à d'autres moments dans la semaine en dehors de ces séances.

### 3. Deuxième séance sur micro-ordinateur

Cette séance est nécessaire, compte-tenu du temps de familiarisation avec le logiciel et pour faire recourir aux différentes commandes disponibles, souvent peu utilisées lors de la première séance.

Mais elle est encore plus essentielle pour que les élèves mettent en oeuvre, améliorent ou réinvestissent les procedures dégagées lors de la séance précédente. L'enregistrement des parties s'avère indispensable.

### 4 Problème posé en fin de travail sur un logiciel

Il permet d'évaluer le réinvestissement, quelque temps aprés, dans un contexte indépendant des procédures développées.

### 5 - Articulation du travail sur micro-ordinateur et en classe

Nous ne pouvons nous contenter de produire et constater des améliorations, des changements dans les procédures des élèves lors des activités sur micro-ordinateur.

Le but poursuivi est d'assurer une maîtrise et un transfert de ces procédures dans des contextes variés, et surtout de les faire évoluer vers des modèles plus efficaces auxquels les élèves pourraient recourir d'eux-mêmes dans la résolution de problèmes en classe.

Le travail sur papier doit être l'occasion de reinvestir des méthodes représentant une charge de travail importante dont certains aspects ont été pris en charge par l'ordinateur mais que, à terme, l'élève doit assumer.

Le travail sur papier permet aussi de prendre du recul par rapport au logiciel : Il fournit l'occasion d'interpréter les actions, les commandes, d'essayer de prévoir leurs effets, de réfléchir sur les erreurs. Il comporte des possibilités de mediation, d'anticipation, auxquelles tous les élèves n'accedent pas directement sur micro-ordinateur : certains étant entraînes dans des répétitions d'actions élémentaires dont ils ne se dégagent pas, d'autres donnant des réponses immédiates quelques fois irréfléchies.

Des reformulations du problème hors du cadre du micro-ordinateur sont nécessaires pour que les élèves se centrent sur les procedures (et non sur le mime de l'action) et choisissent lors de la 2e séance sur micro-ordinateur des méthodes plus efficaces (mais dont la distance à leurs tentatives initiales n'est pas infranchissable).

Le rôle du maître consiste aussi à mettre en évidence les procédés intéressants, performants, produits par certains. Les activités sur papier comportant un nombre de coups limité montreront l'intérêt de ces méthodes et l'économie qu'elles apportent.

### 6 - Répartition des groupes

En général le travail sur micro-ordinateur n'est possible que par demi-classe. Plusieurs dispositifs, imposés par des contraintes locales ont été utilisées :

- Présence de toute la classe dans la salle d'informatique, ou utilisation d'une salle voisine pour une moitié de la classe, avec alternance du groupe travaillant sur micro-ordinateur. Cela peut permettre de proposer aux élèves des exercices qu'ils préparent d'abord sur papier-crayon et traitent ensuite sur micro ou de faire des activités d'exploitation.
- Alternance des groupes en salle d'informatique l'autre groupe menant des activités étant le cas échéant sans rapport avec ce travail.
- D'autres organisations pour permettre des parties individuelles.

# RAPPORT DES TRAVAUX

# DU GROUPE

# B 3

ANIMATEUR: R NEYRET

REDACTION: J-PH DROUHARD

# I) PRÉSENTATION DE LA FORMATION DES FP1 À GRENOBLE :

## A) Projet de la formation :

Faire de la formation des normaliens une formation pédagogique intégrant les apports de la didactique en tenant compte

- du travail réalisé avec des enseignants l'Université au cours de la précédente formation en trois ans.

- des .apports des colloques consacrés à la formation.

Ce sont les aspects didactiques qui priment dans cette optique: on ne rencontre les mathématiques qu'au travers des problèmes posés par l'enseignement des maths à l'école élémentaire.

## B) Présentation générale de la formation des normaliens.

1) En ce qui concerne l'aspect connaissances des contenus abordés à l'école élémentaire, la modalité adoptée est celle d'un travail optionnel sur la base de documents distribués (divisibilité, proportionnalité ou géométrie par exemple).

2) L'accent est mis, au cours des deux années de formation sur l'aspect résolution de problème (conceptions des élèves, procédures mises en oeuvre, difficultés, erreurs....)

3) Un travail personnel est demandé qui comprend

-La lecture d'une bibliographie
.minimum obligatoire ( un certain nombre d'exemplaires d'articles et d'extraits de livres sont mis en circulation par l'enseignant)
.complémentaire (pour les projets personnels de fin d'année).

-La rédaction de rapports à partir des observations faites en classes

-un compte rendu sous forme d'exposé et sous forme rédigée d'un point particulier qui leur a semblé intéressant au cours de leurs stages en tutelle.

-un projet personnel en vue du stage terminal de 8 semaines.

## C) Organisation de la formation.

Les normaliens se répartissent en "cursus" correspondant aux stages successifs (ex. : CP/CE, puis CM, puis Maternelle). L'harmonisation de la formation se fait par le découpage de celle-ci en modules autonomes (qui durent entre 4 fois 2 heures et 6 fois 2 heures) ; la seule contrainte porte sur le module n°1 (résolution de problèmes) qui concerne tous les niveaux. (annexe 1)

Quelques élements de formation sont présentés par la suite au cours des trois séances:

# II) LA PRATIQUE DE L'OBSERVATION D'ELEVE EN SITUATION DE RÉSOLUTION DE PROBLEME.

En première année, les observations sont faites soit pour un seul élève soit par groupe de deux élèves afin que les normaliens puissent faire des observations fines. Deux exemples sont donnés:

## a) Situation des nombres qui se suivent.(observations individuelles).

Deux observations sont prévues, l'une en CE2 et l'autre en CM2, sur le problème étudié à l'inrp (*apprentissage à la résolution de problème au CE* , inrp/DP1, CRDP de Grenoble) : les "nombres qui se suivent"..

Déroulement :

1) Résolution du problème par les élèves-instituteurs.
2) Analyse a priori : "Comment les élèves vont-ils fonctionner?".
3) Utilisation d'un protocole d'observation et d'intervention (voir annexe 2).
4) Observation de deux élèves de niveaux différents par deus normaliens, un menant l'interview, l'autre observant l'ensemble.
5) Rédaction et analyse de la chronique.
6) Compte rendu des observations individuelles et analyse.
7) Correction des rapports ; synthèse des observations (voir annexe 3).

## B) Situation de découpage des rectangles.

**(observation de couples d'élèves)**

Il s'agit de la situation de Guy Brousseau sur les rectangles (une bande de papier de 15 carreaux de large suffisamment longue qu'il s'agit de découper pour avoir une bande de même largeur, de moins de 460 carreaux). Les élèves travaillent par deux.

Les observations que font les normaliens portent ici non seulement sur les procédures des élèves, mais aussi sur l'interaction entre les deux élèves (aides, conflits, ignorance l'un de l'autre, gêne dans la recherche ect... )

La démarche est la même que précédemment. L'I.M.F. expose, à la suite de la synthèse, comment il compte gérer la mise en commun des différentes procédures et comment il envisage la suite de cette activité. Il en reparle 15 jours apès la mise en oeuvre de l'activité. L'accent est mis à ce moment là sur les interactions au niveau du groupe classe.

Discussion :

Le modèle utilisant les hypothèses d'apprentissage de la didactique n'est pas le modèle dominant actuellement de l'enseignement. La question posée est de savoir si la formation que nous proposons va avoir une influence quelconque sur le milieu.

Un autre débat sur le statut et le rôle de l'analyse à priori s'engage: comment convaincre les normaliens de sa nécessité?

## III) ANALYSE DIDACTIQUE D'UN PROJET DE SÉQUENCE.

Une certaine progression est recherchée au cours de la formation

a- Dans un premier temps (début FP1), on demande aux normaliens d'analyser un projet de séquence construit selon les hypothèses sous jacents d'apprentissages de la didactique actuelle. Celles-ci ne sont pas à ce moment là complètement explicitées: on demande à l'élève-instituteur de repérer quelles sont les variables didactiques avec lesquelles l'enseignant va pouvoir jouer, quelles sont les procédures possibles que les enfants vont utiliser, les interactions envisagées entre les élèves, les évaluations possibles ect... (voir annexe 4)

b- Dans un deuxième temps (fin de FP1), on procède à l'analyse et la comparaison de différentes situations d'enseignement selon le travail proposé par R CHARNAY (voir actes du colloque de ROUEN 1988)

c- Enfin en FP2, on sollicite de la part des normaliens la construction et la réalisation de séquences d'enseignement. Un certain nombre de plages horaires sont aménagées pour permettre de faire ce travail avec les IMF . C'est au cours de ce travail que l'on essaye d'expliciter certaines hypothèses d'apprentissage.

Une discussion s'engage ici au sujet de la construction des situations par les élèves-instituteurs, et les sources dont ils peuvent s'inspirer avec plus ou moins d'imagination. Comment éviter le plagiat des situations exposées dans la littérature ? Deux points se dégagent : l'importance du travail collectif des élèves-instituteurs, et l'aide que peuvent apporter les IMF à la conception des situations (voire par leur réalisation effective) ce qui nécessite une forte entente avec l'équipe correspondante.

La place d'une initiation plus spécifique à la didactique des maths est également évoquée : comment concilier la demande des élèves-instituteurs de voir expliciter les hypothèses qui sous-tendent les choix des situations, et les difficultés réelles qu'il y a à présenter ces hypothèses de façon à la fois synthétique et abrégée ? Faut-il les donner abruptement, d'entrée de jeu, ou au fur et à mesure de la formation ?

Il apparaît finalement que la présentation des différents modèles d'enseignement permet en un sens de dépasser cette contradiction, tout en sensibilisant les élèves-instituteurs au caractère plus ou moins "plausible" des choix didactiques.

## IV ANALYSE DE DOCUMENTS VIDEO

Le film vidéo sur la tirelire (il s'agit de la résolution par deux enfants en situation d'interactions avec un autre couple d'élèves, du problème "Dans ma tirelire, j'ai 163 F. J'ai 56 pièces de monnaie . Il n'y a que des pièces de 5F et DE 2F." *) est ensuite montrée aux participants de l'atelier. La discussion porte principalement sur la recherche des solutions par les élèves-instituteurs eux-mêmes, sur la richesse d'une situation qui autorise notamment les tâtonnements et sur l'exploitation qui peut en être faite dans le cadre de la formation.

La "Situation des allumettes" est ensuite abordée, qui est aussi de nouveau l'occasion d'aborder les problèmes de gestion du temps, et les hypothèses d'apprentissages sous-jacentes (en particulier, le rôle du constructivisme dans les analyses didactiques).

(Un film comportant la résolution du problème de la tirelire et de celui des allumettes est disponible à GRENOBLE, il suffit d'envoyer une cassette vierge de 2 heures).

*Voir article de JL PORCHERON et JC GUILLAUME: Peut-on résoudre un problème que l'on a pas appris à résoudre ? in "Rencontres pédagogiques n°4 - I.N.R.P - 29 rue d'ulm 75 005 PARIS.

# ANNEXE 1

## MODULE N°1:RESOLUTION DE PROBLEMES

### OBJECTIFS

-Analyser des procédures élèves.
-Observer des élèves en situation de résolution de problèmes.
-Aborder quelques notions didactiques: notion de situation problème; de procédure, de validation.

### DEROULEMENT DES SEANCES

1- La situation "la tirelire" :mise en situation de résolution, étude à priori de la situation, examen d'un protocole élève.
-Début d'un exposé sur "Problèmes et raisonnement": la variété des situations-problèmes.

2- Visionnement du film "Tania et Serge" élèves de CM2 en train de résoudre le problème de la tirelire.
- Préparation de la séance d'observation en classe de CM2 sur le problème "Les nombres qui se suivent": Résolution, étude à priori, examen de quatre protocoles. Etude de la conduite de l'observation.

3- Observations individuelles en classe de CM2. mise en commun des observations.

4-Mise en situation de résolution de problèmes.
-Suite exposé sur "Problèmes et raisonnement": nature des situations de résolution de problèmes. Types de raisonnement utilisés à l'école élèmentaire.

5- Observations individuelles en classe de CE2. mise en commun des observations. Quelques conclusions générales.

### BIBLIOGRAPHIE

#### MINIMUN

-L'apprentissage (par) la résolution de problèmes. R.CHARNAY. GRAND N: n° 42. CRDP de Grenoble.
-Peut-on apprendre à résoudre des problèmes. D.VALENTIN. GRAND N n° 42
-Apprentissages mathématiques à l'école élèmentaire. Niveau CM, Tome n°1, Chapitre "Les problèmes". ERMEL. (Hatier).
-Les activités "Problèmes" de la collection "OBJECTIF CALCUL" Niveau CP et CE1.

#### COMPLEMENTAIRE

-Peut-on résoudre des problèmes que l'on a pas appris à résoudre dans "comment font-ils".J.L PORCHERON. RENCONTRES PEDAGOGIQUES N°4. (INRP)
-L'apprentissage à la résolution de problèmes au CE. INRP. CRDP de GRENOBLE.
-Dossier sur les maths. JOURNAL DES INSTITUTEURS. N° 8 AVRIL 88. (NATHAN)

ANNEXE 2

CM2 | EPREUVE A : "Les nombres qui se suivent ...

1- Avant l'énoncé : "Est-ce que tu sais ce que c'est que trois nombres qui se suivent ?"

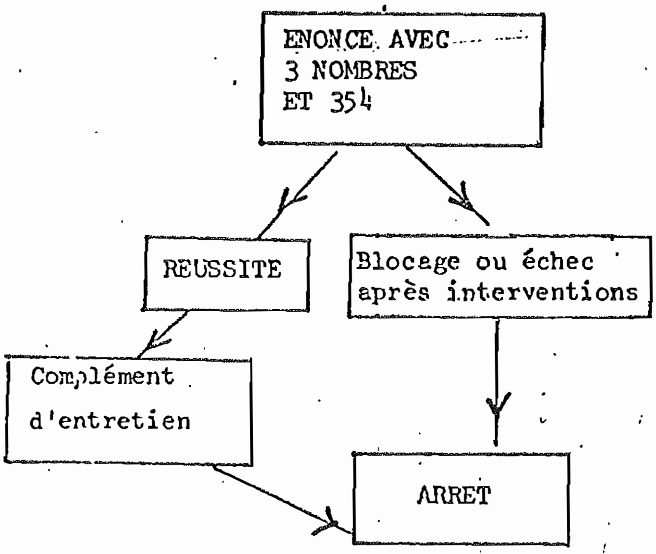
OUI → Donne moi un exemple

NON → Par exemple 13 et 14

2- l'énoncé : Il est d'abord dit avec conviction... puis donné :

> .Je pense à trois nombres qui se suivent
> .Je les additionne
> .Je trouve 354 ..
> Trouve ces trois nombres

3- Déroulement général de l'entretien :




| SITUATION | INTERVENTIONS |
|---|---|
| Ⓐ- BLOCAGE INITIAL | A.1- "Je te relis l'énoncé"<br>A.2- Si nouveau blocage de 2 mn :<br>"Cite moi trois nombres qui se suivent...<br>Tu vois, avec tes nombres, a et b,c, ça fait a + b+c;<br>Avec les miens . ça fait 354" |

| | |
|---|---|
| (B)- Blocage après démarrage (l'enfant ne propose pas de solution) ou encore - Calculs incohérents pendant 5 minutes | B.1- "C'est quoi mes 3 nombres ?"<br>B.2- "Je te relis l'énoncé"<br>B.3- "Si j'avais pensé à 10, 11, 12, ça aurait fait 33 ; mais avec les miens ça fait 354" |

REMARQUES : les interventions sont successives (si on a fait B1, la fois suivante on fait B2, etc...)

-Si on a déjà fait A1 et A2 et qu'on se trouve dans une situation B, on doit passer directement à B3

| | |
|---|---|
| (C)- L'enfant annonce une solution erronée : | C.1- "Je te relis l'énoncé"<br>Si l'intervention est inefficace :<br>C.2- |
| + les nombres ne sont pas consécutifs | → "Attention ! mes trois nombres se suivent !" |
| + leur somme ne fait pas 354 | → "Attention ! quand j'additionne mes trois nombres ça fait 354" |
| + les nombres sont décimaux | → "J'ai pensé à des nombres sans virgule : ..." |

Complément d'entretien

"Tu as trouvé 3 nombres qui se suivent et qui font 354, est-ce que tu penses qu'il y en a trois autres qui se suivent et qui font 354 ?"

- Oui / peut-être → "chercher les"
- Non → "Explique moi" "pourquoi?"

puis

"Penses-tu me poser un problème pareil ?"

Le protocole d'observation est extrait d'un protocole utilisé dans le cadre d'une recherche I.N.R.P. intitulée "Résolution de problèmes"

Exemple de document élaboré à partir des rapports normaliens et servant de support à la synthèse faite par l'enseignant

| $CM_2$ M. BORDERIE<br>17 octobre 1988 | Recherche explicite du "tiers" puis ajustement | Décomposition de 354 et réduction à un sous-problème | Essais successifs de nombres qui se suivent à partir d'une valeur proche du but | Essais successifs de nombres qui se suivent | Essai de nombres dont la somme est 354,puis essai avec des nombres qui se suivent |
|---|---|---|---|---|---|
| | Guillaume * +<br>Florence * * + | Raphaël * * +<br>Nicolas * + | Magali * * +<br>Yacine * * +<br>Carine * * + | Walid * + | |
| Intervention sur solution proposée | | | | | John *<br>Stéphanie |
| Intervention 1er niveau Relecture énoncé | Stéphanie G * * +<br>Sandra * * +<br>Marc * * +<br>Maud * | | Jessica | | |
| Intervention 2ème niveau proposition d'un essai | Chuong | | | Rebecca | Barthélémy * |
| Interventions "fortes" non prévues | | | Christine | Jullien * | Franck |
| | 7 | 2 | 5 | 3 | 4 |

* élève qui pense que la solution trouvée est unique
* * élève qui argumente à propos de l'unicité de la solution
\+ proposition par l'élève d'un problème de même type avec nombres corrects

ANNEXE 4

Module n°2: NUMERIQUE EN CP-CE1

LE NOMBRE CIBLE

Aspects mathématiques

1- La cible étant 10, quels sont tous les triplets gagnants?

2- Dans la situation 3 joueurs, 12 cartes (deux de chaque type), trouvez des situations où un joueur empêche un autre de gagner?

Aspects didactiques

1- Quels sont les objectifs de cette activité?

2- Quelles sont les variables didactiques intervenant dans cette activité? (on entend par variable didactique un facteur susceptible de faire évoluer la situation, de faire modifier les stratégies des enfants).

En particulier la situation décrite ici est destinée aux élèves du cours préparatoire. Comment la modifier pour en faire une situation de niveau CE1?.

3- Quelles sont les différentes procédures que l'on peut attendre des enfants dans la phase 1?.

4- Dans les différentes phases, quel est le rôle des groupes homogènes et hétérogènes?.

5- Prévoir une évaluation en fin de phase 1 de façon que l'on puisse vérifier que l'élève
-a bien compris le principe du jeu
-a pris conscience qu'il faut faire quelque chose pour choisir la 3 ème carte, que son choix n'est pas aléatoire.

6- Dans la phase 3, prévoir le travail individuel sur polycopié.

La situation "LE NOMBRE CIBLE est extraite d'une situation étudiée dans le cadre d'une recherche I.N.R.P sur "Apprentissages numériques pour les élèves de 5 à 8 ans"

# I - LE NOMBRE CIBLE

Description du jeu :

Un jeu de cartes portant des nombres (écrits en chiffres sur une face, représentés par des collections sur l'autre face). Un nombre à atteindre en un nombre déterminé de coups (3 par exemple). Chaque joueur à tour de rôle choisit une carte parmi celles du jeu et reçoit autant de jetons (ou marque autant de points) que le nombre indiqué sur la carte choisie. Le gagnant est celui ayant le nombre de jetons (ou de points) correspondant au nombre-cible. Selon le jeu de cartes au départ il peut arriver :

- qu'il y ait plusieurs gagnants.
- qu'il y ait plus ou moins de possibilités de réaliser le nombre-cible.
- qu'il n'y ait pas de gagnant (cf. phase 1, étape 2).

**PHASE 1 : APPROPRIATION DU JEU**

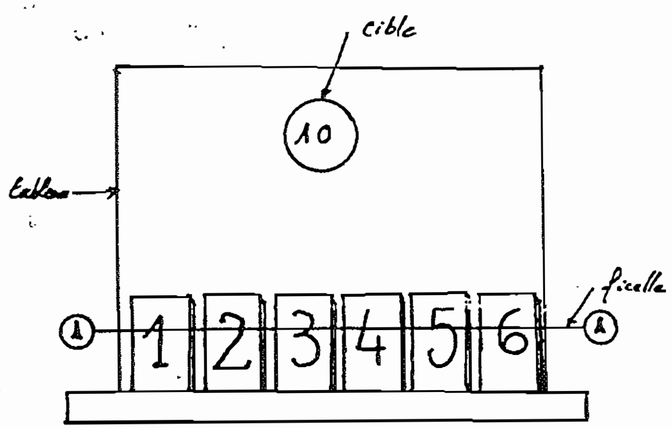
Conditions : (pour les étapes 0 et 1)

- cartes marquées 1,2,3,4,5 ou 6 (avec constellation correspondante au dos).
- nombre-cible = 10.
- nombre de cartes à tirer = 3.
- des jetons sont donnés par l'enseignant en fonction de la carte tirée.
- les élèves disposent d'une bande numérique jusqu'à 15.

Etape 0 : présentation de règles du jeu (travail collectif).

Etape 1 : Jeu collectif, équipes contre équipes, le meneur de jeu est le maître.

La classe est organisée en équipes de 4 ou 5 enfants. Chaque équipe a une enveloppe ou une boîte pour mettre les jetons. Le maître étale un jeu de cartes grand modèle (21x29) à la vue de toute la classe et écrit au tableau le nombre à atteindre.




A tour de rôle un représentant de chaque équipe dit au maître la carte souhaitée. Le maître donne la carte et les jetons correspondants à l'équipe qui pose la carte visible sur la table et place les jetons dans l'enveloppe (la tirelire). A la fin de la partie (3 coups par équipe) on cherche qui a gagné.

N.B. : Le jeu est repris plusieurs fois, en changeant la cible pour certaines
parties (10, 12, 9 par exemple).

Etape 1 bis : Jeu individuel au sein d'équipes homogènes, le meneur de jeu est un des membres de l'équipe (le banquier), chaque enfant joue contre les autres joueurs. La classe est organisée en équipes homogènes de 4 ou 5 enfants. L'un d'entre eux est le banquier qui donnera la carte choisie et les jetons. Chaque enfant dispose d'une enveloppe pour mettre ses jetons. Le maître donne un jeu de cartes et une carte portant le nombre-cible en rouge par équipe, l'ensemble étant choisi en fonction des possibilités des enfants du groupe du point de vue numérique . Le nombre de coups est toujours fixé à 3. Le banquier étale les cartes bien visibles de toute l'équipe.

N.B. : On fait plusieurs parties en changeant de banquier. On peut aussi échanger les jeux entre équipes. Progressivement au cours de cette phase certaines équipes pourront se passer des jetons, pouvant utiliser en cas de problème les dessins des constellations au dos des cartes.

Etape 2 : . Jeu collectif, équipes contre équipes.
. Puis par groupes de 2 élèves "homogènes".

Conditions :

- équipes hétérogènes,
- la cible et les cartes ... sont choisis de telle sorte que :
  . toutes les équipes ne peuvent pas gagner (même en jouant bien),
  . dans certains cas aucune équipe ne gagne.

**PHASE 2 (facultative) : INTRODUCTION DE CARTES JOKER**

Etape 1 : groupes hétérogènes.

Chaque groupe reçoit son joker et l'utilise quand il veut.

Etape 2 : Groupes homogènes (2 joueurs et un "banquier"). Le gagnant d'une partie devient, à la partie suivante, le banquier qui gère l'échange des jockers contre les cartes-nombre.

**PHASE 3 : PARTIES SIMULEES**

Etape 1 : Présentation collective d'un exemple.

- un élève (ou une équipe) joue devant la classe avec des cartes-géantes (21x29,7) :

  - le maître affiche la cible rouge au tableau,
  - il affiche ensuite les cartes correspondant aux deux premiers tirages,
  - il aligne en bas du tableau les cartes restantes,
  - il demande à l'élève d'entourer la 3e carte.

Etape 2 : travail individuel sur polycopié

**PHASE 4 : UTILISATION DE CODAGES, ECRITURE ADDITIVE**

C'est dans cette phase qu'on devrait introduire le signe + s'il ne l'a pas été déjà.

Matériel

Un jeu par équipe de 4 (3 joueurs et 1 secrétaire), feuille et feutre d'une seule couleur.

Etape 1 : Jeu sans Joker.

Conditions

Les cartes portent des nombres de 3 à 9 (18 cartes). Chaque joueur doit tirer 4 cartes. La cible est 20.

- chacun des joueurs tire une carte à son tour. Le secrétaire doit noter le nombre de points marqués pour chacun des joueurs.
- dans chaque équipe, après que chaque joueur ait tiré 4 cartes, on cherche lequel des 3 joueurs a gagné.

Les calculs étant difficiles, l'enseignant peut proposer des calculatrices à certaines équipes qui le souhaitent, sans donner de précision sur son utilisation pour calculer (sauf pour la mise en route !).

- les feuilles et calculs des différents groupes sont étudiés collectivement. La forme des codages est discutée. L'usage fait de la calculatrice par les équipes est discuté : comment calculer les points d'une équipe ? Le rôle de la touche + et de la touche - sont explicités. Le codage 4 + 6 + 3 + 7 = 20 est introduit et utilisé pour les équipes suivantes.
- l'activité est reprise en changeant les rôles dans les équipes et en sollicitant des codages utilisant le signe + .

Etape 2 : jeu simulé (égalités à compléter).

Exercices individuels du type :

3 + 5 + 4 =

2 +  + 3 = 10

etc.



ANNEXE 4

Module n°2: NUMERIQUE EN CP-CE1

LE NOMBRE CIBLE

Aspects mathématiques

1- La cible étant 10, quels sont tous les triplets gagnants?

2- Dans la situation 3 joueurs, 12 cartes (deux de chaque type), trouvez des situations où un joueur empêche un autre de gagner?

Aspects didactiques

1- Quels sont les objectifs de cette activité?

2- Quelles sont les variables didactiques intervenant dans cette activité? (on entend par variable didactique un facteur susceptible de faire évoluer la situation, de faire modifier les stratégies des enfants).

En particulier la situation décrite ici est destinée aux élèves du cours préparatoire. Comment la modifier pour en faire une situation de niveau CE1?.

3- Quelles sont les différentes procédures que l'on peut attendre des enfants dans la phase 1?.

4- Dans les différentes phases, quel est le rôle des groupes homogènes et hétérogènes?.

5- Prévoir une évaluation en fin de phase 1 de façon que l'on puisse vérifier que l'élève
-a bien compris le principe du jeu
-a pris conscience qu'il faut faire quelque chose pour choisir la 3 ème carte, que son choix n'est pas aléatoire.

6- Dans la phase 3, prévoir le travail individuel sur polycopié.

La situation "LE NOMBRE CIBLE est extraite d'une situation étudiée dans le cadre d'une recherche I.N.R.P sur "Apprentissages numériques pour les élèves de 5 à 8 ans"

# GROUPE B 4

---

Le compte rendu des activités du groupe B4 animé par Guy BROUSSEAU, sur le thème "l'observation d'une séance d'enseignement des mathématiques" ne peut être contenu dans cet ouvrage. Complété, augmenté de différents documents, il fait l'objet d'un tirage séparé de l'I.R.E.M. de BORDEAUX. Il appartient aux personnes intéressées de le demander à l'I.R.E.M.

**RAPPORT DES TRAVAUX**

**DU GROUPE**

**B 5**

# COMPTE RENDU DE L'ATELIER
# "Les effets des variables didactiques sur le comportement cognitif"

J. PERES

---

. Rappel du concept de "variable didactique" élaboré par G. BROUSSEAU

. Présentation de l'atelier : il s'agit d'étudier les effets de certaines variables didactiques sur le rapport de l'élève à la connaissance au cours d'une activité d'apprentissage.

## A. DESCRIPTION DE L'ACTIVITE

- Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets en grande section de maternelle (Projection de la bande vidéo).

### Résumé

- Les enfants doivent se souvenir d'une collection d'objets pris dans un référentiel de 32 objets (fig. I)

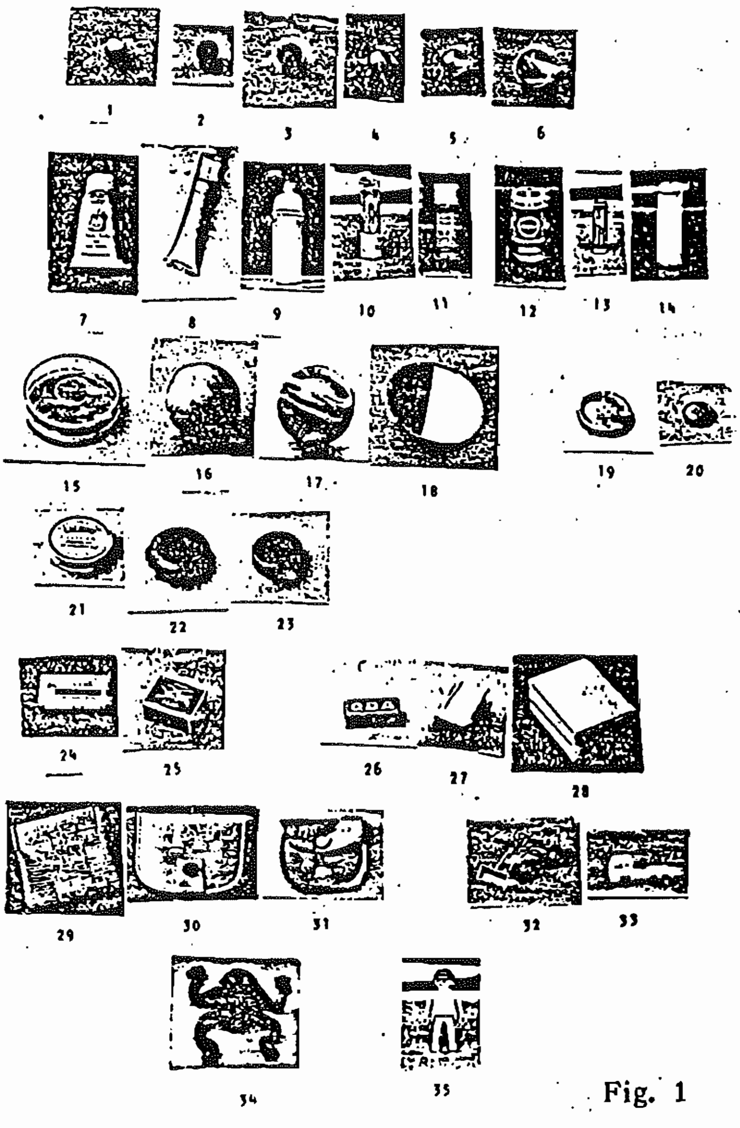


Fig. 1

Très rapidement, les enfants font des listes de désignation pour se rappeler le contenu de la boîte. Il y a trois phases :

1) Constitution du référentiel,

2) Phase d'action : la maîtresse met 12 objets dans une boîte, les enfants se font une liste qu'ils utilisent pour jouer, le lendemain,

3) Phase de communication : chaque enfant reçoit une boîte avec 4 objets, il doit envoyer un message à un autre enfant pour que celui-ci trouve le contenu de la boîte.

4) Débats. Face aux problèmes de communication, les enfants se mettent d'accord sur une manière unique de désigner. Apparaît alors le code commun (Fig. 2)

Reproduction du tableau du code commun (réduction 1/5)

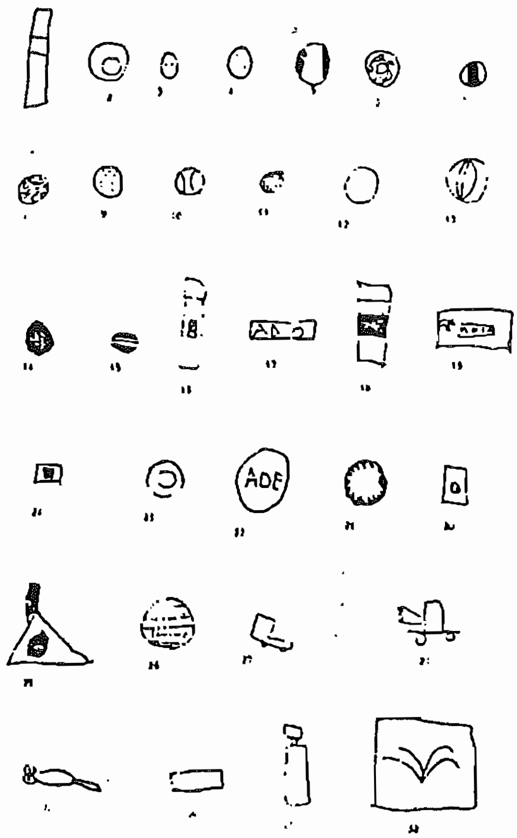


Fig. 2

## B. OBJECTIFS DE L'ACTIVITE

Nous visions une modification du rapport de l'enfant à l'activité de symbolisation graphique en vue de l'apprentissage de la numération (le code utilisé par une société pour désigner les nombres et les opérations sur les nombres).

Il y a en effet par rapport aux représentations graphiques auxquelles l'enfant se livre spontanément une double rupture de l'activité de désignation numérique.

a/ L'enfant doit entrer dans une pratique de représentation d'objets à travers une activité symbolique où la représentation est subordonnée à une nécessité de communication et donc où seuls certains caractères de l'objet doivent être l'objet de désignation (la quantité).

b/ Puis il doit entrer dans une pratique encore plus singulière qui consiste à abandonner son propre code implicite pour utiliser un code strictement défini qui n'appartient à personne et dont les éléments sont fixés une fois pour toutes.

C'est cette rupture que nous désirions provoquer à partir des caractéristiques de la situation elle-même, c'est au sein d'un processus adaptatif que les remaniements attendus devraient pouvoir se produire.

## C. LES DEUX TYPES DE DESIGNATIONS UTILISES

Les travaux des enfants font apparaître deux types d'activité sémiologique qui renvoient à des processus cognitifs bien différents.

1/ Pour désigner un objet au moyen d'un symbole iconique, l'attitude la plus spontanée, en particulier chez un enfant, c'est de réaliser le dessin de cet objet, la représentation de ses traits caractéristiques au moyen d'un répertoire iconique implicite.

Si la désignation échoue, on peut s'attendre à un travail consistant à enrichir cette désignation de traits nouveaux, une démarche visant à mieux dessiner, voire à accumuler des redondances, bref à s'approcher de l'idéal photographique.

.../...

2/ A l'opposé, l'objet étant connu puisqu'il fait partie d'un référentiel connu, il suffit pour le désigner d'indiquer, non sa réalité, mais son existence par rapport à d'autres existences possibles. Il suffit de dire "c'est celui-là" un simple signe s'il est bien différencié et si sa signification est claire (mais cela suppose un code explicite) suffit. On voit bien à quoi tend un tel signe : dépouillement, économie, schématisation voire digitalisation, et l'approche elle, est centrée non sur les caractéristiques de l'objet mais sur le fonctionnement d'un système de convention.

par exemple ce message désignant 3 canards :

| x x x |
|---|

ne prend son sens qu'au sein d'un système où s'opposent :

x x x x / x x etc

Il s'agit alors de réfléchir sur le fonctionnement d'un système.

Si l'on veut que l'enfant passe de l'un à l'autre de ces deux types d'activité et si l'on désire que ce passage soit le résultat d'une marche adaptative et non le résultat d'une décision magistrale, alors il est nécessaire de trouver dans la situation didactique elle-même, les caractéristiques (les variables) capables de générer ce processus.

## D. ANALYSE DE LA VARIABLE "COMPOSITION DE LA COLLECTION"

Il s'agit d'une variable qui joue un rôle déterminant, non seulement en ce qui concerne les processus cognitifs mais encore le sens que pouvait prendre le code commun.

Au début (les premières années) les 30 objets avaient été choisis en fonction d'un certain nombre de critères : l'attrait suscité par l'objet (par exemple une petite voiture, une bille très colorée), la dimension réduite, et pour le reste, le hasard des trouvailles !

Nous nous sommes peu à peu aperçus qu'à notre insu, la nature de la collection ainsi constituée jouait un rôle primordial dans l'apprentissage, bloquant ou favorisant les processus que nous voulons créer.

Quels que soient les objets de la collection, faire une liste de désignation suppose une démarche identique : il s'agit de retenir dans la réalité de l'objet les caractéristiques pertinentes et les symboliser au

.../...

moyen de signes graphiques qui vont permettre sa reconnaissance (par exemple une voiture peut être désignée ainsi :  , un petit personnage :  ) mais cette activité sémiologique peut revêtir des aspects bien différents et aboutir à des démarches opposées.

a/ Si la collection comporte des objets bien différenciés (par exemple une voiture - un bonhomme - une bille, etc), il suffit de se centrer sur l'objet et d'utiliser des schèmes représentatifs pour donner une représentation analogique. Par exemple, s'il y a un seul objet circulaire, l'enfant fera un cercle et cela suffira à désigner la singularité de l'objet (en voyant le cercle sur sa liste, il pensera immédiatement au seul objet rond de la collection). Si la désignation n'est pas reconnue, c'est que la représentation n'est pas assez fidèle, les corrections vont alors dans le sens d'un enrichissement des traits, dans un progrès de la représentation, dans l'accumulation des informations, ce qui guide alors le travail, c'est l'idéal photographique.

b/ Il en sera tout autrement si la collection comprend des objets dont les caractéristiques formelles sont semblables. Par exemple, deux objets identiques ne différant que par la couleur, une collection de billes - 2 tubes, etc. Si l'on veut représenter l'un de ces objets, les recherches de traits caractérisant l'objet dans sa singularité ne suffit pas, il faut également prendre en considération l'ensemble des objets qui peuvent être désignés ainsi (s'il y a 2 billes, un simple cercle ne suffit pas).

Ceci débouche sur la nécessité de construire des signifiants capables de différencier tel élément de tel autre avec lequel il pourrait être confondu. Une telle désignation suppose alors la construction de traits oppositifs, non plus seulement affirmatifs mais aussi négatifs, c'est-à-dire signifiant ce qu'est et n'est pas l'objet représenté, à la fois son identité et sa différence.

Cette élaboration met en jeu des processus d'ordre logique. Il s'agit en effet d'opérations de correspondances, de regroupements, d'oppositions, de différenciation de type opératoire (pris en compte de l'aspect inverse de toute action ou de toute représentation).

En effet, l'échec va être provoqué non par la maladresse du dessin mais par la non prise en compte des risques de confusions. Il y aura donc une centration sur la nécessité d'opposer et l'enrichissement prendra la forme non pas d'une accumulation de traits analogiques positifs

.../...

mais de traits oppositifs indiquant à la fois ce qu'est et n'est pas l'objet.

Or, ces traits oppositifs ont une caractéristique : ils sont par leur nature même conduits à prendre un aspect beaucoup plus arbitraire qu'analogique. Si par exemple, je possède la bille en terre rouge et que je veuille la différencier de la bille en terre blanche, le seul moyen (si je ne possède pas de couleur) est de choisir arbitrairement de faire sur l'une une marque qui ne sera pas sur l'autre. Mais alors, on voit comment dans ce cas, un code explicite apparaît nécessaire aux enfants.

| Collection bien différenciée | Collection avec objets présentant des grandes similitudes formelles |
|---|---|
| ------ | ------ |
| - Centration sur l'aspect positif (les caractères de l'objet) | - Prise en compte de ce qu'est et n'est pas l'objet (aspect positif et négatif) |
| - Construction de traits en ignorant les autres objets de la collection | - Nécessité de prendre en compte les autres objets présentant des similitudes formelles (par ex. toutes les billes) |
| - Cause de l'échec (nature du feedback) : c'est mal dessiné | - Cause de l'échec (nature du feedback) : c'est mal différencié |
| - Les échecs déterminent un enrichissement des traits analogiques | - Les échecs déterminent l'élaboration de traits oppositifs (non analogiques) |
| - Poursuite de "l'idéal photographique" progrès dans la représentation (habileté) et accumulation des informations (redondance) | - Progrès dans l'élaboration des différences et centration sur les effets d'opposition |
| - Activités sémiologiques | - Tendance à la schématisation : apparition de traits quasi-arbitraires |
| - Un code implicite suffit (le répertoire iconographique possédé par les enfants à cet âge) | - Activités logiques<br>- Un code explicite devient nécessaire |

## E. ANALYSE DE LA VARIABLE "POSITION DE LECTEUR"

La nouvelle phase du jeu de communication provoque une très nette évolution des modèles utilisés par les enfants : les traits purement analogiques font place aux traits oppositifs, les modifications sont donc le résultat de la nouvelle situation. Or, ce qui nous est apparu, c'est qu'une variable, la position du lecteur devait jouer un rôle prépondérant dans les progrès réalisés - car elle suppose une modification radicale du rapport à l'objet.

.../...

Nous avons constitué des collections telles que les désignations efficaces supposent non pas que les dessins soient fidèles, qu'on dessine avec soin des traits pouvant caractériser l'objet en indiquant avec exactitude ce qu'il n'est pas. Cela suppose la prise en compte de la classe des objets pouvant être confondus et donc une centration sur les désignations en tant qu'éléments d'un système d'oppositions.

Mais même dans les situations de communication, le scripteur est peu à même d'effectuer une telle démarche. Centré sur l'action de représenter un objet, il est pris dans cette activité figurale dont parle PIAGET (centré sur les états), il s'agit toujours de jugements sur les affirmations (l'objet est rond, petit, il a des lettres, etc...), les obstacles tiennent aux difficultés à traduire selon son propre répertoire iconique les différentes caractéristiques (problème de dessin), c'est ce qui caractérise les comportements lors de la deuxième phase et c'est ce qui va fre mis en rupture à partir du moment où l'enfant va être mis en position de lecteur.

Il n'y a plus alors centration sur la matérialité de l'objet, mais réflexion sur la lisibilité du code utilisé, ce qui va fre en effet en question pour le lecteur qui tente d'interpréter cette liste de symboles, ce n'est pas la plus ou moins franche adéquation d'une activité graphique avec ce qu'elle est censée représenter mais la valeur informative d'un message, la question n'est plus "comment puis-je faire ?" mais "qu'est-ce qu'il veut me dire ?". Chaque trait perçu ne renvoie plus à la matérialité d'un objet présent mais à un concept "le circulaire", "l'écrit", "le longiligne" et la difficulté de l'interprétation tient à la nécessité de discriminer les objets auxquels s'applique le même concept et donc de chercher les traits qui permettent de les opposer.

Cette centration sur le code permet une modification de l'activité de désignation quand l'enfant redevient scripteur (il prend connaissance de désignations produites par d'autres et est sensibilisé au problème de se faire comprendre et non plus de représenter).

| Scripteur (Emetteur) | Lecteur (Récepteur) |
|---|---|
| - Le but est de représenter un objet | - Le but est d'interpréter un message |
| - La question est : "comment puis-je le dessiner ?" d'où centration sur la réalité de l'objet | - La question est : "qu'est-ce qui est dessiné ?" (que veut-il me dire ?) d'où centration sur la lisibilité du signifiant |
| - Les obstacles tiennent à la difficulté de traduire les aspects du réel au moyen du répertoire iconique possédé (Problèmes de dessin) | - Les obstacles tiennent à la difficulté d'interpréter le message (Problème de lecture) |
| - Recherche d'une adéquation de l'activité graphique avec ce qu'elle est censée représenter (activité de type sémiologique) | - Le trait perçu renvoie à un concept (le circulaire, l'écrit, le longiligne, etc) et à la nécessité de discriminer les différents objets auxquels s'applique le même concept (activité de type logique) |
| - Le code utilisé reste implicite | - Le code utilisé devient objet de la réflexion |

# RAPPORT DES TRAVAUX

# DU GROUPE

# B 6

Animateur-rapporteur : H. PLANE

## RAPPORT DU GROUPE B6

---

Statut un peu particulier que celui de l'atelier "apport d'une discussion historique dans l'enseignement des mathématiques". L'animateur ne présentait pas des expériences faites dans le cadre familier aux participants. Mais, était-ce ce qu'il fallait attendre de cette réunion ? Ne vivons-nous pas une période de recherche ? Recherche du bon usage de l'histoire des mathématiques dans la formation des maîtres. Quelles convictions l'animateur avait-il, sinon à faire partager, du moins à révéler ?

L'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques peut concourir :

- à briser une conception trop dogmatique de l'enseignement de la discipline ,
- à situer à leur juste place les rôles de conjecture et intuition, rigueur et erreur,
- à surmonter des obstacles pédagogiques nés, en fait, d'obstacles épistémologiques,
- à décloisonner les disciplines scolaires,
- à révéler aux "non-matheux" que les maths ne sont pas ce qu'ils pensent.

Pour faire bref il a été dit : humaniser les maths ; ce serait plutôt leur enseignement.

Certes d'aucuns peuvent demander autre chose à l'histoire des mathématiques, rechercher les causes et la forme initiale des structures actuelles de l'édifice, et s'assurer que l'esprit de leur enseignement est bien celui des créateurs. Cela, qui est à fin du maître plus que des élèves, dépassait le cadre de l'atelier : user de l'histoire des maths plus que d'en faire.

Donc, les participants étaient conviés à une proposition de recherche en commun d'un outil d'enseignement.

Un tel travail peut naître de quelques lignes extraites d'un vieil ouvrage, d'un grand problème du passé qu'on fait revivre à travers ses diverses résolutions, d'exercices surgis d'un ancien manuel, d'une critique de textes... d'un vieux papier retrouvé au hasard d'une bibliothèque...

.../...

Bien sûr, il fut question de bibliographie pour débutants (voir plus loin). Mais pour illustrer la diversité des pistes utilisables voici quelques exemples discutés lors des séances de ce groupe (heureusement il y avait une bonne photocopieuse et les participants eurent au moins leur lot de papiers !)

- Le système métrique - bicentenaire oblige - ou à travers une arithmétique d'époque

-comment l'abbé Mariotte parlait des entiers de Pythagore

- peut-on démontrer le théorème du même Pythagore par des découpages ?

- l'équation du 3° degré avec Tartaglia et $\sqrt{-1}$ ; mais aussi avec la géométrie à SARAGOSSE au XIè siècle

- Comment lire $\overline{AB}$ et AB dans un ouvrage de Chasles,

- Un caractère, simple, de divisibilité par sept chez Al Banna.

L'usage de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement relève d'une lente imprégnation mais est rapidement efficace. Des échanges entre ceux qui en usent déjà et ceux qui cherchent à en user est certainement le meilleur point de départ. Cet atelier voulait en être un - Des agents - d'autres diront des catalyseurs pour ces rencontres ? : les IREM ayant des équipes d'histoire des maths mais plus spécialement : groupe national inter-IREM d'histoire et épistémologie des mathématiques (Université du Maine 72017 LE MANS) avec ses colloques, ses universités d'été, et l'A.D.E.R.H.E.M. - associant pour le développement des études et des recherches en histoire et épistémologie des mathématiques (IREM de Poitiers - 86022 POITIERS CEDEX).

Nous pouvons nous retrouver ; le demander suffira sans doute.

Dans son "Aperçu historique des méthodes en géométrie" Chasles, en faisant l'éloge de Stewart, met en évidence la relation suivante : "Etant pris en ligne droite trois points A,C,B et un autre point quelconque D, en dehors ou dans la direction de la droite, on aura :

$$\overline{DA}^2BC + \overline{DB}^2AC - \overline{DC}^2AB = AB{:}AC.BC$$

1. Le texte de Chasles est distribué (on peut supprimer les mots : "en dehors ou", si on veut se limiter à la dimension un) - Présentation de Chasles voire de Stewart. Le texte est pris dans la seconde édition de 1875, page 175. Il faut expliquer que "droite" et "ligne droite" désignent alors un segment de droite d'où "direction de la droite" pour son prolongement.
$\overline{DA}$ n'a rien à voir avec une mesure relative mais pour ne pas confondre avec le produit de D par A au carré on a mis un trait (peut-être survivance de la vieille forme de nos parenthèses ?) - Il ne s'agit ici que de longueurs.

2. On fait une figure - papier quadrillé plus facile pour mesurer - Est-ce exact ? Pas pour tout le monde ! car il faut prendre dans l'ordre A, C, B. et D ? Essais des cas de figure.

3. Comme il n'y a pas mal de cas, il n'est pas rare que soit proposé l'introduction de la mesure relative. Le $\overline{AB}$ auquel Chasles paraît associé mais qu'on chercherait en vain écrit dans ses oeuvres... [il y a là l'objet de tout un autre travail].

4. Essai avec A C B D   AC = CB = BD = 1

$$DA^2\overline{BC} + DB^2\overline{AC} - DC^2\overline{AB} = 9(-1)+1.1.-4.2 - 16$$

$$\overline{AB}\;\overline{AC}\;\overline{BC} = 2.1.(-1) = -2$$

On ne passe pas si facilement d'un livre de Charles à la relation de Chasles !

5. On peut rechercher la relation algébrique de Stewart qui est

$$DA^2\,\overline{BC} + DB^2\,\overline{CA} + DC^2\,\overline{CA} + DC^2\,\overline{AB} + \overline{AB}.\overline{BC}.\overline{CA} = 0.$$

---

## ANNEXE 2

Les élèves reçoivent le texte suivant qui provient d'un ouvrage d'Al Banna al Marrakushi mort en 1321.

"Pour connaître le reste de la division d'un nombre par sept, tu multiplies son chiffre le plus à gauche par trois et tu ajoutes le deuxième chiffre à gauche puis tu divises le résultat par sept. Tu multiplies alors le reste par trois et tu ajoutes le troisième chiffre à gauche et tu divises le résultat par sept et ainsi de suite jusqu'à avoir épuisé les chiffres du nombre. Le dernier reste est celui de la division du nombre par sept".

1. On situe les Berbères, et l'Islam au XIVè siècle, le style direct tu fais ceci... assez courant au moyen-âge

2. Pour s'assurer que le texte est compris, on fait rédiger un exemple... :

$n = 882312$ alors $3.8 + 8 = 32 = 4.7 + 4$

donc $3.4 + 2 = 14 = 2.7 + 0$

$3.0 + 3$ etc...

... ou plusieurs et on vérifie. Curieux ?

3. Un essai de rédaction avec des lettres $n = \overline{abcd}$

4. Une occasion de (re)voir $n = 1000\,a + 100\,b + 10\,c + d$

5. Recherche de la justification. Bon retour sur la division euclidienne

6. Si le reste est nul : caractère de divisibilité par sept.

Il est simple et on s'étonne qu'il soit peu répandu. Sans doute parce qu'il ne suit pas le même cheminement que les autres.

7. Généralisation ? cas de 13.

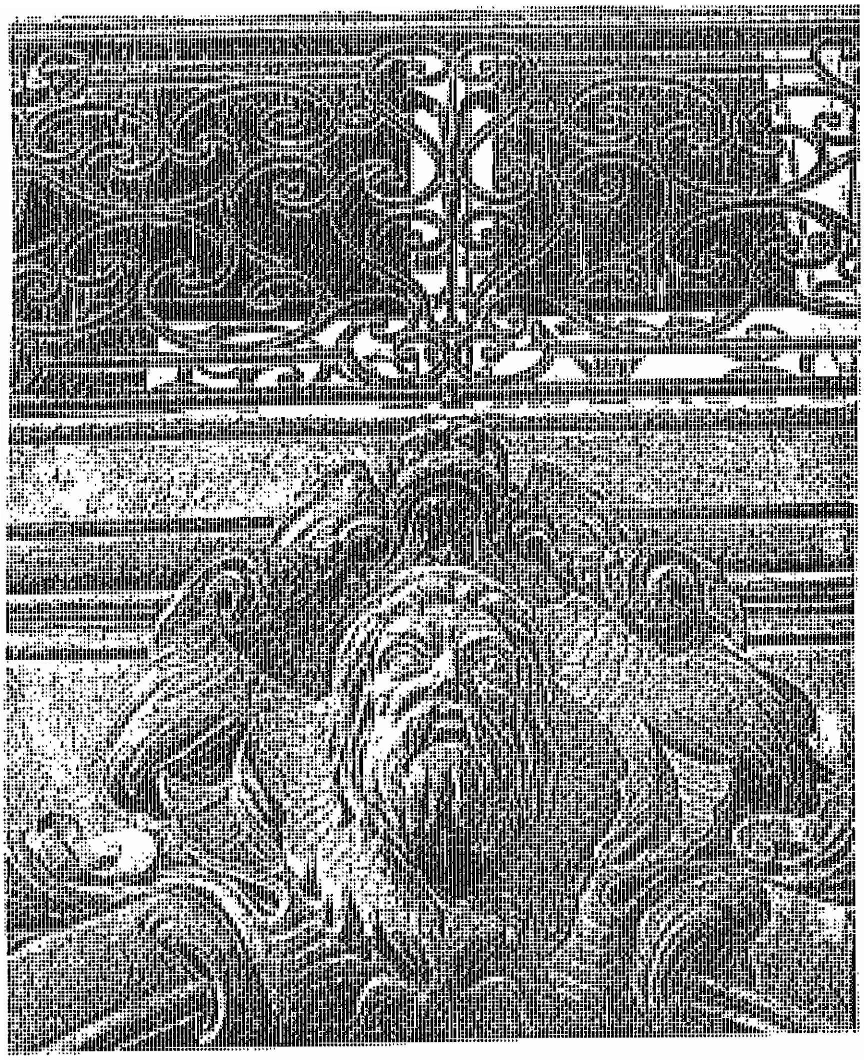
## ANNEXE 3

Brève bibliographie pour débuter.

- Consulter les bibliothèques IREM (photocopies possibles)
- Brochures des équipes "Histoire des Maths" : Besançon, Dijon, Lille, Paris-Sud, Toulouse...
- Actes des colloques et universités d'été : Poitiers 1983, Le Mans 1984? Montpellier 198 , Toulouse 1986, Strasbourg 1987, La Rochelle 1988, Besançon 1989
- La rigueur et le calcul (CEDIC 1982)

..../....

- Mathématiques au fil des âges (Gauthier-Villars 1987)
- Pour une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques (IREM de Lyon 1988) - ce dernier ouvrage contient une riche bibliographie sur le sujet
- Voir l'article de Reisz dans le bulletin de sept. 89 de l'A.P.M (N° 370)



# CONFERENCE DE Yves CHEVALLARD

# ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES ET BESOINS PROFESSIONNELS

## Le cas des élèves-instituteurs

*par Yves Chevallard*
IREM d'Aix-Marseille

## 1. APOLOGIE

J'avais d'abord accepté de parler devant vous sur le thème proposé parce que Marie-Hélène Salin me le demandait, et que notre amitié déjà ancienne m'oblige envers elle. Mais, ce faisant, je craignais plus que tout de vous désobliger, en révélant, quelque soin que je prenne à la dissimuler, ma pauvre connaissance des questions de l'école élémentaire.

Une autre raison, beaucoup moins privée celle-là, m'a aidé cependant à me présenter ici.

Je crois, et je dis chaque fois que l'occasion m'en est donnée, que l'école, élémentaire ou pas, ne doit pas demeurer un monde clos; qu'elle ne peut rien sans l'appui, sous diverses formes, de la société; qu'il en est ainsi, au demeurant, de tous ces dispositifs que l'on croit seulement techniques, et qui sont pleinement sociaux, dont la présence nous est culturellement familière, mais dont le fonctionnement nous demeure, le plus souvent, socialement opaque - je veux dire par exemple la justice, mais aussi la police et l'armée, le système de santé, le journalisme et les médias, le commerce, l'industrie, la protection de l'environnement, que sais-je ? La liste en est indéfinie.

Ces "dispositifs", donc, font marcher la société - plus ou moins bien sans doute. Mais eux-mêmes ne peuvent marcher *sans l'appui de la société*, c'est-à-dire des citoyens. Et il est nécessaire que les citoyens se préoccupent - je ne dis pas *se mêlent* - de leurs problèmes, qui sont aussi les problèmes du corps social tout entier, quel que soit son degré de différenciation. J'ai conscience, en disant cela, de ne faire que retrouver ce principe que Durkheim nommait *solidarité organique*.

Il n'est donc pas absurde, à mes yeux au moins, que quelqu'un qui n'a guère participé jusqu'ici de cet univers où vous baignez, vienne à s'y hasarder. La chose est permise, elle est même un devoir, je crois, pour tout citoyen.

Pourtant mes seuls mérites ne sauraient tout à fait justifier la place qui m'est offerte ici. J'en prends mon parti, et ne prétends guère qu'à représenter parmi vous une saine pratique, qu'on voudrait plus fermement établie: qu'il y ait, en chaque groupe où l'on débat et où, le cas échéant, on délibère, une personnalité *incompétente* - ce qu'il faut bien distinguer des personnalités faussement compétentes, qui sont partout. Et puis il est vrai que, pour débattre, s'il nous faut des tribunes, il nous faut aussi des orateurs. L'espace d'un moment, je serai de ceux-là !

## 2. Questions et problematisation didactique

C'est donc en citoyen-didacticien que je parlerai.

La question qui nous est soumise a l'air incontestable. D'aucuns se hâteront de la traduire en des termes plus simples encore, plus "concrets" - par exemple en lui substituant cette autre formulation: quelles mathématiques faut-il enseigner aux élèves-instituteurs, afin de pourvoir à leurs besoins professionnels ?

Le ferait-on qu'on quitterait déjà la question de départ, et par la ligne de plus grande pente. Cette question, je la considèrerai comme une matière brute, qu'il faudra travailler pour en tirer ce que j'appellerai des *problèmes* - et, en l'espèce, des problèmes *de didactique*.

Telle qu'elle se présente en effet, la question proposée n'est pas encore un problème de didactique. Non que la réalité à laquelle elle renvoie sorte du champ de la didactique. Mais cette question ne fait sens, dans sa formulation brute, pour aucune théorie didactique existante. Aucune, par exemple, n'inclut dans le répertoire de ses concepts la notion de *besoin*. Cette notion a un sens, certainement, dans la culture courante, et, pour cela, nous entendons tous la question qu'elle permet de former.

La culture courante est, bien sûr, le premier vivier où les sciences naissantes viennent se fournir en concepts. Mais, parce qu'elles veulent être aimées - culturellement -, parce qu'elles cherchent obscurément à se concilier les faveurs et la reconnaissance de la culture, elles tendent parfois à ne le faire que trop libéralement. D'où ces pseudo-sciences, culturellement flagorneuses, qui se font le perroquet de la culture, et qui, si elles ne la subvertissent en rien, ne lui apportent rien non plus !

Si l'on veut donc qu'une science existe, il faut accepter qu'elle prenne ses distances par rapport à la culture commune. Mais cela, qui est incontournable, va soulever des difficultés dans les rapports entre le champ de recherche et de savoir en question et la société et sa culture - des difficultés dans ce que j'appellerai *l'écologie culturelle et sociale* du champ scientifique considéré.

Toute institution sociale, que ce soit l'Ecole, ou ce champ scientifique qu'on appelle aujourd'hui didactique des mathématiques, doit ainsi se préoccuper de "travailler" son environnement, pour se le rendre *viable*; pour, au moins, se le rendre *non hostile*.

L'une des manières de le faire, et qui me paraît essentielle dans le cas de la didactique des mathématiques, est de mettre en avant la *signification* que peut avoir ce champ de savoir pour la société et ses institutions.

Or le point essentiel en lequel cette signification commence de prendre une certaine substance me semble être le suivant: bien qu'inégalement sans doute, et selon une dialectique qui lui est propre, toute science tout à la fois *se fait l'écho* de la société et de sa culture et *s'en éloigne*, en ce qu'elle a la capacité de reprendre à son compte des *questions* que la société se pose - à propos du réel dont cette science a fait son objet d'étude -, en les transformant en *problèmes* qu'elle s'emploie à élucider.

Toute science, ainsi, pourra faire apparaître telle ou telle question comme une *fausse* question, ou telle ou telle réponse comme une *fausse* réponse. Généralement, pourtant, elle ne pourra guère, à un moment donné, aller très au-delà; elle ne pourra guère donner de solution *socialement satisfaisante* aux problèmes qu'elle permet de formuler.

C'est donc le simple travail de transformation d'une question en un problème, ou plutôt en un *corps de problèmes*, que je vais seulement tenter d'esquisser avec vous, à propos de la question qui a été retenue.

### 3. VOUS AVEZ DIT *BESOINS* ?

Je partirai pour cela du terme de *besoin*, bien sûr.

Il existe à ce propos tout une réflexion, autour de l'objectivité du besoin - comme opposé au désir, à la demande, etc.

Je dirai quant à moi du besoin qu'il est un *désir* - donc enraciné dans une subjectivité -, un désir, donc, *qui cherche à faire reconnaître son objectivité*. Un désir qui recherche *l'objectivation*. Et, plus complètement, qui recherche l'objectivation *sociale*.

Le besoin est un désir formulé en une demande, dans le cadre de quelque interaction sociale. Notre langue, comme d'autres, permet d'énoncer le besoin en l'indexant comme tel: "J'ai - ou j'aurais - besoin de...". Le signifiant *besoin*, ici, n'exprime pas seulement le désir de ce dont on a besoin - qu'il convient encore d'expliciter -, mais le désir que ce désir soit reconnu comme socialement fondé et validable. Désir que la demande qui l'exprime trouve un fondement et une légitimation *par-delà la parole du demandeur.*

Il y a ainsi, dans la notion culturelle de besoin, une dimension *polémique* et une potentialité de *conflit*. Ce que l'on appelle parfois *l'analyse des besoins* n'est jamais simplement l'analyse d'une réalité qui nous serait objectivement donnée; elle est toujours, peu ou prou, *un procès* - au double sens du terme - *d'objectivation sociale.*

La question que nous examinons parle de besoins *professionnels* (je laisse de côté, pour le moment, le fait que cela concerne de futurs *enseignants*). Or on a souvent cédé, en cette matière, à la tentation de déterminer les besoins professionnels - par exemple les besoins en formation - en allant voir ce que sont les gestes que l'homme du métier doit accomplir.

Il y a là, c'est évident, un abord de la question qui lamine ou ignore - souvent les deux - la dimension conflictuelle de la formulation des besoins comme tels.

Cette manière de faire, cependant, apporte sans doute des informations pertinentes. Lorsque c'est le futur professionnel lui-même qui la pratique, il y découvrira sinon la réalité, du moins une certaine *image* de son futur métier. Le futur instituteur, par exemple, y découvrira, s'il ne le savait déjà, de quoi est faite l'activité de l'instituteur en exercice.

Une telle pratique, en fait, a un nom: c'est l'apprentissage *sur le tas* - que l'on pourra rapprocher au demeurant de cet exercice moderne qu'est le "stage sur le terrain", ce qu'on appelle encore stage *en responsabilité* dans l'éducation nationale.

Mais il s'agit-là déjà d'une description réductrice, soutenue par une hypothèse nullement validée. Réductrice, parce qu'elle réduit le métier à ses aspects *comportementaux*, en en faisant un répertoire de gestes professionnels, qu'il faudrait seulement savoir accomplir. On a alors affaire, au fond, à une approche *béhavioriste* de l'activité professionnelle - une approche qui a réellement été prônée, et un peu moins pratiquée cependant, à l'âge d'or du béhaviorisme, aux Etats Unis et ailleurs (1).

---

1. Voir Christine Keitel, "Les finalités de l'enseignement des mathématiques", communication au

Il convient de souligner toutefois que la pratique traditionnelle de l'apprentissage sur le tas échappe au moins partiellement à cette réduction comportementaliste. L'apprenti y est certes invité à *faire comme il voit faire.* Mais son apprentissage - sa *formation* - ne se réduit pas à cela.

L'apprentissage sur le tas a toujours été vécu comme un apprentissage *par frayage* (2), par le moyen (qui est en même temps, ici, la fin recherchée) de l'intégration dans une *communauté* professionnelle, par la participation à une *culture professionnelle.* En d'autres termes, le métier n'y est en principe pas réduit à un répertoire d'opérations, mais s'y présente comme une *réalité sociale totale* - comme une *praxis* et comme une *culture.* D'un seul coup, l'apprenti est plongé tout entier dans la communauté d'activité qui doit devenir la sienne.

La différence est d'importance. Au-delà du pur comportement, les voies traditionnelles de la formation professionnelle donnent par là accès à la *signification,* interne à la profession, du comportement de l'homme de l'art. Elles permettent l'apprentissage de ce que j'appellerai les *rites* du métier (les gestes professionnels dans leur aspect formel), et d'une certaine *signification* que la profession leur confère.

C'est encore ainsi que l'on se forme à nombre de métiers, par exemple à celui de chercheur. Mais deux grandes difficultés surgissent sur cette voie de la formation.

Tout d'abord, l'apprentissage par frayage, qui assure adéquatement la formation aux aspects formels du métier - à son langage, à ses us et coutumes, et jusqu'à l'*hexis* corporelle qui le caractérise - n'offre guère de systématicité et de contrôle en ce qui concerne l'apprentissage de la *substance* des gestes professionnels. Le maître peut bien *donner à voir* (plutôt que montrer) à l'apprenti la manière dont il s'y prend, il n'organise pas son activité autour des "besoins" d'apprentissage de celui-ci. D'où cette plainte indéfiniment reprise contre l'indifférence des maîtres et la faiblesse de la formation qu'ils procurent.

C'est de là, sans doute, que sort la notion *d'école,* l'idée d'un lieu social spécifique, lié à la communauté professionnelle, mais formellement séparé d'elle, où s'enseignerait et s'apprendrait la *substance* du métier.

L'argument, bien sûr, se retourne: la profession murmurera contre l'école, qui, dira-t-on, enseigne la "théorie" - la *substance* - mais ignore la "pratique" - les *rites.* (Comme toute institution, l'école enseigne bien des rites, *mais ce sont ses rites propres* qu'elle enseigne d'abord.) On a trop oublié aujourd'hui, je crois, que ceux qui ont pensé l'école - ceux, par exemple, qui, au XIXe siècle, ont pensé la formation des futurs ouvriers - n'ont jamais imaginé qu'elle pouvait être le lieu *unique* d'une formation *achevée.*

A réfléchir ainsi sur cette genèse, on conçoit que l'école soit longuement resté marquée par une pédagogie de la *représentation* des savoir-faire du métier, fille de la pédagogie de la présentation du métier propre à l'apprentissage sur le tas dans la communauté professionnelle - l'enseignant accomplissant devant les élèves ce qu'ils sont censés devoir maîtriser à leur tour.

On comprend aussi que, parmi toutes les pratiques sociales, l'école, pratique sociale *au deuxième degré,* si je puis dire, occupe une place à part dans la société, et y déchaîne contre elle tout une agressivité.

En s'offrant de conduire aux métiers, en s'offrant, par ce biais, de les servir, l'école conspire contre eux. Par la séparation qui la fonde, par l'obligation

---

Colloque *Les finalités de l'enseignement scientifique* (Marseille, 10-12 janvier 1989), à paraître.
2. J'emprunte cette notion à G. Delbos et P. Jorion, *La transmission des savoirs,* Editions de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris, 1984.

où elle se trouve de proposer une *redéfinition normative* de la substance du métier dont elle naît, l'école est une critique permanente de la profession, une menace sourde contre la culture de la profession.

L'école, toute école, est ainsi en essence, socialement et culturellement, une *institution polémique.* De là que, pour exorciser la menace, de nombreuses professions se soient donné leurs propres écoles professionnelles.

Tout cela, penserez-vous peut-être, concerne les écoles de formation professionnelle, et s'applique donc aux écoles normales par exemple, non à l'école élémentaire elle-même; aux enseignements professionnels, plus largement, non à l'enseignement général.

Je ferai observer d'abord, sans m'arrêter trop longuement sur un thème dont j'ai parlé ailleurs (3), que l'enseignement général est le *rejeton* des enseignements professionnels; que son existence procède, et continue de procéder, de l'obligation socialement validée de l'existence d'enseignements professionnels; qu'il n'y a guère que ses servants qui puissent imaginairement en faire un sanctuaire à l'écart des conflits que suscite la redéfinition des pratiques sociales par l'institution *scolaire*; et qu'il faut regarder les enseignements de formation professionnelle et l'enseignement de formation générale, pris ensemble, *comme un tout* - ce que j'appellerai ici *l'Ecole.*

Ce qui est remarquable, c'est que tout savoir social puisse être, en substance, *mis à l'Ecole*, et à ce titre normativement redéfini. Il n'est pas jusqu'à la langue dite *maternelle*, ce fait de culture qui nous apparaît comme le plus proche des faits de nature, qui ne soit remodelée dans et par l'Ecole. Qu'on puisse enseigner à l'élève sa langue maternelle, que l'élève (et pas seulement le tout jeune élève) puisse espérer améliorer à l'Ecole sa maîtrise de *sa* langue maternelle, scolairement redéfinie, voilà le type de paradoxe polémique auquel l'institution de l'Ecole a conduit nos sociétés !

En puissance, sinon en fait, rien de ce qui a quelque réalité sociale n'échappe à la redéfinition par l'Ecole. On pourra prétendre y enseigner à aimer, à respirer, à vivre avec ses parents, etc. L'homme n'est pas seulement un animal qui peut apprendre. C'est un animal qui peut *être enseigné*, à qui même ce qui lui vient le plus spontanément pourra être enseigné, et qu'il pourra ressaisir en un apprentissage raisonné.

L'existence de l'Ecole témoigne de l'essence de l'"humanitude" autant que l'existence du langage. L'homme social est un homme de paroles, un *parlêtre* selon l'expression de J. Lacan; il est aussi, indissociablement, un *scolêtre.* Il est en proie à l'Ecole comme il est en proie au langage, par l'un et l'autre enrichi et de l'un et l'autre accablé. L'Ecole, disent certains sociologues, est un dispositif social de reproduction de la société. Mais elle est véritablement, dans son principe, et dans sa réalité jusqu'à un certain point, un dispositif de reproduction *élargie* de la société.

C'est ici que nous retrouvons la notion de besoin. Je reviens pour cela à l'idée d'apprentissage sur le tas. Celui-ci est insuffisant aussi parce qu'il n'assure au mieux qu'une reproduction *simple* du métier. Le métier évolue sans doute, et sous l'action d'une multitude de facteurs; mais l'arrivée d'une nouvelle génération n'est pas alors, pour lui, une nouvelle chance, l'occasion systématiquement exploitée d'un renouvellement et d'une avancée.

L'apprentissage sur le tas ne convient que lorsque les besoins de la profession sont supposés connus, parce que supposés à peu près invariants;

---

3. Yves Chevallard, "Pourquoi enseigne-t-on les mathématiques ?", communication au Colloque *Les finalités de l'enseignement scientifique* (Marseille, 10-12 janvier 1989), à paraître.

lorsqu'on opère, socialement, sous une hypothèse *fixiste*. Il y aurait alors une essence intemporelle de l'homme-maçon, ou de l'homme-instituteur, ou de l'homme-médecin, et on deviendrait maçon, ou instituteur, ou médecin comme l'enfant perdu devient homme-loup, comme on pourrait, en quelque univers imaginaire, devenir oiseau ou poisson.

Mais, même là, le fixisme a vécu. Le développement actuel, sur fond de crise, de la formation professionnelle et, si je puis risquer ce jeu de mot, de la réformation professionnelle, en témoigne. La notion de besoins professionnels retrouve brutalement, et visiblement, sa charge conflictuelle, liée à son usage dans la redéfinition des pratiques sociales, en même temps que la question des besoins professionnels retrouve son statut d'enjeu d'un débat - d'aucuns diront d'un *rapport de forces* - qui se noue à propos du devenir de la société.

Les besoins professionnels du futur instituteur n'échappent pas plus que ceux des autres professions à ce vaste mouvement.

## 4. LE RECOURS DEMOCRATIQUE

Lorsqu'il s'organise autour de l'apprentissage sur le tas, le métier tend à fonctionner comme un monde clos. Il devient ainsi, au sein de la société, un système quasi-isolé, qui prétend définir ses besoins, et les satisfaire - ou exiger leur satisfaction - dans l'ignorance du reste du monde. La notion de métier est pour cela associée, historiquement, à celle de *corporation*, et la société associe au fait de la corporation l'idée négative de *corporatisme*.

Ce corporatisme, on l'a souligné plus haut, est mis à l'épreuve de l'Ecole. Mais l'Ecole elle-même est un champ professionnel, et qui engendre son propre corporatisme. La Convention, au demeurant, discuta longuement pour savoir si l'on devait admettre qu'il y eût, non seulement des enseignants - la chose allait de soi -, mais un *corps* enseignant (4).

Car l'idée démocratique, à rebours, se défie des corps et des corporatismes. Elle énonce une volonté de parole publique, non confisquée par les gens de métier, non réservée à ce qu'on appelle un peu vaguement *les gouvernants*. Historiquement, elle se concrétise, en France, par cette vaste entreprise de parole démocratique qu'est l'*Encyclopédie*. (La charge que D'Alembert y mène contre les collèges, quelque injuste qu'elle soit, est à cet égard bien significative.)

La réalité observable, cependant, n'est, à aucun moment, ni entièrement corporatiste, ni parfaitement démocratique. Ainsi murmure-t-on contre l'Ecole et a-t-on des exigences à son endroit. Mais la parole publique demeure faible, largement étouffée, en tout cas peu articulée au sein du corps social. Notre temps, je crois, voit un affaissement des réseaux de la démocratie.

Ces dernières remarques me permettront de donner une signification plus précise aux développements qui vont suivre.

Mon intervention, en effet, voudrait être une contribution à ce débat démocratique que nous devons conduire, à propos de l'Ecole comme à propos des autres institutions de la société.

Elle participe d'une volonté, que nous pouvons partager ensemble, de nous interroger, périodiquement, sur nos institutions les mieux établies. Car on peut tout craindre d'un changement sans débat public sur le changement, d'un changement qui s'imposerait d'un centre introuvable, qui nous serait imposé "d'ailleurs". Et, contre cela, la profession - si je peux désigner par ce mot un groupe social qui ne s'identifie pas ainsi d'ordinaire - doit accepter que

4. Voir Dominique Julia, *Les trois couleurs du tableau noir*, Belin, Paris, 1981, p.133 et suiv.

s'expriment une pluralité de voix.

Il est vrai que, au cours de la période récente, et pour quelque temps encore sans doute, cette profession a vu fleurir des fragments de discours, des formules lapidaires, à l'emporte-pièce bien souvent, tenus à son endroit par des locuteurs qui, pour certains au moins, n'ont jamais songé à se poser comme *inter*locuteurs, qui ont pris la parole parce que l'occasion s'y prêtait - voire les y obligeait -, sans avoir en rien l'intention d'insérer leur parole dans un débat partagé.

Contre cette sauvagerie des temps, je crois qu'il convient de tenter de *construire* un débat véritablement démocratique.

## 5. Renormalisation du metier et professionalisation differee

Je reviens à la question des besoins, encore.

Une profession qui croit connaître ses besoins est une profession heureuse, qui peut vivre cachée. Implicitement, elle avoue par là qu'elle croit connaître ses missions, et la manière de s'en acquitter. Or il arrive que cette belle assurance vacille.

Il en est ainsi périodiquement pour l'Ecole. Il serait même plus exact - en tout cas plus suggestif - de dire que, à l'inverse, il arrive périodiquement à l'Ecole de croire connaître ses missions, et ses besoins, *entre deux périodes d'incertitude.*

L'Ecole est en effet, à mon sens, dans nos sociétés d'aujourd'hui, la partie de la société la plus *exposée* au regard social, et donc la plus sujette à l'incertitude qu'engendre le corps social.

Elle est sans doute inégalement exposée selon ses différentes parties: l'enseignement *général* est, socialement et culturellement, plus visible que l'enseignement *professionnel*, et pour cela davantage offert aux murmures dont je parlais plus haut.

On voit alors aisément que la partie de l'Ecole vouée à la formation des enseignants de l'enseignement général, et particulièrement des instituteurs, occupe, dans ce tableau d'ensemble, une place singulière. Comme il en va de tout enseignement professionnel, elle se situe un peu en retrait dans le spectacle social; mais ceux qui y sont formés auront droit aux premières loges dans l'exercice de leur métier.

L'école qui les forme ne peut donc rester en-dehors du mouvement de flux et de reflux de l'incertitude que la société engendre. Et cela d'autant moins que ceux qui ont conçu cette école l'ont baptisée - explicitement: car, on l'a noté, la normativité appartient à l'essence de l'institution scolaire - école *normale*, école qui fixe la règle de la profession à laquelle elle pourvoit. Il fallait que le problème fût particulièrement sensible, et vivement ressenti, pour que cette adjonction fût faite: songerait-on à parler d'une école normale de maçonnerie par exemple ?

On ne peut donc débattre de la formation des instituteurs sans examiner attentivement ce qu'il en est de l'école élémentaire, et ce qu'est le contenu des attentes que la société formule à son endroit aujourd'hui.

Mais je voudrais proposer maintenant une observation qui apparaîtra à plus d'un comme un paradoxe, voire comme une provocation.

L'Ecole, ai-je dit, est un dispositif de *redéfinition* des pratiques sociales. Retouchant cette formulation, je dirai d'abord que l'Ecole est un dispositif de *renormalisation.*

Le mot semble porter en lui une contradiction: pour *re*normaliser il faut avoir d'abord *dé*normalisé. Un tel processus apparaît, pour la profession - sinon pour tel ou tel autre segment de la société -, comme une entreprise de déconstruction du monde-tel-qu'il-est, du *petit monde* de la profession que ses agents finissent par croire *hors du monde*; comme une volonté de délégitimation de l'ordre professionnel établi - et au-dehors contesté.

Or, dans ce processus, l'Ecole est en général *beaucoup plus subversive que ses "écoliers"*, et cela vaut au demeurant pour l'enseignement général autant que pour l'enseignement professionnel. (L'affirmation, je le souligne en passant, concerne l'Ecole comme institution instituante, comme *système*: elle ne s'applique pas nécessairement à ses *agents*, enseignants et autres.)

Les usagers de l'Ecole, en effet, ne font que passer dans l'institution de formation. Ils adhèrent à sa norme beaucoup moins qu'à la norme qu'ils projettent sur le métier en lequel ils s'établiront. Loin de parcourir à loisir les voies que l'institution a tracées à leur intention, ils tentent de se ménager des raccourcis vers leur futur métier. A la normativité de l'institution ils opposent, de manière tenace, diffuse, parfois presque agressive, une contre-normativité inspirée du rapport culturel à la profession qu'ils doivent faire leur. En ce sens, ils sont objectivement conservateurs.

Je n'ignore pas que cette affirmation va à l'encontre de beaucoup de proclamations qui fleùrissent couramment dans la noosphère. Elle va pourtant, me semble-t-il, bien davantage à la rencontre de la réalité observable.

Ce qui est en question, ici, c'est une certaine idée de l'enfance, de l'adolescence, de la jeunesse - et la jeunesse aujourd'hui se porte âgée ! L'idée selon laquelle la jeunesse serait un ferment du changement, dont l'Ecole serait un étouffoir, est une idée que l'évolution sociale récente et actuelle met largement en défaut, et sur laquelle je reviendrai plus longuement.

Mais pour n'examiner d'abord que le processus de formation, je dirai maintenant que ces raccourcis vers le métier, ces court-circuits du processus de professionnalisation, sont en contradiction avec l'idée profonde de *formation par l'Ecole* (au sens générique que j'ai donné à ce mot).

La formation scolaire, voire toute formation, est d'abord une *durée*, un *détour*, un séjour au désert qui vise à oblitérer le passé et prépare à changer l'avenir. L'école de formation professionnelle - l'enseignement général étant d'abord un enseignement de formation professionnelle *différée* - doit amener l'élève à la profession, *tout en freinant sa professionnalisation*.

La formation professionnelle n'est pas seulement un processus de professionnalisation - à quoi on la réduit trop souvent aujourd'hui. Quelque chose d'essentiel se perd, un reniement de l'idée même d'école se produit, chaque fois que l'on cède unilatéralement à ce que je nommerai la *hâte professionnalisante*.

Je m'arrête un instant pour répondre à une objection qui a dû se former chez quelques-uns au moins. Voulez-vous dire, penseront ceux-là, que la formation doive être coupée de la profession, que le futur professionnel doive être soigneusement tenu à l'écart du "terrain" ? Bref, que le viseur doive - et puisse - ignorer la cible ?

Je répondrai que c'est en s'approchant trop de la cible que celle-ci cesse d'être une cible, qu'elle se réduit à son être matériel, et se trouve déchue de sa fonction de cible. Pour bien la viser, il faut se tenir à quelque distance d'elle; et la viser devient impossible, et perd même toute signification, quand on a le nez collé dessus.

Une professionnalisation hâtive, ou trop précoce, enferme le futur professionnel dans un métier qu'il n'aura pas travaillé, qu'il sera contraint de reproduire à l'identique, compensant ce mimétisme impensé en surinvestissant les inévitables et minuscules variantes, les tics personnels en lesquels il s'abusera à reconnaître son inestimable singularité, à nulle autre pareille, d'homme de l'art - selon cette pente que Freud nommait *le narcissisme des petites différences*.

La formation vise, à rebours, à faire émerger chez le futur professionnel un rapport au métier et à ses objets qui ne se réduise pas au pur, au simple exercice du métier.

Elle est d'autant plus nécessaire quand le métier se trouve dans une phase de redéfinition. Et, inversement, la redéfinition cherchée trouve sa chance dans l'arrivée de générations neuves, qui n'auront pas à porter le poids d'un passé dont on aura su leur épargner l'héritage.

## 6. L'ENFERMEMENT DE L'ENSEIGNANT DANS SON METIER

Il faut comprendre que l'organisation de la mise en relation de l'élève avec son futur métier *relève toute entière de la formation*. Loin de célébrer l'irruption irrépressible du métier au sein de la formation, elle relève d'un champ de décision *interne* au système de formation. Plus exactement encore, elle relève d'une manière de penser le métier - donc, le cas échéant, *de le repenser* -, qui se condense dans la formation afin et avant de venir s'exprimer dans le métier lui-même. Je voudrais m'arrêter un instant sur ce point.

L'enfermement du futur professionnel dans une pratique qu'il s'efforce de rejoindre au plus vite appauvrit presque certainement son rapport au métier. La cible est trop étroite; il est trop occupé à la viser pour voir le paysage autour de lui. On arrive alors à une définition minimale, minimaliste du métier. Quels gestes dois-je faire, en quelles circonstances ? La profession, comme existant social et culturel, *disparaît derrière le professionnel et son "professionnalisme"*.

Dans la formation continue des enseignants de collège ou de lycée, j'ai fréquemment observé cette terrible incapacité de l'homme de métier à donner sens à tout registre d'action qui ne trouverait pas sa traduction pleine et entière dans le répertoire des gestes que peut accomplir l'enseignant *comme individu*. L'enseignant - et à vrai dire, sans doute, tout professionnel - se pense comme un univers complet, comme un monde exhaustif; comme une monade; comme une île.

La question obsessionnelle est celle-ci: que puis-je faire, moi, étonnant Narcisse ? Toute question, tout projet, pour trouver un écho significatif en lui, doit se résoudre en des gestes que chacun pourra accomplir, en principe, à l'identique - n'étaient les inévitables *petites différences*.

On n'envisage guère qu'il puisse y avoir plus dans le tout - *le système d'enseignement* - que dans l'unité - *l'enseignant*; dans la molécule que dans l'atome. Le métier n'est fait que d'un agrégat d'unités, juxtaposées dans une coexistence sans puissance créatrice, dont rien d'inédit ne saurait émerger. Le niveau supérieur n'ajoute rien au niveau inférieur, qui contient déjà tout. Toute créativité "systémique" est niée.

Ce mode de fonctionnement du "système" d'enseignement le distingue spontanément de la plupart des systèmes de production modernes, et signe son archaïsme. Une usine de fabrication d'automobiles produit des voitures. On pourra dire que l'usine, comme système, *sait* fabriquer des voitures; mais il n'est personne, dans l'usine, il n'est aucun de ses acteurs - patron, ouvrier, ingénieur - qui sache, et qui puisse, *à lui tout seul*, fabriquer une voiture. Le tout est ici strictement supérieur à la somme de ses parties. A l'opposé, le système d'enseignement se pense et se gère comme système qui ne produit rien que *chaque enseignant* ne sache déjà produire.

On mesure au passage l'ambiguïté du mot d'ordre concernant "le travail en équipe". La forme institutionnelle spontanée en est, en bien des établissements, celle des "réunions de concertation". Chacun vient y accorder son violon, mais chaque musicien fait à lui seul, ensuite, toute la musique. Tout ce que l'enseignement peut contenir et proposer existe déjà comme tel - plus ou moins imparfaitement sans doute - dans l'action de chaque enseignant. L'illusion subsiste même lorsque, comme au collège et au lycée aujourd'hui, l'enseignement est prodigué par une pluralité d'enseignants.

Dès lors, toute considération qui ne trouve pas à se concrétiser dans l'action *individuelle* de l'enseignant restera flottante, pur discours et, au mieux, règle pour la direction de l'esprit ou supplément d'âme - slogan. Ainsi en va-t-il aujourd'hui avec le mot d'ordre "80% d'une classe d'âge au baccalauréat !". Le système d'enseignement se replie sur l'acte d'enseignement étroitement entendu, où l'enseignant s'enferme, et qui constitue bientôt son horizon dernier.

S'agit-il de traiter tel problème, on envisagera au mieux de créer tel type de classe, où se donnera tel type d'enseignement. Toujours, presque toujours du moins, la solution tentée s'exprime dans les termes élémentaires d'un enseignant et d'une classe, formule qui condense tout ce que le système croit pouvoir offrir, et qu'il offrira alors en de multiples exemplaires, tout le reste, si reste il y a, n'étant qu'adjuvant.

Si l'on compare le système de formation à un organisme, les enseignants à des cellules, on constate qu'il n'y a à peu près pas de *différenciation cellulaire*. Quand apparaît une ébauche de différenciation, comme il en va dans le lycée d'aujourd'hui, avec ses conseillers d'éducation et d'orientation, sa documentaliste, etc., on observe que cette différenciation *structurelle* n'est pas la base d'une véritable coordination *fonctionnelle*, chaque organe vivant à peu près dans l'ignorance des autres. A son tour, quand une telle coordination *paraît* s'ébaucher, elle se réalise autour de valeurs extradidactiques, mondaines, et néglige généralement les contenus de savoir à enseigner, que l'on ne sait traiter que *dans la classe*, où se fait toute la gestion que le système sait faire du savoir à enseigner. De telles coordinations ne font généralement, au mieux, que soulever la poussière autour du savoir à enseigner, que l'on ne retrouvera qu'en retournant dans la classe, si l'on en est jamais sorti.

Le rapport de l'enseignant au savoir à enseigner est ainsi pris dans une problématique étroite *d'enseignement en première personne*. Le savoir à enseigner est, pour moi enseignant, quelque chose à propos de quoi je vais faire certaines choses dans le but de l'enseigner *personnellement* à l'élève. Aussi n'aurais-je déjà rien à répondre à une question telle que: "Que puis-je faire pour permettre à d'autres, dans mon établissement ou ailleurs, de l'enseigner personnellement, avec une efficacité accrue ?". Ou plutôt, la seule réponse possible, aujourd'hui, sera la suivante: l'enseigner encore mieux et, me proposant alors comme modèle, aider les autres à faire de même, par exemple dans le cadre de stages de formation continue !

Il semble clair pourtant que, face à un objectif comme "80% des élèves d'une classe d'âge au baccalauréat !", mot d'ordre qui prend son sens au niveau du *système* d'enseignement considéré comme une totalité organisée, de la maternelle aux classes terminales des lycées, il s'agit-là d'une problématique réductrice, certainement insuffisante.

Les remarques précédentes montrent en passant pourquoi le mieux que notre système d'enseignement sache faire, aujourd'hui, pour réagir aux difficultés qu'il rencontre, *est d'organiser la formation continue des enseignants*, entendue comme moyen d'améliorer l'acte d'enseignement de chaque enseignant, mouvement par lequel il enferme davantage encore chacun de ses agents.

Le développement récent, et anarchique, de la formation continue des enseignants est à mes yeux le symptôme de l'incapacité du système à se vivre autrement que comme réunion d'unités homogènes, dans leur principe semblables les unes aux autres, en confondant ainsi l'organe et la fonction.

Au demeurant, le comportement du système d'enseignement, à cet égard, peut être comparé à celui de ces élèves qui, lorsqu'on leur demande ce qu'ils comptent faire pour améliorer des résultats décevants, répondent: "Je vais bien écouter le maître", ou, à un niveau plus avancé dans le cursus des études: "Je vais reprendre mon cours - et refaire mes exercices". Dans l'un et l'autre cas, ce que l'on constate, c'est une terrible absence de *créativité didactique*.

## 7. Besoins, formes de developpement du systeme et formation

Tout système social, et chacun de ses segments, doit supporter la pression de la société. Cette pression est d'autant plus forte que ce système est plus exposé. Périodiquement, le système est interpellé par la société.

Je prendrai ici pour exemple une seule des interpellations actuelles. Non pas celle des 80% au baccalauréat, mais celle qui résulte du constat suivant: il manque à la société française, de manière chronique, depuis plusieurs décennies, environ 10 000 ingénieurs par an. (La France en forme actuellement environ 14 000 par an, la République Fédérale d'Allemagne, 25 000.) L'unique bénéfice de cette situation va à la corporation des ingénieurs, puisque la demande d'ingénieurs est bien supérieure à l'offre sur le marché de l'emploi.

Comment la société française répond-elle à cette situation ? En se tournant vers son système d'enseignement. Partant du symptôme, elle descend le cursus des formations jusqu'en ce point où semble se trouver la racine du mal. Le système croit à ses fictions. La fiction actuelle est que notre enseignement est, en gros, indifférencié jusqu'à la classe de seconde inclusivement. (Dans la réalité, sur 100 élèves qui entrent à l'école primaire, environ 41 seulement parviendront en classe de seconde.) On va donc réfléchir à la manière dont on pourrait, *au sortir de la seconde*, attirer plus d'élèves vers les formations scientifiques. En conformité avec l'analyse déjà faite, on mettra ainsi en place des *classes nouvelles*, les "premières S en deux ans" par exemple. Que l'on pose cette question, qu'on lui donne ce type de réponse-là, est, on le voit, prédéterminé, et prévisible.

Voici maintenant une question improbable, une question qui vous surprendra, et qui, même, irritera certains. Que peut-on faire, *à l'école élémentaire*, pour que davantage de scientifiques - chercheurs, ingénieurs et techniciens supérieurs - soient "produits" chaque année par notre système d'enseignement ? Ou, plus directement, en m'identifiant momentanément à "la société": que *comptez-vous faire*, à l'école élémentaire, pour que davantage de scientifiques soient "produits" chaque année ? (Bien entendu, la société pourrait interpeller semblablement le segment suivant de notre système éducatif, le collège.)

Ces questions ont une faible probabilité d'être posées, simplement parce que tout système social négocie un partage social des responsabilités - lequel s'exprime en une rhétorique culturelle que la société doit avaliser -, et que, dans ce partage, l'école primaire n'est pas comptable de ce qu'il adviendra de ses ouailles, professionnellement, dix ou vingt ans plus tard.

L'école primaire, dira-t-on par exemple, n'a rien à voir avec la formation professionnelle - celle des scientifiques ou n'importe quelle autre. Elle s'adresse à tous les enfants, quelle que soit leur position future dans la société. Elle enseigne, disait-on autrefois, ce qu'il n'est pas permis d'ignorer. Elle se situe par là très en amont de toute question relative aux compétences professionnelles futures de ses élèves.

Jusqu'à un certain point, cette rhétorique protège les agents du système. Il est encore moins probable qu'un instituteur soit *personnellement* exposé à la question que j'ai posée, parce que la noosphère, et les discours qu'elle produit et diffuse à l'adresse de la société, sont là pour faire barrage.

Mais supposons maintenant que survienne, dans ce que j'ai nommé l'écologie sociale et culturelle de l'école primaire, un changement tel que cette question finisse par s'imposer dans le débat social. Dans la ligne des considérations précédentes, on peut supposer que la réponse que l'école primaire lui donnerait sera du style: renforcement de la formation scientifique des instituteurs, voire, éventuellement, accroissement du temps consacré aux sciences dans l'emploi du temps de l'enseignement élémentaire. Vous reconnaissez-là une "solution" qui va de soi pour les responsables, à tous les niveaux.

Je crois que j'ai assez insisté sur ce point pour avancer maintenant une conclusion partielle: la question dont nous sommes partis n'a pas de sens si on ne la réfère pas au *mode d'organisation* du système d'enseignement.

Cette question est, en outre, d'autant plus surinvestie - elle est ressentie comme d'autant plus cruciale - que le mode d'organisation du système *n'est pas mis en question.*

Le fait de la poser, à son tour, tend à confirmer l'occultation dont fait l'objet la question des modes d'organisation du système d'enseignement, et donc de ses *formes de développement.*

Ainsi, l'insistance sur la question de la formation *fait obstacle* à l'émergence culturelle et sociale de la question des *voies et des formes du développement* du système d'enseignement.

La question des besoins professionnels des élèves-instituteurs renvoie donc à un *grand problème* de la didactique, dont on peut maintenant restituer les éléments clés. C'est le problème des liens entre les *contraintes* qui s'imposent ou sont imposées au système d'enseignement, les *formes de développement* de ce système, les *besoins* du système et la *formation* de ses agents.

## 8. Une contrainte sur l'enseignement des mathematiques

En didactique des mathématiques comme en mathématiques, ce qu'il est loisible d'appeler un "grand problème" ne peut recevoir de formulation précise, bien déterminée. On pourra parler par exemple du problème de la *représentation des fonctions*; et on devra considérer ensuite divers problèmes *mieux spécifiés*, qui en découlent ou s'y rattachent - tel par exemple le problème de la représentation des fonctions *périodiques* par des *séries trigonométriques.* Mais il est clair que même ce dernier "problème" n'a pas, au sens scolaire usuel, de solution. Son énoncé ouvre un champ de recherches à l'exploration et à l'investigation mathématiques.

Nous nous trouvons ici en face d'une situation analogue. Partant du grand problème évoqué précédemment, je restreindrai le champ d'investigation en considérant seulement une contrainte, parmi d'autres, qui s'impose aujourd'hui à l'enseignement des mathématiques en général, pas seulement à l'école élémentaire.

Cette contrainte, je la résumerai en disant qu'il n'y a pas - ou qu'il n'y a que très peu - *d'écho des mathématiques dans la culture*. En d'autres termes, hormis précisément à l'Ecole, les pratiques mathématiques présentes dans la société *ne sont pas représentées dans la culture*, c'est-à-dire, encore, ne sont pas présentes en des pratiques sociales accessibles - différentiellement sans doute - à quiconque participe de cette culture; en ces pratiques sociales qu'on nomme restrictivement *culturelles*.

La seule rencontre avec les mathématiques qui soit rendue possible pour quiconque, s'opère à l'Ecole. Culturellement, les mathématiques sont d'abord une réalité *scolaire*. C'est à partir de cette seule expérience sociale qu'offre et qu'impose la société à travers son Ecole que les mathématiques entrent dans la culture. C'est à partir d'elle, par exemple, que les gens auront des opinions sur les mathématiques. C'est aussi *sous cette contrainte* que se fait l'enseignement des mathématiques à l'Ecole.

On voit que la situation est différente si, au lieu des mathématiques, on considère par exemple la musique, ou les activités physiques et sportives. La présence de ces disciplines dans l'Ecole, non seulement trouve un large écho culturel à l'extérieur de l'Ecole, mais encore apparaît bien davantage pour ce qu'elle est vraiment: un écho, *à l'intérieur de l'Ecole*, de pratiques sociales non scolaires.

Bien entendu, l'enseignement des mathématiques, lui aussi, n'est qu'un écho - amplifié - de pratiques mathématiques existant fortement *dans la société*. Mais ces pratiques sociales effectives demeurent largement invisibles *dans la culture* (non scolaire).

Pour saisir le contraste, imaginez un instant ceci: qu'on enseigne la musique à l'Ecole, mais qu'il n'y ait nulle part ailleurs dans la culture, de manière "visible", de musique; qu'on n'entende jamais de musique en-dehors de l'Ecole, qu'on n'en parle pas, ou à peine, et toujours en se référant à l'Ecole; qu'en fait on ne puisse dire, à propos de musique, que des choses du genre: "Moi, la musique, j'en ai fait deux ans, j'aimais pas ça, heureusement que c'est terminé", etc. Vous aurez ainsi une assez bonne image de ce qu'est en vérité *le destin culturel des mathématiques*.

Si l'on veut passer à des comparaisons plus nuancées, voyez maintenant l'histoire, ou la littérature, ou l'économie - ou même l'astronomie. De tout cela, l'élève trouvera un écho en-dehors de l'Ecole, même s'il ne fréquente guère la haute culture ou les sphères savantes, pourvu seulement qu'il regarde le journal télévisé en famille par exemple. Cette présence culturelle, autour de lui, participe d'un procès plus général - j'y reviendrai - d'*objectivation sociale et culturelle* de la discipline qu'il rencontre à l'Ecole. Rien de tel, toutefois, pour les mathématiques !

Bien entendu, l'existence d'un écho culturel ne garantit pas que l'articulation entre le savoir enseigné à l'Ecole et le savoir représenté dans la culture aille de soi. Il y aura généralement un hiatus entre les deux. En fait, il y a déjà un hiatus, au sein même de l'Ecole, entre, par exemple, les mathématiques fréquentées par l'élève en classe de mathématiques et les mathématiques qu'il rencontre dans la classe de physique ou de chimie (au lycée). De même, la musique ou les activités physiques et sportives de l'Ecole lui paraîtront fades, peut-être, par rapport à ce qu'il en perçoit en-dehors de l'Ecole - un type de fait qui a suscité tout un pathos à propos de "l'ouverture de l'Ecole sur la vie".

Mais, dans le cas des mathématiques, l'élève ne trouvera de toute façon *rien*, à l'extérieur de l'Ecole, avec quoi confronter les mathématiques de l'Ecole. Les mathématiques sont ainsi *à peu près complètement enfermées dans l'institution scolaire*. Et le rapport personnel de l'élève aux mathématiques, formé à l'Ecole, ne sera travaillé, spontanément, par aucune incitation à une mise en phase culturelle, qui ne trouve nulle part son référent.

## 9. Les contraintes et le probleme de leur conversion didactique

Jusqu'à présent, nous avons seulement dégagé - ou, du moins, tenté de reconnaître - une contrainte qui s'impose à l'enseignement des mathématiques. Nous n'avons pas cherché à nous représenter les *effets* de cette contrainte.

Si l'on se tourne du côté de l'élève, on voit au demeurant que ces effets ne sont pas nécessairement, à tout coup, négatifs. En fait, il y a une certaine catégorie d'élèves pour lesquels ces effets sont, en un sens, positifs. Je pense à ceux que leur position sociale pousse, traditionnellement, à poursuivre des études secondaires, mais qui, en même temps, évoluent dans un milieu de petite culture, milieux culturellement pauvres et fermés de la petite bourgeoisie, rurale par exemple.

L'étude des mathématiques peut constituer pour eux une trouée vers le monde extérieur. Vivant dans un quasi désert culturel, ils pourront, imaginairement, projeter sur la culture, à travers quelques indices épars - ouvrages non scolaires de mathématiques, encyclopédies, dictionnaires, articles de journaux ou de revues -, un univers qu'ils fabriquent de toutes pièces, en lequel les mathématiques occupent une place centrale, et dont ils peuvent croire que son existence ne se révèle à eux que par fragments, parce qu'elle serait filtrée par le milieu culturel où ils vivent.

S'ils poursuivent leurs études mathématiques à l'Université par exemple, s'ils vivent l'assujettissement culturel que constitue l'entrée dans cette institution comme un élargissement de leur culture première - un élargissement aux dimensions du monde même -, ils croiront d'abord voir leur monde imaginaire devenir réalité. Ce qu'il y avait derrière l'écran de la culture du milieu familial et de l'environnement proche, qui bornait leur horizon, ce qu'il y avait dans le vaste monde au-delà, c'était bien l'univers des mathématiques, au travers duquel ils accèderont peut-être ensuite - pas toujours - aux dispositifs culturels connexes, vie étudiante, sorties, musique, théâtre, discussions politiques, etc.

Dans son principe, cette description convient encore à d'autres catégories. Je pense à tous ceux par exemple qui, quel que soit leur univers culturel premier, le refusent d'une certaine façon, et trouvent dans les mathématiques scolaires une séparation d'avec la culture où ils sont contraints d'évoluer, un lieu de réclusion où ne parvient pas l'écho du monde, et dont le reste du monde semble ignorer l'existence. Les mathématiques sont alors le matériau d'un dispositif de défense contre la culture.

On imagine aisément, maintenant, qu'on pourrait chercher à décrire, dans des termes semblables, des effets "négatifs", par exemple ces refus opposés aux mathématiques qui s'alimentent à leur absence d'écho culturel hors de l'Ecole - et l'on peut penser que ceux qui succombent ainsi sont de loin les plus nombreux.

Mais, au-delà des types de cas évoqués jusqu'ici, l'étude de cette contrainte, et comme il en irait de l'examen de toute autre contrainte, conduit à se poser, plus généralement, le problème des mécanismes de sa *conversion didactique* - des différentes manières dont cette contrainte pourra se traduire, éventuellement, dans le rapport de l'élève aux mathématiques, dans son évolution ou son verrouillage.

Même lorsqu'il sont particuliers, de tels mécanismes de conversion didactique doivent s'énoncer dans des termes généraux; s'incarner, si je puis dire, à travers des phénomènes didactiques *universels*.

L'esquisse d'analyse conduite à partir de la question de l'écho culturel des savoirs enseignés examinée jusqu'ici fait alors apparaître un phénomène didactique qui traverse, en effet, les divers cas que je viens de mentionner sommairement, et qui en outre se manifeste aussi bien à propos des mathématiques que de l'histoire ou de la musique. Je veux parler du problème de *l'objectivation sociale et culturelle de la relation didactique et des savoirs enseignés*, dont je dirai maintenant quelques mots.

## 10. L'OBJECTIVATION DE LA RELATION DIDACTIQUE

C'est ce problème que je considèrerai maintenant. Toute relation didactique réalise la mise en rapport d'un *enseigné* avec un *savoir* - telle est la *fin* visée -, par la mise en relation de l'enseigné avec un enseignant censé lui enseigner ce savoir - tel est le *moyen* utilisé.

Nous avons là, en réalité, une description minimale. Le système que forment ces trois instances - qui constituent le système didactique - est en principe un système *ouvert*. Mais le degré et les modes d'ouverture peuvent fortement varier. On sait, d'observation familière, combien chez beaucoup d'élèves, jeunes et moins jeunes, le rapport au savoir enseigné peut s'identifier à leur relation avec l'enseignant. Le savoir enseigné - mathématique ou autre - paraît alors n'avoir à leur yeux d'existence, ou de signification, que dans le cadre de cette relation, tout le reste paraissant leur sembler non pertinent. Chez certains même, cette fixation exclusive interdit tout travail de remédiation - dans le cadre de "leçons particulières" par exemple.

C'est là un cas limite *d'enfermement* du rapport de l'élève au savoir enseigné *dans la relation didactique*. Dans un tel cas, les mathématiques n'existent pour l'élève que comme une singularité culturelle absolue: les mathématiques, c'est ce que l'on fait avec le professeur de mathématiques, voire - si, comme cela se produit quelquefois, l'élève a le même professeur plusieurs années de suite - ce que l'on fait *avec Monsieur Untel*.

Le problème de l'objectivation de la relation didactique, et de ses réglages, est un problème général (5). Je prendrai ici un exemple hors des mathématiques. Supposez un élève qui, depuis la classe de sixième, apprend l'anglais à l'Ecole. Arrivé au baccalauréat, il aura entendu parler l'anglais par au plus *sept personnes* réputées savoir l'anglais. Imaginez maintenant un enfant anglais qui, arrivé à l'âge de dix-huit ans, n'aurait entendu parler l'anglais que par sept personnes de son entourage. Il est probable que son anglais serait assez particulier. Mis abruptement en contact avec d'autres anglophones, il n'est pas certain, ni qu'il serait compris d'eux, ni qu'il les comprendrait, du moins au début.

Cet exemple n'est pas totalement inventé. Car il y a là, me semble-t-il, un phénomène de diminution de l'intercompréhension spontanée qui survient dès lors qu'une communauté linguistique perd ses réseaux de communication, se fragmente en unités humaines fermées, réduites au village, au hameau, voire à la famille. C'est un phénomène que la langue occitane par exemple, dans son état historique antérieur à une certaine renaissance contemporaine, montre à

5. Le connaisseur aura reconnu que ce problème n'est pas sans relation avec le concept de *milieu*, introduit par Guy Brousseau.

l'évidence.

Je m'attarderai un instant encore au cas de l'anglais. La relation didactique, ici, montre toutes sortes d'ouvertures, marginales sans doute: il y a d'abord les textes lus et étudiés, la présence de lecteurs anglophones naturels, les cassettes, les journaux pour les grands élèves, les séjours linguistiques à l'étranger.

Ce dernier *dispositif d'ouverture* de la relation didactique mériterait qu'on s'y arrête un bref instant. Car il montre qu'un tel dispositif ne peut fonctionner comme ouverture si la relation didactique est au départ trop fermée, trop culturellement repliée sur elle-même. "Les Anglais parlent mal", "Ils avalent les mots", etc. Ces quasi boutades ne surgissent assurément pas par hasard.

Revenons pourtant au plan le plus général. Les dispositifs d'ouverture dont j'ai parlé concourent à l'objectivation de ce qui s'échange dans la relation didactique. Elles viennent dire à l'élève - et au professeur - que la relation dans laquelle ils entrent n'est pas une *folie à deux* - une situation dont il se trouvera toujours quelques élèves, bien sûr, pour apprécier les bénéfices secondaires.

D'une manière générale, toutefois, cette folie à deux n'est pas viable - et pas seulement pour ses acteurs. Elle roule dans l'imaginaire, faute d'ancrage dans le réel. D'où l'exigence d'un processus d'objectivation, par quoi la relation didactique s'arrime à la société et à sa culture.

A cet égard, le mot d'ouverture dont j'ai fait usage ne doit pas être pris dans le sens ordinaire - aux nettes résonances idéologiques - que lui donne la noosphère. L'ouverture dont il s'agit permet que se fasse entendre, au sein de la relation didactique, une certaine *transcendance* par rapport au plan de la relation didactique. Elle permet que s'éprouvent, depuis la relation didactique, des existants culturels transcendants à cette relation, qui, sans en dénier la singularité, la font passer du particulier à *l'universel.*

On ne s'étonnera pas, dès lors, que, parmi les plus constants dispositifs d'ouverture de la relation didactique, on doive faire figurer *l'existence d'une tradition d'enseignement culturellement reconnue.*

Celle-ci fonctionne, par rapport à la relation didactique, comme une référence extérieure, étalon du sens culturel, à quoi chacun des acteurs peut repérer sa position par rapport au savoir, et sans quoi la relation didactique resterait culturellement flottante. Il en va de même du manuel, au demeurant: priver l'élève du manuel, c'est centrer un peu plus la relation sur l'enseignant, et assujettir davantage l'élève à la relation didactique, sans excentration possible.

De fait, tout changement profond dans le curriculum, qui aboutit à rompre et à rendre caduque une tradition antérieurement établie, constitue une agression contre l'ouverture de la relation didactique à la culture, parce que celle-ci ne trouve plus matière à lui répondre (au moins momentanément). On voit ici le paradoxe: ce qui est regardé (par la noosphère) comme une ouverture (de l'Ecole), et est mené à bien, fréquemment, *en réponse aux exigences de la société,* se transmue bientôt en une *fermeture* de la relation didactique à la culture de la société, et en un repliement sur elle-même ! Le dialogue se change en soliloque. La relation didactique perd ses points de repère. On entre dans une espèce d'autisme culturel.

Cet autisme est généralement intenable. Il n'est déjà que de voir l'angoisse diffuse qui, chez les enseignants, accompagne toute annonce de changement de programme. Angoisse qui culmine quand les manuels tardent à paraître; et qui s'atténuera brusquement à leur parution.

Plus largement, la déstabilisation prolongée du curriculum - comme il en va aujourd'hui, et depuis la réforme des mathématiques modernes - suscite un malaise permanent, où l'enseignant oscille entre l'affirmation scrupuleuse d'une norme intérieure au système, d'une norme *supposée*, (re)constituée à partir de quelques indices glanés ici et là, et le doute sur la *signification culturelle* - non établie - de cette norme.

## 11. Les dispositifs d'objectivation

Si cette analyse comporte une part de vrai, il doit maintenant être possible de répondre (au moins partiellement) à une question plus générale: par quels dispositifs le système d'enseignement assure-t-il - dans des limites variables - l'objectivation de la relation didactique à quoi il permet d'exister comme telle ?

De tels dispositifs, tout imparfaits qu'ils soient, doivent avoir une existence normale, et doivent assumer des formes traditionnelles, qui, très certainement, ne nous apparaissent pas, ou ne nous apparaissent plus, comme supports d'un processus d'objectivation sociale et culturelle.

Le premier type de tels dispositifs, c'est *l'examen*. Ce n'est pas sans raison que l'histoire des relations de la société française avec son système éducatif est marquée par ces moments privilégiés que furent, ou que demeurent, le certificat d'études primaires, l'examen d'entrée en sixième, le brevet élémentaire, le baccalauréat. Il n'est que de voir comment l'ancien B.E.P.C., réintroduit presque en catimini sous le nom de brevet des collèges, a cristallisé l'intérêt des élèves et des familles.

L'examen est ce par quoi l'intimité de la relation didactique s'ouvre au monde extérieur, pour éprouver - et parfois découvrir - sa réalité, son objectivité sociale et culturelle. L'examen, en particulier l'examen "national", est ce qui permet à l'Ecole de ne pas devenir une nef des fous. Il est l'amer qui montre qu'on n'a pas erré.

Sans cela, il n'est pas possible de comprendre pourquoi le baccalauréat, voire des formes d'examen aujourd'hui dépassées, comme l'ancien C.E.P., suscitent ou ont suscité un si fort engouement. L'Ecole comme la société ont un besoin vital que de telles rencontres se fassent, pour leur permettre de communiquer, de se situer l'une par rapport à l'autre, de prendre sens l'une pour l'autre.

Inversement, la disparition de ces dispositifs d'objectivation entraîne nécessairement un flottement de la relation didactique, une fragilisation corrélative du rapport au savoir enseigné qui, chez l'élève, s'y engendre, et pourra précipiter en certains cas l'effondrement psychotique de la relation didactique.

L'établissement de tels dispositifs, quelque contraignants qu'ils soient, clarifie la relation didactique en ouvrant l'horizon, en brisant des dépendances étroites par un ancrage large. Il y va de quelque chose que je nommerais volontiers la *santé* de la relation didactique.

Si l'on poursuit alors l'enquête à peine amorcée ici, en passant du plus visible au moins visible, on s'aperçoit que l'examen a un effet récurrent d'objectivation, par le dispositif de l'examen *blanc* qu'il pousse à organiser.

Celui-ci, à son tour, fournit le modèle de ces épreuves établies en commun, par plusieurs enseignants et pour plusieurs classes, au sein de l'établissement. On notera en particulier que, dans un tel cas, il n'est pas indifférent, pour les acteurs de la relation didactique, et du point de vue de l'effet d'objectivation qui s'y produit, que l'épreuve soit corrigée par l'enseignant lui-même, ou par un *autre* enseignant.

Plus largement, tout un ensemble de signes doivent être notés, dont nous pourrions spontanément méconnaître la signification à cet égard. Le caractère public des examens, la publication du texte des épreuves, l'information - voire, en certains cas, l'analyse - qu'en présente la presse, tout cela participe d'un même mouvement d'objectivation. On voit même des concours se mettre en place de manière apparemment gratuite, comme il en va traditionnellement du concours général, et aujourd'hui des olympiades de mathématiques, de chimie, etc. On voit, encore, des professeurs pousser leurs élèves à se mesurer à tel ou tel examen, etc.

Mais c'est peut-être dans le système français des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques que de tels dispositifs sont les plus visibles. Non seulement les concours sont au bout de la piste, mais, tout au long de la préparation, l'objectivation s'y opère par le moyen des *colles*. D'autres professeurs de l'établissement et, souvent, des colleurs *extérieurs*, venant d'autres établissements, de l'Université, etc., raccordent de manière continue l'intérieur de la classe à son extérieur.

J'ai décrit ailleurs (6), sommairement, quelques-uns des effets didactiques d'un tel dispositif, lointain héritier du système des *répétitions* - effectuées sous la conduite d'un *répétiteur* -, système mis en place à partir de la fin du XVII^e siècle et dont le nom, significativement, nous vient du latin *repetere*, "redemander". De la même façon, les leçons particulières d'aujourd'hui - comme le préceptorat d'autrefois, lorsqu'il prenait place *à côté* du collège - sont *d'abord* un dispositif qui permet à l'élève d'engager le travail d'objectivation de son rapport au savoir.

## 12. Evanouissement de l'enfance et montee de l'adultisme

On voit ainsi comment l'analyse du système d'enseignement permet de porter à la lumière un *besoin du système*. Ce besoin est lié à la *contrainte* d'objectivation de la relation didactique et des savoirs enseignés qui s'y trouvent engagés. Dans le cas des mathématiques, cette objectivation doit se faire, en outre, sous la contrainte actuelle *d'absence d'écho* des mathématiques dans la culture courante.

La satisfaction de ce besoin - comme de beaucoup d'autres que j'aurais pu choisir d'examiner - est à la charge du système d'enseignement et de ses *agents*.

Voilà donc à quoi les futurs enseignants seront confrontés. Voilà, aussi, ce qui doit être pris en compte pour définir leurs besoins en formation.

Mais, entre les *besoins du système* et les *besoins en formation des enseignants*, il faut introduire, si je puis dire, une variable intermédiaire: soit ce que j'ai appelé les *formes de développement* du système d'enseignement, qui détermineront les places et les tâches, leur forme et leur substance.

L'état actuel des choses, c'est que le rapport de l'enseigné au savoir enseigné émerge essentiellement dans l'assujettissement à un type *unique* de système didactique, celui de la classe; que la mise en fonctionnement de ce rapport à l'intérieur d'*autres* types de systèmes didactiques (celui que forme le candidat et son examinateur, par exemple) tend à être regardée comme marginale, et demeure encore non systématiquement pensée; et que les agents - réellement polyvalents - du système d'enseignement sont désignés restrictivement comme enseignants, l'enseignement (sous-entendu: dans le

6. Yves Chevallard, "L'univers didactique et ses objets: fonctionnement et dysfonctionnements", *Interactions didactiques*, 9, pp.9-36.

cadre de la classe) étant la forme d'intervention qui tend à faire apparaître tout le reste (toutes les autres tâches possibles) comme... un reste. Bref, le système d'enseignement est insuffisamment reconnu *comme système.*

Pourtant, même dans la situation actuelle, la reconnaissance des différentes fonctions du système doit être accomplie par l'enseignant, quand il n'accomplirait pas lui-même les tâches correspondantes, ou ne les accomplirait qu'erratiquement. Et c'est là que nous retrouvons la question de la professionnalisation hâtive.

Celle-ci, ai-je noté, enferme le futur enseignant dans un geste unique, précipitamment adopté, celui de l'enseignement au sens restreint du terme. L'enseignant, alors, n'est pas enseignant au sens où il serait l'agent d'un *système* d'enseignement, mais uniquement - ou presque - au sens où il sera l'enseignant-dans-la-classe. Son rapport personnel au savoir à enseigner est orienté par une problématique unique, celle du savoir comme *à-enseigner-personnellement.*

La chose est certainement plus frappante s'agissant des élèves-instituteurs d'aujourd'hui. Voici donc des adultes, jeunes et moins jeunes, dont beaucoup ont vu sortir les mathématiques de leur champ de conscience plusieurs années auparavant, cinq ans, dix ans, vingt ans même pour certains. Les mathématiques n'existent plus guère pour eux qu'à titre de souvenir. (On retrouve ici le fait que la seule expérience des mathématiques que chacun soit assuré de faire est une expérience *scolaire.*) Et les voilà tout à coup, comme en un mauvais rêve, confrontés à nouveau aux mathématiques ! Demain, ils devront les enseigner, ou feindre de le faire; ils devront en répéter les rites avec une assurance au moins feinte. Bientôt, ils n'auront de cesse qu'ils n'aient repéré ces rites, qu'ils ne les aient mis à leur main, qu'ils ne s'y soient enfermés durablement, comme pour exorciser l'incertitude et le doute.

Ils souffrent d'un désir de maîtrise que leur transmettent l'institution scolaire et ses représentations culturelles. Les mathématiques n'étaient pas un problème dans leur vie d'adulte hier, si elles le furent autrefois. Elles ne le seront pas davantage demain. L'affaire est entendue.

La difficulté de former des adultes, c'est d'abord que les adultes souffrent d'*adultisme*. Un adulte, en ce sens, c'est quelqu'un qui ne peut plus rien apprendre, parce qu'il ne peut plus douter, et qu'il n'a plus guère le droit de ne pas savoir. Il a, sur tout, des *opinions*, ou bien s'épargne l'obligation d'en avoir en scotomisant la réalité sur laquelle elles devraient porter. Il est celui à qui il devient très difficile de dire tout simplement: "Je ne sais pas, quoi que cela me paraisse important". Ou bien il saura, ou bien cela lui paraîtra sans importance. L'adulte se cuirasse de certitude et de maîtrise.

Dans le cas qui nous occupe, cet adultisme se nourrit d'un repoussoir - *l'enfant.* (Il m'arrive d'entendre des enseignants désigner comme enfants des élèves majeurs.) Pour que l'adulte existe, il faut que l'enfant existe. Le processus d'enfermement dans une prétendue maîtrise - identifiée à quelques gestes - du savoir à enseigner se double significativement de tout une rhétorique sur l'enfant. (La psychologie piagetienne est, à cet égard, *fondamentalement adultiste.*)

*Mais l'enfant est une réalité qui disparaît* (7). Même les jeunes élèves sont frappés d'adultisme; ils ont tôt fait, aujourd'hui, de se comporter, à leur

---

7. Je renvoie sur ce thème (à propos notamment du rôle de la télévision dans l'émergence de l'enfant-adulte contemporain) à l'étude de Joshua Meyrowitz, "L'enfant adulte et l'adulte enfant", *Le temps de la réflexion*, VI (*Le passé et son avenir, essais sur la tradition et l'enseignement*), Gallimard, Paris, 1985, pp.251-279.

manière, en petits messieurs et en petites dames. Cette évolution, qui apparaît de façon incontournable en toutes les classes sociales avec les générations de la télévision, fait surgir pour l'enseignant tout un registre de difficultés nouvelles.

L'adulte a une intégrité à défendre - y compris, et peut-être surtout, face aux savoirs. L'adulte ne peut plus apprendre, et même désapprend. L'enfant, tel que nous l'avons connu en Occident depuis environ le XVIe siècle (8), a été une construction sociale et culturelle congrue aux besoins historiques du développement de nos sociétés, dans lesquelles il est apparu vital que l'on puisse apprendre, que l'on fasse jouer à plein notre qualité de néotènes.

Or nous voici aujourd'hui face à un paradoxe historique. Les besoins de nos sociétés contemporaines poussent à une augmentation sensible de la durée moyenne des études. Pour cela, l'état d'enfance devrait s'allonger aussi, et nous voyons en effet apparaître cet état d'enfance prolongée qui se concrétise dans l'adulte-enfant. Mais l'enfant lui-même est, bien plus tôt qu'autrefois, frappé d'adultisme - quel que soit le modèle d'adulte qu'il rejoint ainsi à grande allure - et toujours défend une intégrité précocement installée, je dirai même *indurée*. Il se corsète très vite aujourd'hui dans des assurances qui autrefois demeuraient l'apanage de l'âge mûr.

## 13. Vers une nouvelle episteme ?

La formation des élèves-instituteurs se heurte nécessairement à ce barrage de l'adultisme contemporain. Mais on voit ici qu'il s'agit d'un mouvement de grande ampleur, peut-être irréversible ou, du moins, de longue durée.

C'est en ce point de notre analyse que se donne à voir un besoin nouveau de nos sociétés et de son Ecole: qu'il y ait, dans la culture, émergence d'une réalité qui, fonctionnellement, reprenne le rôle qu'a joué longtemps la notion d'enfance, qui nous permette de reconnaître et d'assumer nos manques, de prétendre les combler, et de toujours renaître de l'expérience vécue, non contournée, de notre ignorance et de notre incapacité dans un monde qui bouge.

La situation présente n'est pas propre à rendre optimiste. L'adultisme stérilise en partie le long effort de formation initiale que les jeunes générations sont appelées à fournir; le manque d'enseignants, qui en résulte en partie, conduit à tenter de combler ce déficit par l'appel à des adultes, ayant par exemple une "expérience professionnelle" - ce en quoi un monde fou d'adultisme tend à voir un bien intrinsèque. Les formations proposées sont courtes, au regard du long passé des formés. La situation ainsi créée tend objectivement à faire que les questions vives de l'Ecole et de la société soient contournées, ou ignorées, plutôt qu'affrontées.

Comment sortirons-nous de cette situation ? C'est évidemment là une question à laquelle personne, je crois, ne saurait répondre. Peut-être n'en sortirons-nous pas. Toute civilisation, on nous l'a dit et répété, est mortelle. Ce serait pour notre civilisation une manière tout à fait plausible de s'effondrer, que d'imploser par impossibilité de répondre aux besoins de formation de ses acteurs. L'hypothèse est au moins aussi vraisemblable que l'apocalypse nucléaire ou la pollution généralisée (encore qu'une conjonction ne puisse être exclue).

---

8. Voir Philippe Ariès, *L'enfant et la vie familiale sous l'Ancien Régime*, Plon, Paris, 1960.

Je risquerai pourtant une réponse à une question voisine. Comment *pourrions-nous* sortir de cette situation ? Ou, mieux: comment *se pourrait-il* que nous (nous) en sortions ?

Je crois qu'un substitut à l'ancienne notion d'enfance - devenue caduque - pourrait être une notion associée culturellement aux notions de *question* ou de *problème* à résoudre, et de *recherche* à conduire.

L'intuition culturelle n'est pas neuve. Au cours des décennies passées, beaucoup de gens ont eu recours à ce complexe de notions, attesté par l'emploi - nécessairement vague, et souvent fade au goût du chercheur de métier - d'expressions telles "faire une recherche", "être en recherche", "se poser des questions sur", etc. De la même façon que le fait d'être un enfant "explique" culturellement que l'on apprenne, que l'on ait besoin d'apprendre, que l'on soit *en train d'apprendre*, le fait d'être engagé dans une recherche, de s'affronter à une difficulté, de s'essayer à résoudre un problème, justifie culturellement que l'on apprenne - que l'on apprenne des choses dont l'apprentissage serait autrement réservées, culturellement, aux enfants.

Il y aurait là une autre manière, culturellement acceptable, d'assumer le fait de ne pas savoir, de ne pas savoir faire, et de se livrer à l'appprentissage afin de savoir et de savoir faire. L'apprentissage ne serait plus un stigmate de l'enfance. Il cesserait, culturellement, d'être associé à la seule notion d'enfance, *beaucoup trop étroite aujourd'hui par rapport à nos besoins sociaux d'apprentissage.* On pourrait accepter d'apprendre tardivement, d'apprendre sur le tard, d'apprendre les mathématiques ou l'anglais à cinquante ans sonnés, etc. (9).

C'est ici que nous retrouvons les mathématiques. Beaucoup de savoirs se présentent culturellement comme *cumulatifs*, propres à augmenter le sentiment de maîtrise de qui entreprend leur étude, plutôt qu'à mettre en cause l'assurance de qui s'y livre. C'est ainsi par exemple que peut encore s'apprendre l'histoire - même si ce n'est évidemment pas en cette façon que la pratiquent les historiens, qui parleraient plutôt de *recherche* historique.

Or c'est tout autrement que se présentent, culturellement, aujourd'hui et depuis les Grecs, les mathématiques. L'expérience qu'elles procurent est beaucoup plus immédiatement une expérience de déroute de nos certitudes, de mise à l'épreuve de notre finitude (10). Par deux points passe une droite et une seule. Jusque-là, je suis. Mais comment prouver, à partir de là, que deux droites distinctes, qui se coupent, se coupent en un seul point ?

On comprend que l'expérience mathématique et l'adultisme culturel soient aux antipodes l'un de l'autre; et que les Grecs aient fait des mathématiques la propédeutique de la philosophie, le point d'entrée privilégié en une culture de l'entêtement épistémologique, où l'on ne saurait se contenter de réponses de première prise ou d'un évitement, bavard ou méprisant, de la

9. Les remarques sur l'adultisme et la capacité psychologique et culturelle d'apprendre doivent être affinées en fonction des positions de l'individu dans la société - selon la classe sociale, selon que l'on est un homme ou une femme, selon que l'on est dans la force de l'âge ou que l'on est entré dans le troisième âge, etc. Ainsi, le succès des universités du troisième âge ne va pas contre l'analyse développée ici, mais la confirme - la personne dite âgée se situant au-delà de l'adultisme; de la même façon, les *beurettes* réussissent mieux à l'école que les *beurs*, etc.

10. Cette différence entre les mathématiques et les autres disciplines ne s'enracine pas essentiellement dans des propriétés *intrinsèques* des disciplines enseignées; elle provient d'abord d'un certain traitement différentiel que la culture et le système d'enseignement leur appliquent: on peut imaginer tout aussi bien un traitement cumulatif, sur le modèle des savoirs d'érudition, des mathématiques. Mais l'accès à la structure *problématique* des mathématiques est beaucoup plus immédiat.

question proposée.

Dans le processus de conversion de nos sociétés comme dans la formation de l'individu, les mathématiques ont sans doute un rôle tout à la fois de *paradigme* et d'*archétype* à jouer (11), même s'il convient ensuite de travailler - au niveau de l'individu comme au niveau de la culture - pour étendre à d'autres domaines, qui lui sont moins facilement ouverts, cette problématique du questionnement, de la réponse cherchée longuement, qui se refuse d'abord, se tient peut-être durablement hors de portée, et qui, une fois trouvée, doit encore être validée avec exigence et profondeur.

En ce sens, on pourra dire que *tout pourrait recommencer avec les mathématiques*, même s'il ne peut s'agir là que d'un principe structurant de la formation de l'individu, propre à éveiller une certaine attention exigente au réel, et capable d'être le point d'appui privilégié d'une nouvelle *épistémè* culturelle.

## 14. Recherche, developpement, formation

C'est dans cette nouvelle *épistémè* qu'il nous faut, je crois, commencer de penser et de faire vivre la formation des enseignants. C'est dans cette perspective épistémologique qu'il faut aider les futurs enseignants à se situer.

Alors qu'aujourd'hui, dans la noosphère (ou du moins dans les parties de la noosphère les plus soumises à l'*épistémè* dominante, celle des textes officiels), le vocabulaire en usage gravite autour de l'idée de *réflexion*, laquelle semble être l'indépassable apogée de la gestion administrative des choses de l'enseignement (les commissions ministérielles sont quasiment toujours des "commissions de réflexion"), il convient de substituer à la simple réflexion la notion de *problème*.

On l'a vu, le *problème* de la *formation des enseignants* ne peut se poser indépendamment du *problème* des *formes de développement* du système d'enseignement, et celui-ci comme celui-là ne peuvent être correctement posés que par l'examen d'une série de *problèmes de didactique*, dont j'ai voulu donner ici un exemple, le problème de l'objectivation de la relation didactique et des savoirs enseignés.

Dans cette perspective, le rapprochement entre la situation de la recherche *en mathématiques* et celle de la recherche *en didactique* est plus qu'éclairant.

Permettez-moi de donner d'abord une citation empruntée à une description des relations actuelles entre recherche *fondamentale* en mathématiques et développement industriel. "Les mathématiques, a pu écrire récemment Yves Rouchaleau (12), mettent en évidence les problèmes intrinsèquement difficiles: ces derniers sont incontournables et réapparaissent souvent. Or, il est important de savoir les reconnaître dans une application potentielle. Il existe parfois des objections mathématiques fondamentales aux désirs de l'industrie".

Changeons quelques mots, nous obtenons ceci: "La *didactique* met en évidence les problèmes intrinsèquement difficiles: ces derniers sont

---

11. "Est paradigme ce que l'on montre à titre d'exemple, ce à quoi on se réfère comme à ce qui exemplifie une règle et peut donc servir de modèle. En tant que modèle concret devant guider une activité humaine et lui servir de repère, le paradigme se distingue de l'archétype, qui suggère l'idée d'une priorité ontologique originelle." (PARADIGME, *philosophie*, Thesaurus de l'*Encyclopaedia universalis*, 1985, p.2229 b).

12. "Recherches fondamentales et industrie: des exemples", *Encyclopaedia Universalis*, Universalia 1989, p.311.

incontournables et réapparaissent souvent. Or, il est important de savoir les reconnaître dans une application potentielle. Il existe parfois des objections *didactiques* fondamentales aux désirs de la *noosphère*".

Il me semble qu'on obtient là un énoncé dont la vérité est éclatante pour quiconque connaît les résultats, accumulés depuis deux décennies, de la recherche en didactique des mathématiques.

Cet énoncé doit d'ailleurs être complété: car, à l'inverse, la noosphère, ou telle ou telle de ses parties, refuse parfois des applications potentielles (pour reprendre l'expression de l'auteur cité) contre lesquelles *il n'existe pas d'objection didactique fondamentale.*

J'en donnerai ici un bref exemple, que j'emprunte à mon expérience propre.

Lorsque, en 1986, fut mis en place le nouveau concours de recrutement des élèves-instituteurs, je fus appelé à prendre part à son organisation. Considérant que la première urgence était de passer contrat avec les candidats potentiels à propos de ce qu'il serait attendu d'eux, je proposai alors que l'épreuve de mathématiques comporte deux parties. L'une serait un problème à la manière habituelle (13). L'autre prendrait une forme moins usuelle. Je la décrirai ainsi: il s'agissait de constituer, et de rendre publique longtemps avant le concours, une assez longue liste d'exercices (la liste publiée comportait 80 exercices), de laquelle un certain nombre d'exercices, choisis par tirage au hasard, seraient extraits, *sans aucune modification*, pour être soumis à la sagacité des candidats dans le cadre de l'épreuve de mathématiques.

Volontairement, j'arrête là ma description. On imagine bien qu'un tel dispositif suscita spontanément le verdict d'incitation au bachotage, et fut même suspecté d'abord d'encourager les candidats à apprendre par coeur les exercices et leur solution.

Pourtant, il ne me fut pas difficile de convaincre mes collègues engagés dans l'organisation du concours qu'il n'en serait rien. De la même façon je pus gagner à ma proposition le chef de la MAFPEN, qui chapeautait toute l'affaire.

Dans tous les cas, mon argument principal consista à leur mettre sous le nez la liste des exercices, tout en leur indiquant les *fonctions didactiques* assignées à ce dispositif. Etant tous mathématiciens, ils n'eurent, pour voir tomber aussitôt leurs préventions, qu'à jeter un coup d'oeil sur les exercices retenus, ainsi que vous pouvez le faire vous-même (14).

Le concours se passa donc comme que je l'avais proposé. Les membres du jury se déclarèrent agréablement surpris des effets du dispositif mis en place: il apparut que celui-ci avait permis de formuler un contrat aisément décodable, bien reçu et bien accepté des candidats. Il était prévu qu'il serait reconduit les années suivantes, un tiers des exercices environ étant renouvelé chaque année (15).

L'année d'après, pourtant, nous vîmes arriver un nouveau chef de MAFPEN, non mathématicien celui-là, et au demeurant peu enclin à se soucier de ce genre de détail. J'appris par hasard que la forme de l'épreuve était modifiée - normalisée, si l'on veut.

---

13. Je proposai en réalité, pour cette partie, une forme légèrement inhabituelle, qui imposait au candidat de fournir un effort pour suivre le texte d'un dialogue mathématique (imaginaire), avant et afin de pouvoir répondre aux questions posées. Cette modification ne fut pas retenue. (Voir l'annexe 1.)

14. Voir, ci-après, l'annexe 2.

15. Toutes les parties du programme officiel du concours n'étaient pas représentées dans la liste publiée. Une rotation devait être réalisée sur un cyle de trois ans.

On me fit valoir oralement - sur ma demande expresse - que les fonctionnaires chargés de recevoir les inscriptions au concours auraient rechigné à augmenter le nombre des pièces qu'ils devaient remettre aux candidats, que les candidats étaient d'ailleurs inégaux devant cette forme d'épreuve, que...

Il est clair, dans ce cas, que ceux qui avaient pris la décision n'étaient pas spécifiquement en cause. Ils réagissaient comme l'aurait fait quiconque, dans la noosphère, *sans autre formation et sans autre information,* aurait eu à connaître de ce type d'affaire.

Le concours de recrutement en question n'était pour eux qu'un concours de recrutement, précisément, et réduit à ses rites. Son rôle actif dans la *redéfinition de la problématique* du rapport aux mathématiques attendu des candidats, et donc dans l'évolution de l'institution et de sa culture, sa fonction d'*objectivation* culturelle, ses effets de *mise en visibilité* de l'institution par rapport à la société, son action possible sur le *rapport culturel aux mathématiques,* tout cela se trouvait ignoré. Le concours n'était pas vu comme un moyen essentiel de *développement* du système d'enseignement et de la société.

On retrouve là ce caractère global que prend nécessairement toute question et toute entreprise de développement, qui implique notamment que les agents du système, à quelque niveau de responsabilité qu'ils se situent, acquièrent la capacité d'entretenir des relations *différenciées* avec le système d'enseignement, et puissent venir occuper - au moins fictivement - les différentes places qui s'y trouvent définies.

On notera que, fréquemment, les responsables et les décideurs n'ont, de ce point de vue, *aucune formation préalable,* et que la seule formation qui leur soit accessible est précisément une formation acquise *sur le tas* (16).

La question de la formation d'une catégorie d'agents, quelle qu'elle soit, est donc solidaire de la question des *conditions et des formes* du développement du système d'enseignement. Cette question, à son tour, renvoie à la question du débat démocratique et nous rappelle la nécessité de ce que j'appellerai une *coéducation démocratique* de tous ceux qui concourent, ou devraient concourir, au développement.

Cette coéducation nécessaire, c'est le moins qu'on puisse dire, souffre aujourd'hui de graves déficits. Elle manque d'énergies et elle manque de *lieux.*

Je suis heureux pourtant d'avoir pu tenter d'y apporter, aussi peu que ce soit, ma contribution, en usant de ce lieu privilégié qu'est votre colloque annuel, dont l'existence doit tout à votre énergie.

En concluant sur cette remarque, j'ai conscience de laisser ouvert le problème des besoins professionnels, en mathématiques, des élèves-instituteurs d'aujourd'hui.

Je me contenterai donc de faire observer que c'est là un problème qu'il fallait d'abord essayer de *poser.* C'est ce que j'ai voulu commencer de faire. Je l'ai fait très imparfaitement sans doute, et surtout - nécessairement - très partiellement encore.

Car la question proposée n'est pas de celles qui se satisfont d'une

16. Il s'agit là d'un aspect essentiel du problème de la formation dans le monde contemporain, que j'évoquais plus haut en parlant de la possibilité d'effondrement par implosion de nos sociétés. La vie sociale d'aujourd'hui met en jeu des systèmes de plus en plus complexes, et l'insuffisance de formation concerne aussi bien - et, à certains égards, surtout -, les responsables aux plus hauts niveaux, et en particulier les gouvernants eux-mêmes.

réponse déterminée. Elle nous ouvre un *champ de recherche* et nous engage à ouvrir des voies au développement du système éducatif.

# *ANNEXE 1*

# Concours de recrutement d'élèves-Instituteurs

session de 1986
Epreuves d'admissibilité

## MATHEMATIQUES

Le candidat devra lire soigneusement le dialogue mathématique (partie gauche) qui donne leur signification et leur pertinence aux questions proposées (partie droite). De nombreuses questions - y compris parmi les dernières - peuvent être traitées de manière indépendante (même si leur compréhension suppose la lecture du dialogue).

## Première leçon

......

P. Considérons un carré ABCD, de centre O. On désigne par A' le milieu de [AB], par B' le milieu de [BC], par C' le milieu de [CD], par D' le milieu de [DA]. On voit alors que le quadrilatère A'B'C'D' a tout à fait l'air d'être, lui aussi, un carré...

E. Est-ce vraiment un carré ?

P. Eh bien, refaites la figure, vous trouverez toujours un carré.

E. Pour le démontrer ?...

P. Je vais vous guider. Soit a la mesure du côté du carré de départ: AB = BC = CD = DA = a. Considérez le triangle D'AA' et appliquez-lui le théorème de Pythagore (c'est possible puisqu'il est rectangle en A). Vous trouverez aisément que D'A' = $a\sqrt{2}/2$. Vous trouveriez la même valeur pour A'B', B'C' et C'D'. Le quadrilatère A'B'C'D' a donc ses quatre côtés égaux.

E. Et c'est donc un carré!

P. Croyez-vous ?...

E. Non, j'ai dit une bêtise! Bien sûr.

P. En effet. Passons. Nous allons montrer maintenant que ce quadrilatère qui a ses 4 côtés égaux possède en outre un angle droit. Prenons par exemple l'angle D'A'B'.

E. On peut à nouveau utiliser le théorème de Pythagore.

P. Oui, c'est vrai. Ou du moins la réciproque du théorème de Pythagore. Eh bien, je vois que vous avez compris; je vous le laisserai faire seul.

......

E. Quatre côtés égaux et un angle droit... Est-ce que ça suffit pour démontrer que A'B'C'D' est un carré ?

P. Je vois que maintenant vous vous méfiez! Mais rassurez-vous, ça suffit. En fait, ici, on n'a nullement besoin de cela: nous venons d'établir que l'angle D'A'B' est droit; mais la même méthode permet d'établir que les trois autres angles le sont aussi.

1. Démontrer que l'on a:
   D'A' = A'B' = B'C' = C'D' = $a\sqrt{2}/2$.

2. Indiquer comment construire un quadrilatère ayant ses 4 côtés égaux et un angle de 60 degrés.

3. En vérifiant la relation de Pythagore dans le triangle D'A'B', montrer que l'angle D'A'B' est droit.

4. Démontrer qu'un quadrilatère ayant 4 côtés égaux et un angle droit est un carré.

E. Donc A'B'C'D' est un carré. Est-ce qu'on aurait le même résultat si, au lieu d'un carré ABCD, on avait pris un rectangle ?

P. Un rectangle qui ne soit pas un carré... Nous allons voir. Mais avant, une remarque. L'aire du carré A'B'C'D' est la moitié de l'aire du carré ABCD. Cette observation permet de construire un carré dont l'aire soit la moitié de l'aire d'un carré donné, ce qui a priori ne va pas de soi. En considérant le quadrilatère AA'C'D par exemple, vous avez bien une aire moitié, mais le quadrilatère en question est un rectangle, pas un carré... On peut aussi en déduire une méthode pour construire un carré d'aire double de celle d'un carré donné.

......

E. Si donc nous partons d'un rectangle ABCD...

P. Oui. Eh bien faites-le, en prenant par exemple AB > BC.

E. Manifestement, on n'obtient pas un carré. Plutôt un losange...

P. C'est-à-dire un quadrilatère ayant ses quatre côtés égaux! Mais là il semble bien qu'il n'y ait plus d'angle droit: ce losange n'est pas un carré.

E. La méthode déjà employée permet bien sûr de démontrer que les quatre côtés sont égaux. Comment montrer que les angles ne sont pas droits ?

P. Vous pensez qu'ils ne seront jamais droits ?

E. Sauf bien sûr si le rectangle est un carré. Mais si c'est un vrai rectangle, il me paraît clair que le losange sera d'autant plus aplati que le rectangle est plus "long", et donc que l'angle D'A'B' par exemple sera d'autant grand que la longueur du rectangle sera plus grande.

P. Bon. Donc vous conjecturez que le losange ne sera jamais un carré - sauf si le rectangle de départ est lui-même un carré.

E. C'est ça.

P. Bon, allons-y. Désignons par a la mesure des côtés [DA] et [BC], et par a+x la mesure des côtés [AB] et [CD], x étant positif. Pour que l'angle D'A'B' soit droit, il est nécessaire et suffisant que la somme des carrés de D'A' et A'B' soit égale au carré de D'B'. La somme $D'A'^2 + A'B'^2$ est une fontion de x; appelons-la f(x). Même remarque en ce qui concerne $D'B'^2$, que nous désignerons par g(x). Il suffit donc d'établir que l'égalité f(x) = g(x) n'est jamais vraie, sauf évidemment si x = 0.

5. a) Indiquer une méthode de construction d'un carré d'aire moitié de celle d'un carré donné.
b) Indiquer une méthode de construction d'un carré d'aire double de celle d'un carré donné.

6. Donner l'expression de f(x) et de g(x).

......

E. On arrive à une équation du second degré en x.
P. En effet. Et alors ?
E. Je m'attendais évidemment à trouver pour solution $x = 0$, mais pas la seconde racine.
P. Autrement dit, ce qui vous gêne, c'est que cette seconde racine pourrait contredire votre conjecture.
E. C'est ça.

......

E. Non... En fait, ça va, c'est une valeur à éliminer, qui n'a pas de signification.
P. A éliminer d'accord. Qui n'a pas de signification, c'est vite dit. Enfin passons. Quand on part d'un rectangle qui n'est pas un carré on aboutit à un losange qui n'est pas un carré.
E. Voilà.
P. Si nous partions maintenant d'un losange. Du carré, on garde les quatre côtés égaux, mais plus les angles droits. Que se passe-t-il alors ? Que devient le quadrilatère A'B'C'D' ?

......

E. On obtient un rectangle.
P. Exact. Mais pourriez-vous le démontrer ?
E. ...
P. Je suppose que vous essayez la technique déjà utilisée: Pythagore. Mais voilà! Nous avons perdu nos angles droits, et ça ne marche plus... Alors ?
E. Je ne vois pas.
P. Eh bien je vais vous aider. Je vous rappelle deux faits. D'abord, une propriété que vous avez étudiée autrefois: dans tout triangle ABC, si M et N sont les milieux des côtés [AB] et [AC], la droite (MN) est parallèle à (BC) et on a $MN = BC/2$. Ensuite, quelque chose que vous n'ignorez sans doute pas: dans un losange, les diagonales se coupent à angle droit. Avec ça...
E. D'accord; je crois que j'ai compris.

......

P. Très bien! Mais notre séance se termine. Je vous propose donc de regarder la chose suivante - dont nous reparlerons la prochaine fois. Si au lieu de partir d'un quadrilatère "particulier", comme un rectangle ou un losange, vous partez d'un quadrilatère quelconque, si vous prenez les milieux de ses côtés, comme on l'a fait jusqu'ici, vous obtenez quelque chose de remarquable: le quadrilatère A'B'C'D', ici, n'est pas lui-même quelconque! Vous verrez

7. Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$. Pourquoi peut-on ignorer la racine non nulle de cette équation ?

8. Donner une interprétation de la racine non nulle de l'équation $f(x) = g(x)$.

9. Démontrer que, dans le quadrilatère A'B'C'D', les côtés opposés sont parallèles et ont même mesure.

10. Déduire de ce qui précède que A'B'C'D' est un rectangle.

aisément que c'est un parallélogramme. C'est là un phénomène qui semble avoir été observé pour la première fois par un mathématicien français, Pierre Varignon (1654-1722). A vous de voir, et de démontrer! Autant vous le dire tout de suite, vous disposez maintenant de tout ce qu'il faut pour ça.

11. Démontrer que si ABCD est un quadrilatère quelconque, A'B'C'D' est un parallélogramme.

Deuxième leçon

P. Alors, avez-vous trouvé ?
E. Oui, c'était facile avec la technique déjà employée quand ABCD est un losange.
P. En effet.
E. Mais en réfléchissant sur ce que nous avions fait, j'ai buté sur une difficulté.
P. Oui ?
E. C'est à propos de f(x) et de g(x). On a la somme des mesures des deux côtés D'A' et A'B', c'est f(x), et puis g(x), c'est D'B'. Or géométriquement on devrait avoir D'A'+D'B' > D'B', d'après l'inégalité triangulaire appliquée au triangle D'A'B'. Pourtant quand on compare les expressions de f(x) et de g(x) on voit tout de suite que, sauf évidemment pour $x = 0$, on a au contraire $f(x) < g(x)$.

12. Démontrer que, pour $x > 0$, $f(x) < g(x)$.

P. ...
E. Vous voyez ce que je veux dire ?
P. Je commence à voir... Je vois surtout votre erreur: f(x), ça n'est pas D'A'+A'B', mais $D'A'^2+A'B'^2$; et de même, g(x) c'est $D'B'^2$, et non D'B'.
E. Ah oui. D'accord. Mais ça ne fait rien!
P. Pas du tout. Vous avez trois nombres, D'A', A'B', D'B'. Appelons-les respectivement u, v et w. Vous savez qu'ici vous devez avoir, à cause de l'inégalité triangulaire, $u+v>w$ (c'est l'inégalité triangulaire); et vous vous étonnez parce que vous avez en même temps $u^2+v^2 < w^2$. Vous pensez donc que, étant trois nombres positifs u, v et w, on ne peut avoir à la fois $u+v > w$ et $u^2+v^2 < w^2$.
E. Oui, voilà.
P. Eh bien c'est inexact, il est facile de le vérifier sur un exemple. Et il ne serait pas plus exact de dire, à

l'inverse, que si $u+v > w$, alors nécessairement $u^2+v^2 < w^2$. Vous pouvez le vérifier vous-même... En réalité, les deux inégalités considérées équivalent à une double inégalité, à savoir $\sqrt{u^2+v^2} < w < u+v$ (les nombres u, v et w étant bien entendu positifs). Pour montrer que ce système d'inégalités a des solutions en w, pour u et v donnés, il suffit d'observer que, pour u et v positifs, on a toujours $\sqrt{u^2+v^2} < u+v$.

......

E. Bon, je suis d'accord. Mais pourquoi, dans le cas considéré, est-on précisément dans la situation où $u+v > w$ et $u^2+v^2 < w^2$?

P. Très simple. Revenons donc au cas où ABCD est un rectangle. Tracez le demi-cercle de diamètre [D'B'] contenu dans le demi-plan limité par (D'B') qui contient A et B. La droite (OA') coupe ce demi-cercle en I. En examinant la figure obtenue, vous verrez rapidement que l'on a toujours: $D'A'^2 + A'B'^2 < D'B'^2$, sauf bien sûr si $x = 0$, c'est-à-dire si $I = A'$.

E. J'ai compris. Mais que fait-on aujourd'hui ?

P. Eh bien je vous propose de faire varier la figure de la dernière fois, mais autrement. On conserve le carré ABCD. Mais au lieu de prendre A' au milieu de [AB], on prend A' sur [AB] tel que $AA' = x$, où x est un nombre positif et inférieur à a. Et de même, B' est le point de [BC] tel que $BB' = x$, etc. Faites la figure. Qu'observez-vous ?

......

E. On retrouve un carré!

P. Voilà. Eh bien, démontrez-le.

E. On peut utiliser Pythagore encore une fois.

P. Pour faire quoi, au juste ?

E. Pour démontrer d'abord que les côtés de A'B'C'D' sont égaux; puis que les angles sont droits. En considérant par exemple le triangle D'A'B', puisqu'on peut calculer $D'A'^2$ et $A'B'^2$, on peut vérifier comme la dernière fois la relation de Pythagore pour ce triangle.

P. A ceci près que la dernière fois, l'hypoténuse [D'B'] avait pour mesure tout simplement a. Ici il n'en est plus ainsi. Mais je ne doute pas que vous sachiez combler cette lacune...

E. Oui, moi non plus. Mais je pense qu'on pourrait aussi démontrer autrement.

P. Ah bon!

13. a) Donner trois nombres positifs u, v, w tels que $u+v > w$ et $u^2+v^2 < w^2$.
b) Donner trois nombres positifs u, v, w tels que $u+v > w$ et $u^2+v^2 > w^2$.

14. Montrer que, pour u et $v > 0$, on a: $\sqrt{u^2+v^2} < u+v$.

15. Redémontrer par cette méthode que $D'A'^2 + A'B'^2 < D'B'^2$ lorsque $x > 0$.

---

16. Déterminer l'expression de $D'A'^2$ et de $A'B'^2$ en fonction de x.

17. Déterminer l'expression de $D'B'^2$ en fonction de x et vérifier que $D'A'^2 + A'B'^2 = D'B'^2$.

E. Oui. Il suffit d'observer que les angles AA'D' et B'A'B sont complémentaires. Il en résulte que l'angle D'A'B' est droit.
P. D'accord. Mais comment démontrer que ces angles sont complémentaires ?
E. C'est clair.
P. Ouais... Tenez, je vous suggère ceci. Appelons U et V leur mesure (en radians). Il est facile de voir que l'on a $\sin U = \cos V$. Et comme U et V sont compris entre 0 et $\pi/2$, il en résulte que $U+V = \pi/2$.
E. D'accord.
P. Bon, avançons. On obtient un carré A'B'C'D'. Son aire dépend de x, c'est une fonction de x; notons-la h(x). Vous voyez que $h(0)= a^2$, et de même $h(a) = a^2$. Par conséquent h n'est pas une fonction croissante. Que se passe-t-il à votre avis quand x croît, de 0 à a ?
E. ...
P. Je vous aide. Il faut d'abord obtenir l'expression de h en fonction de x. Allez-y.
......
P. Ceci fait, vous voyez que $h(a-x) = h(x)$. Cela signifie que h prend la même valeur pour deux valeurs de x symétriques par rapport à a/2. Dans un cas comme ça, on a avantage à faire un changement de variable $x = a/2 + X$. La variable X varie entre $-a/2$ et $a/2$. L'aire est alors une certaine fonction H(X) de la variable X. Sur l'expression développée de H, vous devez voir clairement ceci: l'aire atteint un minimum pour $X = 0$, soit lorsque x vaut a/2.
......
E. On retrouve alors le carré A'B'C'D' qu'on avait étudié au début.
P. C'est ça. Et le minimum de l'aire est donc $a^2/2$. Eh bien, posons maintenant $x = ra$, où r est un nombre donné, compris entre 0 et 1. Alors l'aire h(x) s'écrit sous la forme P(r)a , où P est un polynôme en r. Vous pourriez étudier la fonction $y = P(r)$. Vous trouveriez, bien entendu, qu'elle atteint un minimum en 1/2, et que ce minimum lui-même vaut 1/2. P(r) est donc compris entre 1/2 et 1. Si r est différent de 0 et de 1, on a: $1/2 \leqslant P(r) < 1$.
E. Où voulez-vous en venir ?...

18. Montrer que si U et V sont compris entre 0 et $\pi/2$ et si $\sin U = \cos V$, alors $U+V = \pi/2$.

19. Que sont A', B', C', D' quand $x = 0$ ? Quand $x = a$ ? En déduire que $h(0) = h(a) = a^2$.

20. Déterminer l'expression h(x) de l'aire de A'B'C'D' en fonction de x.

21. Vérifier que l'on a, pour tout nombre x, $h(a-x) = h(x)$.

22. Déterminer l'expression H(X) en fonction de X et démontrer que l'aire est minimum quand $x = a/2$.

23. Déterminer l'expression de P(r) en fonction de r et établir le tableau de variation de la fonction

$y = P(r)$ sur $[0,1]$. (On ne demande pas de tracer le graphe.)

P. Eh bien à ceci. Si vous répétez la procédure qui nous a fait passer de ABCD à A'B'C'D', en prenant sur [A'B'] le point A" tel que A'A" = r A'B', et de même pour les points B", C" et D", vous obtenez un troisième carré. Quand on passe du carré ABCD au carré A'B'C'D', l'aire passe de $a^2$ à $P(r)a^2$. Posons k = P(r). L'aire est multipliée par k, qui est un nombre inférieur à 1 (et supérieur ou égal à 1/2). Elle passe de $S0 = a^2$ à S1 = kS0. De même, l'aire de A"B"C"D" est donnée par S2 = kS1 = $k^2$ S0. Si on continuait ainsi, on aurait un quatrième carré, inscrit dans A"B"C"D", dont l'aire S3 serait égale à kS2, donc à $k^3$S0.
E. Autrement dit, on a une suite géométrique...
P. Voilà. Mais considérez les différences successives des aires S0-S1, S1-S2, S2-S3, etc. On a évidemment

$$S0 = (S0-S1)+(S1-S2)+(S2-S3)+S3 \qquad (*)$$

égalité qui a le mérite d'avoir une interprétation géométrique très simple. Entre parenthèses, la suite dont les premiers termes sont S0-S1, S1-S2, S2-S3, etc. est elle-même une suite géométrique.
E. D'accord.
P. Vous voyez aussi que cette égalité s'écrit encore

$$(1-k)(1+k+k^2) + k^3 = 1. \qquad (**)$$

Eh bien, plus généralement, vous obtenez ainsi une interprétation géométrique de l'égalité

$$(1-k)(1+k+k^2+\ldots+k^{n-1}) + k^n = 1,$$

au moins bien sûr dans le cas où $1/2 < k \leqslant 1$. Mais vous savez que cela entraîne alors que l'égalité est vraie quel que soit le nombre k. Et d'ailleurs, vous pouvez toujours vérifier cette égalité directement.

......

24. Expliquer pourquoi cette égalité a une interprétation dans la figure considérée.

25. Montrer que si une suite u(n) est géométrique, la suite v(n) = u(n-1)- u(n) est encore géométrique.

26. Comment passe-t-on de l'égalité (*) à l'égalité (**) ?

27. Pourquoi peut-on conclure que si cette égalité est vraie pour tout k compris entre 1/2 et 1, elle est vraie pour tout réel k ?

28. Vérifier directement l'égalité (**).

# ANNEXE 2

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ELEVES-INSTITUTEURS

SESSION DE 1986

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES

## Liste de questions et d'exercices

# Préambule

On ne peut, sans conséquence grave pour l'enseignement que l'on devra donner, envisager d'exercer le métier d'instituteur si l'on entretient une relation trop malheureuse avec telle ou telle discipline que l'on aura à enseigner.

Il en est ainsi notamment en ce qui concerne les mathématiques. L'inhabileté, voire l'incapacité du maître à se mouvoir dans l'univers mathématique de l'école élémentaire, à réfléchir et à approfondir sa réflexion et sa culture dans un domaine qui ne lui est peut-être pas, au départ, bien familier, sont autant de caractères rédhibitoires. L'aversion pour les mathématiques (quelles qu'en soient, au demeurant, les racines) est, souvent, ce qui se transmet le plus aisément, sans même qu'on y prenne garde. Et, dans sa carrière, l'instituteur approchera près d'un millier d'enfants!...

Les qualités qui composent le portrait dont nous avons tracé le négatif ne sont, sans doute, pas faciles à repérer. C'est pourquoi la liste de questions et d'exercices que l'on trouvera ci-après a été élaborée avec un objectif plus limité. Mais indiquons d'abord l'usage qui en sera fait.

L'épreuve de mathématiques comporte une première partie qui devrait permettre d'écarter - pour les motifs qu'on a dits - les candidats par trop rebelles aux mathématiques. Cette partie de l'épreuve se présentera sous la forme d'une suite de questions et d'exercices puisés dans la présente liste, sans aucune modification des énoncés qui y figurent, et sélectionnés par tirage au hasard; seul le nombre des questions et exercices retenus sera fixé au moment du tirage, pour ajuster le contenu de l'épreuve au temps alloué. Chaque candidat, quelles que soient par ailleurs les conditions de sa préparation au concours, dispose ainsi de la même information, ce qui n'est que conforme à l'équité.

Positivement, la liste établie doit permettre la mise à l'épreuve de la capacité des candidats à répondre à des questions élémentaires de mathématiques, dont le "niveau" est, en gros, celui de l'enseignement des collèges. Pour les candidats de formation scientifique, la préparation de cette partie de l'épreuve n'exigera sans doute qu'un travail de contrôle et de mise au point. Pour d'autres, qui se seront éloignés depuis longtemps de ce type de questions, ou qui ne les auront jamais beaucoup fréquentées, elle demandera un travail sans doute plus exigeant, mais qui est dans la droite ligne des efforts d'information, d'assimilation, de maîtrise, qu'appelle fréquemment l'exercice du métier d'instituteur.

Enfin, il faut insister sur les critères qui ont présidé à l'établissement de cette liste. Les rédacteurs n'ont pas cherché à composer un tableau parfaitement équilibré des différents secteurs des mathématiques qui pourraient avoir ici droit de cité. Comme on le verra, la liste proposée est découpée en trois rubriques d'inégales longueurs; mais le choix de ces rubriques, et le choix des questions qui composent chacune d'elles, n'ont pas valeur de norme ou de référence dans l'absolu. L'objet de ces choix était simplement de constituer un échantillon de questions suffisamment varié, permettant de mettre à l'épreuve les connaissances et les capacités jugées exigibles. De ce point de vue, ont été écartées toutes les questions dont le traitement eût demandé une technicité qui, dans le cadre de cette partie de l'épreuve, n'est pas de mise. (Il va de soi que, dans les limites du programme officiel, les candidats pourront retrouver certaines d'entre elles dans la seconde partie de l'épreuve).

Attirons toutefois l'attention des candidats sur les règles du jeu qui s'imposent en mathématiques - règles qui tranchent parfois avec celles de la communication ordinaire.

A une question du type "Peut-on conclure que...?", on ne saurait ainsi se contenter d'une réponse par oui ou par non. D'une manière générale, toute réponse appelle une justification, même lorsque celle-ci n'est pas explicitement demandée. Les seules exceptions à cette règle sont fournies ici par les questions dans lesquelles on demande de répondre par l'une des mentions "VRAI" ou "FAUX". Dans tous les autres cas, une justification est requise.

Les candidats devront se munir des divers instruments que réclament les exercices proposés dans la liste. Il leur appartient d'en établir l'inventaire.

## Fonctions linéaires et fonctions affines

1. Soit une fonction f définie sur R. Pour tout x dans R on pose y = f(x). On observe qu'il existe un nombre k tel que, pour tout x appartenant à R, on a:

$$y/x = k.$$

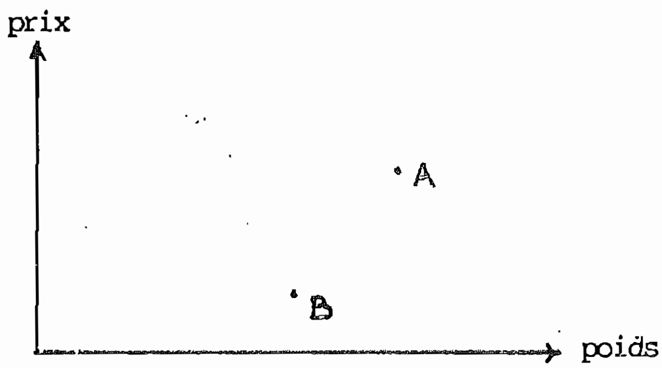
Peut-on en déduire que f est une fonction linéaire ? Que vaut f(x) ?

2. Soit une fonction linéaire f définie sur R. Pour tout x, on pose y = f(x). Compléter le tableau suivant.

| x | ? | ? | a | 8a |
|---|---|---|---|---|
| y | 0 | a/16 | 0,125a | ? |

3. On a acheté 5 crayons d'un certain type pour la somme de 8 francs. Exprimer le prix P(x) de x crayons de ce type comme fonction linéaire de x. Que représente P(1) ? Qu'aurait-on payé pour l'achat de 7 crayons ?

4. Pour comparer les prix unitaires d'un même produit alimentaire présenté sous des conditionnements différents, on dispose d'une "feuille de contrôle" simplement constituée d'un repère orthonormé tracé sur une feuille de papier millimétré. Pour tout conditionnement d'un produit donné, on marque le point ayant pour abscisse le poids net de l'article (en grammes), et pour ordonnée le prix (en francs). Etant donnés deux conditionnements d'un même produit, on marque sur la feuille de contrôle les points A et B correspondants (voir la figure ci-dessous). Pourquoi ce graphique permet-il de déterminer d'un simple coup d'oeil le conditionnement de prix unitaire minimum ?




5. Soit f une fonction définie sur R. Pour tout x dans R, on pose y = f(x). A tout x de R on fait correspondre, par rapport à un repère orthonormé du plan, le point M(x) de coordonnées x et y. On suppose que pour deux valeurs quelconques x et x' dans R, les points M(x) et M(x') sont alignés avec l'origine du repère. La fonction f est une

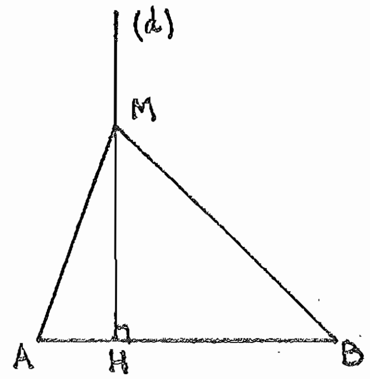
fonction linéaire: VRAI - FAUX.

6. Soit f une fonction linéaire définie sur R et soient deux nombres a et b. Peut-on calculer f(a+b) connaissant f(a) et f(b) ?

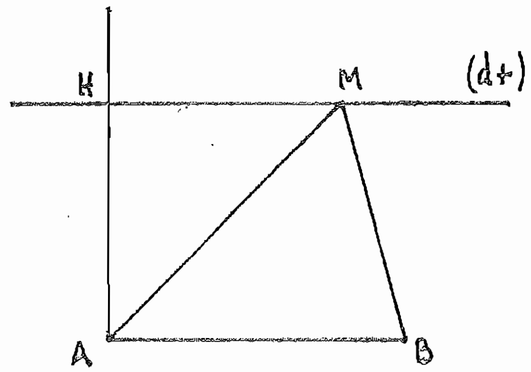
7. Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = x^2$. La fonction f est-elle linéaire ?

8. Soit f la fonction définie sur R+ par $f(x) = \sqrt{x}$. La fonction f est-elle linéaire ?

9. Soient deux points A et B tels que AB = 4, et soit H le point du segment [AB] tel que AH = 1. Soit (d) une demi-droite d'origine H perpendiculaire à (AB) et soit enfin M un point de (d). On pose x = HM (voir la figure). L'aire du triangle AMB est-elle une fonction linéaire de x ?




10. Soient deux points A et B tels que AB = 4, et soit (d) une parallèle à (AB) située à la distance 3 de (AB). La perpendiculaire à (AB) passant par A coupe (d) en H. Soit (d+) la demi-droite d'origine H portée par (d) et contenue dans le demi-plan déterminé par (AH) qui contient B. Soit enfin M un point de (d+). On pose x = HM (voir la figure). L'aire du triangle AMB est-elle une fonction linéaire de x?




11. La pression p (en atmosphères) exercée par l'eau de la mer est une fonction croissante de la profondeur x (en mètres). On peut considérer que p est une fonction linéaire de x tant que x reste inférieur à 1000 mètres. Une mesure de la pression effectuée à 98 mètres de profondeur a fourni

$p = 10,21$ (atm). Quelle expression de p comme fonction de x peut-on en déduire ? Quelle est la pression à une profondeur de 500 m ?

12. Soit f une fonction affine définie sur R. On donne:

$$f(2) = 4 \ ; \quad f(3) = -7.$$

Calculer f(5).

13. Soit f une fonction définie sur R. Pour tout x dans R, on pose $y = f(x)$. A tout x de R on fait correspondre, par rapport à un repère orthonormé du plan, le point M(x) de coordonnées x et y. On suppose que pour trois valeurs quelconques x, x' et x" dans R, les points M(x), M(x') et M(x") sont alignés. La fonction f est une fonction affine: VRAI - FAUX.

14. Soit f une fonction affine définie sur R. On suppose que $f(6) = 2\, f(3)$. Peut-on en conclure que f est linéaire ?

15. Soit f une fonction affine définie sur R. On suppose que l'on a: $f(2) + f(3) = f(5)$. Peut-on en conclure que f est linéaire ?

16. Préparant le budget d'une sortie avec des élèves, un professeur de lettres distingue des frais fixes, d'un montant de 1000 francs, et des frais variables proportionnels au nombre d'élèves (étant entendu que ce nombre x ne peut être supérieur à 44). Calculant sur la base de 38 élèves, il conclut que la sortie reviendra à 3090 francs. A combien a-t-il estimé les frais par élève ? Combien d'élèves faudrait-il emmener au minimum pour que le prix moyen par élève de la sortie n'excède pas 80 francs ?

17. L'évolution d'un processus (biologique ou physique par exemple) est mesurée par un indice I fonction du temps t. On suppose que le taux de croissance de I est constant. L'indice I est une fonction affine de t: VRAI - FAUX.

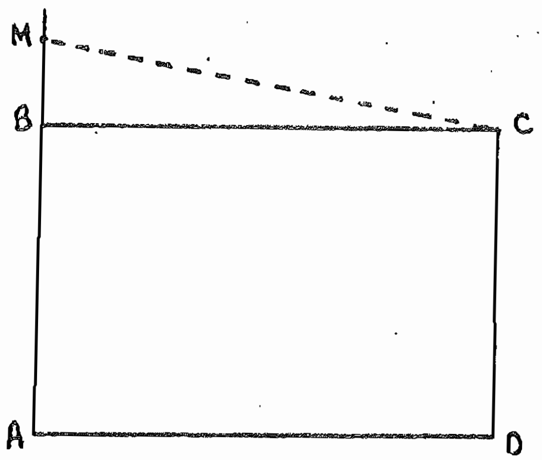
18. Soit f une fonction affine définie sur R. Pour tout x, on pose $y = f(x)$. Compléter le tableau suivant:

| x | 1 | ? | 4 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| y | 1,9 | 6,2 | ? | 32 |

19. Soit ABCD un rectangle, avec AB = 4 et BC = 6. Soit M un point de la demi-droite [AB). On pose x = AM et on désigne par y l'aire du quadrilatère AMCD (voir la figure).

1. Déterminer l'expression de y en fonction de x.

2. L'aire de AMCD est égale au double de l'aire de ABCD quand AM = 3AB: VRAI - FAUX.




20. La longueur L (en cm) d'une barre de cuivre est (approximativement) une fonction affine de la température t (en degrés Celsius), pour t < 150. Déterminer l'expression de L en fonction de t à partir des données expérimentales suivantes:

$t = 15, \quad L = 76{,}45$

$t = 100, \quad L = 76{,}56.$

21. Chez la femelle du serpent Lampropeltis polyzona, la longueur du corps y (en mm) est, de manière remarquablement précise, fonction affine de la longueur x (en mm) de la queue. On dispose des mesures suivantes:

$x = 60, \quad y = 140;$

$x = 455, \quad y = 1050.$

En déduire l'expression de y en fonction de x.

## Géométrie élémentaire

22. Deux droites parallèles à une droite donnée sont parallèles entre elles: VRAI - FAUX.

23. Deux droites perpendiculaires à une droite donnée sont perpendiculaires entre elles: VRAI - FAUX.

24. Construire un triangle dont les côtés aient pour longueur respectivement 3 cm, 5 cm et 6 cm. Décrire brièvement la méthode de construction utilisée.

25. Pourquoi n'existe-t-il pas de triangle dont les côtés aient pour longueur respectivement 3 cm, 6 cm et 10 cm ?

26. Donner une définition de la notion de triangle isocèle.

27. Donner une définition de la notion de triangle équilatéral.

28. Donner une définition de la notion de parallélogramme.

29. Donner une définition de la notion de losange.

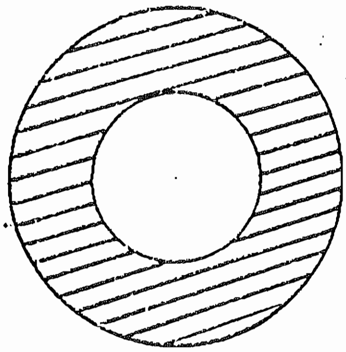
30. Donner une définition de la notion de carré.

31. Donner l'énoncé du théorème de Pythagore ainsi que l'énoncé de sa réciproque.

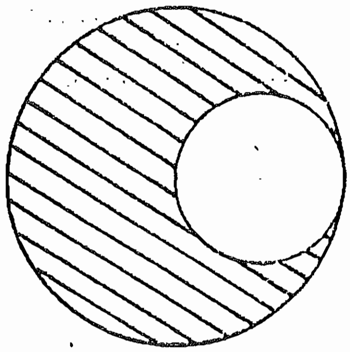
32. Soit un carré donné, d'aire A. On construit un carré dont la longueur du côté est le double de la longueur du côté du carré donné. On désigne par A' son aire. Exprimer A' en fonction de A.

33. Par quel nombre faut-il multiplier la mesure du côté d'un carré pour obtenir la mesure du côté d'un carré d'aire double ?

34. Dans un disque de rayon r on considère un disque de rayon r/2, des deux manières indiquées sur les figures 1 et 2 ci-dessous. Calculer dans chacun des cas l'aire de la partie hachurée.



(1)



(2)

35. A l'aide de deux dessins successifs montrant la position de l'équerre, montrer comment on peut tracer, à l'aide d'une équerre, la parallèle à une droite D passant par un point A situé hors de D.

36. Décrire brièvement la construction, à la règle et au compas, de la perpendiculaire à une droite donnée D passant par un point donné A (le point A n'appartenant pas à D).

37. On considère un triangle ABC dans lequel AB = AC. Les angles en B et C peuvent-ils avoir même mesure ?

38. Un angle dont la mesure en radians est 3 est plus grand qu'un angle plat: VRAI - FAUX.

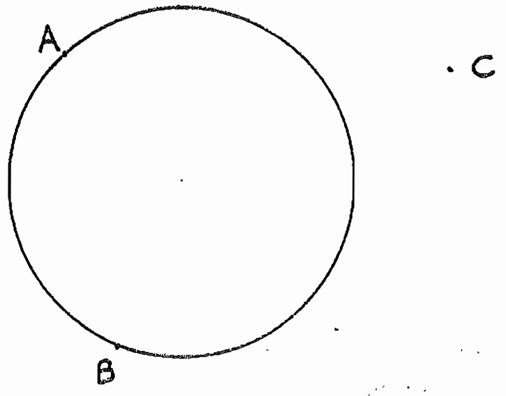
39. Justifier l'assertion suivante: "Un triangle dont les

côtés ont pour longueur respectivement 3 cm, 4cm et 5 cm est un triangle rectangle".

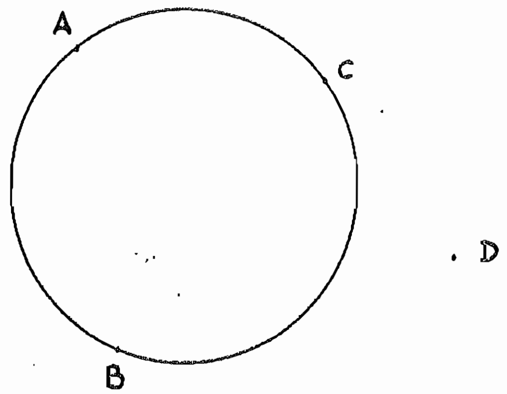
40. On désire construire un triangle rectangle dont les mesures des côtés, en centimètres, soient des valeurs entières, la mesure de l'hypoténuse étant 10. Est-ce possible ?

41. Soit un triangle ABC rectangle en A. La mesure en degrés de l'angle en C est 30, et la mesure en centimètres du côté [BC] est 5. Calculer AB et AC.

42. Soient un cercle et deux points de ce cercle, et soit C un point extérieur au cercle (voir la figure). Existe-t-il un cercle passant par A, B et C ?




43. Soient un cercle et trois points A, B et C de ce cercle. Soit D un point extérieur au cercle (voir la figure). Existe-t-il un cercle passant par A, B, C et D ?




44. Tout losange est un parallélogramme: VRAI - FAUX.

45. Il existe des losanges qui sont des rectangles: VRAI - FAUX.

46. Tout rectangle est un losange: VRAI - FAUX.

47. Tout quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange: VRAI - FAUX.

48. Un quadrilatère dont les diagonales ont même longueur est un rectangle: VRAI - FAUX.

49. Si une diagonale d'un quadrilatère est la médiatrice de l'autre diagonale, alors ce quadrilatère est un losange: VRAI - FAUX.

50. Tout quadrilatère est inscriptible dans un cercle: VRAI - FAUX.

51. Construire un triangle ABC rectangle en A dont les côtés [AB] et [BC] aient respectivement pour longueur 4 cm et 6 cm. Décrire brièvement la méthode de construction.

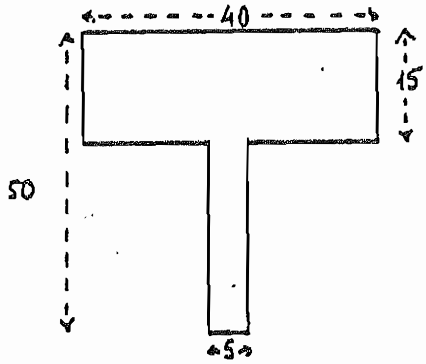
52. Construire un triangle isocèle ABC, de base [BC], tels que [AB] = [BC] = 5 cm et [AH] = 3 cm, où [AH] est la hauteur relative à la base. Décrire brièvement la méthode de construction.

53. Décrire brièvement une méthode permettant de partager, à la règle et au compas, un segment donné en 3 segments de même longueur. Appliquer cette méthode au cas d'un segment de longueur 11 cm.

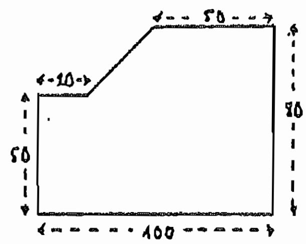
54. Construire un triangle ABC rectangle en A tel que, H étant la projection orthogonale de A sur (BC), on ait BH = 3 et AH = 6. Décrire brièvement la méthode de construction.

55. Calculer le volume d'un cube de surface totale 600 $cm^2$.

56. Une barre de fer a une longueur de 3,5 m. Sa section est représentée par la figure ci-dessous, cotée en mm. Calculer sa masse sachant que la masse volumique du fer est 7,8 $kg/dm^3$.




57. La figure ci-dessous, cotée en mm, représente la section d'une pièce métallique. La pièce a une épaisseur de 5 cm. Calculer son volume en $dm^3$.



58. Soit A l'aire d'un carré de 30 m de côté. Un triangle de base 120 m a la même aire A. Calculer la mesure (en mètres) de la hauteur relative à la base.

59. Soit A l'aire d'un carré de 30 m de côté. Un rectangle de longueur 45 m a la même aire A. Quelle est sa largeur ?

60. Un bricoleur réalise, dans la pièce où il veut l'installer, un rayonnage de 2,55 m de hauteur et de 32 cm de profondeur. La hauteur de la pièce est 2,56 m. Expliquer pourquoi, après avoir construit le rayonnage au sol, il ne peut l'installer contre le mur.

## Calcul algébrique

61. Calculer 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

62. Donner 5 écritures fractionnaires du nombre 12/18 pour lesquelles le dénominateur est entier, positif et inférieur à 40.

63. Quels sont les rationnels compris entre 1/3 et 2/3 et qui peuvent s'écrire sous forme d'une fraction d'entiers de dénominateur 15 ?

64. Ranger les réels suivants dans l'ordre croissant:

$$- 4/5 \ ; \ - 8/3 \ ; \ +11/+5 \ ; \ -16/-15 \ ; \ +3/-4.$$

65. Indiquer lequel des trois énoncés suivants est vrai, en justifiant la réponse donnée:

a) $\sqrt{(-4)^2} = 4$ .

b) $\sqrt{(-4)^2} = -4$ .

c) L'expression $\sqrt{(-4)^2}$ n'a pas de sens.

66. Indiquer lequel des trois énoncés suivants est vrai, en justifiant la réponse donnée:

a) $\sqrt{-4} = 2$

b) $\sqrt{-4} = -2$

c) L'expression $\sqrt{-4}$ n'a pas de sens.

67. Développer l'expression $(-4y+12)^2$ .

68. Développer l'expression $(x\sqrt{3} - \sqrt{2})(x\sqrt{3} + \sqrt{2})$.

69. Soient a et b deux nombres entiers. Démontrer que le nombre $(a+b)^2 - (a-b)^2$ est divisible par 4.

70. Factoriser l'expression $39ax + 65\,ax^2 - 13\,a^2x$.

71. Factoriser l'expression $x^3 - x$.

72. Simplifier, en rendant rationnel le dénominateur, l'expression

$$\frac{3}{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}$$

73. Résoudre dans R l'équation suivante:

$$(3x-5) - (5x+7) = (4x-6) - 10x + 3.$$

74. Résoudre dans R l'équation suivante:

$$(5x+3)/4 - (x-9)/3 = x/2 + 5.$$

75. Résoudre dans R l'équation suivante:

$$(2x+3)/3x = 0.$$

76. Résoudre dans R l'équation suivante:

$$4x^2 - 100 = 0.$$

77. Résoudre dans R l'équation suivante:

$$4x^2 + 100 = 0.$$

78. Résoudre dans R l'inéquation suivante:

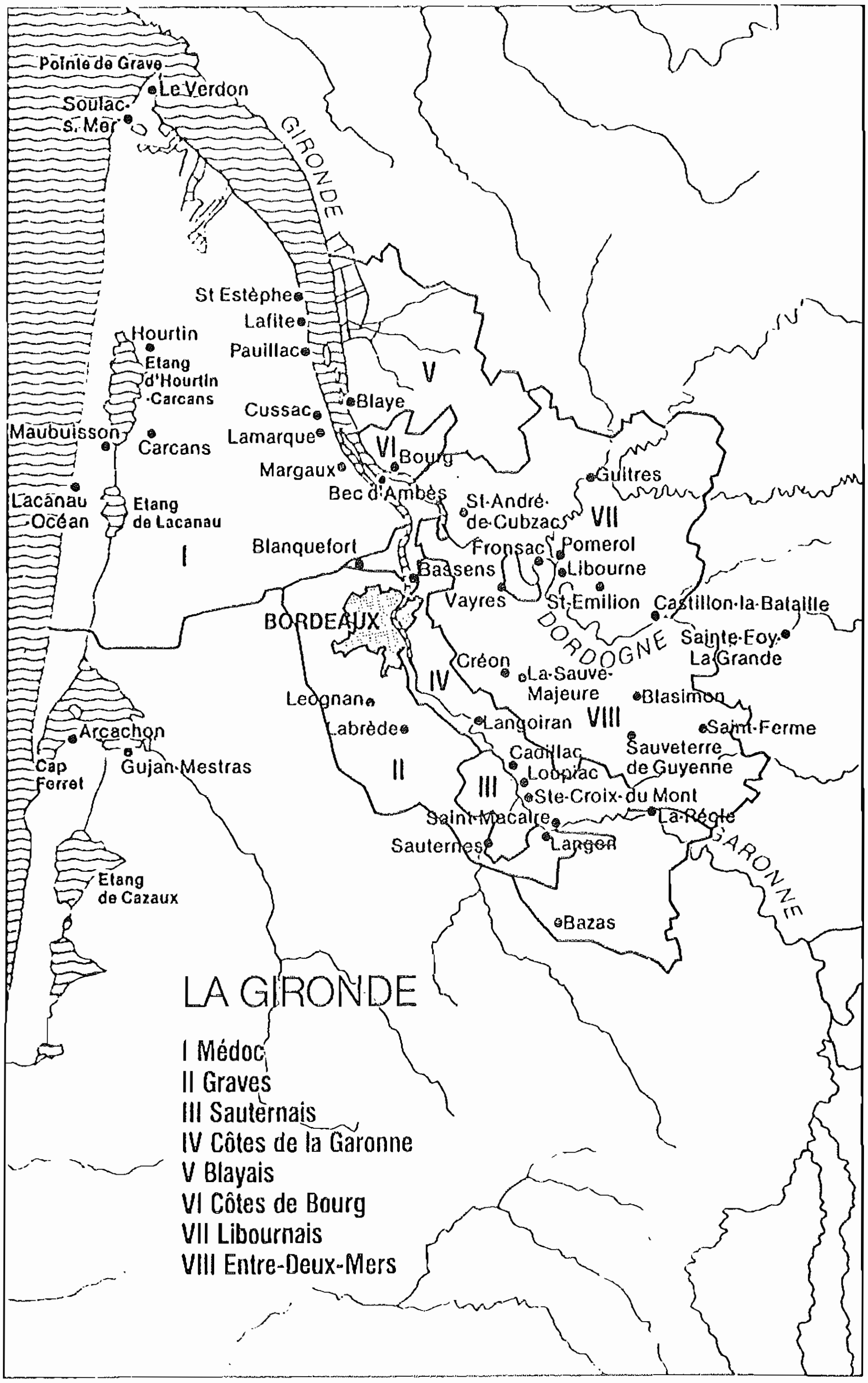
$$x/2 - 7 < x/3 - 4.$$

79. Résoudre dans R l'inéquation suivante:

$$2x - 7 > 8x + 5.$$

80. Résoudre dans R l'inéquation suivante:

$$- 2x/3 \geqslant 5.$$


Pointe de Grave
Le Verdon
Soulac-s. Mer
GIRONDE
St Estèphe
Lafite
Pauillac
Hourtin
Etang d'Hourtin -Carcans
Maubuisson
Carcans
Cussac
Lamarque
Blaye
V
VI
Bourg
Margaux
Bec d'Ambès
Lacanau Océan
Etang de Lacanau
I
Blanquefort
St-André-de-Cubzac
Guîtres
VII
Fronsac
Pomerol
Libourne
Bassens
Vayres
St-Emilion
Castillon-la-Bataille
BORDEAUX
DORDOGNE
Sainte-Foy-La Grande
Créon
La-Sauve-Majeure
IV
Blasimon
Léognan
Langoiran
VIII
Labrède
Saint-Ferme
Arcachon
Cadillac
Sauveterre de Guyenne
Cap Ferret
Gujan-Mestras
II
Loupiac
III
Ste-Croix-du Mont
Saint-Macaire
La Réole
Sauternes
Langon
GARONNE
Etang de Cazaux
Bazas
LA GIRONDE
I Médoc
II Graves
III Sauternais
IV Côtes de la Garonne
V Blayais
VI Côtes de Bourg
VII Libournais
VIII Entre-Deux-Mers

# ANECDOTES DU COLLOQUE

XVIème COLLOQUE INTER IREM
des PROFESSEURS en ECOLE NORMALE
et AUTRES FORMATEURS DES INSTITUTEURS EN MATHEMATIQUES

---

Dîner du 19 mai 1989

**M E N U**

-oOo-

Apéritif

Cocktail de crevettes

Salade landaise

Truite farcie au coulis d'écrevisses

Canette confite

Pommes noisettes
Haricots verts

Salade panachée

Plateau des fromages

Fraises Chantilly

Omelette norvégienne

Café

Digestif

-oOo-

CONCERT "JAZZ" TRADITIONNEL

Black Bottom Jazz Band

VINS : BORDEAUX BLANC CHATEAU LINAS
MONTAGNE SAINT-EMILION CHÂTEAU BAYARD

# Carte des Vins

Le vignoble bordelais, riche de quarante appellations d'origine contrôlée, garantissant l'origine de production, la qualité des cépages et un contrôle après récolte se compose en fait de six grandes familles :
– en vins rouges :
les Médocs et les Graves,
les Saint-Émilion, Pomerol et Fronsac,
les Bordeaux et Bordeaux Supérieurs,
les Côtes de Bordeaux,
– en vins blancs :
les vins secs (Bordeaux, Entre Deux-Mers, Graves, Côtes de Blaye et de Bourg),
les vins liquoreux comme les Sauternes et les vins moelleux comme ceux de Sainte-Croix du Mont.

Parmi ces vins, certains de haute qualité sont des *grands crus classés* (classifications datant de 1855 pour les Médocs et Sauternes, de 1953 pour les Graves, de 1954 pour les Saint-Émilion. D'autres crus portent la mention *mise en bouteille au château...*; seule, la responsabilité du propriétaire est engagée. En Gironde, le mot *château* désigne un vignoble d'une certaine importance, que celui-ci possède une grande demeure ou une ferme. Les crus bourgeois sont des vins non classés, mais de bonne qualité.

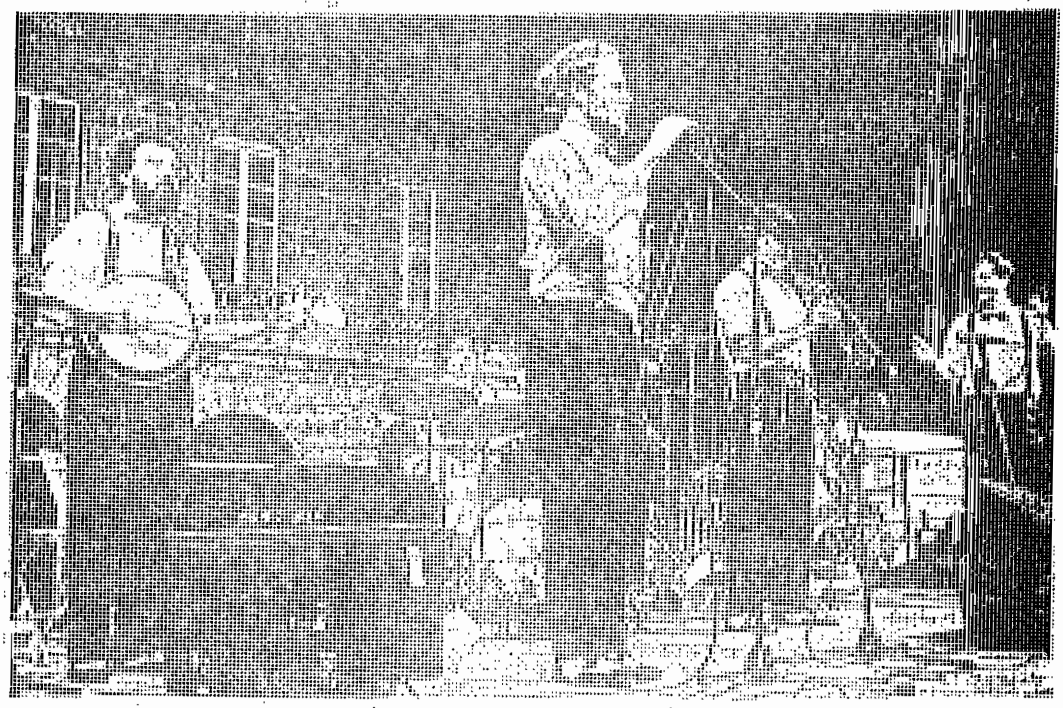
Sud-Ouest - mai 1989

# Le jazz de Max : un vrai bain de jouvence

*Les « culs noirs » sont tous blancs. On jurerait pourtant qu'ils viennent tout droit de la Louisiane noire des années vingt*

Max Grun joue de la trompinette. Comme Boris Vian. Ses bacchantes rappellent celles d'un autre grand musicien de jazz : Moustache, tragiquement disparu il y a peu. Fondateur voici vingt ans du Black Bottom Jazz Band, l'homme a le rire et l'accent aussi chaleureux que la musique qu'il aime et qu'on ne peut, ne serait-ce que l'espace d'un instant, que goûter aussi quand on écoute le bonheur musical servi par les cinq compères partagent sa passion.

Le Black Bottom a fait danser les années vingt. A l'époque la Nouvelle-Orléans était le foyer grouillant de toute la tradition musicale et rythmique du peuple noir. Le style New Orleans, symbolisé à jamais par le cornet du jeune Louis Armstrong, reste pour tout amateur de jazz une référence. C'est l'aphabet que tout musicien qui se respecte gagnerait à réciter de temps en temps, histoire de se rappeler où est née la vraie musique.



Le Black Bottom Jazz Band de Max Grun : du jazz à papa comme dans les années vingt
(Photo Stéphane Lartigue)

Les spectateurs de la place du Parlement ne s'y sont pas trompés l'autre soir à Bordeaux. Ils ont fêté leur bicentenaire dans la chaleur de la Louisiane qui se déversait du trombone de Jim, un californien arrivé en France voici vingt ans et du banjo, du tuba, de la clarinette, des percussions de ses acolytes, tous girondins d'origine (le groupe est basé à Arcachon). Une soixantaine de musiciens se sont succédés au sein du Black Bottom Jazz Band. « Certains nous ont quittés pour des raisons familiales, explique Max Grun, d'autres parce qu'ils sont montés à Paris tenter l'aventure professionnelle. »

### «CONDAMNÉS À LA NOTORIÉTÉ

Il y tient sûrement autant qu'à ses bacchantes : tous les membres de sa formation sont de purs amateurs. Ceci explique sans doute que ce groupe n'ait pas percé plus loin que dans les milieux spécialisés. Mais comme le dit le texte qui accompagne la pochette de leur dernier disque, « Ils sont condamnés à la notoriété ». Car l'enthousiasme et le plaisir de jouer ensemble remplacent avantageusement chez ces «culs noirs» le nombre et la régularité des répétitions. Partout où ils passent ils laissent un souvenir de chaleur, de gentillesse, et surtout de talent. Max et ses Ferrailleurs (pas de piano dans cette formation qui repose essentiellement sur les cuivres) sont cette semaine en Suisse. Une mini-tournée comme ils en font tous les étés. Pas d'Andernos donc pour la joyeuse bande de barbus (tous portent moustache ou collier, sauf le batteur). «On a pourtant contribué à créer ce festival, rappelle Max Grun avec Philosophie, mais aujourd'hui on a plus besoin de nous. Il n'y en a plus que pour le jazz dit moderne. » Le jazz rural revendiqué par Max serait-il archaïque ? Certains feraient bien de réciter leur alphabet. Les meilleurs, les vrais, les grands ne s'y trompent pas.

Il y a moins d'un mois Lionel Hampton s'est taillé un bœuf géant avec les Black Bottom. Et si jamais Max Grun mène à bien son projet de festival de jazz traditionnel à Montségur l'année prochaine, on peut être sûr que les vieilles pierres de La Bastide moyenâgeuse retrouveront une nouvelle jeunesse. On ne saurait trouver meilleur élixir de jouvence qu'un bon vieux « jazz à grand-papa »...

JEAN-MICHEL BROCHEN

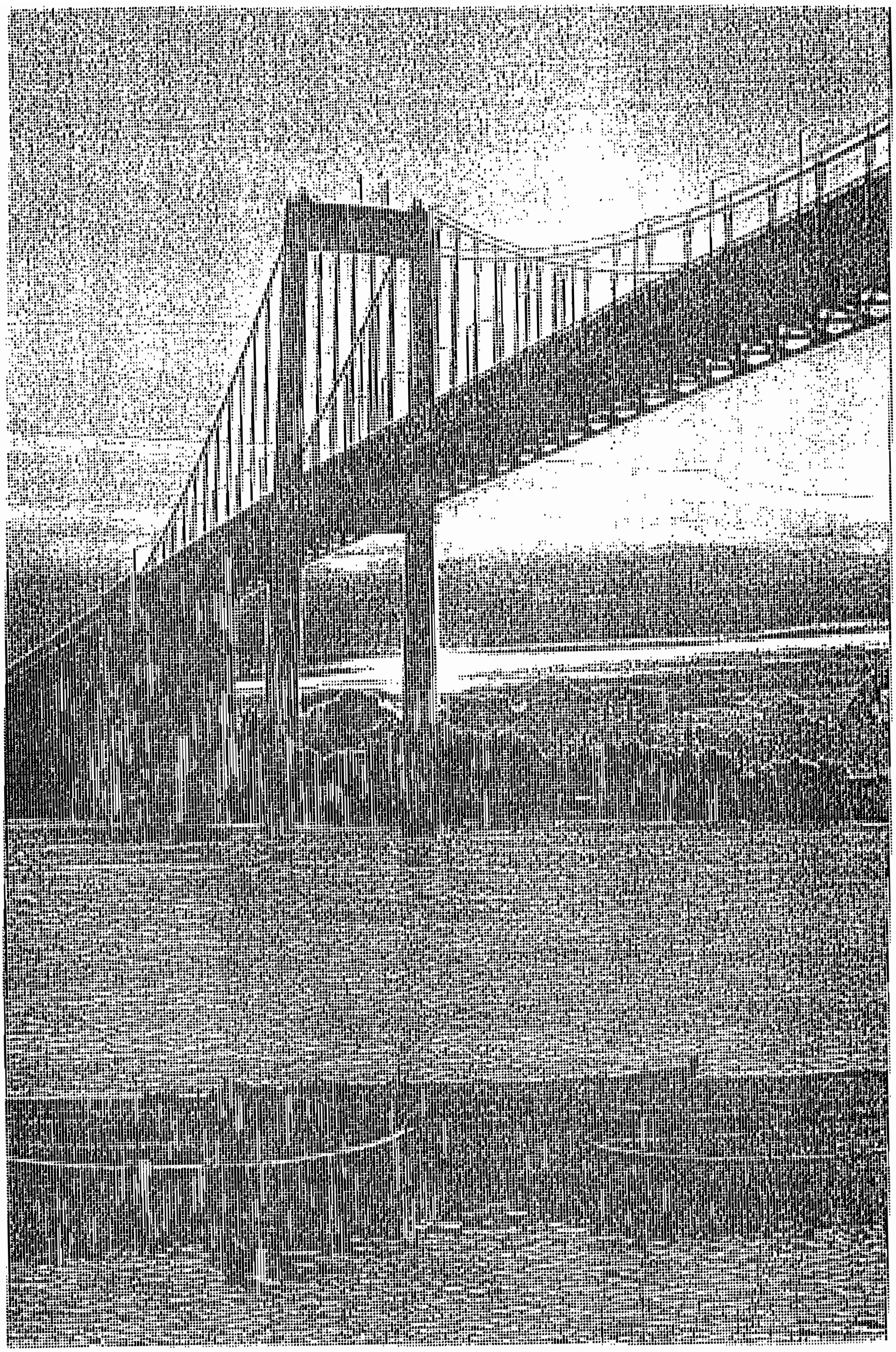
**PROJET**

## Jazz à grand'papa pour Monségur

*Le début de l'été 1990 pourrait être très chaud, sur les « Hot »-eurs de Monségur. L'office local de la culture et des loisirs envisage d'y créer dan un an un festival de jazz traditionnel. Max Grun, le patron du Black Bottom Jazz Band est un des initiateurs du projet. Il est très optimiste quant à sa réalisation. Plusieurs artistes auraient déjà été approchés. On parle ainsi de Christian Morin, l'animateur radio bien connu, également clarinettiste de grand talent.*

*Ce mini-festival serait exclusivement consacré au jazz des origines, dans la plus pure tradition New Orleans. Il se déroulerait sur une ou deux journées, à l'intérieur de la Bastide moyenâgeuse de Monségur. « Une petite dizaine de formations seraient au programme, et se produiraient en différents endroits de la villa », imagine Michel Rostein, le président de l'office monségurais pour la culture, avant d'ajouter que « l'intérêt serait aussi de promouvoir le site ». A Monséhur, on fait tout pour que les amateurs de jazz accourrent.*


CHP.



## TABLE DES ILLUSTRATIONS

-oOo-



-oOo-

*Ce document est une publication de l'I.R.E.M. de BORDEAUX.*
*Alain DUVAL a rassemblé les différents documents et conçu l'illustration,*
*Françoise DEL MORAL a assuré la charge de frappe,*
*Maryvonne BOISNARD, Joëlle COURBIN et Pierre NOBY ont réalisé le travail d'imprimerie.*

*TALENCE, le 7 MARS 1990*