IREM

UNIVERSITE de ROUEN - S.C.U.R.I.F.F.

IREM de ROUEN

1, rue Thomas Becket 76130 Mont-Saint-Aignan tél. 35 14 61 41

ACTES DU COLLOQUE DE ROUEN

26-27-28 MAI 1988

[redacted]

D I D A C T I Q U E D E S M A T H E M A T I Q U E S E T F O R M A T I O N

[redacted]

E V A L U A T I O N D E S A P P R E N T I S S A G E S

XV° colloque inter IREM des PEN de mathématiques, organisé par la COPIRELEM, avec la collaboration de la Mission Académique, de l'IREM de Haute Normandie et les Ecoles Normales de Seine Maritime.

XVe COLLOQUE INTER IREM
DES PROFESSEURS EN ECOLE NORMALE
ET AUTRES FORMATEURS DES
INSTITUTEURS EN MATHEMATIQUES

26 , 27 , 28 MAI 1988

R O U E N

Didactique des mathématiques et Formation

Evaluation des apprentissages

SOMMAIRE

* *
*

LISTE DES PARTICIPANTS AU COLLOQUE

ADJIAGE	Robert	PEN	67	SELESTAT	STRASBOURG
ARGAUD	Henri-Claude	PEN	26	VALENCE	GRENOBLE
AUBER	Patrick	INSTITUT	76	ROUEN	ROUEN
AUBERTIN	Jean-Claude	PEN	90	BELFORT	BESANCON
AUCAGNE	Jacques	PEN	28	CHARTRES	ORLEANS-TOURS
AUDIGIER	Marie-Noëlle	HATIER	75	PARIS	PARIS
BALDUZZI	Charles	PEN	13	AIX-EN-PROVENCE	AIX-MARSEILLE
BARICAULT	Jean-Michel	PEN	76	MONT-ST-AIGNAN	ROUEN
BASSOU	Yvan	PEN	60	BEAUVAIS	AMIENS
BAUTIER	Thierry	PEN	56	VANNES	RENNES
BERGUE	Danielle	PROF CES	76	ROUEN	ROUEN
BERTHELOT	René	PEN	64	PAU	BORDEAUX
BIDON	Monique	CPEN	76	PETIT-QUEVILLY	ROUEN
BILAK	Jean	IPEN	76	ROUEN	ROUEN
BLANC	Michel	PROF.LYC	06	NICE	NICE
BODIN	Antoine	PROF-FOR	25	BESANCON	BESANCON
BOLLOTTE	Annie	PEN	21	DIJON	DIJON
BOLON	Jeanne	PEN	78	VERSAILLES	VERSAILLES
BONNEVAL	Antoine	PEN	95	CERGY	VERSAILLES
BOSC	Renée	PEN	75	PARIS	PARIS
BOSSARD	Madeleine	PEN	35	RENNES	RENNES
BOUTEILLER	Michel	CPEN	76	MONT ST AIGNAN	ROUEN
BREGEON	Jean-Luc	PEN	03	MOULINS	CLERMONT
BRISSIAUD	Rémi	PEN	95	CERGY	VERSAILLES
BROUSSEAU	Guy	UNIVERSI	33	BORDEAUX	BORDEAUX
BUTLEN	Denis	PEN	77	MELUN	CRETEIL
CANU	Martin	PEN	76	MONT-ST-AIGNAN	ROUEN
CASTELLANI	Gérard	DEN	04	DIGNE	AIX-MARSEILLE
CHAMBON	Frédéric	CPAIDEN	76	LE HAVRE	ROUEN
CHANIAC	Colette	PEN	01	BOURG EN BRESSE	LYON
CHARLOT	Guy	PEN	08	CHARLEVILLE	REIMS
CHARNAY	Roland	PEN	01	BOURG EN BRESSE	LYON
CHASTEL	Nicolas	PEN	76	ROUEN	ROUEN
CHAUVAT	Danièle	PEN	49	ANGERS	NANTES
CHEVALIER	Marie-Claude	PEN	46	CAHORS	TOULOUSE
CLAVIER	Yves	PEN	78	VERSAILLES	VERSAILLES
COROLLEUR	Annick	PEN	49	ANGERS	NANTES
CORRIEU	Louis	IG	75	PARIS	PARIS
COUCHOURON	Jean-François	PEN	76	ROUEN	ROUEN
COURRIERE	Michel	PEN	06	NICE	NICE
CREPIN	Roger	PEN ret.	87	LIMOGES	LIMOGES
DELEGUE	Henri	PEN	59	GRAVELINES	LILLE
DOSSAT	Luce	PEN	63	CLERMONT-FERRAN	CLERMONT
DOUAIRE	Jacques	PEN	92	ANTONY	VERSAILLES
DUBOIS	Colette	PEN	93	LIVRY-GARGAN	CRETEIL
DUBOIS	Liliane	PEN	80	AMIENS	AMIENS
DUCEL	Yves	PEN	76	ROUEN	ROUEN
DUCOSSON-CANT	France	PEN	92	ANTONY	VERSAILLES
DUFOUR	Jean	PEN	74	BONNEVILLE	GRENOBLE
DUPUIS	Sylviane	IDEN	76	NEUFCHATEL	ROUEN
ESBELIN	H.Alex	PEN	76	MT ST AIGNAN	ROUEN
FEMICHEL	Muriel	PEN	93	LIVRY-GARGAN	CRETEIL
FILIPPI	Jean	PEN	83	DRAGUIGNAN	NICE
FOULON	Marc	PEN	59	DOUAI	LILLE
FREMIN	Marianne	PEN	92	ANTONY	VERSAILLES

GAMBADE	Odette	PEN	21	DIJON	DIJON
GAUDELET	Nicole	IDEN	91	LES ULIS	VERSAILLES
GILIS	Daniel	CHAR.REC	75	PARIS	PARIS
GODIN	Marc	PEN	59	LILLE	LILLE
GOURMONT	Annette	CPEN	76	MONT ST AIGNAN	ROUEN
GUILLAUME	Jean-Claude	INGENIEU	92	ASNIERES	VERSAILLES
GUILLERMARD	Rirette	PEN	06	NICE	NICE
HAMEL	Georges	IDEN	76	MONT ST AIGNAN	ROUEN
HASCOET	Michèle	PEN	27	EVREUX	ROUEN
HOUDEMENT	Catherine	PEN	76	MONT ST AIGNAN	ROUEN
HUGUET	François	PEN	29	QUIMPER	RENNES
JAY	Yves-Pierre	PEN	01	BOURG EN BRESSE	LYON
JULIEN	Guy	PEN	45	ORLEANS	ORLEANS-TOURS
KERNEIS	Marcelle	CPAIDEN	56	VANNES	RENNES
KORACH	Dominique	NATHAN	75	PARIS	PARIS
KUZNIAK	Alain	PEN	27	EVREUX	ROUEN
LACHAIZE	Bernadette	PEN	50	SAINT LO	CAEN
LAMANT	Mireille	PEN	33	BORDEAUX	BORDEAUX
LAMBERT	Michèle	PEN	73	CHAMBERY	GRENOBLE
LATAPIE	Michel	PEN	971	POINTE A PITRE	ANTILLES-GUYA
LAVILLUNIERE	Michel	PEN	95	CERGY	VERSAILLES
LE CORGUILLE	Yvon	DIR.APPL	22	SAINT-BRIEUC	RENNES
LE COUTALLER	Fernande	PEN	44	NANTES	NANTES
LE PEZRON	Yves	PEN	22	SAINT-BRIEUC	RENNES
LE POCHE	Gabriel	PEN	35	RENNES	RENNES
LEBRETON	Jean-Claude	PEN	41	BLOIS	ORLEANS-TOURS
LECLERCQ	Catherine	PEN	85	LA ROCHE / YON	NANTES
LECOMPTE	Maïté	CPEN	76	GRAND QUEVILLY	ROUEN
LEGER	Mireille	CPEN	73	CHAMBERY	GRENOBLE
LETHIELLEUX	Claire	PEN	75	PARIS BATIGNOLL	PARIS
LEVELUT	Mireille	PEN	76	MONT-ST-AIGNAN	ROUEN
LIPP	Gérard	PEN	68	GUEBWILLER	STRASBOURG
LOBIER	Agnès	CPEN	30	NIMES	MONTPELLIER
LUCCIARDI	Vincent	PEN	20	BASTIA	CORSE
MAFFRE DE LAS	Dominique	PEN	83	DRAGUIGNAN	NICE
MAGGION	Jean	PEN	09	FOIX	TOULOUSE
MEFFRE	Marie-Hélène	PEN	13	AIX-EN-PROVENCE	AIX-MARSEILLE
MERIGOT	Michel	UNIVERSI	06	NICE	NICE
MILLET	Jean-Luc	PEN	87	LIMOGES	LIMOGES
MOULET	Annie	CPEN	27	EVREUX	ROUEN
NEYRET	Robert	PEN	38	GRENOBLE	GRENOBLE
ORTOLLAND	Danielle	PEN	59	LILLE	LILLE
OZOUF	André	PEN	50	COUTANCES	CAEN
PEAULT	Hervé	PEN	49	ANGERS	NANTES
PELTIER	Marie-Lise	PEN	76	ROUEN	ROUEN
PERRIN	Marie-Jeanne	UNIVERSI	75	PARIS	PARIS
PORCEL	Nicole	PEN	39	LONS LE SAUNIER	BESANCON
RIMBAULT	Claude	PEN	22	SAINT-BRIEUC	RENNES
SAIZ	Irma		75	PARIS	PARIS
SALAMA	Linda	PEN	35	RENNES	RENNES
SALIN	Marie-Hélène	PEN	33	BORDEAUX	BORDEAUX
SIGRIST	Jean-Louis	PEN	68	GUEBWILLER	STRASBOURG
SLAWNY	Francis	PEN	92	ANTONY	VERSAILLES
SOUMY	Jean-Guy	PEN	23	GUERET	LIMOGES
SUCH	Simone	PEN	78	VERSAILLES	VERSAILLES
TREMBLAY	Françoise	CPAIDEN	76	GRAND QUEVILLY	ROUEN
TRUC	Alberte	CPEN	76	ROUEN	ROUEN
UNGER	Dominique	PEN	94	BONNEUIL	CRETEIL
VALENTIN	Dominique	PEN	92	ANTONY	VERSAILLES
VELARD	Monique	CPEN	27	EVREUX	ROUEN
VERGNES	Danielle	PEN	78	VERSAILLES	VERSAILLES
VINRICH	Gérard	PEN	47	AGEN	BORDEAUX
WEBER	Jeannine	ELE.IDEN	68	GUEBWILLER	STRASBOURG

X Ve COLLOQUE INTER IREM DES PROFESSEURS EN ECOLE NORMALE ET AUTRES FORMATEURS DES INSTITUTEURS EN MATHEMATIQUES

26 - 27 - 28 MAI 1988

ROUEN

Didactique des mathématiques et Formation

Evaluation des apprentissages

JEUDI 26 MAI 1988

9.00 - 10.00 Accueil des participants

10.00-11.00 Travaux de groupe A

11.15-12.00 **Ouverture Officielle du colloque**

14.15-15.45 Travaux de groupe A

16.15-18.00 Conférence d'Annick Weil
Psychologue à Paris VII :

Théories de l'apprentissage et interventions didactiques dans l'enseignement des sciences et des mathématiques

9.00-10.00 Café servi au réfectoire pour les arrivants

12.15 Apéritif au Foyer

13.00 Déjeuner (réfectoire)

18.30 **Réception à l'Hotel de Ville de Rouen**
(un bus est à votre disposition pour vous y emmener)

Soirée Libre

(chacun regagne son lieu d'hébergement par ses propres moyens)

VENDREDI 27 MAI 1988

7.30 Petit Déjeuner à l'ENF
(pour les personnes résidant à l'ENF, à l'ENG et en cité U.)

8.30-10.00 Travaux de groupe A

10.00-10.30 Pause Café (Réfectoire)

10.30-12.30 Travaux de groupe B

12.45 Déjeuner (réfectoire)

TEMPS LIBRE

11.00 - 15.00

Table de Presse d'éditeurs : ouvrages pour les formations de maîtres exclusivement, présentation de GALAXY et TEXAS INSTRUMENTS

14.00 Visite du Port de Rouen
pour les inscrits
(un bus assure les trajets A+R)

16.15-19.00 Conférence d'Antoine Bodin
IREM de Besançon

Théories et pratiques de l'évaluation en mathématiques
suivie d'une table ronde débat :
Evaluation et apprentissage
avec la participation de Guy Brousseau
Louis Corrieu
...

20.30 Diner Soirée "LA CAVE"
39 rue aux Ours
76000 ROUEN

SAMEDI 28 MAI 1988

8.30 Petit Déjeuner à l'ENF
(pour les personnes résidant à l'ENF, à l'ENG et en Cité U.)

9.30-10.45 Travaux de Groupe A

10.45-11.15 Pause Café (Réfectoire)

11.15-12.30 Séance Pleinière : Rapports des travaux de groupe.
Perspectives pour le prochain colloque

12.15 Repas froid (Réfectoire)

Des bus assureront le trajet
ENF - gare SNCF à 12.00
13.15

COMPTE-RENDU

DES

SEANCES PLEINIERES

THÉORIES ET PRATIQUES DE L'ÉVALUATION

Antoine BODIN
IREM de BESANÇON

Le texte qui suit est une transcription aussi fidèle que possible de la bande enregistrée au moment de mon exposé. J'ai conservé le style oral, ne procédant qu'à quelques corrections de détail. L'accueil attentif et amical que j'ai reçu à ROUEN m'a encouragé à reprendre ce texte comme base de travail, à mieux le structurer et à le compléter pour l'exposé que j'ai fait ensuite à ICME 6. Ce dernier texte, beaucoup moins direct, et finalement très différent de celui-ci sera publié dans l'un des prochains bulletins de l'APMEP sous le titre "l'évaluation du savoir mathématique".

Par principe, le titre de l'exposé a été conservé mais je considère que le thème est tout juste abordé et qu'il reste à faire une présentation plus complète, aussi bien des nombreux discours et théories relatifs à l'évaluation, que de la diversité des pratiques d'évaluation et des relations existant entre les uns et les autres.

Ne sachant pas très bien par où commencer cet exposé, les organisateurs m'ont suggéré de préciser un peu d'où je viens, ce que je fais actuellement, ce qui m'a amené à dire ce que j'ai l'intention de dire aujourd'hui,..

Professeur de lycée et de collège, j'ai d'abord eu une problématique d'enseignant, qui a des problèmes d'évaluation ou qui croit en avoir, et je me suis plus ou moins bien débrouillé avec eux pendant un certain temps. Plus tard, je me suis retrouvé dans un IREM (l'IREM de BESANÇON) où l'on a réfléchi un peu différemment au problème, et nous avons travaillé à la mise au point de ce que l'on appelerait maintenant un référentiel d'évaluation formative. En fait, nous allons voir que nous avons malgré nous surtout favorisé l'évaluation sommative. Quoi qu'il en soit, nous avons travaillé du côté des représentations qu'on pouvait avoir sur ces problèmes d'évaluation. Je passe un peu rapidement là dessus pour dire que me retrouvant en situation de formateur, les problèmes se sont encore posés autrement.

Que fallait-il, que pouvait-on dire aux enseignants qui leur permettrait d'améliorer leurs pratiques, et qu'est-ce que cette phrase veut dire, si toutefois elle dire quelques chose?

Est-ce par l'évaluation qu'on va améliorer les pratiques ?

les pratiques de quoi?

Maintenant j'ai envie de dire que l'évaluation n'est jamais un but même si certaines évaluations le deviennent. Pour l'enseignant, l'évaluation n'est pas un but, c'est un moyen qu'il se donne, ou qu'on lui donne, pour un certain nombre de raisons que l'on verra tout à l'heure. Donc, en situation de formateur comme la plupart d'entre vous, à propos de l'évaluation, qu'est ce qu'il faut dire et pourquoi?

Qu'est ce qu'on peut dire, qu'est-ce qu'on peut faire avec les enseignants?

Est-ce qu'on leur amène une théorie toute faite ou un discours sur l'évaluation?

Est-ce qu'on leur dit ce qu'il faudrait qu'ils fassent, tout en sachant bien que ça ne s'intègre pas du tout à leurs conceptions, à leurs représentations?

Une recherche à l'IREM de BESANÇON

A l'IREM, nous avons essayé de mieux comprendre cette problématique en expérimentant. On a fait de la recherche (ou de recherche-action !). L'ensemble des programmes de collège ont été opérationnalisés et nos épreuves ont été passées par des milliers d'élèves[1] ...

---

[1] *BODIN.A et all.:(1981-1985)* ***OBJECTIFS et EVALUATION*** ,

fascicule 1 : généralités

fascicule 2 : niveaux 6ème et 5ème.

Je ferai une place particulière à la dernière étude que nous avons faite et qui a consisté à observer dans quelle mesure il y avait un rapport entre les résultats des élèves, par rapport à un même domaine conceptuel, selon le type d'épreuve qui leur étaient proposées.

Plus précisément, les élèves de 12 classes de seconde ont passé un ensemble d'épreuves portant directement ou indirectement sur le concept de vecteur :

ÉPREUVE MO: Épreuve, de type micro-sommative regroupant l'ensemble des micro-capacités telles qu'elles résultent de l'analyse des programmes de seconde, de l'analyse des manuels et de l'analyse des pratiques.

ÉPREUVE ET : Épreuve de type terminale, que nous avons d'abord voulu intégrative au sens de de KETELE, mais qui se présente en fin de compte comme une épreuve traditionnelle à questions plus ou moins emboîtées. Cette épreuve est étroitement liée, par le biais de l'analyse de la tâche, à l'épreuve MO.

Il y aura lieu de revenir sur la difficulté que nous avons eu à construire une épreuve d'intégration. C'est la signification même du savoir évalué qui est ainsi mise en jeu.

Soulignons aussi que l'analyse de la tâche est devenue pour nous l'un des passage obligé de toute évaluation.

ÉPREUVE F: Epreuve instrumentale non liée directement aux deux épreuves précédentes en ce qui concerne les contenus (en fait sans contenu mathématique) mais liée au niveau de l'instrumentation mentale: recherche d'information, organisation, analyse de situation, reconnaissance de forme...

ÉPREUVE F: Test de closure destiné à évaluer la compréhension du domaine (concept de vecteur en seconde). Deux scores étant distingués : un score langue et un score informationnel [1]

On s'attendait à ce qu'il y ait des rapport entre les résultats des élèves à l'épreuve terminale et les résultats aux épreuves micro sommative. En fait il n'y en a pas (ou peu). Le coefficient de corrélation n'est que de **0,11** ; comment expliquer cela? La hiérarchie attendue n'est pas respectée dans l'ensemble. Le test instrumental n'est fortement lié ni à l'épreuve instrumentale, ni à l'épreuve micro sommative.

La distinction qui nous a conduit à séparer les scores langue et informationnel du test de closure a pour objet de séparer deux variables qui pourraient avoir une certaine indépendance. En fait, contrairement à cette attente, on trouve une corrélation importante entre ces deux scores de closure. Par contre, et cela ne vous étonnera peut-être pas, une A.F.C[2] nous amène à une grande proximité entre le score de closure informationnel, sensé rendre compte de la compréhension générale du domaine avec, non pas les résultas globaux à l'épreuve terminale, mais les indices correspondant au critère "l'élève a mené jusqu'au bout sa démonstration"...

Quand on revient à la pratique de la classe et qu'on regarde les évaluations qui sont faites quotidiennement, on va avoir, selon l'enseignant, une évaluation que l'on identifiera comme plutôt micro-sommative ou comme de nature intégrative... La conséquence de ce que je viens de

---

fascicule 3 : niveaux 4ème et 3ème.
IREM de BESANCON - 1983.

[1] *Evaluation multidimentionnelle de l'activité de lecture . DUVAL - GAGATSIS - PLUVINAGE - IREM de STRASBOURG - 1984.*

[2] *Analyse factorielle des correspondances.*

dire, c'est que ce ne seront pas du tout les mêmes élèves qui réussiront, ce ne seront pas les mêmes qui seront distingués comme ayant maîtrisé le domaine sur lequel porte l'évaluation.

Les évaluations de l'APMEP

D'autre part, j'ai travaillé avec le SPRESE[1] jusqu'à ce qu'il arrête de faire l'évaluation des programmes... jusqu'à ce que cette action soit suspendue. Lorsque les nouveaux programmes de sixième ont été mis en place, nous avons décidé à quelques uns de l'APMEP, non pas de remplacer le SPRESE (une évaluation interne ne peut pas remplacer une évaluation externe ou institutionnelle), mais on a décidé de regarder nous même, par nos propres moyens, comment ces nouveaux programme passaient auprès de enseignants, auprès des élèves, et bien sur nous sommes allés regarder du côté des capacités que les élèves manifestaient dans des épreuves qu'on pouvait leur proposer. Cela nous amène à une autre genre d'enquête (de type "survey"). On a fait ce travail en fin de sixième l'an dernier (Juin 87), ce qui nous a apporté un certain nombre d'informations sur la façon dont les programmes passaient. Cela nous a aussi appris à travailler en équipe d'enseignants (on l'avait déjà vu en équipe IREM), un peu chercheurs pour certains, mais pas trop, pas beaucoup, et à s'apercevoir que ce qui était une question pertinente pour les uns ne l'était absolument pas pour les autres, ce qui était une question recevable pour les uns n'était pas recevable pour les autres ce qui était correctement énoncé pour les uns ne l'était pas pour les autres et qu'il y avait un flou absolu au niveau de tout ce qui touchait à la formulation des questions et aussi à la façon de poser les questions, et même sur le "pourquoi on pose les questions ?"

Il y a une chose que nous n'avons pas encore réussi à faire après deux ans de travail (nous sommes maintenant passés de la sixième à la cinquième) c'est de faire passer auprès de l'ensemble des collègues l'idée qu'évaluer un programme c'est prendre des informations. Quand il s'agit (on avait eu le même problème avec le SPRESE) de faire coder des épreuves c'est à dire de répondre à la question "est-ce que telle information est présente ou non dans la copie, dans le produit de l'élève, est-ce qu'on y trouve ceci ou cela", les collègues continuent à nous répondre en termes de valeur, de bien de faux, de juste, de nul... on a beaucoup de mal à obtenir des codages en 0,1. Par exemple mettre 0 à quelque chose qui est juste, ce n'est pas possible.... On a une équipe de 25 professeurs (militants) qui travaillent à organiser cette évaluation, à préparer des épreuves et leurs passation, qui restent en contact permanent entre eux et avec le réseau beaucoup plus important des collègues qui nous envoient des items, des questions d'évaluation, qui réfléchissant à l'évaluation... et bien, malgré tout cela, nous n'avons pas vraiment réussi à faire comprendre à l'ensemble des collègues que notre évaluation du programme était avant tout une recherche d'information.

Lorsque, par exemple, vous avez une question contenant trois sous-questions et que vous donnez les consignes de codage suivantes:

Item n : CODE 1 si l'élève a réussi exactement 2 sous-questions - code 0 autrement,

Item n + 1 : CODE 0 si l'élève a réussi les 3 sous-questions - code 0 autrement,

vous devez vous attendre à recevoir beaucoup d'appels de collègues qui pensent qu'il y a une erreur de consignes. Il n'est pas possible de "mettre 0" à l'item n lorsque l'élève a réussi les trois sous questions. Les seuls codes envisagés pour cette paire d'items sont donc 0 - 0 ; 1 - 0 ; 1 - 1. L'idée de recherche de la valeur prédomine dès qu'il est question d'évaluation (conformément d'ailleurs à étymologie) Heureusement pour notre travail, nous avons les moyens de corriger ces erreurs systématiques.

Cette remarque me paraît d'autant plus importante que tout le discours des sciences de l'éducation sur l'évaluation est basé sur une définition de l'évaluation qui est celle de la **recherche et du traitement de l'information.**

---

[1] *Service de la prévision et de l'Evaluation du Système Educatif du Ministère de l'Education Nationale.*

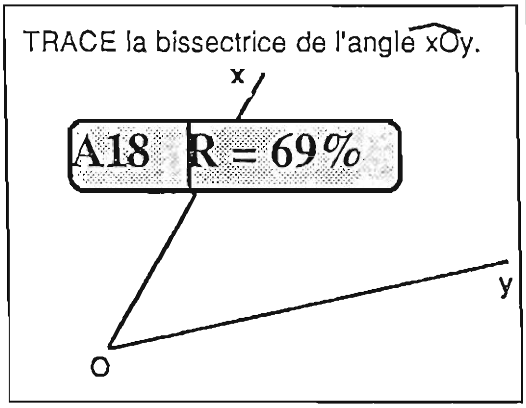
Ca ne fonctionne pas comme ça, ça n'existe pas !

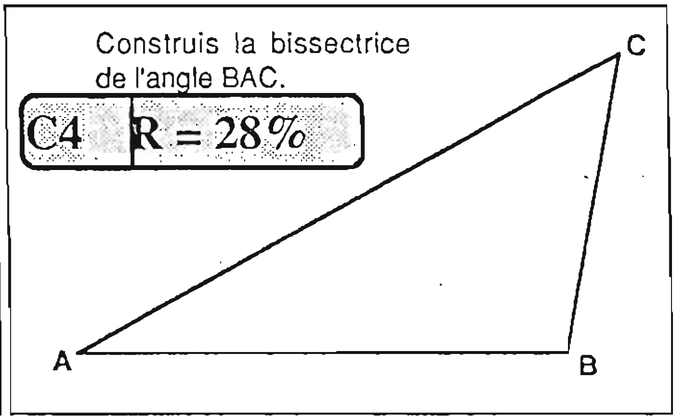
Au niveau des classe de sixième, nous avions 1000 classes qui participaient à cette opération . Au niveau des classes de cinquième il y a 2000 classes qui vont passer les épreuves ces jours -ci. Il y a deux heures de passation par élève, et 16 modalités de passation , 8 épreuves différentes. Tous les élèves ne passent pas les mêmes épreuves. On ne cherche pas à classer les élèves les uns par rapport aux autres

Cette méthode de travail nous amène des tas d'informations. Non seulement des statistiques globales, mais aussi la possibilité de mettre des informations en relation

Par exemple on a pu comparer les taux de réussite des élèves à des questions concernant la bissectrice, mais on a pu aussi étudier les dépendances concernant des paires d'items.

(les items ci-dessous sont empruntés à EVAPM 6. Les codes A18, C4, App18 sont les codes utilisés dans la brochure de résultats)



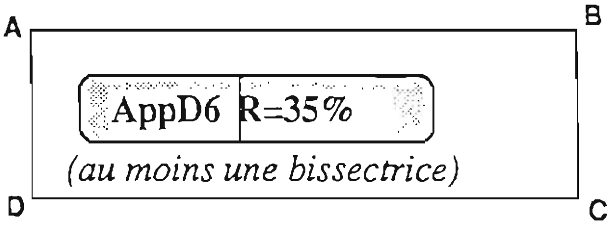


Pour faire l'exercice suivant, tu as besoin de savoir que la somme des mesures des angles d'un triangle est toujours égale à 180°.

<u>ABCD est un rectangle.</u>

1 °) CONSTRUIS les bissectrices des angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{ABC}$.

<u>*(ne pas effacer les traits de construction)*</u>



2 °) .../...

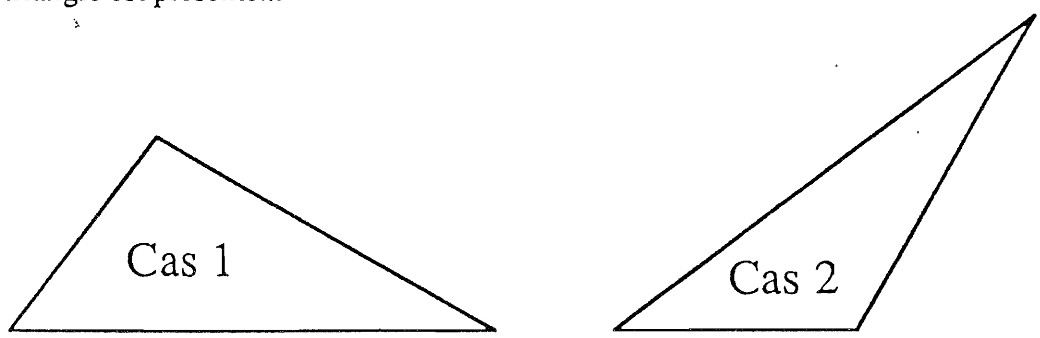
Traits de construction corrects pour 30% des élèves

		A18	
		1	0
App18	1	38	00
	0	31	31

		C4	
		1	0
AppD6	1	17	26
	0	07	50

Je ne connais pas bien l'élémentaire ni l'école normale. Ici, 69 % des élèves ont tracé correctement la bissectrice de l'angle xOy dans le cas de l'item A18. On est en sixième, on leur a demandé de tracer. L'élève peut utiliser les instruments qui lui conviennent. On a en fait accès ici à l'image mentale ou à la représentation que l'élève a de la bissectrice. Ce que l'on va dire, ce n'est pas que les élève savent tracer... mais qu'il a une bonne représentation de la bissectrice chez environ 70% des élèves. Mais, dans cette situation, si vous demandez de tracer la bissectrice de l'angle A dans l'item C4, le taux de réussite est divisé par deux[1]. Certes, un modèle probabiliste pourrait peut être expliquer cela. Evidemment, puisqu'il y a trois angles , cela augmente les chances de se tromper d'angle

A quel moment va t-on pouvoir dire que l'élève sait tracer la bissectrice d'un angle? Dans notre évaluation, il faut remarquer que ce ne sont pas les mêmes élèves qui ont passé les deux questions. Il n'y a donc pas d'auto-apprentissage entre les eux. On obtiendrait des résultats très différents selon que l'on pose la même question en début ou en fin de questionnaire. (je pourrai vous renvoyer à un article[2] qui montre l'importance de la place des questions dans un questionnaire). On prend une question qui était à la quatrième place et on la met à la seconde place et on constate que le taux de réussite est multiplié par deux. On prend une question que l'on met à la même place relative tout en multipliant la longueur de l'épreuve par deux et les taux de réussite sont divisés par deux. Je schématise un peu bien entendu. Mais les élèves vont jusqu'au bout. Ce n'est pas que l'épreuve soit trop longue c'est parce qu'ils ont un autre type de réaction devant une épreuve comportant cinq questions que devant une épreuve en comportant quinze... ou dix Si vous demandiez à des élèves de sixième de la dernière génération (avant les programmes 87), de calculer l'aire d'un triangle ..les résultats vont dépendre des apprentissages qu'ils ont eu avant, de l'enseignement sans doute, mais dans l'ensemble, si vous leur demandez de prendre les mesures nécessaires... vous allez obtenir des résultats très dépendants de la façon dont le triangle est présenté...



R = 46%   R = 20%

bien sur, on peut dire que c'est un problème de représentation , mais à quel moment va-t-on, déclarer qu'un élève sait calculer l'aire d'un triangle ?

Des éléments de ce genre là on les voit bien et on en voit beaucoup lorsqu'on a beaucoup de classes. Dans notre cas, avec 2000 classes on a la possibilité d'avoir des passations très éparpillées, de poser des questions voisines à des groupes différents et d'étudier ensuite les rapports existants entre les différentes réponses. On a ainsi la possibilité de croiser des tas de questions, en particulier des questions classées selon la terminologie officielle sous le terme de "compétences exigibles". A ce propos, l'expression "compétence" était , on l'a assez dit, mal choisi, et dans les commentaires de troisième on aura affaire à des "capacités", ce qui est déjà un peu mieux, mais ne résout pas vraiment le problème qui consiste à se demander comment il est possible de décréter que telle personne a telle compétence ou telle capacité.

On a donc la possibilité de croiser des capacités que l'on classerait en exigibles avec des capacités que l'on classerait comme étant d'approfondissement. Là aussi on a des surprises: alors que l'analyse de la tâche nous amènerait à décréter qu'une question d'approfondissement est plus difficile que la question "exigible", on observe souvent des taux de réussite qui

[1] *Signalons que dans l'évaluation cinquième, la même question (C4) a été posée, cete fois sans oublier de mettre le "chapeau". le taux de réussite n'y est que de 35%*

[2] *Problèmes de l'évaluation des savoirs mathématiques. A. BODIN Petit x n° 7./1985*

contredisent cette hypothèse.. Certes les didacticiens ont développé des tas de choses là dessus, modèles probabilistes ou autres... Par exemple on sait bien que 0,3 au carré ça fait souvent 0,9 alors que l'élève ne fera pas d'erreur s'il s'agit de calculer le carré de 0,78 Ces chose là étant bien connues il est intéressant de les voir fonctionner dans une situation où les enseignants sont à la fois les commanditaires et les organisateurs de l'évaluation et où ils pourront aussitôt réinvestir dans leurs pratiques les enseignements qu'ils en auront tiré

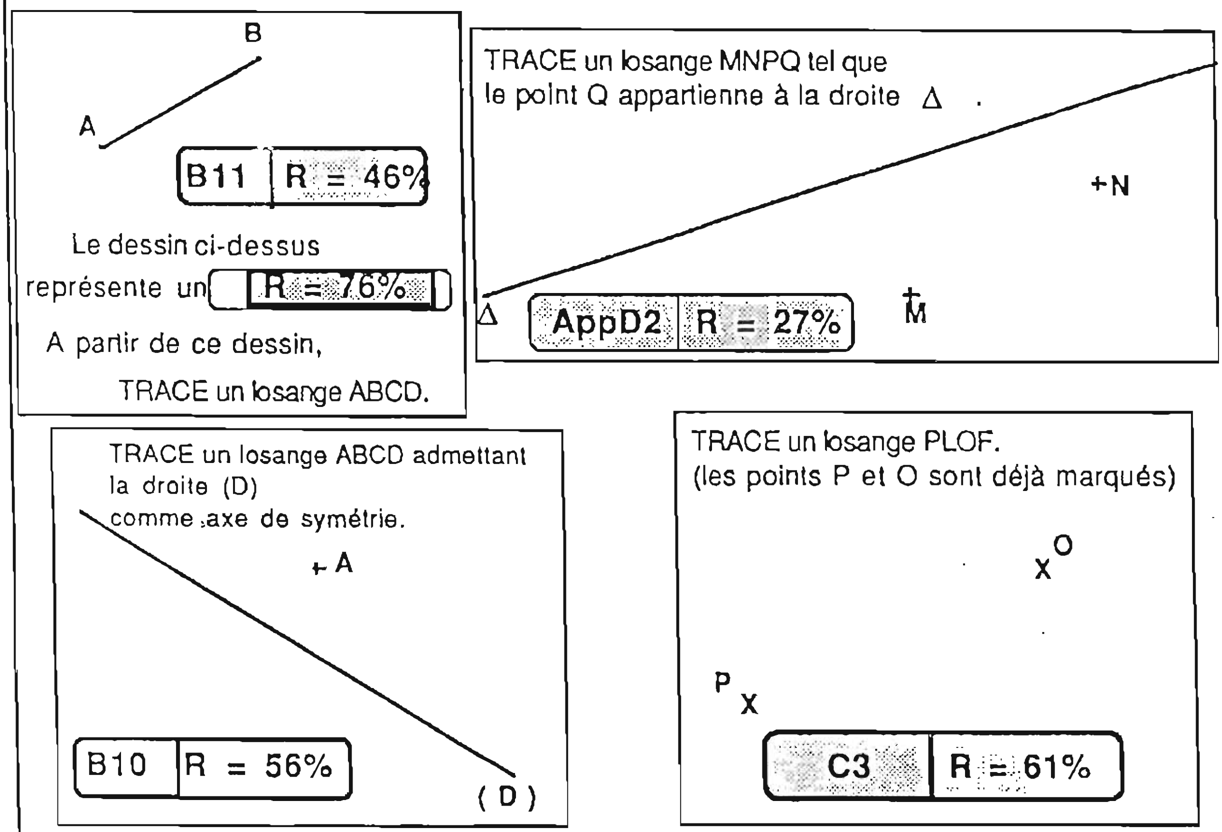
Voici un autre exemple: si on demande aux élèves de sixième de compléter cette figure (item B11), on obtient 46% de bonnes réponses. Pour C3 on obtient 61% de bonnes réponses, la différence est très significative et est confirmée par les résultats obtenus par D2 (27%) et B10 (56%). On a affaire à deux types de questions qui appellent elles mêmes deux définitions différentes du losange.Les informations recueillies nous renseignent sur la représentation que l'élève de fin de sixième se fait du losange.Les nouveaux programmes font une place importante à la symétrie orthogonale et on a ici une idée sur la façon dont la symétrie orthogonale a été intégrée par les élèves, Pour les élèves de sixième, maintenant, un losange ce n'est pas un quadrilatère dont les quatre côtés ont même longueur, un losange c'est d'abord un quadrilatère dont les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, ou c'est un quadrilatère qui a deux axes de symétrie (pas n'importe lesquelles bien sur). Ce que je veux dire, c'est que des observations de ce type sont des conséquences du type de formation donnée aux élèves, des situations qui leur ont été proposées... je ne fais d'épistémologie en ce moment, je ne dis pas comment les concepts se construisent Lorsque je dis cela, je regarde, nous regardons des effets de l'enseignement. Il est vraisemblable que si l'on avait posé ces questions lavant les changements de programmes, on n'aurait pas eu les même résultats.

CROISEMENTS d'ITEMS

EVAPM6 - items LOSANGE - Classe de sixième

Des élèves différents ont passé B11 et C3

Dans les autres cas, des croisements sont possibles



	B11 1	B11 0
AppD2 1	17	09
AppD2 0	29	45

	C3 1	C3 0
AppD2 1	13	04
AppD2 0	33	49

	B10 1	B10 0
AppD2 1	15	11
AppD2 0	41	32

	B10 1	B10 0
B11 1	30	16
B11 0	26	29

Avec des études comme celle ci, on peut faire des hypothèses sur les effets de l'enseignement ou d'une modification des conditions d'enseignement. si on se trompe, on le verra plus tard. Ce qui nous manque un peu pour nos études, c'est le manque quasi-absolu de moyens de comparaisons avec ce qui se passait auparavant. Bref, **notre évaluation est aussi une mise en place d'indicateurs que nous espérons bien pouvoir suivre.**

La Théorie et la pratique

Ce genre de travail conjugué avec le travail de formateur d'enseignants, nous a amené à dire que dans de nombreuses formations, on répondait pas.aux bonnes questions, ou plutôt que l'on répondait à des questions que les enseignants ne se posaient pas et qu'on ne répondait pas aux bonnes questions que d'ailleurs ils ne se posaient pas. Faire de la formation d'enseignants c'était leur amener un discours sur l'évaluation l'évaluation je vous en donne une définition classique :

> ***l'évaluation, c'est l'ensemble des procédures et des processus de recueil de traitement et de communication de l'information, tout cela dans le but de prendre des décisions***

Alors, vous racontez cela ..il y des petit jeux que l'on peut faire pour rechercher les représentations des enseignants et l'on va s'apercevoir que massivement on va parler de la note (alors qu'on y pensait pas précisément à ce moment), de la correction des copies, des conseils de classes et ça fonctionne comme ça .Le discours que l'on peut avoir sur l'évaluation formative par exemple, est complètement perverti tant qu'il est intégré à une tonne d'autre choses, sans qu'il y ait moyen de distinguer ce que l'on fait vraiment. L'idée est qu'au delà de ce discours, il y a les pratiques et que les pratiques elles sont autres et que les représentations des gens sont autres et que les raisons profondes du fonctionnement sont autres .

Le schéma que je vous présente maintenant est assez ancien *(il s'agit d'un schéma présentant les diverses actions et fonctions de l'évaluation)* et si je devais refaire un schéma de ce genre là il aurait un tout autre aspect . Je réduirai la partie centrale *(qui représentait le discours des Sciences de l'Education)* et par contre, le bâton, la carotte, le pouvoir, le travail, le salaire... prendraient une place beaucoup plus importante . Qu'est ce que ça veut dire ? ..Ce que je voudrais communiquer ici, c'est surtout des interrogations. On aurait pu décortiquer, par exemple, la brochure évaluation du programme de sixième[1] mais vous savez lire. Ce que je voudrais communiquer, c'est le type d'interrogations que nous avons maintenant et qui situent un peu plus les problèmes d'évaluation dans un cadre didactique plus général *(à la fois général et particulier dans la mesure où le Savoir mathématique est concerné)*

Mon exposé a été intitulé "théories et pratiques de l'évaluation en mathématiques" le texte que vous avez entre les mains a été écrit dans un autre contexte[2] qui concernait les rapports entre didactique et évaluation. Je ne savais d'ailleurs pas que vous aviez ce texte..il voulait répondre à la question : "que peut-on dire sur le savoir mathématique d'un élève ". Quand on m'a demandé il y a six mois de présenter quelque chose, j'ai plutôt pensé que, devant un public comme le vôtre, il fallait resituer les théories de l'apprentissage et les théories de l'évaluation par rapport à des pratiques, par rapport à un fonctionnement de la classe. Depuis j'ai trouvé un texte qui s'appelle **"évaluation et théories de l'apprentissage en situation scolaire"** qui est de Guy BROUSSEAU et qui date de 1979 Quand j'ai lu cela je me suis dit "zut, qu'est ce que je vais faire à ROUEN , tout a été dit il y a longtemps". En fait je ne sais pas si j'accepte tout ce qu'il y a dans ce texte mais ce que je veux dire, c'est qu'il y a, peut-être par les IREM, peut-être à cause de la communauté didactique, il y a un rapprochement qui se fait entre les préoccupations des gens qui prennent d'abord l'évaluation comme entrée et ceux qui entrés par la didactique prennent beaucoup plus en compte la complexité des situations Citons G.BROUSSEAU :"*...beaucoup d'enfants et ensuite de professeurs n'acquièrent qu'une fausse pratique du savoir, traité comme un catalogue d'algorithmes à stocker en mémoire... L'évaluation seule ne permet pas de corriger les phénomènes rapportés plus haut et parfois elle les accentue....*"

"Beaucoup d'enfants et ensuite de professeurs n'acquièrent qu'une fausse pratique du savoir" c'est ce que l'on voit lorsqu'on fait un peu d'évaluation et qu'on se demande ce que l'on est en train de regarder qu'est-ce -que les résultats que l'on obtient veulent dire sur les savoirs des élèves est ce que même le fait de les soumettre à ce type d'interrogation ne conditionne pas certains faux savoirs? Je pourrais vous montrer des épreuves que les élèves subissent et qui ne peuvent que conforter certains phénomènes de sous-compréhension *"L'évaluation seule ne permet pas de corriger les phénomènes dont on parle"* c'est à dire *"cette*

---

[1] *Evaluation du programme de sixième 1937- APMEP - 26 rue Dumeril 75013 PARIS.*

[2] *Il s'agissait du texte " expertise du Savoir Mathématique " publié dans les cahiers du CRELEF (Centre de Recherche sur l'Enseignement du Français) de l'Université de Besançon.*

fausse pratique du savoir, mais parfois elle les accentue". On pourrait continuer, mais je ne vais pas lire le texte de Guy BROUSSEAU . En tout cas il y a un rapprochement, il y a aussi une piste très importante, qui est celle d'Yves CHEVALLARD. Je redis que l'évaluation jusqu'à une date récente, on en parlait surtout entre gens des Sciences de l'Education. La didactique ne semblait pas s'y intéresser ou du moins s'y intéressait en l'intégrant et non en regardant de l'extérieur et en construisant de petits objets sans voir comment ils s'intégraient par rapport au savoir, par rapport au fonctionnement de la classe etc... voilà ce qu'écrit CHEVALLARD en 1986 :[1]

"..Pourtant ,lorsque ...le didacticien tente de pénétrer dans l'histoire d'une classe, il doit se rendre à l'évidence: les faits d'évaluation qu'il peut alors y observer ne sont pas simplement un existant contingent (Je sais, certains n'aiment pas le vocabulaire, mais les idées sont plus importantes que les mots qui les véhiculent) , *un mal nécessaire que l'on pourrait ignorer, mais bien l'un des aspects déterminants du processus didactique- qui règle et régule tout à la fois les comportements de l'enseignant comme l'apprentissage des élèves. Bref, quiconque pénètre un peu longuement dans la vie d'une classe ne peut longtemps ignorer la "tyrannie" du processus d'évaluation.*

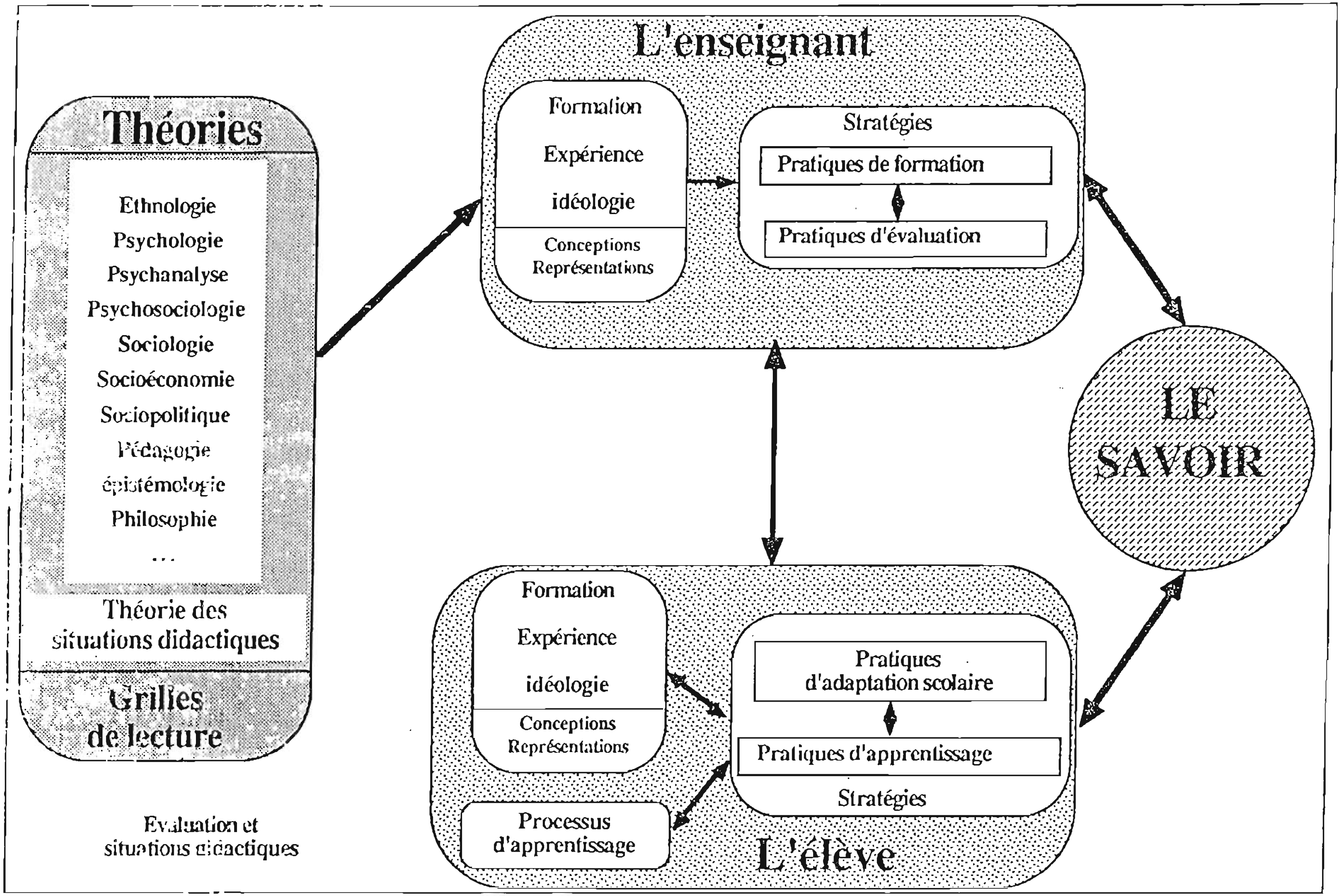
La note assignée par le correcteur n'est pas mesure, (je n'ai pas encore parlé de mesure ça me paraît même un peu dépassé pour une recherche sur l'évaluation, mais pas dans la réalité des contacts avec les enseignants) *mais message* (ce qui est plus nouveau) . *Ce message intervient dans une négociation, ou une transaction, qui signe un rapport de forces entre l'enseignant et les enseignés, à propos du savoir enseigné.* (vous voyez que je peux effacer le schéma précédent) *C'est ..au coeur du processus didactique, et non en ses points singuliers, (les examens..) aussi décisifs qu'ils soient du point de vue de l'administration et de la gestion du système d'enseignement qu'il faut aller chercher les éléments d'une analyse didactique ...des actes d'évaluation.*

J'adhère complètement, maintenant, à cette vision des choses. Je ne serai pas capable de situer "ma théorie de l'évaluation" par rapport à une théorie des situations didactiques ou du moins j'aurai bien du mal à le faire . En fait, à moins d'appeler théorie tout discours un peu construit, il n'y a pas de théorie de l'évaluation, il y a des théories de l'information, des théories de la décision et ce que l'on peut dire en évaluation ne sont que des avatars des ces théories et éventuellement des théories statistiques. Je ne vois donc plus de théorie de l'évaluation, je vois un beau discours que je peux tenir et que j'ai tenu assez longtemps . Ce que je vais dire est plutôt un brouillon de quelque chose que je cherche à mieux formuler, il y a effectivement à regarder de quelle façon les pratiques d'évaluation ont une influence, une contribution aux apprentissages, de quelle façon ils interviennent dans le processus didactique, je veux dire au niveau des processus et pas seulement en regardant les pratiques ou les procédures. Une note par semaine ne dit pas comment ça fonctionne. Il y a donc des théories et des grilles de lectures : théories de type psychologiques, éthnologiques , sociologique, on pourrait distinguer la socio-politique, la socio-économique, la psychosociologie ... Bien entendu, je ferai une place à part à la théorie des situations didactiques. Ce n'est pas seulement un coup de chapeau , c'est que mon schéma a l'ambition de regarder du côté des procédures mises en place par les enseignants, des représentations qu'ils ont par rapport à ces théories, du côté des stratégies développées par les élèves et du côté des processus qu'ils développent et qui ne sont pas toujours en accord avec ces stratégies.

Il y a bien sur le SAVOIR qu'il n'est plus possible d'ignorer, qui est l'enjeu lointain peut être, mais enjeu tout de même. Dans la mesure où l'on se retrouve avec ces éléments, je ne vois pas comment on pourrait ne pas se référer à la théorie des situations didactiques.

---

1 *CHEVALLARD.Y, FELDMANN. S, (1986)* ***Pour une analyse didactique de l'évaluation*** *- IREM d'AIX MARSEILLE*


Théories
Ethnologie
Psychologie
Psychanalyse
Psychosociologie
Sociologie
Socioéconomie
Sociopolitique
Pédagogie
épistémologie
Philosophie
...
Théorie des situations didactiques
Grilles de lecture
Evaluation et situations didactiques
L'enseignant
Formation
Expérience
idéologie
Conceptions
Représentations
Stratégies
Pratiques de formation
Pratiques d'évaluation
LE SAVOIR
L'élève
Formation
Expérience
idéologie
Conceptions
Représentations
Processus d'apprentissage
Pratiques d'adaptation scolaire
Pratiques d'apprentissage
Stratégies

Donc, l'enseignant est là avec ses grilles de lectures, ses théories, filtrées par la formation, par l'expérience, par l'idéologie. Qu'est ce qui fait qu'un enseignant pense que seuls des gens beaucoup plus doués que la moyenne sont capables de faire des mathématiques en terminale C ? Est-ce sa formation, est-ce son expérience? est-il vraiment sûr que l'élève qui n'a pas compris en seconde le problème des espaces vectoriels, les bases, les questions d'indépendances des vecteurs pour former un base, il est vraiment sûr que deux ans plus tard.. il sait vraiment? ou bien est-ce que ses conceptions l'amènent à prendre des décisions qui pourraient aussi bien être autres. Certes on a des expériences, on a laissé passer des élèves qui se sont cassés la figure. L'enseignant est là avec ça (son expérience,sa formation son idéologie) et il construit des situations d'enseignement, il développe des stratégies d'enseignement et il met en place des situations d'évaluation En fait, je parle en ce moment d'évaluation interne, je parle du collège et du lycée ou actuellement l'évaluation dans ces établissements est de ce type là (dessin de Plantu d'un enfant soumis à la question) c'est le contrôle continu ou plutôt le contrôle permanent des apprentissages, au risque même de laisser les apprentissages de côté . C'est toute l'activité de l'élève qui est soumise à évaluation. Je ne suis pas contre l'évaluation formative mais il faut savoir ce que cela veut dire, pour quelle raison est-ce que je met les situations d' évaluation là alors qu'il est vrai que dans certains cas elle vont se trouver relativement à l'extérieur (examens par exemple)? Actuellement, les élèves du début de la sixième à la fin de la troisième, et au delà, sont évalués à l'intérieur de la classe, par l'enseignant qui gère en même temps les stratégies de formation et les situations d'évaluation qu'il propose. Il y a-il un rapport entre telle et telle théorie? peut-on lire dans telle pratique l'actualisation d'une théorie?. Je prendrais par exemple l'approche de BOURDIEU, en terme de pouvoir. Si l'on prend la définition qu'il donne de l'actions pédagogique[1] :*"Toute action pédagogique est objectivement une violencè symbolique en tant qu'imposition, par un pouvoir arbitraire, d'un arbitraire culturel".*

D'autres ont repris ce thème du pouvoir, remarquant que l'évaluation, par le pouvoir qu'elle donne, permet à l'enseignant de vivre sa situation en limitant les dégâts, en supportant les élèves, en s'assurant un certain pouvoir sur eux, pouvoir que l'on ne sait pas toujours remplacer par autre chose. Allez parler à des professeurs de L.P. de l'évaluation comme d'un processus de recueil de l'information destinée... alors que dans certains cas ils ne parviennent plus à rentrer dans leurs classes . C'est vraiment se moquer du monde ! Eux, ont besoin de l'évaluation pour maintenir leur pouvoir.ils en sont conscients, tout enseignant a besoin d'un certain pouvoir et utilise ce qu'il a à sa disposition pour cela.

Relations entre situations d'enseignement et situations d'évaluation

On peut se demander s'il y cohérence (on parle aussi de congruence) entre les situations d'enseignement et les situations d'évaluation. Prenons quelqu'un plutôt de type behaviouriste-conditionnement, pour qui enseigner c'est apporter des informations successives et qui pense que ce que l'enseignant a dit, l'élève doit le savoir.. Par exemple, il y a beaucoup d'enseignants, en cinquième, qui "font" la règle des signes un jour et qui demandent aux élèves de la maîtriser non pas le lendemain mais le jour même, qui méconnaissent complètement le temps nécessaire aux assimilations. Est-ce-que c'est parce qu'ils ont lu SKINNER ou qu'ils ont simplement pensé que c'était comme ça qu'il fallait faire? Je peux aussi utiliser cette grille de lecture pour identifier leur stratégie comme étant de type conditionnement instrumental, mais on peut lire les pratiques d'évaluation comme correspondant au modèle du conditionnement répondant.

Les échecs, les dégoûts, que l'on constate dès la classe de cinquième, qui se prolongent après, et qui font par exemple que si l'on n'arrive pas à recruter des élèves en première S, ce n'est pas seulement parce qu'il sont faibles en mathématique c'est aussi parce qu'un certain nombre d'entre eux n'ont pas envie d'y aller. Pourquoi n'ont-ils pas envie d'y aller ? il faut se poser la question. On peut lire certaines pratiques d'évaluation comme des pratiques de renforcement négatif, il faut regarder ce qui se passe et non se contenter du discours sur l'évaluation; il faut prendre des informations. On va définir des objectifs de façon claire on va

[1] *BOURDIEU.P , PASSERON. J.C (1970) :* ***La reproduction****, Editions de minuit.*

écrire les choses, on va pouvoir les communiquer, et si on vous dit l'élève en fin de sixième doit savoir calculer l'aire d'un triangle ça ne pose pas de problème, il suffit de lui poser la question. Si il sait, il sait, s'il ne sait pas, il ne sait pas ! Il y a encore des gens qui y croient, alors que tout prouve que selon l'heure, le jour, la progression des apprentissages, les résultats seront très différents. Si l'on pense que certains savoirs se construisent de façon plus constructiviste que linéaire, on doit s'attendre à ce que les élèves sachent faire quelque chose un jour et plus le lendemain, puis refaire plus tard, et que dans ces conditions il faut repenser la façon dont on évalue. A propos de l'approche éthnologique, l'autre jour au colloque "math et avenir" qui s'est tenu à Palaiseau, Monsieur le Doyen de l'inspection générale de mathématiques disait, à juste titre à mon avis, que dans les sociétés dites primitives il y avait des procédures de passage à l'age adulte. Chez nous il y a le bac qui constitue une véritable initiation. On ne sait rien du savoir d'un élève qui a le bac, on sait simplement qu'il a passé les épreuves le bac. Chez nous disait Monsieur Legrand, le bac c'est la fourmilière ! Dans certaines sociétés, on faisait asseoir les jeunes sur une fourmilière, chez nous on leur fait passer le bac. En tout cas un observateur extérieur qui viendrait voir comment on fonctionne ne reconnaîtrait certainement pas, dans les pratiques quotidiennes des classes de collèges et de lycées, une procédure continue de recueil d'information sur l'état du savoir des élèves, sur son développement, sur la dynamique de la construction de ce savoir, sur les processus de construction du savoir Ce n'est pas cela qu'il verrait, c'est plutôt comment le professeur tient sa classe,.. l'interrogation écrite existe parfois de la façon suivante : "vous avez l'air excités ce matin : interrogation écrite" mais elle existe surtout en terme de contrôle.

Contrôle ou évaluation ?

En fait nous parlons d'évaluation, mais la pratique la plus courante des enseignants n'est pas celle de l'évaluation. Si l'on pense que les savoirs se construisent de façon linéaire et si on pense que pour que les savoirs se construisent il faut que l'élève apprenne ses leçons, et si on veut savoir s'il a appris ses leçons, il faut bien faire une interrogation écrite sur ce qu'il vient d'apprendre. L'enseignant n'est pas dupe, il sait très bien qu'il ne contrôle pas les apprentissages, il fait du contrôle de comportement: il fallait que tu apprennes pour ce jour, tu as appris, tu as une bonne note. Toutes les études prouvent que les savoirs à court terme ne correspondent pas du tout à ce qui sera en place à long terme, on ne peut pas prévoir les savoirs futurs en regardant les savoirs immédiats, ou ce qui ressemble à des savoirs l'exemple de l'évaluation formative par exemple, *(présentation du dessin de Plantu sur le lycée expérimental)* ...une évaluation qui serait vraiment en relation avec les stratégies d'enseignement et qui accompagnerait la construction du savoir, une telle évaluation qui mériterait le terme de formative devrait ne pas être confondue par l'élève. En fait il n'y pas d'évaluation formative, il a des intentions formatives. Souvent, il n'y a que le professeur qui sache qu'il est en train de faire de l'évaluation formative, que lui qui est au courant, ça ne risque pas de marcher.

Puisque j'ai parlé d'approche sociologique il y a la tentative réductionniste que nous avons tous. Ce que je veux dire, c'est que si on regarde d'une certaine façon on va s'apercevoir que l'évaluation est là pour reproduire les inégalités, puisque dans les faits ça se traduit comme cela. Mais c'est pas vrai, ça ne fonctionne pas non plus comme ça, pas seulement comme ça., Il ne faudrait pas que j'oublie l'élève, il y a l'élève qui apprend selon des processus qui n'ont peut-être pas grand chose a voir avec les stratégies qui sont utilisées par l'enseignant mais qui n'ont peut-être pas grand chose à voir non plus avec les stratégies qu'il développe pour survivre dans la classe. Je veux dire que l'élève s'adapte aux situations qu'on lui propose et peut très bien apprendre selon des processus qui sont plus à relier aux théories constructivistes qu'aux présupposés béhaviouristes. Ces processus d'apprentissages ne sont pas toujours ce que l'on croit, et en tout cas, pas ce que l'enseignant suppose Ce qui n'empêche pas l'élève d'apprendre linéairement son petit cours chaque jour et heureusement d'intégrer tout de même des connaissances Si l'on veut regarder du côté de l'élève, il faut se demander quel accord il y a entre les statégies développées par l'enseignant et les processus qui sont propres à l'élève. Si on en croit BRUNER par exemple et d'autres qui ont développé des argumentations sur les styles cognitifs, on retombe sur le fait que ces processus ne sont pas les mêmes chez tous le élèves. Donc, il n'y a pas une fois pour toutes, pour un contenu de savoir, une stratégie, un seul processus d'apprentissage. On collerait dans ce cas l'un à l'autre et il suffirait de regarder, par une bonne évaluation, et tout irait bien. Les choses sont plus compliquées que cela .

Il se pose de plus, entre le savoir et ses mises en situation, le problème de la transposition didactique *(dessin de PLANTU "mignonne allons voir.." qui fait beaucoup réagir la salle, Plantu est applaudi)* Le problème de l'évaluation est central, ce n'est pas un hasard si, dans le livre de Plantu "Wolfgang tu feras informatique"[2], la moitié des caricatures peuvent se rapporter d'une façon ou d'une autre à l'évaluation, à la sélection ou à l'orientation. Ce n'est pas non plus un hasard si, lorsqu'on entend des jeunes discuter entre eux de l'école, 80 fois sur 100 ils parlent de l'évaluation. Le jour ou vous entendrez un jeune dire: "j'ai découvert (grâce à mon professeur !) le théorème de Pythagore" et s'en émerveiller vous serez sans doute étonnés. Par contre, parler de leurs copies de leurs notes... occupe une part importante de leur temps.

Je souhaite emprunter la conclusion à Jean CARDINET qui est directeur de l'IRDP de Neuchatel. C'est quelqu'un qui a beaucoup travaillé la mesure et qui a une longue expérience de pratique et de recherche en évaluation. Sa conclusion, maintenant en 83[3] , c'est: **Ne cherchons pas...**

__Premier point : *Ne cherchons pas à prédire :*__

On ne peut pas prédire, on ne sait pas prédire ce qu'un élève sera l'année d'après, ce qu'il sera capable de faire, la façon dont il pourra s'adapter à une nouvelle formation. On ne sait pas! Tout au plus, peut-on prendre des indicateurs, mais il faut savoir que la plupart des indicateurs que l'on prend habituellement sont de mauvais indicateurs. On peut montrer, par exemple, que les notes de mathématiques de fin de troisième sont de mauvais indicateurs de la réussite en seconde. Je n'ai pas parlé ici de notes et de docimologie pensant que dans cette assemblée le procès des notes n'est plus à faire *(bruits divers)* ...peut-être est-il encore à faire en partie?..Donc, ne cherchons pas à prédire. On peut nuancer un peu. Bien sur il y a des situations professionnelles où il faut prendre des risques mais il faut accepter de prendre des risques en sachant que ce sont des risques. Quand on voit les réticences que les enseignants ont devant toutes les procédures d'examen d'appel, de jury d'appel, ça veut dire qu'ils veulent avoir la certitude. Et bien non, on n'a pas cette certitude...au contraire, on devrait les demander ces procédures d'appel on ne devrait pas les rejeter.

Le second point de J.CARDINET est:

Ne cherchons pas à établir des bilans: *"un objectif éducatif peut être opérationnalisé, ..Mais on n'obtient ainsi qu'un indice apparent d'une réalité inobservable, .."*

On ne peut donc pas actuellement faire ce que j'appelle l'expertise du savoir de l'élève, ce qui ne veut pas dire qu'il ne faut pas chercher à avancer dans cette voie. Pour avancer il nous faut des modèles plus solides du savoir, non pas du savoir savant, mais des états possibles du savoir chez les élèves et de la dynamique possible de transformation de ces savoirs. Bien sur, on peut voir des choses, on peut toujours additionner des notes, ce que tout le monde sait faire, mais on ne peut pas établir de bilan très fiables.

Troisième point :

Privilégions une évaluation formative continue: J.Cardinet sait ce qu'il veut dire mais je dis que, dans notre système, ça ne fonctionne pas.

---

[2] *Edition La découverte - le Monde.*

[3] *CARDINET. J : (Juin1983) EVALUER les CONDITIONS d'APPRENTISSAGE des ELEVES PLUTOT QUE LEURS RESULTATS. - Communication au colloque belgo-suisse de Namur*

Ainsi après 20 ans de recherches et de travail sur l'évaluation dans tous les domaines J.Cardinet arrive un peu aux conclusions auquelles d'autres parviennent après être entrés par la porte didactique. Cette conclusion qui est aussi une mise en garde peut ainsi se résumer en :

Il faut s'intéresser au savoir, il ne faut ne pas essayer de dire des choses définitives , il faut intégrer la relativité de l'évaluation (de tous les types d'évaluation) , .

Ayant emprunté la trame de ma conclusion à J.CARDINET il est juste, dans cette transcription écrite de reproduire plus fidèlement ses propos:

- Ne cherchons pas à prédire

L'ambition du modèle d'évaluation comparative est de déterminer le niveau de l'élève dans une branche d'une façon qui soit stable et utilisable pour des décisions d'orientation à long terme.

En fait, une telle prédiction ne peut être suffisamment précise, si l'on tient compte des enjeux des décisions à prendre. De plus, l'effet du facteur socio-culturel est incontrôlable.

Il semble bien préférable de suivre l'évolution de l'élève plutôt que e chercher à la prédire, et d'adapter les méthodes pédagogiques de proche en proche à ses besoins.

- Ne cherchons pas à établir des bilans

Un objectif éducatif peut être opérationnalisé, ...Mais on n'obtient ainsi qu'un indice apparent d'une réalité inobservable, ...Vouloir établir un bilan, c'est ne pas respecter la réalité du phénomène d'aprentissage, qui résulte d'une évolution progressive et très qualitative d'un être en développement constant.

- Privilégions une évaluation formative continue

..La logique des bilans ..traduit une approche technologiste, qui voit l'enfant comme étant "à faire", à partir d'un projet qui lui serait antérieur ..même les plantes supportent mal d'être "poussées", ou "taillées" et contraintes . Les êtres vivants existent avant d'être pensés; ils se créent, se construisent, se développent, se transforment,..

On pourrait appeler évaluation formative continue cette prise d'information qui accompagne un être en développement et s'efforce de faciliter à chaque moment sa croissance, en aménageant au mieux son environnement. C'est l'attitude millénaire du jardinier.

x x
x

XVème COLLOQUE INTER-IREM
des professeurs de Mathématiques en Ecole Normale et autres formateurs d'instituteurs
Rouen 26,27, 28 mai 1988.

THEORIES DE L'APPRENTISSAGE

ET

INTERVENTIONS DIDACTIQUES

EN SCIENCES ET EN MATHEMATIQUES

Annick WEIL-BARAIS

Maître de Conférences en Psychologie
Université de Paris 8 &
Laboratoire Interuniversitaire de Recherches sur L'Enseignement des Sciences Physiques et de la Technologie, CNRS, U.A. 663, Université Paris 7.

Etant donné l'importance du thème, je me contenterai d'aborder deux points qui en eux-mêmes sont déjà très vastes.

Dans un premier temps, je ferai le point sur les théories psychologiques de l'apprentissage. Ceci nous amènera à considérer qu'actuellement les psychologues ne pensent plus en terme de grandes théories de l'apprentissage du type de celles qui ont été développées dans le passé (les théories behavioristes notamment). Les études sur l'apprentissage ont, de plus en plus, tendance à être conduites dans des domaines particuliers, ce qui entraîne à mettre l'accent sur la spécificité des opérations de pensées impliquées dans la formation des connaissances chez l'enfant. Le transfert des résultats des recherches d'un domaine de connaissance à un autre ne va pas de soi. De ce fait, en tant que spécialiste des apprentissages dans les disciplines expérimentales (j'ai fait dans le passé des recherches à propos de l'enseignement de la biologie au collège et actuellement je mène des recherches à propos de la physique), je ne suis aucunement assurée que les analyses et les conceptualisations que je proserai soient entièrement pertinentes pour rendre compte des problèmes que vous rencontrez dans l'enseignement des mathématiques.

Les théories psychologiques de l'apprentissage concernent le sujet qui apprend. Elles sont constituées par un corps d'hypothèses relatives, d'une part, aux mécanismes cognitifs permettant de comprendre comment les sujets évoluent dans le traitement des situations-problèmes qu'ils rencontrent et d'autre part, aux événements qui ont permis une telle évolution. Dans quelle mesure les enseignants peuvent-ils intervenir sur ces mécanismes? De quelle manière? Comment organiser les conditions d'apprentissage pour optimiser les évolutions ? Bien entendu, il n'y a pas de réponses simples à ces questions et je me contenterai, en seconde partie, d'évoquer quelques analyses psychologiques du fonctionnement intellectuel qui semblent utiles pour penser l'enseignement.

I. A PROPOS DES THEORIES DE L'APPRENTISSAGE

On entend généralement par apprentissage le fait que, dans un domaine donné, les conduites des sujets évoluent dans le sens d'une meilleure adaptation aux tâches. (Ceci ne constitue pas une définition mais une délimitation d'un champ d'études).

Différents objets d'étude:

Les études psychologiques sur l'apprentissage concernent différents aspects:

- Les conduites; l'étude de celles-ci donnent des indications sur les savoirs et savoir-faire (autrement dit les connaissances) que les sujets sont capable de mobiliser au moment où on les interroge. Les connaissances actualisées par les sujets ne traduisent pas nécessairement leurs connaissances disponibles. (Ceci rejoint la distinction performance / compétence). Par exemple, dans le problème reproduit figure 1, le fait que les élèves procèdent par soustraction ne dit pas qu'ils ne savent pas faire de division. Avec d'autres données numériques et si le nombre de soustractions à faire s'avérait trop élevé, il se pourrait qu'ils soient capables d'envisager une division.

(insérer ici figure 1)

- Les conditions d'apprentissage, c'est à dire les caractéristiques de l'environnement matériel et humain qui rendent compte ou qui favorisent (dans une perspective d'optimisation) l'évolution des conduites.

- Les processus psychologiques, c'est à dire ce qui est supposé se passer "dans la tête" du sujet explicitant l'évolution des conduites. Ces processus sont de nature hypothétique.

Pendant plusieurs décennies les psychologues ont cherché à rendre compte des phénomènes d'apprentissage, en tentant de construire des théories générales. Il s'agissait alors de rechercher des invariants, exprimés sous forme de loi, présupposés être indépendants de la nature des objets d'apprentissage.

Les paradigmes expérimentaux développés dans les sciences de la nature servant de référence à une telle approche, les chercheurs ont étudié des situations dites "épurées" telles que les lois puissent être établies empiriquement par une démarche inductive. (L'argument développé alors était qu'en physique les lois ne peuvent être vérifiées que dans des situations "limites"). Le choix de "matériel à apprendre" dit "non significatif" ou "expérimental" semblait alors s'imposer (liste de lettres ou listes de mots sans signification, concepts artificiels, formes géométriques, labyrinthes ...). Quelques "lois de l'apprentissage" ont ainsi été définies, qui restent à l'heure actuelle des hypothèses raisonnables dans certaines situations. Ainsi en est-il de la "loi de l'effet", énoncée par Thorndike (1913) qui établit que "lorsqu'une connexion modifiable entre une situation et une réponse est faite et accompagnée ou suivie d'un état satisfaisant pour l'organisme, la force de la connexion est augmentée". Ceci permet de comprendre que généralement les enfants qui éprouvent de la satisfaction en classe, qui reçoivent des appréciations positive sur leur travail ... auront plus tendance à poursuivre les activités scolaires que ceux qui n'éprouvent pas ces bénéfices. La loi de l'effet n'explique cependant pas quelles sont les caractéristiques des événements (externes ou internes) associés à la conduite des individus contribuant à mettre ceux-ci dans un état satisfaisant. Qu'est-ce qui fait qu'une intervention pédagogique donnée renforce les "bonnes" réponses chez certains élèves et pas chez d'autres ? Qu'est-ce qui fait que certains enfants éprouvent du plaisir dans certaines activités et pas dans d'autres ? L' introduction du concept de "besoin", lié à l'état de l'"organisme", et du concept de "motivation", lié aux notions d'attente, d'intérêt et d'attitude, ont permis aux théoriciens de l'apprentissage d'expliquer les différences inter-individuelles ou intra-individuellese constatées au cours des expériences. Mais l'usage de tels concepts ne fait que repousser la question: Quels sont les déterminants de la motivation et du plaisir à apprendre ?

De l'abandon des théories générales de l'apprentissage

Si l'on examine les caractéristiques des apprentissages que les enfants ont à effectuer dans le domaine des mathématiques, on s'aperçoit que ceux-ci se déroulent sur une période très longue, plusieurs années le plus souvent, ce qui est une autre échelle temporelle que celle envisagée dans les études expérimentales de l'apprentissage (au mieux quelques séances ne dépassant pas une heure). Ceci conduit à privilégier une approche développementale comme l'a fait Vergnaud. Par ailleurs les savoirs et savoir-faire à maîtriser ont un tout autre niveau de complexité que ceux envisagés dans ces études. Enfin ces apprentissages sont liés à des questions de constuction de significations nouvelles exprimées dans des formes symboliques variées (le langage naturel et les symbolismes mathématiques). Il y a donc nécessairement des articulations des formes symboliques à opérer qui sont pour les enfants dans certain cas une aide (par exemple l'articulation des mouvements - pointage à la main ou à l'oeil des éléments à dénombrer - et des mots-nombres) et dans d'autres cas des difficultés. Par exemple, dans le problème suivant: "Jacques a 6 ans et sa soeur a le double de son âge. Quand Jacques aura 8 ans, quel sera l'âge de sa soeur ?", les enfants ont tendance à traduire "double de" par une multiplication par X 2 et à la considérer comme un invariant, ce qui les conduit à répondre incorrectement.

Compte tenu des différences existant entre les situations d'apprentissage qui ont servi de support à l'élaboration des théories générales de l'apprentissage et les apprentissages mathématiques scolaires, on comprendra que ces théories générales soient actuellement abandonnées. Il n'est donc pas dans mes intentions d'en faire un exposé. Je me limiterai à fournir quelques repères permettant de situer ces théories; les théories plus locales qui se développent actuellement ayant toujours un lien de parenté avec elles.

Caractérisation des théories de l'apprentissage

La première ligne de clivage des théories concerne les hypothèses qui sont faites sur la nature de ce qui est appris. Qu'apprend le sujet ? Dans la tradition empiriste empruntée par des psychologues comme Hull, Skinner, Thorndike, Watson, le sujet est supposé apprendre des liaisons associatives entre des éléments de l'environnement (le stimulus, S) et des conduites (les réponses, R). Ce sont les fameuses liaisons, dites S-R, à propos desquelles les psychologues appartenant au courant behavioriste, ont tenté d'établir des lois. Dans la tradition rationaliste, ce qui est appris ou ce qui se forme "dans la tête" du sujet, ce sont des structures, c'est à dire des unités mentales organisées. A l'intérieur d'un telle option théorique, le clivage se fait alors selon la nature des structures qui sont supposées se former: Pour un psychologue comme Tolman, ce sont des "gestalts"; pour Piaget ce sont les stuctures logico-mathématiques qui définissent les stades; pour Vergnaud, se situant lui-même dans le courant piagétien, ce sont des "schèmes" associés à des signifiés, lesquels peuvent être ou non explicitables au moyen de signifiants par le sujet. Précisons que les théories de la mémoire se sont penchées plus spécifiquement sur le statut des unités de connaissance supposées être "dans la tête" des sujets, les formes d'organisation de ces unités, les conditions d'accès à ces unités et les modalités de réorganisation.

Signalons à propos de la mémoire que toutes les théories psychologiques ne lui accordent pas autant d'importance. Dans la tradition empiriste, la mémoire occupe une place centrale. Ce courant a développé des conceptions qui présupposent un "stockage" des connaissances dont il existe des formes de représentation multiples, dans des "registres" de mémoire différents ("mémoire à long terme", "mémoire à court terme"). L'information elle-même serait traitée dans la "mémoire de travail", au moment où le sujet a à résoudre des problèmes. Liée à cette idée de stockage, sont associées des conceptions sur la "récupération" en mémoire. Dans la théorie piagétienne où ce sont les structures mentales qui constituent des invariants de pensée, les connaissances du sujet sont supposées être en perpétuelle reconstruction, à l'occasion des interactions que le sujet a avec son environnement. La connaisance est par essence quelque chose de dynamique auquel la métaphore du "dépôt" ou du "stockage" dans des modules ne convient pas. Ce sont les mécanismes d'accomodation et d'assimilation qui assurent le fonctionnement et l'équilibre des structures mentales.

La seconde ligne de clivage est relative aux mécanismes supposés permettant la construction de connaissances nouvelles. Certaines théories accordent un rôle prépondérant aux facteurs externes de régulation des conduites du type renforcement, répétition, contrôle des réponses, alors que, dans d'autres, ce sont les processus internes et donc l'activité propre du sujet qui sont prépondérants. Les psychologues qui se rattachent à un tel courant parlent davantage de "construction" de connaissances que d'apprentissage. Pour Piaget lui-même la formation des connaissances chez l'enfant est reliée au développement des structures mentales. Aussi, dans ce dernier cas, s'agit-il plus d'une théorie du développement que d'une théorie de l'apprentissage.

La troisième ligne de clivage a trait à la dépendance du développement des processus d'apprentissage au développement du système nerveux central. Toutes les théories n'accordent pas la même importance aux contraintes de fonctionnement qu'imposerait le le développement du système biologique et au rôle du milieu. Cette question renvoie à des questions à la fois idéologiques et pratiques, comme par exemple: Les enfants ont-ils tous les même capacités à apprendre? (ceci rejoint la question des différences d'intelligence) Dans quelle mesure peut-on accélérer les apprentissages ? Y-a-il des âges favorables pour certains apprentissages ? Je vous décevrai sans doute en vous disant qu'il n'y a pas de bonnes réponses psychologiques à ces questions. Signalons seulement que les orientations idéologico-théoriques prises à ce niveau détermine en grande partie les interprétations qui sont données, par exemple, des échecs en mathématiques. La tradition bio-médicale cherchera plutôt du côté des troubles neuro-sensoriels et des dysfonctionnements du système. De là viennent les concepts de dyscalculie, dyslexie, d' hyperactivité (liée chez les anglo-saxons au concept de "minimal brain dammage"). La tradition psycho-sociale mettra l'accent sur le rôle du milieu et sur les processus identitaires. La tradition psychanalytique s'intéressera essentiellement à la place et au rôle qu'occupe l'objet mathématique dans les relations et au type d'investissement dont ils sont l'objet.

Les lignes de clivages des théories psychologiques de l'apprentissage que je viens de rappeler sommairement résultent des présupposés inhérents à chaque théorie. Ces présupposés sont toujours intéressants à repérer puisque de ceux-ci dépendent en grande partie les conceptions pédagogiques qui sont développées. Quand on examine l'évolution du discours sur les pratiques pédagogiques, on constate ainsi que celui-ci suit d'assez près l'évolution des théories de l'apprentissage dominantes dans le champ scientifique. Les pratiques de répétition et de conditionnement associées aux conceptions behavioristes (auxquelles ont été associés les premiers développement de l'enseignement programmé) ont ainsi été en partie supplantées par une pédagogie de la découverte par résolution de problèmes associée aux conceptions constructivistes. La pénétration de la psychanalyse dans le milieu des psychologues scolaires, en France, explique que les échecs en mathématiques soient surtout appréhendés par une approche de la personnalité globale de l'enfant en difficulté scolaire. Les incertitudes actuelles concernant les pratiques pédagogiques sont peut-être à mettre en relation avec l'abandon des théories générales de l'apprentissage, lesquelles avaient au moins le mérite d'être rassurantes par leur relative simplicité.

Vers une nouvelle approche psychologique des apprentissages

L'abandon des théories générales de l'apprentissage par les psychologues résultent précisément de leur manque de généralité. Si ces théories se sont effectivement avérées avoir valeur d'explication, ce n'est que dans des domaines et des situations extrêmement particulières où la question de la construction du sens avait été évacuée. Aussi, sans abandonner les acquis qu'ont permis de telles approches, les psychologues de l'apprentissage tentent-ils plutôt, dans des domaines particuliers, d'analyser de manière très précise les processus et les conditions d'apprentissage. Même à l'intérieur d'un domaine, comme celui des mathématiques, il s'avère indispensable de procéder à des découpages, ce que Vergnaud appelle des champs conceptuels. Des études très systématiques ont ainsi été conduites à propos de l'acquisition des procédures de dénombrement et de la numération, les structures additives et multiplicatives ....(cf bibliographie). Ces études sont jusqu'alors essentiellement centrées sur les élèves mais, de plus en plus, les psychologues ressentent le besoin, pour comprendre les évolutions observées, d'étudier aussi les pratiques pédagogiques et le fonctionnement des classes. Ces recherches n'en sont qu'à leur début et impliquent nécessairement la participation des enseignants de mathématiques (d'où la nécessité d'une formation à la recherche dans les formations de maîtres).

Les approches fonctionnelles de l'apprentissage

Les études centrées sur les élèves développent essentiellement des approches fonctionnelles. Le fonctionnement des élèves lors de la résolution de problèmes est analysé à différents niveaux:

- Les actions effectuées sur les objets; sont étudiés notamment comment les élèves adaptent leurs conduites en relation avec les informations reçues et comment ils conceptualisent leurs expériences;

- La stucturation des expériences, des problèmes; ceci a trait à la constitution par les élèves des domaines d'utilisation des connaissances (par exemple, dans quels cas peut-on faire une addition, une multiplication...);

- La construction des opérations mentales; comment se mettent en place les invariants de fonctionnement;

- La construction des représentations, à la fois au plan des signifiés (la construction du sens) et au plan des signifiants (l'acquisition des formes symboliques de représentation).

Les approches fonctionnelles des conduites sont associées à un renouvellement important de la manière de conceptualiser le système mental. La "boîte noire" des behavioristes est conçue maintenant comme un "système de traitement" qui se trouve représenté de différentes manières selon les questions que les chercheurs sont amenés à traiter. On trouvera, représentée dans la figure 2, une conception relativement simple d'un tel système.

(insérer ici figure 2)

Sur cette figure se trouvent représentés différents modules de stockage (la mémoire à long terme), de traitement de l'information (encodage, représentations, calculs, contrôle, décisions) et d'exécution. Les possibilités de "calculs" ou d'inférences sont généralement supposées limitées et sous la dépendance de ce qui est souvent appelé la "capacité de la mémoire de travail", laquelle, dans certaines théories (celle de CASE par exemple), est supposée augmenter avec l'âge.

Tout un chacun percevra bien l'influence des systèmes informatiques, sur ce type de conception du système mental. Vergnaud a critiqué, à juste titre me semble-t-il, ce type de conception expulsant complètement la question de la construction des significations, ce qui est au coeur des apprentissages mathématiques et scientifiques. La conceptualisation du réel ne peut en effet se réduire à un problème de simple codage d'une information déjà constituée. On peut aussi noter, dans ce type de conception, la non prise en compte du social, du relationnel et de l'affectif. Malgré ces carences, ce type de représentation conduit à s'intéresser à des aspects des apprentissages jusqu'alors négligés. Par exemple, un certain nombre d'études ont permis de mettre en évidence que, dans certaines situations, les progrès des enfants s'expliquaient par le développement de procédures de contrôle. Bien souvent, ce ne sont pas les capacités de calcul ou plus généralement d'inférence qui sont en cause mais les procédures de contrôle. L'enfant fait un calcul et ne contrôle pas son résultat. Nous illustrerons ultérieurement, par d'autres exemples, l'intérêt d'une telle approche.

L'importance des méta-connaissances

Parmi les connaissances, une catégorie d'entre elles fait l'objet actuellement d'une attention particulière, ce sont les connaissances "méta-cognitives" et plus généralement les méta-connaissances. Ce sont des connaissances dont le sujet dispose sur ses propres capacités mentales et son propre fonctionnement. Par exemple, le fait, pour un enfant, de savoir qu'il peut se tromper dans un calcul si les nombres dépassent deux chiffres constitue une connaissance métacognitive. Savoir que dans un tel cas, il est préférable de refaire le calcul, si un résultat exact est attendu, constitue une méta-connaissance. L'intérêt pour ce type de connaissances résulte d'observations qui ont été faites montrant que les élèves performants dans la résolution de problèmes possèdent également des méta-connaissances adéquates, ce qui n'est pas le cas de ceux qui échouent. Un certain nombre d'études portent sur la faisabilité de la transmission de méta-connaissances adéquates aux élèves qui n'en n'ont pas formés "spontanément". Les données sont actuellement trop peu abondantes pour se faire une opinion sur ce problème crucial mais délicat. (On pourra se référer au travail de Bautier-Castaing et Robert sur ce thème).

Ayant fait maintenant le point sur les théories de l'apprentissage et les orientations des études actuelles, j'aborderai en seconde partie quelques points particuliers susceptibles d'éclairer des choix didactiques et pédagogiques.

II. A PROPOS DU FONCTIONNEMENT DE L'ELEVE

Les élèves construisent leurs connaissances à partir de ce qu'ils savent déjà.

Si les débats sont très vifs entre psychologues à propos des conceptions sur l'apprentissage, un point semble faire à l'heure actuelle l'unanimité: Le sujet ne peut apprendre que s'il est capable d'intégrer les informations nouvelles avec ce qu'il connaît déjà. Le raisonnement analogique (c'est comme...) et les processus de discrimination (c'est différent de...) et d'identification (c'est pareil que ...) seraient au centre des mécanismes d'apprentissage. En conséquence, le sujet doit donc avoir déjà une certaine familiarité avec le contenu qui lui est présenté et également une certaine familiarité avec les signifiants uilisés pour intégrer ce contenu. Une telle conception conduit à prévoir que le sujet apprend d'autant plus qu'il sait déjà plus de choses. A l'extrême, si l'information apportée au sujet est très éloignée des signifiés et des signifiants qu'il pratique, cette information ne peut pas être intégrée par celui-ci. Nous avons tous ressenti une impression d'étrangeté à l'écoute d'un discours dans un domaine nouveau. (Trivialement dit, on est "largué"!). Une telle analyse rend compte d'une observation courante: les élèves qui tirent le plus de bénéfice d'une leçon sont généralement les "meilleurs" et l'enseignement ne fait qu'accroître les différences inter-individuelles.

Considérons un énoncé qui fait appel aux mécanismes évoqués précédemment: "un carré est un rectangle dont les côtés sont égaux". Un élève qui sait déjà les propriétés du rectangle (quatre côtés, angles droits...) et les procédures de calcul afférentes (périmètre, surface, diagonale...) pourra se construire une représentation du "carré" et par ailleurs appliquer à cette nouvelle figure les procédures de calcul qu'il connaît à propos du rectangle. Il aura ainsi augmenté ses connaissances et étendu le domaine d'application de procédures connues. L'élève qui ne connaît pas le rectangle pourra au mieux inférer que carré et rectangle ont en commun d'avoir des côtés ! S'il sait par ailleurs que dans un énoncé de type scolaire, on précise généralement ce qui différencie les objets (ce qui constitue une méta-connaissance) il pourra aussi inférer ce qui distingue le carré du rectangle. Cet exemple illustre le fait que selon les connaissances des élèves, les inférences que ceux-ci peuvent construire différent qualitativement et quantitativement.

La conséquence pour l'enseignement d'une telle analyse est que les énoncés et les situations doivent être choisies de telle sorte que les élèves soient effectivement capables d'effectuer les identifications, les discriminations et les analogies qui sont susceptibles de faire progresser les élèves.

Un choix raisonné de situations et d'informations ne s'improvise pas. Celà suppose de conduire des études sur les connaisances (savoirs et savoir-faire) disponibles et sur les situations susceptibles de mobiliser chez les élèves les connaissances sur lesquelles l'enseignement peut s'appuyer pour introduire des connaissances nouvelles. (Tout le travail de Régine Douady à propos des cadres et changements de cadre s'inscrit dans une telle perspective).

Dans la pratique, le choix des situations est délicat, comme nous allons l'illustrer par l'exemple suivant. Le fait d'introduire la multiplication par des activités de pavage conduit bien souvent à des difficultés lorsque les élèves ont à concevoir des multiplications avec des nombres décimaux. C'est la raison pour laquelle certains enseignants suggérent d'introduire la multiplication par des activités d'agrandissement photographique, ce qui conduit à ne pas faire dériver la construction de la multiplication de celle de l'addition. Quels que soient les choix effectués, il y a lieu de tenir compte du fait que les connaissances restent pendant longtemps attachées aux domaines dans lesquels elles ont pris du sens pour l'élève. Autrement dit, les connaissances sont, semble-t-il, toujours contextualisées (on parle de connaissances contextuelles) avant de devenir générales. Aussi, même lorsque le maître énonce une proposition ayant pour lui statut de connaissance générale, celle-ci reste attachée, pour les élèves, au contexte dans lequel celle-ci prend une valeur fonctionnelle. Ceci n'est pas seulement le fait des jeunes enfants puisque nous avons pu le vérifier, auprès d'élèves de seconde, à propos de l'enseignement de la mécanique. Ceci nous a conduit à préconiser une diversification des situations expérimentales où les grandeurs physiques prennent du sens pour l'élève. A l'expérimentation, une telle pratique s'est avérée davantage profitable aux élèves que la fréquentation d'une seule expérience, aussi "idéale" soit-elle (l'utilisation de la table à coussin d'air traditionnellement utilisée dans l'enseignement pour étudier des phénomènes de chocs de palets). (Cf Lemeignan & Weil-Barais, 1987).

L'interprétation que nous venons de proposer permet de comprendre un certain nombre d'"erreurs" commises par les élèves et qui ne sont, de fait, que des "traces" de leur trajectoire d'apprentissage. Nous prendrons un exemple bien connu, celui de l'égalité. Pour la plupart des élèves, au début de l'enseignement secondaire le signe égalité conserve le sens d'annonce d'un résultat qu'il a dans un calcul arithmétique. Aussi les élèves ne sont-ils pas gênés d'écrire la solution d'un problème comportant deux opérations, par exemple:

23 + 31 = 54

54 - 14 = 40

de la manière suivante: 23 + 31 = 54 - 14 = 40. L'usage des calculettes où la touche "=" a une fonction d'exécution des calculs contribue à associer au signe "=" un autre sens que celui de l'égalité d'expressions.

Traiter ce type de réponse comme une erreur auprès de l'élève revient à lui faire croire qu'il y a une correspondance bi-univoque entre signifiants et signifiés, ce qui n'est pas vrai (un symbole peut avoir plusieurs sens et le même sens peut être exprimé de différentes manières). Bien entendu, il y lieu de faire comprendre qu'à l'intérieur d'un cadre donné, il y a des usages et des règles définies. (Mais comme toutes les règles de jeu, il est préférable de les spécifier plutôt que de les faire deviner!)

Soulignons que la question de l'articulation des signifiants s'avère être une difficulté majeure dans l'enseignement des mathématiques. En effet, l'introduction des symboles mathématiques s'appuie en majeure partie sur le langage naturel. Or, dans l'usage qu'en ont les jeunes enfants, le langage naturel renvoie essentiellement à des actions matérielles. En conséquence, les énoncés de problèmes seront interprétés en terme d'actions. Ainsi, un énoncé du type de celui mentionné dans la figure 1 est-il fréquemmment interprêté de la manière suivante : "j'ai des gâteaux, j'en donne tant, il m'en reste, j'en donne encore ..." Aux actions que se représentent les élèves sont associées des soustractions. La procédure la plus disponible chez les jeunes enfants consiste en effet à effectuer une succession de soustractions pour trouver le nombre de personnes auxquelles ont été distribués les gâteaux.

On se leurrerait, à mon avis, en pensant qu'une manière de contourner ces difficultés serait de faire le moins d'usage possible du langage naturel dans l'enseignement des mathématiques. Une étude faite par Bastien à propos de la compréhension de relations d'ordre exprimées sous forme de tableau et sous forme linguistique (cf figure 3) montre qu'une tâche d'ordonnancement d'objets (il s'agit de placer des oiseaux sur une échelle en respectant les relations données) est mieux réussie lorsque ces relations sont exprimées linguistiquement. De fait, les enfants qui ne maîtrisent pas parfaitement la représentation des relations sous forme de tableau se touvent contraints d'en faire mentalement une traduction linguistique. Le traitement des relations est alors moins bien réussi, puisque s'effectuant "de tête", que lorsque les enfants disposent par écrit des énoncés linguistiques. De tels résultats conduisent à penser qu'on place les enfants devant des difficultés trop grandes lorsqu'on les prive trop tôt d'un support linguistique, qui même s'il n'est pas encore bien maîtrisé l'est mieux que le sont les écritures mathématiques.

(insérer ici figure 3)

Le fait que pendant longtemps les enfants ressentent le besoin de pointer les objets qu'ils dénombrent (du doigt dans un premier temps et ensuite du regard) et aussi le besoin d'oraliser les calculs qu'ils effectuent sont des manifestations d'une articulation des formes d'expression symbolique, en train de se faire. Là encore, imposer trop tôt aux enfants de ne pas compter avec les doigts, de ne pas parler en comptant, place ceux-ci dans l'impossibilité d'articuler des codes différents. Bien entendu, ce qui est visé à terme, c'est une certaine autonomie des codes mathématiques, mais cette autonomie est à construire, ce n'est pas un donné. (Le lecteur repérera ici un point de vue développementale de la construction des connaissances).

Apprendre en résolvant des problèmes

Les thèses constructivistes développées par le courant piagétien, largement diffusées dans les milieux pédagogiques, (au point ces thèses en ont souvent perdu leur statut d'hypothéses théoriques, ce qui est la porte ouverte au dogmatisme) ont conduit à privilégier les activités de résolution de problèmes dans l'enseignement. En plaçant les enfants dans des situations problématiques, on attend de ceux-ci qu'ils élaborent des procédures et repèrent les invariants (propriétés, relations...) constitutifs des savoirs mathématiques. Compte tenu de mes affiliations théoriques, j'ai beaucoup de sympathie pour une telle approche. Toutefois, il me semble qu'il y a lieu de prendre en considération quelques données psychologiques que je rappellerai brièvement.

La première a trait au problème de la prise de conscience, c'est à dire la possibilité pour l'élève d'accéder à ses propres opérations de pensée et de pouvoir les expliciter. La **prise de conscience** et l' **explicitation** des connaissances sont des opérations difficiles, qui prennent du temps. (On trouve dans l'oeuvre de Piaget des considérations tout à fait intéressante sur ces questions). Prenons un exemple, emprunté à Vergnaud: A l'occasion d'activités de dénombrement, les élèves peuvent en effet découvrir qu'il revient au même de compter 7 + 4 que 4 + 7. On pourrait penser que les élèves "découvrent" ainsi la commutativité de l'addition. S'il y a effectivement découverte, puisqu'il faut du temps aux enfants pour découvrir l'équivalence de ces deux procédures de comptage, il s'agit uniquement d'un savoir-faire relié à une catégorie de pratiques, ce que Vergnaud appelle un "théorème-en-acte" pour signifier qu'il y a une filiation entre la procédure en question et le théorème mathématique. La formation de telles connaissances est tout à fait importante, puisqu'il semble bien que ce soit sur de telles connaissances que pourront s'élaborer des invariants plus généraux déconnectés des actions qui, dans l'exemple cité, se forment plus tardivement.

Signalons qu'on connaît mal les conditions de l'émergence de la prise de conscience. De nombreuses études se développent actuellement sur ce thème. Celles que nous avons effectuées, dans le contexte de l'enseignement de la physique en classe de seconde, tendent à indiquer que les processus de prise de conscience et d'explicitation peuvent, dans certaines conditions, être sollicités par des pratiques pédagogiques. Dans l'expérimentation que nous avons conduite, ces pratiques se présentent sous forme de "guidages" (questions et apports d'informations) accompagnant la résolution des problèmes par les élèves. (On en trouvera une description détaillée par ailleurs: Lemeignan & Weil-Barais 1988). Ces guidages sont bien entendu spécifiques aux contenus de connaissances; et là encore, il est indispensable de conduire des études systématiques afin de pouvoir cerner les interventions didactiques susceptibles de favoriser la prise de conscience et l'explicitation.

Un second point, lié au précédent, a trait au passage des connaissances "procédurales" aux connaissances "déclaratives". Rappelons qu'au cours des activités de résolution de problèmes, les élèves développent essentiellement des procédures permettant d'atteindre le but fixé par les énoncés. C'est l'occasion pour eux d'élaborer et de pratiquer des savoir-faire, ce que certains psychologues désignent aussi par connaissances "procédurales". Ces connaissances sont généralement considérées comme étant moins puissantes que les connaissances "déclaratives", ces dernières autorisant des inférences plus nombreuses.

Par exemple, savoir que pour calculer le périmètre d'un rectangle on ajoute le double de la largeur (ce qui correspond à deux opérations de mesurage effectuées sur deux segments identiques) au double de la longueur (connaissance procédurale) n'est pas une connaissance équivalente à la relation exprimant le périmètre du rectangle (P = 2(L+1), connaissance déclarative), laquelle peut faire l'objet de transformations multiples. Toutefois, il faut savoir que élèves, aussi bien que les adultes, ne déduisent pas aisément les connaissances déclaratives des connaissances procédurales, et inversement. (Tout le monde a bien remarqué que les élèves peuvent savoir des définitions sans savoir les utiliser). De manière générale les possibilités inférentielles des individus sont limitées. En conséquence, il convient de ne pas négliger la gestion du passage d'un type de connaissances à l'autre. Aussi les activités de résolution de problèmes doivent-elles s'inscrire dans un double mouvement: (1) Construction d'invariants procéduraux conduisant à l'instauration de connaissances déclaratives (2) entraînement à l'usage des procédures et déduction de procédures nouvelles à partir des connaissances déclaratives.

En relation avec ce que nous avons déjà dit du caractère contextuel des connaissances, la résolution de problème a également pour fonction d'étendre le domaine d'application des connaissances construites par les élèves, que celles-ci soient de nature déclarative ou procédurale. D'où l'intérêt de diversifier les situations et donc les contextes. Certains didacticiens préconisent des activités de classification de situations-problèmes ou encore de production d'énoncés. Toute occasion de structurer les domaines de connaissances sur la base d'une analyse conceptuelle ne peut être que profitable pour les élèves (encore faut-il s'assurer que les points de vue classificatoires qu'ils prennent sont pertinents).

Répétition et automatismes

La pédagogie de la découverte (basée essentiellement sur des activités de résolution de problèmes) s'oppose parfois à des pratiques plus traditionnelles, mettant l'accent sur l'acquisition d'automatismes par répétition, souvent inspirées du courant de pensée behavioriste. Les conceptions fonctionnelles de l'apprentissage développées actuellement conduisent à éclairer par des considérations nouvelles la maîtrise des automatismes. Un certain nombre d'études montrent en effet que les capacités de traitement des individus sont limitées. L'acquisition d'automatismes reviendrait à décharger le "système" de la nécessité d'opérer des contrôles sur un certain nombre d'opérations mentales. Les automatismes auraient donc pour fonction de réduire la "charge mentale". Plus les problèmes que les élèves ont à traiter sont complexes, plus ils requièrent de "ressources cognitives" et donc plus ils nécessitent d'automatismes. (Nous avons signalé par des guillemets les termes métaphoriques utilisées actuellement en psychologie pour traiter de la question des automatismes).

De ces nouvelles considérations sur la nécessité des automatismes pour assurer un fonctionnement efficient de la pensée, il ne faudrait pas en conclure que la maîtrise de ceux-ci devraient précéder des apprentissages jugés plus conceptuels. Si les automatismes sont nécessaires, il n'y a pas intérêt à les considérer comme des pré-requis, ce qui reviendrait à les faire exercer dans des activités décontextualisées par rapport aux contenus sur lesquels la pensée s'exerce. Ce type de considération conduit à porter un regard critique sur des activités centrées uniquement sur la formation d'automatismes. De tels exercices sur les nombres et les opérations sur les nombres, par exemple, conduit les élèves à perdre de vue que les symboles qu'ils manipulent et les procédures qu'ils mettent en oeuvre ont du sens. Il n'y a pas lieu de s'étonner alors qu'ils soient incapables de faire appel à ces automatismes à l'occasion de la résolution de problèmes et qu'ils n'aient pas de moyen d'évaluer la plausibilité des résultats calculs qu'ils effectuent.

Ainsi, pour conclure sur la formation des automatismes, nous dirons qu'il est nécessaire de s'y attacher, mais pas exclusivement, et de toute façon à l'occasion d'activités qui leur donnent du sens. Les ordinateurs trouvent dans l'exercice des automatismes un emploi tout a fait approprié.

Vers une conclusion qui n'en est pas une

Dans ce rapide survol des travaux psychologiques sur l'apprentissage, j'ai essentiellement mis l'accent sur le fonctionnement de la pensée, en l'isolant des conditions sociales et affectives dans lesquelles elle s'exerce. Le découpage de la psychologie en grands champs d'études isolant le cognitif, du social et du relationnel conduit à ce qu'il soit extrêmement difficile de procéder à des synthèses qui pourraient rendre compte de l'ensemble des dimensions intervenant dans les apprentissages. La psychologie s'est jusqu'alors peu attachée à rendre compte de l'articulation de ces dimensions. Le courant de psycho-sociologie cognitive qui se développe actuellement s'inscrit dans une telle tentative (Cf notamment en France les travaux de Gilly). On peut attendre qu'il enrichisse notre approche des apprentissages à condition qu'il prenne en compte la spécificité des contenus de connaissances (ce qu'il ne fait pas encore). En effet, il me semble (et je rejoins ici tout a fait le point de vue défendu par Vergnaud) qu'on ne peut pas comprendre les difficultés d'apprentissage dans un domaine, si on n'analyse pas de manière précise les concepts, les opérations de pensée qui y sont associées et les questions pratiques et théoriques dont ils sont issus. C'est dire qu'une analyse strictement psychologique des apprentissages est de toute façon insuffisante (même si on parvenait à y intégrer les dimensions sociales, relationnelles et affectives). Celle-ci doit être complétée par des approches épistémologiques.

En rendant compte de la diversité des conceptions psychologiques des apprentissages, je me suis exposée au risque de donner une image hétéroclite et confuse de la psychologie. J'ai préféré assumer ce risque plutôt que de vous donner une représentation trop simple des processus d'apprentissage. La complexité de ceux-ci nécessite des approches diverses ayant chacune leur domaine de validité propre. Même à l'intérieur d'un domaine comme les mathématiques, tous les objets à apprendre n'ont pas le même statut. Il convient de les analyser finement afin d'être à même de choisir le cadre conceptuel approprié permettant de répondre aux questions pratiques rencontrées par les enseignants et leurs élèves. Les analyses du fonctionnement intellectuel envisagé dans une perspective développementale constituent me semble-t-il de bons cadres d'analyse, à condition qu'elles intègrent la spécificité des opérations mentales impliquées dans la construction de connaissances particulières. Ces analyses sont susceptibles de mettre en évidence des difficultés pouvant, dans les pratiques pédagogiques, passer inaperçues où être imputées à des "défauts" de l'élève (manque d'attention, de maturation...). Ces difficultés doivent faire l'objet de la part des enseignants d'une attention particulière. Il faut être conscient toutefois que les interventions didactiques ne se déduisent pas de telles analyses. La mise au point de telles interventions (construction de progressions, mise au point de situations-problèmes, guidages, outils d'évaluation...) nécessitent des expérimentations en classe. C'est dans un tel cadre que les collaborations entre psychologues, didacticiens et enseignants peuvent être fructueuses.

BIBLIOGRAPHIE

BASTIEN C. (1987). Shèmes et stratégies cognitives dans l'activité cognitive de l'enfant, Presses Universitaires de France.

BAUTIER-CASTAING E. & ROBERT A. (1988). Réfexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques. Revue Française de Pédagogie, 84, 13-20.

CASE R. (1985). Intellectual development: birth to adulthood, Academic Press.

CAUZINILLE-MARMECHE E., MATHIEU J. & WEIL-BARAIS A. (1983). Les savants en herbe, Peter Lang.

DOUADY R. (1984). Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques. Thèse Université Paris 7.

CAUZINILLE-MARMECHE E., MATHIEU J. & WEIL-BARAIS A. (1985). Raisonnement analogique et résolution de problèmes. L'année psychologique, 85, 49-72 .

GILLY M. & ROUX J.P. (1984). Efficacité comparative du travail individuel et du travail en interaction socio-cognitive dans l'appropriation et la mise en oeuvre d'une procédure de résolution chez les enfants de 11 à 12 ans. Cahiers de psychologie Cognitive, 171-188.

MATHIEU J. & THOMAS R. (1985). Manuel de Psychologie, Vigot, 488p.

Mc GUINNESS D. (1985). When children don' t learn: undertanding the biology and psychology of learning disabilities, New-York, Basic books, 310 p.

MORANGE D. (1985). Langage et résolution de problèmes additifs. Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique, IMAG, 68, 1-37.

MORANGE D. (1986). Les fonctions du langage dans la résolution de problèmes additifs. Deuxième Conférence Européenne de Psychologie du développement, Rome.

LEMEIGNAN G. & WEIL-BARAIS A. (1987). Apprentissage de la modélisation à propos de l'enseignement de la mécanique au lycée. Rapport de recherche, LIRESPT.

LEMEIGNAN G. & WEIL-BARAIS A. (1988). Gestion d'activités de modélisation en classe (à paraître dans la revue ASTER).

PIAGET J. (1974). La prise de conscience, PUF.

PIAGET J. & Coll. (1977). Recherches sur l'abstraction réfléchissante, Etudes d'épistémologie génétique, PUF.

RICCO G., VERGNAUD G., ROUCHIER A. (1983). Représentation du volume et arithmétisation; entretiens individuels avec des élèves de 11 à 15 ans. Recherches en Didactique des Mathématiques, 4, 27-69.

RICHARD J.F. & COLOMB J. Eds (1987). Résolution de problèmes en mathématique et physique, INRP. Collection Rapports de Recherches, n° 12.

VERGNAUD G. (1981). L'enfant, la mathématique et la réalité. Peter Lang.

VERGNAUD G. (1982a). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T.P. CARPENTER, J.M. MOSER & T. ROMBERS (Eds), Addition and substraction: a cognitive perspective, Hillsdale N.J., Erlbaum.

VERGNAUD G. (1982b). Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: some theorical and methodological issues. For the Learning of Mathematics, 3, 2, 31-41.

VERGNAUD G. (1983). Multipicative structures. In R. LESCH & M. LANDAU (Eds.), Acquisition of mathematics concepts and processes (127-174). New-York: Academic Press.

VERGNAUD G. (1986) Ed. Psychologie et apprentissage des mathématiques. European Journal of Psychology of Education. 1 (2).

VERGNAUD G. (1987). Les fonctions de l'action et de la symbolisation dans la formation des connaissances chez l'enfant. In J. Piaget, P. Mounoud, J.P. Bronckart (Eds). Encyclopédie de la Pléiade: Psychologie; Paris, Gallimard.

VERGNAUD G., BROUSSEAU G., HULIN M. Eds (1988). Didactique et acquisition des connaissances scientifiques, Actes du colloque de Sèvres, mai 1987. La Pensée Sauvage, 410 p.

WEIL-BARAIS A. (1985). L'étude des connaissances des élèves comme préalable à l'action didactique, Bulletin de Psychologie, 1984-85, 38, 368, 157-160.

FIGURE 1

Enoncé de problèmes

Un élève posséde 12 gâteaux; il donne 4 gâteaux à chaque enfant assis à la même table que lui.
A combien d'enfants a-t-il donné des gâteaux ?

REPONSE:

$$12 - 4 = 8 - 4 = 4 - 4$$

1 2 3

$\Rightarrow$ **Trois enfants**

FIGURE 2

Une conception schématique d'un système de traitement de l'information

(Extrait de Mathieu & Thomas 1985)

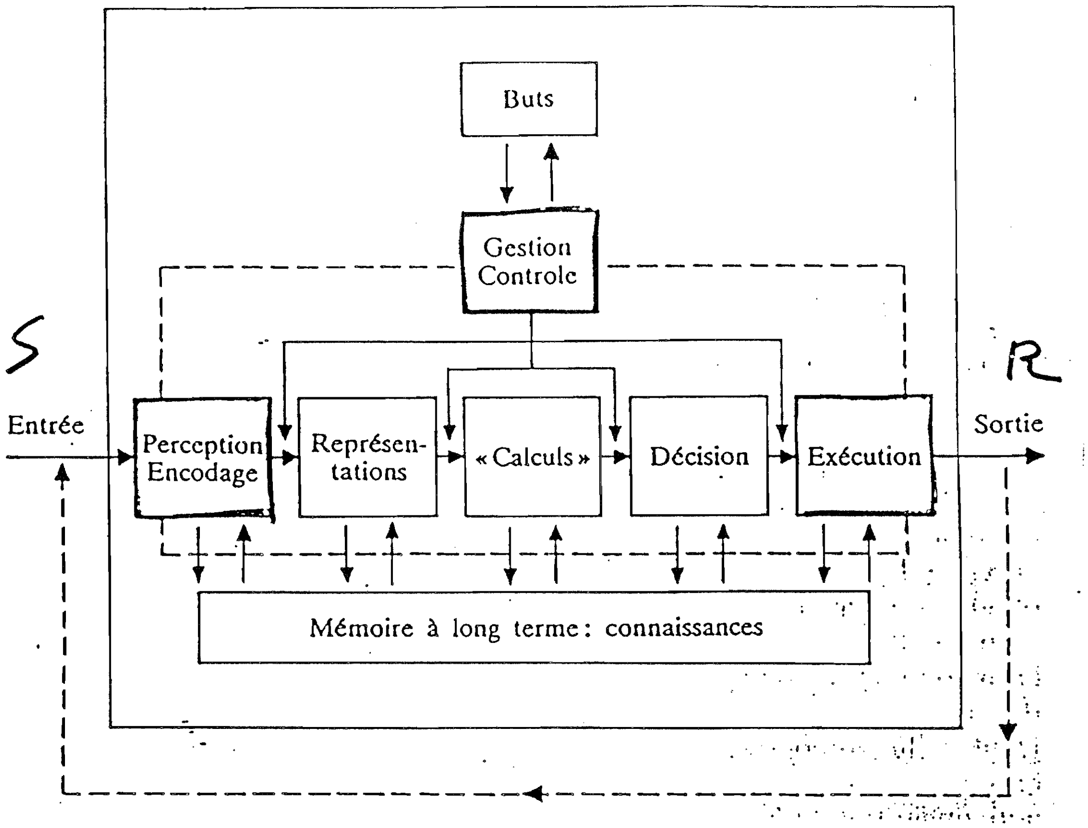


FIGURE 3

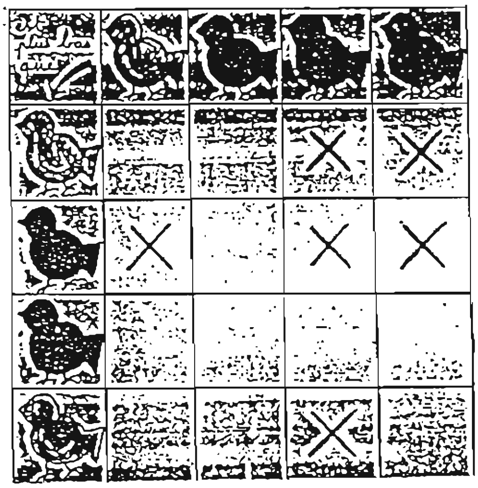
Un problème d'ordonnancement d'objets

Différentes formes d'expression des relations entre objets
(linguistique et graphique)
(Adaptation d'après Bastien, 1987)

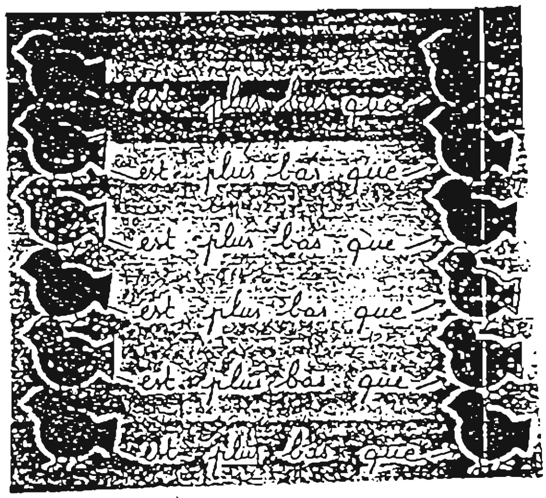
Les données:

- Quatre oiseaux de différentes couleurs, une échelle à 4 barreaux (représentés sous forme de dessin)
- Les relations entre les objets exprimées soit sous une forme graphique (un tableau à double entrée), soit sous une forme linguistique

Forme graphique:



Forme linguistique:



Le but à atteindre:

Dessiner (ou placer) les oiseaux sur les barreaux d'après les indications fournies.

* *
*

COMPTE-RENDU

DES

TRAVAUX

DES GROUPES A

Groupe A 1

COMMENT EXPLOITER LA NOTION DE "SITUATION DIDACTIQUE" EN FORMATION DES INSTITUTEURS ? "

Animateurs : Roland CHARNAY, Dominique VALENTIN
Rapporteurs : Hervé FEAULT, Jean-Claude LEBRETON

Le développement des recherches en didactique des mathématiques commence à produire un impact nettement perceptible dans les actions de formation des instituteurs. Mais les effets sont encore très divers selon les collègues : certains se situent plutôt en attente d'informations, d'autres utilisent plus ou moins certaines idées (variable didactique, contrat didactique, dialectique outil/objet ...) mais rares sont ceux qui proposent des activités structurées ayant pour objet d'enseignement l'acquisition de concepts de la didactique des mathématiques.

Encore convient-il de mieux cerner les apports de la didactique dans la formation et d'éviter l'écueil du dogmatisme et des risques d'apparition de ce qu'un participant appelle un "nouveau catéchisme".

Alors plutôt que de chercher à donner des définitions précises de la didactique, et partant de l'a priori que la didactique se définit mieux en faisant qu'en disant, le groupe a essayé de travailler sur divers outils de formation à travers lesquels peuvent se manifester des préoccupations didactiques.

Quatre pistes ont été évoquées :

- l'analyse a priori des situations et la confrontation avec le travail des élèves,
- l'analyse et la conception de séquences de classe
- la confrontation de modèles d'apprentissage à partir de situations d'enseignement
- l'analyse et la conception de progressions pour l'apprentissage d'une notion.

La troisième piste a constitué l'essentiel du travail du groupe, la quatrième ayant aussi été abordée.
Dans les deux cas, le travail a consisté à étudier des situations de formation proposées par les animateurs.

I. - L'ANALYSE A PRIORI ET L'ETUDE DES PRODUCTIONS DES ELEVES

Plusieurs participants essaient de travailler dans cette direction. Nous ne l'avons pas développée et renvoyons à diverses publications, notamment :

- "Formation des élèves-instituteurs et didactique des mathématiques" 1987 (publication de l'IFM de GRENOBLE)
- "Comment font-ils ?" Rencontres pédagogiques n° 4 1984 (INRP)
- "En mathématiques peut mieux faire" Rencontres pédagogiques n° 12 1986 (INRP)

II. - L'ANALYSE ET LA CONCEPTION DE SEQUENCES DE CLASSE

Faute de temps, nous n'avons pu aborder ce point. On trouvera cependant en Annexe les 2 documents établis et proposés à la discussion par Roland CHARNAY :

" Analyser un projet de séquence " (cf annexe 4)
" Observer, analyser une séquence " (cf annexe 5)

III. - COMPARAISON DE SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT

Nous avons travaillé sur ce point à partir de 2 documents fournis par Roland CHARNAY et présentés ci-après en annexe. En fait seul le premier document a fait l'objet d'un débat.

Après avoir joué le jeu d'une mise en situation analogue à celle utilisée par l'auteur avec les normaliens, le groupe a débattu de l'activité proposée.

Il s'agissait donc d'analyser et de comparer 3 situations sur le thème "agrandissement de figures et proportionnalité" proposées avec un questionnaire (cf annexe 1). Voici les remarques issues des réflexions des participants au groupe et des précisions apportées par Roland CHARNAY.

* Les conditions de l'activité

- elle n'a pas pour objectif l'apprentissage de la proportionnalité par les normaliens (un travail mathématique préalable a été réalisé) mais l'analyse de situations d'enseignement ;

- il ne s'agit pas de réaliser un enseignement de didactique mais de mettre en évidence certains concepts didactiques utiles pour l'analyse ;

- elle met en scène trois situations volontairement non caricaturales nécessitant de ce fait une analyse plus fine ;

- on pourrait envisager un travail analogue sur des situations extraites de manuels scolaires ;

- l'activité peut se dérouler sur environ 3 heures ;

* le choix des questions

- la question (1) paraît assez imprécise. R. CHARNAY précise que ce choix est volontaire : indiquer préalablement les différentes rubriques possibles induirait de façon trop nette les réponses. Par contre, lors de l'activité, il apporte des précisions orales du type : "quels sont les éléments qui, si on les changeait, feraient que la situation deviendrait différente ?". Un participant propose la reformulation : "Quels sont, pour chaque situation, les contraintes minimum pour que la tâche puisse être menée selon la progression prévue ?"

- Quelqu'un exprime une gêne sur la formulation générale des questions, en particulier l'absence de distinction entre la situation et la tâche.

- Un autre participant souligne ce qui lui paraît être une difficulté liée à une ambiguité : les situations proposées ne seraient pas vraiment des préparations ni des comptes-rendus, mais se situeraient plutôt à mi-chemin.

* l'exploitation en formation

- R. CHARNAY indique que les questions 2 et 3 sont en général celles qui marchent le mieux et signale que l'exploitation lui a paru plus facile et pouvant aller plus loin en formation initiale qu'en formation continue ;

- Les normaliens opposent souvent la première situation perçue comme fermée à la troisième jugée très ouverte. Ils ont du mal à percevoir que cette dernière, si elle est effectivement au départ très ouverte, se referme vite pour revenir à un modèle d'apprentissage très proche de celui de la première.

Dans la mesure où les normaliens ont souvent tendance à valoriser a priori une situation qui se présente comme très ouverte, ce genre d'exercice peut permettre de remettre les pendules à l'heure ;

- C'est surtout en travaillant sur le rôle des erreurs que les normaliens peuvent arriver à une analyse plus pertinente. On aimerait ainsi qu'ils puissent arriver à formuler de "bonnes" questions : " Quelles sont les situations qui permettent de mettre en oeuvre les conceptions initiales des enfants ? Quelles sont celles qui permettent de remettre en cause ces conceptions?"

- Faisant part de son expérience, R. CHARNAY indique que les éléments qu'il peut le plus facilement mettre en valeur, compte tenu des remarques des normaliens, sont le temps (les différences entre le temps de l'enseignement et les divers temps d'apprentissage des élèves), les représentations (les conceptions initiales et le rôle des erreurs), les variables didactiques et la dialectique outil/objet.

- Si la seconde situation parmi les 3 proposées nous apparaît la plus conforme à nos conceptions sur l'apprentissage, il ne faudrait pas cependant laisser croire aux normaliens que l'ensemble des apprentissages passe par la résolution de problèmes. Si ce modèle nous paraît le plus approprié pour la construction d'un savoir nouveau, il ne l'est pas forcément pour d'autres tâches comme celles par exemple d'automatisation.

* Les situations proposées

- R. CHARNAY et ceux qui ont déjà expérimenté des situations analogues (cf en particulier la situation proposée par G. BROUSSEAU) indiquent que la situation 2 proposée à des CM 1, des CM 2 ou des 6° produit dans chaque classe le même type de résultats même si les enfants ont déjà beaucoup travaillé sur la proportionnalité (mais à condition bien sûr qu'il s'agisse chaque fois du premier contact avec cette situation).

- Ceci amène à mettre en évidence le problème du sens donné par les élèves :

. ils ont en général acquis un fonctionnement sur la proportionnalité mais pas forcément sur son sens

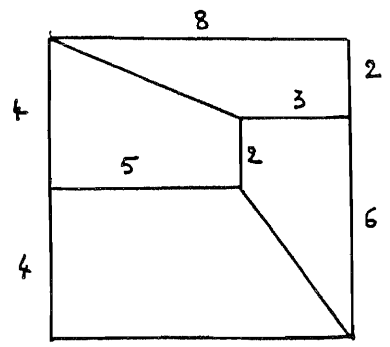
. si leurs connaissances ont pris au départ un sens dans un contexte donné, elles ne sont pas forcément transférées dans un autre ; les transferts s'opèrent mal et l'élève est amené à réorganiser ses connaissances en présence d'un nouveau contexte. Et même s'il fait fonctionner le modèle, il ne le reconnaît pas forcément.

- Un participant fait remarquer que dans la situation 2 on ne voit pas bien comment se fait l'institutionnalisation du savoir et que ce point mériterait d'être clarifié.

* D'autres pistes de travail en formation

- On pourrait partir de la situation 2 mais en proposant 2 puzzles différents, pour faire faire une analyse a priori des procédures susceptibles d'être utilisées par les enfants.

En particulier un participant propose le puzzle ci-dessous (avec la consigne "ce qui mesure 4 cm devra mesurer 6 cm")



Ses particularités (par exemple le côté 6 apparaissant d'emblée comme correspondant à un côté 4 et un côté 2, ou le côté 8 correspondant à un côté 5 et un côté 3 ...) permettent de penser qu'il peut conduire plus facilement les enfants à utiliser la linéarité.

- Une autre proposition consiste à reprendre la situation du puzzle et à la proposer à des classes différentes selon chacun des modèles d'apprentissage correspondant aux trois situations.

* Prolongements

Après avoir réalisé cette activité avec les normaliens, R. CHARNAY continue par un développement sur les modèles d'apprentissage en s'appuyant notamment sur :

- l'article de Michel MANTE paru dans "Suivi scientifique 6°" (IREM de LYON)
- le texte "Apprendre (par) la résolution de problèmes" (cf annexe 6)
- l'article "Guide méthodologique pour l'élaboration de situations-problèmes" de Ph. MEIRIEU paru dans le n° 262 des Cahiers pédagogiques de mars 1988

Ce travail se prolonge ensuite dans la création et la réalisation de séquences en classe.

IV. - ANALYSE ET CONCEPTION D'UNE PROGRESSION SUR L'APPRENTISSAGE D'UNE NOTION

Le groupe a travaillé sur une fiche établie par Dominique VALENTIN concernant un plan préparatoire pour l'étude des opérations (cf annexe 3).

D. VALENTIN précise que ce travail, qu'elle a mené avec une classe de FP 2, faisait suite d'une part à un travail méthodologique sur la résolution de problèmes, d'autre part à un travail sur les nombres (CP-CE1) avec en particulier l'étude des typologies décrites par VERGNAUD.

Répartis par groupes, les normaliens avaient à prendre en charge l'étude d'une opération en utilisant le canevas proposé.

Le débat a porté sur les points suivants :

- Le champ conceptuel

Le titre et la rédaction du paragraphe 1 paraissent assez complexes pour des normaliens. Ce paragraphe correspond à un travail important, nécessaire, ce qu'ils ont parfois du mal à comprendre car il ne leur paraît pas directement utilisable pour la classe. Un participant estime même ce travail ambitieux, considérant que les normaliens n'ont pas le savoir didactique de référence.

D. VALENTIN précise qu'elle assure une aide aux différents groupes. On peut d'ailleurs moduler en apportant des énoncés à classer. Si les normaliens ne peuvent établir des typologies, du moins peuvent-ils reconnaître des structures différentes ou, à partir d'une typologie donnée (ex. VERGNAUD) identifier des énoncés.

Le groupe cherchant une reformulation pour ce paragraphe 1, quelques propositions sont avancées sans que l'une soit vraiment retenue. Parmi ces propositions : " Trouver des énoncés de problèmes visant à aborder chaque opération sous ses différents aspects. Rechercher des critères de classement : en quoi les énoncés se ressemblent-ils ? en quoi diffèrent-ils ? "

- La situation de référence

Il faut souligner l'importance du choix de la première situation et de la responsabilité de l'enseignant vis-à-vis de ce choix.

Toutefois il faut aussi prendre garde de ne pas renforcer le schéma dominant qui consiste à considérer qu'on ne résoud pas de problèmes sur une opération tant qu'on n'a pas mis en place l'outil.

Par exemple des situations relevant du modèle de la division peuvent être utilisées bien avant qu'on se préoccupe d'une situation de référence conçue pour servir de support à l'étude de la division. Mais une situation ne sera pour eux une situation de division que si les enfants sont en mesure d'y reconnaître le modèle de la division.

- Autres remarques

. Le moment de la mise en place du signe opératoire n'apparaît pas dans la fiche proposée ; on peut considérer qu'il se situe à la charnière des phases 2 et 3.

. Le problème du temps apparaît assez peu dans la fiche, en particulier dans la partie 3

. Enfin l'intérêt d'une telle fiche étant reconnu, certains participants posent la question de savoir s'il s'agit plutôt d'un guide pour le formateur ou plutôt d'un guide pour les normaliens.

CONCLUSION

Les idées et propositions évoquées dans le groupe sont pour une large part inspirés des travaux sur la didactique des mathématiques. Il reste que nous ne cherchons pas à enseigner la didactique (nous serions d'ailleurs bien en peine d'assurer un enseignement "didactifié" de la didactique) mais plutôt à voir comment utiliser certains concepts didactiques pour assurer une formation plus efficace.

Plutôt qu'une didactique objet d'enseignement, une didactique outil nous paraît plus facile et plus judicieuse à intégrer dans le cadre de la formation.

ANNEXES :

Les animateurs du groupe ont invité les collègues à faire connaître les documents rédigés par eux pour la formation à l'école normale.

Vous trouverez en annexe 7 documents, les 6 premiers ayant été présentés aux participants du groupe. Le septième avait été rédigé dans le cadre d'un échange entre PEN de l'Académie de NANTES.

Annexe 1 : Comparaison de situations sur le thème "Agrandissement de figures et proportionnalité" (R. CHARNAY)

Annexe 2 : Comparaison de situations sur le thème "Décomposition des nombres au CP" (R. CHARNAY)

Annexe 3 : "Etude des opérations ; plan préparatoire" (D. VALENTIN)

Annexe 4 : "Analyser un projet de séquence" (R. CHARNAY)

Annexe 5 : "Observer, analyser une séquence" (R. CHARNAY)

Annexe 6 : "Apprendre (par) la résolution de problèmes" (R. CHARNAY)

Annexe 7 : "Division en formation initiale" (H. PEAULT)

x x
x

Groupe A 1 ANNEXE 1

L'objectif de ce travail est d'engager une réflexion et un débat sur le thème "enseignement et apprentissage":
- *analyser des situations d'enseignement,*
- *en déterminer les caractéristiques,*
- *les référer à des conceptions sur l'apprentissage,*
- *...*

Premier temps:

Voici 3 situations de travail sur le thème "agrandissement de figures et proportionnalité" destinés à des élèves de CM n'ayant pas encore abordé l'étude de la proportionnalité.

Par petits groupes, analyser et comparer ces 3 situations à partir des questions suivantes:

(1) pour chaque situation, quels en sont selon vous les caractéristiques principales et les éléments déterminants?

(2) dans chaque situation, quelle est la nature des activités demandées aux élèves? qu'ont réellement à faire les élèves? qu'est-ce qui est de la responsabilité de l'élève dans l'élaboration du savoir?

(3) dans chaque situation, quelle est la place et quel est le rôle de l'enseignant dans cette élaboration du savoir?

(4) quelles différences voyez-vous entre ces situations? qu'est-ce qui peut déterminer votre choix?

(5) avez-vous des propositions d'aménagement pour certaines de ces situations?

(6) remarques diverses

Présentation dans un tableau du type:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

Deuxième temps

Recensement des travaux de groupes, classement et débat.

Troisième temps

Apport sur "enseignement et apprentissage"

Distribution de documents.

OBJECTIFS COMMUNS AUX TROIS SEQUENCES:

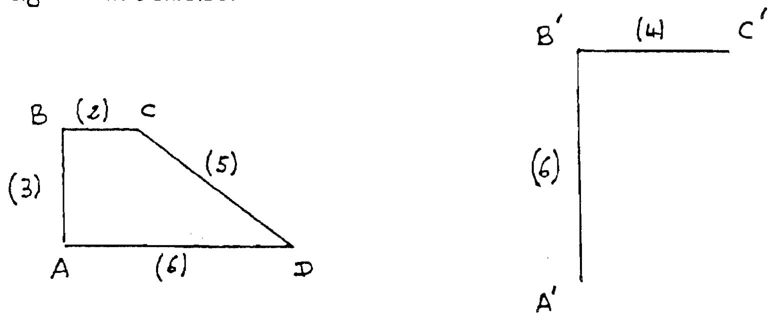
1) Mise en évidence des relations existant entre les dimensions d'une figure et les dimensions d'un agrandissement de celle-ci

2) Reconnaître et utiliser les propriétés des tableaux de proportionnalité.

PREMIERE SITUATION

phase 1. collective

La figure suivante est tracée au tableau, avec le début de son agrandissement:



Le tableau suivant est préparé:

	AB	BC	AD	CD
fig F				
fig F'				
	A'B'	B'C'	A'D'	C'D'

Succesivement, des élèves viennent au tableau pour mesurer les segments AB et A'B', BC et B'C', puis indiquer leurs dimensions dans le tableau.

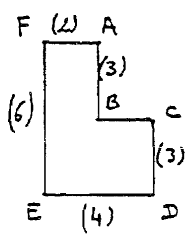
Premières remarques.

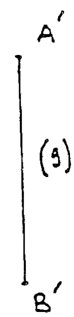
Idem pour les autres segments, mais le maître demande si on peut prévoir ce qu'on va trouver pour A'D' et C'D' avant de mesurer.

Question: comment a-t-on fait pour agrandir?

phase 2: individuelle, puis collective

. La fiche suivante est remise à chaque élève:





Le tableau suivant figure sur la fiche

	AB	BC		
fig F				
fig F'				
	A'B'	B'C'		

. Compléter d'abord le tableau, puis construire la figure agrandie (individuel)

. Correction collective: discussion à propos des figures obtenues avec "ajouter 6" et "multiplier par 3"; conclusions: "il faut que l'agrandissement ne déforme pas"; "pour agrandir, il faut multiplier toutes les dimensions de la première figure par un même nombre"

phase 3: collective

. Remarques à propos du tableau obtenu dans la phase 2 (remis "dans l'ordre" collectivement):

2	3	4	6	
6	9	12	18	

Reconnaissance du coefficient multiplicateur (de la première liste à la deuxième)

Certaines relations entre nombres de la première liste se retrouvent entre les nombres correspondants de la deuxième liste.
En utilisant ces remarques, trouver d'autres nombres du tableau (on donne soit le nombre du "haut", soit celui du "bas")

. Formulation: "Ce tableau est appelé tableau de proportionnalité"

phase 4: exercices d'application, individuellement.

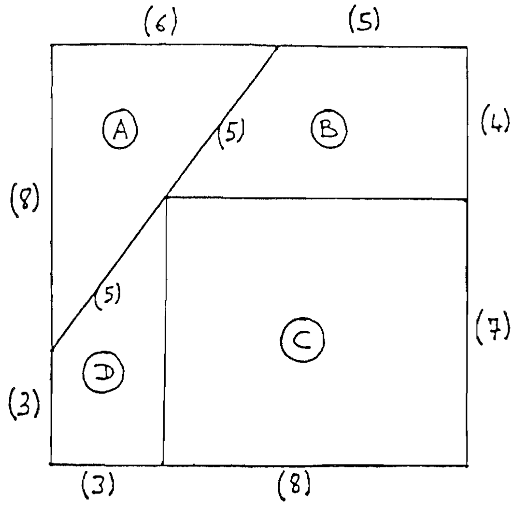
. Autres figures à agrandir:
(1) on donne la figure et le coefficient d'agrandissement
(2) on donne la figure et la dimension d'un côté "agrandi"

. Tableaux de proportionnalité à compléter

DEUXIEME SITUATION

phase 1, par groupes de 4

Le puzzle suivant est remis à chaque groupe (1 seul exemplaire par groupe). Un exemplaire est affiché au tableau.



Le puzzle est découpé, chaque élève reçoit une pièce. Il doit en mesurer les dimensions et les noter sur la pièce. Vérification collective des mesurages.

. Consigne (le maître dispose d'un agrandissement correct du puzzle, coefficient 1,5 non communiqué aux élèves): "J'ai fait un agrandissement de ce puzzle. Le voilà. Vous devez faire le même agrandissement de votre puzzle, dans chaque groupe. Chaque élève fera l'agrandissement de sa pièce. Attention, à la fin, il faut pouvoir reconstituer le carré agrandi. Je vous donne une seule information: "ce" côté (il montre le côté correspondant) qui mesure 4 cm sur votre puzzle devra mesurer 6 cm sur le puzzle agrandi".

. Dans un premier temps, après une rapide concertation, chaque élève cherche seul à réaliser sa pièce agrandie; puis le groupe essaie de reconstituer le carré.

. Dans un second temps, les élèves sont invités, à l'intérieur de chaque groupe à discuter du résultat obtenu et de la méthode utilisée par chacun d'eux ... et en cas d'échec à rechercher ensemble une nouvelle méthode commune à tous les élèves du groupe.

. Troisième temps: nouvelle tentative par groupe, puis essai de reconstitution du puzzle. Le maître peut inciter certains groupes à écrire les dimensions sous forme de tableau. En cas de nouvel échec, on demande aux élèves de rediscuter entre eux, et d'essayer autre chose.

phase 2: par groupe de 4

Chaque groupe doit décrire sur une grande feuille la méthode qu'il a finalement utilisée et dire si elle a abouti ou non.

phase 3: collectif

Un porte-parole par groupe explique aux autres la méthode utilisée. Les diverses méthodes sont toutes affichées. Des demandes de renseignements peuvent être faites, des contradictions apportées. Discussion collective sur

. . . / . . .

ces méthodes, celles qui réussissent, celles qui échouent, celles qui paraissent se ressembler. Le maître n'en privilégie aucune.

phase 4: par groupe de 4

Agrandir le même puzzle, mais le côté qui mesurait 4 doit maintenant mesurer 10. Les méthodes précédentes sont toujours affichées. Même déroulement que pour l'agrandissement précédent.

phase 5: collectif

L'explicitation des diverses méthodes utilisées, leur classement conduit à quelques conclusions ou remarques formulées collectivement:

- certains ont utilisé un coefficient multiplicatif (un codage de celui-ci est proposé par l'enseignant);

- d'autres une règle du type: x -----> x + (x / 2)
  ou x -----> (x X 2) + (x / 2) pour le 2ème
  (un codage en est également proposé);

- d'autres ont utilisé des propriétés de la proportionnalité: (celles-ci sont formulées et codées sur les tableaux réalisés);

- etc ...

- on a remarqué que agrandir, ce n'est pas ajouté la même chose à toutes les dimensions

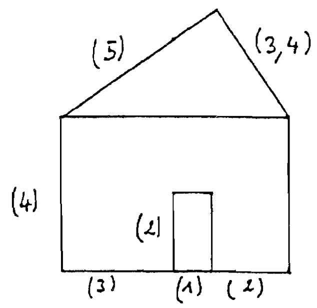
phase 6: individuel

Autre puzzle dont il faut trouver les dimensions de son agrandissement (ex: 6 devient 8, ou 4 devient 7)

TROISIEME SITUATION

phase 1, individuelle

. La fiche suivante est remise aux élèves:



Ainsi que l'amorce du tableau:

	AB	BC		
fig F				
fig F'				
	A'B'	B'C'		

. Consigne: "Sur votre fiche, il y a le dessin d'une maison. Vous devez en dessiner une qui lui ressemble, qui a la même forme, mais plus grande. Vous noterez ensuite dans le tableau les dimensions de chacune des deux maisons."

phase 2: collective

Quelques dessins représentatifs sont affichés, ainsi que les tableaux correspondants. La discussion vise à mettre en évidence:

- les dessins qui semblent avoir respecté la forme et ceux qui ne l'ont pas respectée,

- les méthodes d'agrandissement utilisées par les élèves,

- les relations qui caractérisent les tableaux correspondants (pour ceux qui sont associés aux dessins pour lesquels la forme a été respectée, on peut mettre en évidence un coefficient multiplicatif)

- donc, pour agrandir en conservant la forme, il faut multiplier toutes les dimensions de la première figure par un même nombre.

phase 3: collective

. A partir des tableaux correspondant à une relation multiplicative, mise en évidence des propriétés caractéristiques de la proportionnalité:

- certaines relations entre nombres de la première liste se retrouvent entre les nombres correspondants de la deuxième liste.

- existence du coefficient,

En utilisant ces remarques, trouver d'autres nombres des tableaux (on donne soit le nombre du "haut", soit celui du "bas")

. Formulation: "Ces tableaux sont appelés tableaux de proportionnalité"

phase 4: exercices d'application, individuellement

. Autres figures à agrandir:
(1) on donne la figure et le coefficient d'agrandissement
(2) on donne la figure et la dimension d'un côté "agrandi"
(3) on donne seulement la figure de départ

. Tableaux de proportionnalité à compléter

Groupe A 1 ANNEXE 2

L'objectif de ce travail est d'engager ou de poursuivre le débat sur "apprentissage et enseignement":

- *comment les élèves apprennent?*
- *quelles situations leur proposer?*
- *quel rôle pour l'enseignant?*
- ...

Premier temps

Voici 3 projets de travail sur le thème de la décomposition des nombres (pour le CP, 2ème trimestre).

Par petits groupes (Maternelle et CP), analyser ces 3 projets:

- dans chaque situation, qu'elle est la nature des activités demandées aux élèves? qu'ont réellement à faire les élèves? qu'est-ce qui est de la responsabilité de l'élève dans l'élaboration du savoir?
- dans chaque situation, quelle est la place et quel est le rôle de l'enseigant dans cette élaboration du savoir?
- quelles différences voyez-vous entre ces situations? qu'est-ce qui peut déterminer votre choix?
- avez-vous des propositions d'aménagement pour certaines de ces situations?
- remarques diverses.

Deuxième temps

Recensement des travaux de groupes et débat.

Troisième temps

Distribution de 2 textes et discussion autour de ces 2 textes (vendredi).

DECOMPOSITIONS DE NOMBRES

Objectif commun aux trois projets:

- *résoudre une situation de partage;*
- *trouver plusieurs décompositions d'un nombre;*
- *produire les écritures additives correspondantes.*

1er projet

Activité 1

a) Chaque élève dispose de 13 jetons. Le maître demande à chaque élève de séparer sa collection en deux tas. Chaque élève doit alors écrire l'égalité correspondante (exemple: 6 + 7 = 13).

b) Exploitation collective: on fait l'inventaire au tableau de toutes les solutions trouvées dans la classe. On essaie collectivement de les ranger.

On cherche s'il manque certaines décompositions. S'il en manque, on écrit l'égalité correspondante et les élèves doivent réaliser la décomposition associée.

Activité 2

a) Chaque élève dispose de 13 jetons. Le maître demande à chaque élève de répartir sa collection en plusieurs tas et d'écrire l'égalité correspondante.

b) Exploitation collective: inventaire au tableau de toutes les solutions trouvées dans la classe.

c) Recherche en commun des décompositions qui traduisent les mêmes répartitions, par exemple: 6 + 4 + 3 et 3 + 5 + 5.

Faire écrire les égalités entre diverses décompositions:

6 + 4 + 3 = 3 + 5 + 5

2ème projet

Activité 1

a) Travail par petits groupes: chaque groupe dispose d'une boite fermée contenant n d'objets et d'un certain nombre s d'enveloppes.

Le choix de n et de s dépend des compétences numériques des élèves du groupe, par exemple:

27 objets et 7 enveloppes,

19 objets et 4 enveloppes

13 objets et 3 enveloppes

Les élèves disposent des boîtes avec les objets (mais ne doivent pas y toucher, sur la boîte on a écrit le nombre d'objets qu'elle contient), de papier, de stylo et des enveloppes.

Consigne: il faut trouver un moyen de mettre les objets dans les enveloppes. Il faut mettre tous les objets. Aucune enveloppe ne doit rester vide. Dans une enveloppe, on peut mettre 3, 4 ou 5 objets. Il faut indiquer sur l'enveloppe combien on veut y mettre d'objets, mais sans les mettre tout de suite.

b) Chaque groupe doit produire un message écrit présentant sa solution et qui permettra à un autre groupe de savoir si la solution proposée est acceptable. Forme des messages (préparée à l'avance):

19 objets	4 enveloppes
message:	

Les messages sont échangés entre les groupes:

Chaque groupe est invité à dire si la solution proposée est correcte ou non:

- toutes les enveloppes ont-elles été utilisées?
- le nombre d'objets par sachet est-il correct?
- tous les objets ont-ils été répartis?

c) Mise en commun: forme des messages (mise en évidence de l'écriture additive, procédés de vérification (comptage, dessin, ...).

En cas de contestations, vérification à l'aide des objets et/ou en utilisant une calculette.

d) Confrontation des solutions (pour un même problème): trouver les solutions qui traduisent la même répartition des objets (se mettre d'accord dans chaque groupe avant une mise en commun).

Activité 2

La même activité est proposée aux élèves avec des contraintes différentes, par exemple:

31 objets, 8 enveloppes
20 objets, 5 enveloppes
15 objets, 4 enveloppes.

Pour les messages, on impose l'utilisation d'une écriture additive.

Pour les vérifications par un autre groupe, on procéde en 2 temps: vérification sans calculettes, puis avec une calculette~~s~~.

3ème projet

Activité 1

a) Travail individuel: une feuille est distribuée à chaque élève.

Consigne: "Un enfant a joué comme vous l'autre jour, avec un dé, pendant 4 tours. Il a gagné 13 points. Cherchez quels coups il a pu faire pour avoir 13 points".

Recherche individuelle: les élèves peuvent écrire des nombres, faire un dessin des dés, dessiner 13 points et les partager en 4 tas.

b) Lorsqu'ils ont terminé, demander aux élèves de produire l'écriture additive correspondant aux coups de dés qu'ils ont trouvé. Demander aux élèves qui ont terminé de chercher une autre solution.

c) Travail collectif: fixer au tableau les écritures additives produites par les élèves.

Observer que chaque écriture est une autre façon d'écrire 13. Faire écrire les égalités correspondantes, par exemple:

$5 + 5 + 1 + 2 = 6 + 1 + 3 + 3$ etc...

Activité 2

La même activité est reprise avec 15 points. Il faut le plus possible de solutions et écrire les égalités correspondantes.

Groupe A 1 ANNEXE 3

ETUDE DES OPERATIONS : PLAN PREPARATOIRE

1 DEFINITION DU CHAMP CONCEPTUEL

Il s'agit de définir, en compréhension ou en extension (quant à une typologie) des situations, sémantiquement différentes les unes des autres, qui ressortissent à l'opération étudiée. Par exemple, en ce qui concerne l'addition on se réfèrera à des typologies du type de celle de VERGNAUD.

2 CONSTRUCTION D'UNE SITUATION DE REFERENCE

Une situation, prise dans le champ défini ci-dessus, sémantiquement importante (?), est privilégiée : elle devra permettre aux élèves d'utiliser des procédures connues (et utiles dans d'autres situations), de manière à donner du sens à leurs actions, mais aussi d'en apprécier les limites, la diversité, les améliorations possibles.

Analyse a priori de cette situation :

- repérage des variables et choix de celles-ci ;
- choix d'une mise en oeuvre :
  . consignes
  . organisation du travail (collectif, individuel...)
  . exigences sur la production
  . nature de la communication...
- procédures attendues ;
- modalités d'évaluation ;

3 CHOIX DE NOUVELLES SITUATIONS, SEMANTIQUEMENT DIFFERENTES

Celles-ci doivent permettre :

- la reconnaissance de l'adéquation des procédures déjà utilisées ;
- la mise en évidence - au cours de discussions, synthèses, débats autour des productions des élèves - des procédures de plus en plus efficaces (c'est-à-dire de plus en plus fiables et rapides) ;
- la construction, comme aboutissement du travail précédent, d'un ou de plusieurs algorithmes, c'est-à-dire d'une procédure à la fois performante et automatisée ;
- le rôle et les limites de l'usage d'une calculatrice.

4 ANALYSE D'UN MANUEL

A partir d'un manuel, au choix (pas tout à fait libre..) :

- repérage des situations et analyse de leur adéquation et de leur variété ;
- repérage des procédures privilégiées et de l'algorithme retenu ;
- analyse de la cohérence générale de la progression proposée.

5 CONSTRUCTION D'UN REPERTOIRE D'ACTIVITES "ENVIRONNANTES"

- activités de mémorisation de faits numériques élaborés ;
- "calcul mental" facilitant ;
- jeux
- répertoire de situations intéressantes plus ou moins directement liées à l'opération en question : situations ouvertes, de réinvestissement etc...;
- "outils" intéressants ;
- activités d'évaluations à proposer à différents moments.

Novembre 1987

Dominique VALENTIN
Ecole Normale des Hauts de Seine

Groupe A 1　　　A N N E X E　　4

ANALYSER UN PROJET DE SEQUENCE

Ce document se propose d'être une aide pour l'analyse d'un projet de séquence visant l'apprentissage par les élèves d'un contenu nouveau. Il n'est donc pas approprié pour l'analyse de séquences d'entrainement à propos de connaissances déjà travaillées, ou encore de séquences d'évaluation.

1. Appréciation globale
   De quel modèle pédagogique relève la séquence? (cf. document "Apprendre par la résolution de problèmes")

2. Un problème est-il posé aux élèves?
   - si, oui le définir; est-il "adapté" à la connaissance visée?
   - les élèves sont-ils placés face à des situations
     . *d'action*: "l'élève est confronté à une situation qui lui pose problème; dans sa recherche d'une solution, il produit des actions qui peuvent aboutir à la création d'un savoir-faire ..." Ce type de situation permet la mise en oeuvre implicite d'outils nouveaux.
     . *de formulation*: "un échange d'informations et la création d'un langage sont rendus nécessaires". Il s'agit de tenter de faire expliciter par les élèves leurs productions, et éventuellement pour cela de créer un langage approprié.
     . *de validation*: "il faut prouver ce que l'on affirme, le défendre, questionner, ..."
     . *d'institutionnalisation*: une telle phase est-elle prévue? (il s'agit alors de "fixer conventionnellement et explicitement le statut cognitif d'une connaissance". Il s'agit ici de pointer, de sélectionner les connaissances qu'il convient de retenir, car intéressantes "mathématiquement" ou "socialement". Le maître a ici un rôle déterminant et la volonté de créer une référence commune utilisable par la suite.

3. Quelle validation (venant de la situation) est possible?

4. Quelles sont les *variables didactiques* pertinentes dans la situation?
   - comment sont-elles choisies?
   (variable didactique = "variable sur laquelle l'enseignant peut agir et dont un changement de valeur peut entrainer un changemant de procédure chez l'élève")

4. Ancien/nouveau
   - quelles connaissances anciennes l'élève peut-il mobiliser pour résoudre le problème? comment l'élève peut-il démarrer? inventaire des procédures possibles
   - comment est engagée la construction d'une connaissance nouvelle?

5. Outil/objet
   - la connaissance visée apparait-elle dans son caractère "outil"? (l'intérêt est alors focalisé sur l'usage qui en est fait pour résoudre un problème)
   - ou est-elle présentée comme "objet de savoir"?

6. Exercices
   - une phase d'exercices est-elle prévue? sur quels aspects de la connaissance?

.../...

7. Tâches demandées aux élèves

(essayer de qualifier les types de tâches sollicitées des élèves dans la séquence)

ces tâches sont-elles du type:

- imitation, reproduction (faire comme ...)
- description, commentaire, ...
- reconnaissance d'éléments ou de propriétés
- effectuation d'une tâche guidée
- comparaison
- explication
- schématisation, codage
- analyse
- synthèse
- résumé
- construction
- invention, recherche de solutions, expérimentation,...
- jugement ,preuve, critique, raisonnement,...
- etc ...

Groupe A 1 A N N E X E 5

OBSERVER,ANALYSER UNE SEQUENCE

OBSERVER UNE SEQUENCE

L'observation peut commencer par l'examen avec l'enseignant des objectifs prévus de la séquence:

1. préciser la caractéristique générale de la séquence
   . construction d'une connaissance
   . entraînement
   . évaluation
   . etc...

2. préciser l'objectif général (objectif auquel contribue cette séquence, parmi d'autres)

3. préciser les objectifs spécifiques de cette séquence, par rapport à la connaissance visée, en se replaçant dans la perspective d'un ensemble de séquences

4. préciser les objectifs secondaires

On peut utiliser une grille du type ci-dessus pour décrire le déroulement de la séquence, en précisant:

activités (sommairement)	consignes	organisation de la classe	comportement du maître	comportement des élèves

. les grandes "étapes" du déroulement (colonne activités), en indiquant les activités proposées et leur nature (observation, recherche, exposé, formulation, entrainement,...)

. pour la consigne, les éléments *d'information* qu'elle comporte (précisions, réponses à des demandes, ou refus de répondre, rappels, éléments concernant l'objet de la séquence, ...), ainsi que les éléments *d'organisation* (imposés, choisis, déroulement annoncé, ...)

. pour l'organisation de la classe, le mode d'organisation (individuel, collectif, groupes en indiquant taille et disposition) et la fonction de cette organisation par rapport aux activités proposées.

R.C. SEPT. 87

. pour le comportement du maître, dans chaque période: pas d'intervention, interventions collectives pour l'organisation ou pour apporter ou faire apporter des éléments d'information (à préciser), interventions particularisées (auprès de qui?, de quelle nature? ...), décisions prises autres que prévues, ...

. pour le comportement des élèves, dans chaque période: attitudes des élèves observés, échanges dans la classe, dans le groupe, avec le maître, nature des recherches, productions, relevés des procédures, essais, erreurs,échanges, ... repérage de la manière dont l'élève ou le groupe a "progressé", ...

ANALYSER UNE SEQUENCE

La grille suivante peut servir de support à l'analyse.

activité	prévu		réalisé		remarques
	maître	élèves	maître	élèves	

L'analyse peut être conduite autour de quelques questions. Il s'agit pour l'essentiel de savoir si la séquence a eu les effets attendus, de tenter d'expliquer pourquoi et chercher quelles modifications il serait utile d'apporter... en un mot d'expliquer, pour cette séquence, les relations *enseignement-apprentissage*.

L'analyse des comportements, attitudes, productions (procédures, réponses, erreurs) des élèves sera faite par rapport:
- *à la tâche proposée et au savoir en jeu*
- *à la mise en oeuvre par l'enseignant*

1. Par rapport à la tâche proposée et au savoir en jeu

- à travers les tâches qu'on lui propose, quelle relation au savoir est organisée pour l'élève: identification d'éléments du savoir à travers le discours du maître ou les échanges maître-élèves, reconnaissance d'un savoir déjà étudié, application de connaissances, recherche, élaboration d'une procédure (ou d'une solution) nouvelle, formulation (pour qui et pourquoi), validation (argumenter, questionner, contester, défendre), ...

- pertinence de la tâche par rapport aux objectifs annoncés, notamment choix des variables didactiques;

- comment les élèves ont-ils interprété la tâche proposée? était-ce conforme à ce qui était prévu?

- les élèves ont-ils mobilisé les savoirs attendus, quels aspects de ces savoirs? pourquoi?

- quelles conceptions du savoir en jeu sont révélées par les productions des élèves? quelles difficultés ont-ils rencontré?

- les connaissances visées apparaissaient-elles plutôt dans leur caractère "outil" (on focalise alors davantage sur leur intérêt pour résoudre un problème) ou étaient-elles présentées plutôt comme "objet de savoir" étudié pour lui-même?

2. Par rapport à la mise en oeuvre par l'enseignant

- la consigne: était-elle appropriée? qu'a-t-elle induit?

- l'organisation de la classe: a-t-elle eu les effets attendus? pourquoi?

- les interventions de l'enseignant ou les interventions qu'il a sollicitées des élèves: en quoi ont-elles influé sur le travail des élèves? dans le sens prévu ou non?

- les interactions entre élèves: même questions

- le contrat didactique: en quoi le comportement, les réponses des élèves paraissent-elles relever de ce "contrat"? quels sont les éléments explicites du contrat? les éléments implicites?

- les productions des élèves: sont-elles prises en compte? comment? sont-elles simplement prises en compte par l'enseignant pour "avancer sa leçon"? sont-elles renvoyées à la classe pour être éventuellement l'objet d'un travail des élèves? qui juge de leur pertinence?

Deux points paraissent ici à examiner plus particulièrement:

. les erreurs des élèves: qu'en fait l'enseignant? avec qui? comment?

. les phases de "mise en commun", de synthèse: comment les élèves y sont associés? pour quels types d'activités?

Enfin cette analyse doit se terminer par les propositions de modifications ou de remises en cause: si c'était à refaire...

APPRENDRE (PAR) LA RESOLUTION DE PROBLEMES

"Pour un esprit scientifique, toute connaissance est une réponse à une question. S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir connaissance scientifique. Rien ne va de soi. Rien n'est donné. Tout est construit."

(BACHELARD "La formation de la pensée scientifique" VRIN)

LECONS DE L'HISTOIRE?

L'histoire des mathématiques, dans la complexité de ses évolutions et de ses révolutions, illustre bien cette citation de BACHELARD. Les mathématiques ont été construites en réponse à des questions qui se sont traduites en autant de problèmes. Ces questionnements ont variés dans leurs origines et dans leurs contextes: problèmes d'ordre domestique (partages de terres, calculs de crédits,...); problèmes posés en étroite imbrication avec d'autres sciences (astronomie, physique,...); spéculations en apparence "gratuites" sur des "objets" appartenant aux mathématiques elles-mêmes; nécessité d'organiser des éléments déjà existants, de les structurer par exemple pour les besoins de l'exposition (enseignement,...), etc...

Autant dire que l'activité de résolution de problèmes a été au coeur même de l'élaboration de la science mathématique. "Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes!", ne craignent pas d'affirmer certains.

Mais cette élaboration ne va pas sans difficulté. Les problèmes résistent souvent, les solutions sont presque toujours partielles, même si des éclairs "de génie" provoquent des avancées spectaculaires...qui mettent parfois du temps à être reconnues. *"Dans la fréquentation des textes originaux et aussi dans celle d'ouvrages généraux- somme du savoir historiquement accumulé dans ce domaine- nous avons découvert un tissu complexe et foisonnant fait de conjectures, d'hésitations, d'impairs, de modèles concurrents, d'intuitions fulgurantes et aussi de moments d'axiomatisation et de synthèse."* écrivent A. DAHAN-DALMEDICO et J. PEIFFER dans l'avertissement de "Une histoire des mathématiques"(1)

Ces quelques considérations (très schématiques) sur l'origine des connaissances mathématiques et sur les conditions de leur élaboration peuvent-elles trouver un écho dans une réflexion sur la question des apprentisages mathématiques dans le cadre scolaire? La réponse doit être prudente et nuancée: les outils ou notions élaborés à une époque donnée l'ont en effet été dans un contexte culturel, socio-économique,... qui n'est plus celui dans lequel vivent nos élèves. Reste que ce sont les problèmes qui leur ont donné naissance (et ceux qu'elles ont posés par la suite) qui ont donné <u>sens</u> aux mathématiques produites! Là est peut-être la principale leçon à retenir pour l'enseignement.

RC / PB / MAI 87

CONSTRUIRE DU SENS ...

L'un des enjeux essentiels (en même temps qu'une des difficultés principales) de l'enseignement des mathématiques est précisément que ce qui est enseigné soit chargé de signification, ait du *sens* pour l'élève.

Pour G. BROUSSEAU, "*le sens d'une connaissance mathématique se définit:*
- non seulement par la collection des situations où cette connaissance est réalisée en tant que théorie mathématique; non seulement par la collection des situations où le sujet l'a rencontrée comme moyen de solution,
- mais aussi par l'ensemble des conceptions qu'elle rejette, des erreurs qu'elle évite, des économies qu'elle procure, des formulations qu'elle reprend,etc..." (2)

Ajoutons que la construction de la signification d'une connaissance doit être envisagée à deux niveaux:
- un niveau "externe": quel est le champ d'utilisation de cette connaissance, et quelles sont les limites de ce champ, ...
- un niveau "interne": comment fonctionne tel outil et pourquoi fonctionne-t-il? (par exemple, comment fonctionne un algorithme et pourquoi conduit-il au résultat recherché?)

La question essentielle de l'enseignement des mathématiques est donc: comment faire pour que les connaissances enseignées aient du sens pour l'élève?

L'élève doit non seulement être capable de redire ou de refaire, mais aussi de réinvestir dans des situations nouvelles, d'adapter, de transférer ses connaissances pour résoudre des problèmes nouveaux.

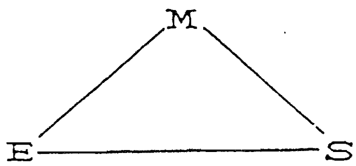
Notre hypoyhèse principale, fondée sur de nombreux travaux en psychologie de l'enfant et dans le domaine de la didactique des mathématiques est que c'est d'abord en faisant apparaître les notions mathématiques comme outils pour résoudre des problèmes qu'on permettra aux élèves de construire du sens. Ce n'est qu'ensuite que ces outils pourront être étudiés pour eux -mêmes.

STRATEGIE D'APPRENTISSAGE :

Se pose alors à l'enseignant la question du choix d'une stratégie d'apprentissage. Ce choix (que chacun fait au moins implicitement) est influencé par de nombreuse variables: le point de vue de. l'enseignant sur la discipline enseignée (qu'est-ce que les mathématiques? qu'est-ce que faire des mathématiques?), son point de vue sur les objectifs généraux de l'enseignement et sur ceux spécifiques aux mathématiques, son point de vue sur les élèves (leurs possibilités, leurs attentes, ...), l'image qu'il se fait des demandes de l'institution (explicites, implicites ou supposées), de la demande sociale ou encore de celle des parents, ...

Pour décrire quelques modèles d'apprentissage, on peut s'appuyer sur l'idée de "contrat didactique" tel que G. BROUSSEAU l'a défini: "ensemble des comportements (spécifiques) du maître qui sont attendus de l'élève et ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus du maître, et qui règlent le fonctionnement de la classe et les rapports maitre-élèves-savoir, définissant ainsi les rôles de chacun et la répartition des tâches: qui peut faire quoi? qui doit faire quoi? quels sont les buts et les enjeux? ..."

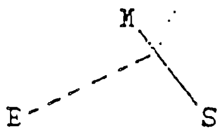
Ainsi une situation d'enseignement peut être regardée au travers des relations qui se "jouent" entre ces 3 pôles: maître, élève, savoir:



en analysant:
- la répartition des rôles de chacun,
- le projet de chacun,
- les règles du jeu: qu'est-ce qui est permis, qu'est-ce qui est réellement demandé, qu'est-ce qui est attendu, que faut-il faire ou dire pour "montrer qu'on sait", ...?

Très schématiquement, on décrira 3 modèles de référence:

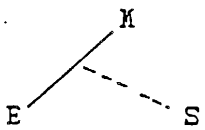
(1) Le modèle dit "normatif" (centré sur le contenu)



Il s'agit d'apporter, de communiquer un savoir aux élèves. La pédagogie est alors l'art de communiquer, de "faire passer" un savoir.
- le maître montre les notions, les introduit, fournit les exemples, ...
- l'élève apprend d'abord, écoute, doit être attentif,puis imite, s'entraine, s'exerce, et enfin applique.
- le savoir est déjà achevé, déjà construit

On reconnait là les méthodes parfois appelées dogmatiques (de la règle aux applications) ou maïeutiques (questions/réponses).

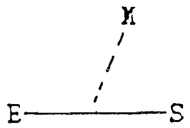
(2) Le modèle dit "incitatif" (centré sur l'élève)



Sont d'abord sollicités chez l'élève: ses intèrêts, ses motivations, ses besoins propres, son environnement, ...
- le maître écoute l'élève, suscite sa curiosité, l'aide à utiliser des sources d'information, répond à ses demandes, le renvoie à des outils d'apprentissage (fichiers, ...), cherche une meilleure motivation (milieu: calcul vivant de FREINET, centres d'intérêt de DECROLY)
- l'élève cherche, organise, puis étudie, apprend (souvent de manière proche de l'enseignement programmé)
- le savoir est lié aux nécessités de la vie, de l'environnement (la structure propre de ce savoir passe au second plan)

On reconnait là les différents courants dits des "méthodes actives".

(3) Le modèle dit "appropriatif" (centré sur la construction du savoir par l'élève)



On se propose de partir des "modèles", des conceptions existantes chez l'élève et de les "mettre à l'épreuve" pour les améliorer, les remettre en cause ou en construire de nouveaux.

- le maître propose et organise une suite de situations en jouant sur diverses contraintes (variables didactiques à l'intérieur de ces situations), organise les différentes phases (recherche, formulation, validation, institutionnalisation),gère la communication dans la classe, propose le moment venu les éléments conventionnels du savoir (notations, terminologie, ...).
- l'élève essaie, cherche,propose des solutions, les confronte avec ses pairs, les défend ou les conteste,...
- le savoir est considéré avec sa logique propre

Notons qu'aucun enseignant ne relève exclusivement de l'un des modèles, que l'acte pédagogique dans toute sa complexité utilise des éléments relevant de chacun des modèles ... mais que, malgré tout, chacun fait choix, consciemment ou non, et de manière privilégiée de l'un d'entre eux.

Ajoutons que l'étude de ces modèles fournit un bon outil d'analyse des situations didactiques et de réflexion pour les enseignants en formation.

TROIS LIEUX DE L'ACTIVITE PEDAGOGIQUE paraissent privilégiés pour différencier ces trois modèles et réfléchir à leur mise en oeuvre:

- le comportement de l'enseignant face aux erreurs de ses élèves: quelle interprétation en fait-il? comment intervient-il? pour quoi faire? que demande-t-il alors aux élèves?

- les pratiques d'utilisation de l'évaluation: à quoi sert l'évaluation? à quel moment intervient-elle dans le processus d'apprentissage? sous quelles formes? ...

- le rôle et la place que l'enseignant assigne à l'activité de résolution de problèmes: qu'est-ce pour lui qu'un problème? quand utilise-t-il des problèmes, à quels moments de l'apprentissage? dans quel but? ...

Dans la suite, nous nous intéressons essentiellement à ce troisième point. Pour cela, nous proposons un schéma inspiré d'un article de R. CHAMPAGNOL (Revue Française de Pédagogie, n°) qui résume les diverses positions par rapport à l'utilisation de la résolution de problèmes en relation avec les trois modèles d'apprentissage décrits auparavant.

1 le problème comme <u>critère</u> de l'apprentissage	mécanismes	. leçons (acquisition) . exercices (entrainement)
(modèle dit "normatif")	sens	. problèmes (utilisation des connaissances pour l'élève, contrôle pour le maître)

- ce qui conduit souvent à étudier des types de problèmes: confronté à un nouveau problème l'élève cherche s'il en a déjà résolu un de même type;

- c'est le modèle de référence de nombreux manuels, l'idée sous-jacente étant qu'il faut partir du facile, du simple pour accéder au complexe et qu'une connaissance complexe peut-être, pour l'apprentissage, décomposée en une suite de connaissances faciles à assimiler et qu'enfin tout apprentissage doit aller du concret vers l'abstrait.

2 le problème comme <u>mobile</u> de l'apprentissage	motivation	. situation tirée du vécu
(modèle dit "incitatif")	mécanisme	. apport de connaissances . entrainement, exercices
	réinvestis- -sement	. problèmes

- au départ, on souhaite que l'élève soit un "demandeur actif, curieux de connaissances fonctionnellement utiles";

- mais les situations "naturelles" sont souvent trop complexes pour permettre à l'élève de construire lui-même les outils et surtout trop dépendantes de "l'occasionnel" pour que soit pris en compte le souci de cohérence des connaissances.

3 le problème comme <u>moyen</u> de l'apprentissage	action	. situation-problème (l'élève cherche une procédure de résolution)
(modèle dit "appropriatif")	formulation validation	. formulation-confrontation des procédures, mise à l'épreuve
la résolution de problèmes comme <u>source, lieu et critère</u> de l'élaboration du savoir		. nouvelle situation avec des contraintes différentes: nouvelles procédures,... etc...
	institution- -nalisation	. nouvel outil . entrainement . synthèse, langage convent¹ . problèmes:évaluation pour le maître,réinvestissement pour l'élève.

- c'est principalement, au travers de la résolution d'une suite de problèmes choisis par l'enseignant que l'élève construit son savoir, en interaction avec les autres élèves;

- la résolution de problèmes (et non de simples exercices) intervient ainsi au départ de l'apprentissage.

OPTIONS EN FAVEUR D'UN CHOIX

Ces options sont appuyés par des résultats de recherche et relèvent pour une part de choix idéologiques. Elles sont sous-tendues par la question: "comment les élèves apprennent-ils?"

(1) Les connaissances ne s'entassent pas, ne s'accumulent pas.

Mais elles passent par des états d'équilibre à des états de déséquilibre au cours desquelles les connaissances antérieures sont mises en défaut. Une nouvelle phase d'équilibre correspond alors à une phase de réorganisation des connaissances où les nouveaux savoirs sont intégrés aux savoir ancien, lui-même parfois modifié (cf. PIAGET).

Ainsi un nouveau savoir peut remettre en cause les conceptions de l'élève nées d'un savoir antérieur: par exemple, l'étude des décimaux devrait conduire l'élève à remettre en cause l'idée que la multiplication "agrandit" toujours (idée qu'il a pu élaborer par l'étude des naturels).

De même un savoir acquis peut être aisément mis en échec pour peu qu'on change certaines variables de la situation: ainsi G. VERGNAUD a-t-il montré que la "notion d'addition" ou les strucures additives ne sont totalement maitrisées que très tard...

(2) Le rôle de l'action dans l'apprentissage

PIAGET a également souligné le rôle de "l'action" dans la construction des concepts. Il s'agit bien entendu de l'activité propre de l'élève qui ne s'exerce pas forcément sur la manipulation d'objets matériels; mais d'une action finalisée, problématisée, supposant une dialectique pensée-action très différente d'une simple manipulation guidée aboutissant souvent à une tâche de constat par l'élève... Il faut souligner ici le rôle de l'anticipation: l'activité mathématique consiste souvent en l'élaboration d'une stratégie, d'une procédure permettant d'anticiper le résultat d'une action non encore réalisée ou non actuelle sur laquelle on dispose de certaines informations.

(3) Il n'y a apprentissage que si l'élève perçoit un problème à résoudre ...

... donc s'il reconnait la nouvelle connaissance comme moyen de réponse à une question. La encore on peut solliciter PIAGET pour qui la connaissance n'est ni simplement empirique (constats sur le milieu), ni préformée (structures innées), mais résultat d'une interaction sujet-milieu (cf point 2 ci-dessus). Ce qui donne du sens aux concepts ou théories, ce sont les problèmes qu'ils ou elles permettent de résoudre.

Ainsi, c'est la résistance de la situation qui oblige le sujet à s'y accomoder, à remettre en cause ou à percevoir les limites de ses connaissances anciennes et à élaborer de nouveaux outils (idée de conflit cognitif). Il faudra en tenir compte pour le choix des situations.

Dans la même perspective, à la motivation externe (besoins de la vie courante, notes, ...) dont il ne faut cependant pas négliger l'intérêt, on est amené à préférer la motivation propre offerte par l'activité proposée (difficulté qu'on à envie de surmonter, de franchir, ...): le problème est alors perçu comme un défi intellectuel.

(4) Les productions de l'élève sont une information sur son "état de savoir

En particulier, certaines productions eronnées (notammnent si elles persistent) ne correspondent pas à une absence de savoir, mais plutôt à une manière de connaitre (qui parfois a réussi dans d'autres contextes) contre laquelle l'élève devra construire la nouvelle connaissance. L'élève n'a jamais la tête vide: il ne peut être considéré comme une page blanche sur laquelle il suffirait d'imprimer des connaissances correctes et bien énoncées.

(5) Les concepts mathématiques ne sont pas isolés

Il faut plutôt parler de champs de concepts reliés entre eux et qui se consolident mutuellement: d'où l'idée de proposer aux élèves des champs de problèmes permettant la construction de ces réseaux de concepts qu'il convient au préalable d'élucider (tâche qui reste à faire pour l'essentiel...)

(6) L'interaction sociale est un élément important de l'apprentissage

Il s'agit aussi bien des relations maitre-élèves que des relations élèves-élèves, mises en oeuvre dans les activités de formulation (dire, décrire, exprimer, ...), de preuve (convaincre, contester, ...) ou de coopération (aide, travail coopératif, ...): idée de conflit socio-cognitif, notamment entre pairs.

DANS LE TRIANGLE ENSEIGNANT-ELEVES-PROBLEME

Essayons de préciser les caractéristiques de ces relations dans le cadre d'un apprentissage s'appuyant sur la résolution de problèmes.

(1) relation entre la situation-problème et les élèves:

- l'activité doit proposer un véritable problème à résoudre pour l'élève : il doit être compris de tous les élèves (c'est-à-dire que ceux-ci peuvent envisager ce qu'est une réponse au problème);

- elle doit permettre à l'élève d'engager des connaissances antérieures...,de ne pas rester démuni;

- mais cependant, elle doit offrir une résistance suffisante... pour amener l'élève à faire évoluer les connaissances antérieures, à les remettre en cause, à en élaborer de nouvelles (problème ouvert à la recherche de l'élève, sentiment de défi intellectuel,...);

- enfin il est souhaitable que la sanction (la validation)ne vienne pas de l'enseignant, mais soit apportée par la situation elle-même.

(2) relation enseignant-élèves:

- quelle perception l'élève a-t-il des attentes de l'enseignant ? Les relations pédagogiques doivent conduire les élèves à percevoir qu'il leur appartient d'établir eux-mêmes la validité de ce qu'ils avancent, de demander des preuves aux autres, ...

- une distinction nette doit être établie entre les apports de l'enseignant et les preuves qu'il appartient aux élèves d'apporter

(3) relation enseignant-situation:

- il appartient à l'enseignant de situer la situation proposée dans le cadre de l'apprentissage visé, de distinguer l'objectif immédiat des objectifs plus lointains, de choisir certains paramètres de la situation (idée de "variables didactiques" de la situation),...

-. la connaissance visée doit être la plus adaptée pour résoudre le problème considéré (du point de vue des élèves);

- il lui appartient également d'observer les incompréhensions, les erreurs significatives, de les analyser et de les prendre en compte pour la mise au point de nouvelles situations.

- il lui appartient enfin de provoquer ou de faire les synthèses.

<u>QUELS PROBLEMES CHOISIR? QUELLE MISE EN OEUVRE PEDAGOGIQUE?</u>

Une précision tout d'abord: <u>le terme "problème"</u> utilisé ici ne se réduit pas à la situation proposée (énoncé, question,...). Il se définit plutôt comme un triplet (situation, élève, environnement). Il n'y a problème que si l'élève perçoit une difficulté :telle situation qui "fait problème" pour tel élève est immédiatement résolue par tel autre (et n'est donc pas perçue par ce dernier comme un problème). Il y a donc l'idée d'obstacle à surmonter, de difficulté inédite. Enfin l'environnement est un élément du problème, en particulier les conditions didactiques de la résolution (organisation de la classe, échanges, attentes exprimées ou supposées de l'enseignant,...).

Il convient également sans doute de différencier <u>les objectifs de l'activité de résolution de problèmes</u>:

- objectifs d'ordre "méthodologique": en un mot, "apprendre à résoudre des problèmes, à chercher". L'objectif est en quelque sorte dans l'activité elle-même (cf pratique du "problème ouvert" décrite par l'IREM de LYON; travaux sur le problem-solving; travaux de l'équipe math. de l'INRP sur l'apprentissage à la résolution de problèmes au Cours Elémentaire; ... voir aussi le chapitre 1 de ERMEL, tome 1; ...);

- objectifs d'ordre "cognitif": on vise une connaissance (notion, algorithme,...) au travers de l'activité de résolution de problèmes. On peut encore à cet égard distinguer entre les problèmes qui se situent à la source d'un nouvel apprentissage et ceux qui sont utilisés comme problèmes de réinvestissement.

Dans cette dernière optique, on peut considérer quelques questions qui se posent à l'enseignant pour une connaissance donnée:

- choix d'enseigner telle conception de la connaissance considérée (problème de transposition didactique): quelles sont les conceptions envisageables (état actuel de cette connaissance, de son enseignement, états antérieurs, évolution historique, différents aspects, ...): questions d'épistémologie; quelles sont les conceptions possibles avec les élèves de tel niveau d'enseignement, en rapport avec les niveaux précédents et suivants; quel type de savoir vise-t-on (formel, descriptif ou opératoire, fonctionnel, ...)?

- choix de la situation ou plutôt de la suite de situations à proposer aux élèves. L'idée d'obstacle est ici importante: si les connaissances antérieures sont commodes pour résoudre le problème, il n'y a pas d'intérêt à mobiliser un nouvel outil. Le choix est difficile: il ne faut pas démobiliser les élèves par une difficulté trop grande, ni donner l'impression "d'enfoncer des portes ouvertes avec un bull-dozer"...

- choix d'une mise en oeuvre pédagogique. Il n'y a pas de solution type, mais on peut avancer avec la plupart des didacticiens actuels une stratégie de référence comportant plusieurs étapes: chercher individuellement ou/et en groupes, formuler oralement ou par écrit, valider, institutionnaliser (identification du savoir, conventions pour le langage, les notations, ...), évaluer ... processus qui peut s'étendre sur plusieurs séances et même utiliser plusieurs situations-problèmes. Pour les questions de gestion de la classe, on peut consulter ERMEL "Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, Cycle Moyen"(tome 1, chapitre Problèmes).

QUESTIONS...

L'idée d'apprentissage par la résolution de problèmes est maintenant largement répandue. Nous pensons en avoir éclairé les fondements et justifié quelques uns de ses principes. Il faut cependant continuer à s'interroger sur certaines difficultés que pose sa mise en oeuvre dans les classes.

Voici, en vrac, quelques questions importantes qu'il nous paraît nécessaire de travailler après une dizaine d'années de travail dans cette direction à l'école élémentaire:

(1) Tout d'abord la question de la coexistence de modes d'apprentissage diversifiés: comment prendre réellement en compte les différences entre élèves? Tous les élèves n'apprennent pas de la même manière, ni sur la même durée (certains parlent de styles cognitifs); leurs savoir-faire initiaux, leurs conceptions initiales par rapport à une connaissance donnée sont très variés ... On pourrait formuler cette interrogation de la manière suivante: apprentissage par résolution de problèmes et pédagogie différenciée?

(2) La place de l'exercice, de l'entrainement , de l'automatisation de certains savoir-faire, de la mémorisation est rarement évoquée dans les travaux récents.

(3) Les élèves en grande difficulté: peut-on (et comment) faire en sorte qu'ils ne "traversent pas" ces situations en spectateurs passifs, ou

pour qu'ils ne soient pas cantonner dans un rôle d'exécutants de tâches définies par d'autres?

(4) Il convient également d'approfondir la question des "mises en commun". C'est un moment délicat, difficile pour les enseignants. Comment éviter qu'elles ne s'éternisent tout en prenant en compte les diverses solutions élaborées dans la classe? Dans qu'elle mesure un élève peut-il écouter, entendre une solution très différente de celle qu'il a lui-même élaborée? Question d'autant plus importante qu'on est souvent tenter de faire jouer un rôle essentiel à cette phase de mise en commun: un peu celui que joue la leçon habituellement; il y a là un risque de dérive de ce qu'on a évoquer plus haut sous le terme "d'institutionnalisation" !

On pourrait évoquer d'autres questions encore, et sans doute faudra-t-il le faire... Ce n'est qu'en interrogeant sans cesse cette approche des apprentissages qu'on évitera sa schlérose. Autrement dit, garder une attitude de résolution de problème par rapport à la question de l'apprentissage par (et à) la résolution de problèmes !...

Roland CHARNAY
Equipe de recherche "math." de l'INRP
Ecole Normale de BOURG EN BRESSE

BIBLIOGRAPHIE

(1) A. DAHAN-DALMEDICO et J.PEIFFER "Une histoire des mathématiques" Point-Sciences (Le Seuil) p.9

(2) G. BROUSSEAU "Les obstacles épistémologiques et les problèmes d'enseignement" Recherches en didactique des mathématiques (La Pensée Sauvage) n° 4.2 p.170

(3) ERMEL "Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire", cycle moyen (SERMAP-HATIER) 3 tomes

(4) G. VERGNAUD "Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques" Recherches en didactique des mathématiques (La Pensée Sauvage) n° 2.2 p.220

(5) M.N. AUDIGIER et J. COLOMB "Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire" publication INRP

(6) R. CHAMPAGNOL "Aperçus sur la pédagogie de l'apprentissage par résolution de problèmes" Revue Française de Pédagogie

(7) IREM de LYON "la pratique du problème ouvert"

(8) Equipe math INRP "Comment font-ils? L'écolier et le problème de mathématiques" Rencontres Pédagogiques n° 4

(9) R. DOUADY "La didactique des mathématiques en France", Revue française de Pédagogie, n° 76

(10) Equipe math. INRP "Apprentissage à la résolution de problèmes au cours élémentaire" (brochure diffusée par le CRDP de GRENOBLE)

Groupe A 1 ANNEXE 7

DIVISION en Formation Initiale

H. PEAULT (janvier 88)

Bibliographie : j'utilise abondamment "*Formation des élèves-instituteurs et didactique des mathématiques (première partie)*" publication de l'IFM de GRENOBLE ; le jeu de départ est le jeu "Concertum" décrit dans "*JEUX 2*" (publication APM) p.34 ; ce point de départ est aussi utilisé par des collègues de BORDEAUX : voir compte-rendu des Actes du Colloque d'ANGERS pages 71 sq, 81 sq et 96 sq

Idées générales : dans la mesure du possible, j'aime bien aborder la division très tôt avec les FP 1 (cette année j'ai commencé par là); d'une part c'est un domaine mathématique qui a besoin pour eux d'être revu, beaucoup plus que les autres opérations, d'autre part il me paraît bien se prêter à des mises en situation de recherche de problèmes que je crois nécessaire d'aborder d'emblée avec les normaliens.

Les séquences à l'EN d'ANGERS sont de 1 h 50. Si on enlève un bon quart d'heure quasi systématique de calcul mental (préparé par les FP à tour de rôle) en début de presque chaque cours, plus parfois quelques retours sur le cours précédent, cela donne des séances d'environ 1 h 30 maximum.

SEANCE 1 : JEU INTRODUCTIF

OBJECTIFS :

- Mise en situation face à un problème ; situation présentant de façon assez claire des phases d'action, formulation et validation qui seront utilisées par la suite.
- Utilisation de la division comme outil pour résoudre un problème

MATERIEL :

Pour chacun : 10 cartons numérotés de 0 à 9. (Prévoir un paquet de bristols par exemple, chacun remplissant les siens ; à défaut on peut utiliser de simples feuilles de papier, mais c'est moins commode)

PRESENTATION DU JEU :

Les normaliens sont par groupes de 3.

Je propose un nombre n entre 0 et 27 ; chacun doit lever un carton ; la somme des nombres indiqués par chaque groupe doit être égale à n

Dans cette présentation, chaque groupe se concerte à chaque fois; le jeu est évidemment très facile.

CONSIGNE :

"*Vous avez le droit de vous concerter, mais avant que j'indique le nombre choisi. Quand j'aurai énoncé ce nombre, chacun préparera son carton sans consulter les autres ; au signal, tout le monde montrera le carton choisi.*"

DEROULEMENT :

Phase 1 (action) : on fait quelques essais ; il y a de temps en temps des erreurs. Chaque équipe peut alors demander un temps mort pour une nouvelle concertation.

En général, au bout de quelques minutes le taux de réussite avoisine les 100 % (mais ce n'est pas toujous le cas)

Phase 2 (formulation) : chaque équipe doit rédiger un message expliquant la stratégie choisie de façon la plus claire possible pour qu'elle soit susceptible d'être utilisée par d'autres. Les messages sont échangés entre les groupes.

On joue à nouveau mais chaque groupe doit utiliser la stratégie décrite par l'autre. Les émetteurs sont en droit d'émettre des remarques sur la façon dont leur stratégie a été interprétée.

Phase 3 (validation) : on fait un point collectif sur les stratégies. Chaque groupe explique oralement le contenu de son message. On discute la formulation, on essaie d'identifier les stratégies incorrectes s'il y en a et de classer les stratégies proposées.

Comme amorce aux phases suivantes, débat autour de : "*y a-t-il une stratégie meilleure que les autres ?*"

Phase 4 (transposition des stratégies) : même jeu, mais les groupes sont de 4 (ou 5, ou 6, ou 7 ... suivant le nombre de personnes du groupe)

Détermination de l'intervalle des nombres possibles, jeu, puis point collectif (oralement) sur les stratégies utilisées. (Souvent les stratégies les moins performantes des phases précédentes ont été abandonnées et on constate par ailleurs que la notion de "bonne" stratégie est liée à celle de stratégie "généralisable")

Phase 5 (nouvelle transposition) : mêmes groupes et même jeu, mais on n'utilise cette fois que les cartons de 0 à 7.

Puis c'est tout le groupe de normaliens qui joue : une première fois avec les cartons de 0 à 9, une deuxième avec les cartons de 0 à 7. (Jusqu'à présent c'est toujours la stratégie n° 1 - voir ci-dessous - qui a été retenue comme la plus commode et la plus performante).

PROLONGEMENT :

Je donne à chercher pour l'un des cours suivants : "*On dispose des cartons de 0 à p ; les joueurs sont par groupes de k ; le nombre choisi est n ; expliciter une stratégie utilisable*"

REMARQUES :

Lors de la première phase, quelques stratégies apparaissent pratiquement à tous coups :

1) On divise n par 9 : $n = 9q + r$; les q premiers joueurs jouent 9, le suivant r, les autres éventuels 0.

Mais je ne l'ai jamais vue exprimée ainsi au départ; on trouve plutôt :

si $0 < n < 9$ A joue n, B joue 0 et C joue 0
si $9 < n < 18$ A joue 9, B joue n-9 et C joue 0
si $18 < n < 27$ A joue 9, B joue 9 et C joue n-18

2) On divise n par 3 ; $n = 3q + r$; chaque joueur joue q, 1 ou 2 joueurs (si le reste est 1 ou 2) jouant éventuellement q+1

Là encore cette stratégie est souvent explicitée autrement.

Parfois on convient que 2 joueurs jouent q et le troisième q+r. Il est bon d'identifier cette forme car elle marche toujours, ... sauf pour n = 26

3) Toutes sortes d'autres stratégies plus ou moins alambiquées peuvent apparaître. Par exemple :

- si $n \leqslant 18$: si n pair alors A : n/2 B : n/2 c : 0
  si n impair alors A : (n-1)/2 B : (n-1)/2 C : 1
  si $18 \leqslant n < 27$ alors A : 9 B : 9 C : n - 18
- on trouve aussi des distinctions du type :
  si $n < 10$
  si $10 \leqslant n < 20$
  si $n \geqslant 20$
  avec dans chaque cas des procédures plus ou moins astucieuses...

SEANCE 2 : UTILISATION DU LOGICIEL "DIVLOGO"

OBJECTIFS :

- Mise en situation face à un problème relevant de la division
- mise en évidence de l'existence de stratégies diverses pour le calcul d'une division et de variables didactiques susceptibles de faire apparaître telle ou telle stratégie
- montrer une possibilité d'intégration d'un logiciel à des activités sur la division

MATERIEL :

Le logiciel DIVLOGO sur nanoréseau (2 ou 3 personnes par ordinateur)

Utilisation de DIVLOGO : voir compte-rendu groupe B4

SEANCE 3 : PROCEDURES DE CALCUL DE DIVISIONS

OBJECTIFS :

- analyse détaillée des procédures de calcul des divisions (prévoir le plus de temps possible; il y faut bien 2 heures)

(voir le document de l'IFM que j'ai pratiquement repris tel quel)

I. - SIMULATION de la situation "Le Petit Poucet" :

"Le petit poucet avec ses bottes de sept lieues fait des bonds de 3 kms. Il doit parcourir 1155 km. Combien de pas va-t-il faire ?"
Première simulation avec la contrainte : pas de droit d'utiliser la ivision
Deuxième simulation en changeant les données numériques avec la ontrainte : pas le droit d'utiliser ni division ni multiplication.
Mise en commun et discussion sur les procédures utilisées.

II. - ANALYSE de protocoles réalisés en classe

Distribution de photocopies des protocoles présentée dans le ocument de l'IFM (voir annexe 1). Etude de ce document avec mise en ommun sur les procédures utilisées par les enfants.

III. - EXPOSE théorique

Je reprends là, sous forme d'exposé l'article de R. NEYRET paru ans "*Comment font-ils ?*" (Rencontres Pédagogiques n°4) et dont un arge extrait est reproduit dans le document de l'IFM.

IV. - PRESENTATION DE L'ENQUETE qui sera réalisée en classe lors d'une prochaine séance.

TRAVAUX d'inter-cours :

- Commencer à lire ce qui concerne la division dans les ERMEL et les numéros spéciaux GRAND N
- Commencer à consulter des manuels et à essayer d'analyser la façon dont est abordée la divison.

SEANCE 4 : LA DIVISION COMME SAVOIR MATHEMATIQUE

OBJECTIF :

Maîtrise de la notion de division euclidienne dans N

DEROULEMENT :

I. - Je distribue la feuille d'exercices suivants :

additionner 4 et 7 ; additionner 47,5 et 6,003 ; soustraire 7 de 46; soustraire 28,45 de 102,068 ; multiplier 3 par 17 ; multiplier 5 par 0,56 ; multiplier 0 par 3,1 ; multiplier 3,1 par 0 ; diviser 65 par 5; diviser 5 par 2 ; diviser 0 par 7 ; diviser 2 par 5 ; diviser 47 par 6; diviser 35 par 16 ; diviser 42 par 0 ; diviser 370 par 28 ; diviser 650 par 101 ; diviser 426,23 par 1,12 ; diviser 4,7 par 6 ; diviser 65 par 1,01 ; diviser π par 7 ; diviser 0 par 0.

et je demande à chacun d'écrire sa réponse sur papier.

II. - Mise en commun et confrontation des réponses données. Mise en évidence rapide du caractère non ambigu des réponses sur addition, soustraction et multiplication. Sur la division, dans de nombreux cas il y a plusieurs réponses différentes ; sont-elles toutes correctes ? Les notations utilisées sont variées ; que penser de chacune d'elles ?

III. - Bref exposé sur la division euclidienne dans N (avec dans presque tous les cas nécessité de revenir auparavant sur les différents ensembles de nombres; explicitation des notions de valeur approchée d'un réel par un décimal à un ordre donné) illustré à partir de la situation du petit poucet et de situations de partage.

Explicitation de divers termes : dividende, diviseur, quotient, reste, division euclidienne dans N, division exacte, multiples/diviseurs...

Bref exposé sur la division euclidienne dans D et sur la division dans Q.

Point sur les différentes notations.

IV. - La division comme outil : problème de l'interprétation des calculs. Je distribue les problèmes suivants :

1. On dispose de 47 carreaux de faïence pour carreler un dessus de lavabo. On place 6 carreaux par rangée. Combien de rangées placera-t-on?

2. On compte de 6 en 6 à reculons à partir de 47. Quel sera le dernier nombre énoncé ?

3. On dispose de casiers pouvant contenir chacun 6 cassettes. Combien en faudra-t-il au minimum pour placer 47 cassettes ?

4. Avec une baguette de bois de 47 cm de long, combien de morceaux de 6 cm de long peut-on couper ?

5. Avec une baguette de bois de 47 cm de long, on veut faire 6 morceaux de même longueur et avoir le minimum de chutes. Quelle sera la longueur de chaque morceau ?

6. On donne un sachet de 47 bonbons à un groupe de 6 enfants. Combien chacun en aura-t-il ?

7. On partage le plus équitablement possible 47 billes entre 6 enfants. Combien chacun en aura-t-il ?

8. On partage équitablement 47 billes entre 6 enfants en en donnant le maximum. Combien de billes ne seront pas distribuées ?

9. On partage équitablement 47 F entre 6 personnes. Combien donne-t-on à chacune ?

10. 47 grains de blé sont lancés à 6 poules. Combien chacun picore-t-elle de grains ?

11. Un employé touche une prime de 47 F par jour de travail. Il travaille 6 heures par jour. De combien cette prime augmente-t-elle son salaire horaire ?

12. On doit répartir 47 litres de vin dans des bonbonnes de 6 litres. Combien de bonbonnes seront nécessaires ?

13. 6 personnes héritent ensemble d'un terrain de 47 hectares qu'elles décident de partager en 6 lots de même aire (au centiare près). Quelle sera l'aire de chaque lot ?

14. On multiplie un nombre par 6 ; on trouve 47. Quel est ce nombre?

15. Sur une calculette affichant 8 chiffres on frappe successivement "4" "7" ":" "6" "=". Qu'affiche alors la machine ?

Questions : quels sont les énoncés relevant de la division de 47 par 6 ? Quelle est la réponse à donner dans chaque cas ?

Recherche, mise en commun pour faire apparaître des difficultés spécifiques des problèmes de division qui nécessitent, plus que pour les autres opérations une interprétation des résultats.

TRAVAUX d'inter-cours

Exos tirés de la brochure APM sur la division.

SEANCE 5 : LA DIVISION COMME SAVOIR MATHEMATIQUE (suite)

Travail à partir d'exercices, en particulier d'exercices tirés de la brochure APM.

SEANCE 6 : ENQUETE DANS LES CLASSES

Enquête réalisée en CE2 et CM1. Chaque normalien observe un groupe de 2 enfants.

- Passation à partir des consignes données lors de la séance 3 (cf annexe 2)
- Mise en commun orale sur la façon dont les enfants ont travaillé et les procédures qu'ils ont utilisées.

TRAVAIL d'inter-cours : rédaction des chroniques d'observation. Celles-ci seront synthétisées ultérieurement et remises ensuite aux maîtres des classes concernées.

SEANCE 7 : ANALYSE DE MANUELS

OBJECTIFS :

- pouvoir élaborer une progression de travail sur la division au CM1
- acquérir quelques connaissances didactiques de base

MATERIEL :

Manuels divers ; notes de lecture ; copie des instructions officielles sur la division

DEROULEMENT :

1) Lecture et commentaires sur les instructions officielles

2) Travail par groupes : construire une progression sur la division au CM 1 en s'aidant éventuellement des manuels à disposition. Repérer des différences de présentation entre manuels.

3) Mise en commun. C'est l'occasion de mises au point sur :
- l'activité mathématique comme moyen de résoudre des problèmes
- les différentes phases : action, formulation, validation, institutionnalisation, susceptibles d'apparaître dans une situation didactique
- la notion de variable didactique

Mise en commun qui s'effectue en référence à la fois aux progressions de travail proposées et aux situations précédemment vécues.

4) Selon le temps disponible, présentation de diverses techniques de division (cf article de NEYRET dans GRAND N n° 17)

SEANCE 8 : RESOLUTION D'UN PROBLEME

OBJECTIFS :

- mise en situation de recherche sur un problème pouvant faire appel à la division
- faire vivre une situation et la faire analyser comme situation didactique

MATERIEL :

Grandes feuilles format affiche et feutres.

ENONCE DU PROBLEME :

"*Quel jour de la semaine était le 14 juillet 1789 ?*"

DEROULEMENT :

- recherche par groupes et rédaction d'une affiche expliquant de façon compréhensible par les autres le résultat trouvé et la démarche utilisée

- exposition et lecture des affiches ; mise en évidence des différentes procédures utilisées ; recherche d'erreurs éventuelles

- analyse de la situation : les phases d'action, formulation, validation ; institutionnalisation et dialectique outil/objet ; recherche de variables didactiques qui auraient pu modifier la situation dans un sens ou un autre

- recherche d'une transposition possible à l'école élémentaire

PROLONGEMENT :

Incitation à la lecture de la chronique de la séquence "*Calendrier*" décrite dans le tome 1 de ERMEL CM p. 44 sq

REMARQUES :

- Une mise au point est souvent nécessaire pour préciser les règles de reconnaissance des années bissextiles.

- Procédures qui apparaissent le plus souvent :

. recherche du nombre de jours entre le 14 juillet 1789 et une date connue (celle du jour ou celle du 14 juillet de l'année courante). Division par 7 et interprétation du reste

. recherche du nombre de jours de décalage : 1 par année ordinaire et 2 par année bissextile. Division par 7 et interprétation du reste

. recherche d'une période sur un certain nombre d'années pour trouver des cycles identiques. (Souvent de grosses difficultés apparaissent avec cette procédure du fait que 1800 et 1900 ne sont pas bissextiles)

. procédures hybrides diverses.

SEANCE 9 : EVALUATION

Elle comporte 2 exercices et une épreuve extraite du document de l'IFM (cf. annexe 3)

AUTRES SEANCES ENVISAGEES

(Je ne les ai pas réalisées, faute surtout de temps)

- Travail sur le film "Algorithme de la division" avec un questionnaire (cf. Actes du colloque d'ANGERS p. 83). Mais notre copie vidéo est tellement mauvaise...

- Préparation et réalisation de séquences en classe :
  . le jeu des pièges
  . utilisation de DIVLOGO

Annexes 1 et 3 : voir Document IFM

Annexe 2

DIVISION : Enquête sur les procédures utilisées par les enfants

"Avec ses bottes de sept lieues, le petit Poucet se déplace entre deux villes. Il fait des pas de 28 kilomètres.

Il part d'ANGERS pour aller à LIMOGES. La distance entre ces deux villes est de 252 kilomètres.

Combien de pas va-t-il faire ?

Une autre fois il va d'ANGERS à QUIMPER. La distance est de 319 kilomètres. Combien de pas va-t-il faire ? "

"Voici un paquet de 89 allumettes.

Comment faire pour les partager entre 7 personnes de façon que chacune en ait autant ?

Vous pouvez vous servir des allumettes pour répondre, mais ce n'est pas obligatoire. "

Conditions de l'observation :

1) Les enfants sont par groupes de 2 ; un observateur est attaché à chaque groupe

2) Interventions éventuelles de l'observateur : elles doivent rester limitées aux cas suivants :
. demander de recompter un calcul erronné
. relire l'énoncé en cas de blocage
. lorsque l'enfant a trouvé une solution, lui demander d'expliquer ce qu'il a fait et s'il est sûr du résultat trouvé.

3) Travail d'observation à réaliser :

a) rédiger une chronique de la séquence

b) pour chacun des 2 enfants observés, rédiger une note de synthèse mettant en évidence :
1 - les procédures utilisées
2 - les erreurs liées aux procédures choisies
3 - l'interprétation donnée au reste
4 - la façon dont est présenté le résultat
5 - le rôle du travail à deux
et, pour le second problème :
6 - la stabilité éventuelle des procédures
7 - le rôle du matériel et la gestion du reste.

Groupe A 2
Animateur : Rémi BRISSIAUD

L'USAGE DE MATERIEL DIDACTIQUE POUR AIDER AUX PREMIERS APPRENTISSAGES NUMERIQUES A LA MATERNELLE ET AU C.P.

Une nouvelle génération de documents pédagogiques destinés aux enseignants de G.S et de C.P. est en cours de parution. Ces nouveaux documents (R. Palanque et al. 1987, Grivot 1987) se placent sous le double parrainage des psychologues J. Piaget et R. Gelman. J'ai rappelé au cours de cet atelier certains aspects surprenants de ces références théoriques : d'une part, les positions épistémologiques de ces deux auteurs sont très différentes, d'autre part, la plupart des chercheurs dans le domaine, pensent aujourd'hui que l'un et l'autre de ces cadres théoriques ne sont guère satisfaisants (voir l'article "Compter à l'école maternelle? Oui, mais..." à paraître dans le numéro de décembre 88 du bulletin de l'A.P.M.E.P.).

LA NECESSITE DE PENSER UN NOUVEAU CADRE THEORIQUE :

Aujourd'hui, on amorce fréquemment la réflexion sur ce sujet à partir de la question "à quoi servent les nombres ?" (I.N.R.P. 1987). C'est en effet un point de départ qui est bien approprié à la mise au point d'une pédagogie de l'apprentissage par résolution de problèmes. Mais cette question ne peut être qu'un point de départ, car on ne peut pas se contenter de faire un inventaire aussi exhaustif que possible des différents problèmes, puis de décrire, pour chacun de ces problèmes, les différents niveaux de procédures que les enfants mettent en oeuvre : on est tôt ou tard amené à expliciter quel est le statut des différents problèmes et des différentes procédures, dans la construction du nombre.

En construisant de nouvelles situations pédagogiques, nous devons aujourd'hui comme hier, organiser ces nouvelles situations afin d'offrir aux enseignants une vision d'ensemble du processus par lequel elles conduisent au nombre.
Les travaux récents en psychologie montrent qu'on ne peut plus considérer que le nombre est la "synthèse opératoire de l'inclusion des classes et de la relation asymétrique" (Piaget et Szeminska 1941). Or pendant des années, c'est cette notion de "synthèse" qui nous servait à donner de la cohérence aux différentes activités que nous proposions, et qui servait de guide à l'action pédagogique des instituteurs. De quelle vision d'ensemble disposons nous aujourd'hui ?

La diffusion des travaux de R. Gelman a provoqué, en peu de temps, un tel engouement pour la pratique du comptage à l'école, qu'il ne faut pas se leurrer : si on ne décrit pas explicitement quelle est la logique du progrès vers le nombre, la plupart des enseignants penseront, de manière implicite, qu'il suffit que l'enfant améliore ses procédures de comptage.
Or cette idée est non seulement peu satisfaisante sur le plan théorique (voir Brissiaud, à paraitre), mais elle est surtout dangereuse sur le plan pratique : s'il est clair aujourd'hui que le comptage joue un rôle important dans le

développement de bonnes connaissances numériques, il convient en revanche de rester prudent quant à l'utilisation du comptage à l'école.
Cette suspicion à l'égard du comptage en tant que pratique scolaire est un phénomène ancien, antérieur à la réforme de 1970 :"éviter le comptage unité par unité" fut même une obsession pour des générations de pédagogues, pour lesquels l'opposition entre comptage et calcul n'était qu'un cas d'espèce de l'opposition plus générale entre l'apprentissage par répétition et l'apprentissage par compréhension :

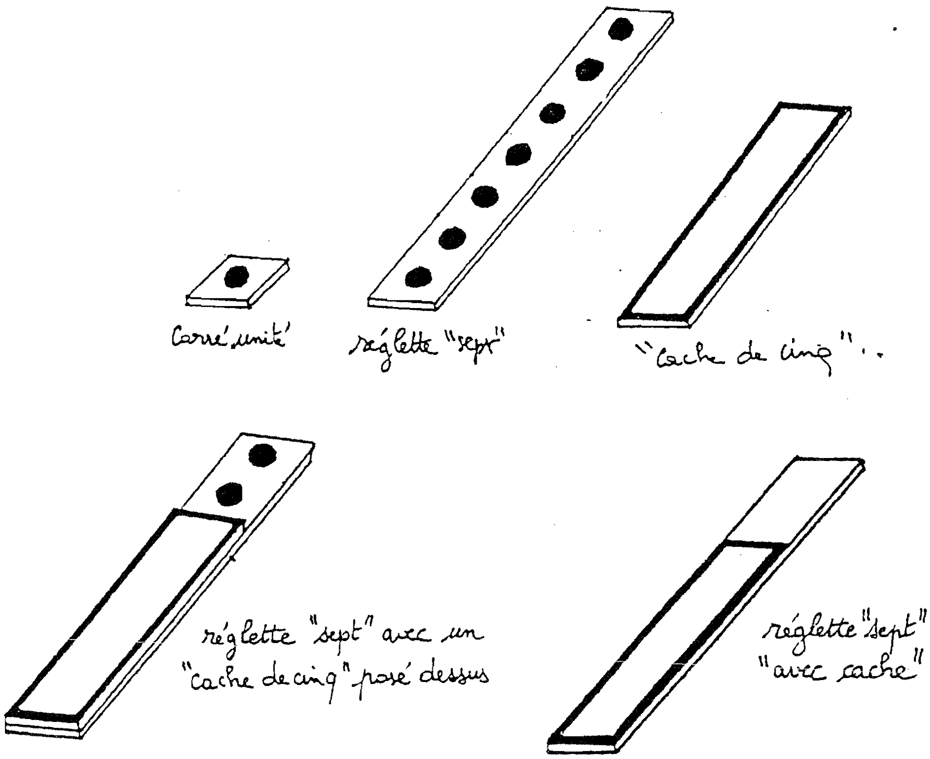
"Sans doute, cette façon empirique fait acquérir à force de répétions la liaison entre le nom des nombres, l'écriture du chiffre, la position de ce nombre dans la suite des autres, mais elle gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, en un mot, elle empêche l'enfant de penser, de calculer" (R. et M. Fareng 1966).

La prudence recommande donc que dans le même temps qu'on préconise la pratique du comptage, on analyse avec les enseignants de maternelle et de C.P. les dangers potentiels de cette pratique.

UN NOUVEAU MATERIEL POUR EVITER LE COMPTAGE UNITE PAR UNITE : LES "REGLETTES AVEC CACHES".

Le thème de cet atelier n'est donc pas le fruit du hasard : il prend un peu le contre-pied du discours dominant à l'heure actuelle, puisqu'on a parlé des matériels didactiques que les pédagogues sont susceptibles d'utiliser pour "éviter le comptage unité par unité" : constellations, réglettes Cuisenaire...

C'est ainsi qu'on a procédé à une analyse didactique des dominos de Mme Herbinière, des réglettes Cuisenaire (on trouve une telle analyse dans Habiba El Bouazzaoui 1982), avant que je présente un nouveau matériel, les "réglettes avec caches".



L'histoire de cette invention permet d'illustrer une démarche possible, pour essayer de repenser aujourd'hui les premiers apprentissages numériques à l'école :
- prendre en compte les techniques professionnelles des pédagogues : les réglettes avec caches gardent certaines caractéristiques des réglettes Cuisenaire, bien qu'on n'y utilise pas de code de couleurs, de même qu'elles ont certaines caractéristiques d'un matériel largement utilisé au Japon (Hatano 1982),

- prendre en compte les travaux de chercheurs tels K. Fuson, Steffe et von Glasersfeld, Baroody... dont les positions sont souvent différentes de celles de R. Gelman : c'est la connaissance de la théorie des "types de compteurs" de von Glasersfeld (Steffe, von Glasersfeld et al 1983) qui a suscité l'idée du "cache",

- enfin utiliser les savoir-faire issus de la didactique des mathématiques : ils ont conduit à la mise au point d'un environnement pédagogique riche en activités qui permettent à l'enfant de vérifier ses résultats. Cette caractéristique a été systématiquement recherchée lors de constructions des situations pédagogiques présentées au cours de l'atelier : "cachez ces cinq que je ne saurais voir" (merci à Y. Clavier pour ce joli titre), "la montée et la descente de l'escalier", "l'ai-je bien monté ou descendu ?"...

La mise au point de cet environnement pédagogique a été facilitée par l'existence à l'E.N. de Cergy d'une forme spécifique de stages de formation continue, les stages Formation Animation Recherche : c'est ainsi que pendant pratiquement tout le premier trimestre, j'ai pu travailler le mardi après-midi et le jeudi toute la journée avec des instituteurs de la circonscription d'Argenteuil (au niveau du C.P., l'année dernière) sur le projet de repenser de fond en comble leur progression concernant les activités numériques (avec la collaboration de mes collègues N. Faingold et A. Ouzoulias et de l'équipe de circonscription).
Au début de l'année, nous disposions d'une semaine de stage avec les instituteurs pour mettre au point le projet. Pendant le premier trimestre le travail s'organisait ainsi :
- mardi après-midi : bilan de la semaine écoulée, préparation d'une séquence à réaliser en classe le jeudi matin,
- jeudi matin : séquence en classe avec enregistrement vidéo,
- jeudi après-midi : analyse de la séquence et préparation de la semaine suivante.
Le travail s'est poursuivi au cours des 2ème et 3ème trimestre dans le cadre de l'animation en circonscription, et se terminait enfin par 2 semaines de stages au mois de Juin.
Les participants à l'atelier ont pu visionner quelques extraits des documents vidéos réalisés en classe qui nous servaient de document de travail le jeudi après-midi.

Les réglettes avec caches seront éditées par les éditions Retz, les activités correspondantes sont décrites dans un livre à paraître prochainement, dont le propos, comme son titre l'indique est beaucoup plus large : "Comment les enfants apprennent à calculer ?" (collection actualités pédagogiques, aux éditions Retz).

BIBLIOGRAPHIE

BRISSIAUD R. (1988). Compter à l'école maternelle ? Oui, mais..., à paraître dans Bulletin de l'A.P.M.E.P. et revue Grand N

BRISSIAUD R. Comment les enfants apprennent à calculer ? à paraître aux éditions Retz.

EL BOUAZZAOUI H. (1982). Etude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération. Relations entre divers caractères de ces situations et le sens, la compréhension de l'apprentissage de ces notions. Université de Bordeaux (thèse).

FARENG R. et FARENG M. (1966). Comment faire ? L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7 ans, Paris, Nathan.

GRIVOT G. (1987). Activités numériques à l'école maternelle. CDDP de l'Aube.

HATANO G. (1982) Learning to Add and Subtract : a Japonese Perspective, in Addition and Subtraction : a cognitive perspective, Carpenter T. P. Moser J. et Romberg T. A. (Eds), Hillsdale, Lawrence Erlbaum.

I.N.R.P. (1987) Les enfants et les nombres..., in Journal Des Instituteurs, n°9, 47-52.

PALANQUE R., CAMBROUSSE E., LOUBET E. (1987). Pépa-math, dossier pédagogique, Paris, Hachette.

PIAGET J et SZEMINSKA A, (1941). La genèse du nombre chez l'enfant. Neuchatel : Delachaux et Niestlé, 1967.

STEFFE, L.P., von GLASERSFELD E., RICHARDS J. et COBB P. (1983). Children's counting type : Philosophy, theory and application. New York : Praeger Scientific.

GROUPE A 3

LES APPORTS DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES A L'ECOLE MATERNELLE

-oOo-

Animation : M.H. SALIN

Rapport : M. FREMIN
M. VERGNES

Du colloque de NICE où on s'interrogeait "y-a-t-il vraiment des maths à l'école maternelle ?" à ceux de GUERET et QUIMPER : "quand nous parlons "apprentissages mathématiques", nous visons des activités qui ont un sens pour l'enfant, qui s'appuient sur des compétences reconnues chez lui et dont le but est de développer de nouveaux savoirs ou savoir-faire", les réflexions ont évolué, un grand pas a été franchi, et les positions se sont bien clarifiées.

L'objet du travail de notre groupe était : pour qu'il y ait effectivement des maths en maternelle (au sens "apprentissage" défini ci-dessus) que faire, en maths, dans la formation des maîtres.

I. Constats (plutôt pessimistes) sur les pratiques des instituteurs

. Deux pôles de pratiques :

1er pôle : Greffer les activités sur des thèmes de vie. Côté positif : quand il y a des activités mathématiques, elles sont fonctionnelles, elles ont du sens.
Problème : savoir reconnaître et saisir au vol (car le vécu ne se réchauffe pas...) les occasions de "faire des maths".
Autre problème : les maths sont souvent, soit trop faciles, soit trop difficiles.

2ème pôle : Activités spécifiques en ateliers (souvent sous forme de fiches polycopiées)
Avantage des situations provoquées : on peut doser leur difficulté.
Ecueil constaté : les enfants sont quasiment tout le temps en situation d'évaluation (tout est trop préparé : cases à remplir, qu'on sait remplir ou pas...), pas en situation d'apprentissage.

. Entre ces deux pôles, il faudrait trouver une place pour des situations d'apprentissage. Et surtout que, quelle que soit sa position de départ (proche de l'un ou l'autre pôle), un instituteur accepte de trouver une place pour des situations d'apprentissage et sache le faire.

. Les besoins des instituteurs.

- Clarification des rapports entre les maths et la "réalité".
- Meilleure connaissance des processus d'apprentissage de l'enfant (en particulier de la théorie piagétienne de l'équilibration)
- Formation à l'analyse, la construction et la gestion des situations didactiques favorisant l'évolution de tous les élèves d'une classe.

. Un texte de N. GAUDELET ancienne P.E.N. de maths et IDEN donne le point de vue du "terrain" (annexe 1)

II. Quelques pratiques de formation des maîtres

C. RIMBAULT (SAINT BRIEUC) propose des activités aux stagiaires qui doivent

- les pratiquer
- analyser leurs stratégies
- chercher ce qu'on peut modifier à ces activités
- réfléchir à ce qu'impliquent ces modifications et aux choix à faire.

Quelques exemples nous ont été donnés (puzzle de Paul KLEE, Sphynx, pavage de la mosqu' EL AKSA), que vous pourrez retrouver dans la brochure de l'IREM de RENNES : "Bulletin des PEN" n° 13 (mai 1988) entièrement consacrée à l'école maternelle.

L'accent est mis sur le côté évolutif des situations.

R. NEYRET (GRENOBLE) montre des activités de classes (en vrai ou filmées) et fait le point sur les procédures utilisées par les enfants

- précise ce que sont les variables didactiques
- montre comment les procédures s'articulent

Exemple donné : Activités de partage (cf. Grand N spécial maternelle et publication IFM n° 19).

.../...

L'accent est mis sur l'identification des procédures utilisées par les enfants.

T. BAUTIER et M. KERNEIS (VANNES) partent de l'analyse des pratiques des instituteurs. Du matériel est présenté. On demande ce qui se fait, avec quels objectifs mathématiques, et de prévoir quelques séances d'activités avec ce matériel.

L'idée étant de prendre les activités les plus répandues dans les classes comme point de départ, et de faire évoluer les instituteurs à partir de leur pratique (voir annexe 3). Ce qui soulève de la part des participants une objection : si les stagiaires trouvent que tout est très bien, il peut être délicat de leur dire que non et de leur proposer quelque chose de très différent.

M.H. SALIN (BORDEAUX) préfère poser des bases préalables, travailler sur le sens des connaissances, avant d'aborder l'analyse ou la construction de séquences de classe. Il y a un changement de perspective à proposer aux maîtres : passer de l'interrogation "j'ai vécu telle chose avec ma classe, qu'est-ce que je peux en tirer sur le plan mathématique ?" à "les enfants de ma classe sont capables de progresser dans l'acquisition de tel concept, quels problèmes ce concept permet-il de résoudre ?". Puis choisir parmi ces problèmes ceux qu'il est possible d'adapter aux compétences et aux intérêts des enfants concernés. La théorie des situations didactiques de G. BROUSSEAU permet alors de fournir aux maîtres des éléments pour les aider dans la fabrication des situations d'apprentissage (voir annexe 4).

III. Objectifs de formation

- Faire naître le besoin d'une formation théorique pour mieux comprendre ce qui se passe dans la classe et pour chaque enfant.

- Permettre aux maîtres de modifier leurs conceptions de l'apprentissage.

- Les aider à être capables

. de discerner dans littérature et matériel pédagogique quelles activités peuvent être réellement sources de problèmes permettant la construction par les enfants de concepts mathématiques, quelles activités peuvent leur permettre de se familiariser avec des acquis culturels adaptés à leur âge et quelles autres risquent de n'avoir aucun sens pour eux.

- d'adapter les activités des deux premiers types ou d'en construire en contrôlant

.../...

bien que tous les élèves peuvent s'approprier le problème, faire des tentatives, et évoluer de manière positive.

. de contrôler leurs interventions (apports d'informations, validations, conseils, encouragements, etc...)

. de suivre, par une observation organisée, les progrès de chaque enfant.

IV. Quels sont les éléments de didactique qu'il est important d'introduire dans un stage de formation de maîtres de maternelle ? Quels sont les travaux sur lesquels on peut s'appuyer ?

1 Les situations proposées à l'école maternelle doivent avoir du sens pour l'enfant,les notions mathématiques sous jacentes à la situation prennent leur signification dans la situation elle-même. Cette notion de sens n' est pas nécessairement liée à des situations correspondant à un vécu de la classe ,ces situations-là étant trés difficilement mathématisables.Mais plutôt à des situations où chaque enfant a quelque chose à trouver, à faire.

exemple de travail: celui de J.PERES (IREM de BORDEAUX)
L'élaboration d'un code à l' école maternelle.

2 Dans toute activité chaque enfant doit être confronté personnellement au problème ,il est impossible pour un enfant de rentrer dans l'activité d'un autre.La conduite actuelle des classes repose sur une présentation et une gestion collective des situations avec pour conséquence : certains enfants "passifs" ne s'engagent pas réellement dans l'activité (la gestion opposée étant le travail sur fiches). Cela ne veut pas dire que chaque enfant doit travailler seul .Le maître peut tenter d'éviter cette ècueil en pointant de façon précise ce que fait chaque enfant,afin de vérifier comment il s'approprie le problème.

Pour la formation des maîtres il serait intéressant d' avoir des analyses d'activités d'un même enfant à travers plusieurs situations différentes.

3 La notion de procédure .
Pour beaucoup d'enseignants dans une activité de résolution de problèmes il y a réussite si l'enfant utilise "la" procédure experte,il n'y a pas vraiment d'analyse à postériori encore moins à priori des autres procédures utilisées .Dans ce cas un enfant qui échoue recommence la même activité.

Dans une formation de maîtres on peut prévoir des observations d'enfants au cours de résolutions de problèmes,cette activité efficace en formation initiale est quasi impossible en formation continue , les maîtres ne restent pas observateurs mais interviennent dans le processus de résolution (on peut partiellement éviter ce comportement dans une situation d'entretien individuel).
On peut également faire des analyses de récits de situations afin de voir ce qui est mis en jeu .

4 La notion de variable :
- une variable intéressante à mettre en évidence est la rôle de l'interaction entre des enfants au cours d'une activité.
Dans une situation comme celle des wagons (JDI n° 9 1987),,on peut observer l'évolution différente des procédures suivant la façon dont on a constitué les groupes : homogène , hétérogène...etc . On peut aussi voir comment l'imitation est un élément d' appropriation de procédures important en particulier en maternelle.

- d'autres variables d'une situation peuvent être mises en évidence avec des stagiaires:
  - à partir de récits de recherches
  - par des observations d'enfants :la situation des wagons déjà citée est intéressante (la variable nombre de voyages est particuliérement explicite)
  - on peut mettre les stagiaires en situation avec"le massacre de Paul Klee " (Annexe 1)

En maternelle les situations se déroulent dans le temps et il est difficile de pouvoir en observer une dans sa totalité au cours d'un stage de formation.

5 L'évaluation

Il est intéressant :

de montrer aux stagiaires comment on peut prendre de l'information sur les performances d'un enfant au cours d'une activité.

d' établir avec eux une liste d'objectifs , concevoir des situations qui permettent d'évaluer si ces objectifs sont atteints,analyser les réponses des enfants.

V. Bibliographie - Filmographie

a) Bibliographie

- Bulletin des PEN n° 13 - Mai 1988

à commander IREM de RENNES - Campus Beaulieu - 35042 RENNES CEDEX (voir annexe 5 : sommaire)

- N n° spécial "mathématiques en maternelle"

à commander CRDP de GRENOBLE 11, Av. du Général Champon - 38031 GRENOBLE CEDEX

- Formation des élèves-instituteurs et didactique des mathématiques n° 19 - avril 1987

à commander BP 68 - 38402 SAINT MARTIN D'HERES CEDEX. Description du travail fait en formation à propos de "partages à l'école maternelle"

- Documents IREM de BORDEAUX - Université de BORDEAUX-I, 351, cours de la Libération 33405 TALENCE CEDEX

. "Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire" J. PERES - Thèse de 3ème cycle

. "Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle" J. PERES et al. Document pour les maîtres désirant mettre en oeuvre l'activité objet de la recherche ci-dessus.

. "Recherche préparatoire sur l'utilisation de la tortue de sol LOGO dans une grande section de maternelle"- J. PERES (Description de situations)

. "Recherches menées à l'IREM de BORDEAUX sur l'utilisation de la tortue de sol LOGO à l'école maternelle" J. PERES (Analyse des résultats obtenus)

.../...

. "Etudes en didactique des mathématiques. "le jeu : qu'est-ce qui est caché dans les boîtes de couleur ?" M.H SALIN et al.

. "La théorie piagétienne de l'équilibration" J. PERES : cours d'épistémologie génétique du 3ème cycle de didactique des mathématiques.

- Journal des instituteurs n° 9 Mai 1987. Dossier le nombre.

b) Films - vidéo

- "Les wagons" - document vidéo correspondant à la fiche didactique du dossier de J.O.I - en vente (300 francs environ) à l'E.N. d'ALBI
- "Petit Pion deviendra grand" illustrant surtout l'aspect psychologique de l'expérimentation sur le jeu d'échec décrite dans le bulletin des PEN de l'Académie de RENNES n° 13 C.L.D.P. de BREST
- "Qu'est-ce qui est caché dans la boîte ?" document vidéo présentant quelques moments-clés de l'activité "construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle"
- "Utilisation de la tortue de sol en grande section d'école maternelle" film accompagnant les documents de J. PERES (qualité technique médiocre).

Pour ces deux bandes, s'adresser à M.H. SALIN, IREM de BORDEAUX.

ANNEXE 1

Les pratiques pédagogiques à l'école maternelle semblent suivre des 'modes' qui influencent le plus souvent l'ensemble des activités mises en oeuvre et donc en particulier les activités mathématiques. C'est pourquoi il nous a semblé intéressant de rappeler quelques tendances caractéristiques des courants récents, sans avoir la prétention de faire ni une typologie ni une analyse exhaustive des pratiques actuelles de l'enseignement préélémentaire.

Même si la réalité pédagogique des classes est le plus souvent un compromis entre ces diverses tendances, intégrer dans notre analyse quelques considérations sur la pédagogie en maternelle peut nous permettre de mieux cerner l'analyse des besoins en formation.

Pédagogie par thème.

Inspirée de celle des centres d'intérêt, la pédagogie du thème de vie a fortement influencé et influence encore localement les activités en maternelle.
Il s'agit par exemple d'observer le milieu environnant l'école, ce qui est relativement aisé en milieu rural.
En milieu urbain, le plus souvent, l'observation parce qu'elle s'appuie sur l'image, s'oriente plutôt vers un travail de fiction.
Le thème peut également partir de la vie de la classe ou du quartier, du désir d'un enfant...
Les activités n'apparaissent pas gratuites. Elles sont motivées par l'étude du thème.

Mais tous les thèmes n'ont pas le même intérêt quant à leur exploitation mathématique, et il peut être parfois difficile de proposer des activités intéressantes à la fois sur le plan du thème et sur celui des apprentissages mathématiques.
Il faut à l'enseignant beaucoup d'imagination et de connaissances mathématiques pour inventer ou adapter des situations aux objectifs qui sont les siens à son niveau de classe, surtout lorsqu'il s'attache à partir du vécu.
La question se pose de savoir si une telle pédagogie ne défavorise pas les enfants dont la culture est éloignée de celle de l'école.

Une telle démarche suppose l'établissement préalable d'une grille d'objectifs permettant une évaluation constante de leur atteinte au fil des activités.
Et rien ne prouve que le thème permettra de couvrir le champ des objectifs prévus.

Il peut arriver enfin qu'un enseignant très impliqué dans cette pédagogie exprime des réticences à mettre en place des activités didactiques 'artificielles' parce que sans rapport direct avec l'étude en cours et pourtant parfois indispensables à la progression de certains enfants dans un apprentissage mathématique.
Cette remarque doit alimenter notre réflexion sur la formation en didactique des enseignants en école maternelle.

Il apparaît actuellement que des dérives de cette pédagogie (thèmes 'étouffants' ou trop longs) conduisent certains enseignants à la remettre en cause, tout en gardant, parfois, des thèmes d'étude pour motiver les enfants.

L'utilisation de matériels pédagogiques.

Les apports des travaux sur l'apprentissage font évoluer la pédagogie vers la mise en place d'un environnement stimulant et d'activités plus ponctuelles au service d'une discipline, pas toujours finalisées aux yeux des enfants.
L'enseignant utilise largement les jeux, matériels et fiches pédagogiques du commerce, en accordant une totale confiance à leurs concepteurs lorsqu'il n'est pas assuré dans ses connaissances théoriques .
Se développent ainsi les coins jeux et activités libres dont la seule fréquentation ne permet pas à l'enfant, lorsqu'il ne se pose pas de problème, de progresser sur le plan de sa formation mathématique.

En formation continue, une analyse de ce matériau d'enseignement et de ses utilisations, et la construction d'un matériel intéressant sur le plan mathématique, peuvent aider l'enseignant à en concevoir une exploitation didactique qui ne le réduise pas à la seule évaluation des acquis de l'enfant.

Les ateliers.

La mise en place d'une pédagogie de groupe dans laquelle l'enseignant intervient peu si ce n'est pour une aide individualisée conduit de plus en plus aujourd'hui à celle d'ateliers centrés sur des préoccupations communes au groupe.
Les ateliers se sont installés d'abord l'après-midi puis le matin. Ils favorisent l'autonomie des enfants et la communication entre eux sans passage par l'adulte.
Cette évolution s'accompagne d'une diminution des moments de regroupement et des échanges entre la classe et l'adulte.
L'éloignement entre le maître et le groupe peut avoir pour conséquence de diminuer la stimulation intellectuelle des enfants.
En effet le travail proposé doit être relativement simple pour permettre sa réalisation sans intervention du maître. En ce qui concerne les mathématiques il s'agit principalement de fiches polycopiées de réinvestissement, et d'activités de classement ou de rangement dont le degré de difficulté est dans la plupart des cas inférieur aux possibilités des enfants.

Dans ce contexte des situations de recherche ou de réelle production sont rarement proposées.

En conclusion, quelle que soit la pédagogie mise en oeuvre, il nous faut intervenir en formation continue pour que la gamme des activités soit la plus large possible pour qu'elle puisse à la fois:

- laisser l'enfant agir, en particulier dans des situations d'occupation et de jeux libres où l'enfant réinvestit des acquis et gère de façon autonome son activité,

- mettre en place ou exploiter des situations de recherche et de production (artificielles ou vécues?) dans lesquelles le maître est un guide pour le groupe d'enfants,

- proposer des exercices ou des jeux dirigés visant des apprentissages logiques, moteurs, graphiques et perceptifs.

La formation des enseignants sera d'autant plus efficace qu'elle pourra tenir compte de la diversité des pratiques pédagogiques des enseignants en maternelle.

7. Bulletin des PEN
n°13 mai 1988

ANNEXE 2

LE MASSACRE DE PAUL KLEE

Ce puzzle orienté (*) a pour support 4 cartes postales reproduisant "Rythmes d'une plantation" (1925) une aquarelle sur papier de Paul KLEE (1879-1940) visible au Musée d'Art Moderne du Centre Georges Pompidou.

Deux triangles rectangles non isocèles ont été découpés dans chaque carte de façon arbitraire. Les 8 pièces à remettre en place sont toutes identiques et peuvent donc prendre place indifféremment dans n'importe quelle case. Pour réussir, il faut tenir compte de la forme de la pièce et de la continuité des lignes, chaque pièce ayant une place bien déterminée qui est unique.

Plusieurs variables didactiques peuvent être modifiées ainsi :

- Si les pièces découpées ont la forme d'un triangle équilatéral, seule la continuité des lignes interviendra dans la stratégie de recherche.

- Si le support est une reproduction d'un MONDRIAN, d'un ALBERS ou d'un VAN DOESBURG, aux couleurs vives, c'est le critère de continuité des couleurs qui prévaudra (on connait les tons neutres de Paul KLEE).

- Si le support provient d'un TILSON ou d'un Frank STELLA ("les Indes galantes", par exemple), les enfants prendront en compte l'un ou l'autre des critères lignes-couleurs.

L'utilisation de ce puzzle offre l'occasion d'un affinement de la perception visuelle concernant :

- l'orientation,
- la continuité des lignes et des couleurs.

C. Rimbault

(*) *d'après une idée de Geneviève ZIMMERMANN.*

ANNEXE 3

QUELQUES ÉLÉMENTS D'INFORMATION SUR LE STAGE DE FORMATION CONTINUE "MATHÉMATIQUES A L'ÉCOLE MATERNELLE", ORGANISÉ DU 22.02 AU 4.03 A VANNES.

Responsables : Michèle KERNEIS, CPAIDEN de Vannes III et Thierry BAUTIER, PEN à Vannes.

Il s'agissait, en particulier, d'analyser les effets prévisibles de l'emploi d'un matériel pédagogique sur la signification des performances des élèves.
La première séquence devait permettre de créer le "contact", d'engager la réflexion et de justifier l'importance de cette question.

A.Matériel utilisé en début de stage.
*Les blocs logiques (Réf : plaques logiques Nathan N37.)
*Géométrix (N102 Nathan), constitué de 132 blocs en bois de 3 couleurs et de formes variées.
*Différix (Ravensburger).
*Les Mathoeufs (Réf : FBK 98001 ASCO).
*Un papier-cadeau.
*Des puzzles sous forme de tableaux à double entrée.

B.Organisation.
Les stagiaires se répartissent dans ces divers ateliers. Une fiche porte les consignes suivantes :
Il s'agit
-d'écrire une "carte d'identité" du matériel (ce dernier étant présenté sans notice d'emploi, ni indication de présentation).
-de chercher les "objectifs" de connaissances mathématiques qui peuvent être "visés" grace à ce matériel.
-d'esquisser des pistes de travail possible avec les enfants.
-de citer des matériaux semblables s'ils en connaissent, s'ils en utilisent...
Dans chaque groupe, sont désignés un secrétaire et un rapporteur. Les formateurs circulent entre les groupes et participent à l'élaboration des réponses.

C.Quelques remarques.
-Les stagiaires ont pu mettre en commun leurs expériences, s'exprimer sur leurs pratiques, ce qui s'est avéré essentiel pour l'établissement d'un climat de dialogue et d'ouverture pour la suite du stage.
-L'analyse faite par les formateurs, dans les termes des objectifs de la formation (Cf. point suivant) a été semble-t-il, bien accueillie.
-Le climat "chaleureux" de ce stage a évidemment contribué à la dédramatisation du "regard" porté par les formateurs sur les pratiques professionnelles.

La première négociation à ce sujet a eu lieu sur un exemple d'activité. Nous avions choisi le Différix pour faire fonctionner pour la première fois notre "batterie de questions". Ensuite nous avons étudié l'"enseignement" du produit cartésien.

Sous certaines conditions, il apparaît possible de faire accepter aux stagiaires, durant un temps limité, une position d'analyse par rapport à leurs pratiques. Notre stratégie de formation étant basée principalement sur ce "détour", l'expérience positive de ce stage, nous renforce dans notre opinion.

D.L'influence du matériel pédagogique sur la signification de l'activité.

"A la fin du stage, les stagiaires devaient être capables" d'analyser leur pratique de classe du point de vue de l'influence qu'a leur matériel didactique, sur la signification des performances des élèves.
Pour atteindre cet objectif, deux questions étaient systématiquement posées, à propos des activités d'enseignement. Lorsque, pour une activité donnée, le contenu de connaissances mathématiques et le contexte dans lequel il intervient (contexte perceptif, manipulations ou contexte verbal...) étaient identifiés, deux questions étaient posées :

*Le matériel pédagogique est-il faciliteur ou contrariant de la recherche par les enfants d'une solution au problème posé ?
(idée bachelardienne que l'activité mathématique se construit contre le matériel, par une décision libre du sujet).

*Quel est le type de séquence ?
-est-ce une activité d'évaluation ?
-est-ce une activité d'apprentissage ?
(discussions sur le sens de ces termes, le rôle de l'erreur et le rôle du problème dans l'apprentissage, qu'est-ce qu'apprendre ? l'importance de l'anticipation...).

Par ce questionnaire, les stagiaires ont pu constater que :
-Beaucoup de notions mathématiques (le produit cartésien et les propriétés des figures usuelles de géométrie, par exemple) ne font pas l'objet d'un apprentissage. Elles ne donnent lieu qu'à un enseignement par l'évaluation.

-Cela peut fonctionner, par l'effet de certaines habitudes scolaires (stéréotypie des activités de mathématiques à l'école maternelle, pauvreté du matériel pédagogique) qui permet à l'enfant d'adopter le comportement attendu par un simple décodage de ce que le maître attend de lui.

Souvent, dans les activités de mathématiques en maternelle, tout se passe comme si les enfants étaient déjà censés posséder l'objectif de connaissance mathématique qui y est visé !...

Cette analyse conduisait naturellement à la question d'une alternative.

E.Propositions d'enseignement.

Pendant le dernier trimestre de l'année 1987, des activités d'apprentissage portant sur le produit cartésien, les figures géométriques simples, mais aussi le classement et le rangement ont été réalisées dans les classes d'application de l'école Normale de VANNES. Elles ont été présentées au cours du stage de formation continue [1].

*La situation des Maisons proposée dans le volume C.P. de la collection E.R.M.E.L. (page 153 et suivantes)a servi de point de départ à l'activité d'apprentissage sur le produit cartésien. Dans cette situation en effet, il apparaît que le "problème" posé ("Dessiner toutes les maisons possibles") revient à faire l'hypothèse que tous les enfants ont, à un niveau implicite au moins, la disponibilité de cette connaissance du produit cartésien.
La succession des jeux de KIM qui est proposée dans l'activité doit donner le temps nécessaire à tous les enfants d'inventer et de prendre la mesure de l'efficacité de ce double classement.

*Conformément à l'analyse précédente, les matériaux suggérés ne sont pas inducteurs des bonnes réponses des enfants. On peut meme faire l'hypothèse inverse : Seuls les élèves ayant fait le "chemin" nécessaire, fourniront avec assurance les meilleures stratégies.

*Enfin, une situation de communication permet un premier enseignement des propriétés géométriques des figures planes (différence entre lignes droites et lignes courbes, importance du nombre de cotés pour caractériser un polygone, plus ou moins grande ouverture des angles, tailles et rangement des figures...).

(1) Elles sont parfaitement décrites dans le bulletin n° [illegible] du groupe "Enseignement Elémentaire" de l'IREM de RENNES [illegible].

ANNEXE 4

Quelques questions pouvant guider les maîtres dans la construction d'une situation d'apprentissage par adaptation

- L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire poiur parvenir à la solutin du problème posé aux élèves ?
- L'enfant peut-il comprendre la consigne (le but du jeu) sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ?
- Comment voit-il qu'il a réussi ou qu'il a échoué ? Est-il entièrement dépendant du maître ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?
- La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir ?
- L'organisation de la situation permet-elle
  . à chaqueenfant d'être confronté au problème et de faire des tentatives
  . l'échange et la confrontation des points de vue ?

M.H. SALIN

x x
x

LES APPORTS DE LA DIDACTIQUE DANS LA FORMATION ET LES ACQUISITIONS DES CONCEPTS DE GEOMETRIE

Animateur , Rapporteur : G. Charlot

Présentation du travail réalisé par G. Charlot (E. N. Charleville) :

1-1 Introduction :

Le travail proposé a été utilisé à l'E. N. de Charleville en formation continue pour illustrer certains concepts de la didactique : "théorèmes-élèves" et "conceptions initiales erronées", et pour poser le problème de l'apprentissage.

L'exposé initialement prévu devait comporter trois points :

* présentation du test
* analyse des erreurs
* un exemple de situation d'apprentissage sur ce thème.

Le point n°3 n'a pu être abordé étant données les divergences profondes qui sont apparues entre les participants. Il ne figurera donc pas dans le compte-rendu.

1-2 Présentation du travail :

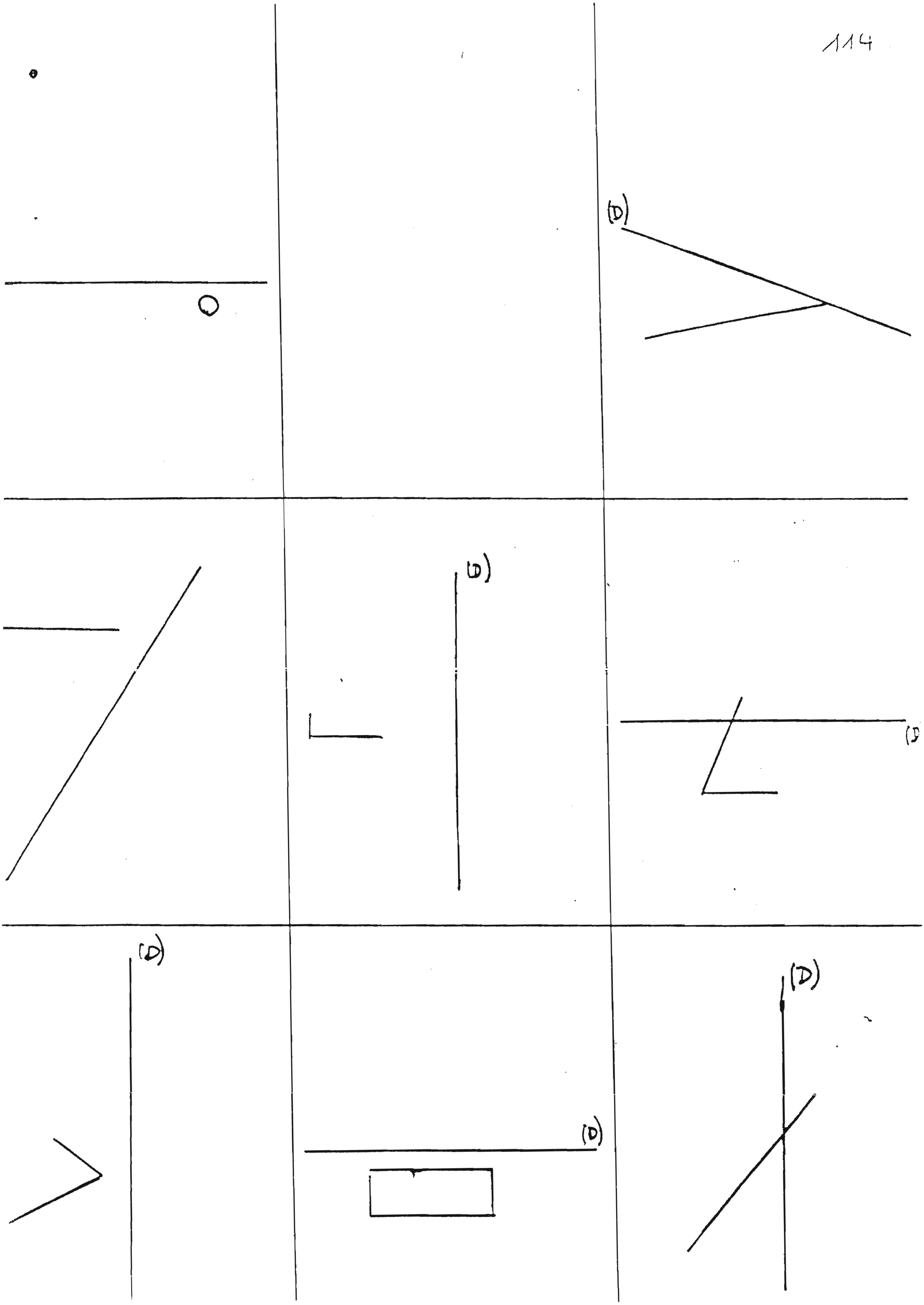
Thème choisi : **LA SYMETRIE**

Les origines de ce travail proviennent d'une part de l' analyse des travaux proposés par les enseignats du CE2 lors de la grande opération sur l'évaluation à l'école, et d'autre part des travaux de D. Grenier.

Le test (voir page suivante) a été proposé au mois de septembre 1987 à des élèves de CE2 (65 élèves) et des élèves de CM2 (63 élèves). Les élèves de CE2 n'avaient eu aucun apprentissage sur la symétrie (travail sur Math et Calcul en CP).

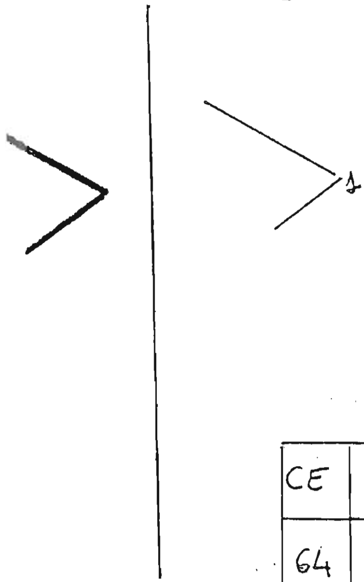
Le travail demandé était réalisé à main levée, sans instrument.

Pour les élèves de CE2 il fut montré aux élèves comment on pouvait trouver par pliage le symétrique d'un dessin par rapport à un axe. Il leur a été demandé d'effectuer le même travail sans plier la feuille proposée. Pour les élèves de CM2 il fut demandé de tracer le symétrique de chaque dessin par rapport à l'axe tracé.

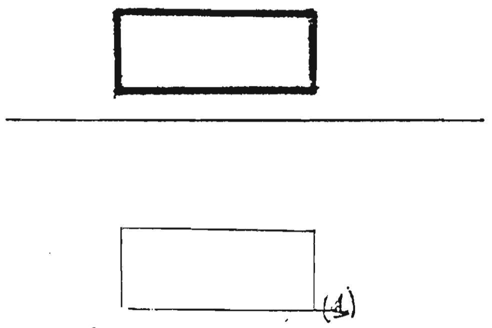

(D)
(D)
(D)
(D)
(D)

ANALSE DES RESULTATS :

En gras le dessin initial, en trait fin des exemples d'erreurs.

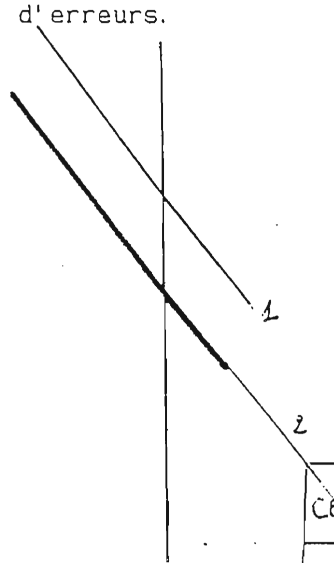


CE	CM
64	65

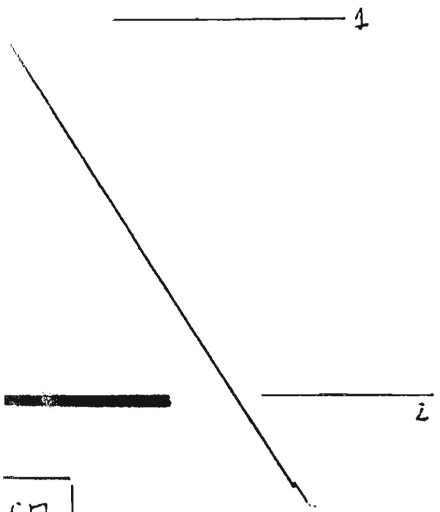


quelques erreurs de distance par rapport à l'axe

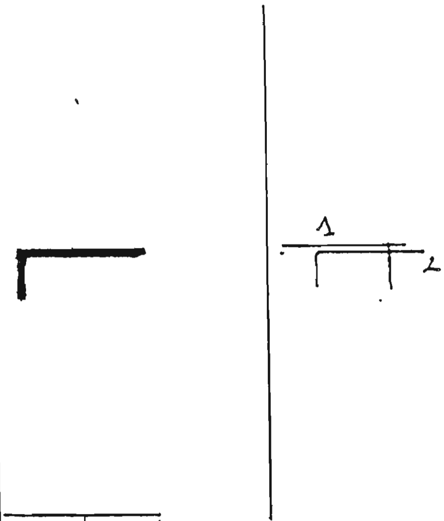
CE	CM.
69	82



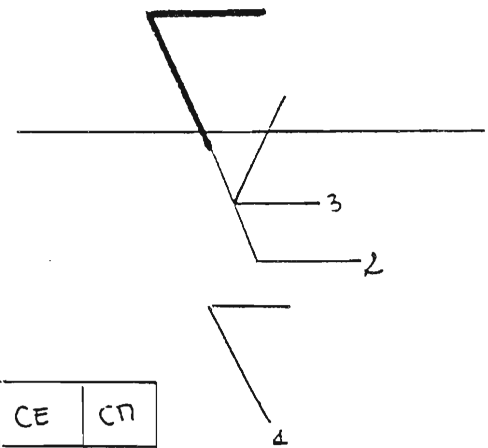
CE	CM
54	68



CM
20



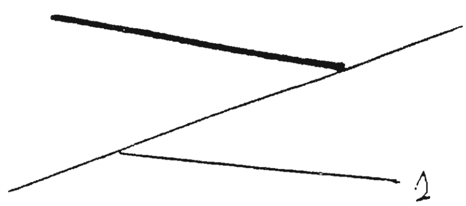
CE	CM
54	60



CE	CM
14	32

quelques erreurs ponctuelles

Dans les caches sont indiqués les pourcentages de réussite.



1-3 Constat :

* On ne constate donc qu'une faible amélioration des résultats.

* Dès que l'axe est oblique le taux d'échec devient très important.

* Les principales erreurs proviennent d'une conception erronée de la notion de symétrie axiale.

* On remarque que la notion de conservation des angles et des distances est bien respectée.

* La présence de cadres, dans un souci uniquement de simplifier le travail des élèves, a été la cause d'erreurs chez certains élèves qui effectuent une symétrie par rapport à un axe du cadre.

1-4 Critiques du test :

De nombreuses critiques ont été effectuées sur ce test, voici les lignes directrices :

* il n'y a pas d'interprétation possible hors du cadre où il se situe.

* La réussite ou non est une convention entre gens possédant une certaine culture. Il existe de fait dans le vécu des élèves une culture géométrique lié à un système de représentation.

* Le travail proposé ne correspond pas à une activité géométrique.

Avec cette dernière réflexion la discussion s'est centrée uniquement sur les différentes conceptions du concept de géométrie.

LA GEOMETRIE

Il semble donc impossible de répondre à la question : **en quoi la didactique des mathématiques est-elle une aide à la géométrie ?**, sans se poser les questions suivantes :

- Faire de la géométrie à quoi ça sert ? Est-ce que cela vaut le coup?
- De quelle géométrie parle-t-on?
- Fait-on de la géométrie à l'école élémentaire?
- A partir de quand fait-on de la géométrie?

Nous nous rendons bien vite à l'évidence que tout le monde ne met pas la même chose sous le mot "géométrie". Différentes conceptions apparaissent, deux plus particuliérement :

- La géométrie est une axiomatique qu'on se donne a priori. Des définitions sont données a priori et sont alors utilisées pour résoudre des problèmes. On ne peut alors dissocier la géométrie de l'utilisation de raisonnements déductifs.

- les activités géométriques à l'école élémentaire relèvent de trois domaines :

*** le domaine culturel**
*** le domaine spatial**
*** le domaine mathématique (la géométrie)**

Plusieurs types d'activités sont alors évoqués par les participants, soit pour illustrer les propos précédents, soit pour élargir la problématique :

- lorsqu'un enfant doit décrire le chemin qu'il fait pour aller à l'école à un autre enfant et quand on regarde quels sont les éléments pertinents qui sont pris en compte, est-on dans le domaine de la géométrie ou dans celui du "spatial"?
- Les enfants doivent-ils être capable de lire un plan, d'en réaliser un à la fin de la scolarité de l'école primaire? A quelle domaine cité précédemment appartient une telle activité?

- Pourquoi faire une séparation entre ce qui concerne le "spatial" et la géométrie? Quelles sont les capacités attendues des enfants en tant que connaissances spatiales?

- On fait de la géométrie quand il y a institutionnalisation.

- Quand l'élève reproduit une figure, fait-il de la géométrie? Cela nécessite-t-il la mise en place d'un raisonnement, cela nécessite-t-il la reconnaissance des propriétés de la figure? reconnaître les propriétés d'une figure, quel sens cela a-t-il pour les élèves?

Pourtant l'élève fait autre chose qu'observer : chaque enfant a une perception différente de la figure, ce qui met en évidence plusieurs manières de reproduire, ce qui conduit à comparer les algorithmes utilisés. Cette comparaison amène les élèves à prendre conscience de la présence de plusieurs choix, et donc de les amener à plus d'analyse et de réflexion.

Mais les propriétés utilisées par les élèves sont parfois erronées :

- la position de la figure (carré et losange, ...)
- pour reproduire un carré, ils utilisent un double-décimètre. Ils travaillent sur des nombres , comparent des nombres. Font-ils de la géométrie?
- .....

Toutes ces réflexions n'ont pas fait avancer beaucoup le débat. Néanmoins il a quand même été dit que les activités géométriques à l'école élémentaire, que ce soit de reproduction, ou de construction de figures ou d'actions sur les figures permettent la création d'images mentales qui seront conceptualisées à partir du collège. De plus il a été dit que la géométrie :

- doit permettre de résoudre des problèmes
- doit permettre l'analyse d'autres choses que celles qui sont visibles dans la nature
- doit permettre de mettre en évidence des relations entre les différents éléments d'une figure qui ne sont pas immédiatement perceptibles,
- doit permettre la comparaison d'algorithmes en particulier dans la construction de figures, les différents algorithmes ne faisant pas appel aux mêmes propriétés,
- doit permettre aux élèves d'utiliser des outils.

CONCLUSION :

Le débat est ouvert, il serait souhaitable que les travaux dans le domaine de la géométrie se poursuivent. Le groupe a proposé deux pistes de réflexion :

- les conceptions des élèves à un certain niveau, ou celles des maîtres ou celles des manuels scolaires sur les figures planes et les transformations.

- La construction de séquences d'apprentissage en géométrie.

x x
x

Groupe A6

Initiation à la didactique des mathématiques pour les formateurs de maîtres.

Animateurs : Denis Butlen
Marie-Jeanne Perrin

Participants : Bouteiller Michel, Auber Patrick, Truc Alberte, Castellani Gérard, Sigrist Jean-Louis, Huguet François, Le Corguillé Yvon, Lachaize Bernadette, Aucagne Jacques, Julien Guy, Corrieu Louis.

Dans ce groupe, il s'agissait d'un apport d'informations plus que d'un échange sur le thème. La première séance a donc été consacrée à un exposé sur les objets de la didactique des mathématiques, en situant celle-ci par rapport à d'autres disciplines (psychologie, sociologie, linguistique, épistémologie et bien sûr mathématiques) et une présentation des principaux concepts (transposition didactique, champ conceptuel, ingénierie didactique, situation didactique, variable didactique, contrat didactique, jeux de cadres, dialectique outil - objet). Plutôt que de donner ici le texte de cet exposé, nous renvoyons à la bibliographie (des exposés avaient en particulier été faits aux deux derniers colloques).

Les deux séances suivantes ont été consacrés à des travaux pratiques :

- analyse des erreurs des élèves et accès à leurs conceptions sur les décimaux et fractions à partir de copies d'élèves de CM2 et 6ème en réponse à un questionnaire (ces réponses sont analysées dans le cahier de didactique n° 24 de l'IREM de Paris 7)

- analyse d'une séquence de classe sur la division présentée dans le Ermel de CM tome 1 page 66. Nous nous sommes notamment intéressés aux points suivants :

* dévolution du problème : dans un premier temps, ils s'agit que les élèves s'approprient un problème de partage en parts égales. La dévolution semble réussie puisque certains élèves posent la division avant de déclarer qu'ils ne savent pas la faire. La maîtresse laisse aux élèves le choix du diviseur. Si cela permet de donner du sens au problème, cela amène l'absence de maîtrise d'une variable didactique qui se révèlera importante pour la suite de la séance.

* les variables didactiques et l'effet du choix qui en est fait sur le déroulement de la séquence : en particulier le choix de 25 comme diviseur privilégie des procédures plus rapides dans ce cas mais non générales, notamment celle du groupe 8 qui se fonde sur la décomposition de 8295 en 95 + 200 + 8000, cela va être un obstacle à l'évolution du problème que souhaite la maîtresse : mettre en place une technique de division.

* les différentes procédures mises en œuvre par les élèves

* la négociation et l'évolution du contrat didactique : quel est, au cours des différentes phases de la séquence, le problème pour la maîtresse, le problème pour les élèves. Dans un premier temps le problème pour les élèves est de trouver le nombre de paquets à faire. C'est bien ce qu'attend la maîtresse mais son but final dans cette situation est de justifier une technique de division par

soustractions successives bien choisies (économique). Après la mise en commun elle change la nature du problème pour les élèves en demandant quelle est la méthode la plus simple et la plus rapide. En fait son véritable problème est d'avoir une méthode générale simple et rapide. Pour les élèves, le problème se pose avec le diviseur 25 et non dans le cas général. La seule manière de poser aux élèves le problème que veut traiter la maîtresse serait de changer le diviseur ou de leur demander d'envisager n'importe quel diviseur.

* institutionnalisation : la maîtresse institutionnalise le fait qu'il s'agit d'une situation de division (ce qui n'est plus reconnu par les enfants à la fin du travail), introduit le vocabulaire quotient et reste et institutionnalise la méthode des soustractions successives comme moyen de faire une division.

Au cours de la dernière séance, on a envisagé des conditions pour un enseignement de didactique aux normaliens.

Deux niveaux d'action nous paraissent devoir être distingués :

- celui des conceptions que les normaliens peuvent avoir au sujet
  - des concepts mathématiques
  - des mathématiques elles-mêmes et de la manière de les apprendre
- celui des outils à leur donner pour analyser des séquences, en construire et analyser les productions des élèves.

Au premier niveau, il faut enseigner les mathématiques autrement, mais cela ne suffit pas, il faut aussi le leur dire et leur dire en quoi c'est autrement c'est-à-dire avoir un discours métamathématique sur les concepts et la manière de les apprendre. En particulier un travail épistémologique sur l'évolution des concepts abordés et de leur enseignement peut nous aider.

Au deuxième niveau, quelques points nous paraissent essentiels :

- donner aux futurs instituteurs le moyen de reconnaître le décalage qu'il peut y avoir entre le problème pour l'élève et le problème pour le maître dans une situation didactique, ce qui va devoir être l'objet d'une négociation du contrat didactique à propos de la connaissance en jeu. L'analyse de séquences comme celle qu'on a examinée lors de la deuxième séance doit permettre d'aborder ce point.
- apporter quelques éléments d'étude de la transposition didactique de certains concepts enseignés à l'école élémentaire.
- les notions de variable didactique et de saut informationnel nous paraissent importantes pour donner aux maîtres des moyens de gérer la marge de manœuvre qu'ils ont dans leur enseignement
- reconnaître dans une situation proposée dans un document les objectifs sur la connaissance qui sont réellement en jeu
- les rôles respectifs des phases de recherche, d'institutionnalisation et de renforcement dans l'apprentissage.

Première bibliographie

- Exposé de Michèle Artigue dans les Actes du colloque PEN de Quimper (1986) disponible à l'IREM de Paris 7, 2 place Jussieu 75251 Paris cedex 05
- Exposé de Guy Brousseau dans les Actes du colloque PEN d'Angers (1987) disponible à l'IREM de Nantes 38, Boulevard Michelet BP 1044
44037 Nantes cedex
- Article de synthèse de M. Artigue et R. Douady dans la revue française de pédagogie n° 76 (juillet-août-sept 1986)
- le numéro 7.2 de la revue Recherches en didactique des mathématiques (Ed. La pensée sauvage, Grenoble) avec les articles de Guy Brousseau "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques" et de R. Douady "Jeux de cadres et dialectique outil-objet" paru en septembre 1987.
- Cahier de didactique n°50 de l'IREM de Paris 7 : "une introduction à la didactique des mathématiques (à l'usage des enseignants)" par Aline Robert
- Les Actes de la première Université d'été sur la formation en didactique des mathématiques des maîtres de l'élémentaire, qui a eu lieu à Olivet en juillet 1988 (à paraître à l'IREM de Bordeaux)
- La transposition didactique par Yves Chevallard (Ed. La pensée sauvage, Grenoble 1985)

Pour une bibliographie plus complète nous vous renvoyons aux Actes du colloque de PEN d'Angers (cité plus haut). Signalons cependant

- la revue Recherches en didactique des mathématiques, Editions "La pensée sauvage", Grenoble.
- les cahiers de didactique des mathématiques de l'IREM de Paris 7,
2 place Jussieu, 75251 Paris cedex 05
- les cahiers du séminaire de didactique des mathématiques de Grenoble, laboratoire L.S.D. Institut IMAG B.P. 68 38402 Saint Martin d'Hères cedex
- les comptes rendus du séminaire de didactique des mathématiques de Rennes IRMAR Université de Rennes I Campus de Beaulieu 35042 Rennes cedex
- les comptes rendus du séminaire de didactique des mathématiques de Strasbourg IREM de Strasbourg 10 rue du Général Zimmer
67084 Strasbourg cedex
- les publications de l'IREM de Bordeaux 351 cours de la Libération 33405 Talence cedex
- les publications de l'IREM de Marseille Université de Marseille Luminy, 70 route Léon Lachamp case 901 13288 Marseille cedex 9, en particulier la dernière :
- Notes sur la question de l'échec scolaire par Yves Chevallard (n° 13)

x x
x

Groupe A7

EVALUATION DES COMPETENCES PROFESSIONNELLES

rédaction: Jeanne BOLON , animatrice.

D'Angers à Rouen, le groupe de travail a poursuivi sa réflexion. Nous étions préoccupés, en 1987, de la forme de l'épreuve terminale et nous avions proposé , entre autres, des pistes possibles pour la rédaction d'épreuves terminales.

Nous avons évoqué, à Rouen, les mouvements de normaliens contre l'épreuve terminale. Derrière leurs revendications, demeurent des problèmes de fond.

Les normalien(ne)s n'ont pas de poste stable (même pour une durée de 6 mois) avant au moins 4 années d'exercice: les apports de l'école normale tombent alors dans l'oubli. L'existence ou non d'un classement de sortie ne règlera pas cette question. Différentes suggestions ont été faites dont les suivantes:

- postes réservés pour les normaliens sortants (ils n'en seraient pas titulaires),
- affectation provisoire de titulaires sur les postes de ZIL de leurs circonscriptions (tous les 10 ans ?) sans perte de leur poste d'origine, pour libérer des postes aux normalien(ne)s sortant(e)s,
- organisation de stages spécifiques pour les normalien(ne)s sortant(e)s durant leur première année d'exercice.

L'attribution du diplôme d'instituteurs au vu d'une addition de notes de 0 à 10 nous a paru inadéquate: il ne s'agit pas de certifier que telle personne saura enseignermais de lui délivrer un *permis d'enseigner* (un peu à la manière dont on délivre un permis de conduire...). Nous avons donc écarté les préoccupations de notation pour nous centrer sur la préparation au métier d'enseignant, tout au long de la formation.

PLAN

1- Les visites (tutelle et responsabilité)
2- Les compétences professionnelles générales
3- Les compétences professionnelles en didactique des mathématiques
4- Quelle suite ?
5- Annexe: grille d'auto-évaluation

1- LES VISITES (TUTELLE, RESPONSABILITE)

Nous avons regardé des bulletins de visite, qui figurent dans les dossiers des normalien(nne)s, ainsi que des commentaires , non officiels, qui ont été adressés à un normalien, sur le déroulement de la séquence observée.

Nous avons observé des différences et ressemblances, que nous n'avons pu exploiter en l'absence de référent commun (qu'aurait pu fournir une bande vidéo).

Comment graduer les exigences, du premier au dernier stage ? Tout le monde s'accorde à dire que les exigences sont plus fortes à l'issue de la formation. Mais, pour certains, il paraît difficile de définir une progression des compétences professionnelles commune à tout un groupe de normalien(ne)s : les visites sont individuelles et les stimulants que les conseillers pédagogiques ou professeurs d'école normale donnent restent individualisés. Néanmoins, l'un d'entre nous propose la "progression" suivante :

Premier stage : Observation. Il s'agit d'apprendre à surmonter son angoisse, à confronter ses représentations du métier avec d'autres.

Deuxième stage: Mise en relation des contenus et de la démarche. Quel est le rôle de l'enseignant(e) ? celui de l'enfant ? Apprendre et enseigner.

Troisième stage : Analyse de sa pratique. Le choix de la séquence eétait-il pertinent ?

Quatrièmre stage (2 mois) : Gérer un projet à "long" terme.

(La commission a recueilli des modèles de fiches de visite dont le lecteur pourra demander copie à Jeanne BOLON)

2- LES COMPETENCES PROFESSIONNELLES GENERALES

Les dispositifs changent d'une école normale à une autre, voire d'une équipe de professeurs à une autre au sein d'une même école normale:

- une journée par semaine est consacrée à un travail dans les classes d'application , encadré, tout à tour, par des professeurs de disciplines variées (Livry-Gargan); une demi-journée y est consacrée à Guebwiller;
- le premier stage de la formation est préparé par l'équipe de professeurs et les maîtres-formateurs et centré sur les compétences professionnelles générales (Cergy);
- préparation de séquences par groupes, puis déroulement enregistré par vidéo (Cergy, Livry-Gargan).

De quelles compétences s'agit-il ? Nous avons relevé les suivantes :
- prise en compte du passé de la classe : les rites, les règles du jeu instaurées par le (ou la) titulaire de la classe;
- la formulation des consignes : distinction entre l'objectif de l'enseignant(e) et celui que l'enfant assignera à la tâche; la reformulation ou autres feed-back de la part des enfants;
- la cohérence entre l'organisation choisie par l'enseignant(e) et les buts de l'exercice;
- le traitement de l'erreur : repérage des attitudes spontanées de l'enseignant(e), des enfants.

Une liste très détaillée a été proposée à un groupe de normaliens à l'issue du deuxième stage de la formation (en responsabilité à Cergy; il s'agit d'un groupe particulier qui a fait des remplacements durant 6 mois). Le questionnaire , proposé, entre autres, par Antoine BONNEVAL et Elisabeth JACOB , cité en annexe, a été l'occasion pour chaque normalien de s'auto-évaluer et d'exprimer , au sein du groupe, ses souhaits quant à la suite de la formation. A noter qu'un tel questionnaire convient mieux à l'école élémentaire qu'à l'école maternelle.

3- COMPETENCES PROFESSIONNELLES EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

Les dispositifs restent toujours variés.

Les stages en tutelle sont préparés avec les maîtres-formateurs; les normaliens ont à repérer des points précis, en mathématiques entre autres (en particulier observation d'erreurs); les informations recueillies servent de matériaux de base pour les cours ultérieurs de mathématiques à l'école normale (Livry-Gargan).

Les normaliens préparent par groupe des séquences d'enseignement; le projet est rédigé à l'avance; l'un des concepteurs conduit la séquence qui est filmée; les autres normaliens observent le travail des enfants. La vidéo et les notes des normaliens servent de points de départ pour repérer les "dérapages" entre le projet initial et le déroulement, pour en analyser les causes (Cergy).

Les manuels et leur guide pour le maître servent de point de départ d'une étude: quelle est la tâche demandée à l'enfant ? (Guebwiller). Un travail semblable est fait à partir de fiches parues dans les revues spécialisées pour l'école maternelle (cf. compte-rendu du Colloque de Qimper) (Versailles).

Des séquences sont préparées par des normaliens. Après le déroulement, ils doivent en faire le bilan sans employer les adverbes "bien", "mal", "peu", "beaucoup"., ni les adjectifs "facile", "difficile"..., au profit d'une statistique approximative des erreurs (début de classification) et d'une description des erreurs et de leur environnement (Versailles).

L'INRP a élaboré des instruments permettant de repérer les acquis des enfants dans quelques domaines (nombre en GS et CP, addition au CP et CE, multiplication au CE, résolution de problèmes deu CP au CM): leur mise en oeuvre par les normalien(ne)s souligne, encore mieux qu'un discours, la variété des procédures mise en oeuvre par les enfants et la "logique" de leurs erreurs.

Un des points les plus délicats à enseigner est la *prise en compte du passé de la classe*, du point de vue des mathématiques. La plupart des maîtres-formateurs le font d'instinct, en une sorte "d'automatisation" qui est probablement le fruit de leur culture en mathématiques et en pédagogie des mathématiques. Le cahier-journal n'est qu'un faible témoin pour celui qui arrive dans une classe, les cahiers des enfants ne disent pas tout, en particulier rien du traitement de l'erreur. Pire, les normalien(ne)s ne savent pas sur quoi interroger les enseignant(e)s qu'ils remplacent...

Il est vrai que notre Education Nationale ne nous a pas appris à mettre notre expérience en archives : qui , dans sa carrière, a bénéficié du recueil des plans de cours, des exercices et épreuves, utilisés l'année précédente par un collègue qui a travaillé au même niveau dans le même établissement ? Chacun se fait "son" expérience, artisan isolé retrouvant patiemment les tours de main de ses ancêtres...

4- QUELLE SUITE ?

Pour éviter de jouer au jeu de balancier "le tout mathématique" contre le "tout didactique", il importerait d'illustrer comment nous faisons faire des mathématiques aux normalien(ne)s.

Une démarche possible (Livry-Gargan, Versailles, Guebwiller) est de mettre les normalien(ne)s face à des problèmes présentant des similitudes avec ceux que l'on peut poser aux enfants: ils sont plus réceptifs, lors des descriptions des difficultés d'apprentissages des enfants.

Les épreuves terminales peuvent témoigner de cet équilibre subtil . Même si l'examen n'est pas encore stabilisé, il serait intéressant d'en recueillir des énoncés , assortis de commentaires: nombre de normalien(ne)s concerné(e)s, description des activités qui se sont déroulées durant la formation et qui sont en rapport avec l'épreuve.

E.N. Val d'Oise [illegible]
E. Jacob

1er stage - maternelle
2e stage - CM.

FP1
Mai 1988

AUTO-EVALUATION PERSONNELLE APRES LE 1ème STAGE

Ce document est rédigé dans une perspective d'auto-évaluation formative. Il est destiné d'abord à vous-même et doit vous permettre de vous situer en cours de formation, d'expliciter réussites et difficultés, et éventuellemet de remédier à ces dernières.

Cette auto-évaluation formative fait partie intégrante de votre formation. En effet elle doit vous faciliter la prise de conscience de ce qui est acquis et de ce qui reste à faire.

Les autres destinataires sont les professeurs du "noyau dur" de la PUF*; la synthèse de ces documents est importante pour que nous puissions réguler nos interventions.

Le document est rédigé en grande part en terme de pédagogie par objectifs. Il faut cocher d'une croix dans la colonne correspondant à ce que vous pensez être votre comportement

Dans tout le texte, le symbole * en début de ligne signifie "je suis capable de".
Les symboles ++, +, O, -, --, peuvent se lire ainsi :
++ : J'ai atteint cet objectif, + : J'ai partiellement atteint cet objectif, - : Je n'ai pas atteint cet objectif, -- : Je n'ai pas du tout atteint cet objectif

* petite unité de formation, dans le jargon local... (un groupe d'enseignants)

	++	+	O	-	--

1. SAVOIRS

1.1 LES CONTENUS DISCIPLINAIRES

* Trouver des documents
* Choisir des documents
* Utiliser des documents
* Repérer mes lacunes
* Repérer mes acquis

1.2 LES CONTENUS DIDACTIQUES

* Traiter les contenus disciplinairespour les transformer en "savoir enseigné"
* Repérer, critiquer des progressions
* Etablir des progressions

J'ai une bonne connaissance des didactiques disciplinaires

1.3 CONNAISSANCES PSYCHOLOGIQUES

J'ai des connaissances suffisantes en psychologie de l'enfant

* Réinvestir ces connaissances dans mon activité d'enseignant

1.4 ELEMENTS DE PEDAGOGIE GENERALE

* Situer le type de pédagogie que je pratique (la différencier de plusieurs autres) et la justifier

1.5 OUTILS

* Disposer rapidement de matériel

1.6 CONNAISSANCES INSTITUTIONNELLES

	++	+	O	-

2. SAVOIR - FAIRE

2.1 PREPARER

2.1.1 CONCEVOIR

* Etablir une progression pour un apprentissage donné
* Déterminer des objectifs
  - à court terme
  - à moyen terme
  - à long terme
* Determiner des objectifs
  - généraux
  - spécifiques
* Determiner des objectifs pédagogiques différents des objectifs de contenu
* Determiner les critères de réalisation de mes objectifs
* Mener à bout la poursuite de ces objectifs
* Les modifier en fonction de l'observation des rèactions des enfants
* Evaluer la tâche (en quantité et en qualité)
* Anticiper les comportements prévisibles des enfants

2.1.2 ORGANISER

* Prendre en charge l'organisation
* Faire prendre en charge l'organisation par les enfants

MATERIEL

* Choisir, trouver, préparer du matériel
* En avoir une quantité suffisante
* Vérifier s'il fonctionne au moment où on en aura besoin
* Utiliser des supports variés
* Vérifier qu'il n'y ait pas d'erreur dans le matériel fourni
* Utiliser du matériel collectif : tableau, affiche,...

GROUPE

* Associer le groupe à l'ensemble des problèmes d'organisation
* Organiser la classe selon le mode de travail choisi
* Réaliser l'adéquation tâche / Type de fonctionnement du groupe

TEMPS

* Réaliser l'adéquation tâche / durée et rythmes

2.2 ANIMER

DISCIPLINE

* maintenir une discipline (conçue comme un service que je rends au groupe)
* Rétablir le retour au calme si nécéssaire
* Ne pas confondre discipline et dogmatisme
* Faire établir et respecter des règles de vie (sur une longue durée)

++	+	O	-	--

GERER LE GROUPE

* résoudre les problèmes relationnels
* Organiser le travail par groupes si nécessaire
* Jouer sur la dynamique individuel / groupes / classe
* Mettre en place des éléments de pédagogie différenciée
* Faire jouer l'entraide entre enfants
* Dynamiser

GERER LE TEMPS

* Jouer sur les rythmes
* Stimuler
* Faire "tenir" la séquence prévue dans le temps qui lui est réservé

GERER LE MATERIEL

* Mettre en place et ranger rapidement
* Utiliser ce qui est pertinent par rapport à l'activité proposée

GERER LA COMMUNICATION

* Réguler la communication (temps, réseaux)
* Questionner vraiment et non pas formellement
* Résumer, relancer, recentrer
* Diriger mes interventions sans forcément répondre systématiquement et immédiatement aux sollicitations
* Enoncer des consignes brèves et claires
  les préciser
  les reformuler
  les rappeler
* m'assurer qu'elles sont
  entendues de tous
  comprises par tous
  suivies par tous

Même question pour les contenus
* animer un compte-rendu, une mise en commun, une synthèse

GERER L'ESPACE

* Modifier un aménagement si nécessaire
* Utiliser les différents lieux (ateliers, desserte, préau, etc...)

GERER L'IMPREVU

* M'écarter de façon volontaire de ma préparation à bon escient
* M'adapter aux impondérables
* Ne pas me laisser entrainer par les événements extérieurs de manière systématique

++	+	o	-	--

2.3 EVALUER

LES SITUATIONS

* Dépersonnaliser ce qui s'est passé pour mieux l'analyser
* Sérier les problèmes : contenus, animation, contraintes, etc...

LES ENFANTS

* Evaluer les acquis des enfants
  immédiats
  différés
* Vérifier que les enfants
  ont compris
  ont retenu
  réinvestissent
* Varier les modes de contrôle, de correction
* Faire prendre en compte par l'élève (ou par le groupe) sa propre évaluation
  - soit ce qu'on attend de lui (ou d'eux)
  - savoir identifier ses (leurs) erreurs
  - savoir quels sont les critères de réussite choisis
  - savoir comment il (ils) peut (peuvent) progresser

L'ENSEIGNANT

* Evaluer l'efficacité de mon enseignement
* Faire des bilans de ma pratique pédagogique pour savoir si elle est adaptée au groupe
  - mesurer l'écart entre les effets attendus et les effets obtenus
  - analyser les causes et le type de cet écart
  - trouver des solutions pour réduire cet écart
* Evoluer dans mes conceptions
  - accepter de s'être trompé
  - accepter un autre point de vue

3. SAVOIR - ETRE

Je me sens à l'aise dans les relations au groupe classe
Je prends plaisir à l'animation d'une classe
Je contrôle mes émotions
Je m'adapte aisément aux variations de comportement des élèves
Je sais utiliser ou jouer sur
- regard
- voix
- gestes
- déplacements
- contacts
- présence

4. VISITES

Les visites des formateurs

- Comment les ai-je ressenties ?

- Ont elles été efficaces dans une perspective formative ?

- Précisions, suggestions...

5. CONSEQUENCES DE CETTE AUTO-EVALUATION SUR LA FORMATION

5.1 PERSONNELLES

- Où ai-je les plus grosses difficultés (dans les trois domaines explorés en 1, 2, 3) ?

- Où ai-je progressé cette année ?

- Comment, ou en quoi, puis-je m'améliorer ?

5.2 COLLECTIVES

- En intégrant les contraintes institutionnelles, quelles propositions pour le travail du groupe en 1988-89 (continuer au dos de la feuille si nécessaire).

x x
x

COMPTE-RENDU

DES

TRAVAUX

DES GROUPES B

XVème COLLOQUE INTER-IREM

ROUEN 26, 27, 28 MAI 1988

Groupe B1

LES INTERACTIONS MATH - LECTURE

Exposé préliminaire de Gérard CASTELLANI , animateur

Bien que vous ne soyez pas forcément censés connaître les théories sur la lecture de l'A.F.L,* on en parle suffisamment dans les écoles - donc les écoles normales - pour que vous en ayez au moins entendu parler. Si mon intention est de partir de ces théories pour aborder la question qui vous préoccupe, je ne peux ni en résumer la totalité pour ceux qui ne les connaîtraient pas ni les supposer connues de tous, ce qui n'est certainement pas le cas. J'ai donc choisi de résumer les points qui me paraîssent le plus en rapport avec notre sujet, tout en souhaitant que vous puissiez, chemin faisant, vous reporter aux ouvrages majeurs que sont :

- La manière d'être lecteur, de Jean FOUCAMBERT,

- Lire, c'est vraiment simple, quand c'est l'affaire de tous, d'un collectif A.F.L,

- La lecture, préalables à sa pédagogie, d'Edmond BEAUME,

- Comment les enfants apprennent à lire de Frank SMITH.

L'A.F.L soutient, en gros, que les enfants (donc, plus tard, adolescents puis adultes) auraient une meilleure maîtrise de la lecture si...

1° - on ne faisait pas de la lecture une discipline purement scolaire dont l'apprentissage fait partie d'un cours (le C.P), ne doit pas commencer avant un âge donné (6 ans) et se passe comme si, avant ce cours et cet âge, l'enfant n'avait jamais été mis en contact et n'avait jamais fait aucune hypothèse sur l'écrit qu'il côtoie nécessairement à longueur de vie comme les adultes.

2° - on ne soumettait l'apprentissage de la lecture à aucun prérequis tels que latéralisation (la plupart d'entre nousse sont latéralisés en apprenant à lire de gauche à droite et personne n'a jamais prouvé que la possession préalable de la latéralisation soit un gage de lecture ultérieure plus performante) ou maîtrise de la langue orale (il est possible de "parler comme un livre" mais non de lire comme on parle car si cela était, tous les muets resteraient analphabètes).

3° - les enseignants avaient, eux-mêmes, une meilleure connaissance des conditions physiologiques de la lecture (empan visuel, durée de fixation optimale) et de ses conditions psychologiques (lire cest faire du sens et non du son avec l'écrit, on va vers l'écrit avec des hypothèses et des connaissances préalables : l'écrit "n'infuse" pas du sens ou du bruit).

4° - on cessait enfin de confondre lecture et littérature.

Bien sûr, chacun de ces quatre principaux points mériterait un long développement et d'autres devraient être au moins évoqués. Comme nous n'en avons pas le moyen, je souhaite développer le dernier point que je viens d'évoquer, concernant la confusion entre lecture et littérature, parce qu'il me donnera l'occasion de montrer comment le domaine le plus interdisciplinaire qu'on puisse imaginer - la lecture - a été indûment monopolisé par les spécialistes d'une discipline - le français - monopole que ne contestent d'ailleurs pas les collègues des autres disciplines dont je vais essayer de montrer qu'ils ont tort, en m'aidant d'une étude présentée par RICHAUDEAU au colloque organisé en février 1980 par l'A.F.L et que l'on peut trouver, d'une part dans "Cinq contributions pour comprendre la lecture", ouvrage édité par l'A.F.L et, d'autre part, dans une brochure sur la lecture reprenant une conférence de RICHAUDEAU au stage de lecture organisé à l'Ecole Normale de DIGNE en août 1985 et édité par le groupe local des ALPES de HAUTE-PROVENCE de l'A.F.L qui avait organisé ce stage national en collaboration avec les C.E.M.E.A.**

* A.F.L. : Association Française pour la Lecture BP 13505 75226 PARIS CEDEX 05

** C.E.M.E.A. : Centres d'Entraînement aux Méthodes d'Education Active.

Auteur et éditeur, RICHAUDEAU s'est interrogé sur les types d'écrits susceptibles de répondre le mieux possible aux diverses rencontres se présentant entre les intentions d'un auteur (entendons par là le collectif de production d'un écrit : auteur, illustrateur, imprimeur, maquétiste, éditeur ...) et le projet du lecteur potentiel. Nous dirons que les critères qui animent l'auteur peuvent être caractérisés comme quantitatifs : pour lui l'écrit qu'il produit est d'intérêt égal ou inégal (c'est-à-dire qu'il établit lui-même une hiérarchie entr les diverses parties de l'écrit qu'il produit). Ainsi; l'auteur d'un roman imagine que son produit mérite la même attention de la première à la dernière phrase, tandis que l'auteur de manuels scolaires sait qu'il doit mettre en valeur les faits essentiels, les idées importantes et user d'une typographie moins agressive pour les éléments anecdotiques ou secondaires. Vous voyez donc déjà, sur ces deux seuls exemples, à quoi conduit le monopole du professeur de lettres : d'une part à une confusion de genres - on ne doit pas lire un manuel comme un roman (c'est-à-dire en accordant à tout la même importance) et d'autre part, à un enseignement incomplet - c'est bien à chaque professeur, dans chaque matière, à guider l'élève dans l'utilisation (je ne dis pas la lecture) de son manuel.

Mais allons plus loin. Dans ce qu'il nomme des critères qualitatifs — et que je situe comme les intentions du lecteur, son projet de lecture — RICHAUDEAU imagine que l'on peut aborder un écrit avec l'intention d'en faire une lecture intégrale (et l'on retrouve ici le roman) ou avec l'intention de n'en faire qu'une lecture partielle (et c'est bien le cas, par exemple, quand on consulte l'annuaire du téléphone ou une encyclopédie, qui ne peuvent se lire comme un roman). Vous voyez bien, ici encore, que la stratégie de lecture de ces divers documents n'est pas la même et surtout que tout ne se lit pas comme un roman. Alors en quoi l'enseignant spécialiste du roman est il plus compétent qu'un autre pour aider les élèves à apprendre à lire un annuaire ou une encyclopédie ?

Pour affiner encore sa typologie, RICHAUDEAU distingue deux types de lectures partielles, la lecture partielle sélective et la lecture partielle de recherche. La lecture sélective est une lecture d'information, elle se limite à certaines parties du texte, parties auxquelles on s'intéresse alors qu'on néglige les autres. C'est ainsi, par exemple que nous prenons connaissance des revues professionnelles ou syndiclales. Quant à la lecture de recherche, on peut presque dire qu'elle ne sert pas à lire. L'oeil est simplement à la recherche d'un détail : un nom dans un annuaire, une nouvelle dans un journal. En croisant les deux critères - qualitatif et quantitatif - nous sommes conduits à distinguer six types de lecture ou de stratégies de lecture ou encore de structures d'écrits, selon qu'on se situe à la place du lecteur ou à celle de l'auteur. Faisons rapidement l'inventaire des six types tels qu'ils ressortent de ce tableau.

			CRITERES DE NATURE QUALITATIVE	
			intérêt égal	intérêt variable
CRITERES DE NATURE QUANTITATIVE	lecture intégrale		1	2
	lecture partielle	sélective	3	4
		de recherche	5	6

- 1 - Structure uniforme = c'est typiquement le roman, présenté sous la forme d'un rectangle de caractères égaux : rien n'est souligné, rien n'est en couleur ...

- 2 - Structure hiérarchisée = c'est la manuel scolaire avec ses titres, sous-titres, chapitres, paragraphes, sommaires, résumés, encadrés, caractères gras ou minuscules ...

- 3 - Lecture ponctuée = le lecteur doit repérer les parties qui l'intéresse et l'imprimeur facilite cet écrémage en mettant des repères, des flèches, en imprimant les mots-clés en gras. C'est dans l'idéal, la revue professionnelle où sont en caractères gras les mots indices, avancement, mutations, indemnités, promotion interne, nombre d'élèves, inspection ...

- 4 - Lecture modulée = le catalogue des 3 Suisses ou de la CAMIF.

- 5 - Stratégie rythmée = c'est celle qu'on applique à la recherche dans un annuaire, un indicateur de chemins de fer, un sommaire, une bibliographie.

- 6 - Lecture mosaïque = on la trouve dans la "une" du journal, l'affiche, et plus généralement le message publicitaire.

Vous sentez bien qu'il y aurait lieu de développer chacune des six types de lecture, mais ce n'est pas notre objet. Ce que je voulais surtout vous faire sentir c'est combien ils sont différents les uns des autres, combien les stratégies ne sont pas interchangeables, combien il est absurde de penser que celui qui sait bien lire un roman sera consécutivement un lecteur avisé d'annuaires et d'horaires et combien il est illusoire de penser qu'en s'appesantissant sur un seul de ces types, considéré comme noble, l'école peut réussir à faire performer de surcroît les élèves dans chacun des autres.

J'en étais à cet état des caractères des différents types d'écrits quand me fut posée la question des mathématiques. Bien sûr, mon premier réflexe fut de dire que les mathématiques étant écrites en français, respectant vocabulaire et grammaire, pouvant jouer de la typographie et de la mise en page des autres écrits, il n'y avait pas lieu d'envisager une lecture particulière d'un écrit qui pouvait parfaitement se mouler dans les catégories de RICHAUDEAU.

Malheureusement, ce n'est pas vrai.
Et je pense que, chaque fois que l'on incite les élèves à lire un texte mathématique - énoncé, théorème, définition, démonstration - comme s'il s'agissait de n'importe quel autre texte informatif ou descriptif, on ne les aide pas -
Et je vois trois raisons à cela.

1 D'abord, alors qu'un texte littéraire ou ordinaire (en tout cas non scientifique) est toujours redondant et imagé - ce qui permet au lecteur qui ne connaît pas un mot ou qui en a oublié le sens exact . d'en retouver ou d'en trouver le sens approximatif par le contexte sans avoir nécessairement recours au dictionnaire. Le lecteur d'un texte littéraire (ou ordinaire) peut donc comprendre un texte sans en posséder chaque mot. A l'A.F.L, on appelle ceci "les 80 %" : dans un texte non spécialisé, la connaissance ou la maîtrise de 80 % du texte permet de découvrir aisément les 20 % qu'on ne possède pas. On a même fait un test de lisibilité qui s'appelle de test de closure et qui consiste à supprimer un mot sur cinq (donc 20 %) d'un texte. Si 75 % des individus d'une population réussissent à lire le texte (ce dont on s'assure par des questions de contrôle judicieusement posées) on dit que ce texte est lisible par une population de ce niveau (ce peut être une classe - la quatrième, par exemple, ou une profession - les coiffeurs - ou tout autre groupe social défini -).

Et le texte mathématique ? Il possède exactement les caractères opposés à ce du texte ordinaire : il ne doit être ni redondant, ni imaginé, chaque mot y a un sens précis - et le test de closure rend le texte imcompréhensible - En tout cas, ce qui en reste compréhensible n'est plus suffisant pour lui donner un sens mathématique. (Je sais qu'il s'agit de géométrie, d'angles même mais je ne vois pas de quoi il s'agit exactement. C'est un problème qui fait intervenir trois personnages, ça a l'air d'être à la campagne, mais mathématiquement je ne vois pas ce qui se passe...).

A l'évidence, les techniques de lecture du texte mathématique ne sont donc pas les mêmes que celles du texte ordinaire. Dans l'approche d'un texte ordinaire, on cherche à faire situer le texte car il est vrai que, lorsqu'on en a défini l'ambiance (gai/triste, où cela se passe -t-il ? quand ? ...) on le comprend plus facilement. Mais quand on sait qu'un problème se pose dans une épicerie ou une définition dans un triangle, est-on vraiment mieux armé pour calculer un prix unitaire ou pour se préoccuper du point de concours des bissectrices ?

2 Mais je vois une autre différence importante entre texte ordinaire et texte mathématique : Un texte mathématique est toujours universel ou universalisable alors qu'un texte littéraire est nécessairement singulier, impliquant. Si, dans un roman, le héros pèse des pommes de terre ou parcourt 20 km à cheval, le lecteur se voit, se sent en train de peser ou de chevaucher. Dans un texte mathématique, on ne se met pas à la place de l'épicier ni à celle du voyageur. Et plus le texte proposé est dépersonnalisé, moins il fait appel aux situations concrètes, moins on ne court le risque de se perdre dans l'anecdote et plus on a de chance d'éviter aux élèves les moins attentifs de se fourvoyer dans l'inutile.

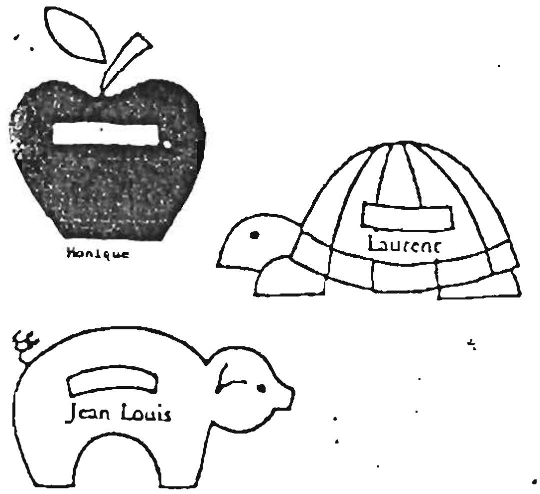
3 . On pourrait ajouter une troisième distinction sur la différence de prise en compte du nombre quand il apparaît dans un texte ordinaire où il donne une indication parmi d'autres (petit, l'oeil vif, le corps toujours en mouvement, il était le troisième d'une nombreuse famille) et quand il figure dans un texte mathématique où il appelle l'opération. Mais cette distinction me semble être la plus facilement perçue par les enfants au point que, vous le savez, un problème sans nombres, leur paraît tout à fait incongru.

-=-=-=-=-=-=-=-

Exemple n°1

Closure appliqué à un énoncé de problème extrait d'un manuel

Voici les tirelires de trois enfants :



Écoute ce qu'ils disent :

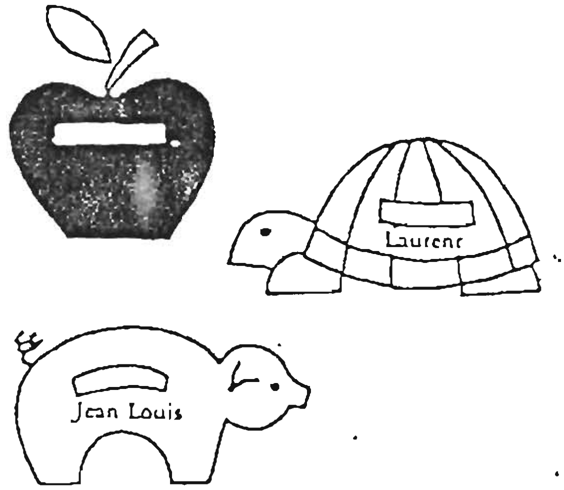
Jean Louis : *« J'ai plus de 100 F, j'ai le double de Monique et le triple de Laurent. »*

Laurent : *« Je n'ai que quatre pièces, mais elles ont toutes la même valeur. »*

Monique : *« C'est pas juste, je n'ai rien dit et pourtant on sait ce qu'il y a dans ma tirelire !... »*

Qu'en penses-tu ?

Voici les ___ de trois enfants :



Écoute ce ils disent :

Jean Louis : *« J' plus de 100 F, ai le double de et le triple de »*

Laurent : *« Je n'ai quatre pièces, mais elles toutes la même valeur. »*

: *« C'est pas juste, n'ai rien dit pourtant on sait ce il y a dans tirelire !... »*

Qu'en penses-tu ?

Exemple n°2 : Closure appliqué à un texte ordinaire (bien que sur les mathématiques)

Il n'est pas *** ici d'essayer de

*** le terme "lecture", qui ***

comme l'a souligné *** BARTHES, un

mot saturé. *** se contentera de

la *** classique et vague, rappelée

*** début des Programmes et ***

de l'Ecole elémentaire : " *** ,

c'est comprendre".

Exemple n° 3 : Closure sur un énoncé. Comment faire le problème ?

Une fermière a ramassé *** oeufs.
Elle les met *** des boîtes pouvant
contenir *** 6 oeufs. Cherche le
*** de boîtes qu'elle *** remplir
complètement, et le *** d'oeufs
qui restent.

Exemple n° 4 : Closure sur une définition

Si un *** a deux côtés de *** lon-
gueur, on dit qu' *** est isocèle. Si
un *** a un angle droit, *** dit
qu'il est *** . Si un triangle a ***
côtés de longueurs différentes, ***
s'il n'a *** d'angle droit, on ***
qu'il est quelconque.

Je dois avouer que, parvenu à ce point de ma réflexion, j'étais assez satisfait de mon analyse quand je suis tombé sur le texte que François BOULE et Claire VASSERER, P.E.N. à Auteuil avaient rédigé pour Grand N en novembre 1986 et qui vient d'être édité en tiré à part par l'Association pour le développement de la lecture LIVRE-PENSEE en décembre 1987.

Ce texte porte sur la lecture des énoncés mathématiques, énoncés que les auteurs caractérisent ainsi :

D'abord, on retrouve dans tout texte mathématique des caractéristiques communes à tout discours scientifique en général :
1) tendance à l'objectivation. Marquée, par exemple, par l'emploi prévilégié des formes passives. Il y a ainsi une mise en retrait du sujet actif au profit de l'objet qui devient sujet. "Un héritage en trois parts" : peu importe qui est chargé d'effectuer le partage (l'ainé, le notaire, le tirage au sort...)
2) tendance à la précision.
3) tendance à la concision. Conduisant à l'emploi de compléments en cascades et de plusieurs subordonnées. Ce qui est souvent déconseillé aux élèves quand on les invite à rédiger et ce qui peut expliquer partiellement leur inaptitude à rédiger une démonstration mathématique qu'ils essaient vainement d'aborder comme un genre littéraire, ce qui n'est pas le cas. Mais la carence que je constate dans l'aide qu'on leur apporte pour la lecture mathématique est tout aussi décelable pour l'écriture mathématique. Et, ici comme en littérature, apprendre à écrire reste une des aides les plus efficaces à la compréhension de la lecture. Savoir écrire un texte littéraire c'est savoir faire long et l'on sait que la plupart des textes produits par les élèves atteignent difficilement une dimension suffisante pour intéresser un lecteur autre que le maître. On leur enseigne donc des techniques que - pour dire vite - je qualifierai de"délayage". A l'inverse, en mathématique, on leur demande d'être concis.
4) enfin monosémie des termes employés. Je reviendrai, plus loin sur ce point qui n'est pas aussi absolu qu'il n'y parait mais qui explique d'absence de redondance dans l'énoncé mathématique. C'est bien, en effet, parce que la plupart des mots de la langue naturelle sont polysémiques qu'on est contraint de les "désambigüer" par des périphrases ou des qualificatifs qui conduisent à la redondance, ce qui est généralement inutile en mathématiques.

Outre ces quatre caractères communs à tous les écrits scientifiques, Claire VASSERER et François BOULE notent, d'une part, sur le plan syntaxique, dans un texte mathématique
1) une grande importance des noms et des adjectifs et une faible fréquence des verbes. Alors que les autres écrits, privilégiant l'action ou la réflexion, sont, de ce fait, plus prolixes en verbes.
2) l'importance des organisateurs logiques ou temporels (par suite, donc, parce que, premièrement), que l'on utilise dans les autres discours à l'oral mais rarement à l'écrit.

D'autre part, Claire VASSERER et François BOULE relèvent, et la remarque me paraît capitale que la caractéristique essentielle du texte mathématique réside sans doute dans la présence de trois codes en interaction :
- la langue naturelle,
- la langue mathématique,
- le symbolisme

1. lettres (le périmètre P du cercle s'exprime en fonction du rayon R par la formule $P=2\times\pi\times R$)
2. chiffres, avec des significations qui diffèrent selon la position (comparer la signification des chiffre 2 dans 12, 25, 230, 10^2)
3. signes opératoires et autres symboles.

Quant aux termes mathématiques, on peut noter que s'il peut s'agir de termes techniques spécifiques, ce sont souvent des mots ayant également une signification en langue naturelle. Il est alors fondamental de distinguer le sens de ces mots en mathématique et en français, ce que l'on ne fait pourtant pas toujours. Le sens du mot dans la langue courante peut parfois aider à la compréhension du sens en mathématique : il a été choisi pour faire image. Mais, même dans ce cas, le sens univoque choisi en mathématique doit être précisé. Comme le montrent Claire VASSERER et François BOULE, à partir des réponses écrites que font des élèves de CM2 à la demande de définition du terme "volume", il arrive bien souvent que l'usage fasse obstacle à la compréhension :

" le mot volume est un peu pareil que l'aire d'un rectangle ou d'un carré et ça peut être beaucoup de bruit, du vacarme".

"Le mot volume est un objet qui a un fond et qui peut contenir de l'eau".

"Souvent dans les livres qui ont une suite il est écrit volume 1, volume c'est le numéro du livre".

"Quand on dit : monte le volume de la radio, c'est-à-dire mettre plus fort ou moins fort".

"Exemple : le volume du coffre d'une voiture est l'intérieur.
Le volume est par exemple 400 dm^3. Beaucoup d'objets dont on prend le volume pour savoir combien on peut mettre de jouets".

Il arrive encore que l'usage courant perturbe, par surcharge affective, l'emploi de certains termes. Claire VASSERER et François BOULE remarquent que les mots couple, division, pair (homonyme de père), fraction... peuvent être lourds d'évocation, et favoriser des dérives fantasmatiques. Cette remarque rejoint celle que fait Bruno BETTELHEIM, le célèbre psychanalyste américain, dans son livre sur la lecture, lorsqu'il remarque qu'une fillette de 9 ans, sachant parfaitement lire est littéralement bloquée et ne peut plus lire un seul mot à voix haute chaque fois qu'elle rencontre un mot pourtant facile à déchiffrer, à comprendre et à prononcer (le mot frère, par exemple) parce que ce mot renvoie à un conflit intime à un traumatisme psychique qu'elle refuse de voir reparaitre au grand jour. Bruno BETTELHEIM conseille aux instituteurs, dans ce cas qui ne peuvent être mis ni sur le compte de la méconnaissance ni sur celui de la mauvaise volonté, de glisser discrètement en disant eux-même le mot ou en le faisant dire par un autre élève sans forcer le premier lecteur à le répéter. Mais si cet incident se produit à l'occasion d'un travail de mathématiques, comment s'assurer que la résonnance affective évoquée par l'un des mots couple division, pair... ne conduira pas à une incompréhension mathématique, ce que soulignent André LAPIERRE et B. AUCOUTURIER dans "la symbolique du mouvement" : "la psychopathologie des mathématiques viendrait du blocage dû à la contamination d'une notion dite rationnelle par un conflit situé en amont au niveau affectif de cette même notion".

Comment y remédier avec tact puisque la monosémie de ces termes exclut précisément que l'on y substitue des synonymes ?

A propos de monosémie, Claire VASSERER et François BOULE font d'ailleurs judicieusement remarquer qu'elle n'est pas si certaine que cela. Alors qu'on distingue le contour et la surface dans l'opposition cercle / disque, dont on connait la difficulté de maniement pour un nombre élevé d'enfants, l'opposition n'existe pas pour "carré" ou "triangle" qui englobent les deux significations.

Claire VASSERER et François BOULE nous livrent une autre réflexion sur le spécificité de la lecture mathématique.

Ils remarquent, que le langage mathématique fonctionne généralement dans l'écrit alors que l'enseignement mathématique passe surtout par une communication orale. Il résulte de cette remarque capitale à mes yeux deux conséquences dont - me semble - t - il on ne tient pas suffisamment compte dans les aides que l'on prétend apporter aux élèves :

1) La lecture à haute voix d'un texte mathématique n'est pas la simple transcription orale de ce qio est écrit. La lecture des nombres peut en convaincre : 96 se prononce "quatre vingt seize" alors que ni quatre ni vingt ni seize ne sont apparents dans son écriture.De même, centractionde deux phrases, la double égalité a=b=c se prononce : "a,b et c sont égaux". $3 < p < 4$ doit être entendu "P est compris entre 3 et 4". En bref, se contenter d'une lecture "pas à pas", oralisant l'écrit plutôt que saisir du sens, et reformuler oralement entraine un risque majeur d'incompréhension. Pour pouvoir produire, à partir du texte écrit, un texte parlé, il faut avoir enregistré les "formes" qui en portent le sens et savoir les recoder dans la langue naturelle. Voici donc, me semble-t-il, un objectif clair et prioritaire de l'enseignement des mathématiques. Or Claire VASSERER et François BOULE se posent légitimement la question : "S'assure-t-on toujours dans notre enseignement de développer cette compétence indispensable à la compréhension du texte mathématique ?"

- 2 - L'écrit mathématique n'est pas destiné à l'apprentissage des mathématiques mais à :

- revoir, étudier des notions déjà abordées en classe,
- proposer des énoncés d'exercices et de problèmes.

Sans trop me laisser aller à entrer dans le détail, je peux, avec VASSERER et BOULE faire quelques remarques à propos de ce deuxième aspect. Il me paraît, en effet, important - puisque l'écrit mathématique doit finalement faire l'objet d'une lecture solitaire (qu'il s'agisse de réviser ses leçons ou de lire un exercice ou un problème) - de préparer les élèves à cette lecture solitaire en les armant suffisament à repérer quelques traits distinctifs. De la même façon que la didactique du français se dirige aujourd'hui vers uns sustématisation de l'apprentissage de la rédaction à partir de l'établissement dans le groupe classe (du CP à la troisième) d'une typologie des divers types d'écrits "littéraires" en amenant les élèves à trouver eux-mêmes les critères permettant de classer des textes divers qu'on leur propose en poèmes, recettes, lettres administratives, récits, descriptions, etc... on pourrait proposer des exercices analogues pour permettre aux élèves de découvrir les critères qui permettent de classer les textes mathématiques en opposant, par exemple :

- des définitions - qu'elles comportent ou non des "avertisseurs de désignation" (suivant l'expression du . KUNTZMANN) comme "se nomme", "se note", "est appelé" ...
- des désignations - qui consistent à baptiser pour la durée d'un exposé ou d'une activité, un objet singulier déjà connu ("on appelle C le centre du cercle ...")

L'exercice de reformulation d'un énoncé est trop souvent négligé. C'est ce qui cinduit l'élève à passer directement d'un déchiffrage à une résolution par automatismes avec tous les pièges que peuvent comporter de tels automatismes. Ainsi, "combien reste-t-il", "que manque-t-il", risquent aussi fort de déclencher la soustraction que le mot "total" une addition ... On connait même la situation où, même en l'absence de déclencheurs de cet ordre, dès que l'élève peut prélever un nombre de données numériques suffisantes, il s'empresse d'effectuer une opération :

" Il y a 7 rangées de 4 tables dans la classe. Quel est l'âge de la maîtresse?"

" Dans une bergerie, il y a 125 moutons et 5 chiens. Quel est l'âge du berger ?

Dans le fameux article "l'âge du capitaine" (Grand N - numéro 30) les résultats font apparaître que 3/4 des élèves de C.E et 1/3 de ceux du C.M ont trouvé ainsi l'âge du capitaine ... ce qui prouve leur tendance à penser :

- que tout problème a une solution (et une seule)
- que toutes les données sont utiles
- que les premiers indices à saisir sont les données numériques. (Dans une classe où l'on pratique le texte libre, les enfants demandent à conserver pour une exploitation mathématique tout texte proposé dès qu'il comporte deux nombres, mais cette demande n'est jamais formulée quand on a affaire à un énoncé de type logique).
- que les déclencheurs d'opérations servent souvent à déterminer quelles opérations effectuer.

Or, on apporterait déjà beaucoup aux enfants en leur faisant remarquer que la lecture d'un texte mathématique ne peut pas se satisfaire de la seule lecture chronologique. Et s'il est indispensable de conduire les élèves à toujours reformuler les textes, cette reformulation ne se satisfait pas de la seule utilisation de la langue ordinaire. Pour C. VASSERER et F. BOULE, on n'échappe pas à l'appel à d'autres types de représentations :

- dessin
- tableaux à double entrée
- combinaison d'opérateurs
- hypothèse d'un schéma.

Mais nos auteurs font remarquer que si "lire en mathématiques, c'est aussi savoir interpréter ces représentations, y recourir, éventuellement passer d'une à l'autre", il y aurait danger à systématiser l'apprentissage exclusif de ce petit nombre de schémas utiles. On risquerait, en effet, de créer de nouveaux stéréotypes comme, dans les anciens problèmes du certificat d'études, il y avait un nombre fini de problèmes-prototypes sur les robinets qui emplissaient les baignoires que d'autres vidaient ou la somme des vitesses des trains qui se rencontrent et la différence des vitesses de ceux qui se dépassent. C'est pour lutter contre cette tendance, vous le savez bien, que l'on a préconisé les fameuses situations-problèmes. Mais vous savez aussi qu'il n'est pas évident pour tout le monde qu'ils servent à lutter contre stéréotypes et déclencheurs. Il suffit d'entrer dans n'importe quelle classe pour constater que le génie est assez éloigné des propositions d'exploitation que les élèves font de ces situations ...

Au terme de ce trop long exposé, j'ai conscience d'avoir remué beaucoup de choses, certaines connues, d'autres moins. Certaines sont peut-être utiles, d'autres moins. Ai-je trop insisté sur des détails en passant trop vite sur l'essentie Tout ceci est probable et je vous en demande pardon. Tout au plus ai-je essayé de lancer le débat dans l'espoir que, même s'il est tard pour qu'il ait lieu aujourd'hui, nous disposions d'un nombre suffisant de matériaux en commun pour y réfléchir et en reparler ... peut-être l'année prochaine !

x x

x

COMPTE RENDU DE L'ATELIER B2

****

APPORTS DE L'HISTOIRE DES MATHEMATIQUES ET DE L'HISTOIRE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES POUR LA FORMATION DES MAITRES

****

Animateur : Antoine BONNEVAL, EN CERGY (95)

Compte-rendu : Idem

I. L'EXPOSITION "DU CAILLOU A L'ORDINATEUR"

Une partie du temps de travail du groupe a été consacrée à la présentation d'une exposition organisée conjointement par le Musée Départemental de l'Education du Val d'Oise sur le thème de l'histoire du calcul et de son enseignement (cf annexe 1)

La brochure de l'exposition (80 p) est disponible au Musée Départemental de l'Education du Val d'Oise, place des Ecoles, 95310 SAINT-OUEN L'AUMONE, Tel 16-(1)-34-64-03-74, contre 30 F (42 F Fco de port)

A partir de cette exposition, deux types d'animation ont été menés :

- Des visites de classes.

- Des stages de formation continue (deux stages de quinze jours. Entre autres activités, un de ces stages a produit une fiche de préparation de visite, destinée à des CM, sur la première partie de l'exposition) (cf annexe 2)

II. UN EXEMPLE DE TRAVAIL EN FORMATION INITIALE SUR UN TEXTE HISTORIQUE

Une deuxième partie a été consacrée à la présentation d'un travail réalisé avec des normaliens de première année sur un texte mathématique historique.

Le document remis aux normaliens est une traduction en Français de "La Disme" de Simon Stévin. Le texte original date de 1585 ; le texte présenté est une édition française de 1634. Il est disponible à l'IREM de PARIS SUD (Université de Paris VII). (cf annexe 3)

Un questionnaire est remis en sus (cf annexe 4). Le travail est à faire individuellement, à domicile, et par écrit.

La correction a donné lieu à des débats passionnés, permettant de poser soit des questions de contenu (numération, approximation, qualités algorithmiques d'un système) soit des questions épistémologiques et historiques (statut des arguments, nature des preuves, axiomatisation ou heuristique, etc...).

III. QUELS APPORTS EN FORMATION DES MAITRES ?

Le débat s'est orienté autour de quelques points :

- Le constat qu'il n'y a pas en général de pratiques effectives sur l'intégration de la dimension historique dans la formation des maitres, aussi bien en ce qui concerne l'histoire des mathématiques que l'histoire de leur enseignement.

- L'accord quasi-général pour dire que de tels apports sont certainement intéressants dans une perspectives culturelle, voire dans l'aide à l'appropriation de certains contenus.

- L'intuition que probablement ce peut être profitable dans une perspective strictement professionnelle. Il faut néanmoins défricher cette question pour cerner exactement la nature de ces apports et si le ratio "temps"/"résultats" est raisonnable.

Peut-être conviendrait-il de créer un groupe permanent qui travaillerait cette question.

IV. BIBLIOGRAPHIE

Une bibliographie en trois points a été remise aux participants :

- Histoire du calcul
- Histoire de l'enseignement du calcul
- Histoire de l'enseignement des mathématiques et didactique

(cf annexe 5).

Annexe 1

MUSEE DEPARTEMENTAL DE L'EDUCATION - SAINT-OUEN-L'AUMONE

TEL 16-(1) - 34-64-08-74

DU CAILLOU A L'ORDINATEUR

HISTOIRE DU CALCUL ET DE SON ENSEIGNEMENT

OCTOBRE 1987 - DECEMBRE 1988

EN PERIODE SCOLAIRE

Ouvert au public :

Les mercredis et samedis, de 14 h à 17 h

Groupes : sur rendez-vous

Ouvert aux scolaires
Consultation d'archives } Les autres jours sur rendez-vous

EN PERIODE DE VACANCES SCOLAIRES

Ouvert au public les lundis, mercredis, jeudis, vendredis et samedis de 14 h à 17 h

Fermé en août et les jours fériés

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

Annexe 2

VISITE DE L'EXPOSITION "DU CAILLOU A L'ORDINATEUR"

I. ACTIVITES A REALISER AVANT LA VISITE

Les activités proposées dans ce court dossier n'ont pas pour but de déflorer le sujet abordé lors de la visite, mais de faire que les élèves arrivent avec une problématique qui rende plus efficace le commentaire.

Trois notions peuvent être abordées avant la visite :

- Un nombre, ce n'est pas la même chose que le ou les signes qui le représentent.(objectif 1). On n'a pas toujours représenté les nombres comme maintenant (p.ex. les Romains)

- Pour représenter les nombres on utilise des "systèmes" appelés "numérations". Deux propriétés fondamentales permettent de caractériser une numération :

  - La base.(objectif 2).

  - Le fait que la position des chiffres a ou non de l'importance : Si oui, la numération est dite de position, sinon elle est additive.(objectif 3). Certaines seront mixtes.

OBJECTIF 1 :

Il peut être travaillé sur des exemples simples (numération romaine p.ex.). Le nombre "six" ce n'est pas plus 6 que VI qui n'en sont que des représentations. Remarquons que "six" est un nombre de deux chiffres dans le système romain !

OBJECTIF 2

Il peut être travaillé dans notre système, dans le système égyptien ou sino-japonais. Ces trois systèmes privilégient dix. On peut remarquer qu'il n'en est rien pour le système romain qui privilégie deux et cinq (observer les valeurs des signes employés). On peut dire aux enfants que ce pourra être une des choses à observer au musée.

OBJECTIF 3

C'est certainement le plus difficile. En conclusion de chacune des activités proposées, nous proposons le jeu du "shaker" (ou du "méli-mélo").

Un élève (ou le maître) écrit un nombre à un endroit secret (cela servira pour la validation). Il réécrit ensuite chacun des chiffres de ce nombre sur des morceaux de papier différents qu'il remet en désordre à un autre élève. Celui ci doit reconstituer le nombre de départ. Il y a évidemment plusieurs solutions dans un système comme le nôtre, alors que l'ambiguité n'existe pas dans le système égyptien. Le système sino-japonais est mixte (il résiste au shaker par morceaux 'coefficient + symbole de la puissance de dix'). On pourra d'ailleurs mettre en évidence le lien du système sino-japonais avec le fonctionnement de notre numération orale.

Une numération qui résiste au shaker est additive (la position n'a pas d'importance) ; elle est de position dans le cas contraire avec des cas mixtes comme la numération sino-japonaise.

PRATIQUEMENT

Prévoir environ une heure pour Numération égyptienne + Shaker ; un temps analogue pour le système sino-japonais + shaker ; environ une demi-heure pour réaliser une courte synthèse organisée autour de la problématique suivante : " Nous verrons au musée d'autres systèmes de numération ; à partir des deux séances précédentes, qu'est-ce qui nous paraît important d'observer ?"

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Departemental de l'Education

VISITE DE L'EXPOSITION "DU CAILLOU A L'ORDINATEUR"

II. ACTIVITES A REALISER APRES LA VISITE

Il s'agit de reprendre le travail sur les numérations pour prolonger l'exposition et aider les enfants à formuler ce qu'ils ont pu saisir.

Six fiches sont proposées (une par groupe de quatre / cinq élèves).

On peut réserver pour des élèves ayant plus de facilités les fiches concernant les Mayas et les Babyloniens.

Les fiches sont structurées de la même façon, pour faciliter la synthèse en grand groupe.

La synthèse peut s'articuler sous forme d'un tableau qui privilégie le caractère positionnel de certaines numérations (La nôtre, Babylone, Maya), le caractère additif d'autres (Egypte, Aztèque, Rome antique (*), Sumer, Grèce) ou enfin mixte (Chine - Japon). Ceci est réalisé à partir des réponses des enfants aux questions 5 et 6.

On peut également travailler sur un classement suivant la valeur de la base, à partir des réponses à la question 7. (Attention, la réponse n'est pas toujours simple, certaines numérations fonctionnant avec une base et un sous-multiple privilégié - p.ex. Babylone : 60 et 10, ou Maya : 20 et 5).

La réponse à la question 8 donne un regard sur le caractère plus ou moins opératoire des numérations considérees quant à leur capacité à bien traduire visuellement le caractère croissant de la suite des nombres

---

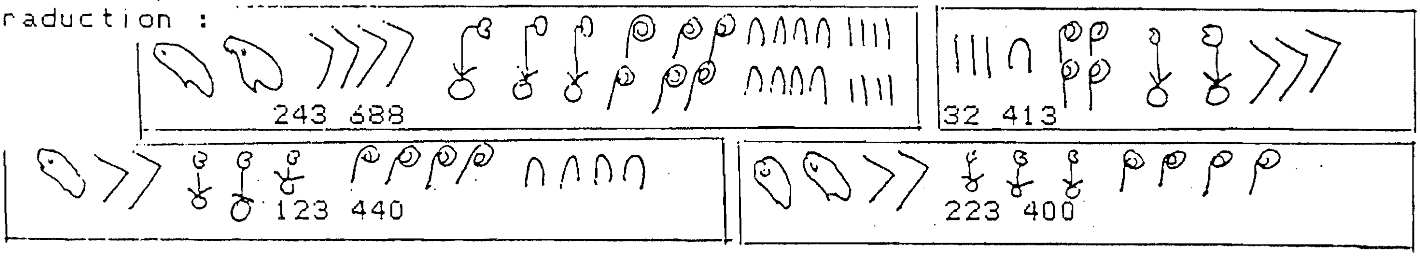
* La numération romaine antique ne connaissait pas le principe des chiffres placés avant un autre et qui correspondent à une soustraction (p.ex. IV comme cinq moins un). Cette façon de faire n'est apparue qu'au Moyen-Age.

NOTE : SI VOUS AVEZ DES REMARQUES A FAIRE CONCERNANT LA MISE EN OEUVRE DE CE DOCUMENT, MERCI D'EN FAIRE PART
SOIT A M.LESMANNE, MUSEE DE L'EDUCATION
SOIT A M.BONNEVAL, ECOLE NORMALE DE CERGY.
VOUS RENDREZ AINSI SERVICE A D'AUTRES COLLEGUES.

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

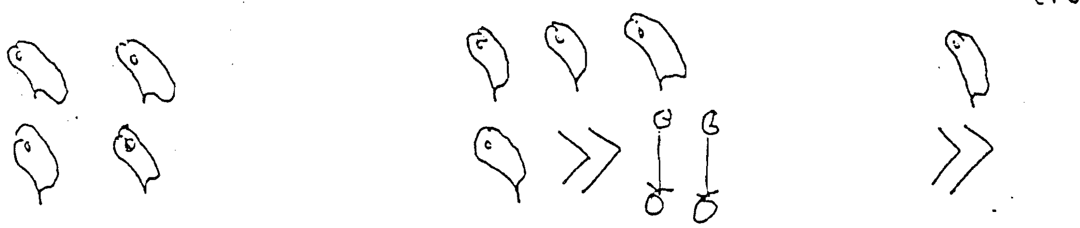
NUMERATION EGYPTIENNE N° 1

1. Inscriptions relevées sur le tombeau du pharaon SEKOU-RE avec leur traduction :



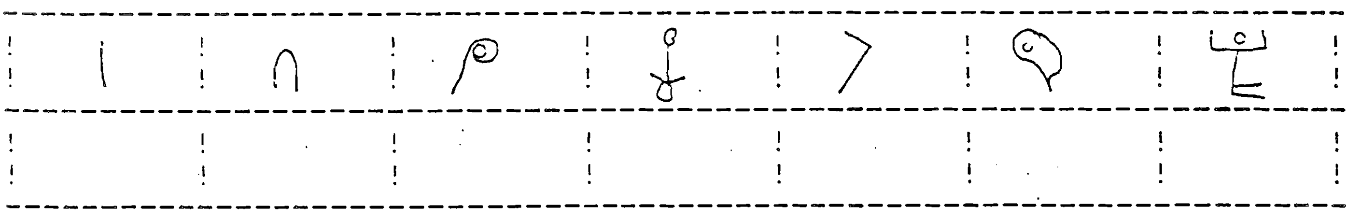
2. Inscriptions relevées sur la massue du roi NEMER.

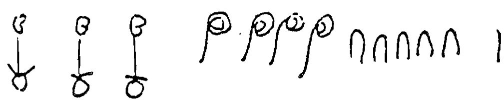
TAUREAUX CHEVRES PRISONNIERS



400 000 422 000 120 000

3. Dans la numération égyptienne, à chaque groupement (unités, dizaines, centaines, etc...) correspond un symbole. Ecris le tableau de correspondance.



4. Observe bien ce nombre ----------> 

Les Egyptiens écrivaient --------> 1000 + 1000 + 1000 + ...

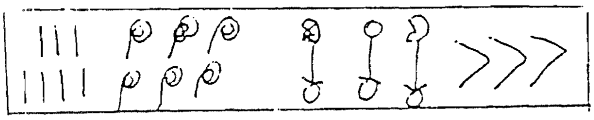
Alors que nous écrivons --------> 3451

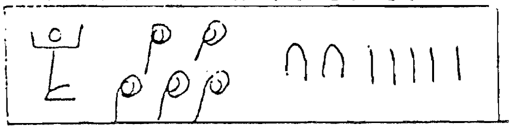
Donc pour retrouver l'ecriture habituelle d'un nombre, il suffit d'ajouter la valeur de chaque symbole egyptien utilise pour ecrire ce nombre.

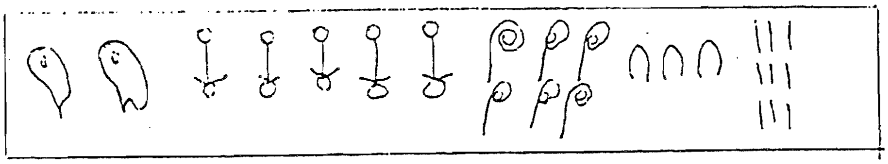
cole Normale du Val d'Oise
usee Departemental de l'Education

NUMERATION EGYPTIENNE N° 2

1. Ecris, avec nos chiffres les nombres égyptiens suivants, d'abord sous la forme d'une somme puis avec l'écriture habituelle.







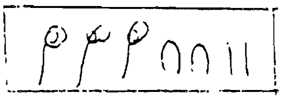
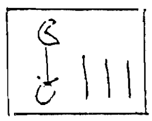
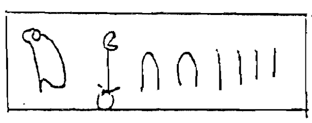
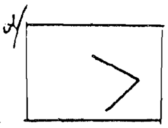
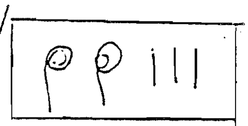
2. Ecris avec les chiffres égyptiens les nombres suivants :
18 608 20 301

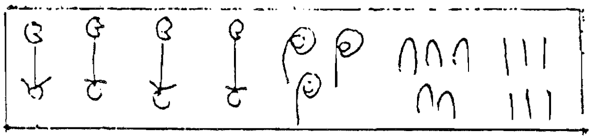
3. Ecris la suite des nombres de 99 à 103
-avec nos chiffres

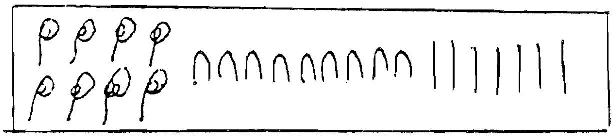
-avec les chiffres égyptiens.

-Quelles observations peux - tu faire ?

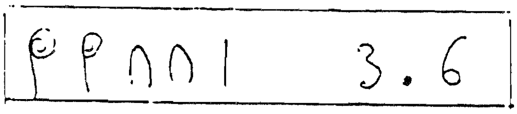
4. Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.

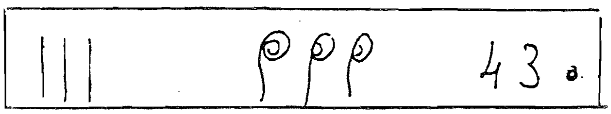
a/  b/  c/  d/  e/ 

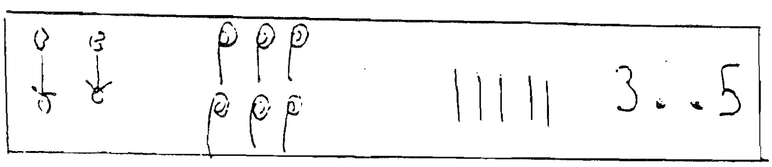




5. La pluie est tombée sur le carnet du professeur Papyrus. Aide - le à retrouver les chiffres effacés (il peut y avoir plusieurs solutions).







Cette fiche est une adaptation de "Numération egyptienne" in "Objectif Calcul CM1" (Y. Clavier et alii , HACHETTE)

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

NUMERATION SINO-JAPONAISE N° 1

1. Voici un extrait d'un journal chinois. On peut lire :

la date 18 → 十八

le mois 12 十二

l'année 1 988 → 千九百八十八 et le n° 324 三百二十四

2. Voici les symboles utilisés pour représenter les nombres :

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	万
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

3. Ecris avec les chiffres sino - japonais les nombres suivants :

13 48 364 879 5 238 7599

4. Ecris avec les chiffres sino - japonais la suite des nombres de 95 à 105

5. Ecris avec nos chiffres les nombres écrits en sino - japonais suivants :

a	b	c	d	e	f	g
十一	二百四十六	三千百九十九	二百八十五	六百五	四千六百三七	八千五百九七

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

NUMERATION SINO-JAPONAISE N° 2

1. Le Japon se compose de 三千十八 petites iles et de 四 grandes iles.

2. Il s'étend sur plus de 三千 kilomètres du nord au sud.

3. Il compte environ 六百 volcans dont 六十 sont en activité.

4. Le plus connu est le Fuji-Yama haut de 三千七百七十六 mètres.

5. La distance de Paris à Tokyo est de 九千九百八十 kilomètres.

6. Aide - toi de ces renseignements pour répondre aux questions suivantes :
   -Quelle est la montagne la plus haute : Le Mont-Blanc (4807 m), le Mont Kenya (5195 m), le Mont Everest (8840 m), l'Anaconqua (7010 m) ou le Fuji-Yama ?

7. Distance de Paris à Mexico (9183 km), New York (5829 km), Pekin (8209 km), Rio de Janeiro (9187 km).
   Quelle est la ville la plus éloignée de Paris : L'une des villes ci-dessus ou Tokyo ?

8. Observe bien la phrase 3 et multiplie les nombres suivants par 10

二十 　 二十百 　 六 　 千一 　 二十 　 三百四五

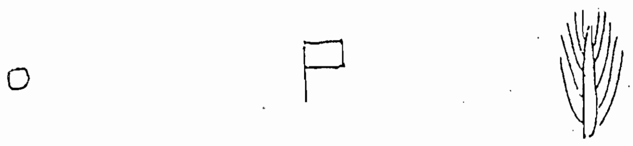
9. Pour apprendre à lire et à écrire, un écolier Japonais doit apprendre environ 二百 caractères , un lycéen 二千 et un étudiant 万

Cette fiche est une adaptation de "Numération egyptienne" in Objectif Calcul CM1 (X. Clavier et alii ... HACHETTE)

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

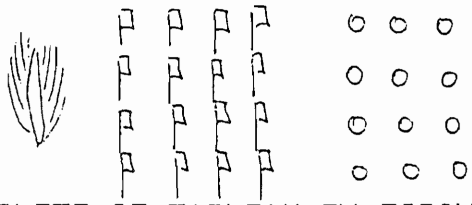
NUMERATION AZTEQUE

1. CHIFFRES UTILISES



2. ECRIS DANS LE SYSTEME AZTEQUE le nombre "trois cent vingt quatre"

3. ECRIS AVEC LES CHIFFRES DE NOTRE SYSTEME



COMPLETE CE TABLEAU EN ECRIVANT LES NOMBRES DANS LE SYSTEME AZTEQUE

9	22	414	1662

4. COMBIEN DE CHIFFRES DIFFERENTS Y A T - IL DANS LE SYSTEME AZTEQUE ?

5. EN FAISANT LE JEU DU MELI-MELO (OU SHAKER), PEUT - ON RETROUVER UN NOMBRE CACHE ?

6. LA POSITION DES CHIFFRES A - T - ELLE DE L'IMPORTANCE ?

7. CE SYSTEME FONCTIONNE T - IL EN BASE

DIX
VINGT
SOIXANTE

AUTRE (OU PRECISION A APPORTER)

8. DANS CE SYSTEME UN NOMBRE ECRIT AVEC BEAUCOUP DE CHIFFRES EST TOUJOURS PLUS GRAND QU'UN NOMBRE ECRIT AVEC MOINS DE CHIFFRES.
(Raye la mauvaise réponse)

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

NUMERATION ROMAINE

1. CHIFFRES UTILISES

I V X L C D M

2. ECRIS DANS LE SYSTEME ROMAIN le nombre "trois cent vingt quatre"

3. ECRIS AVEC LES CHIFFRES DE NOTRE SYSTEME DCCXXXII

COMPLETE CE TABLEAU EN ECRIVANT LES NOMBRES DANS LE SYSTEME ROMAIN

8	11	40	99

4. COMBIEN DE CHIFFRES DIFFERENTS Y A T - IL DANS LE SYSTEME ROMAIN ?

5. EN FAISANT LE JEU DU MELI-MELO (OU SHAKER), PEUT - ON RETROUVER UN NOMBRE CACHE ?

6. LA POSITION DES CHIFFRES A - T - ELLE DE L'IMPORTANCE ?

7. CE SYSTEME FONCTIONNE T - IL EN BASE

DIX
VINGT
SOIXANTE

AUTRE (OU PRECISION A APPORTER)

8. DANS CE SYSTEME UN NOMBRE ECRIT AVEC BEAUCOUP DE CHIFFRES EST TOUJOURS PLUS GRAND QU'UN NOMBRE ECRIT AVEC MOINS DE CHIFFRES.
(Raye la mauvaise réponse)

VRAI

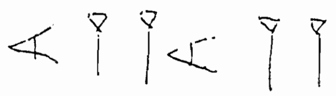
Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

NUMERATION BABYLONIENNE

1. CHIFFRES UTILISES

2. ECRIS DANS LE SYSTEME BABYLONIEN le nombre "trois cent vingt quatre"

3. ECRIS AVEC LES CHIFFRES DE NOTRE SYSTEME



COMPLETE CE TABLEAU EN ECRIVANT LES NOMBRES DANS LE SYSTEME BABYLONIEN

23	59	126	383

4. COMBIEN DE CHIFFRES DIFFERENTS Y A T - IL DANS LE SYSTEME BABYLONIEN ?

5. EN FAISANT LE JEU DU MELI-MELO (OU SHAKER), PEUT - ON RETROUVER UN NOMBRE CACHE ?

6. LA POSITION DES CHIFFRES A - T - ELLE DE L'IMPORTANCE ?

7. CE SYSTEME FONCTIONNE T - IL EN BASE

DIX
VINGT
SOIXANTE

AUTRE (OU PRECISION A APPORTER)

8. DANS CE SYSTEME UN NOMBRE ECRIT AVEC BEAUCOUP DE CHIFFRES EST TOUJOURS PLUS GRAND QU'UN NOMBRE ECRIT AVEC MOINS DE CHIFFRES.

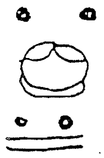
Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

NUMERATION MAYA

1. CHIFFRES UTILISES

2. ECRIS DANS LE SYSTEME MAYA le nombre "trois cent vingt quatre"

3. ECRIS AVEC LES CHIFFRES DE NOTRE SYSTEME



COMPLETE CE TABLEAU EN ECRIVANT LES NOMBRES DANS LE SYSTEME MAYA

23	59	126	383

4. COMBIEN DE CHIFFRES DIFFERENTS Y A T - IL DANS LE SYSTEME MAYA ?

5. EN FAISANT LE JEU DU MELI-MELO (OU SHAKER), PEUT - ON RETROUVER UN NOMBRE CACHE ?

6. LA POSITION DES CHIFFRES A - T - ELLE DE L'IMPORTANCE ?

7. CE SYSTEME FONCTIONNE T - IL EN BASE

DIX
VINGT
SOIXANTE

AUTRE (OU PRECISION A APPORTER)

8. DANS CE SYSTEME UN NOMBRE ECRIT AVEC BEAUCOUP DE CHIFFRES EST TOUJOURS PLUS GRAND QU'UN NOMBRE ECRIT AVEC MOINS DE CHIFFRES.
(Raye la mauvaise réponse)

VRAI
FAUX

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

NUMERATION SUMERIENNE

1. CHIFFRES UTILISES

2. ECRIS DANS LE SYSTEME DE SUMER le nombre "trois cent vingt quatre"

3. ECRIS AVEC LES CHIFFRES DE NOTRE SYSTEME

COMPLETE CE TABLEAU EN ECRIVANT LES NOMBRES DANS LE SYSTEME SUMERIEN

23	59	60	100

4. COMBIEN DE CHIFFRES DIFFERENTS Y A T - IL DANS LE SYSTEME SUMERIEN ?

5. EN FAISANT LE JEU DU MELI-MELO (OU SHAKER), PEUT - ON RETROUVER UN NOMBRE CACHE ?

6. LA POSITION DES CHIFFRES A - T - ELLE DE L'IMPORTANCE ?

7. CE SYSTEME FONCTIONNE T - IL EN BASE

DIX
VINGT
SOIXANTE

AUTRE (OU PRECISION A APPORTER)

8. DANS CE SYSTEME UN NOMBRE ECRIT AVEC BEAUCOUP DE CHIFFRES **EST** TOUJOURS PLUS GRAND QU'UN NOMBRE ECRIT AVEC MOINS DE CHIFFRES.
(Raye la mauvaise réponse)

Ecole Normale du Val d'Oise
Musée Départemental de l'Education

NUMERATION GRECQUE

1. CHIFFRES UTILISES

Α Β Γ Δ Ε Ϛ Ζ Η Θ

Ι Κ Λ Μ Ν Ξ Ο Π Ϙ

Ρ Σ Τ Υ Φ Χ Ψ Ω ϡ

2. ECRIS DANS LE SYSTEME GREC le nombre "trois cent vingt quatre"

3. ECRIS AVEC LES CHIFFRES DE NOTRE SYSTEME

Ψ Λ Β

COMPLETE CE TABLEAU EN ECRIVANT LES NOMBRES DANS LE SYSTEME GREC

23	59	572	831

4. COMBIEN DE CHIFFRES DIFFERENTS Y A T - IL DANS LE SYSTEME GREC ?

5. EN FAISANT LE JEU DU MELI-MELO (OU SHAKER), PEUT - ON RETROUVER UN NOMBRE CACHE ?

6. LA POSITION DES CHIFFRES A - T - ELLE DE L'IMPORTANCE ?

7. CE SYSTEME FONCTIONNE T - IL EN BASE

DIX
VINGT
SOIXANTE

AUTRE (OU PRECISION A APPORTER)

8. DANS CE SYSTEME UN NOMBRE ECRIT AVEC BEAUCOUP DE CHIFFRES EST TOUJOURS PLUS GRAND QU'UN NOMBRE ECRIT AVEC MOINS DE CHIFFRES.
(Raye la mauvaise réponse)

VRAI
FAUX

Annexe 3

LA DISME,

Enseignant facilement expedier par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des Hommes.

Premierement descripte en Flameng, & maintenant convertie en François, par SIMON STEVIN *de Bruges.*

AUX ASTROLOGUES, ARPENTEURS, MESUREURS DE TAPISSERIE, GAUGEURS, STEREOMETRIENS EN general, Maistres de monnoye, & à tous Marchans:

SIMON STEVIN *Salut.*

Quelcun voyant la petitesse de ce livret, & la comparant à la grandeur de vous mes Treshonnorez Seigneurs; *ausquels il est dedié, estimera peut estre nostre concept absurd; Mais s'il considere la Proportion, qui est, comme la petite quantité de cestui cy, à l'humaine imbecillité de ceux là, ainsi ses grandes utilitez, à leurs hauts & ingenieux entendemens, se trouvera avoir faict comparaison des termes extremes, lesquels ne la permettent en conversion de proportion quelconque. Soit doncques le troisiesme au quatriesme. Mais que sera ce proposé? d'aventure quelque invention admirable? non certes, mais chose si simple qu'elle ne merite quasi le nom d'invention, car comme l'homme rustique, & lourd, trouve bien d'aventure quelque grand tresor, sans y avoir usé de science, tout ainsi le semblable est il advenu en cest affaire: Pourtant si quelcun me veulust estimer pour vanteur de mon entendement à cause de l'explication de ces utilitez; sans doubte il demonstre, ou qu'il n'y a en luy ny jugement, ny intelligence, de sçavoir discerner les choses simples des ingenieuses, ou qu'il soit envieux de la prosperité commune; mais quoy qu'il en soit, il ne faut pas omettre l'utilité de cestui cy, pour l'inutile calomnie de cestuy là. Or comme le marinier ayant d'aventure trouvé quelque Isle incognue, declaré franchement au Roy toutes ses richesses, comme d'avoir beaux fruicts, precieux mineraux, plaisantes contrees, &c. sans que cela luy soit reputé pour philautie; ainsi nous parlerons icy librement de la Grande utilité de ceste invention, je di Grande, voire plus Grande que je n'estime qu'aucun de vous autres attende, sans toutesfois me glorifier du mien.*

Veu doncques que la matiere de ceste DISME *(la cause duquel nom sera declarée par la suyvante premiere definition) est nombre, l'utilité des effects de laquelle, vous Mrs est assés notoire par voz continuelles experiences, il ne sera point mestier d'en faire beaucoup de parolles; Car s'il est Astrologue, il sçait que le monde est devenu par les computations Astronomiques (car elles enseignent au Pilote l'elevation de l'Equateur, & du Pole, par le moyen de la table des declinations du Soleil, l'on descript par icelles la vraye longitude & latitude des lieux, &c.) un paradis, abondant en plusieurs lieux, de ce que toutesfois la terre n'y peut point produire. Mais comme le doux n'est jamais sans l'amer, le travail de telles computations ne luy sera point caché, à cause des labourieuses multiplications, & divisions, qui procedent de la soixantiesme progression des Degrez, Minutes, Secondes, Tierces, &c. Mais s'il est Arpenteur, il sçaura le grand benefice que le monde reçoit de sa science, par laquelle s'evitent plusieurs difficultez & noises, qui s'eleveroyent journellement, à cause de l'incognue capacité des terres; outre cela il ne ignore pas (principalement celui auquel les affaires sont grandes) les ennuieuses multiplications, qui procedent des Verges, Pieds, & souvent Doigts, l'un par l'autre, qui n'est pas seulement moleste, mais (combien toutesfois que le mesurer & autres choses precedentes fussent bien expediees) souvent cause d'erreur, tendant au grand dommage de l'un ou de l'autre. Aussi à la ruine de la bonne renommée de l'Arpenteur: Et ainsi des Maistres des monnoyes, Marchans, & chascun au sien. Mais d'autant que ceux là sont plus dignes, & les voies pour y parvenir plus labourieuses, d'autant plus grande est ceste descouverte* DISME *ostant toutes ces difficultez; Mais comment? Elle enseigne (a fin de dire beaucoup en un mot) d'expedier facilement sans nõbres rompuz, tous comptes qui se rencontrent aux affaires des Humains: de sorte que les quatre principes d'Arithmetique que l'on appelle Ajouster, Soubstraire, Multiplier & Diviser par nombres entiers, pourront satisfaire à tel effect: Causant semblable facilité à ceux qui usent des gettons) Or si par tel moyen sera gaigné le precieux temps; Si par tel moyen sera sauvé, ce qui se perderoit autrement; Si par tel moyen sera osté labeur, noise, erreur, dommaige; & autres accidens communement ajoincts à ceux cy, je le mects volontiers à vostre jugement.*

Quant à ce que quelcun me pourroit dire, que plusieurs inventions semblent bonnes au premier regard; Mais quand on s'en veut servir, l'on n'en peut rien effectuer, & comme il avient souvent aux chercheurs de sorts mouvemens, qui [...] des, ou a l'effect, ils ne vallent pas un festu: Nous luy respondons qu'il n'y a icy telle doubte, parce que l'experience s'en faict journellement en la chose mesme; Assavoir par divers expers Arpenteurs Hollandois, ausquels nous l'avons declaré, lesquels (laissans ce qu'ils avoyent inventé chascun à sa maniere, pour amoindrir le travail de leurs computations) l'usent à leur grand contentement, & par tel fruict comme la Nature tesmoigne s'en devoir necessairement suivre: Le mesme aviendra à un chascun de vous autres mes Treshonnores. Seig[rs] *qui seront comme eux. Vivez ce pendant en toute felicité.*

ARGUMENT.

LA Disme a deux parties, Definitions, & Operation. En la premiere partie se declarera par la premiere Definition, quelle chose soit Disme; Par la seconde, troisiesme & quatriesme, que signifie Commencement, Prime, Seconde, &c. & nombres de Disme.

En l'operation se declarera par quatre propositions, l'Addition, Soubstraction, Multiplication, & Division des nombres de Disme, Dequoy l'ordre se peut representer succinctement par telle table:

La Disme a ~~deux parties~~
- Definitions, comme quelle chose soit
  - Disme.
  - Commencement.
  - Prime, Seconde, &c.
  - Nombre de Disme.
- Operation de
  - l'Addition.
  - Soubstraction.
  - Multiplication.
  - Division.

A la fin du precedent sera encore appliqué une Appendice, declarant l'usage de la Disme par quelques exemples & choses.

LA PREMIERE PARTIE DE LA DISME DES definitions.

DEFINITION I.

DISME est une espece d'Arithmetique, inventée par la Dixiesme progression, consistente es characteres des cyfres, par [...]

par nombres entiers sans rompuz, tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes.

Explication.

Soit quelque nombre de mille cent & onze, descript par characteres des cyffres en ceste sorte 1111, ausquels appert que chasque 1 est la dixiesme part de son prochain charactere precedent. Semblablement en 2378, chasque unité du 8, est la dixiesme de chasque unité du 7. Et ainsi de tous les autres. Mais parce qu'il est convenable que les choses desquelles on veut traicter, ayent des noms, & que ceste maniere de computation est trouvée par consideration de telle dixiesme ou disme progression, voire qu'elle consiste entierement en icelle, comme apparoistra cy apres, nous nommons ce traicté proprement & convenablement la Disme, par la mesme on peut operer avec nombres entiers sans rompuz en tous les comptes se rencontrans en nos affaires, comme sera demonstré au suyvant.

Definition II.

Tout nombre entier proposé se dict Commencement, *son signe est tel* ⓪.

Explication.

Par exemple quelque nombre proposé de trois cens soixantequatre, nous le nommons trois cens soixantequatre Commencemens, les descrivant en ceste sorte 364⓪. Et ainsi de tous autres semblables.

Definition III.

Et chasque dixiesme partie de l'unité de commencement nous la nommons Prime, *son signe est tel* ①; *& chasque dixiesme partie de l'unité de prime nous la nommons* Seconde, *son signe est tel* ②. *Et ainsi des autres chasque dixiesme partie, de l'unité de son signe precedent, tousiours en l'ordre un d'avantage.*

Explication.

Comme 3 ① 7 ② 5 ③ 9 ④, c'est à dire 3 *Primes* 7 *Secondes* 5 *Tierces* 9 *Quartes*; & ainsi se pourroit proceder en infini. Mais pour dire de leur valeur, il est notoire, que selon ceste definition, lesdicts nombres font $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{100}$ $\frac{5}{1000}$ $\frac{9}{10000}$, ensemble $\frac{3759}{10000}$. Semblablement 8 ⓪ 9 ① 3 ② 7 ③ vallent 8 $\frac{9}{10}$ $\frac{3}{100}$ $\frac{7}{1000}$, ensemble 8 $\frac{937}{1000}$. Et ainsi d'autres semblables. Il faut aussi sçavoir que nous n'usons en la Disme d'aucuns nombres rompuz, aussi que le nombre de multitude des signes, excepté ⓪, n'excede jamais le 9. Par exemple nous n'escrivons pas 7 ① 12 ②, mais en leur lieu 8 ① 2 ②, car ils vallent autant.

Definition IV.

Les nombres de la precedente seconde & troisiesme Definition se disent en general Nombres de Disme.

Fin des Definitions.

SECONDE PARTIE DE LA DISME DE L'OPERATION.

PROPOSITION I, DE L'ADDITION.

E*stant donnez nombres de Disme à ajouster: Trouver leur somme:*

Explication du donné. Il y a trois ordres de nombres de Disme, desquels le premier 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③, le deuxiesme 37 ⓪ 8 ① 7 ② 5 ③, le troisiesme 875 ⓪ 7 ① 8 ② 2 ③.

Explication du requis. Il nous faut trouver leur somme. *Construction.* On mettra les nombres donnez en ordre comme ci joignant, les aioustant selon la vulgaire maniere d'aiouster nombres entiers, en ceste sorte:

⓪	①	②	③
27	8	4	7
37	6	7	5
875	7	8	2
941	3	0	4

Donne somme (par le 1 probleme de l'Arithmetique) 941304, qui sont (ce que demonstrent les signes dessus les nombres) 941 ⓪ 3 ① 0 ② 4 ③. Ie di, que les mesmes sont la somme requise. *Demonstration.* Les 27 ⓪ 8 ① 4 ② 7 ③ donnez, font (par la 3e definition) 27 $\frac{8}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{7}{1000}$, ensemble 27 $\frac{847}{1000}$, & par mesme raison les 37 ⓪ 6 ① 7 ② 5 ③ vallent 37 $\frac{675}{1000}$, & les 875 ⓪ 7 ① 8 ② 4 ③ feront 875 $\frac{782}{1000}$, lesquels trois nombres, comme 27 $\frac{847}{1000}$, 37 $\frac{675}{1000}$, 875 $\frac{782}{1000}$, font ensemble (par le 10e probleme de l'Arith.) 941 $\frac{304}{1000}$, mais autant vaut aussi la somme 941 ⓪ 3 ① 0 ② 4 ③, c'est

c'est donques la vraye Somme, ce qu'il falloit demonstrer. *Conclusion.* Estant doncques donnez nombres de Disme à ajouster, nous avons trouvé leur Somme, ce qu'il falloit faire.

Nota.

Si aux nombres donnez defailloit quelque signe de leur naturel ordre, on emplira son lieu par le diffaillant. Soyent par exemple les nombres donnez 8 ⓪ 5 ① 6 ②, & 5 ⓪ 7 ②, auquel dernier defaut le signe de l'ordre ①. L'on mettra en son lieu 0 ①, prennant alors comme pour nombre donné 5 ⓪ 0 ① 7 ②, les ajoustant comme cy devant en ceste sorte:

⓪	①	②
8	5	6
5	0	7
13	6	3

Cest avertissement servira aussi aux trois propositions suyvantes, la ou il faut tousiours emplir l'ordre des figures diffaillantes, comme nous avons faict en cest exemple.

PROPOSITION II, DE LA SOUBSTRACTION.

E*stant donné nombre de Disme duquel on soubstraict, & à soubstraire: Trouver leur Reste.*

Explication du donné. Soit le nombre duquel on soubstraict 237 ⓪ 5 ① 7 ② 8 ③, & à soubstraire 59 ⓪ 7 ① 4 ② 9 ③. *Explication du requis.* Il

dent l'on peut approcher si pres, comme la chose le requiert, omettant le residu. Il est bien vray que 13 ⓪ 3 ① 3 $\frac{1}{3}$ ②, ou 13 ⓪ 3 ① 3 ② 3 $\frac{1}{3}$ ③, &c. seroit le parfaict requis, mais nostre intention est d'operer en ceste Disme, par nombres tous entiers, car nous voyons à ce qui se observe aux negoces des hommes, la ou on ne faict point compte de la millieme partie d'une maille, d'un grain, &c. comme le semblable est souvent usé par les principaux Geometriens & Arithmeticiens, en comptes de grande consequence: Comme Ptolemée & Iehan de Montroyal, n'ont pas descript leurs tables des arcs & chordes, ou des sinus, par l'extreme parfection (combien qu'il estoit possible de le faire par nombres multinomies) à cause que ceste imparfection (considerant la fin d'icelles tables) est plus utile que telle parfection.

Nota 2. Les extractions de toutes especes de racines, se peuvent aussi faire par ces nombres de Disme. Par exemple, pour extraire racine quarrée de 5 ② 2 ③ 9 ④, l'on besoignera selon la vulgaire maniere d'extraction en ceste sorte:

2		
5	2	9
2		3
	4	

Et la racine sera 2 ① 3 ②, car la moitie du dernier signe des nombres donnez, est tousiours le dernier signe de la racine; Pourtant si le dernier signe donné fust de nombre imper, l'on y ajoustera son signe prochain suyvant, & sera alors de nombre per, puis on extraira la racine comme dessus.

Semblablement en l'extraction de racine cubique, le tiers du dernier signe donné, sera tousiours le signe de la racine, & ainsi de toutes autres especes de racines.

Fin de la Disme.

APPENDICE.

PREFACE.

Puis que nous avons descript cy devant la Disme, nous viendrons maintenant à l'usage d'icelle, demonstrans par 6 Articles, comment tous comptes se rencontrans aux affaires des hommes, se peuvent facilement expedier par icelle, commençant premierement (comme elles ont aussi esté premierement mises en œuvre) aux computations d'Arpenterie comme s'ensuit.

ARTICLE I, DES COMPUTATIONS DE L'ARPENTERIE.

L'On nommera la verge aussi *Commencement*, qui est 1 ⓪ la partissant en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis se partira chascune *Prime* autrefois en dix parties egales, desquelles chascune fera 1 ②, & si on requiert les divisions plus petites, on divisera chasque 1 ② autrefois en dix parties egales, & chascune vaudra 1 ③, procedant ainsi plus avant s'il fust besoing, mais quant à l'Arpenterie, les parties en *Secondes* sont assez petites, mais pour les choses qui requierent la mesure plus juste, comme toicts de plomb, Corps, &c. l'on y peut user des *Tierces*. Quant à ce que la plus part des Arpenteurs n'usent pas de verge ains une chaisne de trois, quatre, ou cincq verges, signans sur le baston de leur croix rectangulaire, quelques cincq ou six pieds avec leur doigts, le semblable se peut faire icy, car au lieu d'iceux cincq ou six pieds avec leurs doigts, l'on peut mettre six ou cincq *Primes* avec leurs *Secondes*.

Cecy estant ainsi preparé, l'on usera en mesurant de ces parties, sans prendre egard aux pieds ou doigts que contient la verge selon la coustume du païs, & ce qui se debura Ajouster, Soubstraire, Multiplier ou Diviser selon ceste mesure, se fera selon la doctrine des precedens exemples.

Par exemple, il faut ajouster quatre triangles, ou superfices de terre, desquelles la premiere 345 ⓪ 7 ① 2 ②, La deuxiesme 872 ⓪ 5 ① 3 ②, La troisiesme 615 ⓪ 4 ① 8 ②, La quatriesme 956 ⓪ 8 ① 6 ②, les mesmes ajoustez selon la maniere declarée à la premiere proposition de ceste Disme en ceste sorte:

			⓪	①	②
	3	4	5	7	2
	8	7	2	5	3
	6	1	5	4	8
	9	5	6	8	6
2	7	9	0	5	9

Leur somme sera 2790 ⓪ ou verges 5 ① 9 ②, lesdictes verges parties selon la coustume, par autant qu'il y a des verges en un Arpent, on aura les arpens requis. Mais si l'on veut sçavoir combien de pieds & doigts font les 5 ① 9 ② (ce que l'Arpenteur ne fera qu'une fois, à la fin du compte qu'il livre aux proprietaires, cõbien que la plus-part d'eux, estiment inutile d'y faire mention de pieds ou doigts) on verra sur la verge combien de pieds & doigts (qui sont marquez joignant les dixiesmes parties sur un autre costé de la verge) s'accordent aux mesmes.

	⓪	①	②
5	7	3	2
3	2	5	7
2	4	7	5

Au second, estant à soubstraire 57 ⓪ 3 ① 2 ②, de 325 ⓪ 5 ① 7 ②, l'on besoignera selon la seconde proposition de ceste Disme en ceste sorte:

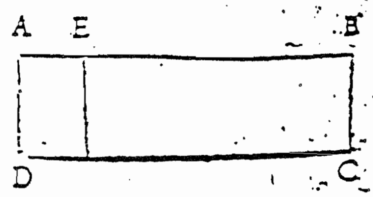
Et restent 24 ⓪ ou verges 7 ① 5 ②.

Au troisiesme, estant à multiplier (à cause des costez de quelque triangle ou quadrangle) 8 ⓪ 7 ① 3 ②, par 7 ⓪ 5 ① 4 ②, l'on fera selon la 3e proposition de ceste Disme en ceste sorte:

			⓪	①	②
			8	7	3
			7	5	4
			3	4	9	2
		4	3	6	5	
	6	1	1	1		
6	5	8	2	4	2
⓪	①	②	③	④	

Et donnent produict ou superfice 65 ⓪ 8 ①, &c.

Au quatriesme, Soit A B C D, quelque quadrangle rectangle, duquel il faut couper 367 ⓪ 6 ①, & le costé A D faict 26 ⓪ 3 ①, La demande est combien l'on mesurera depuis A vers B, pour couper (j'entens par une ligne parallele avec A D) lesdictes 367 ⓪ 6 ①.



L'on partira 367 ⓪ 6 ①, par 26 ⓪ 3 ①, selon la quatriesme proposition de ceste Disme ainsi:

NOTA. Quelcun ignorant ... ar c'est à cestuy-là que nous (rlons icy) les foudamens de Stereometrie, pourroit penser pourquoy l'on dict, de la grandeur de la colomne cy dessus, n'est que de ③, &c. veu qu'elle contient plus que 180 cubes, despuis la longueur de chasque costé est de 1 ①; Il sçaura que le corps d'une verge n'est pas un corps de 10 ③, comme une verge en longueur, mais de 1000 ③, en respect dequoy 1 ① faict 100 cubes chascun de 1 ③; comme le semblable est assez notoire aux Arpenteurs en superfice; Car quand on dict 2 verges 3 pieds de terre, cela ne s'entend point 2 verges & trois pieds quarrez mais deux verges & (comptant 12 pieds pour la verge) 36 pieds quarrez. Pourtant si la demande cy dessus eust esté, de combien de cubes chascun de 1 ① est la grandeur de ladicte colomne, l'on accommoderoit la solution conforme au requis; considerant que chasque 1 ① de ceux cy, faict 100 ① de ceux là; & chasque 1 ② de ceux cy, 10 ① de ceux là, &c. Ou autrement si la diziesme part de la verge est la plus grande mesure que le Stereometrien se propose, il la peut nommer 1 ⓪, & puis comme dessus.

ARTICLE V, DES COMPVTATIONS ASTRONOMIQVES.

Ayans les anciens Astronomes parti le circle en 360 degrez, ils voyoient que les computations Astronomiques d'icelles, avec leurs partitions, estoyent trop laborieuses, pourtant ils ont parti chasque degré en certaines parties, & les mesmes autrefois en autant, &c. à fin de pouvoir par ainsi tousiours operer par nombres entiers, en choisissans la soixantiesme progression, parce que 60 est nombre mesurable par plusieurs mesures entieres, à sçavoir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, mais si l'on peut croire l'experience (ce que nous disons par toute reverence de la venerable antiquité & esmeu avec l'utilité commune) certes la soixantiesme progression n'estoit pas la plus commode, au moins entre celles qui consistoyent potentiellement en la nature, ains la diziesme qui est telle: Nous nommons les 360 degrez aussi *Commencemens*, les denotans ainsi 360 ⓪, & chascun degré ou 1 ⓪ se divisera en 10 parties egales, desquelles chascune fera 1 ①, puis chasque 1 ① en 10 ②, & ainsi des autres, comme le semblable est faict par plusieurs fois cy devant.

Or estant entendue ceste partition, nous pourrions descrire selon ce qu'a esté promis, leur facile maniere de Adouster, Soubstraire, Multiplier, & Diviser, mais veu qu'elles n'ont aucune difference des quatre propositions precedentes, tel escrit ne seroit que perdre le temps, pourtant nous les laisserons servir pour exemples de cest article; Y adioustant encore cecy, que nous userons de ceste maniere de partition, en toutes les tables & comptes, se rencontrans en l'Astronomie, que nous esperons de divulger, en nostre vulgaire langue Germanique qui est la plus riche, la plus ornée, & la plus parfaicte langue de toutes langues, de la tresexquise singulierete, de laquelle nous attendons de brief autre demonstration plus abondante, que Pierre & Iehan en ont faict en la BEWYSKONST ou DIALECTIQVE nagueres divulgée.

ARTICLE VI, DES COMPTES DES MAISTRES DES MONNOIES, Marchans & de tous estats en general.

AFIN de dire en brief & en general, la somme & contenu de cest article, faut sçavoir qu'on partira toutes mesures, comme Longue, Humide, Seiche, Argent, &c. par la precedente diziesme progression & chasque fameuse espece d'icelles se nommera *Commencement*, comme Marc, *Commencement* des pois, par lesquels se poise l'or & l'argent; Livre, *Commencement* des autres pois communs; Livre de gros en Flandres, Livre Esterlain en Angleterre, Ducat en Hispaigne, &c. *Commencement* de monnoye; Le plus haut signe du marc sera ④, car 1 ④ pesera environ la moitie d'un Es d'Anvers, la ③ suffira pour le plus haut signe de la Livre de gros, veu que telle 1 ③ faict moins que le quart d'un ₰.

Les soubdivisions des pois, pour peser toutes choses, seront (au lieu de demilivre, quart, demiquart, once, demionce, esterlin, grain, es, &c.) de chasque signe 5, 3, 2, 1, c'est à dire, qu'apres la livre ou 1 ⓪, suivera un pois de 5 ① (faisant ½ lb) puis de 3 ①, puis de 2 ①, puis de 1 ①, & semblables soubdivisions aura aussi la 1 ① & autres suivans.

Nous estimons aussi utile, que chasque soubdivision voire de quelle matiere fust son subject, soit nommé *Prime, Seconde, Tierce, &c.* & cela à cause qu'il nous est notoire, que *Seconde* multipliee par *Tierce* donne produict *Quinte* (parce que 2 & 3 sont 5 comme il est dict cy dessus,) Item que *Tierce*, divisée par *Seconde* donne quotient *Prime, &c.* ce qui ne se pourroit faire si proprement par autres noms; Mais quant on les veut nommer par distinction des matieres (comme l'on dict demie aulne, demie livre, demie pinte, &c.) nous les pouvons nommer Prime de Marc, Seconde de Marc, Seconde de Livre, Seconde d'Aulne, &c.

Mais à fin d'en donner exemple, posons que 1 marc d'or vaut 36 lb 5 ① 3 ②, la demande est combien monteront 8 marcs 3 ① 5 ② 4 ③: L'on multipliera 3653 par 8354, donne produict par la 3 proposition qui est aussi la solution requise, 305 lb 1 ① 7 ② 1 ③, quant aux 6 ④ 2 ⑤, elles ne sont icy de nulle estime.

Posons autrefois que 2 aulnes 3 ①, coustent 3 lb 2 ① 5 ②, La demande est combien cousteront 7 aulnes 5 ① 3 ②: On multipliera selon la coustume, le dernier terme donné par le second, & le produict se divisera par le premier, c'est à dire, 753 par 325, faict 244725, qui divise par 23, donne quotient & solution 10 lb 6 ① 4 ②.

Nous pourrons donner autres exemples en toutes les vulgaires reigles d'Arithmetique, se rencontrans souvent es traffiques des hommes, Comme la reigle de Compaignie, d'Interest, de Change, &c. demonstrans comment elles se peuvent toutes expedier par nombres entiers, aussi ceste facile operation par les gettons, mais veu qu'il est assez notoire par les precedens, nous n'en ferons point de mention.

Nous sçaurions aussi demonstrer plus amplement, par comparaison de facheux exemples en rompuz, la grande difference de facilité, qu'il y a de ceux cy à ceux là, mais nous le passons outre à cause de briefveté.

AV dernier il nous faut encore dire de quelque difference qu'il il y a de ce 6e article, aux 5 articles precedens, c'est que chascune personne peut exercer pour soy mesme la dixiesme partition desdicts precedens 5 articles, sans qu'il sera mestier d'en estre donné par le Magistrat quelque ordre general, mais cela pas ainsi en ce dernier, car ses exemples sont vulgaires computations, qui se rencontrent à chasque moment, ausquels il seroit convenable, que la solution ainsi trouvée fust d'un chascun acceptée pour bonne & legitime. Pourtant considerant sa tresgrande utilité, ce seroit chose loüable, si quelcuns, comme ceux qui en attendent la plus grande commodité, solicitoyent de la faire mettre en effect, à sçavoir que joignant les vulgaires partitions qu'il y a maintenant des Mesures, Pois, & Argent (demeurant chasque capitale mesure, Pois & Argent, en tous lieux immuable) l'on ordonnast encore legitimement par les Superieurs, la susdicte dixiesme partition, à fin que chascun qui vouldroit la pourroit user.

Il avanceroit aussi la chose, si les valeurs d'argent, principalement de ce qui se forge de nouveau, fussent valuez sur quelques *Primes, Secondes, Tierces, &c.*

Mais si tout cecy ne fust pas mis en œuvre, si tost comme nous le pourrions souhaiter, il nous contentera premierement, qu'il sera du bien à nos successeurs, car il est certain, que si les hommes futurs, sont de telle nature comme ont esté les precedens, qu'ils ne seront pas tousiours negligens en leur si grand avantage.

Au second, ce n'est pas le plus abject sçavoir à un chascun en particulier, qu'il luy est notoire, comment les hommes se peuvent delivrer eux mesmes à toute heure qu'ils vouldroyent, de tant & de si grands labeurs.

Au dernier, combien que l'effect de ce 6e Article n'apparoistra point, peut estre, en quelques temps, toutesfois un chascun pourra exercer les cinc precedens, comme il est notoire, qu'aucuns des mesmes sont desia mis en œuvre.

Fin de l'Appendice.

Antoine BONNEVAL
EN 95
Janvier 1988

QUESTIONNAIRE SUR LA DISME

Le texte original est paru en 1585. Le texte reproduit en est une version française de 1634.

Qui est l'auteur ? Quelle est la langue dans laquelle a d'abord été écrite "La Disme" ? Qui sont les destinataires ?

Expliquer le sous-titre (nombres entiers sans rompus). Quel concept est donc antérieur à l'autre : le concept de fraction ou celui de nombre décimal ?

Préface :

Quels sont les arguments présentés en faveur de la Disme ? (voir plutot la 2e page). De quelle nature sont-ils (théoriques ou autres) ? Le calcul écrit est-il la seule forme de calcul évoqué ?

Argument : c'est le résumé ou l' "abstract" des communications scientifiques modernes.

1ere partie.

Quel mot équivalent à "Disme" pourrait-on employer ?

Quel est le terme actuel pour "Commencement"? Que pensez-vous de la notation employée pour écrire les nombres entiers ?

Quels sont les termes actuels pour Prime, Seconde, Tierce etc...? Dans l'explication de la définition III, qu'est ce qui est supposé connu du lecteur ? Y a-t-il des signes opératoires (+, X, etc...) ?

La notation proposée met-elle bien en évidence la symétrie du système avant / après la virgule ? Est-ce une représentation où la position joue un rôle esentiel ? (voir en particulier le Nota après l'addition)

Expliquez, avec les notations actuelles, la remarque qui est à la fin de l'explication de la définition III.

2e partie.

Proposition I et II .

Donné, Requis, Construction : Quels seraient les termes actuels ?

Quelle est la règle pratique dégagée ? La démonstration en est-elle vraiment une ? (Par exemple un souci de généralisation ?)

L'emploi du o (zéro) évoqué dans le Nota est - il indispensable ?

Proposition III.

Quelle est la règle pratique dégagée ? Comment est-elle justifiée ?

Quelle est l'opération effectuée en Nota ? A quoi correspond une partie entière non-écrite ?

Proposition IV.

Quel est l'exemple numérique traité ? Expliquer la règle 5 - 2 = 3. Est-elle juste dans tous les cas de division (p.ex 2,2 : 0,3).

Quels sont les problémes spécifiques de la division abordés dans chaque exemple numérique du Nota 1 ? Les recenser et indiquer rapidement comment ils sont traités ?

Quel est le calcul effectué au Nota 2 ? Quelle est la règle dégagée ?

Appendice : En le parcourant rapidement, essayer d'expliquer comment Stevin applique la Disme à différents domaines. Les différents systèmes d'unités sont-ils cohérents entre eux ?

A. BONNEVAL
EN 95
JUIN 1988

BIBLIOGRAPHIE

1. HISTOIRE DU CALCUL

CERQUETTI-ABERKANE, Histoire de comptes, coll. Fenêtres ouvertes sur les ciences, PARIS, EPIGONES, 1987 (ouvrage pour enfants)

COLETTE Jean-Pierre, Histoire des mathématiques, OTTAWA-PARIS, VUIBERT, 1973

DANTZIG Tobias, Le nombre, langage de la science, PARIS, BLANCHARD, 1974

DEDRON-ITARD, Mathématiques et mathématiciens, PARIS, MAGNARD, 1959

DHOMBRES Jean, Nombre, mesure et continu, PARIS, CEDIC NATHAN, 1978

DHOMBRES J.et alii, Mathématiques au fil des âges, PARIS, GAUTHIER-VILLARS, 1987

GUITEL Geneviève, Histoire comparée des numérations écrites, PARIS, FLAMMARION, 1975

HOCQUENGHEM M.L. et alii, Histoire des mathématiques pour les collèges, PARIS, CEDIC NATHAN, 1980

IFRAH Georges, Histoire universelle des chiffres, PARIS, SEGHERS, 1981

IFRAH Georges, Les chiffres ou l'histoire d'une grande invention, PARIS, LAFONT, 1985

IFRAH Georges, La saga du calcul, PARIS, TEXAS INSTRUMENTS, 1987

LIGONNIERE Robert, Préhistoire et histoire des ordinateurs, PARIS, Robert LAFFONT, 1987

MARTZLOFF J.C., Histoire des mathématiques chinoises, PARIS, MASSON, 1988

NOEL E., Le matin des mathématiciens, PARIS, BELIN-FRANCE CULTURE, 1986

TATON René, Histoire générale des sciences, PARIS, P.U.F, 1964

2. HISTOIRE DE L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL

BRESSON Denis, Petite arithmétique sociale, Revue "Pour la Science", n° 126, p 102-107, Avril 1988, PARIS

BUISSON Ferdinand, Dictionnaire de pédagogie, PARIS, HACHETTE, 1882

CHARTIER R., JULIA D., COMPERE M.M., L'Education en France du XVIe au XVIIIe siècle, PARIS, SEDES, ?

CHASSAING J.F., Les manuels de l'enseignement primaire de la Révolution et les idées révolutionnaires p 97-193 in MORANGE/CHASSAING, Le mouvement de réforme de l'enseignement en France 1760-1798, PARIS, P.U.F., 1974

CHOUCHAN Michèle, Le secondaire en proie aux maths, revue Esprit n° 11-12, p120-132 (repères chronologiques p 125-128), PARIS, 1982

DAINVILLE F.de, L'enseignement des mathématiques dans les collèges de Jésuites du XVIe au XVIIe siècle in L'éducation des Jésuites, PARIS, Editions de Minuit, ?

DECORET Bruno, Les mathématiques, in AVANZINI Guy (collectif), Histoire de la pédagogie du XVIIe siècle à nos jours, TOULOUSE, PRIVAT, 1981

DHOMBRES Jean, L'histoire de l'enseignement des mathématiques, avances anglaises, retards français, revue Histoire de l'Education ,1984, n°21 p.59-66

Du Caillou à l'ordinateur, Collectif, Musée départemental de l'éducation du Val d'Oise, SAINT OUEN L'AUMONE, 1987

GIOLITTO Pierre, Abécédaire et férule. Maîtres et écoliers de Charlemagne à Jules Ferry, PARIS, IMAGO, 1986

GUIARD Claude, Le jeu de l'oie et le système métrique ou la preuve par 8, revue Histoire de l'Education, n° 19-20, PARIS, 1984

HARLE André, l'image du nombre dans les manuels scolaires de l'enseignement primaire au début du XXe siècle in Fragments d'histoire des mathématiques II, brochure A.P.M.E.P.n° 65, PARIS, 1987

HARLE André, L'arithmétique des manuels de l'enseignement élémentaire français au début du XXe siècle, Thèse de didactique, Paris 7, 1984, (disponible à l' IREM de PICARDIE, ST QUENTIN)

HEBRARD Jean, Comment l'arithmétique vint à l'école, in Du caillou à l'ordinateur, op.cit., 1987

HOWSON Geoffrey, A History of mathematics education in England, CAMBRIDGE, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1982

HULIN Nicole, L'histoire des sciences dans l'enseignement scientifique. Aperçu historique, Revue Française de Pédagogie, n° 66 p.15-27, PARIS, 1984

ILLMER D., Arithmetik in der gelehrten Arbitwerse des frühens Mittelalters : Instutitionen, Kultur u gesellschaft. Festschrift für J.Fleckenstein, SIGMARINGEN, JAN THORBECKE VERLAG, 1984

ITARD Jean, L'évolution de l'enseignement des mathématiques en France de 1872 à 1972, et Les opinions de l'abbé de La Chapelle sur l'enseignement des mathématiques in Essais d'histoire des mathématiques, textes réunis et introduits par RASHED R., PARIS BLANCHARD, ?

KALEKA G., LEDOUX F., ROUCHIER A., ROZOY-SENECHAL B., La politique de l'ignorance, Mathématiques Enseignement et Société, recueil de textes, revue RECHERCHES, n°41, PARIS, 1980

KOUSKOFF Georges, Tradition et nouveauté dans l'enseignement mathématique de Charles de Bovelles in Charles de Bovelles en son 5e centenaire 1479-1979, colloque NOYON, Sept 79, p 199-210, PARIS, G.TREDANIEL, 1982

LABAT, Histoire générale de l'Enseignement et de l'Education en France, PARIS, N.R.F., ?

MAISTRE Gilbert, Un manuscrit savoyard d'un livre d'arithmétique à l'usage des marchands du XVIIIe siècle, Cahiers du vieux Conflans, 29e année, n° 113, p 69-75, ALBERTVILLE, 1979

MAREC Yves, Arithmétique révolutionnaire à Rouen, (1789-1799), revue Histoire de l'Education, n° 19-20, PARIS, 1984

MAREC Yves, L'introduction du calcul décimal et du système métrique à Rouen pendant la Révolution, in La rigueur et le calcul, PARIS, CEDIC NATHAN, 1982

MARROU Henri Irénée, Histoire de l'éducation dans l'antiquité, 7e édition, PARIS, LE SEUIL, 1971; coll Points Histoire

NATIONAL COUNCIL of Teachers of Mathematics, 1970, A History of Mathematical Education in the United States and Canada, NCTM.

MIALARET G. et VIAL J., Histoire mondiale de l'Education, PARIS, P.U.F., 1981

RICHE Pierre, Les écoles et l'enseignement dans l'Occident chrétien de la fin du Ve siècle au milieu du XIe siècle, PARIS, AUBIER MONTAIGNE, 1979

RICHE Pierre, Gerbert d'Aurillac, le pape de l'an mil, PARIS, FAYARD, 1987

SCHUBRING Gert, Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques particulièrement en France et en Prusse, revue Recherches en Didactique des mathématiques, vol 5.3, p 343-385, PARIS, 1985

TATON René, Enseignement et diffusion des sciences en France au XVIIIe siècle, 2e éd., PARIS, HERMANN, 1986

YELDHAM F.A., The Teaching of Arithmetic through four hundred years (1535-1935), LONDRES, HARRAP, 1936

3. HISTOIRE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES ET DIDACTIQUE

GLAESER G., Racines historiques de la didactique des mathématiques, cours 3e cycle, STRASBOURG, Université Louis Pasteur, 1984-85

GLAESER G., Vers une nouvelle orientation dans l'histoire de l'éducation, Revue Recherches en didactique des mathématiques, vol 4.3, PARIS, 1984

FONTENEAU Guy, Attitude des instituteurs en face de la rénovation de 1970 de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, Thèse de 3e cycle, Université de TOULOUSE II, 1982

SCHUBRING Gert, Introduction à la chronique historique sur l'enseignement des mathématiques, Revue Recherches en didactique des mathématiques, vol 4.3, p 325-331, PARIS, 1983

SCHUBRING Gert, L'histoire de l'enseignement des mathématiques comme sujet de recherche en didactique des mathématiques, revue Cahiers de Didactique des mathématiques, n° 27, IREM Université Paris 7, PARIS, 1984

HOWSON Geoffrey, On writing a history of mathematics education, revue Recherches en didactique des mathématiques, n° 5.2 p.238-252, PARIS 1984

x X

x

GROUPE B3

L' APPORT DES BANQUES DE DONNEES EN MATIERE D' EVALUATION DANS L' ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Un exemple : la banque de ressources documentaires D.I.D.A.C.

Animation : Daniel GILIS
Rapport : Daniel GILIS

Bien que l' intitulé du groupe de travail fasse référence au problème de l' évaluation, il a été traité au cours de cette séance beaucoup plus que cela, en raison de la richesse des potentialités éducatives offertes par les gisements de connaissances que sont les banques de données accessibles sur sites informatiques ou télématiques.

La séance s' est déroulée en deux temps :

1. une information d' ordre général visant à dresser une typologie des banques de données, assortie d' une discussion sur l' intérêt pédagogique et didactique de ce genre d' outil pour l' enseignement des mathématiques,
2. une présentation d' un exemple de banque de données : la banque de ressources documentaires vidéotex D.I.D.A.C. , suivie d' une consultation en ligne.

PREMIERE PARTIE

Sans dresser un état de l' art exhaustif en matière de banque de données, nous avons présenté un rapide panorama des facettes de cet outil de communication et d' information en considérant trois aspects :

a/ les types d' applications possibles
b/ l' offre de services
c/ les usages d' ordre éducatif

A/ Les types d' applications possibles

La séance a débuté par une clarification de langage au sujet des termes "banque de données", "base de données".
Ces vocables ont suscité de nombreux débats chez les spécialistes d' informatique documentaire, au cours desquels était privilégié tantôt le contenu, tantôt la structure, afin de les distinguer. Ces dernières années, conformément aux recommandations de l' AFNOR, l' usage qui prévaut consiste à différencier "banque" et "base" à partir de la structure et non pas du contenu.
Une base est un ensemble structuré de données, enregistré sur un support informatique, pour satisfaire les besoins d' information de plusieurs utilisateurs simultanément. Quant à la banque de données, il s' agit d' un ensemble d' informations, généralement organisé en base de données, et couvrant de façon la plus exhaustive possible un champ de connaissances.

Parmi les champs de connaissances liés à l' éducation, le domaine de l' enseignement des mathématiques a donné lieu à la réalisation de différents types de banques et bases de données accessibles sur ordinateur ou minitel.
Nous avons résumé dans le tableau ci-dessous quelques unes de ces applications, en considérant deux critères : le type de banque (banque d' exercices/banque de références bibliographiques), le type de site pour la consultation (site informatique/site télématique).

	SITE	
	télématique	informatique
BANQUES D' EXERCICES	A.P.M.E.P. D.I.D.A.C.	Banque BRUYERE
BANQUE DE REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	D.I.D.A.C.	

Les banques BRUYERE et APMEP ont fait l' objet d' une courte présentation, quant à la banque D.I.D.A.C. nous lui avons consacré toute la seconde partie de la séance de travail.

B/ L' offre de services

Faute d' informations centralisées, il a été difficile de préciser quelle est l' ampleur de l' offre de services touchant les banques de données consultables dans le cadre de l' Education Nationale, à la suite en particulier de la mise en place du Plan Télématique pour Tous en 1986 visant à équiper en micro-serveurs différents types d' établissements (écoles, collèges, lycées, E.N.).

Par contre, nous avons pu cerner avec précision l' offre des services "banques de données" à contenu éducatif, sur le réseau Kiosque destiné au grand public (Télétel 3, 3615). En effet, ce à quoi on assiste depuis ces deux ou trois dernières années, c' est à un développement concurrentiel important de servives éducatifs émanant de sociétés privées. Cela se traduit par la mise à la disposition des utilisateurs de banques d' exercices - la plupart du temps sous forme de O.C.M. - couvrant toutes les disciplines et dont la valeur pédagogique laisse plus ou moins à désirer.

C/ Les usages d' ordre éducatif

Quant aux usages possibles des banques de données et de la télématique comme outils pédagogiques, nous avons essayé de montrer qu' ils pouvaient être orientés

1. vers l' information et la documentation des acteurs du processus d' enseignement (enseignants, formateurs,...), avec en particulier la consultation de banques de données bibliographiques.

2. vers l' aide à l' enseignement à travers l' exploitation de banques d' exercices pouvant être mises à la disposition des élèves et qui intégrées dans les stratégies didactiques particulières permettent aux enseignants de disposer d' éléments d' appréciation sur la manière dont les connaissances sont assimilées, gérées par les élèves.

3. vers l' aide à la formation des élèves-maîtres : l'utilisation d' une banque de données relative à l' enseignement des mathématiques peut être envisagée par un formateur dans le but
   a. d' initier les élèves-maîtres à l' interrogation documentaire
   b. d' engager une réflexion sur les tenants et les aboutissants des usages possibles d' un tel outil : à quelles conditions et comment les informations consultées sont-elles transposables, réinvestissables dans le cadre du fonctionnement et de la gestion de la classe ? comment faire une interrogation documentaire permettant de recueillir le maximum de données correspondant à un besoin précis d' informations, pour un coût de consultation minimum ?

DEUXIEME PARTIE

Nous serons plus bref dans le compte rendu de la deuxième partie de la séance de travail, car celle-ci a été consacrée à une présentation en ligne sur minitel de la banque D.I.D.A.C. (Dispositif télé-Informatisé de Documentation pour l' Accès aux Connaissances), développée par l' I.N.R.P. Nous renvoyons le lecteur au document annexe pour une plus ample information sur cette banque de ressources documentaires vidéotex.

Ce système est dédié au transfert des acquis de la recherche sur l' éducation mathématique auprès des acteurs et partenaires du système éducatif. Il comporte un certain nombre de services axés sur

- l' information, la documentation avec

  . une base de références bibliographiques sur les recherches en matière de didactique et de psychologie du développement et de l' apprentissage des mathématiques

  . une base d' épreuves mathématiques issues des travaux de recherche signalés dans la base de données bibliographiques

- la communication et le débat d' idées avec

    . une messagerie
    . un forum en temps réel ou en différé.

CONCLUSION

Il serait souhaitable de disposer d' un recensement des applications vidéotex du type banques d' exercices, banques de données bibliographiques concernant l' enseignement des mathématiques produites dans le cadre des établissements scolaires et en particulièr celui des E.N. La diffusion de ce type d' information auprès des membres de la communauté éducative permettrait des confrontations d' expériences, sûrement enrichissantes.

LA BANQUE D.I.D.A.C. : L'ECHO ET LA MEMOIRE DES RECHERCHES SUR L'EDUCATION MATHEMATIQUE

Daniel GILIS (I.N.R.P.)

POURQUOI UNE BANQUE DE DONNEES DEDIEE AUX RECHERCHES SUR L' ENSEIGNEMENT ET L' APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES ?

Au cours des vingt dernières années, un patrimoine de connaissances sur l' enseignement et l'apprentissage des mathématiques concernant tous les niveaux du cursus scolaire s' est constitué à travers l'activité éditoriale de divers organismes de recherche : C.N.R.S., I.N.R.P., I.R.E.M., Universités (laboratoires de psychologie et/ou de pédagogie).

Cependant, pour les acteurs et les usagers de l'école (enseignants, parents d' élèves,...), l'accès à l'information scientifique relative à la recherche en éducation mathématique revient le plus souvent à un parcours d'obstacles. Cet état de fait, que l'on peut constater aussi dans d'autres secteurs de la recherche éducationnelle, ne date pas d'aujourd'hui et apparait comme tout à fait paradoxal en ces temps de développement accéléré des technologies nouvelles d' information et de communication.

Deux grands types d'obstacles peuvent être invoqués pour expliquer les difficultés que rencontre le partage du savoir scientifique.

Tout d'abord, il existe des obstacles intellectuels liés à la forme et au contenu des discours utilisés dans les publications destinées à rendre compte des recherches menées dans le domaine considéré. Ces discours à visée didactique, pédagogique ou psychologique, en tant que relevant de langages de spécialités, apparaissent comme ésotériques au tout venant des usagers de l' école. Ces derniers ne peuvent pas s'approprier les résultats des recherches par manque d' une transposition du contenu en termes compréhensibles voire utilisables sur le terrain.

A cela, viennent s'ajouter des obstacles liés à la structure matérielle de l'offre documentaire des centres de recherche, comme par exemple :

- la dispersion des lieux de production du savoir

- la diffusion des données restreinte à la communauté scientifique

- la publication des données dans des documents ou des produits éditoriaux (revues) à tirages confidentiels, le plus souvent introuvables en dehors de relais institutionnels comme les bibliothèques universitaires dont l'accès est filtré.

De là, est née l'idée de constituer un système documentaire automatisé visant à capitaliser, valoriser et diffuser les acquis de ce secteur de recherche, auprès du plus grand nombre possible de partenaires du système éducatif.

L'apparition, au début des années 80, de la télématique et la diffusion massive du Minitel ont permis de réaliser un projet de banque de ressources documentaires vidéotex dédiée au transfert des données de recherche sur l'éducation mathématique : le PROJET D.I.D.A.C. (Dispositif télé - Informatisé de Documentation pour l' Accès aux Connaissances).

Ces connaissances d'ordre scientifique forment un corpus et sont élaborées dans le cadre de recherches centrées sur la construction, l' évolution, le fonctionnement des comportements mathématiques des élèves. Ces recherches s' inscrivent dans deux grandes directions visant à étudier :

les PROCEDURES D' APPRENTISSAGE, LES DEMARCHES D'ACQUISITION DES CONNAISSANCES MATHEMATIQUES

les MODALITES DE GENESE, D'ORGANISATION DES COMPORTEMENTS DE MAITRISE, DE GESTION ET DE DISPONIBILITE DE CES SAVOIRS, CES SAVOIR-FAIRE, a travers notamment LA RESOLUTION DE PROBLEMES.

Actuellement la banque D.I.D.A.C., après une phase d' expérimentation et d'évaluation auprès d'un échantillon d'utilisateurs potentiels, est entrée dans une phase de chargement et d'exploitation en vraie grandeur. Pour l'instant, elle est consultable sous forme d'une maquette hebergée sur le centre Serveur Universitaire Pour l'Education et la Recherche (G.R.O.U.P.E. 06 Faculté des Sciences Nice). Le contenu de la maquette est limité à des données de recherches concernant les Cycles Elémentaire et Moyen des écoles primaires, ainsi que le niveau 6 ème. Le projet général est centré sur des recherches portant sur les classes d'âge allant de la Grande Section de l'Ecole Maternelle à la Terminale des Lycées.

QUELS SERVICES TROUVER DANS LA BANQUE D.I.D.A.C. ?

La banque D.I.D.A.C. est un dispositif télématique multiservice, destiné à répondre aux besoins informationnels et documentaires d'un très large public d'utilisateurs concernés par l'éducation mathématique et les recherches menées dans ce domaine.

L' utilisateur peut accéder à trois types de services vidéotex, dévolus respectivement aux fonctions suivantes :

l' INFORMATION

la COMMUNICATION

la DOCUMENTATION

LE SERVICE D' INFORMATION

Ce service est constitué par le magazine " LES ECHOS DE LA RECHERCHE ", qui fournit des informations pratiques sur

- les manifestations (conférences, séminaires, colloques,congrès, expositions, ...)
- l'actualité éditoriale (parution d'ouvrages, d'articles, ...)

intéressant l' éducation mathématique considérée sous l' angle de la recherche

LE SERVICE DE COMMUNICATION

Le SERVICE COMMUNICATION comporte deux applications :

- la MESSAGERIE : service assurant l'expédition et la réception de messages par l'intermédiaire d'un système de boites aux lettres électroniques garantissant le caractère confidentiel des communications entre utlisateurs.
- le FORUM : service de messagerie ouverte, permettant de gérer en temps réel ou en différé des dialogues entre plusieurs utilisateurs sur un thème de discussion précis. Un utilisateur peut créer un débat sur un sujet de son choix ou participer à d' autres forums déjà en cours.

LE SERVICE DE DOCUMENTATION

Le pôle DOCUMENTATION est articulé autour de deux bases de données organisées de manière à faire de la RECHERCHE DOCUMENTAIRE MULTICRITERE, à partir de documents structurés en dossiers indexés :

- la BASE DE REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE (BASREF)
- la BASE D'EPREUVES SCOLAIRES (BASCOL)

QUE TROUVER DANS LA BASE DE REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (BASREF) ?

Cette base contient un répertoire de données bibliographiques sur les recherches en éducation réalisées depuis une vingtaine d'années dans divers cadres institutionnels en France (C.N.R.S., I.N.R.P., I.R.E.M., Universités) et dans les pays francophones d'Europe (Belgique, Suisse).

Pour chaque recherche faisant l'objet d'un dossier de type REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE, on trouve les données secondaires suivantes:

- AUTEUR(S)
- ORGANISME
- PAYS
- DOMAINE DE RECHERCHE
- TITRE DE LA RECHERCHE
- RESPONSABLE
- TYPE DE DOCUMENT
- SOURCE
- DESCRIPTEURS
- RESUME

Voici un exemple de dossier concernant une demande d'information sur le thème : PROCESSUS DE COMPREHENSION DANS LA RESOLUTION DE PROBLEMES ARITHMETIQUES A L'ECOLE ELEMENTAIRE.

La recherche documentaire correspondant à cette demande consiste à poser dans le champ des descripteurs les questions suivantes au système :

1. Qu' y a-t-il sur la COMPREHENSION ?
   - Réponse : 12 références

2. Qu' y a-t-il sur la RESOLUTION DE PROBLEME ?
   - Réponse : 26 références

3. Qu' y a-t-il sur l' ECOLE ELEMENTAIRE ?
   - Réponse : 50 références

4. Résultat du croisement des trois questions précédentes :
   - Réponse : 6 références (dont l' exemple ci-dessous)

```
côte            5
AUteur(s)       ESCARABAJAL M.C

ORganisme       CNRS Lab. de Psy. Paris 8
PAys            FRANCE
DOmaine         PSYCHOLOGIE COGNITIVE
                PSYCHOLOGIE DE L'EDUCATION

TItre           Comprehension et résolution
                de problèmes additifs

REsponsable     RICHARD J.F
TYpe de doc.    Article
SOurce          Psychologie Française 1984
                T.23 N° 3/4  p. 247-252

DEscripteurs    Développement cognitif /
                Modélisationde la représen
tation des connaissances / Simulation /
Processus de compréhension / Structures
 additives / Ecole élémentaire

TEXTE  -> #  + ENVOI    sinon  SUITE
```

↓

```
Côte :  5

RESUME

" La problématique envisagée concerne la
constitution d'un modèle de résolution
de prblèmes additifs. Après avoir rappe-
lé quelques travaux relatifs au proces-
sus de compréhension, une définition de
la compréhension est proposée comme étant
l'instanciation d'un schéma interprétatif.
Une illustration du fonctionnement du mo-
dèle est donnée sur deux exemples de pro-
blèmes."

                    Tapez  SUITE ou  RETOUR
```

le champ DESCRIPTEUR : résolution de problème

le champ ORGANISME : IRDP (Neuchâtel)

```
Cote            18
AUteur(s)       RETSCHITSKI J.  PERRET J.F

ORganisme       IRDP Neuchâtel Uni. Fribourg
PAys            SUISSE ROMANDE
DOmaine         RECHERCHE EN PSYCHOLOGIE et
                PEDAGOGIE DE L'ENSEIGNEMENT
                DES MATHEMATIQUES

TItre           La résolution de problèmes
                dans l'apprentissage mathé-
                matique.

REsponsable     CARDINET J.
TYpe de doc.    Article/Revue de questions
SOurce          Education et Recherche
                T.5 Cahier 3, 1983

DEscripteurs    Résolution de problèmes /
                Apprentissage mathémati
que/ Statuts des problèmes/

TEXTE  ->  #  + ENVOI    sinon SUITE
```

↓

```
Construire des connaissances/ Appliquer
mobiliser actualiser,gérer des connais
sances acquises/ Approches multivariées
de la notion de problèmes/ Apprentissage
psychogénétique/ Apprentissage inter
actionniste/ Apprentissage psychopéda
gogique/ Approche pédagogique.

RESUME

" Quels problèmes pour quel enseigne
ment mathématique? Quel est le statut
épistémologique et psychologique de la
distinction couramment faite entre pro
blèmes d'application et problèmes favo
risant la découverte ou la construc
tion de connaissances? Telles sont les
principales questions qu' aborde cet
article. Les processus en jeu dans

                    Tapez  SUITE
```

↓

```
l'activité de résolution sont complexes;
les travaux récents en psychologie et
en didactique des mathématiques en ré-
vèlent toute la richesse. Résoudre un
problème fait en particulier intervenir
aussi bien l'application de connaissan
ces acquises que la découverte de nou
velles relations.
C' est à la lumière de ces données ré-
centes que les diverses modalités d'ex-
ploitation des problèmes dans le champ
pédagogique sont finalement discutées.

                    Tapez  SUITE ou RETOUR
```

Deux autres services, liés à cette base, sont accessibles de façon indépendante :

- BASTER : qui est un CORPUS de TERMES THEORIQUES et/ou PRATIQUES servant de concepts outils dans certaines problématiques de recherche.
- AUTEUR : qui est un ANNUAIRE DES AUTEURS des différentes recherches recensées dans la partie bibliographique (BASREF).

QUE TROUVER DANS LA BASE D'EPREUVES SCOLAIRES (BASCOL)?

Cette base est composée de textes d'épreuves à contenu mathématique, relevant de divers champs de recherche (didactique, psychologie,...). Chacune de ces épreuves provient de recherches signalées dans la BASE DE REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (BASREF). Sous le vocable, peu satisfaisant, " d' épreuves scolaires ", il faut entendre des taches mathématiques effectuées par des groupes de sujets (enfants, adolescents) qui ont le statut scolaire d' élèves.

Chaque dossier EPREUVE SCOLAIRE comprend en plus de l' énoncé de l' épreuve

- une page GENERALITES incluant les rubriques suivantes :

- TITRE DE L' EPREUVE
- ORIGINE INSTITUTIONNELLE
- NIVEAU SCOLAIRE
- AGE
- BUT (de la recherche d' origine)
- DOMAINE mathématique couvert
- SUJET traité
- OBJECTIFS
- TYPE D' EPREUVE
- MOTS-CLES (1)

(1) Les MOTS-CLES servent à caractériser le contenu intellectuel des épreuves et portent sur

- le champ des concepts mis en oeuvre
- les relations en jeu entre les concepts
- la nature de l' habillage des concepts

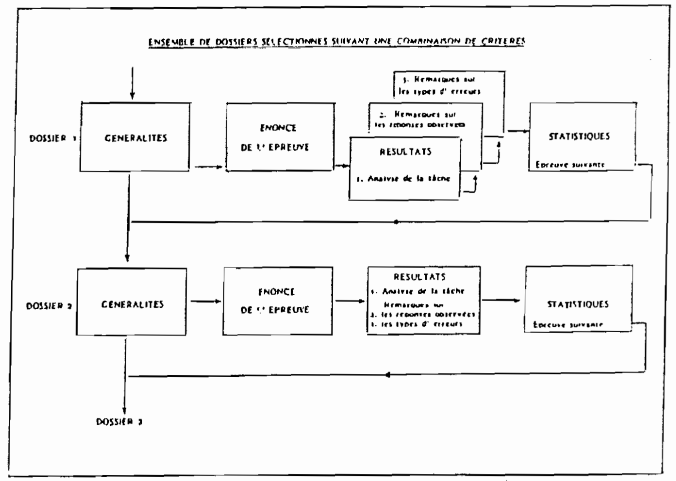
- de plusieurs pages REMARQUES SUR LES RESULTATS observés à partir de passations et qui comprennent

- une analyse didactique et/ou psychologique de la tache
- une analyse des réponses et procédures observées
- une analyse des principaux types d' erreurs

- une page STATISTIQUES donnant un relevé des pourcentages

- de réponses et démarches correctes
- des types d' erreurs dominantes
- des non réponses (éventuellement)

Le chaînage de cet ensemble de pages écrans peut être représenté selon le schéma ci-dessous



Pour donner une idée précise de l'organisation des informations dans un dossier EPREUVE, nous présentons dans la page suivante un exemple de document obtenu à partir d' une recherche multicritère portant sur

- le champ TYPE D'ACTIVITE (domaine) : arithmétique
- le champ NIVEAU SCOLAIRE : CM 2
- le champ SUJET : résolution de problème

Dossier sélectionné

CORPUS	EVAMAT I Epreuve n°3
TITRE	Café croissants
ORIGINE	I.N.R.P.
NIVEAU	CM.2 AGE 10-11 ans
BUT	Evaluation sommative
DOMAINE	Arithmétique
SUJET	Résolution de problème logico-numérique
OBJECTIFS	Savoir reconnaître, analyser, traiter, résoudre une situation nécessitant une algébrisation des données (système d'équations à 2 inconnues)
TYPE D'EPREUVE	Epreuve complexe, de type méthodologique; problème fermé à énoncé conventionnel, à une question, plusieurs étapes.
MOTS-CLES	Système d'équations à 2 inconnues/ Grandeurs continues/ Grandeurs discontinues/ Relation QUANTITE/PRIX/
ENONCE -> ◀ + ENVOI sinon SUITE	

TEXTE N° 3
Au café de la Paix, si on consomme 1 café et 3 croissants on paie 4,60 F. Si on consomme 1 café et 5 croissants on paie 7 F.
Quel est le prix d'un croissant et le prix d'un café ?
RESULTATS -> Tapez SUITE

RESULTATS	N° 3
STRUCTURE ET ANALYSE DE LA TACHE	Ce problème correspond à un modèle mathématique du type de système d'équations à deux inconnues. Pour résoudre le problème les élèves doivent effectuer un traitement préalable des données afin de les rendre opératoires. Une méthode de résolution consiste à procéder par combinaison linéaire simple (soustraction terme à terme).
ERREUR TYPIQUE DOMINANTE	L' erreur la plus souvent commise consiste à ne pas tenir compte du prix du café pour calculer celui d'un croissant (division de 4,60 F par 3 pour avoir le prix du croissant).
STATISTIQUES ->	Tapez SUITE

STATISTIQUES	N° 3
ORIGINE	I.N.R.P.
DATE	1975-1978
NIVEAU	CM.2
EFFECTIF	865 élèves
% REPONSES CORRECTES	22 %
% ERREUR TYPIQUE •division de 1,60 F par 3	15 %
% AUTRES ERREURS	41 %
% NON REPONSE	22 %
Prochaine EPREUVE ->	Tapez SUITE

Nouveau dossier

COMMENT FAIRE UNE RECHERCHE MULTICRITERE DANS LES BASES D'EPREUVES SCOLAIRES OU DE REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES ?

Apprendre le maniement d' un système documentaire comme la banque D.I.D.A.C. n' exige pas de compétences spéciales. L'expérience aidant, la maîtrise en matière d' interrogation du système est relativement rapide. Quant aux usages qui peuvent en être faits, ceux-ci dépendent du profil professionnel des utilisateurs autant que de leurs besoins informationnels. Ces usages sont par ailleurs fonction du degré de formation à la recherche de l'information en ligne .

L' interrogation des bases multicritères EPREUVES (BASCOL) ou REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (BASREF) constitue un exemple de résolution de problème. En effet la question qui se pose à tout usager d'une banque de données multicritère peut se formuler de la manière suivante :

comment conduire efficacement - par voie télé-informatique ou télématique - une recherche documentaire en réponse à un besoin d' informations bien définies, de manière à obtenir le maximum de données pertinentes, pour le moindre coût ?

La recherche et l'utilisation de l'information "on line" passent par un savoir-faire particulier : le dialogue avec l' information. Celui-ci consiste à être capable

- de formuler sa demande d'information à l'aide de questions non ambigües
- d' exploiter les données obtenues pour poser de nouvelles questions plus précises jusqu'à obtention par approximations successives de réponses jugées conformes à la demande initiale.

Dans le cas de la banque D.I.D.A.C., l' utilisateur qui interroge les deux bases multicritères BASCOL et BASREF, dispose de deux procédures de recherche (1)

- un mode de RECHERCHE GUIDEE
- un mode de RECHERCHE RAPIDE

(1) voir le MINI GUIDE DE L'UTILISATEUR

LA RECHERCHE GUIDEE

Cette modalité de recherche consiste à choisir un à un, dans un éventail de champs interrogeables (voir ci-dessous le masque de sélection BASCOL), un ou plusieurs mots-clés. Au terme de la sélection, on peut combiner ces mots-clés les uns avec les autres au moyen d'opérateurs booléens comme ET , OU.

Le système propose ensuite à l'utilisateur la visualisation (ou l'édition) des documents sélectionnés.

La recherche guidée est proposée à l'utilisateur quand celui-ci n'est pas encore très familiarisé avec le système.

LA RECHERCHE RAPIDE

Comme la recherche guidée, la recherche rapide comporte les opérations de SELECTION et de VISUALISATION des documents. C'est surtout dans la phase de sélection que la recherche rapide diffère de la recherche guidée.

Au lieu de s'afficher en entier, les mots-clés se présentent sur le masque de sélection (voir ci-dessous) sous forme abrégée. A tout instant de la sélection,il est possible d'obtenir la signification exacte du mot abrégé en tapant sur le clavier du Minitel : ? puis ENVOI

L' utilisateur, qui commence à avoir quelque expérience du système, aura intérêt à interroger BASCOL ou BASREF en employant cette procédure rapide.

OU INTERROGER LA BANQUE D.I.D.A.C. ?

LA BANQUE D.I.D.A.C. peut être consultée à partir d' un MINITEL ou d' un micro-ordinateur muni d' une carte modem et d' un logiciel de communication, sur

- LE RESEAU TRANSPAC , en faisant provisoirement
  3615 code SCOLR (Accès à la maquette DIDAC)
  3614 code SUP06 (Service INRP + code confidentiel)

- LE RESEAU TELEPHONIQUE COMMUTE (utilisateurs situés à Nice, zone de taxation téléphonique du serveur).

BIBLIOGRAPHIE

ATHENOUR C., GRAS R. : GRECO Didactique et banque de données.
Rapport GRECO " Didactique et acquisition des connaissances scientifiques "
C.N.R.S. Juin 1985

ATHENOUR C., GILIS D., COLOMB J. : La banque D.I.D.A.C., une banque de ressources documentaires vidéotex sur l'enseignement des mathématiques.
Actes du colloque C.N.R.S. GRECO 130071 " Didactique et acquisition des connaissances scientifiques "
Sèvres C.I.E.P. 25-26-27 Mai 1987 ; pp.362-372

BALACHEFF N., VERGNAUD G. : Pour une valorisation du potentiel documentaire en didactique des mathématiques.
Revue BRISES, N°3, Octobre 1983,pp 45-47, C.N.R.S./C.D.S.H.

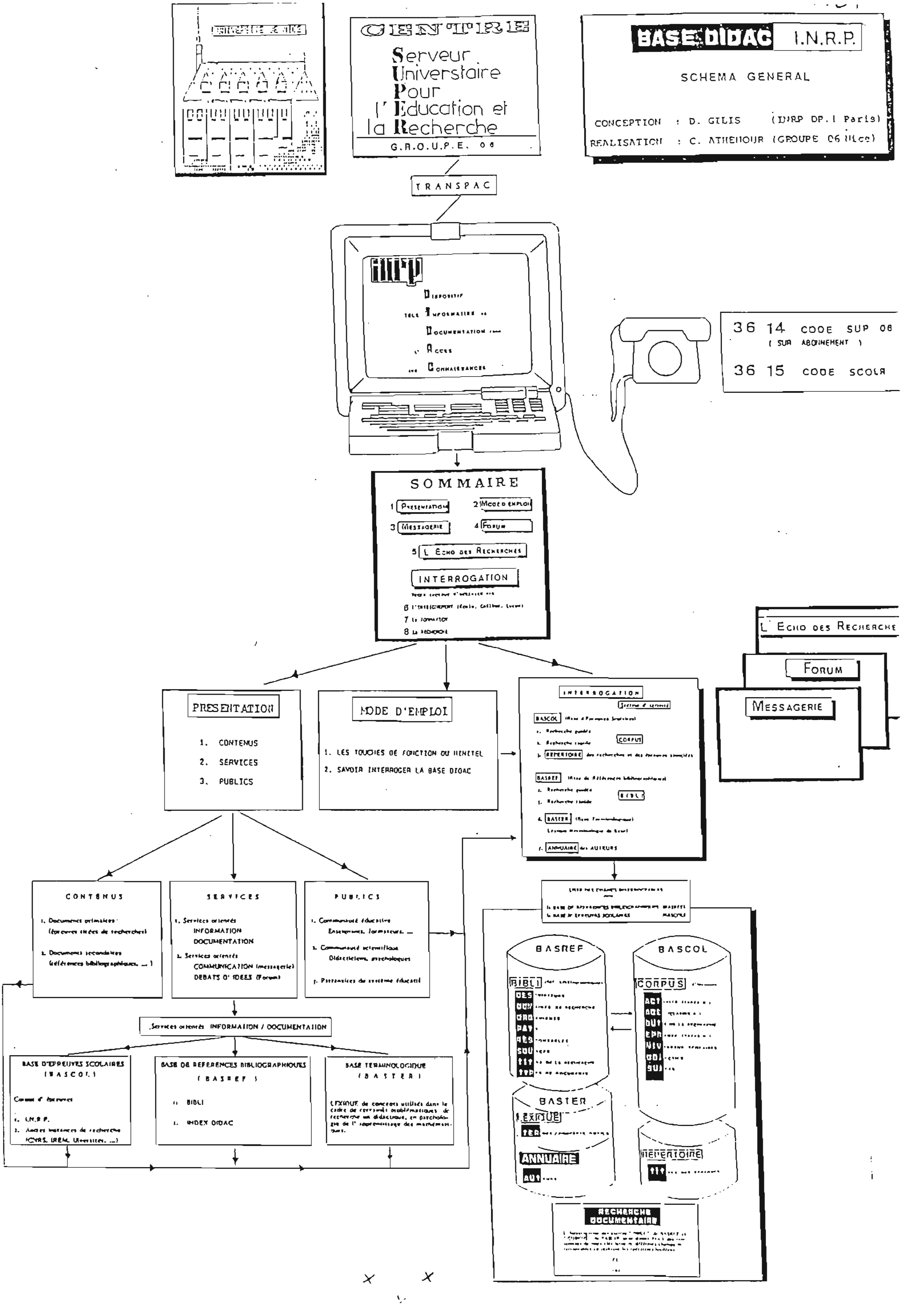
GILIS D., HAMELIN Ph.: Note technique sur la réalisation d'une banque d'épreuves scolaires informatisées
Rapport I.N.R.P./DP1 1982

GILIS D.: Projet D.I.D.A.C. Etude de faisabilité d'une banque de ressources documentaires vidéotex sur l'enseignement des mathématiques.
Rapport I.N.R.P./ DP1 Mai 1985

GILIS D.: Projet D.I.D.A.C. Réalisation d'une maquette expérimentale.
Rapport I.N.R.P./ DP1 Décembre 1985

GILIS D.: Projet D.I.D.A.C. Expérimentation et évaluation de la maquette de la banque de ressources documentaires vidéotex D.I.D.A.C.
Rapport I.N.R.P./ DP1 Septembre 1987

GILIS D.: Projet D.I.D.A.C. Note sur la conception et l'élaboration du thésaurus sectoriel THELEM (THésaurus ELEmentaire Mathématique).
Document I.N.R.P./ DP1 Janvier 1988



CENTRE
Serveur Universitaire Pour l' Education et la Recherche
G.R.O.U.P.E. 06
BASE DIDAC I.N.R.P.
SCHEMA GENERAL
CONCEPTION : D. GILIS (INRP DP.1 Paris)
REALISATION : C. ATHENOUR (GROUPE 06 Nice)
TRANSPAC
Dispositif télé Informatique de Documentation pour l' Accès aux Connaissances
36 14 CODE SUP 06
(SUR ABONNEMENT)
36 15 CODE SCOLA
SOMMAIRE
1 Présentation
2 Mode d'emploi
3 Messagerie
4 Forum
5 L' Echo des Recherches
INTERROGATION
6 L'enseignant (Ecole, Collège, Lycée)
7 Le formateur
8 La recherche
L' Echo des Recherche
Forum
Messagerie
PRESENTATION
1. CONTENUS
2. SERVICES
3. PUBLICS
MODE D'EMPLOI
1. LES TOUCHES DE FONCTION DU MINITEL
2. SAVOIR INTERROGER LA BASE DIDAC
INTERROGATION
BASCOL
CORPUS
REPERTOIRE des recherches et des épreuves associées
BASREF
BIBLI
BASTER
ANNUAIRE des AUTEURS
CONTENUS
1. Documents primaires (épreuves tirées de recherches)
2. Documents secondaires (références bibliographiques, ...)
SERVICES
1. Services orientés INFORMATION DOCUMENTATION
2. Services orientés COMMUNICATION (messagerie) DEBATS D' IDEES (Forum)
PUBLICS
1. Communauté éducative Enseignants, formateurs, ...
2. Communauté scientifique Didacticiens, psychologues
3. Partenaires du système éducatif
Services orientés INFORMATION / DOCUMENTATION
BASE D'EPREUVES SCOLAIRES (B A S C O L)
Corpus d' épreuves
1. I.N.R.P.
2. Autres instances de recherche (CNRS, IREM, Universités, ...)
BASE DE REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (B A S R E F)
1. BIBLI
2. INDEX DIDAC
BASE TERMINOLOGIQUE (B A S T E R)
LEXIQUE de concepts utilisés dans le cadre de certaines problématiques de recherche en didactique, en psychologie de l' apprentissage des mathématiques.
BASREF
BIBLI
DES
DOM
ORG
PAY
RES
SOU
TIT
TYP
BASCOL
CORPUS
ACT
AGE
BUT
EPR
NIV
OBJ
SUJ
BASTER
LEXIQUE
TER
ANNUAIRE
AUT
REPERTOIRE
TIT
RECHERCHE DOCUMENTAIRE

Groupe B 4 : ECHANGE DE LOGICIELS

Animateur, Rapporteur : H. Péault.

Le temps alloué étant très limité, il était difficile de regarder très en détail les logiciels proposés. Quatre ont néanmoins pu être rapidement visionnés :

1) Le premier, présenté par G. LE POCHE, n'est pas un logiciel pédagogique ; il s'agit d'une utilisation astucieuse des vieux Micral 80-22 G avec lesquels les EN ont été dotées il y a quelques années.

Des collègues de RENNES ont donc construit (en LSE) un logiciel permettant d'afficher un menu à 9 choix, chaque choix renvoyant à 9 pages chaînées.

Un utilitaire permet la création ou la modification de pages, un autre la modification du menu.

Avec un menu du type :

1 Informations générales
2 Informations FP 1
3 Informations FP 2
etc..

l'ordinateur est installé dans le hall de l'école normale où chacun peut consulter les pages. Il remplace ainsi ou complète certains panneaux d'affichage.

2) **MICRO-MONDES** (version EN de QUIMPER présentée par F. HUGUET ; cf annexe 1)

3) **MICRO-MONDES** (version EN de RENNES présentée par G. LE POCHE ; cf annexe 2)

Deux approches un peu différentes des micro-mondes :

- dans le cas de l'EN de QUIMPER, la préoccupation centrale est celle de l'étude d'objets techniques pour lesquels la programmation intervient comme élément d'illustration et de simulation ; leur utilisation supposera donc en général tout un travail préalable concernant l'objet d'étude.
- dans le cas de l'EN de RENNES, la préoccupation de base est celle de la programmation dans une perspective logistique, les micro-mondes n'étant qu'un moyen permettant, en LOGO, une pratique plus attrayante, plus accessible mais suffisamment complexe de la programmation, basée sur la résolution de problèmes posés à partir des micro-mondes.

4) **DIVLOGO** (présenté par H. PEAULT ; cf annexe 3) est aussi écrit en LOGO. C'est un logiciel visant des objectifs mathématiques liés à l'apprentissage de la division.

Groupe B 4 : Annexe 1

LES_MICRO-MONDES

– Dans le cadre de la rubrique "Info et Société" des Sciences et
echniques, nous nous sommes proposés de travailler sur le thème de la monétique.

près une étude sur le terrain, nous avons proposé aux enfants d'utiliser un
Micro-Monde": INFOBANK qui permet une simulation d'un distributeur de billets.

UN_EXEMPLE_D'UTILISATION___Ref_I.O_p_55_La_Monétique

INFOBANK_AU_C.M.____Ecole_Annexe_Quimper_1986

MISE_EN_OEUVRE

ère_Séquence : Travail pratique avec un distributeur de billets.

a maîtresse utilise sa carte personnelle et retire de l'argent.

es enfants observent et préparent leurs questions.

our guider l'observation nous proposons de bien distinguer le rôle du
istributeur et le rôle de l'utilisateur (Voir documents annexes) .

ème_Séquence : Analyse des questionnaires et premières réponses.

x : – Avantages et inconvénients du distributeur.
- Vol des cartes.
- Pourquoi un numéro de code?
- Combien y a-t-il d'argent dans le distributeur?
- L'argent reçu est-il le nôtre?
- Comment circulent les informations?
- ...etc...

ème_Séquence : Visite d'une banque guidée par un employé de banque.

- Découverte de l'arrière du distributeur.
- Le suceur , les disques ...
- Circulation des informations : schéma explicatif.
- L'ordinateur central qui enregistre et gère.
- Le droit à deux erreurs !
- la 3 ème fois la carte est avalée . (Idée de boucle et de test).

Séquence : Travail de simulation avec INFOBANK

1) Etablissement de l'algorithme complet du fonctionnement du Distributeur illets .

- Nous distinguerons alors les rôles de l'ordinateur , de l'utilisateur lu programmeur .

- Cette nécessité nous est apparue du fait des problèmes rencontrés et des jues de confusion existant entre ces différents rôles .

2) Création de procédure.

- Nous avons même été amenés à faire exécuter un jeu de rôles par quelques ants.

- Le travail va consister maintenant à créer une procédure RETRAIT en chant à utiliser les Macro-Primitives dans le bon ordre afin de faire la ulation complète.

- C'est pourquoi nous avons préféré travailler dans l'Editeur.

travail a l'intérêt de permettre une approche globale de l'informatique en rdant plusieurs aspects :

- Aspect social (Info et Société).
- Aspect technologique.
- Aspect logistique.

arques Pratiques.

- Nous continuons à accepter de diffuser nos travaux sur s " Micro-Mondes ".
- Il existe deux versions :

- Une version pour Nano-Réseau MO 5.
- Une version pour postes isolés TO 7-70 ou MO 5.

- La 1ère version comporte une vingtaine d'exemples parmi lesquels OBANK .

- La 2ème version ne comporte qu'une dizaine d'exemples pour une iple question de place sur la disquette .

adresser à François Huguet ou Didier Damey

ECOLE NORMALE MIXTE

29191 QUIMPER CEDEX

èque à libeller à l'ordre de : Comité Organisation Colloque ou F.Huguet

30 Francs la disquette.

20 Francs contre l'envoi d'une disquette.

Annexe I

– Les enfants ont rempli toutes les cases de ce tableau après visite de la Banque .

ANALYSE DES ACTIONS

Le Distributeur va	Nous avons
afficher "insérez votre carte" lire la carte avant d'ouvrir la vitre	lu et exécuté vu la vitre s'ouvrir
afficher "composez votre code secret" lire le code composé pour le comparer à celui de la carte	lu et exécuté
afficher "choisissez votre opération" lire la réponse	lu et exécuté -retrait avec reçu -retrait sans reçu -autre
afficher "votre carte vous permet de retirer 1800 Francs choisissez la somme désirée (voir tableau)" lire la réponse	lu et exécuté
afficher "voulez-vous traiter une autre opération?" lire la réponse (oui/non) si non :sortir la carte sortir les billets sortir le reçu fermer la porte si oui :afficher "insérez votre carte"	lu et exécuté vu sortir la carte sortir les billets sortir le reçu la porte se refermer

Annexe II

- L'institutrice a donné aux enfants les commandes disponibles pour animation du "Micro-Monde" .

- Dans un 1er temps elle n'a pas donné les trois commandes facultatives

MESSAGE-RELEVE , LIRE-RELEVE , CONTROLE-RELEVE .

- Les enfants ont déterminé les rôles respectifs de la machine et de utilisateur .

Commandes disponibles	La Machine ...	L'utilisateur ...
MESSAGE-CODE	Affiche "tapez votre code"	lit et exécute
MESSAGE-SOMME	Affiche "nombre de billets de 100 F ?" (maximum 15)	lit et répond
OUVRIR-PORTE	Ouvre la porte	
FERMER-PORTE	Ferme la porte	
LIRE-CODE	Enregistre la réponse c-a-d le numéro de code	
LIRE-SOMME	Enregistre le nombre de billets demandés	
SORTIR-BILLETS	Fait apparaître à l'écran les billets demandés	
ENTRER-CARTE	Prend la carte	Introduit la carte en la pointant au C O.
SORTIR-CARTE	Rend la carte	
CONTROLE-CODE	Vérifie le code Autorise 3 essais	A droit à 3 essais si erreur de code
CONTROLE-SOMME	Refuse si la somme demandée est supérieure au compte Réaffiche la question	Devra recommencer si sa demande est supérieure à son compte

Groupe B 4 : Annexe 2

Des micro-mondes LOGO

POUR UN EVEIL A LA PROGRAMMATION DES ENFANTS DU CYCLE MOYEN

RAPPEL DE TEXTES OFFICIELS

- Programme et Instructions de l'école élémentaire, rubrique Sciences et Technologie, Cours Moyen :

  "début de programmation dans une perspectives logistique"

- Note de la Direction des Ecoles (24 mars 1983) :

  "il faut que les enfants programment eux-mêmes pour entrer en relation véritable avec l'informatique et se l'approprier dans l'autonomie".

COMMENT, et AVEC QUELS OUTILS, amènerons-nous les enfants à écrire des programmes ???

- Programmer ne se réduit pas à opérer des tentatives désordonnées en direction de la machine, mais exige l'analyse du problème que constitue le projet retenu, c'est-à-dire la construction de l'algorythme de résolution. Le codage de cet algorythme, dans un langage informatique, ne constitue qu'une deuxième étape destinée à faire produire par une machine déterminée les résultats désirés.

  L'essentiel de l'activité réside donc dans l'analyse du problème ; sa composition en sous-problèmes plus simples est une méthode fortement recommandée (analyse descendante).

- L'activité de programmation peut, à juste titre, être considérée comme étant difficile pour de jeunes enfants. Il paraît donc légitime de proposer aux élèves l'écriture de programmes très simples, mais cette solution n'est passatisfaisante pour au moins deux raisons :

  . des problèmes trop simples ne permettent pas une véritable analyse et en particulier, une décomposition en sous-problèmes ;

  . l'ordinateur y joue souvent un rôle trivial dépourvu d'intérêt (exemple : dessins de lignes, rectangles, maisons..., calculs d'une addition, multiplication...)

- On est parfois tenté de s'orienter vers des projets plus complexes, mais le travail de l'élève reste alors, bien souvent, limité. L'enfant étant incapable de résoudre seul le problème posé, la part du maître devient prépondérante dans l'analyse, et les élèves ne peuvent que transcrire les propositions du maître...

ALORS ? ? ?

L'Ecole Normale de Rennes, entre autres, a conçu des produits qui permettent de gommer ces difficultés et de placer les enfants dans un véritable travail d'analyse et de programmation : les micro-mondes LOGO.

Ces micro-mondes permettent la réalisation de projets attrayants, assez complexes et cependant rendus accessibles à l'enfant par son évolution dans un ensemble de "macro-primitives" (un stock de procédures construites pour faciliter l'animation de l'objet et sans lequel l'enfant peut puiser en considérant une procédure comme une primitive du langage), à son rythme et à son propre niveau.

DEMARCHE GENERALE

- Les micro-mondes ne sont en aucun cas des logiciels conçus pour permettre à l'enfant d'accéder à une meilleure connaissance de l'objet simulé. La connaissance de cet objet et de son fonctionnement est donc un préalable à l'activité de programmation (cette phase de découverte de la situation réelle constitue l'objectif de plusieurs séances).
- Dans un deuxième temps, on pourra analyser le vocabulaire spécifique et la représentation graphique du micro-monde, en comparaison avec l'étude technologique précédente.
- Le troisième temps sera constitué par les activités de programmation, qui peuvent se faire à des niveaux différents en fonction du passé informatique des élèves et des concepts que l'on souhaite aborder. Les micro-mondes s'adressent aussi bien à des débutants qu'à des "initiés"

On s'efforcera d'adopter une démarche expérimentale, puisque chaque essai entraînera une possibilité d'affiner l'analyse, par le biais des images générées. Cependant, toute hésitation sur le fonctionnement devra renvoyer à l'objet réel, ou au dossier que l'on aura constitué, puisque le micro-monde ne valide ni n'infirme aucune tentative. Seules les évaluations personnelles ou du groupe permettent la validation de la solution proposée (voir exemple ci-après).

- Les activités de programmation seront aussi l'occasion de s'interroger sur le fonctionnement du micro-ordinateur (volet technologique à ne pas oublier !).

INFORMATIONS PRATIQUES

1) Les micro-mondes sont disponibles à l'Ecole Normale de Rennes ou auprès de vos animateurs des circonscriptions (prévoir une disquette ou une cassette pour nano-réseau ou TO 7 isolé). Nous sommes impuissants à faire rentrer ces logiciels dans les EXL sans extension-mémoire !
2) Pour chaque micro-monde, il existe un fichier qui présente son vocabulaire (exemple : DOCPOMPE pour le micro-monde POMPE).
3) Vous pouvez relire l'article de Michèle CONNEN concernant le micro-monde BANQUE.

Le micro-monde POMPE

DOCPOMPE. LOG

COMMANDES DE MISE EN PLACE :

- DESSIN - POMPE
- PLACER - PISTON
- PLACER - SOUPAPES

COMMANDES POUR PILOTAGE :

- ASPIRE
- ASPIRE - UN - PEU
- ASPIRE - LE - RESTE
- REFOULE
- REFOULE - UN - PEU
- REFOULE - LE - RESTE
- O S P B
- O S P H
- F S P B
- F S P H

RAPPEL : Les enfants découvrent le micro-monde après une étude technologique des pompes aspirantes-refoulantes, par exemple un gonfleur de matelas pneumatique, une pompe à vélo, des modèles réalisés en classe, les souvenirs des parents des anciennes pompes à eau...

OBJECTIFS INFORMATIQUES POSSIBLES :

- algorithmique : séquentialité, itération, mode procédural
- fonctionnement : langage de commande de l'ordinateur
  exécution en direct ou différée
  utilisation des fichiers
  analyseur du langage
  tampons d'entrée/sortie vers clavier, moniteur, éditeur
- exemples d'évolution de la programmation :

1) mode direct, une seule instruction dans le tampon d'entrée (pilotage ou télécommande), avec exécution immédiate :

```
? DESSIN - POMPE
? PLACER - PISTON
? PLACER - SOUPAPES
? O S P B
? ASPIRE
? F S P B
? O S P H
? REFOULE
```

2) mode direct, plusieurs instructions dans le tampon :

```
? DESSIN-POMPE  PLACER-PISTON  PLACER-SOUPAPES
? ASPIRE-UN-PEU  OSPB  ASPIRE-LE-RESTE
? REFOULE-UN-PEU  FSPB  OSPH  REFOULE-LE-RESTE
```

3) mode procédural :

a) création des procédures

```
? POUR MISE EN PLACE
  DESSIN - POMPE
  PLACER - PISTON
  PLACER - SOUPAPES
  FIN

? POUR CYCLE
  ASPIRE - UN - PEU
  O S P B   F S P H
  ASPIRE - LE - RESTE
  REFOULE - UN - PEU
  F S P B   O S P H
  REFOULE - LE - RESTE
  FIN
```

b) exécution :

```
? MISE - EN - PLACE  CYCLE  CYCLE  CYCLE  CYCLE
```

c) itération :

```
? MISE - EN - PLACE   REPETE 10   CYCLE
```

REMARQUES :

- le symbole représente la touche ENTREE (validation de la commande)
- O S P B signifie : ouvre la soupape du bas
- F S P H signifie : ferme la soupape du haut
- la démarche adoptée ici est ascendante et non descendante : on part desfonctions de base (macro-primitives) pour fabriquer des fonctions plus évoluées (mise en place, cycle)
-

Un autre micro-monde dans le prochain numéro ?

A vous de nous le dire ...

ECOLE NORMALE DE RENNES

MICRO-MONDE ASCENSEUR

****

VOCABULAIRE DU MICRO-MONDE:

COMMANDES DE MISE EN PLACE:

DESSIN-ASCENSEUR
PLACER-CABINE étage
PLACER-HOMME couleur étage

remarque: étage est une valeur numérique entre 0 et 3
couleur est un nom ("ROUGE ou "VERT ou "JAUNE)

TIRER-SITUATION (pour joueurs avertis)
DESSIN-SITUATION (idem)

COMMANDES DE PILOTAGE:

OUVRIR-PORTE étage
FERMER-PORTE étage
ATTENDRE déplacement couleur

remarque: déplacement est un nom ("ENTREE ou "SORTIE)

MONTER-UN-ETAGE
DESCENDRE-UN-ETAGE

COMMANDES POUR PROGRAMMATION AVANCEE:

LIRE capteur

remarque: capteur est un nom ("APPEL ou "DESTINATION ou "UTILISATEUR)

Lire "utilisateur a un statut particulier: c'est une commande pour le simulateur et non pour l'ascenseur.

FIABILITE pourcentage (entre 0 et 100)
VERIFIER action

remarque: action est un nom ("MONTEE ou "DESCENTE ou "OUVERTURE ou "FERMETURE)

OPERATIONS:

ETAGE-APPEL
ETAGE-DESTINATION
ETAGE-CABINE
UTILISATEUR

PREDICATS:

CABINE-PLEINE? (rend VRAI pour 2 ou 3 usagers)
EFFECTUEE? action

Groupe B 4 : A N N E X E 3

D I V L O G O

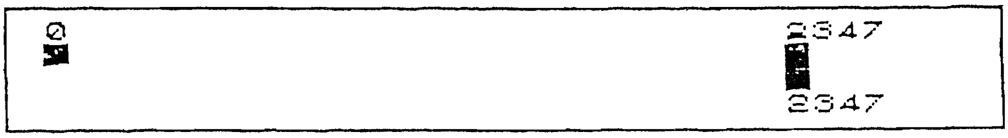
Logiciel d'aide à la recherche de procédures
de calcul des divisions
(sur TO 7 ou nanoréseaux)

H. PEAULT - 1987

Ce logiciel est écrit en LOGO. Une commande présente un écran initial, après quoi l'utilisateur dispose d'une série de commandes.

Deux nombres sont repérés à l'écran par un petit carré : une origine (toujours 0) et une extrémité (fixée par la procédure DIVI). Un autre carré mobile indique une position qu'on peut faire varier(par les procédures S+ et S-) à partir d'une position initiale fixée par défaut à 0, mais qui peut l'être sur un autre nombre (par la procédure DEPART).

On peut se représenter la situation à partir par exemple de l'image d'une "puce" qui se déplace en faisant des sauts. La longueur de chaque saut doit elle aussi être initialisée (procédure SAUT)



LONGUEUR DES SAUTS : 48

SITUATIONS - PROBLEMES

Extrémité et longueur des sauts étant préalablement choisis, on peut par exemple :

- prendre le départ en 0 et essayer d'atteindre l'extrémité (ou de s'en rapprocher au maximum) dans le moins de coups possibles (1 coup : utiliser la commande S+ ou la commande S-)
- prendre le départ à l'extrémité et essayer d'atteindre 0 (ou de s'en rapprocher au maximum) dans le moins de coups possibles
- trouver un point de départ (inférieur à la longueur d'un saut) qui permette d'arriver juste sur l'extrémité
- etc.

On n'est pas restreint aux naturels et on peut aussi travailler sur les relatifs ou les décimaux...

- on peut par exemple prendre le départ sur l'extrémité et chercher un nombre de sauts (éventuellement décimal) qui permette d'arriver juste en 0 ou de s'en rapprocher au maximum

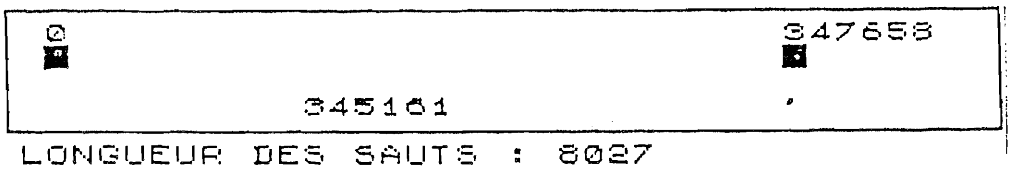
...

VARIABLES DIDACTIQUES

Outre la taille des nombres on peut jouer sur 3 variables à partir de la commande de lancement INI (voir la liste des commandes)

- faire apparaître les positions successives proportionnelles aux écarts avec les extrémités ou les laisser toujours à la même place.

Par exemple l'écran ci-dessous a été obtenu par DIVI 347658 SAUTE 8027 le départ restant en 0. On a tapé ensuite S+ 40 S+ 2 et S+ 1



- avoir accès ou non à la table des produits de la longueur des sauts par les entiers de 1 à 9 (commande TABLE)

- avoir accès ou non à une récapitulation par la machine des calculs réalisés (commande DISPO)

PRESENTATION DE L'ECRAN

L'écran se décompose en 3 parties :

- la partie supérieure dans laquelle se placent les nombres choisis et les positions successives
- une partie intermédiaire où on trouve soit la liste des commandes disponibles soit la table de multiplication demandée (si elle est autorisée) soit une disposition des calculs réalisés (si la commande DISPO est autorisée)
- une partie inférieure où l'on tape ses commandes et où la machine indique chaque fois le nombre de coups joués en précisant pour chaque coup le nombre de sauts demandés et la longueur du déplacement correspondant

```
0                                                  2903
                         1175
LONGUEUR DES SAUTS : 47
```

```
DIVI n      pour prendre n comme extrémité
SAUTE n     pour avoir des sauts de n en n

DEPART n    pour commencer à n
S+ n        pour faire n sauts en avant
S- n        pour faire n sauts en arrière
ECART       entre position et extrémité

TABLE       pour la table de multiplication
DISPO       pour voir les calculs
RECOM       pour recommencer avec les mêmes
```

```
?S+ 25 ECART
1 coup joué
25(+1175)
1728
```

```
0                                                  2903
                                       2115
LONGUEUR DES SAUTS : 47
```

```
        47 × 1 = 47
        47 × 2 = 94
        47 × 3 = 141
        47 × 4 = 188
        47 × 5 = 235
        47 × 6 = 282
        47 × 7 = 329
        47 × 8 = 376
        47 × 9 = 423
MENU        liste des commandes
```

```
?TABLE
?S+ 20
2 coups joués
25(+1175) 20(+940)
```

```
0                                                  2903
                                            2491
LONGUEUR DES SAUTS : 47
```

```
        0                          2491
    +1175        25
----------
     1175
     +940        20
----------
     2115
     +235         5
----------
     2350
     +141         3
```

```
?S+ 3
4 coups joués
25(+1175) 20(+940) 5(+235) 3(+141)
?DISPO
```

× ×
×

Groupe B5

ATELIER MINILOGO

Animateur, rapporteur : R. GUILLERMARD

Il a été présenté un travail fait à partir du logiciel MINILOGO figurant dans la première valise IPT, créé à l'Ecole Normale de Lyon (A.MYX et P.SUBTIL). Ce logiciel est riche d'adaptations potentielles. Son principe est le suivant:

-au départ des touches sont associées à des actions déterminées (graphiques le plus souvent, mais ce n'est pas obligatoire).

-en utilisant ces touches pré-définies, on peut produire un dessin;

-à tout moment, la frappe de la touche **F** permet de retrouver un écran propre pour dessiner, avec deux possibilités: soit le dessin est perdu, soit la séquence de touches qui l'a produit est mémorisée et affectée à une nouvelle touche choisie par l'utilisateur.On pourra donc l'utiliser dans la construction de nouveaux dessins.

Après quelques enrichissements (en particulier la possibilité de récupérer à l'écran et sur papier les "programmes" associés aux touches), ce logiciel peut être utilisé avec les enfants dans un travail algorithmique ou lors de séquences de mathématiques, en formation avec les élèves-maîtres à l'occasion de mise au point de séquences élèves (initialisation du logiciel en fonction d'activités projetées).

LE LOGICIEL

Il figure en annexe dans la version LOGOPLUS nanoréseau. La procédure de lancement est **JOUER**. Celle sur laquelle on travaille pour adapter le programme à des objectifs particuliers est **INITIALISER**.

```
POUR INITIALISER
DONNE "EFFETS [[INTERROGER] [COPIE DESSINER] [ME 25 VT
AFFICHER] [SI BC? [LC] [BC] ] [SI VISIBLE? [CT] [MT] ] [ME 25
LOGO] ]
DONNE "TOUCHES [F I & L V O ]
FIN
```

Elle crée une liste de touches et une liste d'effets qui seront mises en correspondance terme à terme. Les listes ci-dessus peuvent être prises comme minimales. S'y ajoutent ensuite des éléments selon ce que l'on souhaite faire. Les touches de base, ainsi définies sont:

-**F** déjà décrite,

-**I** provoque l'impression et la perte du dessin s'il n'a pas été mémorisé auparavant. Notons que l'on dispose maintenant

de la possibilité de ne pas modifier à l'impression l'échelle d'un dessin;
-& lance une procédure qui permet d'obtenir l'affichage et éventuellement l'impression des séquences associées à des touches déterminées. Cette touche est particulièrement intéressante pour une réflexion avec les enfants sur leurs productions et pour une utilisation algorithmique du logiciel;
-L "bascule" entre les modes "crayon levé" et "crayon baissé";
-V "bascule" entre les modes "tortue visible"et "tortue invisible"; cette commande n'est pas indispensable, mais elle permet d'avoir un dessin net à l'impression;
-O permet de sortir du programme. Si on relance par JOUER, on retrouve l'initialisation du départ (et on perd les touches créées en cours de jeu): pour l'éviter, relancer par DESSINER.

Le groupe a travaillé sur diverses initialisations (et donc utilisations possibles):
-reproduction de dessins (proportionnalité)
-Tangram
-Calculs d'aires par pavages
-etc...

Par ailleurs, un participant, Jean-Michel BARICAULT, de l'EN de Mont Saint Aignan a présenté une adaptation qu'il a lui-même faite pour des jeunes enfants, avec comme objectifs la structuration de l'espace-plan et la formation logistique (emboîtement de procédures).

```
POUR JOUER
INITIALISER
AFFECTER :TOUCHES :EFFETS
DESSINER
FIN

POUR QUESTIONNER
FCT CC
EC [CHOISIS UNE TOUCHE]
FCURS [39 22] SI BC? [FCT 1 EC "D] [FCT 5 EC "L]
FCT CC
DONNE "CARACTERE LISCAR VT
SI NON MEMBRE? :CARACTERE :TOUCHES [ERREUR QUESTIONNER]
[TRAITER :CARACTERE DONNE "LISTE MD :CARACTERE :LISTE
QUESTIONNER]
FIN

POUR TRAITER :TT
SI VIDE? :TT [STOP]
SI DEFINI? PREM :TT [EXEC :TT] [TRAITER CHOSE PREM :TT
TRAITER SP :TT]
FIN

POUR INTERROGER
TAPE [VEUX-TU CONSERVER CE DESSIN ?]
DONNE "REP LISCAR
SI EGAL? :REP "T [VT EC :TOUCHES BAPTISER] [SI EGAL? :REP "O
[EC " BAPTISER]]
DESSINER
FIN

POUR BAPTISER
ECRIS [APPUIE SUR LA TOUCHE SOUHAITEE] SI NON BC? [DONNE
"LISTE MD "BC :LISTE] DONNE "NOM LISCAR VT
SI OU MEMBRE? :NOM :TOUCHES PLP? ASCII :NOM 48 [ECRIS [CETTE
TOUCHE N'EST PAS DISPONIBLE] BAPTISER] [DONNE "TOUCHES MD
:NOM :TOUCHES DONNE :NOM :LISTE DONNE "EFFETS MD :LISTE
:EFFETS]

POUR INITIALISER
DONNE "EFFETS [[INTERROGER] [COPIE DESSINER] [ME 25 VT
AFFICHER] [SI BC? [LC] [BC]] [SI VISIBLE? [CT] [MT]] [ME 25
LOGO]]
DONNE "TOUCHES [F I & L V O]
FIN

POUR AFFECTER :TOU :EFF
SI VIDE? :EFF [STOP] [DONNE PREM :TOU PREM :EFF AFFECTER SP
:TOU SP :EFF]
FIN

POUR DESSINER
FEN
VE FCC 1 FCFG 0
DONNE "LISTE []
QUESTIONNER
FIN

POUR ERREUR
VT ECRIS [ERREUR DE TOUCHE] FCT CC + 1 ECRIS [ERREUR DE
TOUCHE]
FIN

POUR AFFICHER
EC [Voici les touches deja utilisées:]
EC :TOUCHES
EC [Tape les touches séparées par un blanc]
DONNE "AVOIR LL
MONTRER :AVOIR
EC [VEUX-TU CETTE LISTE SUR IMPRIMANTE?]
SI EGAL? LISCAR "O [SORTIE 2 MONTRER :AVOIR SORTIE 1]
EC [VEUX-TU D'AUTRES TOUCHES?]
SI EGAL? LISCAR "O [EC " AFFICHER] [DESSINER]
FIN

POUR MONTRER :XX
SI VIDE? :XX [STOP]
SI NOM? PREM :XX [TAPE PREM :XX REPETE 3 [TAPE CAR 32] EC
CHOSE PREM :XX]
MONTRER SP :XX
FIN
```

GROUPE B 6

CONCOURS D'ENTREE à l'E.N.

Animateur-rapporteur
Michel BLANC

Le travail du groupe s'est effectué en continuité avec celui du groupe B 3 (Préparation au concours d'entrée) qui avait fonctionné lors du colloque d'Angers (1987) .

L'EPREUVE ACTUELLE & SA PREPARATION

Tous les participants soulignent l'importance des annales du concours dans la préparation des candidats . Leur utilisation prend différentes formes : choix d'exercices sur un thème du programme , sujet donné en devoir à la maison ou en concours blanc , correction d'un sujet complet ...

Pour faciliter le travail personnel des candidats , la présence d'éléments de solution est considérée comme souhaitable ; de plus , afin d'améliorerle service , les participants souhaitent que la brochure contienne un questionnaire précis portant sur la façon dont les candidats utilisent les annales et sur ce qu'ils désirent y trouver . La mise au point d'un tel questionnaire n'a pas été réalisée et pourrait faire l'objet d'un groupe de travail .

En ce qui concerne la durée de préparation , peu de changements par rapport aux indications du colloque d'Angers : la durée varie entre 16 heures et 80 heures (sur 2 années incluant la préprofes- sionalisation), 20 heures étant la durée dominante .

On constate toujours autant de disparités pour l'élaboration et le choix du sujet .

Voici maintenant le détail du"tour de table" :

ANGERS : 4 groupes - 16 heures chacun

Les intervenants sont deux PEN ; la préparation consiste en un entrainement à partir des annales . On trouve beaucoup de non étudiants , notamment des mères de famille , parmi ceux qui suivent la préparation .

CRETEIL : 7 groupes - 30 heures chacun

Le programme du concours est couvert à partir d'activités tirées des annales grace à une grille d'analyse des sujets . Les candidats sont invités à se référer à des documents du niveau brevet (par exemple : " Réussir au brevet ") . Un concours blanc est organisé .

Le sujet du concours est composé de telle sorte que la majeure partie du programme soit présente et que les difficultés soient variées .

VERSAILLES : 5 groupes - 80 heures chacun dans un module universitaire " préprofessionalisation et préparation au concours " .

3 groupes - 18 heures chacun pour les non étudiants .

Les intervenants sont des PEN et pour ces trois groupes la préparation porte surtout sur le contenu à partir des annales .

HAUT RHIN : 2 groupes - 20 heures chacun

Les intervenants sont deux PEN qui se partagent le travail dans les deux groupes : une partie de la préparation consiste à couvrir l'éventail du programme à partir des annales , l'autre en des compléments sous forme de cours . Un concours blanc est proposé . La moitié des candidats a au moins le niveau DEUG . Le sujet du concours est choisi par une commission dans laquelle ne figurent que les professeurs ayant assuré la préparation , alors que la première année ils n'y figuraient pas .

RENNES :

La coordination académique et la présidence de la commission de choix du sujet sont assurées par un même PEN .

15 groupes - 20 heures chacun (pour l'ensemble de l'académie)
La préparation est assurée par les PEN sauf à Brest où elle est faite par un universitaire . Dans les villes non universitaires ce sont des non étudiants qui suivent la préparation .
Les annales constituent le support de la préparation . Des devoirs sont donnés .
Le sujet est élaboré lors d'une réunion comprenant un représentant PEN de chaque E.N. de l'académie .

CHARTRES : 1 groupe - 30 heures assurées par un PEN .
On constate une forte demande venant de non étudiants .
La préparation se fait sous forme de corrections , d'exposés , de résumés de cours à partir d'un choix de 8 sujets tirés des annales . Des devoirs sont proposés .
Il n'y a pas de concertation pour l'élaboration du sujet .

AIN : 2 groupes - 18 heures chacun
La préparation se fait à partir d'une sélection de sujets dans les annales .
Le sujet est élaboré par trois PEN et un universitaire président de la commission .

LES RECRUTES

- La féminisation est toujours croissante .

- LEs normaliens ont toujours des difficultés en ce qui concerne la géométrie , la division , la proportionnalité et les situations problèmes . Il y a donc peu d'évolution dans la maîtrise des contenus par rapport à ce que l'on connaissait avec les autres formes de recrutement . Par contre on constate uneamélioration de la motivation et il semble qu'actuellement ce soient les plus motivés qui imposent leur volonté dans le travail à l'E.N.

D'autre part , même si les normaliens semblent fonctionner de manière plus scolaire depuis les nouvelles modalités de recrutement , ils présentent plus de maturité et d'autonomie notamment dans la recherche documentaire et ils sont davantage capables d'une analyse approfondie .

L'AVENIR

- Le tour de table sur le programme du concours a montré que la partie consacrée aux logarithmes et aux exponentielles était mise implicitement ou parfois explicitement hors circuit ; il parait souhaitable de la supprimer purement et simplement .
- Les participants sont unanimes pour demander que la note éliminatoire soit 5 / 20 .
- Le bachotage qui préside à la préparation au concours rend de plus en plus nécessaire le passage des candidats par une préparation au concours . Cette préparation devrait faire intervenir des éléments de préparation au métier . Il est souhaité de pouvoir l'étaler sur deux années à raison de 20 heures par an , la première année étant consacrée à une mise à niveau, à réapprendre à faire des maths ou à ce qu'on peut faire avec des maths , la seconde année étant plus spécifiquement centrée sur la préparation au concours .
- La forme actuelle du sujet semble donner satisfaction ; les participants souhaitent qu'une partie du sujet soit liée à la " lecture d'un texte écrit en français " .

x x
x

GROUPE B7

Modalités de la collaboration école normale-circonscription dans la formation initiale et continue.

Animateur: R. Berthelot
Rapporteurs: Colette Dubois, R. Berthelot

Le groupe était constitué de onze personnes appartenant aux quatre catégories d'intervenants dans la formation initiale et continue: IMF de circonscription, de l'école normale, PEN et IDEN.

L'échange, qui était limité à deux heures, avait pour objectif de pointer à travers les réalités locales quelques lignes de forces de ce qui est vécu dans cette composante du travail de formation des maîtres.

Collaboration réduite semble-t-il pour ce qui concerne le travail de formation initiale dans la nouvelle organisation des études. Le seul cas rapporté impliquant une autre circonscription que l'EN dans la FI (avant le stage d'évaluation terminale) est celui d'inspectrices de l'école maternelle (non représentées dans le groupe). L'organisation de journées "professionnelles" insérées dans le travail à l'EN a permis à l'IDEN d'apporter une contribution appréciée de tous.
Après quatre années de bon fonctionnement, le relais n'a pas été pris par d'autres IDEN.

Pour ce qui est de la formation continue, on a pu relever plusieurs types de collaboration, impliquant plus ou moins de coordination entre l'équipe de circonscription et de l'école normale dans leurs actions auprès des maîtres:

I - Interventions d'un PEN dans le cadre de l'animation de la circonscription sous la responsabilité de l'IDEN:

- comme un conférencier extérieur
- pour répondre à un besoin précis d'élucidation conceptuelle dégagé dans les travaux de groupe d'instuteurs fonctionnant depuis un certain temps avec l'animation, coordonnée ou non avec l'en.
- pour lancer d'éventuels groupes de travail.

Il est évident que dans le premier cas, l'intervention ne nécessite pas une grande coordination. Dans les deux derniers, par contre, est engagée la responsabilité et la crédibilité de l'IDEN par rapport aux attentes déjà exprimées ou à dégager.
La situation actuelle où certaines écoles normales attribuent d'office des PEN pour compléter leurs services peut être un facteur de bloquage...

II - Collaboration dans le cadre des stages organisés par la commission départementale.

La mise en place d'un stage suit en général une proposition qui vient soit de l'école normale, soit des circonscriptions. Il existe des lieux où sont institutionnellement organisés contacts ou discussions entre formateurs potentiels et formés potentiels, et celà ne dépend pas de la taille des écoles normales. C'est cependant bien rare, et les commissions sont souvent amenées à choisir les stages retenus sans véritable connaissance des enjeux, en l'absence de politique impliquant les acteurs du terrain (*).
Des exemples de disfonctionnement nous ont été rapportés, sur lesquels il peut être interessant de réflechir:

* des exceptions existent: Livry Gargan a par exemple été cité

A) stages sur thème

Un IDEN animant sa circonscription suscite de nombreuses candidatures sur un stage.

Un IDEN suscite des candidatures sur un stage après inspection et pour répondre à des besoins individuels réels qu'il a aidé à faire émerger.

Deux cas se présentent alors:

1 - le stage n'est pas retenu dans la planification départementale. Comment continuer l'animation si les moyens en sont refusés?

2 - le stage est retenu. L'école normale attribue des formateurs sur le stage.

Pourront-ils et voudront-ils s'adapter à la demande particulière? Il semble que ce ne soit pas toujours le cas: les formateurs sont parfois attribués d'office aux circonscriptions pour compléter leur service, et parfois désignés par l'école normale sans tenir compte des possibilités effectives d'adaptation des professeurs à la spécificité de la demande.

Il y a donc une tâche essentielle de régulation institutionnelle à mettre en place si elle n'existe déjà.

Dans certains départements, la connaissance réciproque de PEN et d'IDEN, ainsi que l'implication de PEN dans des activités d'animation de circonscription se sont révélés facteurs de réalisations très intéressantes.

Dans un département cette régulation a été confiée à une équipe d'IMF , ce qui a donné une coordination efficace grâce à la connaissance qu'ils avaient des différents partenaires.

Malheureusement il arrive souvent que les régulations ne se fassent pas et que personne n'en assume au niveau départemental la charge effective.

Dans le cas des candidatures suscitées après inspection, le problème de l'adéquation de la réponse aux besoins est encore plus délicat.

Dans tous les cas, une non réponse aux attentes est dommageable tant aux instituteurs qu'à l'animation de circonscription, qu'à l'EN et en définitive aux enfants de l'école publique.

Peut-être faudrait-il analyser de ce point de vue certaines situations départementales de manque de candidatures...

B) stages CAFIMF. Certaines circonscriptions suscitent des candidatures comme un moyen supplémentaire de formation des maîtres dans leur circonscription.

Remarque générale: les IMF de l'EN ne sont pas souvent impliqués, mais quandils le sont, ils le sont beaucoup.

III- d'autres cadres ont été relevés:

a) L'utilisation des TRBD et ZIL s'est faite en Dordogne sous l'impulsion de l'inspecteur d'académie pour décharger des maîtres afin de les former à un rôle d'animateur et de leur permettre de jouer ce rôle, dans le cadre d'une politique d'animation du département impliquant tous les partenaires.

b) les stages PAF qui peuvent rassembler des IMF et des PEN et constituer une structure d'animation départementale ou académique.

c) des stages IREM qui peuvent réunir IDEN, IMF et PEN permettant la diffusion des recherches, le débat sur les problèmes des maîtres à réaliser les objectifs des textes officiels...Ceci a lieu notamment à Bordeaux et a permis une certaine connaissance réciproque PEN - IDEN.
d) des stages nationnaux
e) dans certaines académies, l'animation de recherches par des PEN dans le cadre IREM ou INRP permet une animation directe des instituteurs sous le régime du bénévolat pour eux du moins.

Conclusions: La complexité de la situation et sa diversité selon les implantations sont réelles. Il serait souhaitable de dégager des stratégies institutionnelles plausibles... Nécessité d'une analyse plus approfondie, et sans doute de revoir quelques idées à priori. Pourquoi ne pas faire des études de cas (de réussite ou d'échec)?

DOCUMENTS

DISTRIBUES AUX

PARTICIPANTS

LA REGULATION D'UN CURRICULUM : PROBLEMES PRATIQUES et THEORIQUES

G. BROUSSEAU et D. GRESLARD

(NAMUR : février 1988)

-oOo-

I. La régulation effective du curriculum de l'école Jules Michelet de TALENCE, par D. GRESLARD (Institutrice à l'école Jules Michelet ; collaboratrice à l'I.R.E.M. de BORDEAUX)

Le curriculum dont je vais vous présenter le fonctionnement est celui qui est suivi à l'école Jules Michelet de TALENCE. Cette école qui comporte un groupe pré-scolaire et un groupe primaire est le Centre pour l'Observation et la Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, rattaché à l'I.R.E.M. de BORDEAUX. Il est constitué d'un ensemble de documents et de moyens. Il s'agit bien d'un curriculum car l'ensemble de ces moyens permet la réalisation de l'acte d'enseigner (par exemple les textes du CM^2 sont pulbiés dans "Rationnels et Décimaux dans la scolarité obligatoire" de N. et G. BROUSSEAU).

A Jules Michelet, les enseignants travaillent par équipes de 3 et enseignent sur deux classes (généralement de même niveau). Ils ont donc un temps de cours de 18 heures, un temps d'observation dans les classes de 3 heures, le reste étant consacré à la préparation des activités : 1 heure 30 pour les mathématiques, 1 heure 30 pour les autres matières et 3 heures pour le recyclage et la recherche (cf. tableau I)

Pour les trois enseignants :

- 18 heures de cours
- 3 heures d'observation
- 6 heures de travail IREM.

Les heures d'observation essentiellement ont permis d'assurer la continuité du travail en mathématiques.

.../...

Un des moyens de ce curriculum est la fiche didactique des leçons. Cette fiche comprend les objectifs de la leçon, la consigne donnée par le maître, son déroulement, les activités des élèves et les commentaires. Il y a deux types de fiches didactiques : celles des leçons dites "courantes", élaborées en équipe avec l'aide du PEN (Professeur d'Ecole Normale) qui assure le suivi mathématique du niveau, et celles élaborées par les chercheurs, proposées et débattues avec l'équipe enseignante.

La régulation passe par l'observation des leçons par les autres enseignants du niveau (autoscopie), d'autres niveaux ou par des chercheurs (observation scientifique). Elles comprennent des chroniques de leçon : déroulement chronologique avec le temps de parole du maître, consigne exacte, temps de travail réel des élèves etc...; le relevé des comportements des élèves : différentes tentatives pour résoudre une question, différentes stratégies élaborées, etc...

		LUNDI		MARDI		JEUDI		VENDREDI		SAMEDI	
		CM2A	CM2B	CM2A	CM2B	CM2A	CM2B	CM2A	CM2B	CM2A	CM2B
1ère semaine	matin	MF D MJ	MJ D	MF MJ MF	D MJ D	MF MJ	D MJ MF	MF	MJ $\boxed{D}$	MF	D $\boxed{MJ}$
	a-midi	MF	MJ $\boxed{D}$	MJ	D $\boxed{MF}$	MF	D $\boxed{MJ}$	MJ	D $\boxed{MF}$		
2° semaine	matin	MF D MJ	MJ D	MJ MF D	D MF MJ	MF MJ	D MJ MF	MF	D $\boxed{MJ}$	MJ	D $\boxed{MF}$
	a.midi	MF	D $\boxed{MJ}$	MF	MJ $\boxed{D}$	MJ	D $\boxed{MF}$	MF	MJ $\boxed{D}$		
3° semaine	matin	MF	D $\boxed{MJ}$	MF D MJ	MJ D MF	MF MJ D	D MJ	MJ MF	D MF MJ	MF	D $\boxed{MJ}$
	a.midi	MF	MJ $\boxed{D}$	MJ	D $\boxed{MF}$	MF	MJ $\boxed{D}$	MJ	D $\boxed{MF}$		

MJ -> cette maitresse travaille
MJ -> cette maitresse est en observation
$\boxed{D}$ -> cette maitresse est en congé

Tableau 1.

.../...

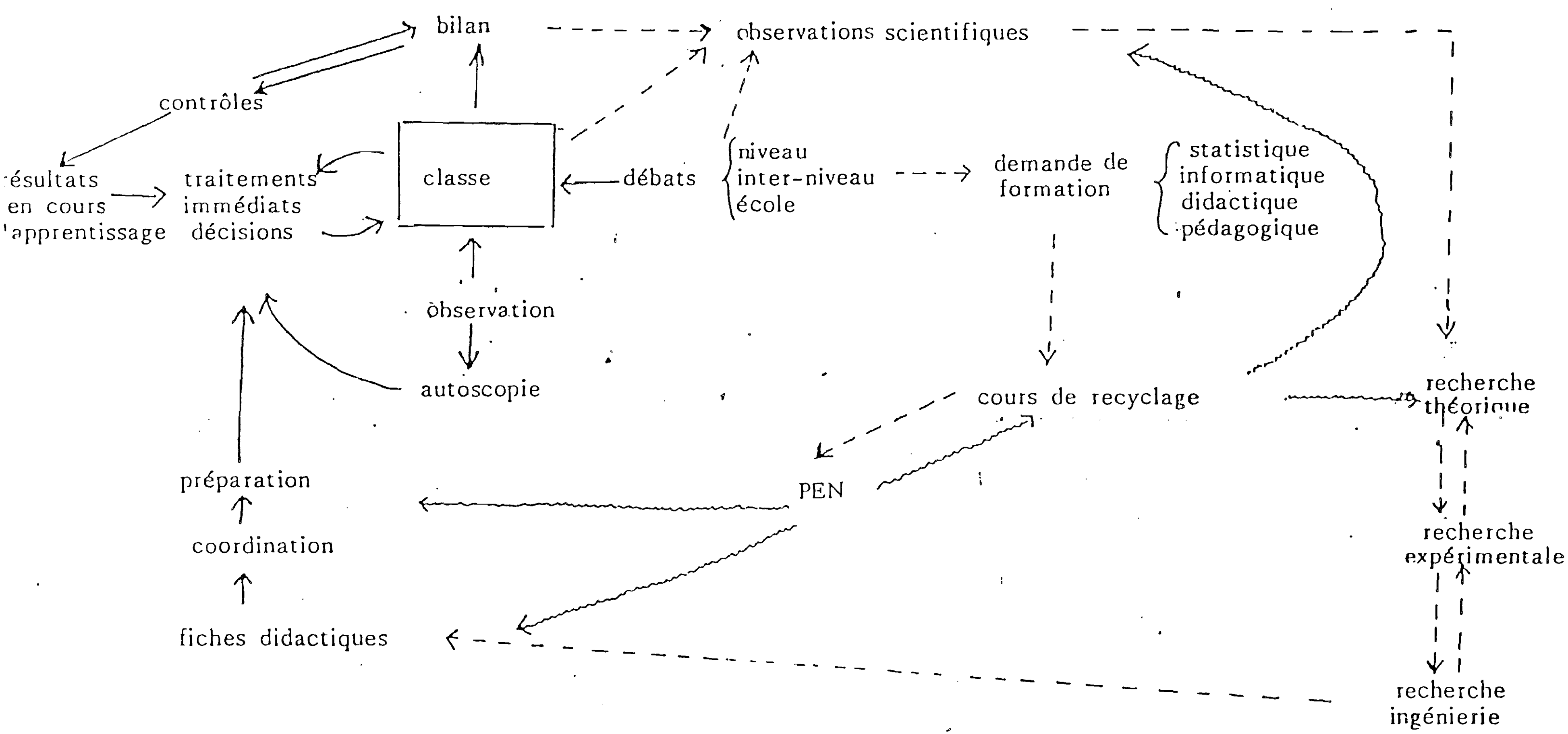

bilan
observations scientifiques
contrôles
ésultats
en cours
'apprentissage
traitements
immédiats
décisions
classe
débats
niveau
inter-niveau
école
demande de
formation
statistique
informatique
didactique
pédagogique
observation
autoscopie
cours de recyclage
recherche
théorique
préparation
PEN
coordination
recherche
expérimentale
fiches didactiques
recherche
ingénierie

Tableau II

L'analyse de ces observations et les débats qui en découlent permettent aux enseignants de prendre des décisions d'ordre pédagogique ou didactique, aux chercheurs "d'alimenter" leur recherche expérimentale et de soulever des problèmes de recherche théorique (cf. tableau II).

La régulation nécessite aussi l'évalutation de l'enseignement et ce, à différents niveaux. Elle se fait en évaluant les résultats des élèves en cours d'apprentissage pour permettre d'une part aux enseignants des prises de décisions immédiates et rapides, d'autre part "d'engranger" des matériaux pour les chercheurs et étudiants en didactique. Elle se fait aussi à la fin de séquences d'apprentissage.

Essayons de décrire les procédures d'évaluation des résultats des élèves aux exercices proposés (on ne recouvre pas toute l'évaluation possible) et le rôle que cette évaluation joue dans les décisions du maître et par là, en montrer les limites.

Cette évaluation donne :

- d'une part, des renseignements sur des variables pédagogiques qui sont déjà connues du maître
- d'autre part, des variables nouvelles.

Il s'agit de savoir :

. quels résultats je regarde
. quels renseignements j'en tire
. en vue de quel genre de décisions.

Voici un contrôle proposé aux élèves (nous ne sommes pas au cours d'un apprentissage. En effet, les mêmes questions ne donneraient pas lieu aux mêmes renseignements).

.../...

Contrôle du 22 Septembre 1980

NUMERATION DECIMALE

1°) Dictée de nombres

012 C.M.2.A : 325000 - 999999 - 500012 - 403250

1 erreur admise

98027 - 175000 - 30010 - 620-537 - 700001

C.M.2.B : 25095 - 100009 - 50304 - 108039 - 150034 - 94103

013 2°) Je range ces nombres du plus petit au plus grand

1 erreur admise

3°) J'écris le nombre qui précède et celui qui suit

C.M.2.A

1 erreur admise

. < 45000 < .

. < 1999 < .

014 . < 125100 < .

015 < 8909 < .

C.M.2.B

. < 10000 < .

. < 15700 < .

. < 29499 < .

. < 13300 < .

016 4°) Les crayons sont livrés par paquets de 10. Combien de paquets doit-on commander pour donner un crayon aux 450 élèves d'une école.

5°) Compléter le tableau suivant

Nbr d'objets écriture en lettres	Nbr d'objets écriture en chiffres	nbre de dizaines	Chiffres ou unités
017	3402	018	
	019	72	1
mille cent vingt huit	017	018	
017	100 100	018	
	019	30	0

1. LES QUESTIONS

On choisit des variables dites primaires c'est-à-dire que chaque réponse à chaque question est codée selon les valeurs suivantes :

- juste 2
- faux 1
- non fait 0

.../...

Ce qui donne un "pavé" tel que :

	325 000	500 012	175 000	....
Amc	2	1	2	
Bep	2	1	1	
Ced	2	2	2	
Dup	2	0	2	

Il est évident qu'ici on a choisi comme variable la réussite ou l'échec mais que l'on perd un certain nombre d'informations sur les types d'erreurs faits.Si nous nous trouvions en cours d'apprentissage, nous choisirions d'autres variables - telles que les types d'erreurs.

En fait, ici, on a choisi des variables dites secondaires en regroupant des questions :

325 000 et 175 000

ou carrément toute la dictée de nombres. C'est un pari fait par le maître au sujet de la réussite sur la totalité de la dictée de nombres. On a considéré ici que le seuil de tolérance pour les erreurs admises était d'une erreur sur l'écriture de 9 nombres. Encore une fois, nous avons choisi de ne recueillir que cette information, nous en perdons beaucoup d'autres.

2. LE PAVE

Les informations recueillies et codées ne sont lisibles que par les maîtres puisque ce sont eux qui ont choisi les variables et leur codage. Même les noms des enfants ne sont pas directement lisibles. Ceci pour préserver le secret de l'information car cette évaluation est faite pour le maître et la conduite de sa classe, non pour "noter" ou juger les élèves.

.../...

```
C   C     C     CCCC     CCOC  CCCOC   CCOO
CO CO    C O   C   O  G      O        O
C C C   C   C  CCOC   C  LC  COOG     OCO
C   C  CCCCC  C C    C   C  O             O
C   C  O    C  O  C    OCCO  CCOOO  COCO
```

	12	13	14	15	16	17	18	19	ZERO	UN	DEUX	TEX
ARO	1	2	2	2	1	1	1	2	0	4	4	50
PEZ	1	2	2	2	1	2	1	2	0	3	5	62
PCU	2	2	2	2	1	2	1	2	0	2	6	75
ERI	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	8	100
CAC	2	2	1	2	1	2	2	2	0	2	6	75
CHA	1	2	2	2	1	2	2	2	0	2	6	75
CHF	1	2	2	2	1	2	2	2	0	2	6	75
CHB	2	2	2	2	1	2	2	2	0	1	7	87
DIG	2	2	2	2	1	1	2	2	0	2	6	75
DES	2	2	2	2	2	1	2	2	0	1	7	87
DEM	1	2	2	2	1	2	2	2	0	2	6	75
DUP	1	2	2	2	1	2	2	2	0	2	6	75
ERC	2	2	2	1	1	2	2	2	0	2	6	75
ETC	2	2	2	2	1	2	2	2	0	1	7	87
FTG	1	1	2	1	2	2	1	2	0	4	4	50
FEC	1	1	2	2	1	2	1	2	0	4	4	50
FOU	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	8	100
LAC	2	1	2	2	1	2	2	2	0	2	6	75
FRO	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	8	100
FCT	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	8	100
MEY	1	2	2	2	1	2	1	2	0	3	5	62
RIG	0	0	2	2	2	2	2	2	2	0	6	100
ROF	2	2	2	2	1	2	2	2	0	1	7	87
SAL	0	0	1	2	1	2	2	2	2	2	4	66
SUD	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	8	100
TAG	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	*****
TOL	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	*****
ZERO	4	4	2	2	2	2	2	2				
UN	9	3	2	2	17	3	6	0				
DEUX	14	20	23	23	8	22	19	25				
TEX	60	86	92	92	32	88	76	100				

A

B

LE TABLEAU ENTIER COMPORTE :
20 ZEROS (ABSENCES DE VALEURS)
42 UNS (MAUVAISE REPONSE OU NON-REPONSES)
154 DEUX (BONNES REPONSES)
SOIT UN POURCENTAGE DE 78 BONNES REPONSES

C

3. LES DECISIONS LOCALES POUR L'ENSEMBLE DE LA CLASSE.

. Le pavé ordinateur donne directement en bout de ligne les résultats de chacun des élèves : (voir A sur le tableau)

. Le résultat des questions en bout de colonne et dessous : (voir B sur le tableau)

. le résultat global de la classe à l'ensemble du contrôle (voir C sur le tableau)

.../...

. C'est ce résultat global que nous regardons en premier.

si $75 < r < 80$ -> le choix des questions paraît correct et le résultat d'ensemble satisfaisant.

si $r > 80$ -> les questions posées étaient sans doute trop faciles et les objectifs du maître pas assez ambitieux

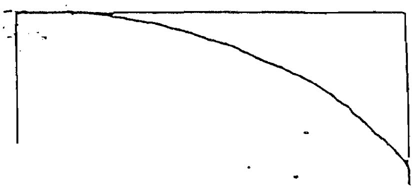
si $r < 75$ -> soit les questions posées sont trop difficiles, soit les buts du maître n'ont pas été atteints, soit ses objectifs sont trop ambitieux.

. Le succès aux différentes questions.

Question par question on relève celles qui ont un résultat inférieur à 75 % puis nous regardons la distribution des questions et leur étendue.

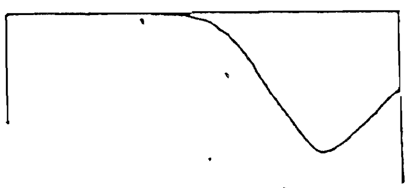
Cette distribution peut avoir des formes diverses :

soit



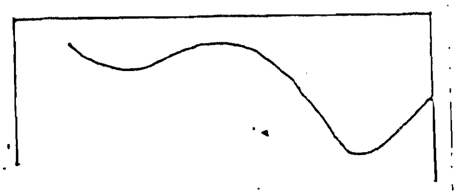
-> la majorité des enfants a bien réussi la majorité des questions avec une marge d'erreur faible

ou



-> cette distribution aura un sens différent suivant son étendue

soit



Prenons l'exemple de la distribution des exercices dans ce contrôle (CM 2 B - numération - septembre 1980)

```
CM 2 B NUMERATION DECIMALE 22 9 1980

HISTOGRAMME POUR LES COLONNES PAR % D'EXACTS          :
------------------------------------------------------


 32.00   41.72   51.43   61.15   70.86   80.58   90.29  100.00
   !-------+-------+-------+-------+-------+-------+-------+
   !   16  !       !   12  !       !   18  !   13  !   14  !
                                           !   17  !   15  !
                                                   !   19  !

LES % D'EXACTS SUR LES COLONNES ONT POUR MOYENNE : 78.25 ET POUR ECART-TYPE :   20.87
```

.../...

L'étendue de la distribution va de 32.00 à 100.00 avec un exercice nettement séparé des autres : le n° 16 puis le n° 12 situé autour de 60.00 et un groupe d'exercice entre 75.00 et 100.00.

<u>Analyse de la question n° 16</u> : Il s'agit d'un problème où les élèves doivent repérer le nombre de dizaines or la question n° 18 fait appel aux mêmes connaissances mais lors d'un algorithme.
Il faut donc comparer les questions 16 et 18
et éventuellement .16 et X
X étant un problème où il s'agissait d'un nombre de douzaines. Regardons si cette même question n° 16 occupe la même place dans la distribution pour l'autre classe.

En effet, la régularité de l'observation est importante : dans chaque classe, il n'y a que 27 élèves. Suivant la place de l'exercice 16 dans l'autre classe, les interprétations seront différentes. On comprend ici la nécessité d'avoir un champ d'expérience vaste et l'importance des "expériences" en didactique des mathématiques.

On voit que le n° 16 pour les CM 2 A est aussi nettement détaché du groupe des autres questions quoique légèrement mieux réussi mais que l'écart avec la question 18 reste très important.

```
54.00  59.86  65.72  71.58  77.43  83.29  89.15  95.00
  !------+------+------+------+------+------+------!
  !  16  !             !  14  !  12  !  17  !  13  !
                              !  15  !      !  19  !
                              !  18  !
```

. Comparaison 16 et 18.

Sont-ce les mêmes élèves qui ont échoué aux deux questions ou pas ? Y-a-t-il interdépendance ou non ? Regardons sur le pavé concernant les deux classes au test du χ^2

.../...

CP 2 NUMERATION DECIMALE 22 9 1980

TEST DU CHI2 SUR LES PAIRES DE COLONNES

	FAUX-FAUX		JUSTE-FAUX		FAUX-JUSTE		JUSTE-JUSTE			
	OBSERVE	THEORIQUE	OBSERVE	THEORIQUE	OBSERVE	THEORIQUE	OBSERVE	THEORIQUE	CHI-CARRE	INTERPRETATION
3- 12	3	1.19	11	12.81	1	2.81	32	30.19	4.27	EFF.THEOR.<5
4- 12	3	2.09	11	11.91	4	4.91	29	28.09	.67	EFF.THEOR.<5
4- 13	1	.60	3	3.40	6	6.40	37	36.60	.35	EFF.THEOR.<5
5- 12	5	1.79	9	12.21	1	4.21	32	28.79	9.43	EFF.THEOR.<5
5- 13	2	.51	2	3.49	4	5.49	39	37.51	5.44	EFF.THEOR.<5
5- 14	3	.98	5	7.02	3	5.02	33	35.98	5.63	EFF.THEOR.<5
6- 12	11	8.04	3	5.96	16	18.96	17	14.04	3.64	SIGNIF.A .10
6- 13	2	2.30	2	1.70	25	24.70	18	18.30	.10	EFF.THEOR.<5
6- 14	5	4.57	3	3.43	23	23.43	12	12.57	.11	EFF.THEOR.<5
6- 15	4	3.43	2	2.57	24	24.57	19	19.43	.25	EFF.THEOR.<5
7- 12	3	1.79	11	12.21	3	4.21	30	28.79	1.34	EFF.THEOR.<5
7- 13	1	.51	3	3.49	5	5.49	38	37.51	.59	EFF.THEOR.<5
7- 14	2	.98	6	7.02	4	5.02	37	35.98	1.45	EFF.THEOR.<5
7- 15	2	.73	4	5.27	4	5.27	39	37.73	2.83	EFF.THEOR.<5
7- 16	4	3.43	24	24.57	2	2.57	19	19.43	.25	EFF.THEOR.<5
8- 12	7	2.98	7	11.02	3	7.02	30	25.98	9.82	EFF.THEOR.<5
8- 13	3	.85	1	3.15	7	9.15	36	33.85	7.53	EFF.THEOR.<5
8- 14	2	1.63	6	6.37	8	8.37	33	32.63	.12	EFF.THEOR.<5
8- 15	3	1.22	3	4.78	7	8.78	36	34.22	3.69	EFF.THEOR.<5
8- 16	7	5.71	21	22.29	3	4.29	18	16.71	.85	EFF.THEOR.<5
8- 17	3	1.22	3	4.78	7	8.78	36	34.22	3.69	EFF.THEOR.<5
9- 12	1	.30	13	13.70	0	.70	33	32.30	2.41	EFF.THEOR.<5
9- 13	0	.09	4	3.91	1	.91	42	42.09	.10	EFF.THEOR.<5
9- 14	0	.16	8	7.84	1	.84	40	40.16	.20	EFF.THEOR.<5
9- 15	1	.12	5	5.88	0	.88	43	42.12	7.32	EFF.THEOR.<5
9- 16	1	.57	27	27.43	0	.43	21	20.57	.77	EFF.THEOR.<5
9- 17	0	.12	6	5.88	1	.88	42	42.12	.14	EFF.THEOR.<5
9- 18	1	.20	9	9.80	0	.80	39	39.20	3.92	EFF.THEOR.<5

la ligne 18-16 correspond au tableau suivant :

18			
J	21	18	
F	7	3	
	F	J	→ 16

Est-ce que réussir à 16 => réussir à 18. Rien ne le prouve. Nos doutes nous ont conduit à rechercher s'il y avait interdépendance ou pas de questions mettant en jeu les mêmes notions mathématiques - dans les algorithmes

- dans les problèmes

.../...

. Comparaison 16 et 12

12 \ 16	F	J
J	16	17
F	11	3

Il apparaît ici que qui réussit 16 réussit 12.

si 12 faux alors 16 faux

Quelles sont les décisions possibles ?

- réenseigner 12 ?
- enseigner 16 pour réussir 12 ? est-ce nécessaire ?
  est-ce suffisant ?
  est-ce ni l'un ni l'autre ?
- réenseigner 16 ?
- enseigner 12 pour réussir 16 ? est-ce nécessaire ?
  est-ce suffisant ?

Nous en avons conclu qu'il n'y aurait pas d'amélioration à 16 s'il n'y a pas d'amélioration à 12 mais il est possible qu'il y ait amélioration à 12 sans amélioration à 16.

. Comparaison 18-12.

18 \ 12	F	J
J	7	30
F	7	3

Il apparaît que ce sont les enfants qui ont échoué à 12 qui ont échoué à 18

12 faux => 18 faux

. Réexamen de 12.

Les variables choisies ici n'apportent pas assez de renseignements,

.../...

il faut refaire un pavé avec des variables primaires. Nous avons choisi toutefois de redonner un autre exercice avec des nombres de même type mais déjà utilisés dans une évaluation au niveau national afin, en plus, de nous permettre de situer l'ensemble de la classe par rapport à d'autres classes.

	97	1024	307 002	25 100 000	2 043 010	1 292 64
CM 2 A	100	100	95	86	95	100
CM 2 B	96	96	84	76	56	100
les 2 classes	97	97	89	81	75	100
% national (Zoom)	89	88	68			

Sur l'ensemble des deux classes, les résultats sont corrects mais il apparaît que 2 043 010 a été beaucoup moins bien réussi en CM 2 B.

Dans l'ensemble, les résultats sont un peu plus faibles en B qu'en A et sur une question un peu plus difficile, l'écart se creuse. Nous avons décidé de faire une séance de plus sur la numération décimale dans la classe B.

4. RENSEIGNEMENTS POUR DES DECISIONS SPECIFIQUES A CERTAINS GROUPES D'ENFANTS

Classe CM 2 A : groupe de 4 enfants dont les résultats sont faibles dans l'ensemble : $r < 50$.

En regardant le diagramme représentatif des résultats, on voit que les enfants GUE et CRE échouent ou réussissent de la même manière.

Le maître dans son diagnostic, choisit les questions qui sont à retravailler pour ce groupe d'élèves. Il trouve ces informations dans le traitement TABET.

.../...

```
CM 2 A NUMERATION DECIMALE 22 9 1980

HISTOGRAMME POUR LES LIGNES PAR % D'EXACTS             :
-------------------------------------------------------

  25.00  35.72  46.43  57.15  67.86  78.58  89.29 100.00
    !------+------+------+------+------+------+------+
    ! LAM  ! GUF  ! CRE  ! BPE  ! DER  ! ARA  ! ?TR  !
           ! PIT  !             ! FEP  ! BAJ  ! BEY  !
                                       ! BEC  ! ECR  !
                                       ! CHI  ! CAS  !
                                       ! LHC  ! CCL  !
                                       ! GRE  ! CRC  !
                                       ! LOP  ! DEL  !
                                       ! POU  ! CCL  !
                                              ! FIC  !
```

5. LES DECISIONS GLOBALES

. Sur les progressions.

Pour les mêmes exercices, on compare les pavés de 1980 et 1979. Les résultats sont sensiblement les mêmes sauf à l'exercice n° 16 et n° 12, ce qui confirme les renseignements donnés précédemment.

Pour des exercices de type et de difficultés identiques, nous remarquons une augmentation des réussites, ce qui est normal. Le contraire donnerait lieu à prise de décisions pédagogiques du maître.

. sur les élèves.

Comparons les résultats globaux aux contrôles de numération décimale (exercices de types identiques) de chaque élève au CM 1 et au CM 2. Nous repérons ainsi les enfants :

- qui ont progressé normalement

  $r\ CM\ 1 \leqslant r\ CM\ 2$

- qui ont nettement progressé

  $r\ CM\ 2 \gg CM\ 1$

- qui ont régressé

  $r\ CM\ 2 \ll CM\ 1$

.../...

Pour ces derniers, nous recherchons les exercices sur lesquels porte cette régression et nous décidons de revoir ces questions avec ces enfants-là.

D'autre part, à chaque fin d'année scolaire, tous les intervenants à l'école Jules Michelet se réunissent durant 3 jours pour examiner le bilan de l'année écoulée. Chaque équipe présente à l'assemblée non seulement la progression des activités mais aussi les résultats obtenus lors des différents contrôles d'évaluation. Ces contrôles sont ceux de fin de trimestre et de fin d'année : les C.A.S (Contrôles d'Aquisitions Scolaires) élaborés par les équipes et les T.A.S (Tests d'Acquisitions Scolaires) élaborés nationalement et qui comportent un étalonnage.

Les renseignements donnés par les traitements informatiques sont analysés, discutés et les équipes ont alors à justifier leurs décisions. Cette analyse permet aussi de pointer ce qui a échappé à la régulation et de soulever des questions pédagogiques, didactiques, etc... A la suite de ces débats, les enseignants formulent souvent des demandes de formation continue sur les sujets évoqués (par exemple la géométrie, la théorie des situations...)

Les chercheurs y présentent aussi l'état de leurs travaux et leur implication dans l'enseignement.

Ce curriculum comprend donc :

- des moyens d'évaluation
  . en cours d'apprentissage
  . des contrôles périodiques
  . les C.A.S.
  . les T.A.S
- des moyens d'enseignement
  . les fiches didactiques
  . les commentaires
  . les matériels
- des moyens de formation
  . formation continue
  . pédagogie
  . didactique
  . informatique
  . statistique

.../...

- des moyens de gestion
  - . liberté ou non par rapport aux fiches didactiques
  - . horaires PEN
  - . postes enseignants supplémentaires
  - . recherches (retours vers les enseignants)
  - . informatique
  - . auto-scopie et observations
  - . débats
  - . bilan

Malgré tout cela, d'autres choses échappent à la gestion.

En conclusion, je dirai que les conditions d'existence de ce curriculum sont d'ordre pragmatique et non pas idéologique ou administratif : l'organisation de l'Ecole Jules Michelet est telle qu'il y a nécessité de ce curriculum. Il est donc le produit d'un fonctionnement et non pas son départ.

La nécessité de gérer et réguler ce curriculum explique la nécessité des contrats qui lient les enseignants et les chercheurs à l'institution. Cela nécessite aussi des moyens de gestion en heures et en personnes : par exemple en primaire : pour 47 500 h. d'apprentissage dont 1900 h. d'enseignement de maths, cela nécessite 5548 h. de régulation soit un rapport d'environ 3 pour 1 (cf. tableau III)

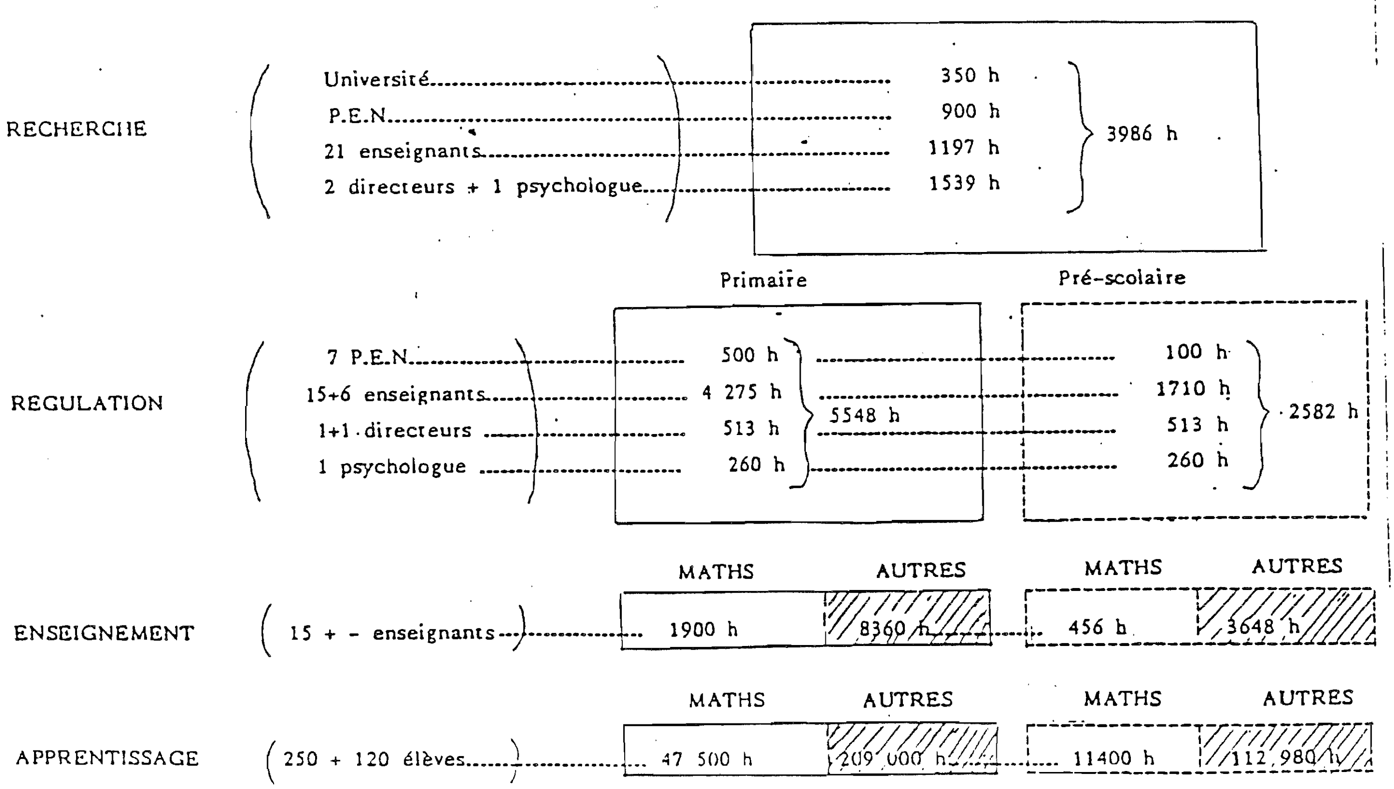


Tableau III

II. Phénomènes observés au cours de la régulation du curriculum, par G. BROUSSEAU (U.E.R. de Mathématiques et d'Informatique et I.R.E.M. de BORDEAUX)

Dans le paragraphe précédent, Denise GRESLARD a montré les conditions réelles de production, de fonctionnement et de régulation du Curriculum utilisé au COREM. Elle a mis en évidence toutes les précautions qui ont été prises pour permettre à l'enseignement de se dérouler dans des conditions convenables malgré les perturbations que pourraient apporter les observations et les expériences. Les circuits de régulation sont conçus pour se compléter avec toutefois un jeu subtil d'antagonismes équilibrés et les moyens de contrôles mis à la disposition de chacun de ces circuits paraissent suffisants, en tout cas largement supérieurs aux valeurs en usages dans ce domaine.

Nous ne parlerons pas des résultats qui sont ce que nous en attendons, c'est-à-dire corrects : le but de cette école n'est pas d'obtenir une supériorité quelconque : pour des raisons évidentes de déontologie et de bonne insertion dans le milieu scolaire nous utilisons la méthode des comparaisons à différence nulle (les résultats sont maintenus constants, ce sont les efforts déployés pour cela qui servent de base aux comparaisons).

Nous nous intéresserons au contraire aux phénomènes qualitatifs qui échappent à l'un ou à l'autre des systèmes de régulation. C'est ainsi que nous distinguerons les phénomènes détectés à la suite d'observations directes (Obs), de ceux mis en évidence par à la suite d'une réflexion d'origine théorique (Thé) et de ceux enfin qui se sont imposés à la suite de difficultés persistantes de la régulation pragmatique des expériences (Exp). Cependant nous suivrons pour les présenter, un ordre compatible avec les explications et les remarques que ces phénomènes appellent.

1) DEPENDANCE ENTRE LES APPRENTISSAGES

Contrairement à ce que l'on attendait, les dépendances observées entre les apprentissages, grâce aux différentes sortes d'études statistiques qui accompagnent en permanence les contrôles, ne suivent pas les dépendances souvent admises comme nécessaires entre les enseignements

.../...

dans la construction des curriculums.(obs.1) D'emblée cette observation montre l'insuffisance des conceptions à l'aide desquelles ces questions sont traitées dans les modèles classiques et permet de mettre en doute l'efficacité des décisions qui sont prises suivant ces conceptions. Ces conceptions servent de base aussi à la répartition des tâches et des responsabilités entre les niveaux scolaires (et donc aux relations entre les maîtres qui se succèdent auprès des mêmes enfants. Il faudra expliquer ce fait et en tirer les conséquences.

2) REPRODUCTION ET REPRODUCTIBILITE DES SITUATIONS D'ENSEIGNEMENT

Lors de la reproduction des mêmes situations d'apprentissages par les mêmes maîtres avec des élèves différents, les mêmes successions d'évènements se reproduisent d'une façon beaucoup plus fidèle que ne permettrait de l'envisager les modélisations que nous avons construites. Nous avons interprété ce fait de la façon suivante : le maître mémorise plus facilement la succession des faits contingents - l'histoire de sa leçon - que les conditions de l'apprentissage qu'il veut provoquer, même si ces conditions sont au départ bien connues de lui. En sorte qu'il cherche plus ou moins consciemment à reproduire cette histoire précise. Les interventions même discrètes qu'il fait dans ce sens referment l'ouverture des situations d'apprentissage et changent la signification des comportements qu'il obtient de ses élèves. (thé.1).

Ainsi, à terme, les situations proposées dans le curriculum perdent leurs propriétés, les mêmes résultats sont obtenus par d'autres moyens, comme l'entrainement formel, au lieu de la compréhension. C'est le phénomène d'obsolescence des situations didactiques, qui se manifeste (même et surtout en l'absence de toute intervention extérieure par le besoin des maîtres de modifier leur projet de leçon ou de changer de fiche ou de méthode. (Exp.1)

Scholie.

Si la psychologie tente de décrire et d'expliquer les comportements humains, la didactique est la théorie des conditions de commande (que l'on peut volontairement organiser) pour provoquer les apprentissages des connaissances déjà constituées ou en voie de constitution. Ces conditions

.../...

dépendent essentiellement de chaque connaissance enseignée. Elles déterminent le sens de ces connaissances. Le travail du maître consiste donc à réaliser et à maintenir ces conditions pour obtenir de ses élèves les adaptations voulues. La théorie des situations s'attache à déterminer ces conditions et les relations qu'elles entretiennent avec le sens produit et par là peut donner des indications sur les formes de contrôles correspondants.

3) DECOUVERTE D'UNE EVIDENCE : L'INSTITUTIONNALISATION.

Sur ces bases nous avons construit une théorie des situations qui envisage trois familles de conditions en fonction de trois formes fondamentales de connaissances, d'apprentissages, de relations sociales et de fonction des connaissance ; Puis nous avons réalisé des suites de leçons combinant ces différents types de situations pour réaliser des processus (dialectiques) d'acquisition des connaissances. Ces séquences fonctionnaient bien, mais périodiquement les maîtres demandaient une petite pose pour reprendre certaines activités. Après avoir commencé par considérer ces demandes avec suspiscion (les maîtres faisaient-ils subrepticement du conditionnement ?) puis avec complaisance (il s'agissait de réparer des petites imperfections de réalisation du processus) nous avons fini par prendre cette contrainte comme objet d'étude et d'observation : Les maîtres procédaient à une mise au point, à une lecture, de ce qui s'était passé au cours des phases de découverte et INSTITUTIONNALISAIENT les connaissances, même bien acquises au sens de l'apprentissage, en SAVOIRS, connus et reconnus par l'élève et par le maître comme l'objet de l'activité d'enseignement.

Dans la plupart des classes, les maîtres réduisent leur enseignement à des phases d'institutionnalisation SANS avoir pu d'abord construire chez leurs élèves des connaissances et des usages qui forment les sens de ces savoirs et leur permettent de fonctionner. Les hauts niveaux des taxonomies, comme celle de Bloom, donnent une idée de la nature de ces connaissances.

4) LE VIEILLISSEMENT DES SAVOIRS.

Nous avons pu observer les différentes sortes de dégradation des capacités de mobilisation de ces connaissances et l'obsolescence des

.../...

savoirs pour l'élève qui en résultent. Il ne s'agit pas de simples oublis imputables à la mémoire mais de véritables transformations qui jouent leur rôle dans l'apprentissage. L'obsolescence didactique conduit à considérer une connaissance ayant fait l'objet d'une tentative ancienne d'enseignement (couronnée ou non de succès) comme un savoir déprécié, inadapté, à reprendre, à critiquer...

5) L'EVANOUISSEMENT DU SENS DES CONNAISSANCES.

Dans l'épistémologie des professeurs, les rapports entre les savoirs et leurs référents sont conçus comme des rapports de correspondance formelle (application) ou de ressemblance structurelle. Seule la relation attestée par la culture est utilisée de sorte que le maître exige comme des évidences des reconnaissances et des assimilations qui lui sont familières mais qui n'ont aucune justification pour l'élève ni aucune pertinence au sens de l'adéquation de cette reconnaissance. Par exemple, il existe de nombreuses situations très différentes qui conduisent à "faire" une division, mais dont la compréhension repose sur des conceptions totalement différentes, mais le maître pense devoir viser et exiger un "sens" de la division qui serait capable d'activer cette opération dans tous les cas. (Imaginez vous un "sens" de la sphère qui vous permettrait de passer d'un problème de géométrie élémentaire à un problème de géométrie différentielle et d'y reconnaître INTUITIVEMENT une sphère ? Ces exigences rompent le lien entre la notion mathématique et ses situations de références. Cet évanouissement du sens est accentué par la dissymétrie énorme que l'enseignement entretient entre le sort fait aux questions et celui fait aux réponses.

6) LE PROBLEME DE L'EVALUATION ET DES OBJECTIFS

Nous avons très vite remarqué que l'inventaire des résultats d'une leçon était toujours beaucoup plus long que celui de ses objectifs et que ces résultats ne pouvaient pas être écrits sous forme d'objectifs.C'est qu'ils comprennent de nombreux comportements très liés aux conditions de l'apprentissage - nous disons qu'ils ne sont pas décontextualisés -, ou très liés à la personne (à l'élève) et au moment où ces comportements se produisent (ils ne sont pas dépersonnalisés ni détemporalisés). Ils ne peuvent pas sans abus être formulés en termes généraux, détachables ; ils ne peuvent généralement pas être évoqués avec des personnes qui n'ont pas parti-

.../...

cipé à l'activité. Ces connaissances jouent un rôle important dans la mise en oeuvre des savoirs qui eux, ont été décontextualisés. Ce rôle est comparable aux représentations spontanées et aux modèles implicites construits par l'élève dans les situations d'action ; ils forment une partie importante de la conception de l'élève et commandent le sens de ses connaissances.

Le fait qu'ils ne puissent être ni définis en terme d'objectifs, ni évalués de manière triviale entraîne des conséquences remarquables :

Les maîtres de la classe supérieure n'ont pas beaucoup de poosibilités d'évoquer et d'utiliser ce type de connaissances chez leurs élèves, et de ce fait les objectifs de la classe inférieure, même s'ils ont été atteints et institutionnalisés par leurs collègues ne leur paraissent pas atteints d'une manière satisfaisante. En mettant l'accent d'une manière excessive et maladroite sur les objectifs de chaque niveau, de chaque leçon de chaque exercice et en fondant sur leur évaluation toute la régulation des processus d'apprentissage et les articulations interniveaux on prend le risque de négliger l'essentiel et d'obtenir l'effet contraire au résultat cherché : un écrasement des acquisitions sur les apprentissages d'algorithmes très faiblement utilisable car finalement dénués de sens. Nous avons observé très clairement ce phénomène à l'école Michelet, malgré le soin apporté à la rédaction des fiches didactiques et les explications et recyclages centrés sur la compréhension des notions mathématiques et des situations d'adaptations qui conduisent à leur acquisition.

7) LES OBSTACLES EPISTEMOLOGIQUES

L'existence des obstacles cognitifs, épistémologiques, ontogénétiques ou didactiques, montre la nécessité de concevoir d'autres modèles pour l'enseignement que ceux qui sont actuellement proposés aux maîtres par les administrateurs, et une autre ingénierie que celle qu'ils peuvent produire et véhiculer dans leurs activités actuelles.

8) LE CONTROLE DU SENS DANS LE CONTRAT DIDACTIQUE ET SES DERAPAGES.

Quelques "effets" maintenant classiques montrent les aléas de la gestion du sens des connaissances enseignées : les effets "Jourdain" et "Topaze", de glissement métadidactique, d'abus de l'analogie, d'émiette-

.../...

ment du savoir, etc... montrent les formes d'échecs du contrat didactique. Le tableau ci-joint montre leurs relations et parait signifier que cet échec est inévitable. Il est un fait que l'enseignement semble marcher mieux qu'il ne devrait d'après nos modélisations et nos théories.

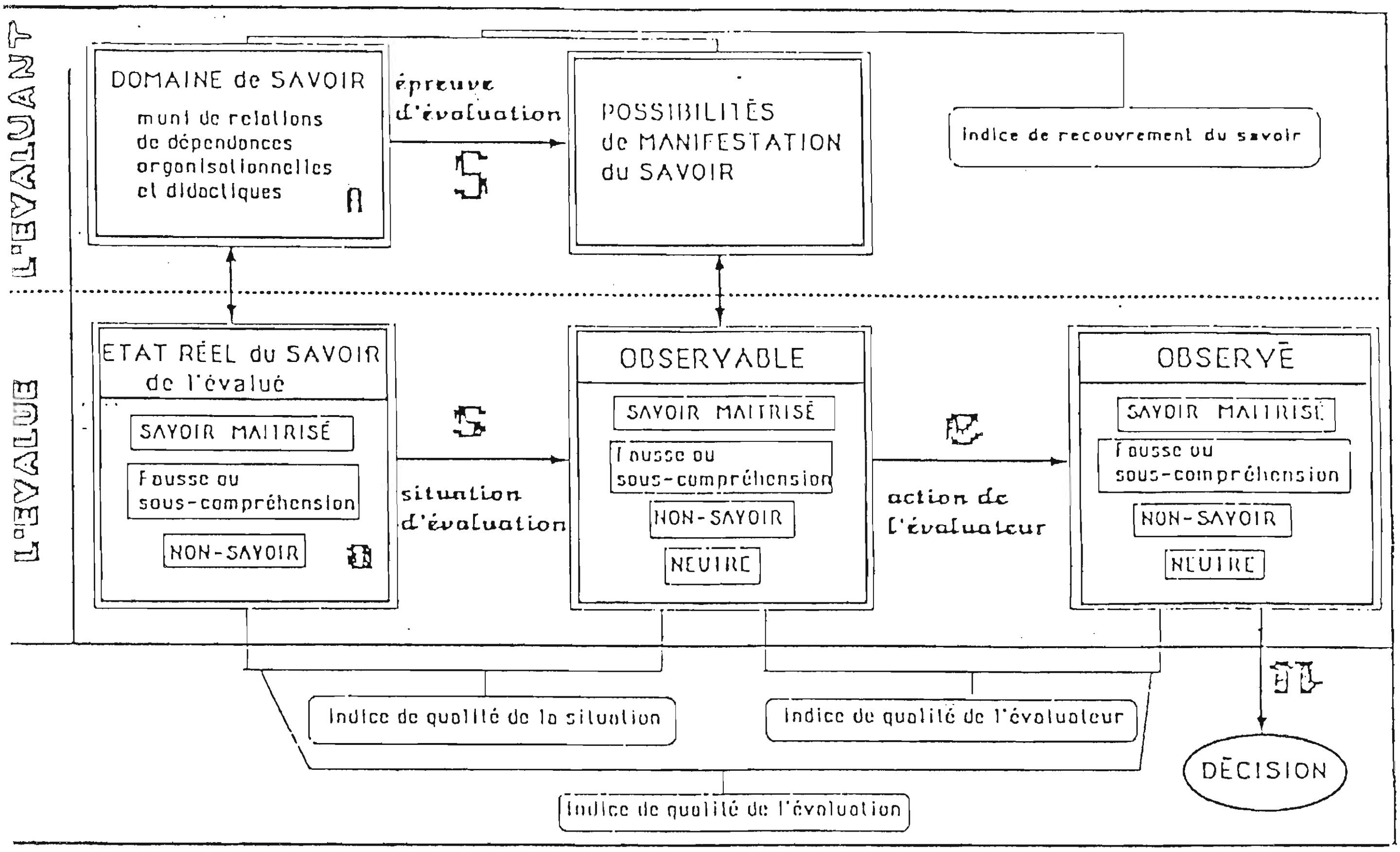
9) CONCLUSIONS DIVERSES

Quelles perspectives ces travaux ouvrent-ils pour la régulation de l'enseignement des mathématiques en situation scolaire ordinaire ? Il y a deux versants, le technique d'une part, le sociopolitique et le culturel d'autre part. Pour examiner l'un comme l'autre il est nécessaire de revenir au point de vue théorique et de faire une théorie des curriculum en utilisant les méthodes de la théorie des situations.

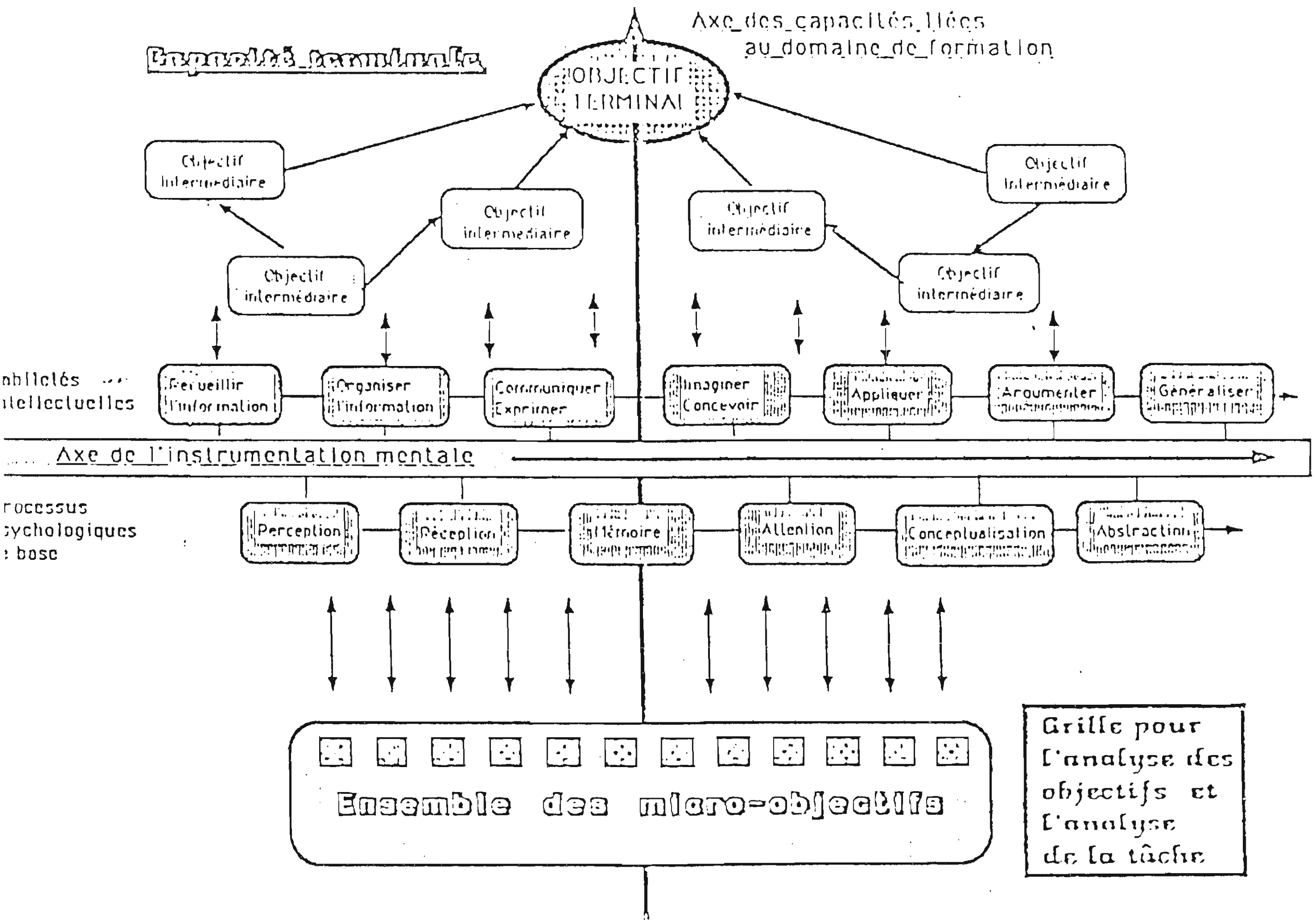
Depuis l'année 1980, les besoins exprimés par les enseignants de mathématiques ont incités l'IREM à produire de nombreux instruments d'évaluation destinés pour la plupart au collège et à la classe de seconde (cf. Bibliographie). Ces instruments ont connu une diffusion importante et sont largement utilisés, leurs qualités "métrologiques" nous paraissent satisfaisantes, mais les clés qu'ils devraient livrer, aussi bien pour établir des bilans que pour réguler l'action de formation, restent très approximatives.

Notre équipe étant composée d'enseignants ayant, comme il se doit, des soucis d'efficacité immédiate, nous sommes souvent tiraillés entre le désir d'obtenir rapidement des outils performants et la conscience que nous avons de la nécessité d'une recherche plus fondamentale.

L'IREM et son implantation dans l'Université, nous fournit un cadre dans lequel il est possible de remettre en cause les habitudes et les pratiques traditionnelles, de faire le "pas de côté" indispensable à toute recherche, sans pour autant perdre le contact avec la réalité.



Grille pour l'étude des qualités d'une évaluation : VALIDITÉ et PERTINENCE



Grille pour l'analyse des objectifs et l'analyse de la tâche

BIBLIOGRAPHIE

1 - IREM de BESANCON

OBJECTIFS et EVALUATION (1983-450 pages) :

- fascicule 1 : généralités
- fascicule 2 : 6ème-5ème
- fascicule 3 : 4ème-3ème

SUIVI SCIENTIFIQUE des PROGRAMMES de COLLEGE (1986-190 pages)

ARTICLES :

BODIN.A : Problèmes de l'évaluation des savoirs mathématiques - PETIT x n°7 (avril 85).

BODIN.A : Réflexions sur l'actualisation des programmes de mathématiques Bulletin n°351 de l'APMEP (décembre 85).

HENRY.M - ROGER-D : (1984) Niveaux de formation en mathématiques et appropriation du Savoir, la question clé des concepts - Bulletin de l'IREM de BESANCON n°24.

2 - AUTRES SOURCES

COLLOQUE : "Evaluer L'Evaluation" Rencontre Internationale sur l'Evaluation 16-17-18 septembre 1986. Dijon, organisé par l'ARBRE (Association Régionale de Bourgogne de Recherche en Education et en Formation). Contact : CRDP - BP 490 Bd Gabriel 21013 - DIJON CEDEX.

ARTICLES

ALLAL Linda : Interventions au Colloque "Evaluer l'Evaluation", in "Résumés des Contributions aux groupes de travail". Actes des Travaux - CRDP - DIJON.

BROUSSEAU. G : (1983) Les objectifs et la Didactique des Mathématiques - Contribution à la seconde école d'été de Didactique des Mathématiques - IREM d'ORLEANS.

CARDINET. J : (1986) Evaluation scolaire et mesure - DE BOECK-UNIVERSITE.

CHANCEREL J. L : (1978) La construction des systèmes de formation par unités capitalisables- PETER-LANG.

CHANGEUX. J.P. : (1983) L'homme neuronal - FAYARD.

D'HAINAULT. L : (1983) Des fins aux objectifs - LABOR-NATHAN .

DE KETELE. J.M. : (1980) Observer pour éduquer - PETER-LANG.

DOUADY. R. : (1984) Jeux de cadres et dialectique outil-objet... - thèse de doctorat - PARIS VII.

GRAS. R : (1977) Contributions à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques - Thèse- université de RENNES.

LAKATOS : (1984) Preuves et réfutations - HERMANN - Traduction de la thèse "Proofs and Refutations" publiée en 1976 par Cambridge University Press.

NOIZET.G- CAVERNI. J.P. : (1978) Psychologie de l'évaluation scolaire - P.U.F..

VERGNAUD. G. : (1976) Activité et connaissance opératoire - Bulletin APMEP n° 307.

WALLISER. B. : (1977) Systèmes et modèles - SEUIL.

PARIS NORMANDIE Mardi 7 juin 1988

15e colloque pour LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Durant trois jours, cette fin de semaine, des professeurs en écoles normales et autres formateurs d'instituteurs en mathématiques ont tenu à Rouen leur 15e colloque dont le thème était « Didactique des mathématiques et formation, évaluation des apprentissages ».

130 universitaires se sont donc retrouvés à l'École Normale de la rue de Lille grâce à l'initiative de M. Tresgots, directeur de l'E.N.G., à l'organisation due à Mmes C. Houdement et M. L. Peltier, professeur, et l'appui de M. Celanire, de la Mission Académique, et de M. Cardon, directeur de l'I.R.E.M. Haute-Normandie.

Rouen est une ville qui apprécie hautement les mathématiciens, « ces chercheurs de vérités évidentes... pour eux ! », comme le précisa M. Roger Parment, adjoint au maire, qui, de concert avec les membres du Conseil, Pierre Buisson et Thierry Binctin, accueillit les congressistes dans les salons de l'hôtel de ville, jeudi en fin d'après-midi. Devant une nombreuse assistance d'inspecteurs généraux, d'universitaires et de chercheurs, Roger Parment évoqua Charles Nicolle, ce scientifique qui fut sans aucun doute un mathématicien, et matérialisa la présence de Blaise Pascal qui vécut tout près de l'actuel hôtel de ville, démontrant ainsi à ce congrès de mathématiciens qu'à Rouen ils se trouvaient en pays conquis et néanmoins accueillant.

LIBERTE DIMANCHE Dimanche 29 Mai 1988

P. 9 Reflets de Rouen

mardi 7 juin 1988

Les maths à l'école

Cent trente professeurs d'Ecole normale, Inspecteurs départementaux, et autres formateurs d'instituteurs spécialistes des mathématiques se sont réunis à l'Ecole normale de la rue de Lille pour un colloque national. Ils ont planché pendant trois jours sur les maths à l'école primaire.

Fini les maths modernes. Il s'agit aujourd'hui, non seulement d'apprendre à compter mais aussi et surtout d'apprendre à raisonner, à lire, à gérer l'information, à acquérir certains concepts mathématiques simples. Quand on sait que la filière scientifique, la fameuse filière S, c'est la voie royale de la réussite, et que les bacs « maths » ouvrent toutes les portes, il est bon en effet de se pencher sur les premiers acquis de l'école primaire et surtout sur la manière dont les maths sont perçues par les plus jeunes. « Faire passer » les maths est donc essentiel et les problèmes liés à l'enseignement de cette matière étaient au centre des débats ainsi que l'évaluation des apprentissages. Ce colloque était organisé avec les appuis de Dominique Tresgots directeur des écoles normales de Seine-maritime, de Yves Celanire chef de la Mafpen et de l'IREM de Haute-Normandie, par deux professeurs Mme Houdement et M. Peltier. Les travaux de cette rencontre feront l'objet d'une publication distribuée par l'IREM de Rouen.

TITRE : Actes du XV^{è} colloque INTER-IREM des PEN

Auteurs : Conférenciers et rapporteurs de groupes

FORMAT : A4

Public concerné : Ecole Normale : formation des instituteurs

Date : Mai 1988

Résumé : - Compte-rendu de conférence sur l'évaluation et les apprentissages mathématiques
- Compte-rendu de travaux de groupes sur les apports de la didactique dans les différents domaines des mathématiques.

Mots - clés : Didactique
Evaluation
Apprentissage des mathématiques
Formation des maîtres

EDITEUR : IREM DE ROUEN

DIRECTEUR/Responsable de publication : PICHARD Jean-François

DEPOT LEGAL : mai 1989

ISBN : 2 - 86239 - 012 - 7