université d'orléans

pen

irem

apmep

ACTES DU COLLOQUE

DEUG

ENSEIGNEMENT ELEMENTAIRE

BLOIS 19-20-21 MARS 1982

N° 16

octobre 1982

COPIRELEM

9ÈME COLLOQUE DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES D'ECOLE NORMALE

Thème DEUG : "ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE"

BLOIS 19, 20, 21 MARS 1982.

UNIVERSITÉ D'ORLÉANS.

I.R.E.M. D'ORLÉANS.

ISSN 0398-7957

Dépôt légal - 4ème trimestre 1982

COPIRELEM

9ÈME COLLOQUE DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES D'ECOLE NORMALE

Thème DEUG : "ENSEIGNEMENT ÉLÉMENTAIRE"

BLOIS 19, 20, 21 MARS 1982.

UNIVERSITÉ D'ORLÉANS.

I.R.E.M. D'ORLÉANS.

ISSN 0398-7957

Dépôt légal - 4ème trimestre 1982

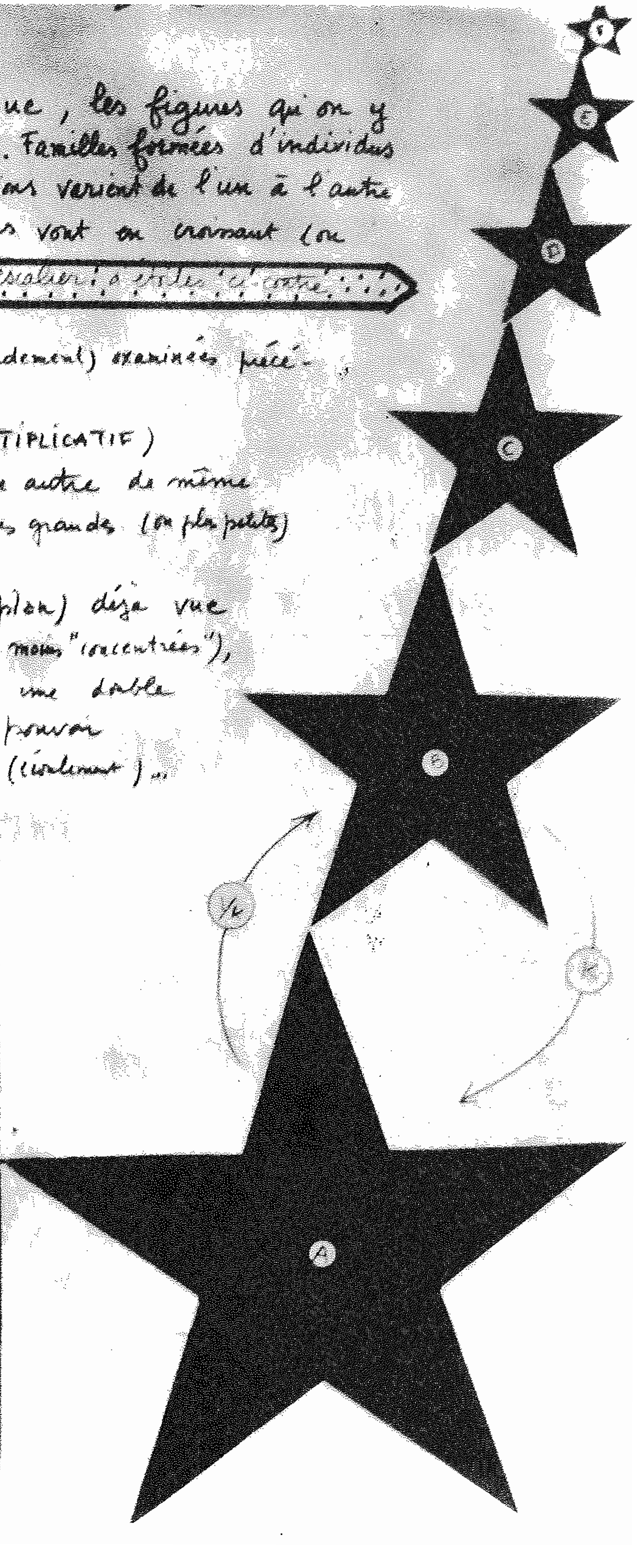
ET LE NOMBRE D'OR ?

Au sein du réseau pentagrammique, les figures qu'on y découpe s'organisent en "familles". Familles formées d'individus (pentagones, par exemple) dont les dimensions varient de l'un à l'autre suivant une échelle dont les intervalles vont en croissant (ou en décroissant)

Voir l'escalier à étoiles ci-contre

Aux ADDITIONS SPATIALES (par coloriement) examinées précédemment se superposent
des opérations (de CARACTERE MULTIPLICATIF)
qui transforment telle étoile en une autre de même
forme mais de dimensions K fois plus grande (ou plus petite)

Ainsi, la SPATIALITÉ (pavage du plan) déjà vue cohabite avec l'INTENSITÉ (formes plus ou moins "concentrées"), ce qui donne au réseau pentagrammique une double richesse et, pourquoi pas !, un certain pouvoir d'évocation de l'ESPACE et du TEMPS (évolution)...



LE FACTEUR [illegible] QUI
[illegible]
homologues [illegible] [illegible] elles
a-t-il quelque [illegible] ?
Qu'en pensez-vous !
La réponse est [illegible]
même facteur [illegible]
S'agit-il d'un facteur simple (2, K, 3 [illegible]
[illegible]
[illegible] RATIONEL
Φ = 1,617.. (en croissant) [illegible]
Φ = 0,618.. (en décroissant)
[illegible] Φ [illegible]

NOMBRE D'OR : 1,618...

S O M M A I R E

EMPLOI DU TEMPS

Jeudi 18 mars Accueil à partir de 18h

Vendredi 19 mars

	Accueil jusqu'à 9h 30
10h	Ouverture des journées
10h 30 - 12h 30	Travaux des groupes A
14h 30 - 16h 30	Visite au choix (Blois, Château, Chambord, chocolaterie)
17h - 19h	Travaux des groupes A
20h 30	Présentation de films, documents vidéo.
	Groupes informels

Samedi 20 mars

8h 30 - 10h 10h 30 - 12h	Groupes A ou groupes B
14h - 16h	Groupes A
16h 30 - 18h 30	Conférence - débat
20h	"Repas" - Soirée

Dimanche 21 mars

8h 30 - 10h	Réunion des animateurs et des rapporteurs pour la rédaction des comptes rendus
10h - 11h	Assemblée générale - Bilan des journées

RAPPORT ADRESSÉ AU MINISTÈRE

F. Colmez

Nombre de participants (voir liste page 237)	123
se répartissant ainsi :	
Professeurs d'Ecole Normale	80
Universitaires	30
Autres participants : Professeurs du second degré, Inspecteurs Généraux Inspecteurs Départementaux, Conseillers Pédagogiques, CNDP, ARP	13

Quelques élèves-instituteurs ont pris part aux travaux du colloque.

Madame le Recteur de l'Académie d'Orléans-Tours a ouvert le colloque qui s'est déroulé selon l'emploi du temps rappelé ci-dessus.

Le travail s'est effectué dans deux directions :

- réflexion sur le contenu de l'enseignement (groupes de type A)
- réflexion sur l'organisation de l'enseignement (groupes de type B)

La conférence-débat a porté sur le thème des recherches didactiques : point sur ces recherches et leur place dans le processus de formation des maîtres.

Des documents vidéo et des films du CNDP ont été présentés le vendredi en soirée et pendant les plages libres.

Quelques groupes informels se sont réunis pendant les plages libres.

Le travail de réflexion sur les contenus a porté sur les thèmes suivants :

- Nombres naturels. Autres nombres - extension - problèmes d'approximation.
- Fonctions et variables.
- Géométrie : transformations - constructions géométriques - repérage...
- Différents niveaux de langage : langage mathématique - preuve - démonstration.
- Informatique : calculatrices programmables - calculettes - micro-ordinateurs.
- Astronomie.

Une synthèse rapide des travaux des groupes de type B, au cours de la matinée du dimanche 31 mars, a permis de mettre en évidence les points principaux suivants, parfois contradictoires dans les structures actuelles.

Coopération des universitaires et des PEN

Les modalités de cette coopération et son efficacité sont très diverses: depuis des interventions entièrement séparées jusqu'à des séances faites en commun devant les élèves. Le facteur le plus important a été l'existence ou non d'un travail antérieur dans le cadre de l'REM.

Pour que le système fonctionne il est indispensable que les universitaires investissent énormément dans ce travail, ce qui pour un travail effectué en heures complémentaires est d'une lourdeur exagérée. Il s'agit en fait, pour les universitaires de l'acquisition de compétences nouvelles qui constituent une réelle spécialisation. Beaucoup ne souhaitent pas continuer dans ces conditions.

Composante didactique de la formation

Une minorité d'enseignants universitaires et même PEN participent à des recherches didactiques. Pour les autres l'accès aux connaissances et concepts nouveaux dans ce domaine n'est pas facile. Ainsi une compréhension insuffisante ou la difficulté d'une lecture critique d'articles, tels que ceux de R.D.M. , risque de conduire à un enseignement dogmatique.

Souhaits sur l'organisation du DEUG

- Réduire l'éparpillement entre trop de disciplines
- Augmenter le travail personnel des Normaliens (en réduisant l'horaire des cours)
- Dans l'hypothèse de "dominante" , étaler l'enseignement sur une plus longue période et augmenter le volume global des disciplines concernées , de façon à faire acquérir aux normaliens des méthodes de travail personnel
- Conserver au DEUG sa finalité professionnelle: part importante de la didactique, impossibilité d'équivalence avec un autre DEUG (sauf cas très particulier)
- Prévoir un enseignement EN rééquilibrant les choix du DEUG.

INTRODUCTION.

Nous vous rappelons, ci-après, le document provisoire de la COPIRELEM qui a servi de base aux réflexions des journées... (rédigé par François COLMEZ).

Propositions de programme de mathématiques et de didactique des mathématiques.

I. Mathématiques.

- Etude de sujets mathématiques pour le plaisir ou l'usage personnel des élèves-maîtres, en particulier pour aborder des questions auxquelles ils peuvent s'intéresser dans leur milieu avec leurs élèves (pratiques sociales ou professionnelles courantes, devis, étude de projets sociaux ou économiques, informatique, milieu, jeux, notions de statistiques etc...).
- Le but de cet enseignement est de favoriser la pratique, la mise en oeuvre familière des mathématiques et d'améliorer l'appropriation de certains concepts élémentaires par des exemples de mathématisation.
- Il peut comprendre ou on peut lui adjoindre un programme réservé aux élèves-instituteurs dont la formation en mathématiques à l'issue de l'enseignement secondaire serait jugée insuffisante (par exemple par suite de la section choisie) le but alors de ce complément de cours serait autant une réconciliation de l'élève avec les mathématiques et la pensée rationnelle qu'un rattrapage ou une mise à niveau (disons d'un Bac D).

II. Didactique 1.

- Etude de sujets mathématiques en vue de leur enseignement à l'école élémentaire.

a) Justification.

Les cours de l'enseignement secondaire sont orientés vers l'acquisition rapide des théories mathématiques fondamentales. Il est nécessaire de prévoir l'approfondissement des questions spécifiques de l'enseignement élémentaire pour que les maîtres contrôlent parfaitement du point de vue théorique l'objet de leur enseignement.

b) Présentation.

Ces activités comprendraient :

- de la part des élèves, la recherche d'exercices et leur résolution, des exposés de preuves mathématiques dans des conditions où elles servent à convaincre l'auditoire et où elles sont soumises à sa critique.
- de la part de l'enseignant, la mise au point, les synthèses, compléments et commentaires à propos des questions soulevées par les activités des élèves.

c) Programme.

- Les nombres naturels (génération, ordre, opérations, dénombrements, numération, calculs, congruences).
- Fonctions et variables (croissance, taux de croissance, interpolation, extrapolation, fonctions de différents types de croissance : linéaire, polynôme, exponentielle, relation $x.y = z$, constantes, variables, paramètres).
- Les nombres rationnels et les nombres décimaux (nécessité, ordre, opérations, désignation, calculs, approximation, suites d'approximations et complétion de).
- Relations entre éléments géométriques du plan ou de l'espace permettant de faire des constructions.
- Transformations géométriques simples (certaines isométries ou affinités), leur utilisation à l'étude ou à la production de figures et les instruments de dessin nécessaires.
- Usage de ces notions dans, par exemple, l'utilisation d'une carte, l'orientation, l'astronomie, la navigation, le métrage... etc.
- Notions sur le langage mathématique et la démonstration (mises en évidence à l'occasion des activités ci-dessus).
- Notions d'informatique (algorithmes, organigrammes, programmation) éventuellement utilisation de machines (à l'occasion d'activités mathématiques).

4) Commentaires.

. Les questions de mesures, de métrologie, de mécanique pourraient figurer dans ce programme ou dans celui de Mathématique et Technologie.

. Bien que les notions ne soient pas nécessairement traitées sous la forme où les élèves-maîtres auront à les enseigner, l'accent pourrait être déjà mis sur la problématique dans lesquelles elles sont apparues (historiquement) ou susceptibles d'apparaître pour l'enseignement élémentaire.

. Néanmoins on s'assurera que les élèves-maîtres établissent des rapports avec leurs connaissances antérieures et au besoin, peuvent recourir efficacement à des sources bibliographiques.

. Les exercices choisis par les élèves dans les manuels par exemple, sont souvent formulés dans des termes qui n'ont pas de statut mathématique mais que l'usage tend à consacrer dans l'enseignement. Un des objectifs de ce cours est de permettre à l'élève de contrôler cet usage en marquant la distance et les rapports entre la "pensée scolaire" et les connaissances mathématiques développées dans le cours.

A1

NOMBRES NATURELS, AUTRES NOMBRES, EXTENSION

PROBLÈME D'APPROXIMATION.

Groupe A1

NOMBRES NATURELS - AUTRES NOMBRES - EXTENSION PROBLÈMES D'APPROXIMATION.

Animateur : Durier Roland.
Rapporteurs : Rougier Jeanne, Madame Chatard-Moulin.

Dès l'ouverture de la première séance, un débat s'instaure sur les procédures de travail :

- Il faut faire le point sur ce qui se passe. L'étude des nombres est-elle intégrée dans l'U.F. maths obligatoire du DEUG instituteurs ? sous quelle forme ?
- Il ne faut pas se limiter à un constat. Qu'y a-t-il de souhaitable pour la formation des instituteurs ?
- Doit-on parler uniquement de l'U.F. DEUG ?
- Il semble que bien souvent il n'y ait pas assez de coordination entre les U.F. EN et les U.F. DEUG. Donc il semble indispensable de parler des U.F. EN. Certains estiment cependant que la discussion doit surtout porter sur l'U.F. DEUG car là semblent apparaître le plus de problèmes.
- La dualité des problèmes entre U.F. EN et U.F. DEUG est évoquée : l'U.F. DEUG doit permettre de renforcer les connaissances, la culture et les connaissances didactiques.
- Apparaît aussi le problème du savoir minimal et donc de la mise à niveau.

On décide de faire le point sur l'enseignement du DEUG instituteurs. U.F. maths obligatoire , U.F. faite le plus souvent en seconde année de la nouvelle formation (1980/81). Pour cela, on fait un "tour de table" où chacun se présente et expose l'expérience qu'il a connue ou vécue.

Voici le résultat du tour de table pour l'U.F. maths obligatoires du DEUG instit. :

Ecole Normale d'Angers.

Convention avec l'Université d'Angers.

Intervenants : Universitaires pour la moitié du temps
Professeurs d'Ecole Normale (PEN) pour l'autre moitié.

Organisation :

2ème trimestre : un groupe de 20 FP2 avec trois universitaires (l'un après l'autre) et un PEN.

3ème trimestre : un groupe de 40 FP2 avec trois universitaires et deux P.E.N. (chacun un groupe de 20).

Les PEN "assistent" aux cours des universitaires (la réciproque n'étant pas vraie) ; ils travaillent sur les mêmes thèmes et assurent plutôt une animation des travaux dirigés.

Contenus :

Définis par les universitaires :

. 1/2 ... Géométrie : étude des pavages et des transformations géométriques
. 1/4 ... Optimisation : résolution de problèmes mettant en jeu des fonctions affines, des dérivées.
. 1/4 ... Statistiques : statistiques descriptives, test du χ^2

Ecole Normale de Beauvais.

Intervenants : Deux universitaires, des P.E.N.

Organisation :

1er trimestre : un groupe de 80 FP2.
3 heures de cours en amphi. avec universitaires
3 heures de T.D. par groupes de 20 avec PEN

2ème trimestre : même organisation avec un autre groupe de 80 FP2.

Contenus :

. Au 1er trimestre, thème essentiel : étude de Z/nZ
. Au 2ème trimestre : généralités sur les ensembles, relations, un peu de logique, puis partie essentielle : construction de N par les axiomes de Peano.
. Aux deux trimestres un certain nombre de thèmes ont été abordés :
  . construction de Z
  . congruences
  . notion de sous-groupe
  . division euclidienne
  . "Bezout"
  . PGCD, PPCM
  . Critères de divisibilité.

Ecole Normale de Blois

Convention avec l'Université d'Orléans.

Organisation : 48 heures effectives données à 32 élèves instituteurs.

Contenus : Probabilités. Suites numériques.

Université de Bordeaux, intervenant à l'Ecole Normale de Périgueux.

Intervenants : Un professeur de Fac et un maître assistant, PEN.

Organisation :

- 1/3 de l'enseignement est assuré par la Fac.) devant 25 élèves.
- 2/3 de l'enseignement est assuré par les PEN)

Il n'y a pas de distinction entre cours et T.D.

Contenus :

. Nombres

. Probabilités et statistiques.

Les exercices, pour justifier les démonstrations, sont d'un niveau entre la 3ème et la 1ère et alternent avec des exercices de l'école primaire.

Des documents écrits, des extraits d'articles sont distribués aux normaliens.

But : Faire que les normaliens soient responsables de la validité de ce qu'ils disent ou écrivent en maths.

Ecole Normale de Chartres.

Convention avec l'Université d'Orléans.

(Pas de concertation entre les universitaires qui interviennent dans différentes EN).

Intervenants : Un universitaire
Un PEN.

Organisation :

- 3 heures universitaires : cours théorique
- 3 heures PEN : exercices pratiques

devant de petits groupes d'étudiants (20).

Contenus :

. Nombres

. Construction de Q

. Algorithme d'Euclide

. Séries pour encadrement

(en fait plus de la philosophie de Q qu'autre chose).

Niveau de l'enseignement universitaire : classe de 1ère - faible

Niveau des normaliens : C.M.

Ecole Normale de Dijon.

Convention avec l'Université de Dijon.

Intervenants : Deux professeurs de Fac.
Trois professeurs d'EN.

Organisation :

- Professeur de Fac : chacun devant un groupe de 33 élèves, 3 heures par semaine.
- Professeur d'EN : chacun devant un groupe de 22 élèves, 3 heures par semaine.

Chacun fait cours et exercices sur les questions qu'il aborde.

Contenus :

Fac. : . Longueur, surfaces, volumes traités avec deux idées directrices : . approximations (vers les réels)
. propriétés géométriques de la mesure (additivité ; invariance par les isométries ; action de l'homothétie).

EN : . Géométrie
. Les transformations (surtout translation, homothétie, un peu isométries).

Ecole Normale de Guebwiller.

Convention avec l'Université de Strasbourg.

Pour toute l'Académie il y a eu une réunion préliminaire à Strasbourg à l'Université.

Intervenants : Un professeur de Fac. par EN
(l'Universitaire intervenait déjà 2 heures dans l'ancienne formation, mais sans concertation avec les PEN ; pour le DEUG il y a eu concertation).

Organisation :

- 3 heures par semaine pendant deux trimestres devant 40 élèves organisation par quinzaine.
  . 1ère semaine : 2 heures de cours, 1 heure T.D.
  . 2ème semaine : 3 heures de T.D.

Contenus :

. Construction de Z, Q, D.

. PGCD, PPCM, Division, Divisibilité.

Université de Lille.

Dans l'Académie il y a 5 EN. Les universitaires interviennent (comme les PEN) devant des groupes de 24 élèves-maîtres au plus, d'où une trentaine de groupes.

Intervenants : Universitaires et PEN

Organisation :

- 3 heures par semaine pendant 8 ou 9 semaines pour les universitaires en général.

  3 heures par semaine pendant 8 ou 9 semaines pour les PEN, en général,

à l'ENF d'Arras :

- 2 heures 30 pour l'universitaire) } par semaine, soit 48 heures pour l'U.F. DEUG.
- 3 heures 30 pour le PEN)

Les cours et T.D. sont intégrés, après répartition préalable au niveau de chaque EN, des thèmes entre PEN et Universitaires.

Contenus :

ENF de Douai

Université : . Construction de Q.
. Approche des réels.
Il s'agit d'approfondissement à partir de situations de l'école élémentaire (par exemple, la mesure)
(Variante : la division, les nombres premiers, arithmétique...)

EN : . Géométrie
. Combinatoire.

ENF d'Arras.

Arithmétique : . Division euclidienne
. Numération
. Divisibilité (PGCD, PPCM, nombres premiers, lemme d'Euclide, théorème de Bezout, factorisation unique)
. Equations diophantiennes linéaires
. Congruences (pratiquement pas abordées, faute de temps).

Ecole Normale de Limoges.

Convention avec l'Université de Limoges.

Intervenants : Deux universitaires
Deux PEN
Co-intervention : un universitaire, un PEN.

Organisation :

- 3 heures par semaine pour chaque doublette, pendant neuf semaines devant 30 élèves.

Contenus :

. Multiples, diviseurs, congruences dans Z
. Rationnels
. Décimaux
. Isométries du carré.
. Fonctions numériques, suites
. Mathématiques financières.

Ecole Normale de Montigny les Metz

Intervenants : Universitaires
PEN

Organisation :

1er trimestre : 3 heures cours magistral pour 60 élèves
4 heures T.D. par PEN, par groupes de 20 élèves.

Contenus :

Arithmétique : . Démonstration par récurrence
. Divisibilité
. PPCM, PGCD, Nombres premiers
. Fractions

Géométrie : . Droites,
. Parallélisme,
. Orthogonalité
. Transformations ponctuelles.

Ecole Normale de Nice.

Intervenants : Quatre universitaires
PEN

Organisation :

- 36 heures par universitaire , données en 4 tranches
  (7 heures de cours) } devant 60 étudiants
  (2 heures de contrôle)
- T.D. par groupes de 20 étudiants.

Contenus :

. Informatique

. Statistique

. Géométrie

. Nombres.

Université de Paris-Sud (7) - IREM

Certains collègues de l'IREM travaillant dans les écoles depuis plusieurs années, sont intervenus cette année 1981/82 en FP3.

Intervenants : Universitaires
PEN

A l'Ecole Normale d'Auteuil.

Organisation :

- 7 heures par semaine (4 heures université et 3 heures PEN) pendant 7 semaines. Il y a eu coordination entre universitaires et PEN ; Ces derniers assistent aux séances de l'Université. Le travail se fait devant des groupes d'une vingtaine de normaliens.

Contenus :

A partir de problèmes qui avaient été posés à des élèves de l'école primaire

. Transformations géométriques

. Fonctions

. Différents niveaux de preuve

. Décimaux comme approximation de réels (du point de vue des classes de CM).

A l'Ecole Normale de Versailles.

Organisation :

- 6 heures par semaine (2 heures université et 4 heures PEN) au 1er trimestre. Groupes de 14-15 élèves.

Contenus :

Problèmes comme point de départ ; phase de recherche avec les PEN. Synthèse avec l'Université. Les PEN assistent à cette séance.

. Nature des preuves à différents niveaux

. Transformations géométriques. Isométries

. Fonctions numériques. Croissance

. Exposé historique sur les nombres

. Approximations

. Utilisation de suites récurrentes.

Ecole Normale de Pau.

Intervenants : Universitaires
PEN (?)

Organisation :

- 35 heures cours magistral devant 45 normaliens, assurées par un maître-assistant
- 35 heures T.D. (dont 20 heures sont assurées par le maître-assistant devant 45 normaliens).

Il y a des problèmes de coordination avec les professeurs d'EN.

Contenus :

. Nombres entiers

. Rationnels

. Décimaux

. Fonctions

Ces contenus sont abordés à des niveaux différents (par exemple théorème de Cantor. Bernstein entre autres).

Université de Rouen.

L'université intervient dans les deux EN de Rouen et dans celle d'Evreux.

Intervenants : Universitaires
PEN.

Organisation :

- Partage de l'U.F. DEUG entre universitaireset PEN
- Pas de cours magistral
- Groupes de normaliens de 17-18

Contenus :

. Universitaires: pavage du plan

. PEN : nombres (jusqu'aux réels).

Ecole Normale de St. Germain en Laye.

Convention avec l'Université de Caen.

L'Université intervient cette année 1981/82 en FP3

Intervenants : Un universitaire

PEN

Organisation :

- 4 heures par semaine du 19 octobre au 6 février
  1 heure 30 par l'universitaire devant les 40 normaliens
  2 heures 30 par un PEN et par groupes de 20 normaliens.

Contenus :

. Nombres : extension de la notion de nombre : décimaux, rationnels, π
calculs et techniques opératoires sur les décimaux.
(Les différentes présentations des décimaux au CM ont été vues avec le PEN).

. Géométrie : transformations géométriques,
composition des transformations
groupe des isométries du carré.

Pour chacun des thèmes cités, l'accent a été mis sur les aspects pédagogiques et méthodologiques par le PEN.

CONCLUSION.

Il semble que lorsqu'il y a eu concertation entre les universitaires et les PEN d'une part, l'enseignement donné par les premiers était plus proche des préoccupations professionnelles des normaliens et donc mieux accepté sinon assimilé ; d'autre part le PEN n'était pas considéré comme l'assistant de l'universitaire, chargé uniquement des T.D.

Le problème posé étant "Thèmes et activités prioritaires (relatifs aux nombres) dans la formation des instituteurs", une question se pose : quels sont les objectifs du DEUG à ce sujet ?

L'étude des nombres, couvrant un grand nombre d'activités à l'école primaire, est donc d'une grande importance par ses applications et usages pédagogiques. C'est un sujet sur lequel les élèves ont des positions anciennes et des connaissances fragmentaires et hétéroclites. Les PEN disposent d'un temps insuffisant pour traiter correctement ces notions dans les U.F. EN. Aussi,beaucoup d'enseignants souhaitent un approfondissement de ce sujet, approfondissement qui pourrait se faire

de manière concrète mais plus mathématique dans le DEUG que dans les U.F. EN.

Les élèves connaissent déjà les nombres entiers, surtout les techniques opératoires. Le sujet leur paraît donc, a priori, moins intéressant qu'un sujet absolument nouveau pour eux. Aussi, faut-il essayer de créer une motivation qui les incite à s'intéresser à l'étude des nombres. On peut partir de problèmes simples, liés à la géométrie : par exemple, avec des planches à clous du type $\begin{smallmatrix}\cdot&\cdot&\cdot\\ \cdot&\cdot&\cdot\\ \cdot&\cdot&\cdot\end{smallmatrix}$, peut-on construire un triangle équilatéral ? ce n'est pas possible. Pourquoi ??

On peut essayer de faire réfléchir les normaliens à certaines questions posées sous forme de problèmes et d'exercices, mais ce qui semble souhaitable, c'est d'arriver à leur faire poser des questions.

Il paraît intéressant de présenter aux élèves des exercices :

- faisant "manipuler" des démonstrations,
- utilisant des outils pour fabriquer des concepts,
- utilisant des algorithmes (exemple : calculatrices).

Il est essentiel que les normaliens soient capables de juger de la validité d'une réponse à un exercice. Dans l'ensemble on a utilisé N et Z sans les construire, en insistant plutôt sur la division euclidienne, multiples, diviseurs, congruences.

Les enseignants ont constaté que beaucoup de normaliens avaient des difficultés avec les notions de valeur absolue et de relation d'ordre. La démonstration par récurrence est souvent mal assimilée. Les normaliens ont également de grosses difficultés pour manipuler les notations avec des lettres. Beaucoup ont du mal à comprendre la nécessité d'une démonstration pour généraliser une propriété simplement vérifiée sur un exemple numérique. Pour justifier un résultat ou une propriété, ils présentent souvent un mélange de plusieurs arguments et il est difficile de leur faire comprendre qu'un seul bien choisi suffit.

On aborde ensuite le problème des décimaux et des rationnels. Dans ce domaine, les connaissances des normaliens sont anciennes et souvent erronées. Aussi est-il très important de traiter ce sujet. D'autant plus que pour affiner la notion de mesure, il est nécessaire d'utiliser Q et D.

Une discussion s'instaure alors sur la façon de présenter les décimaux. Il apparaît comme dangereux de les présenter comme une extension de N car les élèves ont tendance à étendre aux décimaux des propriétés des entiers naturels, ce qui conduit à des erreurs monumentales difficiles à corriger par la suite, du type par exemple : entre 3,2 et 3,3 il n'y a pas d'autre décimal. Il semble donc souhaitable de présenter les décimaux comme des rationnels. Problème : faut-il présenter les rationnels puis les décimaux ou faut-il procéder dans l'ordre inverse ? Monsieur Brousseau présente un bref historique de l'introduction des décimaux. Il rappelle que les décimaux ont été introduits par trois personnes différentes avec trois problématiques différentes :

- au début du XIè siècle
- en 1427 par Al Kashi qui a utilisé le système décimal et les fractions décimales à la place du système sexagésimal
- en 1585 par Stevins qui fait apparaître les décimaux comme cas particuliers de fonctions polynômiales.

Parmi les trois présentations des décimaux indiquées dans les instructions officielles, il semble difficile de faire un choix. L'important n'est pas la manière dont on les présente mais celle dont on les utilise ; car savoir utiliser correctement les décimaux et maîtriser une théorie justifiant leur utilisation sont deux problèmes différents.

Il faut, semble-t-il, faire fonctionner des exercices bien choisis plutôt que d'élaborer de "belles constructions" en évitant de faire la "zoologie" des mathématiques mais en essayant plutôt de mettre le normalien en situation de problème , comme il devra y mettre ses élèves.

On espère ainsi amener l'élève-instituteur à se poser des questions, à étudier la validité des solutions (deux objectifs qu'il devra essayer d'atteindre dans son enseignement envers ses élèves) et à travers tout cela, à réfléchir à son métier.

Malheureusement, l'hétérogénéité du niveau des normaliens et le problème de l'examen, angoissant pour certains élèves, rendent bien difficile l'enseignement de ce DEUG. Mais il semble que ce type de problèmes disparaisse en partie avec le nouveau DEUG en projet pour 1982/83 !!

A^2 FONCTIONS ET VARIABLES

Groupe A2

FONCTIONS ET VARIABLES

Animateur : Saguerre Gérard
Rapporteur : Pauvert Marcelle

Après avoir relu les notes prises pendant les séances de travail, il m'a semblé que les réflexions des uns et des autres pouvaient s'organiser autour de trois points :

1) La nécessité de réorganiser et de compléter les connaissances des normaliens
2) Ceci afin de leur permettre une lecture intelligible des instructions officielles
3) Et de pouvoir ensuite sélectionner et organiser des activités pour un niveau donné de classes.

I. Réorganiser et compléter les connaissances

En avant propos, voici un questionnaire écrit par un groupe de FP2 après une première séance de travail sur le thème "fonctions" :

- Qu'est-ce qu'une fonction ?
- Qu'est-ce que la représentation d'une fonction ?
- Comment construire la représentation ? (de quoi a-t-on besoin ?)
- Y a-t-il plusieurs représentations possibles pour une seule fonction ?
  La fonction appelle-t-elle plusieurs représentations ?
- La représentation prend-elle toujours la forme de courbe ?
- Pourquoi une fonction doit-elle être représentée ?

Etant donné qu'à l'Ecole Elémentaire, on rencontre le schéma suivant :

. Partir d'une situation "concrète"
. Etudier cette situation (sélectionner et organiser les informations)
. Trouver les outils mathématiques qui conviennent
. Les utiliser
. Retour à la situation initiale,

il serait souhaitable de faire parcourir aux normaliens eux-mêmes cette démarche.

D'où la nécessité de trouver des situations "points de départ" qui leur permettraient :

. - Après avoir fait un travail de traitement des données, de dégager ce qui change, ce qui ne change pas, de rechercher des invariants quand on fait varier quelque chose, de sélectionner ce que l'on fait varier (repérer la ou les variables).
- D'étudier les variation de certains éléments en fonction de la variable.
- Ce faisant, de découvrir ou de redécouvrir des propriétés mathématiques.
- D'en rechercher au moins une formulation, d'améliorer les productions balbutiantes, d'analyser des formules mémorisées plus ou moins complètement ; chaque normalien devra sélectionner une ou plusieurs formulations des propriétés mathématiques suffisamment explicites pour lui et mathématiquement correctes afin qu'il puisse les utiliser dans ses fonctions d'instituteurs.

Quelques exemples de situations "points de départ".

a) Situations permettant de faire une analyse de tableaux de nombres, de construire d'autres modes de représentation que ceux utilisés au lycée : histogramme, pyramides... , de calculer des écarts : différences premières, différences secondes..., d'obtenir ainsi des renseignements sur la croissance ou la décroissance.
Le domaine de la démographie nous fournit des exemples.
On peut consulter les nouveaux programmes de seconde ainsi que certains ouvrages parus : . Dimathème,
. Mathématiques vivantes pour une classe de seconde, APM.

b) Situations permettant de travailler sur des fonctions à plusieurs variables :
. sur planche à clous ou papier pointé, en prenant pour unité d'aire l'aire d'un carreau, calculer l'aire d'un polygone en fonction du nombre de clous à l'intérieur et du nombre de clous sur la frontière (formule de Pick).

c) Situation permettant de retrouver des fonctions polynomes.
Voici un cube qui a été trempé dans la peinture rouge, si vous le sciez en suivant les pointillés, vous obtenez des petits cubes.

Indiquez le nombre de petits cubes obtenus :
- Le nombre de petits cubes ayant 0 face rouge
- Le nombre de petits cubes ayant 1 face rouge
- Le nombre de petits cubes ayant 2 faces rouges
- Le nombre de petits cubes ayant 3 faces rouges
- Le nombre de petits cubes ayant 4 faces rouges.

Continuez le problème en sciant le cube de manière à partager successivement chaque arête en 2,3,4, ... , 10 segments.
Consigner les résultats dans un tableau.
Pour chaque cas, dégager une règle mathématique vous permettant de prévoir les réponses dans le cas où chaque arête serait partager en x segments.

d) Situation permettant de retrouver la notion de fonction à travers l'utilisation d'un matériel nouveau.
Faire travailler les normaliens sur calculatrices programmables.
Leur faire analyser ensuite plusieurs types de calculettes en comparant leurs fonctions.

e) Situation permettant d'étudier la notion de transformation en géométrie.
Partir d'un dessin sur réseau à mailles carrées, puis le reproduire sur réseau à mailles losangées, ou réseau de lignes concentriques...
Pour chacune des transformations noter les changements et les invariances dans les propriétés géométriques : voisinage, parallélisme, orthogonalité, orientation des angles, mesures des angles, des longueurs...
Agrandissement d'une figure donnée : se reporter au travail de l'équipe de Bordeaux ; agrandir un puzzle, chaque pièce devant conserver sa forme, une longueur de 3 cm devenant une longueur de 5 cm.
Le concept de fonction permet d'invalider certains procédés d'agrandissement.

II. Lecture des instructions officielles.

Chercher dans les textes concernant le CE et le CM, tout ce qui concerne la notion de fonction, non seulement les paragraphes intitulées
2.2. : les relations numériques pour le CE,
5. : représenter et utiliser des fonctions numériques pour le CM

mais aussi pour la présentation des nombres décimaux 3.1.1.1.

Certaines relations numériques précédemment étudiées ne sont pas partout définies... Pour étendre la définition de ces fonctions...
7.1.2. Ces activités peuvent également concerner des actions sur des objets géométriques....

III. Sélectionner et organiser des activités pour un niveau donné.

Nous relèverons ici quelques exemples évoqués par les participants à ce groupe de travail.

a) Le travail fait dans les classes a permis aux normaliens d'approfondir la notion de fonction :
Activité de devinettes sur des tableaux de nombres :
Toute hypothèse formulée sera vérifiée sur tous les nombres.

	3	7	14	21	35	104
	7	15	29		71	

Le normalien attendait $x \longrightarrow 2x + 1$
Un enfant propose : à chaque nombre j'ajoute le suivant !
La préparation du travail avait nécessité chez les normaliens une réflexion sur la quantité d'informations nécessaires pour définir une fonction.

b) Activités conduites en CM2 avec un PEN, l'instituteur, et un groupe de normaliens sur le thème "Qui court le plus vite" ou "Courses chronométrées".

Voir à ce sujet un compte-rendu sur "courses chronométrées" dans N n° 24 et sur "Qui court le plus vite" dans N n° 26.

c) Activités avec calculatrices en CM pour étendre la définition de fonctions telles que : "diviser par 10" ...
Consulter une publication de l'IREM de Lorraine : "Les décimaux au CM1 grâce aux calculatrices de poche". Ce document décrit une progression sur l'enseignement des décimaux au CM1 utilisant exclusivement des manipulations sur calculatrices de poche.
Groupe ELEREC : M. Auburtin, P. Sibille, M. Sibille.

d) De nombreuses activités ont été citées par les participants. Il me semble difficile d'en faire ici une liste exhaustive, notamment pour celles qui ont trait à l'étude de la proportionnalité.

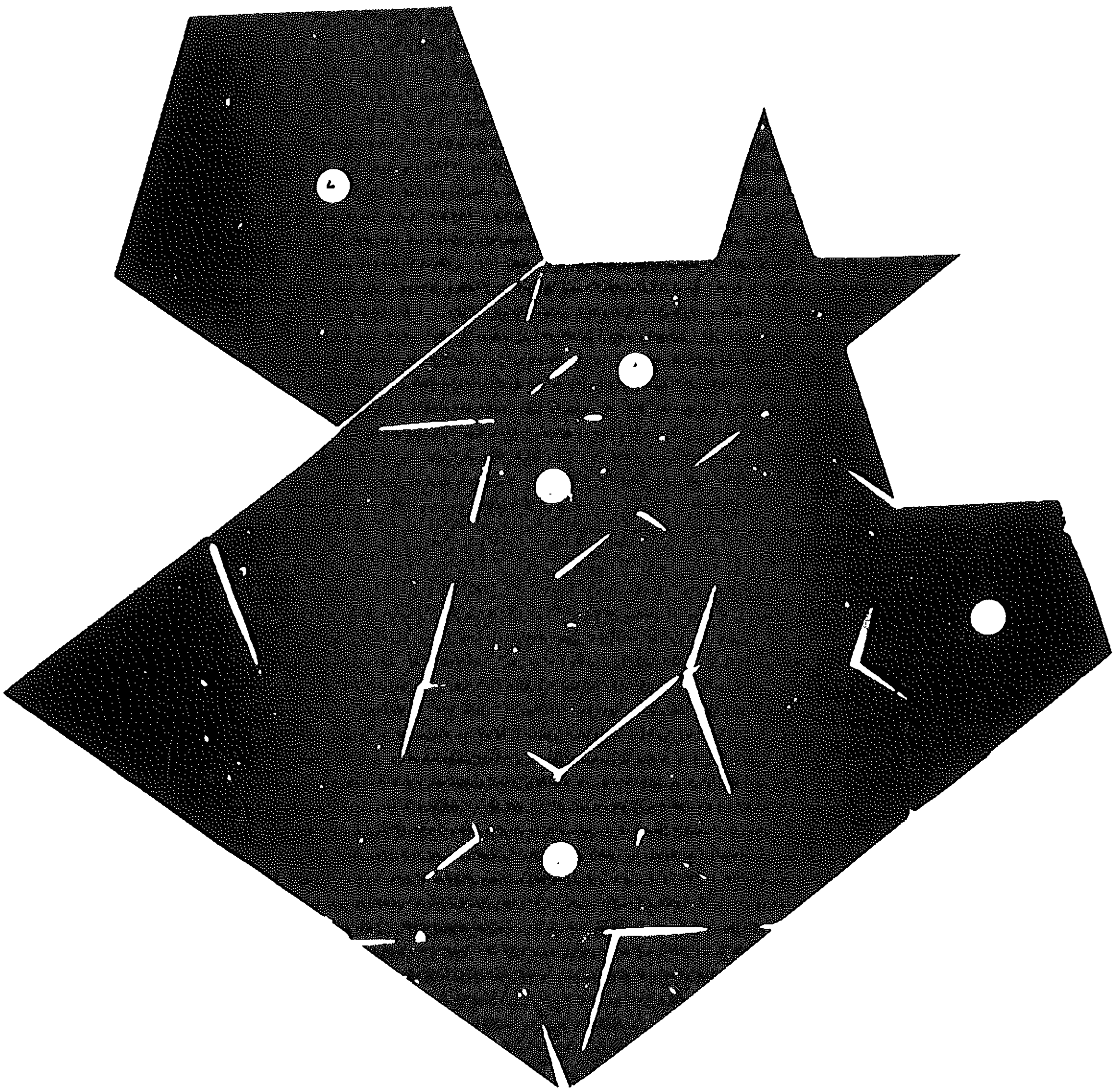
Voici quelques exemples :

- Etude du film : "boîte à problème"
- Etude de différents modèles de crics
- Allongement d'un ressort
- Allongement de l'élastique
- Pour un rectangle (l,L,a,p) fixer l'aire, comment varie le périmètre en fonction d'un côté.
- Age des enfants de la classe, quel âge auront-ils quand....
- Fabrication d'une jauge pour récipients de différentes formes.

A^3

GÉOMÉTRIE : TRANSFORMATIONS, CONTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES
REPÉRAGE

Patchwork ...



... un monde
à découvrir

Groupe A3

Sous-groupe 1

GÉOMÉTRIE

Animateur : Sauvy Jean.

Le projet de Jean Sauvy est très structuré et se situe à différents niveaux : on peut y entrer ou non mais il n'est pas rediscuté.

Il s'agit de "vivre" une démarche de "géométrisation de l'espace" en partant de l'approche du Nombre d'Or et autour de l'exposition que nous visiterons ensemble.

Le travail proposé au groupe n'est pas un "discours sur", mais une "activité de géométrie" qui s'apparente fort à celles que (formateurs) essayons de faire vivre avec plus ou moins de bonheur... aux élèves-maîtres ou aux maîtres : la réflexion pédagogique ne se fera qu'à posteriori, si elle se fait....

I. Quelques rappels sur le Nombre d'Or.

a) A partir d'un segment unitaire et d'un coefficient multiplicateur k, on obtient une suite de segments de mesures

$$a = 1 \; ; \quad b = k.a = k \; ; \quad c = k.b = k^2.a = k^2 \; .....$$

On cherche un coefficient k qui permette à la fois cette construction par multiplication :

$$u_n = k.\, u_{n-1}$$

et par addition :

$$u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$$

ce qui donne :

$$\left.\begin{array}{l} c = k^2 \\ c = 1 + k \end{array}\right\} \; 1 + k = k^2 \quad \text{ou} \quad k^2 - k - 1 = 0$$

les racines de cette équation sont : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

Si on appelle Φ la première, la seconde est $-\frac{1}{\Phi}$

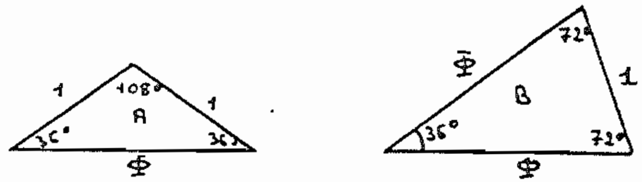
Φ et $-\frac{1}{\Phi}$ ont eu des interprétations d'ordre philosophiques, ésitériques, etc...

b) Polygônes associés au nombre d'or.

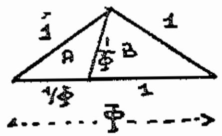
- Deux triangles isocèles :

  Le premier (A), dont les côtés mesurent : 1, 1 et Φ

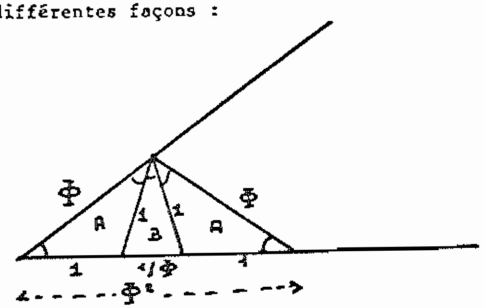
  Le second (B), dont les côtés mesurent : 1, Φ et Φ



Ces triangles, dont les mesures des angles sont des diviseurs de 360°, peuvent être associés de différentes façons :



ou

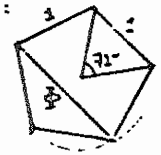


On retrouve l'équation

$\frac{1}{\Phi} + 1 = \Phi$

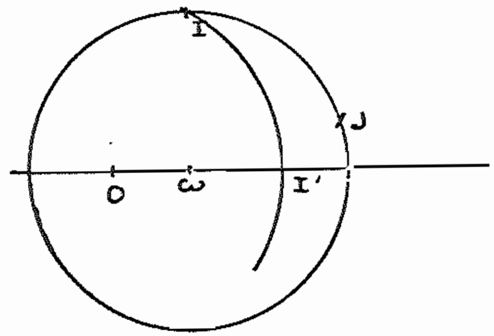
venant de $1 + \Phi = \Phi^2$

- Pentagône :



- Voir après c : Rectangles d'Or.

De proche en proche, la figure va s'épanouir....



c) Construction du pentagône régulier.

Il est inscrit dans un cercle (ω). Soit ω le centre de ce cercle et 1 la mesure de son rayon. Soit O un point tel que Oω = 1/2. Soit I un point du cercle (ω) tel que l'angle OωI soit droit. Le cercle de centre O et de rayon OI coupe la droite (Oω) en un point I' intérieur au cercle (ω).

Le cercle de centre I et de rayon II' coupe le cercle (ω) en un point J. Le segment IJ est un des côtés du pentagône régulier cherché. (voir figure ci-dessus).

- Rectangles d'Or.

Il existe plusieurs types de rectangles liés au Nombre d'Or. Celui que l'on nomme habituellement rectangle d'Or est tel que ses côtés sont dans le rapport Φ.

Construction possible :

On se donne AB = 1 ; Sur (Bx) $\perp$ (AB)
on construit : BE = EF = FG = 1/2
Sur (Gy) $\perp$ (Bx), on construit GH = 1/2
Alors EH = $\sqrt{5}/2$. On construit EC = EH,
C $\in$ (Bx). Alors BC = $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \Phi$ et le rectangle cherché est ABCD.

Le rectangle d'Or est tel que si on lui "retire" un carré, on obtient un nouveau rectangle d'Or, et ainsi de suite. C'est-à-dire que si l'on trace le carré ABFK, le rectangle FCDK est un rectangle d'Or.

De même si on "ajoute" un carré au plus grand côté d'un rectangle d'Or, on obtient un nouveau rectangle d'Or. C'est-à-dire si on trace un carré BCLM (de part et d'autre de BC par rapport à AD) le rectangle ADLM est un rectangle d'Or ; en effet, ses côtés mesurent Φ et $1+\Phi$ et l'on sait que $1+\Phi=\Phi^2$ et le rapport des côtés est bien Φ.

d) Suite de Fibonnacci et Nombre d'Or.

La suite de Fibonnacci dont on parle ici est définie par :

$$u_1 = 1 \qquad u_2 = 1 \qquad u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$$

soit : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Si l'on fait le rapport $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ on obtient une suite qui tend vers le Nombre d'Or :

2/1 = 1 ; 3/2 = 1,5 ; 5/3 = 1,666... ; 8/5 = 1,6
13/8 = 1,625 ; 21/13 = 1,615... ; etc...

II. Travail sur un réseau pentagrammique.

a) Chaque participant reçoit un réseau et est invité à en tirer tout ce qu'il veut, tout ce qu'il peut ...
Je laisse au lecteur la joie de la découverte...

Comment construire un tel réseau ?
On part du plus grand cercle inscriptible dans la feuille, dans lequel on inscrit un pentagône régulier, puis le pentagône étoilé correspondant... ce qui sonne un nouveau pentagône convexe, etc... On relie les nouveaux points obtenus deux à deux, de sorte qu'en chaque point du réseau devraient passer cinq droites (ou dix demi-droites) formant entre elles des angles de 72° (ou 36°). On laisse des droites non tracées, de façon irrégulière, de manière à permettre une "certaine fantaisie"...

b) Repérage sur le réseau.
Il s'agit, à la suite de l'étude précédente, de trouver un ou des système(s) de repérage sur ce réseau. Leur validité est laissée à l'appréciation des participants...

c) Déplacements.
Codages et décodages de différents déplacements, d'abord libres, puis de plus en plus structurés.
On peut par exemple, chercher le codage d'un déplacement en "spirale" ou bien s'essayer à trouver des instructions les plus condensées possibles.
On peut encore chercher à se déplacer sur le réseau de façon à parcourir tel ou tel polygône... etc,...

III. Regards critiques sur des activités.

a) Bâtons rompus :
- Faut-il s'astreindre à une construction cohérente de la géométrie ou peut-on, doit-on batifoler à travers des activités variées ?
- L'essentiel ne serait-il pas de prendre contact avec ce qui a trait à la forme, aux points de repères, aux directions, d'abord de

façon implicite (espace vécu), puis de plus en plus explicite (espace géométrisé) ?

- En ce qui concerne plus précisemment le travail sur le réseau pentagrammique : il ne s'agit que d'une activité parmi bien d'autres, mais qui, dans sa nouveauté -pour l'ensemble des participants- permet de se situer au niveau d'une recherche active.
  Dans ce travail (Nombre d'Or et réseau pentagrammique) on a l'avantage d'avoir la possibilité d'une approche plusielle de la même situation :

  Algèbre ⟶ Géométrie ⟶ Algèbre

- Il est regrettable que l'enseignement de la géométrie se cantonne bien souvent dans l'un de ses aspects seulement :
  Si l'on peut indiquer deux grandes classes d'objectifs :
  . développer une habileté à représenter l'espace (dessiner etc...)
  . développer une connaissance de l'espace
  il ne faut pas oublier les objectifs dérivés de ceux-ci :
  . être capable de transmettre un message pour "faire passer" de la connaissance (nécessité d'un langage)
  . à partir de connaissances locales, aboutir à une connaissance de plus en plus élargie et à la notion de prévision et de preuve, par nécessité et non par docilité (cette fameuse "formation au raisonnement" dont on a pu parfois faire le seul objectif de l'enseignement de la géométrie) etc...

IV. Autour de la visite "commentée" de l'exposition.

Il s'agit de l'exposition préparée par Jean Sauvy sur le Nombre d'Or et exposée pendant la durée des journées.

Il ne me parait pas possible (et de peu d'intérêt) de tenter de faire partager ce moment et les diverses réactions des participants. On peut seulement dire qu'elles se situent entre deux extrêmes :
- d'une part, l'adhésion à cette approche plurielle (mathématique, "philosophique", ésotérique, artistique, mythique...) et la possibilité de partager, de vivre ensemble, une certaine émotion (quelle qu'en soit sa nature...)

- d'autre part, un très grand agacement et même un rejet quasi total de ce qui est ressenti comme manipulatoire, obscurantiste, etc...

De toutes façons, il est difficile de rester indifférent et l'exposition a été la source de nombreuses discussions, parfois très vives, toujours fructueuses...

Si nous n'avons pas rediscuté de ce que représente une telle exposition en tant qu'outil pédagogique, nous l'avons surtout contemplée pour elle-même. Je crois me faire ici l'écho de nombreux collègues en remerçiant son auteur et pour sa magnifique réalisation, et pour le travail fabuleux qu'elle représente, mais aussi pour la passion qu'il tente de communiquer à ceux qui, pour quelques instants au moins, sont heureux de se laisser guider par la main.

V. Pour un nouveau regard sur l'espace qui nous entoure.

Avant de visiter Blois ensemble, l'oeil aux aguets..., quelques propositions de Jean Sauvy :
Essayer d'approcher :
- espace véeu / espace géométrisé
  texture / structure
  sensibilité / intelligence

Pour une géométrisation de l'espace, on peut considérer cet espace comme une succession de tableaux (cinéma) qui nécessite des changements de points de vue et des approches complémentaires :

. géométrie topologique ("du toucher")
  - continu / discontinu
    ouvert / fermé
    d'une seule pièce / en plusieurs
    connexe / disconnexe
    voisin / non voisin
    plein / troué

. géométrie projective ("du regard")
  par rapport à des plans de repère
  - avant / arrière
    haut / bas
    gauche / droite
    alignés / non alignés
    concourants / non concourants

. géométrie euclidienne ("de l'arpentage")

- distances approximatives
  angles approximatifs
  etc...

VI. Pour ne pas conclure.

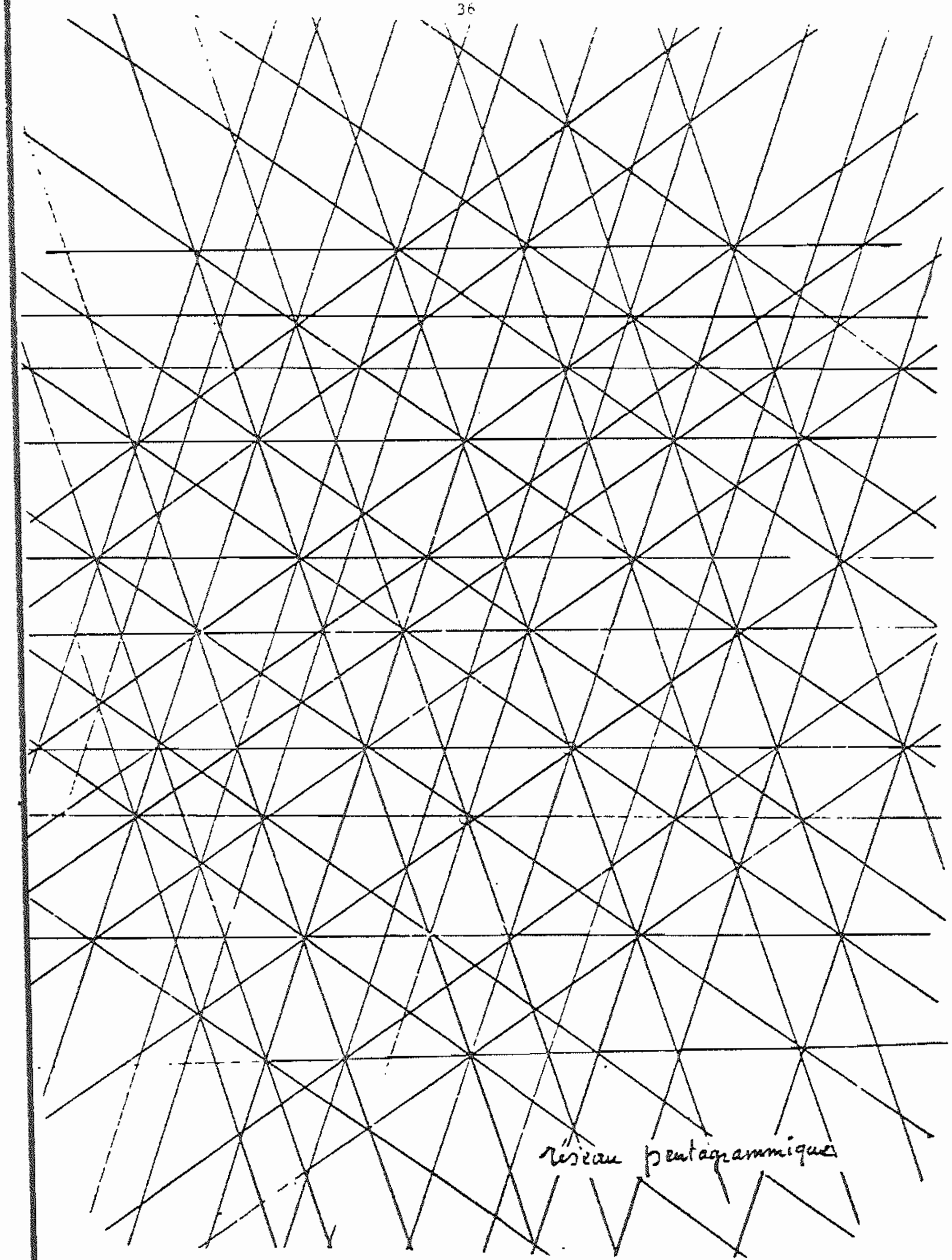
Et si l'on repartait ?

Tout sujet peut être traité avec ce mélange de sérieux et de fantaisie, ce désir de garder un regard actif, vivant... Un participant a dit simplement qu'après ces quatre séances passées ensemble, il se sentait "rajeuni" ... Bravo pour le bain de jouvence...

Et si l'on ne peut pas supporter le côté magique (faussement magique peut-être ?) de cette approche, ne peut-on simplement s'émerveiller, s'émerveiller encore, rien que pour ce bon vieux Nombre d'Or... ?

VII. Bibliographie.

- Le Nombre d'Or (Que sais-je ?)
- Jeux et Stratégie n° 13
- Scientific American, Janvier 1977
- etc...
- Sur Mythe et Science : le premier chapitre de "Le jeu des possibles" de F.JACOB.



Groupe A3

Sous-groupe 2

LA GÉOMÉTRIE EN U.F. DE DEUG.

Animateur : Bellier Gilbert.
Rapporteurs : Valentin Dominique
Viseux Michel

I. Présentation du groupe.

Les membres du groupe sont, universitaires et professeurs d'école normale, d'origines géographiques diverses : Nancy, Guebwiller, Caen, Quimper, Paris, St. Brieuc, Lille, Douai, Arras.

S'appuyant sur la relation d'activités conduites dans différentes EN, dans le domaine de la géométrie, notamment dans le cadre des unités de DEUG, les participants ont d'abord défini les limites et les axes principaux de leur réflexion.

1) Pourquoi le choix de la géométrie en DEUG ?
2) Apport des universitaires
3) Objectifs spécifiques des U.F. de géométrie
4) Catalogue d'activités possibles.

Les questions retenues ayant entre elles des rapports souvent étroits, il n'a pas toujours été possible de les dissocier au cours de la discussion ; l'ordre proposé n'a pu être observé que partiellement. Les réponses apportées sont d'importance inégale, un soin particulier ayant été accordé aux points 3 et 4 très souvent liés, les exemples d'activités illustrant les objectifs énoncés. Aussi, le présent compte rendu ne cherche-t-il pas a retracer les différentes phases de cette discussion mais simplement d'en présenter les résultats.

II. Pourquoi le choix de la géométrie en DEUG ?

Ce choix est souvent la conséquence d'un double constat :

- Les U.F. EN de mathématiques et de mathématiques et technologie sont la plupart du temps tournées vers des préoccupations numériques : nombres naturels, nombres décimaux, opérations, mesure. Dans ces U.F., peu ou pas de géométrie.
- Les connaissances des normaliens sont dans ce domaine, tout particulièrement, jugées insuffisantes, voire inexistantes en ce qui concerne les contenus relatifs à l'école élémentaire. Si l'on souligne que, pour engager une réflexion sur l'enseignement d'une discipline, il faut posséder, dans cette discipline, une bonne base, le déficit mentionné ci-dessus apparaît nettement.

La géométrie peut être également un moyen privilégié de faire faire des mathématiques, de permettre aux futurs instituteurs de reprendre contact avec une matière que certains ont pu négliger, notamment au travers d'activités géométriques pour lesquelles on note un intérêt certain. Nous retrouverons cette idée à propos de la définition des objectifs.

III. Apport de l'enseignement supérieur.

Les interventions des universitaires et celles des professeurs d'EN présentent souvent les mêmes aspects. A partir du "programme" retenu pour l'U.F., un partage est fait compte tenu des contraintes horaires, partage qui ne précise pas le rôle particulier des uns et des autres. Une certaine spécificité est cependant souhaitée. Sans parvenir à la définir, le groupe exprime quelques idées :

- Cette spécificité ne peut résider dans le "niveau" des activités proposées, les uns ayant la charge d'informer, les autres ayant celle d'illustrer cette information par des exercices d'application.
- L'université n'est pas prête, actuellement, dans son ensemble, à enseigner à des étudiants non spécialisés. Le cas des élèves instituteurs dont les préoccupations d'enseignement sont légitimes (et souhaitables) nécessite en outre la présence des formateurs, à certaines occasions, dans les classes de l'école élémentaire.
- Une concertation apparaît indispensable ; celle-ci est souvent limitée, occasionnelle, voire absente. Il faudrait l'institutionnaliser.

Quelques directions sont indiquées dans lesquelles la spécificité de l'apport des universitaires apparaît plus nettement :

- L'histoire des mathématiques (la formation du PEN est en général inexistante dans ce domaine) à condition de ne pas envisager l'épistémologie comme un cours mais comme un moyen de mieux faire ressortir la problématique.
- La topologie (par exemple, étude de la proximité sans notion de distance pour clarifier les activités correspondantes à l'école maternelle et à l'école élémentaire).

- la culture des universitaires doit surtout permettre de mieux faire apparaître les synthèses nécessaires.

IV. Objectifs des activités géométriques proposées dans les U.F.

D'importance inégale, de caractère général ou au contraire ponctuel, exprimés avec des nuances, se recoupant parfois, les objectifs cités apparaissent nombreux et variés. Sans chercher à les hiérarchiser, sachant qu'ils forment un tout et sont souvent difficilement dissociables, le groupe en propose toutefois un tri, à seule fin de clarté.

1. Activité. (Donner, retrouver le pouvoir d'agir).

Les participants insistent unanimement sur la nécessité de donner aux récents bacheliers que sont la plupart des normaliens l'occasion d'établir avec les mathématiques un contact de nature différente de celle qu'ils ont connue antérieurement. Ce contact différent peut être obtenu grâce aux "activités géométriques" au cours desquelles les élèves instituteurs peuvent dominer une certaine réserve (on a même dit une certaine peur) à engager une recherche, un raisonnement, à énoncer un résultat, à avancer une hypothèse. On évoque alors les mots de "déblocage", "motivation", "réconciliation".

Plus précisément ces activités peuvent avoir pour objectifs

- Des représentations planes d'une figure de l'espace à trois dimensions (contribution à une meilleure vision de l'espace).
- L'utilisation d'instruments de dessin (en particulier, utilisation raisonnée de la règle et du compas).
- La résolution de problèmes sur des représentations graphiques ou mentales.

2. Notions.

Donner des fondements sérieux de géométrie élémentaire apparaît une nécessité. On propose :

- Etude des transformations (être capable de définir une transformation, l'utiliser dans une construction, de composer des transformations...).
- Topologie (étude de certains rapports topologiques, conservation de l'ordre, idée de proximité).
- Rapports entre la géométrie et les nombres.
- Notions de représentation (en particulier idée de perspective).
- Propriétés des figures usuelles.

3. Démarches raisonnées.

Les élèves maîtres doivent :

- Avoir conscience de la pluralité des démarches
- Différencier constatation et démonstration
- Savoir distinguer l'incapacité dans laquelle on peut se trouver de fournir une ou des solutions à un problème donné du fait que ce problème soit impossibl
- Savoir valider un résultat, rechercher une preuve
- Savoir, à fin de communication, retrouver la genèse d'une démonstration
- Savoir comparer des procédures
- Savoir rédiger un programme de construction d'une figure.

Les activités proposées doivent permettre :

- De conjecturer
- D'engager des raisonnements de types divers ; par exemple
  . raisonnement par exhaustion
  . déduction
  . recherche de contre exemples
  . détecter les données inutiles
  . transformation d'un problème en un problème plus simple par l'abandon d'une (ou de plusieurs) condition.

4. Utilisation dans les classes élémentaires.

En pratiquant avec les élèves instituteurs une pédagogie de même type que celle que définissent les textes officiels CE/CM, il est possible de répondre en partie à leurs préoccupations d'enseignement. A leur tour, ils pourront participer à une réhabilitation de la géométrie à l'école élémentaire par le choix ou l'élaboration de situations qui mettent en oeuvre les notions estimées fondamentales, en tenant compte des possibilités de leurs élèves.

5. Langages (ou modes d'expression).

Ces activités devront enfin favoriser au maximum la production de langages variés (langue orale, écrite, formelle, représentation graphique) et l'établissement entre ces langages des rapports indispensables

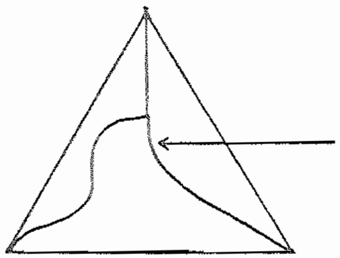
V. Exemples d'activités.

Beaucoup des exemples cités sont connus. Aussi seront-ils décrits de façon brève. Chacun pourra leur assigner les objectifs de son choix.

A. PAVAGES.

- A partir de dessins répétitifs, mise en évidence des transformations qui interviennent
- Etude particulière de quelques transformations
- Composition, groupe de transformations
- Classement des dessins d'après les axes de symétrie, les centres de symétrie
- Trouver le groupe d'un dessin
- Trouver les isométries d'un groupe
- Comment "inventer" un tel dessin ?

Méthode des enveloppes

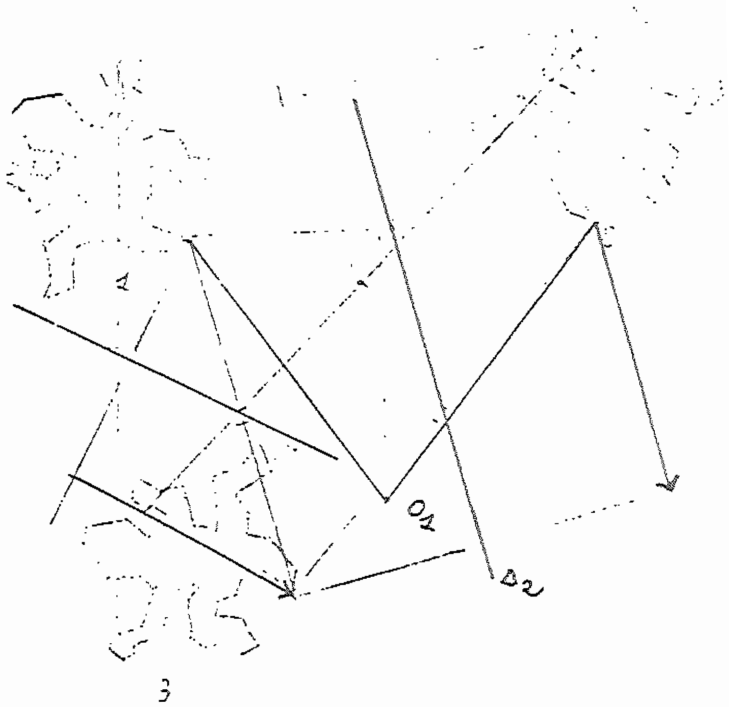


A partir d'un polygone qui permet de paver, choisir un motif, découper le dessin, rabattre et reproduire le re le dessin dans chaque pavé.

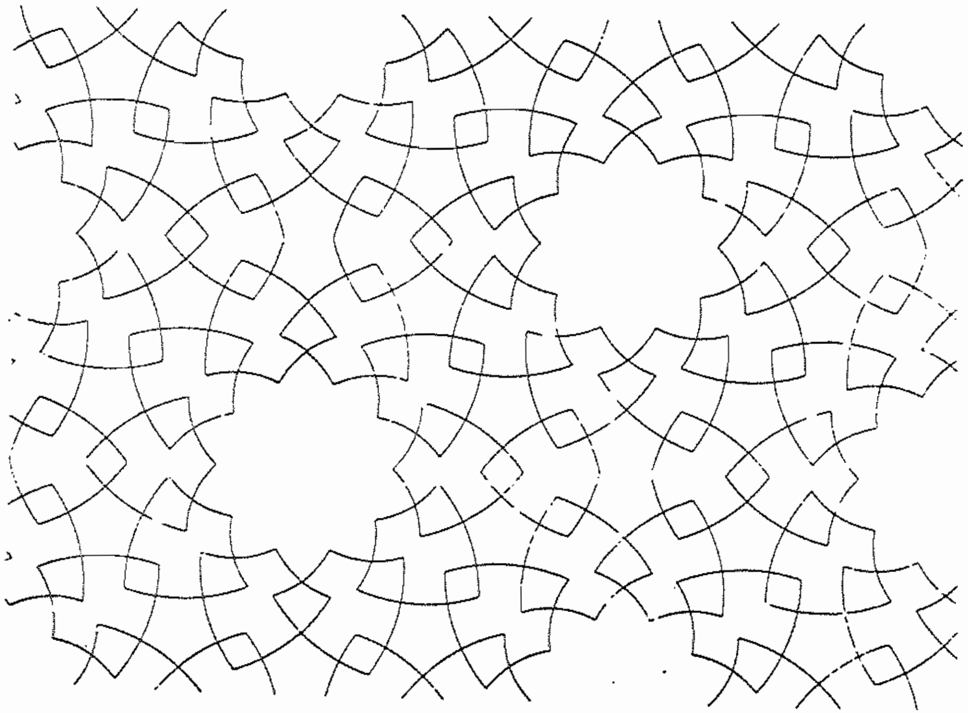
Un dessin étant donné, quel découpage permet de l'obtenir ?

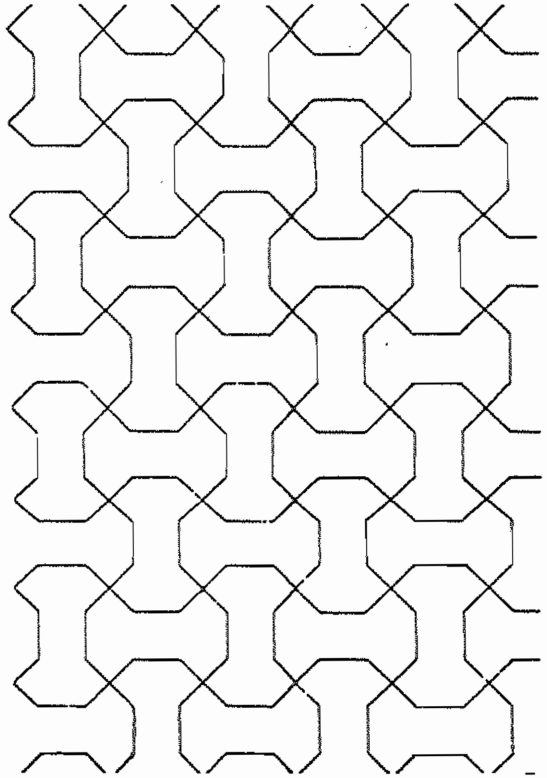
Les pages ci-après proposent quelques fiches de travail utilisées à l'EN de Caen, des exemples d'épreuves d'évaluation à l'EN de St Brieuc, une fiche extraite de "Réseaux à faire, pavages à colorier" de l'IREM d'Orléans.

Déterminer les transformations qui permettent de passer de 1 à 2, de 2 à 3, de 1 à 3.



1) Tracer le réseau des axes de symétrie de ce dessin.
2) Tracer, sur un calque distinct du précédent, le réseau des centres de rotation (on utilisera des couleurs différentes pour les centres de nature distincte)
3) Donner la liste des transformations possibles pour le dessin, en précisant les positions des éléments remarquables
4) Quel est le n° du groupe de ce dessin ?





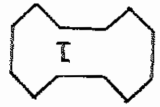


Figure 1.

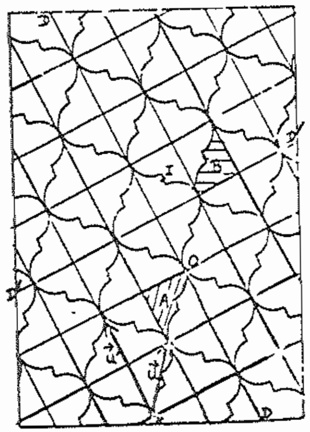


Figure 2.

EN de St. Brieuc : DEUG "Enseignement du 1er degré" (octobre 1981).

1. La figure 1 représente un pavage du plan que l'on peut voir à l'Alhambra de Grenade.
   a) Montrer que l'ensemble des translations qui conservent globalement le dessin peut être défini à l'aide de deux d'entre elles que l'on précisera.
   b) Mettre en évidence sur la figure les axes de symétrie, les centres de symétrie, les centres de rotation (préciser), les axes de symétrie glissante, s'il en existe.
   c) En partant du motif initial I, indiquer les transformations qui permettent de construire le pavage à partir de I.
   d) Trouver d'autres motifs initiaux possibles, puis le motif minimum de base, et indiquer les transformations qui permettent de construire le pavage.

2. Cet exercice est relatif à la figure 2.
   On désigne par :

   t la translation de vecteur u
   t' la translation de vecteur u'
   s la symétrie orthogonale par rapport à D
   s' la symétrie orthogonale par rapport à D'
   r la symétrie centrale (rotation d'un demi-tour) de centre O
   r' la symétrie centrale de centre I.

   a) Coloriez les images du pavé A par :
   $s' \circ s$, $r \circ s$, r', $t' \circ s'$, $s' \circ t'$, $t^{-1} \circ r$.

   b) Peut-on définir plus simplement $s' \circ s$?

   A-t-on $t' \circ s' = s' \circ t'$? Conclusion.

   $t^{-1} \circ r$ est-elle la transformation identique du plan ?

   c) Comment peut-on définir l'isométrie qui transforme A en B ?
   Peut-elle être obtenue de plusieurs façons ?

EN de St. Brieuc : DEUG "Enseignement du 1er degré" (février 1981).

1. La figure 1 représente un dessin à motifs répétitifs dû au sculpteur M.C. ESCHER.
   a) Montrer comment l'on peut définir toutes les translations qui conservent globalement ce dessin à partir de deux d'entre elles que l'on précisera.
   b) Des symétries glissantes conservent globalement ce dessin. Chacune sera définie par son axe et un vecteur translation d'amplitude minimale. Donner une construction précise de l'un de ces axes et d'un représentant du vecteur de la translation associée.

2. La figure 2 représente un autre dessin à motifs répétitifs.
   a) L'ensemble des translations qui conservent globalement le dessin peut être défini à l'aide de deux d'entre elles que l'on précisera.
   b) Y a-t-il des axes de symétrie ?
   c) Quels sont les centres de rotation ? En préciser leur ordre (1/2 tour, 1/3 de tour, 1/4 de tour, 1/6 de tour). Si ces centres ne sont pas des points déjà tracés sur la figure, on en donnera une construction.
   d) Définir un pavé de base et un motif minimum permettant d'engendrer tout le dessin uniquement à l'aide de translations.

   Montrer que l'on peut réduire ce pavé de base à un triangle équilatéral, en utilisant les isométries trouvées et préciser alors le motif de base.

3. Cet exercice est relatif à la figure 3.
   On désigne par :

   t la translation de vecteur u
   t' la translation de vecteur u'
   s la symétrie orthogonale par rapport à D
   s' la symétrie orthogonale par rapport à D'
   s" la symétrie orthogonale par rapport à D"
   r la rotation d'un tiers de tour de centre O dans le sens
   r' la rotation d'un tiers de tour de centre I dans le sens

   a) Coloriez les images du pavé A par :
   s, s', s'', $t \circ s$, r, $s'' \circ r$, $s' \circ r'$, $t' \circ r'$

   b) A-t-on $t \circ s = s \circ t$, $s'' \circ r = r \circ s''$?

   c) Comment définiriez-vous l'isométrie qui transforme A en B ?
   Peut-elle être obtenue de plusieurs façons ?

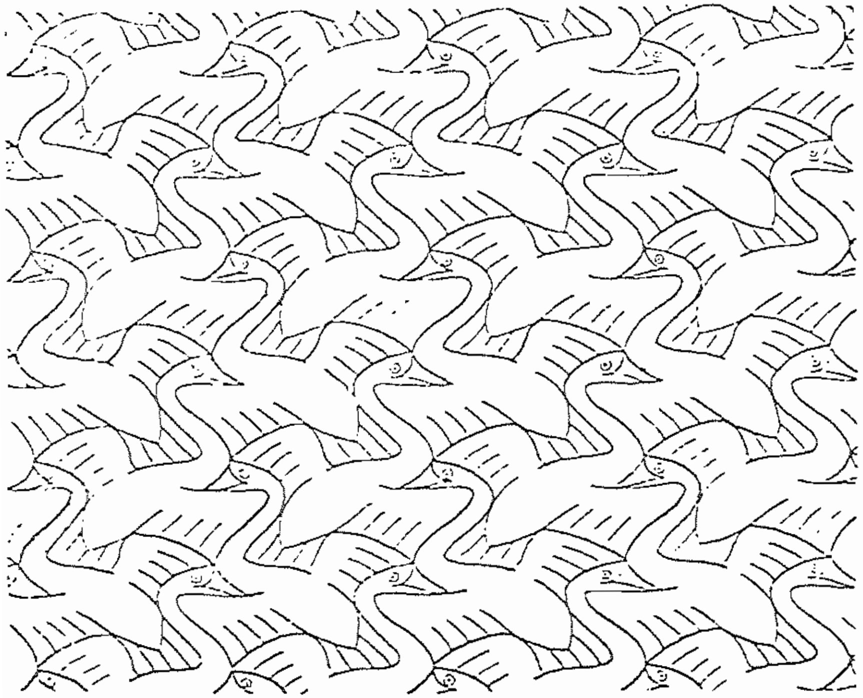


Figure 1.

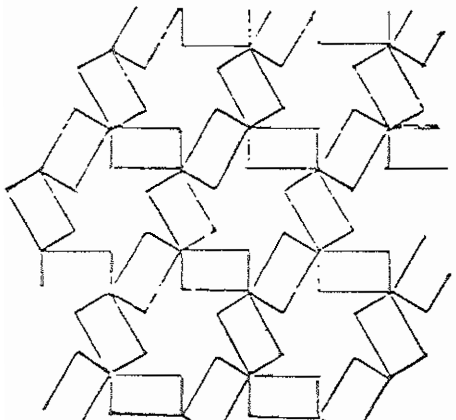


Figure 2.

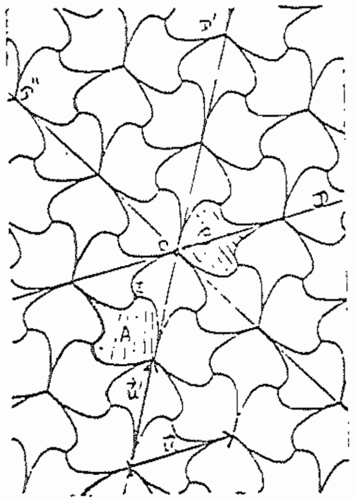
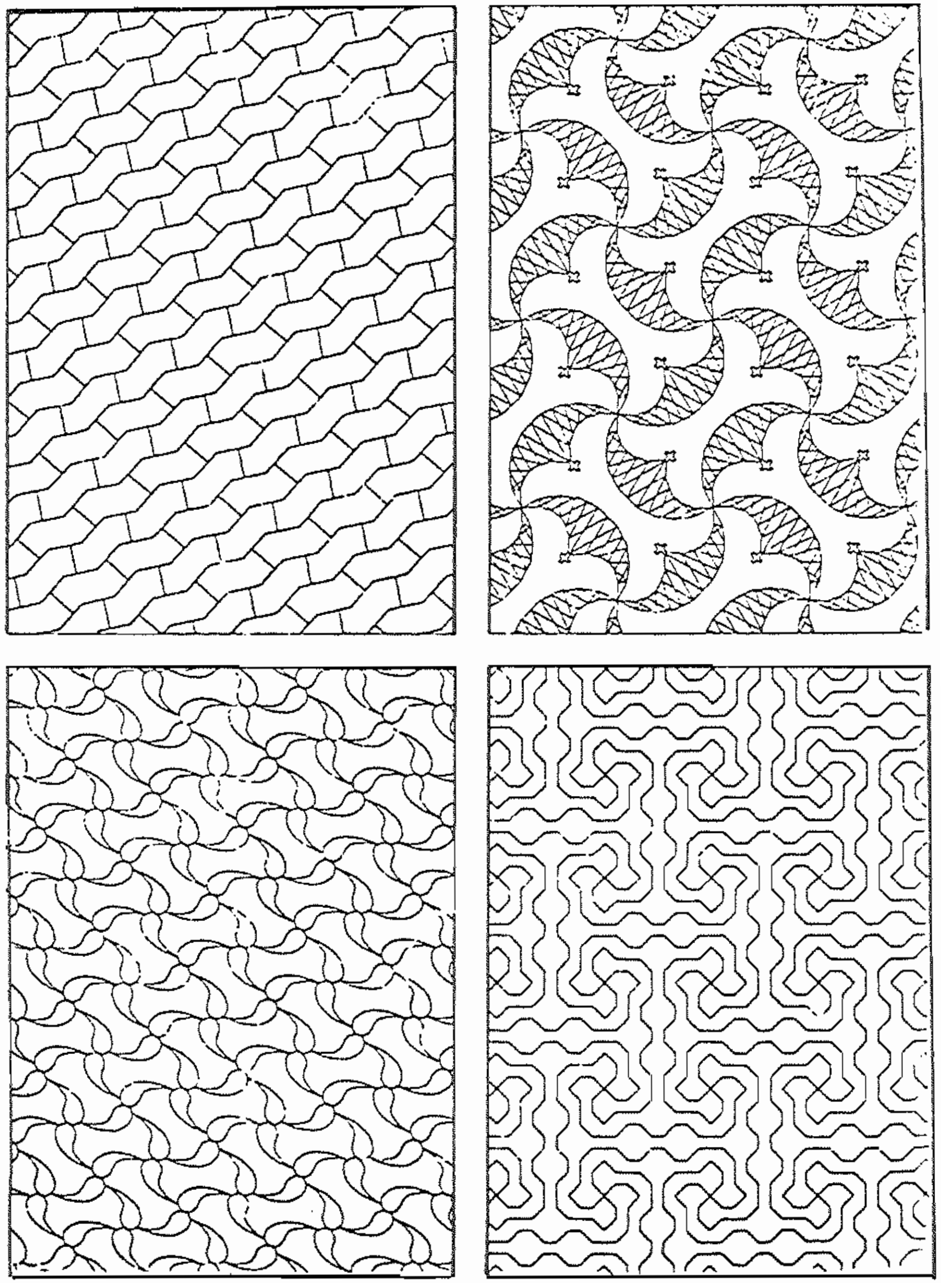


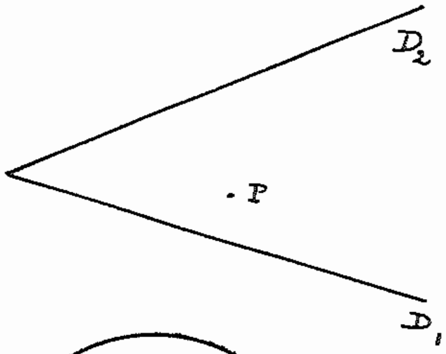
Figure 3.



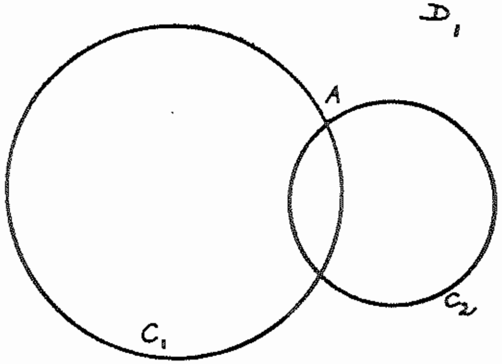
B. FRISES

Les frises permettent de résoudre des problèmes analogues.

C. AUTRES EXERCICES où peuvent intervenir les transformations.

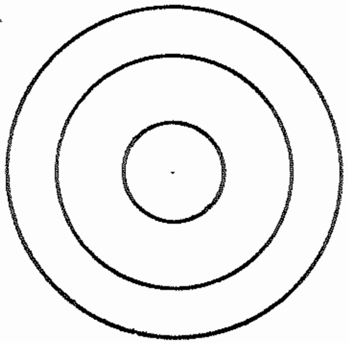


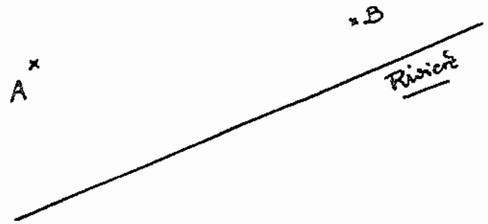
Tracer MN tel que :
$M \in D_1$, $N \in D_2$
P milieu de [MN]



Tracer MN tel que :
$M \in C_1$, $N \in C_2$
A milieu de [MN]

Construire ABC équilatéral de façon que chaque sommet soit sur un cercle différent.

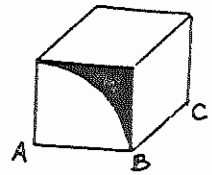




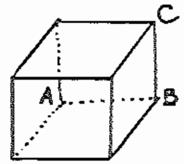
Un campeur désire, en partant de la tente A, se rendre à la tente B après avoir rempli son seau à la rivière.
Quel est le trajet le plus court ?

D. LE CUBE

- Représentation d'un cube en perspective.
- A partir du matériel ASCO

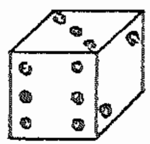


on fait pivoter le cube autour de son arête AB.

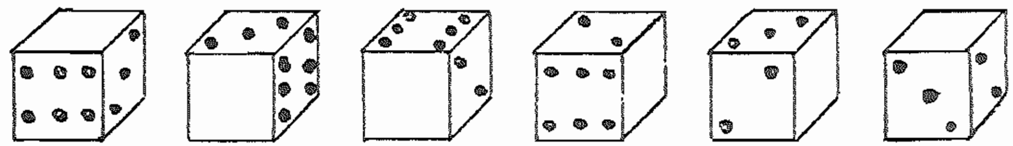


Reproduire (en perspective) sur la face convenable, le dessin visible initialement sur la face avant.

- Le dé à jouer.
  Voici un dé :



Représenter dans chaque cas la face qui manque :



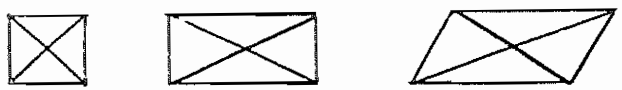
- Dessiner l'ombre projetée d'un cube.
- Colorier les faces d'un cube avec un choix initial de couleurs différentes (2,3,4...). Trouver tous les cubes possible, ou en calculer le nombre quand celui devient assez grand.
- Reconnaître parmi les 35 hexaminos les développements du cube.

Sur un développement donné reconnaître les faces opposées des arêtes opposées, orthogonales mais non concourantes etc....

E. POLYEDRES DIVERS

- Problèmes de construction de polyèdres, recherche de développements (problème des "languettes" de collage).
- Mesurer la hauteur de la Grande Pyramide

F. AIRES

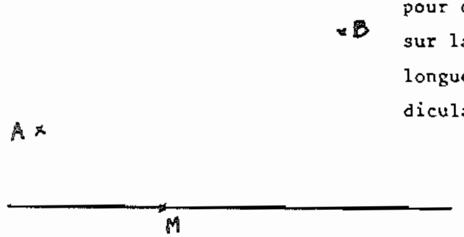


Comparer les aires des 4 parties de chaque figure

- Partager un triangle en 2,3,4, ... triangles d'aires égales
- Quadrature du rectangle
- Quadrature de polygones.

G. CONSTRUCTIONS DIVERSES.

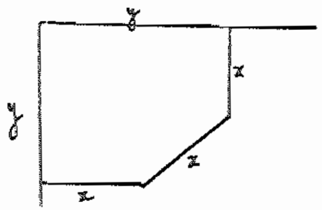
- Tracé de la bissectrice d'un angle dont les côtés sont concourants en dehors de la feuille.
- Médiatrice d'un segment situé au bord de la feuille.
- Découper dans une feuille 21 x 29,7 deux disques isométriques les plus grands possibles.
- Approche graphique expérimentale



pour chaque position du point M sur la droite D, reporter la longueur MA + MB sur la perpendiculaire en M à D.

H. CALCULS DIVERS

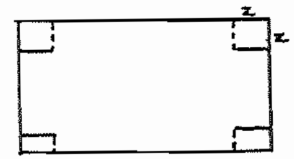
- Dessiner un parallélogramme dont l'un des sommets est en dehors de la feuille. Calculer la 2è diagonale.



Plan d'un élément de cuisine (d'après le CUEPP de Lille).

Les clients donnent au fabricant tantôt x, tantôt y

1) x étant donné, calculer y
2) y étant donné, calculer x

- 

Construction d'une boîte (d'après situations-problèmes au CM, IREM de Lille)

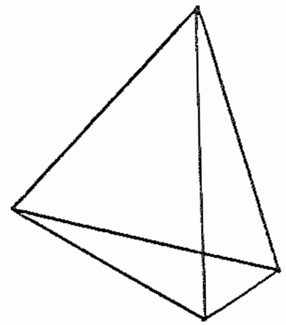
——— *trait plein à découper*
- - - *tiret, à plier.*

Déterminer x de façon que le volume de la boîte soit maximal.

I. RAISONNEMENTS DIVERS.

- Existe-t-il des figures qui admettent deux centres de symétrie ?

- Quel est le nombre de régions déterminées dans un disque par les segments qui joignent, 2 à 2, n points du cercle ?

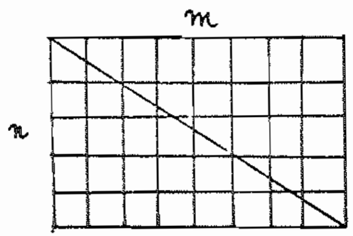


d'après Wheeler (Mathématique dans l'enseignement élémentaire).

- Problème du Taquin.

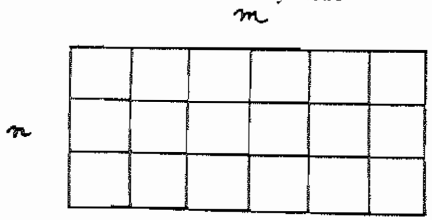
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

. Un carré peut occuper la case voisine à condition qu'elle soit libre.
. Montrer qu'il est impossible de remettre les carrés dans l'ordre croissant des numéros



. Imaginer d'autres taquins.
Quel est en fonction de m et n le nombre des cases carrées traversées par la diagonale du rectangle ?
(d'après Points de départ. Ed.Cedic

- Le filet de Volley-Ball



. Un filet de volley ball rectangulaire est constitué de mailles carrées dont le nombre peut s'exprimer mer par $m \times n$

Combien de coups de ciseaux au maximum peut on donner de façon que le filet reste d'un seul tenant ?

A^4 DIFFÉRENTS NIVEAUX DE LANGAGE : LANGAGE MATHÉMATIQUE, PREUVE, DÉMONSTRATION.

Groupe A4

DIFFÉRENTS NIVEAUX DE LANGAGE : LANGAGE MATHÉMATIQUE, PREUVE, DÉMONSTRATION.

Animateurs : François Colmez
François Boule
Rapporteur : Colette Dubois.

Les problèmes des différents niveaux de langage possibles en mathématiques et des démonstrations (ou des preuves) sont à étudier : d'une part pour les enfants de l'école élémentaire, d'autre part pour les élèves instituteurs.

La première question qui se pose est de savoir si ce thème peut faire l'objet d'un enseignement auprès des normaliens, et si oui, de quelle manière. Cette question suppose-t-elle que nous ayons une attitude différente par rapport aux mathématiques avec les normaliens et qu'eux-mêmes en aient une différente avec leurs élèves ?

Le groupe aimerait dégager des expériences qui, mises derrière les mots de l'intitulé permettraient de trouver un axe de formation à ce sujet.

La première journée de réflexion a permis aux membres du groupe, grâce à des exemples, grâce à une référence constante à ce qu'est l'activité mathématique pour les enfants, d'éclaircir leur questionnement. Et, si nous ne nous étions pas encore forgé une conviction quant à la nécessité d'amener la réflexion des élèves instituteurs très loin pour qu'ils soient capables de susciter dans leur classe des situations où une preuve s'avère nécessaire, où le niveau de langage employé change, nous avions suffisamment déblayé le terrain pour qu'une réflexion cohérente et constructive ait lieu.

La deuxième journée a vu un apport de nombreux éléments nouveaux. Ceux-ci, n'ayant pas participé à la première journée de travail,ont, en apportant leur propre questionnement, détruit le début de cohérence de la réflexion. Il nous a été difficile de conclure, dans ces conditions. Et il est dommage que nous n'ayons pas eu le temps d'explorer toutes les pistes de réflexion.

Nous pouvons cependant faire le point sur notre questionnement.

I. COMMENT FAIRE EVOLUER L'ENFANT AU NIVEAU DU LANGAGE MATHEMATIQUE ET DES PREUVES ?

1) Rencontre-t-on, dans les classes, différents niveaux de langage ? Un instituteur est-il amené à utiliser divers niveaux de langage ?

1.1. Certainement, si l'on accepte l'idée que des langages différents correspondent à des niveaux différents de conceptualisation.

Si on prend comme exemple l'étude des longueurs : dans l'enseignement secondaire, on utilise le quotient d'un ensemble de segments par une relation d'équivalence (l'expérience montre d'ailleurs que la structure quotient est difficilement comprise parfois même jusqu'en terminale) ; alors qu'en primaire, on utilise un langage sur les grandeurs permettant de rendre compte de manipulations faites sur des objets et valables sur des classes d'objets. On construit quelque chose qui est isomorphe à R^+, tout en utilisant un langage qui fait référence aux manipulations effectuées.

1.2. L'enfant, au contraire de l'adulte, ne fait pas fonctionner un langage, il l'utilise sans en avoir vu toutes les structures. C'est ce qui se passe au moment de la construction du nombre, au cours préparatoire, par exemple.

1.3. D'autre part, le langage utilisé par les enfants prend souvent son sens par référence au langage courant et non au langage mathématique auquel l'enfant n'accède pas encore. C'est ainsi que "autant que" veut la plupart du temps dire "au moins autant que" dans une phrase comme :"J'ai autant de bonbons que ma soeur". De même, la différence d'âge entre Pierre et Paul est la même que celle entre Paul et Pierre alors que la différence a-b n'est pas commutative ; il n'y a pas de symétrie dans a-b ; il y en a une dans "différence d'âge".

1.4. De plus, si on se réfère aux mathématiques écrites, il est légitime de définir des objets avant d'en parler ; pour un travail avec les enfants, ceci est tout à fait irréaliste. Cependant, nous sommes bien conscients que, pour beaucoup d'enseignants, il est plus simple de donner des définirions, puis d'appliquer celles-ci. Un exemple parlant : dans une enquête sur la liaison CM/Collège des enseignants ont affirmé que 70 % de leurs élèves connaissaient la définition de deux suites proportionnelles, alors que les mêmes enseignants estiment que 40 % de ces mêmes élèves savent reconnaître des suites proportionnelles.

1.5. C'est lorsqu'il a à résoudre un problème que l'enfant (ou l'adulte) crée un langage qui lui permet de le résoudre. Et, si l'enseignant a le souci de faire créer un langage, ce souci ne doit jamais transparaître. Par contre, il doit créer des situations de recherche où le langage se forme : quand il y a ambiguïté avec le langage employé, on affine celui-ci pour lever l'ambiguïté. Ainsi, le terme "carré" a, pour les enfants un sens un peu vague qui peut s'employer pour toute figure géométrique ayant une forme ressemblant à celle d'un carré : pour  aussi bien que pour : 
Et, ce n'est que lorsqu'ils ont mis à l'épreuve ce qu'ils entendent par carré dans une activité où seuls les "bons carrés" conviennent (par exemple, construire une boîte cubique qui "ferme" en carton rigide, ou réaliser un jeu d'emboîtements) qu'ils font évoluer le sens qu'ils donnent à ce mot. Ce sens peut aller jusqu'à la prise en compte des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un parallélogramme soit un carré.

1.6. On ne peut parler langage indépendamment des situations où ce langage est utilisé : lorsqu'un enfant du cours préparatoire doit comparer le cardinal d'une collection de stylos à celui d'une collection de crayons, il peut dire : "il y a plus de stylos" ; aucune ambiguïté ne subsiste. L'obliger à dire "il y a plus de stylos que de crayons" est purement formel et ne découle d'aucune exigence logique.

Il est donc certain, pour le groupe, qu'on utilise à l'école élémentaire des langages provisoires, que ceux-ci évoluent, mais il est difficile de voir comment on peut les faire évoluer en les améliorant à coup sûr.

2) Quel rôle doit jouer, dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, la preuve (ou la démonstration)? Pour définir ce rôle, on doit savoir quand un enfant a besoin d'apporter une preuve ?

2.1. A l'école primaire, on travaille souvent sur des ensembles finis ; les démonstrations sont alors réduites ; on peut se contenter d'examiner tous les cas.

2.2. S'il n'en n'est pas ainsi, il suffit parfois d'expliciter un cas particulier et d'affirmer que la méthode est valable tout le temps. Lorsqu'un enfant de CM doit trouver combien un polygone de n sommets comporte de diagonales, il peut très bien expliquer ce qu'il fait pour 6 sommets, puis généraliser.."Je joins un sommet

aux 3 sommets qui ne sont pas près de lui ; je dessine 3 diagonales. Je peux faire 6 fois la construction, mais alors je compte 2 fois la même diagonale. Je trouve (6x3) : 2 diagonales. Pour 7, c'est pareil, je trouve (7x4) : 2. ... "

Dans un cours préparatoire, on demande aux enfants de comparer les nombres de jetons qu'il y a dans 2 boîtes différentes. Ces jetons sont dans des enveloppes qui sont toutes ouvertes, sauf une par boîte. On dit aux enfants que les 2 enveloppes cachetées contiennent le même nombre de jetons. Certains enfants écrivent les nombres avec des écritures du type :

1 + 5 + 8 + 4

1 + 7 + 10

Ils supposent que les enveloppes fermées contiennent 1 jeton (alors qu'à travers l'enveloppe ils sentent qu'il y en a beaucoup plus). Ils pensent que leur comparaison est quand même valable, du moment qu'ils ont mis un nombre pour l'enveloppe fermée, le même pour les 2 boîtes. Certains peuvent choisir 2,5,10,... pour ce nombre inconnu d'eux, et pensent aussi que le choix de ce nombre importe peu. Ce nombre choisi pour fixer la pensée joue en fait un rôle d'élément générique.

2.3. Certains enfants, assez rares, aiment se poser des questions ; il est sûr que leurs capacités conceptuelles sont différentes suivant l'âge, l'environnement scolaire ou familial. Mais il est possible, en organisant des séances de problèmes (par exemple) où ils doivent communiquer entre eux, de rendre obligatoire pour tous (ou presque) l'apport d'une preuve.

Cependant, il est certain que la notion de preuve, pour eux, n'est pas seulement attachée à celle d'argument logique. La preuve a parfois un caractère magique. Il y a un truc ! La conviction précède la preuve et peut souvent paraître suffisante : l'évidence dispense quelquefois de la nécessité de prouver, à moins qu'elle ne soit pas partagée. Mais alors il arrive que la preuve donnée aux autres ne suffise pas à emporter leur conviction.

D'autre part, leur argument est souvent un argument d'autorité. On apporte une preuve non seulement pour convaincre l'autre, mais aussi pour avoir du pouvoir sur lui ; la preuve n'est pas une exigence par rapport à soi. Et, de plus, il arrive malheureusement que celui qui réussit le mieux d'habitude emporte la conviction de celui qui est souvent en échec avec des arguments fallacieux.

Même si des situations de communication sont pédagogiquement souhaitables, il faut que les enfants dépassent le stade : donner des preuves pour entraîner une conviction.

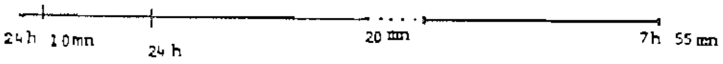
D'autant plus que cette conviction dépend de la personne à qui on s'adresse. Convaincre un copain, convaincre le maître, convaincre une personne extérieure au problème, sont des tâches très différentes.

Il est parfois utile d'utiliser des situations de communication avec soi-même (ou d'un groupe d'enfants avec lui-même), lorsqu'on met une recherche en sommeil pendant quelques jours, cela change le rôle de la preuve et donne une raison d'être aux traces écrites.

2.4. Le rôle du maître est essentiel. C'est lui qui, par son attitude valorise tel ou tel type de preuve. Par exemple, pour une étude à propos d'applications linéaires, les graphiques sont aussi valables que les calculs ou les discours. Et pourtant, ils sont malheureusement rejetés par certains enseignants. Très souvent, d'ailleurs, les preuves basées sur des représentations sont souvent dévalorisées. De même, le maître a un rôle essentiel quant au pouvoir exorbitant que prennent certains enfants dans une classe. C'est lui qui, par son attitude, permet une communication réelle entre les enfants et une écoute de leurs diverses argumentations respectives.

2.5. "Preuve" et "explication" sont deux choses différentes. En effet, une explication essaye de rendre compte de la démarche utilisée pour arriver à résoudre un problème alors que la preuve peut s'éloigner de cette démarche. Celle-ci est d'ailleurs souvent intuitive et procède par analogie (de structures,...). Alors qu'en général, on nie le rôle de l'intuition en mathématique.

Dans une classe de CM revenant de classe de neige, les enfants se sont posés beaucoup de questions à propos du voyage de retour. L'une d'elles était : "Quelle aurait été la durée du voyage si le car ne s'était pas arrêté ?". Les enfants connaissaient l'heure de départ : 22h10mn, l'heure d'arrivée 7h55mn le lendemain, la durée de l'arrêt : 20mn. Ils ont donné comme preuve soit le calcul : (24h - 22h10mn) + 7h55mn - 20mn, soit le schéma :



Mais pour expliquer aux enfants qui ne comprenaient pas, deux d'entre eux ont donné une situation analogue (tu arrives à l'école à 8h30mn, tu repars à 11h30mn, mais il y a 15mn de récréation !).

2.6. Une des choses que les enfants peuvent utiliser en primaire, est la cohérence entre deux savoirs, entre deux langages. C'est, malheureusement, très peu utilisé dans les classes. Pourtant, utiliser un calcul approché pour voir si un résultat est plausible, utiliser des vérifications internes ou externes à un problème devraient être des activités habituelles dans une classe. Attendre que le maître (ou un copain "fort en calcul") dise que 228x35 ne peut être 1824 est quand même moins formateur que d'être soi-même capable de savoir que le produit est sûrement supérieur à 200x30 = 6000 !

2.7. Le rôle de l'écrit nous semble important. D'une part, l'écrit des manuels qui se posent, même contre notre gré, comme un modèle, ne rend absolument pas compte de l'activité mathématique. Et le niveau de langage utilisé est rarement nécessaire dans une classe, même à l'écrit. Les livres en mathématique ne racontent jamais l'histoire des concepts : ils décrivent le produit fini. Il y a, là encore, différence entre un texte démonstratif (écrit) et un texte explicatif (oral, supposant une communication directe entre plusieurs individus). D'autre part, les écrits des enfants qui nous semblent essentiels (est-ce dû à notre éducation ?)ne racontent jamais ce que les enfants font et quelles sont leurs démarches.

2.8. En conclusion de cette réflexion, nous aimerions que la conception de l'activité mathématique (à l'école élémentaire et ailleurs) change complètement. Pour l'instant, c'est le plus souvent une activité individuelle, alors qu'une activité beaucoup plus socialisée où une communication réelle se mettrait en place, avec un autre ressort que le désir de pouvoir, permettrait sans doute un travail plus efficace.

II. COMMENT FAIRE EVOLUER L'ELEVE INSTITUTEUR AU NIVEAU DU LANGAGE MATHEMATIQUE ET DES PREUVES ?

1) Notre premier souci est de "déconditionner" les normaliens pour qu'ils ne "conditionnent" pas les enfants. En effet, le plus souvent, dans l'enseignement secondaire, ils ont été en contact avec des mathématiques, monuments de logique, et non avec des mathématiques créatrices. Nous ne sommes pas là pour discuter des problèmes de l'enseignement secondaire ; nous allons donc essayer de faire évoluer les normaliens tels qu'ils nous arrivent, après un concours peu sélectif en sciences. Notre principal problème et de savoir comment faire admettre aux élèves instituteurs qui n'ont jamais fait de démonstration, la nécessité d'en faire, la nécessité de préparer les enfants à en faire.

2) Qu'est-ce qu'une preuve ? Quels types de preuves sont utilisés ? Chacun d'eux est-il valable pour tout le monde ?

2.1. Le groupe analyse l'exemple d'un problème posé à des normaliens dans le cadre de l'UF/DEUG :"On place 3 points sur un cercle. Dans quel cas l'aire du triangle est-elle maximum ?"
Les élèves instituteurs ont assez vite prouvé que pour 2 triangles de même base, l'un étant isocèle, l'autre non, celui qui a l'aire la plus grande est le triangle isocèle. Puis la plupart extrapolent et affirment que le triangle équilatéral "qui est isocèle de partout" a sûrement la plus grande aire. Ceci est-il valide ?

Pour certains, il est nécessaire de "démontrer" cette affirmation. Pour d'autres, cette démonstration ne serait qu'un "pinaillage" que l'on ferait, à la rigueur, pour faire plaisir au professeur.

Cependant, plusieurs démonstrations sont bâties :

- Par un processus algorithmique, on "agrandit" les triangles isocèles. En 6 étapes, on "arrive" à un triangle ressemblant beaucoup à un triangle équilatéral. On cherche alors la différence entre la mesure de l'angle du triangle équilatéral et celle de l'angle du triangle construit.Au bout de 6 triangles, cette différence est inférieure à 1mn donc n'est plus visible à l'oeil.
- On étudie l'ensemble des valeurs possibles pour les aires des triangles. Cet ensemble est majoré. Il existe une limite, c'est celle de l'aire du triangle équilatéral.
- On sait que le triangle est "au moins" isocèle. On fixe un de ses sommets.

On cherche la position du côté opposé pour que son aire soit maximum. On trouve le triangle équilatéral.

Pour les professeurs ayant travaillé avec cet exemple, il est clair que :

- Les différentes preuves ont été accessibles, chacune à des publics différents qui ne se sont pas mutuellement convaincus.
- Avoir une preuve à l'esprit est une chose. L'exprimer oralement en est une autre. L'exprimer par écrit encore une autre.
- Peut-on prétendre que l'affirmation (intuitive ou non ?) du premier groupe d'élèves est une non-preuve. Il y a de grandes chances pour qu'ils aient utilisé la symétrie des données : il y a 3 points, il n'y aucune raison pour que le triangle ne soit qu'isocèle ; les trois sommets doivent jouer le même rôle dans un cercle qui a beaucoup d'axes de symétrie !...
- On ne peut exiger une démonstration de quelqu'un qui a une conviction, une certitude. C'est pour cela qu'il est nécessaire de créer un doute dans l'esprit de l'élève instituteur.

Pour l'exemple précédent, on peut placer les trois points sur une ellipse...

Après discussion dans le groupe, nous affirmons que la première preuve apportée par les normaliens était une bonne preuve. Mais son expression l'a dénaturée.

2.2. Voici un autre exemple. Dans une FP, un travail avait été organisé sur "problèmes". Deux élèves les résolvent et doivent rédiger. Un observateur rédige aussi. Les productions sont très différentes. Dès que l'on formule des idées, on les déforme. Une recherche n'est pas transmissible. C'est comme si le résultat effaçait les étapes transitoires.

Toute démarche qui permet de démontrer n'est jamais transmise. Or, c'est elle qui forme. C'est vrai pour les mathématiciens ; c'est vrai aussi pour les enfants ou les normaliens. Pour ceux-ci,il faut renverser une tendance néfaste : écrire pour faire plaisir au professeur. De toutes façons, rédiger un texte qui doit être lu par un professeur est différent de rédiger un texte pour des camarades : le professeur comprend l'implicite, les camarades non. Cependant, il ne saurait être question d'écrire pour un autre groupe de normaliens avec critique évaluative de ceux-ci. Cela pourrait être très malsain pour des groupes très conflictuels !

2.3. Quelles sont les démonstrations que l'on peut considérer comme valides ?

Dans le cadre des activités précédentes, il est certain que les arguments utilisés pour convaincre le professeur ou les bons élèves sont différents de ceux utilisés pour convaincre les autres. Peut-on, avec les élèves instituteurs, différencier les raisonnements conceptuels permettant de classer les problèmes et de définir les domaines de validité des techniques de résolution ?

Le groupe n'est pas d'accord sur la signification d'analogie. Pour les uns, elle permet une simple schématisation qui appelle une validation. Pour les autres, elle permet l'efficacité et arrive à valider.

2.4. De même qu'une preuve se bâtit dans l'action, un langage ne s'élabore que si l'on a quelque chose à faire* : bâtir le concept d'aire dans l'abstrait n'a aucun sens. Par contre, si l'on a des aires à comparer, on va élaborer des stratégies et fabriquer un langage pour parler de celles-ci. Ce qui est intéressant, c'est d'affiner l'apprentissage de la langue au contact de l'action et de faire accéder les normaliens à un espace de communication plus large.

III. PEUT ON PROPOSER DES AXES DE FORMATION POUR LES ELEVES-MAITRES ?

1) Il est donc important de créer des situations telles que le langage soit une nécessité de l'action elle-même.

Une phase non négligeable doit permettre d'officialiser qu'on a construit quelque chose de nouveau grâce à un langage simplificateur. Mais développer ce langage, même si on n'en a pas besoin serait une erreur monumentale.

2) On peut faire une étude du langage utiliséedans les libres ou les articles. On peut aussi faire rédiger aux normaliens des démonstrations qu'ils ont trouvées : rédiger soi-même démystifie les rédactions des autres.

3) Une autre possibilité est de voir comment a évolué l'idée de preuve au cours de l'histoire. Le point de vue culturel fait précéder ou suivre l'étude de la génèse du concept de preuve qui ne dépend pas directement de l'histoire des maths.

* *Cf. Aussi l'annexe.*

4) On peut leur faire observer leurs propres réactions par rapport aux preuves. Mais comme ils n'ont pas la même mentalité que les enfants par rapport aux maths, ce ne sont pas les mêmes types de preuves qui entraîneront la conviction chez les élèves instituteurs et chez les enfants.

5) Jusqu'où peut-on espérer le transfert des activités que nous ferons avec les normaliens sur leurs activités avec leurs propres élèves ?

Notre tâche n'est donc pas facile ! Nous devons détruire l'image des mathématiques qu'ont les élèves instituteurs ; d'autre part nous devons exiger qu'ils améliorent le niveau de leur langage mathématique. Le doute subsiste donc :

- Jusqu'où pouvons-nous aller ?
- Faut-il travailler ces thèmes à l'occasion de recherches autres ?
- Est-il préférable de les aborder pour eux-mêmes ?
- Quelles sont les maladresses, les erreurs que l'on doit corriger systématiquement ?
  Il est à remarquer qu'à ce propos les bons élèves sont plus sanctionnés que les autres.
- Quels sont les objets qui peuvent permettre aux normaliens de faire avancer leur réflexion ?
- Nous avons des exigences non explicites. Comment les élucider ?
- Et s'il y avait des mathématiques au concours d'entrée, notre tâche serait-elle simplifiée ?

Annexe.

Un exemple de langages différents pour une même notion mathématique.

(Stage : "Jeu, mathématique, expression". Livry Gargan 81/82. Activité animée par Marcelle Pauvert).

L'un des objectifs du stage était de faire analyser aux stagiaires l'activité jeu à travers des exemples divers (sports, musique, arts plastiques, jeux de société...) ; de leur faire analyser les activités mathématiques qu'on leur proposait ; de comparer ces deux activités. Nous avons mis l'accent sur l'expression et les langages utilisés par les stagiaites et par les enfants, surtout à l'occasion d'activités mathématiques.

L'activité a démarré par la construction de pentaminos. Les stagiaires les ont ensuite classés en fonction de leur nombre d'axes de symétrie. Selon les "niveaux" et les travaux effectués par les stagiaires, ceux-ci ont donné diverses définitions pour l'axe de symétrie d'une figure.

1) c'est la droite telle que, si je plie la figure selon cette droite, la partie pliée de la figure recouvre exactement l'autre partie. Ceci est une définition reliée à une activité de pliage.
2) C'est une droite telle qu'un point N de la figure ait un correspondant N' de façon que l'axe de symétrie soit médiatrice du segment NN'. Ceci est une définition qui suppose la connaissance de la notion de médiatrice d'un segment.
3) C'est une droite telle qu'un point M de la figure ait un correspondant M' de façon que MM' soit perpendiculaire en H à l'axe de symétrie et que d(H,M) = d(H,M'). Ceci est une définition décrivant la construction du point M' symétrique du point M par rapport à l'axe de symétrie.
4) C'est une droite telle que chaque point M de la figure ait un correspondant M' de façon que l'axe de symétrie soit médiatrice du segment MM'. Ceci est une définition élargie à l'ensemble des points de la figure.
5) Un axe de symétrie est une droite du plan P, telle que chaque point M du plan ait un correspondant M' dans le plan de façon que l'axe de symétrie soit médiatrice du segment MM'. Définition se rapportant à la symétrie considérée comme une relation du plan sur lui-même.
6) L'axe d'une symétrie est l'ensemble des points invariants d'une figure dans une symétrie par rapport à un axe. (Les points invariants sont des points qui sont leur propre image).

A5

INFORMATIQUE : CALCULATRICES PROGRAMMABLES
CALCULETTES, ORDINATEURS.

Groupe A5

INFORMATIQUE : CALCULATRICES PROGRAMMABLES, CALCULETTES, ORDINATEURS.

Animateur : André Rouchier.
Rapporteurs : Chauvat, Corolleur, Briand.

Après un tour de table sur la situation de l'équipement dans les EN représentées (voir annexes), le groupe se sépare :

- Un sous-groupe : information et manipulation de Logo,
- Un sous-groupe : réflexion à partir de l'expérience de quelques EN avec comme objectif : "essayer de répondre à la question : quel projet pour les normaliens.

Expériences de quelques EN. Les options sont différentes :

1) Utilisation de l'informatique pour une U.F. mathématique.
2) Initiation à la programmation et élaboration de didacticiels.
3) Mise en place de méthodes algorithmiques et initiation à la programmation (voir annexes).

Quel projet pour les normaliens ?

Cette question n'est pas indépendante du problème : Quelle informatique à l'école, cependant cette question n'a pas réellement été abordée (notamment en raison de l'obstacle actuel au niveau matériel).

Un constat. L'ordinateur est une motivation réelle, pour mener un projet à bout, pour analyser des problèmes dans différentes disciplines (surtout pas seulement en mathématiques), et par conséquent de progresser dans la discipline. L'informatique permet de fabriquer un produit avec validation immédiate. Elle permet le tâtonnement, elle met en évidence le rôle inévitable et moteur de l'erreur. L'informatique est un moyen.

Mais l'informatique est aussi un instrument de pensée avec des méthodes propres. Une question se pose. Esr-il souhaitable d'introduire des méthodes de programmation structurée à l'école normale ? A quel moment ? N'y a-t-il pas un moment ou cela risque d'être trop tard (des déformations étant acquises). Avec quels moyens (notamment quelle formation pour les formateurs). Avec quel langage (le langage n'est pas neutre dans cette

affaire). Sans que des réponses définitives soient données une opposition apparaît au sein du groupe ; opposition liée à des pratiques différentes.

1. Les normaliens élaborent un projet, des outils informatiques sont donnés à la demande.
2. Des schémas de pensée sont introduits à partir de problèmes posés (ce qui n'exclut pas la recherche). Ces schémas sont réinvestits dans d'autres situations.

Groupe A5

ANNEXE I.

Tour de table : Matériel et réalisations.

1. *EN de Mérignac* : 3 SINCLATR ZX 81 (5000 F)

2. *EN Angers* : 8 PC 1211 SHARP + 5 imprimantes + magnétophones (2 PEN inscrits à l'Université).
1 U.F. optionnelle Fac.informatique : travail sur les Commodore de la Fac. et sur les Sharp. (Voir descriptif de l'U.F. joint).

3. *ENF Rouen* : 1 REE
ENG Rouen : APPLE II ; 1 U.F.

4. *Le Bourget* : 1 stage de formation continue de 3 semaines avec Paris-Nord (Logo sur APPLE).
(des TI 57).

5. *Livry Gargand* : 4 TRS (MICRAL)
1 U.F. informatique
2 stages de 6 semaines doivent démarrer.

6. *Douai* : Réalisation de problèmes d'arithmétique à l'aide de TI 58)(voir annexe)
1 U.F. informatique à l'ENG.
Formation de formateurs par l'IREM

7. *Beaumont sur Oise* : 1 ZX 81 utilisé par un instituteur.

8. *Nantes* : 13 SHARP PC 1211 achetées sur fonds propres
1 U.F. informatique à l'ENG
Formation des formateurs par l'IREM.

9. *Laon* : 1 TRS 80
1 U.F. optionnelle EN
Démarche algorithmique.

10. *Limoges* : 1 U.F. optionnelle Fac. regroupant 9 volontaires de l'Académie (pour les 3 départements) sur HP 85.

Langage BASIC, beaucoup de motivation, les programmes réalisés ont été testés dans un CM2.
Une formation à l'informatique dans le cadre de l'IREM.

11. *Bonneuil* : L'intendance s'équipe en Olivetti d'où 4 terminaux.
Projet option FP3, recherche Logo.

12. *Orléans* : TI 57
U.F. DEUG.
Algorithmique, programmation structurée.
Projet option FP3. Travail avec Rouchier sur Logo (CM2) école annexe.
3 PEN inscrits à l'Université.

13. *Antony* : 2 PEN à temps complet en informatique
Stages d'instituteurs en continu
2 options informatique
- programmation
- réalisation de didacticiel
Formation pour les PEN de 2 h/semaine par les PEN formés.

14. *Lyon* : En 1980/81 : une option à l'EN à préparer pour HP 25
En 1981/82 : une option Fac.

15. *Macon* : Des calculettes

16. *Auxerre* : Achat envisagé de 15 TI 57

17. *Aix* : 8 SHARP ENF
1 U.F. optionnelle.
(formation 2 h/semaine sur matériel Lycée)

18. *Batignolles* : 2 APPLE
1 U.F.(voir annexe).

Actuellement.

6 EN ont une équipe en formation : Bar-le-Duc, Dijon, Toulouse
Antony, Auteuil, Moulins.

Cette année 40 REE sont distribués.

6 x 4 = 24
7 x 2 = (7 EN dotées de 2 micral): Le Mans, Chartres, Aix, Caen, Rennes, Douai, Livry Gargan.

Groupe A5

ANNEXE II.

Ecole Normale d'Angers. (Année 1981/82).

Rapport sur l'U.F. optionnelle DEUG informatique (54 heures) Mars 1982.

Responsables : J. BOYER, Maître assistant
A. COROLLEUR, PEN
D. CHAUVAT, PEN

Groupe concerné : 14 normaliens FP3

Matériel utilisé :

- A la Fac : 6 CBM COMMODORE
- A l'EN : 8 SHARP PC 1211
  5 imprimantes interface/cassettes.

Objectifs assignés à l'U.F. :

- Connaître l'outil informatique et le manipuler
- Poser des jalons pour une réflexion sur informatique et enseignement.

Ceci dans le but de pouvoir faire des choix pour la prise en compte du phénomène informatique à l'école.

Méthodes :

- Problèmes posés par l'enseignant et première analyse collective
- Recherche des normaliens
- Mise en place d'algorithmes
- Traduction en BASIC et passage sur machine.

Types d'activités.

1) Mise en place d'algorithmes simples de traitement de fiches et programmation en BASIC.

- Recherche du maximum d'une file (numérique, ou de mots)
- Tri par recherche du maximum
- Tri par gravité
- Déoupage d'une chaîne de caractères (juxtaposition de mots de longueur fixe) pour faire apparaître les mots et les trier
- Recherche dans un tableau (séquentielle, dichotomique).

2) Utilisation de ces schémas algorithmiques pour :

a - Sur C.B.M.

. Construire le graphique représentant une fonction
. Réaliser des motifs géométriques simples
. Additionner, soustraire, multiplier. diviser des nombres dont les chiffres sont les éléments d'un tableau
. Chercher le pluriel de mots.

b - Sur SHARP PC 1211

. Rechercher les multiples d'un nombre
. Faire apparaître les éléments d'une suite
. Calculer des moyennes
. Calculer la valeur d'un polynôme
. Compter les occurences d'un caractère dans une chaîne rentrée dans un tableau
. Rechercher les nombres premiers
. Rechercher le jour correspondant à une date donnée.

3) Quatre séances consacrées à une réflexion sur l'informatique.

a - Informatique : perspective historique, perspective technologique.

b - Utilisation de didacticiels et problèmes posés par l'E.A.O.

. En liaison avec la F.O.L. qui dispose de 2 P.E.T. COMMODORE
. En liaison avec l'U.F. Histoire des Sciences-Astronomie : programme de visualisation des planètes, de calcul de l'heure sidérale (Sur une TRS 80).

c - Présentation de la Tortue-plancher Logo de l'INRP

. Manipulation
. Information sur les recherches actuelles à l'école élémentaire (intervention de F.Robert et I. N'Gosso chargés de recherche à l'INRP).

d - Intervention d'un instituteur utilisant un SINCLAIR dans son CM (Programmes de conjugaison, pluriel, de calculs).

4) Initiatives personnelles.

Un service de prêt de SHARP a fonctionné. Certains normaliens ont, sur leur temps personnel, traité les problèmes suivants :

. Bataille navale
. Exercice d'entraînement au calcul
. Changement de base
. Calculs permettant la réalisation d'anamorphoses (en liaison avec les U.F. d'Arts Plastiques et d'Histoire des Sciences).

Groupe A5

ANNEXE III.

IREM de Lille. Avec G. HECQUET.

Concerne : 2 U.F. optionnelles mathématiques (3ème année) DEUG.

1er et 2ème trimestre 1981 à *l'ENG et l'ENF de Douai*.

Effectif : 19 normaliens (5 en ENG et 14 à l'ENF).

Programme : Arithmétique

PEN : - Nombres premiers, factorisation, indicatrice d'Euler.
- Théorème de Fernat, de Wilson, de Bezout
- Equations de Fernat : $x^2 + y^2 = z^2$

$$x^2 - dy^2 = 1.$$

- Fractions continues
- Congruences du 1er degré. Théorème chinois.

Université :

- Utilisation des calculatrices TI 58 dans la résolution de problèmes d'arithmétique.

  Recherche des facteurs premiers d'un nombre,
  Calcul de pgcd, ppcm, ...
  Résolution de $x_1 x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = c$
  Détermination des nombres s'écrivant comme somme de 2 ou 3 carrés ...

Evaluation.

- Epreuves théoriques à l'issue du 1er trimestre
- Travail personnel ou en binômes durant le 2è trimestre (exemples : détermination de la date de Pâques, problème des 8 reines, problèmes "curieux").

Suite à cet enseignement un stage de 10 jours se déroule à l'Université de Lille I avec initiation à l'informatique sur APPLE II pour les uns (ENF) et réalisation d'un projet pour les autres (ENG) qui ont, dans le cadre d'une U.F., déjà eu une initiation à des verbes du 1er groupe, ...). Stage auquel participeront deux ou trois professeurs d'Ecole Normale.

Bilan.

Participation et intérêt de tous les normaliens. Travail personnel effectué en dehors des heures de cours, d'autant plus que chaque élève-professeur avait une machine à sa disposition.

Groupe A5

ANNEXE IV.

Ecole Normale Batignolles. (Année 1981/82).

Rapport sur l'U.F. optionnelle "Applications de l'informatique à diverses disciplines".

Responsable : F. TREHARD, professeur de Mathématiques.

Les 13 normaliennes participant à cette U.F. avaient suivi dans le cadre de l'U.F. Maths-DEUG une initiation à la programmation BASIC en 1980/81.

Les diverses phases de l'U.F.

Phase 1 : 4 séances de 3 heures.
Mises au point en matière de programmation.
Réalisation de programmes, utilitaires pour la phase 4.

Phase 2 : 1 séance de 3 heures, en début de la deuxième semaine.
Réflexion autour de didacticiels existants et de documents écrits sur l'E.A.O.
Remarque. Les didacticiels présentés aux normaliennes étaient en grande majorité des didacticiels pour le secondaire, compte tenu de l'absence à ce moment de productions pour le primaire.

Phase 3 : 1 séance de 3 heures.
Définition d'un projet de didacticiel dans une discipline par groupe de 2 à 3 normaliennes.
Présence des divers formateurs PEN et CPEN.

Phase 4 : 7 séances de 3 heures.
Réalisation du projet défini à la phase 3.
Présence en continu du professeur de mathématiques qui assure l'assistance informatique à la demande des normaliennes (c'est-à-dire en cas de problème spécifique).
Présence programmée des autres formateurs pour l'assistance pédagogique.

Phase 5 : 1,5 séances de 3 heures.
Evaluation des didacticiels produits.*(Voir liste en annexe).
2 à 3 enfants de l'école annexe sont venus travailler 1 heure par didacticiel. Cette phase se déroulait en parallèle sur 2 didacticiels différents.

Présence des normaliennes responsables, de normaliennes disponibles, des formateurs concernés, et éventuellement de l'instituteur de la classe.

Phase 6 : 0,5 séance de 3 heures.
Bilan.

Une séance de 3 heures a été réservée à une réflexion sur "informatique et société" et "informatique et éducation" à partir d'un exposé du professeur d'histoire et d'un exposé d'une normalienne.

Des éléments de bilan.

- Le matériel informatique de l'EN :
  A peine suffisant, compte tenu du nombre de normaliennes.
- L'utilisation du temps de l'U.F. par les normaliennes :
  Ce temps a été pleinement utilisé. Par ailleurs, de nombreuses heures ont été effectuées par les normaliennes hors horaire U.F. alors qu'aucune demande précise à ce sujet n'avait été formulée par les enseignants.
- La méthode de travail proposée aux normaliennes :
  L'intervention assistance-informatique uniquement à la demande des normaliennes a permis une réelle responsabilité de celles-ci quant à leurs projets. Ce point a été apprécié de toutes.
- L'intervention des professeurs de spécialité en assistance pédagogique :
  Il semblerait souhaitable de conserver 1 séance en début d'U.F. (celle de la phase 3) et 1 séance avant l'évaluation (phase 5) ; Les interventions entre ces 2 séances devraient avoir lieu à la demande des normaliennes sur un crédit horaire et non plus être programmées.
- L'intervention des CPEN :
  Elle pourrait avoir lieu
  . avant l'U.F. en préparation de celle-ci par un travail en collaboration avec les PEN et dans les classes, aidant à la phase 3 et à la phase 7 non encore existante.
  . Pendant l'U.F., à la phase 3, comme cela a eu lieu cette année, et également à la phase 7 dont nous parlerons plus loin.
- L'évaluation des didacticiels :
  Les didacticiels produits de types divers présentent, dans l'ensemble un intérêt certain. Quelques-uns d'entre eux semblent même

ouvrir des perspectives pédagogiques intéressantes, si l'on en juge par l'attitude des enfants lors du réel travail qu'ils ont effectué sur ceux-ci.

Il aurait été souhaitable que les diverses évaluations puissent se dérouler les unes à la suite des autres et non pas en parallèles, ceci pour permettre aux normaliennes d'assister à chaque évaluation. En conséquence, il aurait été souhaitable de libérer les normaliennes d'1 à 2 journées du stage qui suit l'U.F. de façon à ce que cette évaluation ne soit pas prise sur le temps école normale de l'U.F. déjà fort court.

- Les manques de l'U.F. :

Une phase 7 semble nécessaire : elle permettrait d'apporter aux didacticiels des corrections d'ordre pédagogique suite à la phase d'évaluation (phase 5) et d'ordre informatique. Pour ce dernier point, la méthode de travail choisie permet éventuellement la réalisation d'un produit informatique non performant : une amélioration informatique semble alors souhaitable.

Un temps plus long de réflexion qui permettrait de poser avant et après la réalisation des didacticiels les problèmes d'ordre pédagogique et épistémologique de façon plus approfondie serait souhaitable.

- Les perspectives offertes par cette U.F. :

Un travail d'enfants sur les didacticiels produits est entrain de s'engager, ceci en collaboration avec les maîtres des classes concernées.

L'apport de cette U.F. pour les normaliennes semble fondamental tant du point de vue culturel que du point de vue pédagogique : la réalisation d'un didacticiel nécessite une analyse très poussée du problème à traiter de façon à le rendre programmable (analyse malheureusement rarement poussée à ce point au cours d'autres activités). Cette réflexion accompagnée d'une démarche algorithmique ne peut manquer d'avoir des influences importantes sur le comportement ultérieur des normaliennes dans leur enseignement.

- L'assistance informatique :

Elle pourrait être assurée ultérieurement par tout formateur (PEN ou CPEN) ayant acquis suffisamment d'expérience en matière de programmation.

En conclusion.

En tenant compte des remarques précédentes, cette U.F. a donné toute satisfaction tant aux formateurs qu'aux formés.

Il semblerait donc souhaitable de pouvoir poursuivre ce type d'enseignement auprès d'autres normaliennes, mais ceci sur 2 U.F. en raison du manque de temps reconnu à celle-ci et de l'absence d'initiation cette année des futures participantes.

Les U.F. informatique de 1982/83 bénéficieraient de l'expérience 1981/82, des productions de cette même année, productions et travail que les auteurs aimeraient venir présenter à leurs successeurs.

** Annexe : Liste des didacticiels produits.*

Français : Jeu du pendu. Professeur : *M.Minard.*

Histoire-Géographie : Test de connaissance sur les points cardinaux. Professeur : *M.Georges.*

Biologie : Jeu de caractérisation d'un animal par des critères de plus en plus fins. Professeur : *M.Guichard.*

Mathématiques : Jeu de la course à 20 (introduction à la division). Professeur : *M.Tréhard.*

Dessin : Didacticiel permettant à l'enfant de réaliser de nombreuses mosaïques. Professeur : *M.Boutet de Monvel.*

CPEN pour l'assistance pédagogique des divers projets : *M. Cancalon et M.Cathus.*

Assistance informatique : *M.Tréhard.*

Groupe A5

ANNEXE V.

Ecole Normale de [illegible] (Année 1981/82).

Il s'agit d'une U.F. optionnelle destinée aux FP3 et faisant partie de [illegible] mathématiques.

Responsable : M. LETOURNEUX, universitaire.

Autre intervenant : Madame DELIN, PEN mathématiques.

Répartition horaire : - 24 heures faites par l'universitaire
- 24 heures faites par le PEN

Les interventions se font sur des plages de 3 heures à raison de deux plages par semaine.

Matériel utilisé : 13 SHARP PC 1211 (pour 16 normaliens).

Objectifs de l'U.F. : - Initiation au raisonnement algorithmique
- Acquisition du langage BASIC.

Démarche employée : A partir de thèmes, mise en évidence et traduction sur machines des structures de contrôles.

Contenus :
- Historique (matériel - logiciel)
- Principe de fonctionnement d'un ordinateur (simulation de ce fonctionnement à partir de jeux)
- Acquisition des différentes structures de contrôles :
  - SI ... ALORS ...
  - SI ... ALORS ...
    SINON ...
  - TANT QUE ...
- Règles de traduction de ces structures en BASIC
- Introduction des notions de vecteurs et de files
- Présentation des schémas fondamentaux d'énumération de files.

Groupe A5

ANNEXE VI.

Ecole Normale Le Bourget - Livry Gargan.

Concerne : 2 stages de formation continue, durée 3 semaines chacun, en collaboration avec l'IREM de Paris-Nord.

Nous avions intitulé ce stage 'Informatique et Pédagogie', notre objectif étant, à partir des activités des stagiaires, une réflexion sur des pratiques pédagogiques liées à l'informatique.

Du point de vue déroulement les stagiaires ont travaillé sur Logo (implanté sur APPLE) deux jours par semaine à l'IREM. Les autres jours, à l'EN, ils ont découvert l'utilisation de la TI 57, comparés les fonctionnements de calculettes, faits de la géométrie sans ordinateur, réfléchi à l'introduction des calculettes dans les classes.

Le déroulement des activités a été conçu de façon à leur faire vivre une démarche d'apprentissage en face du Logo et de la TI 57 :

- ils construisent progressivement leurs connaissances. En pouvant faire des essais, le contrôle et la correction des erreurs sont possibles sans l'intervention de "qui sait" ;
- ils réalisent des projets nécessitant une analyse préalable.

A l'occasion de ces activités nous avons abordé les notions d'algorithme et d'organigrammes.

L'analyse, la formulation, la description et le traitement de problèmes par des méthodes informatiques permettent de faire prendre conscience des chemins suivis par des enfants en situation d'apprentissage.

Groupe A5

ANNEXE VII.

Ecole Normale de Mérignac.

Les lignes qui suivent ont pour but de permettre à des collègues d'utiliser l'expérience de notre "démarrage" dans le domaine de la micro-informatique pour leur propre compte.

L'entrée de la micro-informatique dans l'enseignement, comme moyen supplémentaire et/ou comme objet d'étude nous oblige en effet à prendre en compte ceci dans notre travail.

Pourtant nous ne nous sommes pas précipités sur ce nouvel outil.

1. Pourquoi avons-nous attendu ?

Les structures.

En 1979, j'avais participé à Bordeaux, à une réunion de ce qui allait s'appeler plus tard : le groupe "média-formation". Cette structure, en marge des IREM et de l'INRP ignorait (le voulait-elle ?) ces derniers. Dans le climat de l'époque (suppression de postes dans les Écoles Normales, restriction des crédits de fonctionnement des IREM) l'apparition d'une telle structure, très centralisée, m'avait étonné.

En tout état de cause, il paraissait plus urgent à l'époque, de sauvegarder des structures qui avaient fait leurs preuves.

Les projets.

Bien sûr, faire de l'informatique est tentant pour un professeur de mathématiques. Pour cela, il suffit de s'offrir son micro-ordinateur et de faire joujou ; après tout, pourquoi pas.

- Amener cet instrument dans la formation est autre chose et si les objectifs me paraissent un peu plus clairs aujourd'hui, il n'en reste pas moins que je m'interroge encore beaucoup.

Par exemple :

. Nous souhaitons, dans notre discipline, faire en sorte que la formation passe par un compréhension des phénomènes d'enseignement afin de pouvoir agir sur eux. Dans quelle mesure l'informatique nous aidera-t-elle ?

. La multidisciplinarité. J'y crois, mais j'y vois (ignorance ?) des limites. Chaque fois que j'ai pu voir un travail sur le français, par exemple, je suis resté très perplexe (temps à investir, étude très locale, moyens nécessaires importants).

Par contre, l'informatique peut permettre des progrès selon plusieurs voies parmi lesquelles :

a) Pour le sujet qui fait de l'informatique, celui-ci ne peut faire de l'informatique sans constamment commettre des erreurs et les constater. Ceci nous rapproche de l'activité mathématique telle qu'elle devrait être toujours acceptée.

Aussi en formation, il peut être très utile de replacer des maîtres en position de chercheur afin de mieux accepter les démarches de leurs élèves ou futurs élèves.

b) L'instrument informatique peut gérer beaucoup de données. Les enseignants peuvent s'intéresser à la gestion des données didactiques d'une classe (réussites à des questions, dépendances entre ces questions, analyses hiérarchiques, etc...). Cette gestion et les résultats peuvent permettre de mieux cerner certains problèmes lors d'actions de formation.

Ce deuxième volet nécessite matériel et compétence.

Nous nous sommes décidés à nous équiper en petit matériel puis en micro-ordinateur parce que des projets commençaient à se dessiner çà et là. En particulier, dans notre groupe de travail à l'IREM de Bordeaux.

2. L'équipement.

La répartition des équipements ne nous ayant pas été favorable en 1980/81, nous avons essayé de chercher ailleurs.

Ailleurs, quelles sont les voies possibles ?

a) Les équipements de moins de 1000 F (pour être en accord avec la circulaire ministérielle).
b) Les fonds propres.
c) Les instances locales (Conseil Général pour notre cas).

En 1981, nous avons donc décidé de chercher simultanément dans ces trois voies.

a) Quel matériel de moins de 1000 F pouvait faire office de micro-ordinateur ? J'avais hésité entre les SHARP et les ZINCLAIR 81. J'ai pris les ZINCLAIR parce qu'elles pouvaient être connectées sur magnétophones à cassette et sur moniteur T.V. ; autant de matériels disponibles à l'EN. Elles disposent en outre, d'une imprimante. (Plus tard, nous nous sommes rendu compte que tout n'était pas si simple avec les magnétophones...) Nous nous sommes donc équipés de 3 ZINCLAIR ave 1 imprimante, 2 extensions de mémoire (16K). Chaque ligne de cette facture étant inférieure à 1000 F, nous étions dans les normes.
b) Les fonds propres. Le feu vert du Conseil d'Administration de l'EN a permis l'achat d'un MICRAL 8022 G (il vient d'arriver, merci...).
c) Le Conseil Général. Lors d'un Conseil d'Administration les conseillers généraux ont accepté de s'intéresser à ce problème. Il fallait parler finance parce que leur expérience en informatique était liée à l'équipement des grandes administrations (préfecture, etc...) et les conseillers avaient des mauvais souvenirs budgétaires de ces participations... Les malentendus dissipés, l'accord fut donné et nous devons recevoir un MICRAL 8022 G financé par le Conseil Général.

Bilan actuel : 3 ZINCLAIR
1 MICRAL reçu
1 MICRAL à recevoir.

3. Réalisation en formation. Recherche cette année.

- Formation personnelle.
  . Personne n'osera dire que l'on initie à l'informatique sans y passer du temps... Un stage d'initiation est utile mais, comme le piano, il faut en faire un peu tous les jours....
- Vers la formation initiale.
  . Peu de chose cette année, sauf en DEUG, à l'occasion de l'étude du thème "nombres décimaux, nombres rationnels, nombres réels", j'ai utilisé le livre de Engel "L'algorithmique" qui propose des tas d'idées pour la réalisation de programmes simples. A partir

de cela, il n'a pas été possible de faire des petits programmes permettant d'obtenir une suite de rationnels tendant vers un réel. Les normaliens utilisaient ces programmes.
- Vers la formation continuée.
  a) J'ai proposé une initiation à la micro-informatique aux stagiaires qui libéraient leurs classes pour les FP3. Stage de 9 semaines. Dans ce stage, nous avons fait 8 séances de 3 heures. Le travail s'est effectué uniquement sur les 3 ZINCLAIR (15 stagiaires).

  Bilan. . 3 par machine serait l'idéal. Au-delà,c'est trop.
  . La programmation de jeux a beaucoup de succès.
  . Certains stagiaires deviennent "polars". D'autres décrochent complètement.
  . J'ai constaté avec plaisir que certains stagiaires imaginaient des programmes d'aide aux enfants en difficulté (ex. sur la numération). Ayant pour but de prévoir les types d'erreurs possibles, etc...
  . D'autres programmes restaient de simples tables de multiplication perfectionnées....

  A la fin de ce stage,
  - 4 stagiaires ont, à mon avis, la possibilité d'avancer seuls avec du matériel,
  - 6 stagiaires se sont intéressés et ont découvert les possibilités de ces matériels, sans toutefois, pouvoir faire des programmes importants,
  - 4 stagiaires se sont peu intéressés personnellement, tout en reconnaissant l'intérêt que pouvait avoir cet outil.

  b) Auprès des CPEN depuis la mi-mai, les CPEN d'une école annexe ont décidé d'acheter une ZX 81 pour leur formation personnelle. Nous nous sommes réunis trois fois et continuons ces réunions.

4. En formation initiale,

Nous allons travailler à l'intérieur des structures existantes, c'est-à-dire que nous ne pensons pas demander une U.F. optionnelle cette année : auto-formation insuffisante - matériel restreint.

En formation continuée,

Nous avons obtenu la programmation d'un stage audio-visuel et informatique. Le travail se fera sensiblement de la même manière que celui de cette année.

Groupe A5

ANNEXE VII.

Ecole Normale de Mérignac.

Les lignes qui suivent ont pour but de permettre à des collègues d'utiliser l'expérience de notre "démarrage" dans le domaine de la micro-informatique pour leur propre compte.

L'entrée de la micro-informatique dans l'enseignement, comme moyen supplémentaire et/ou comme objet d'étude nous oblige en effet à prendre en compte ceci dans notre travail.

Pourtant nous ne nous sommes pas précipités sur ce nouvel outil.

1. Pourquoi avons-nous attendu ?

Les structures.

En 1979, j'avais participé à Bordeaux, à une réunion de ce qui allait s'appeler plus tard : le groupe "média-formation". Cette structure, en marge des IREM et de l'INRP ignorait (le voulait-elle ?) ces derniers. Dans le climat de l'époque (suppression de postes dans les Ecoles Normales, restriction des crédits de fonctionnement des IREM) l'apparition d'une telle structure, très centralisée, m'avait étonné.

En tout état de cause, il paraissait plus urgent à l'époque, de sauvegarder des structures qui avaient fait leurs preuves.

Les projets.

Bien sûr, faire de l'informatique est tentant pour un professeur de mathématiques. Pour cela, il suffit de s'offrir son micro-ordinateur et de faire joujou ; après tout, pourquoi pas.

- Amener cet instrument dans la formation est autre chose et si les objectifs me paraissent un peu plus clairs aujourd'hui, il n'en reste pas moins que je m'interroge encore beaucoup.

Par exemple :

. Nous souhaitons, dans notre discipline, faire en sorte que la formation passe par un compréhension des phénomènes d'enseignement afin de pouvoir agir sur eux. Dans quelle mesure l'informatique nous aidera-t-elle ?

. La multidisciplinarité. J'y crois, mais j'y vois (ignorance ?) des limites. Chaque fois que j'ai pu voir un travail sur le français, par exemple, je suis resté très perplexe (temps à investir, étude très locale, moyens nécessaires importants).

Par contre, l'informatique peut permettre des progrès selon plusieurs voies parmi lesquelles :

a) Pour le sujet qui fait de l'informatique, celui-ci ne peut faire de l'informatique sans constamment commettre des erreurs et les constater. Ceci nous rapproche de l'activité mathématique telle qu'elle devrait être toujours acceptée.

Aussi en formation, il peut être très utile de replacer des maîtres en position de chercheur afin de mieux accepter les démarches de leurs élèves ou futurs élèves.

b) L'instrument informatique peut gérer beaucoup de données. Les enseignants peuvent s'intéresser à la gestion des données didactiques d'une classe (réussites à des questions, dépendances entre ces questions, analyses hiérarchiques, etc...). Cette gestion et les résultats peuvent permettre de mieux cerner certains problèmes lors d'actions de formation.

Ce deuxième volet nécessite matériel et compétence.

Nous nous sommes décidés à nous équiper en petit matériel puis en micro-ordinateur parce que des projets commençaient à se dessiner ça et là. En particulier, dans notre groupe de travail à l'IREM de Bordeaux.

2. L'équipement.

La répartition des équipements ne nous ayant pas été favorable en 1980/81, nous avons essayé de chercher ailleurs.

Ailleurs, quelles sont les voies possibles ?

a) Les équipements de moins de 1000 F (pour être en accord avec la circulaire ministérielle).
b) Les fonds propres.
c) Les instances locales (Conseil Général pour notre cas).

En 1981, nous avons donc décidé de chercher simultanément dans ces trois voies.

a) Quel matériel de moins de 1000 F pouvait faire office de micro-ordinateur ? J'avais hésité entre les SHARP et les ZINCLAIR 81. J'ai pris les ZINCLAIR parce qu'elles pouvaient être connectées sur magnétophones à cassette et sur moniteur T.V. ; autant de matériels disponibles à l'EN. Elles disposent en outre, d'une imprimante. (Plus tard, nous nous sommes rendu compte que tout n'était pas si simple avec les magnétophones...) Nous nous sommes donc équipés de 3 ZINCLAIR ave 1 imprimante, 2 extensions de mémoire (16K). Chaque ligne de cette facture étant inférieure à 1000 F, nous étions dans les normes.
b) Les fonds propres. Le feu vert du Conseil d'Administration de l'EN a permis l'achat d'un MICRAL 8022 G (il vient d'arriver, merci...).
c) Le Conseil Général. Lors d'un Conseil d'Administration les conseillers généraux ont accepté de s'intéresser à ce problème. Il fallait parler finance parce que leur expérience en informatique était liée à l'équipement des grandes administrations (préfecture, etc...) et les conseillers avaient des mauvais souvenirs budgétaires de ces participations... Les malentendus dissipés, l'accord fut donné et nous devons recevoir un MICRAL 8022 G financé par le Conseil Général.

Bilan actuel : 3 ZINCLAIR
1 MICRAL reçu
1 MICRAL à recevoir.

3. Réalisation en formation. Recherche cette année.

- Formation personnelle.
  . Personne n'osera dire que l'on initie à l'informatique sans y passer du temps... Un stage d'initiation est utile mais, comme le piano, il faut en faire un peu tous les jours....
- Vers la formation initiale.
  . Peu de chose cette année, sauf en DEUG, à l'occasion de l'étude du thème "nombres décimaux, nombres rationnels, nombres réels", j'ai utilisé le livre de Engel "L'algorithmique" qui propose des tas d'idées pour la réalisation de programmes simples. A partir

de cela, il n'a pas été possible de faire des petits programmes permettant d'obtenir une suite de rationnels tendant vers un réel. Les normaliens utilisaient ces programmes.
- Vers la formation continuée.

a) J'ai proposé une initiation à la micro-informatique aux stagiaires qui libéraient leurs classes pour les FP3.
Stage de 9 semaines. Dans ce stage, nous avons fait 8 séances de 3 heures. Le travail s'est effectué uniquement sur les 3 ZINCLAIR (15 stagiaires).

Bilan. . 3 par machine serait l'idéal. Au-delà, c'est trop.
. La programmation de jeux a beaucoup de succès.
. Certains stagiaires deviennent "polars". D'autres décrochent complètement.
. J'ai constaté avec plaisir que certains stagiaires imaginaient des programmes d'aide aux enfants en difficulté (ex. sur la numération). Ayant pour but de prévoir les types d'erreurs possibles, etc...
. D'autres programmes restaient de simples tables de multiplication perfectionnées....

A la fin de ce stage,
- 4 stagiaires ont, à mon avis, la possibilité d'avancer seuls avec du matériel,
- 6 stagiaires se sont intéressés et ont découvert les possibilités de ces matériels, sans toutefois, pouvoir faire des programmes importants,
- 4 stagiaires se sont peu intéressés personnellement, tout en reconnaissant l'intérêt que pouvait avoir cet outil.

b) Auprès des CPEN depuis la mi-mai, les CPEN d'une école annexe ont décidé d'acheter une ZX 81 pour leur formation personnelle. Nous nous sommes réunis trois fois et continuons ces réunions.

4. En formation initiale,

Nous allons travailler à l'intérieur des structures existantes, c'est-à-dire que nous ne pensons pas demander une U.F. optionnelle cette année : auto-formation insuffisante - matériel restreint.

En formation continuée,

Nous avons obtenu la programmation d'un stage audio-visuel et informatique. Le travail se fera sensiblement de la même manière que celui de cette année.

En formation initiale et continuée,

Nous allons, dans le cadre de la liaison avec l'IREM utiliser les MICRAL pour la gestion de données prises dans des classes. Ce travail s'effectue depuis 1976 à l'IREM. Il s'effectuait sur gros ordinateur. Cette année, un collègue de lycée a mis sur disquette, en LSE et en BASIC ces programmes. Nous pensons donc utiliser ces programmes très vite, avec les CPEN, ainsi qu'au cours de stage de formation continuée en maths ou dans d'autres disciplines.

Dans la vie de l'école,

Notre documentaliste est allée faire un stage de sensibilisation à l'informatique.

L'intendance est intéressée.

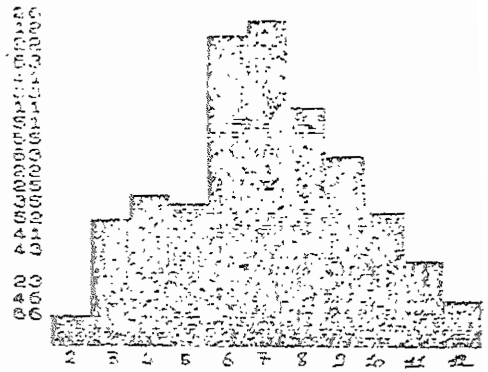
Nous espérons pouvoir venir en aide au secrétariat (débordé) lors du concours d'entrée.

5. Voici, pour finir, et en annexe, trois exemples de réalisation sur ZINCLAIR

- Le premier est une visualisation d'une répartition de la somme obtenue en jetant deux dés.
- Le deuxième est la programmation d'une suite de rationnels tendant vers 2.
- Le troisième est le "jeu du pendu", ce travail a été réalisé au cours d'un stage R9.

I. Simulation de lance de deux dés.

```
  5 DIM A(12)
 *6 LET K=0
 10 LET A=INT (RND*6)+1
 20 LET B=INT (RND*6)+1
*25 PRINT AT K,0;A;B
*26 PRINT AT K+1,0;"  "
 30 LET A(A+B)=A(A+B)+1
 32 LET N=A+B
 35 FOR I=0 TO 4
 40 PLOT 5*(N-1)+I,A(N)
 45 NEXT I
 50 IF A(A+B)>40 THEN GOTO 70
 55 LET K=K-INT (K/19)*19+1
 60 GOTO 10
 70 STOP
```



II. Suite de rationnels ayant $\sqrt{2}$ pour limite.

```
 20 DIM A(10)
 30 DIM B(10)
 40 DIM D(10)
 50 DIM F(10)
 60 FOR N=1 TO 10
 70 INPUT A(N)
 80 INPUT B(N)
110 LET A(N+1)=ABS (-2*A(N)*B(N
-4*B(N)*B(N)+2*A(N)*A(N))
120 LET B(N+1)=ABS (A(N)*A(N)-4
*B(N)*B(N))
130 LET A(N)=A(N+1)
140 LET B(N)=B(N+1)
150 LET D(N)=A(N)
160 LET F(N)=B(N)
170 GOSUB 400
180 LET A(N)=A(N)/E
190 LET B(N)=B(N)/E
200 PRINT A(N);"/";B(N)
205 PRINT A(N)/B(N)
210 GOTO 110
220 STOP
400 IF D(N)>F(N) THEN GOTO 500
410 LET F(N)=F(N)-D(N)
420 IF F(N)=D(N) THEN GOTO 450
430 GOTO 400
450 LET E=D(N)
460 RETURN
500 LET D(N)=D(N)-F(N)
505 IF D(N)=F(N) THEN GOTO 450
510 GOTO 400
```

```
8/7
1.1428571
15/11
1.3636364
52/37
1.4054054
89/63
1.4126984
304/215
1.4139535
519/367
1.4141689
1772/1253
1.4142059
3025/2139
1.4142123
10325/7303
1.4142133
17631/12467
1.4142135
60196/42565
1.4142136
```

III. Le jeu du pendu.

PENDOU

```
  1 REM "PENDOU"
 20 LET G=0
 30 PRINT "CECI S""ADRESSE A CELUI QUI"
 31 PRINT "PROPOSE LE MOT"
 32 PRINT "L""AUTRE JOUEUR NE REGARDE PAS"
 35 PAUSE 200
 36 CLS
 40 PRINT "QUEL EST LE MOT ?"
 50 INPUT M$
 60 LET N=LEN M$
 70 DIM A$(N)
 80 DIM C$(N)
 90 DIM D$(N)
100 FOR I=1 TO N
110 LET A$(I)=M$(I TO I)
120 NEXT I
130 CLS
140 PRINT AT 15,5;"VOUS ALLEZ JOUER AU JEU DU PENDU"
145 PRINT AT 17,5;"VOUS POUVEZ FAIRE 11 ERREURS"
150 PAUSE 100
160 CLS
170 PRINT AT 15,5;"VOICI LE MOT A COMPLETER"
180 PAUSE 100
190 CLS
200 PRINT AT 1,4;A$(1)
210 PRINT AT 1,N+3;A$(N)
220 FOR I=1 TO N-2
230 PRINT AT 1,I+4;"."
235 NEXT I
240 LET C$(1)=A$(1)
250 LET C$(N)=A$(N)
260 LET D$(1)=C$(1)
270 LET D$(N)=C$(N)
280 PRINT AT 10,N+4;"PROPOSEZ UNE LETTRE"
290 INPUT B$
300 PRINT AT 10,N+4;"                   "
310 FOR I=1 TO N
320 LET D$(I)=C$(I)
330 NEXT I
340 FOR I=1 TO N
350 IF B$=A$(I) THEN LET C$(I)=A$(I)
360 PRINT AT 1,I+3;C$(I)
370 NEXT I
380 FOR I=1 TO N
390 IF D$(I)<>C$(I) THEN GOTO 420
400 NEXT I
410 GOSUB 510
420 FOR I=1 TO N
430 IF C$(I)<>A$(I) THEN GOTO 280
440 NEXT I
450 IF G+1=1 THEN GOTO 490
460 PRINT AT 19,10;"BRAVO,VOUS AVEZ TROUVE"
470 PRINT AT 21,12;"AVEC ";G;" ERREURS"
480 STOP
490 PRINT AT 19,10;"C""ETAIT FACILE"
500 PRINT AT 21,10;"UN SEUL COUP A SUFFI"
505 STOP
510 LET G=G+1
520 GOTO 530+10*G
530 RETURN
540 FOR X=3 TO 11
541 PLOT X,6
542 NEXT X
543 RETURN
550 FOR Y=6 TO 16
551 PLOT 7,Y
552 NEXT Y
553 RETURN
560 FOR X=7 TO 15
561 PLOT X,16
562 NEXT X
563 RETURN
570 FOR Z=1 TO 2
571 PLOT 15,16-Z
572 NEXT Z
573 RETURN
580 FOR J=1 TO 4
581 PLOT 7+J,12+J
582 NEXT J
583 RETURN
590 FOR X=14 TO 16
591 PLOT X,14
592 PLOT X,13
593 NEXT X
594 RETURN
600 FOR Z=1 TO 3
601 PLOT 15,13-Z
602 NEXT Z
603 RETURN
610 FOR X=12 TO 15
611 PLOT X,12
612 NEXT X
613 RETURN
620 FOR X=15 TO 18
621 PLOT X,12
622 NEXT X
623 RETURN
630 FOR J=1 TO 2
631 PLOT 13+J,8+J
632 NEXT J
633 RETURN
640 FOR J=1 TO 2
641 PLOT 17-J,8+J
642 NEXT J
650 CLS
660 FOR I=5 TO 27
670 PLOT 10,I
680 PLOT 20,I
690 NEXT I
700 FOR I=10 TO 20
710 PLOT I,5
720 PLOT I,27
725 NEXT I
730 FOR I=1 TO 4
740 PLOT I+5,16
750 NEXT I
760 FOR I=1 TO 3
770 PLOT 7,I+14
775 NEXT I
780 PRINT AT 15,9;"VOUS ETES PENDU,LE MOT"
785 PRINT AT 17,10;"ETAIT ";M$;"."
790 STOP
```

A8 ASTRONOMIE.

Groupe A8

ASTRONOMIE.

Animateur : Tryoën Victor
Rapporteurs : Tryoën, Laisne.

Un tour de table a fait apparaître :

I. Un nombre assez important d'exemples d'activités pratiquées dans des classes élémentaires ou dans le cadre de la formation (U.F. ou Club).

1. Exercices de repérage en rapport avec une initiation à la navigation (Rimbaud)
2. Lancement de minifusées et étude de trajectoires (Aucagne)
3. Construction d'un planétaire (Dumoulin)
4. Utilisation du calendrier des postes (Leyrolles)
5. Construction d'un cadran solaire (Rimbaud)
6. Mesure du rayon de la terre (Mlle Pierrard)
7. Fabrication d'une table d'orientation (Leyrolles)
8. Photographie en astronomie (Leyrolles)
9. Reconnaissance des constellations (Tryoën).

II. Des problèmes et des questions d'ordre scientifique.

1. Qu'appelle-t-on lever et coucher du soleil ?
2. Qu'appelle-t-on crépuscule ?
3. Comment peut-on expliquer l'irrégularité du jour solaire vrai ?
4. Pourquoi le soleil se lève de plus en plus tard jusqu'au 4 janvier alors que les jours rallongent à partir du 26 décembre ?

III. Ainsi que des questions d'ordre pédagogique.

1. La motivation des enfants et des normaliens pour l'astronomie.
2. Faut-il apporter des connaissances aux élèves ?
3. Si oui, à quel moment ?
4. Est-il nécessaire our le formateur de maîtriser complètement les notions ?
5. L'intérêt de l'astronomie, dans le secondaire,
   dans le primaire
   L'aspect culturel de l'astronomie.

La durée du stage et la variété des sujets évoqués n'a pas permis que tous soient développés.

I. ACTIVITES PRATIQUEES DANS DES CLASSES ELEMENTAIRES OU DANS LE CADRE DE LA FORMATION (U.F. ou Club).

I. 1. Exercices de repérage.

Dans le cadre d'une U.F. optionnelle à l'EN de St.Brieuc, les 25 EI ont travaillé sur différentes formes de repérages, en particulier sur la sphère céleste, mais aussi sur la côte, en liaison avec la préparation du permis B de navigation.

En T.P. ils ont construit un cadran solaire équatorial. Les activités à caractère purement astronomique ont justifié la participation du club MJC de la ville.

Quelques exemples d'exercices réalisés au cours de sorties :

- trouver un objet caché dans le sable et se trouvant à l'intersection de deux alignements,
- se situer en mer en utilisant divers alignements.

I. 2. Lancement de petites fusées.

Ces lancements ont été effectués par des élèves de maternelle et des classes élémentaires. Au CM l'activité s'est prolongée par l'étude de la trajectoire et particulièrement la situation du point de culmination :

- construction et utilisation d'alidades et de théodolites (tachéomètres)
- relevés sur le terrain
- au retour en classe, élaboration d'une maquette.

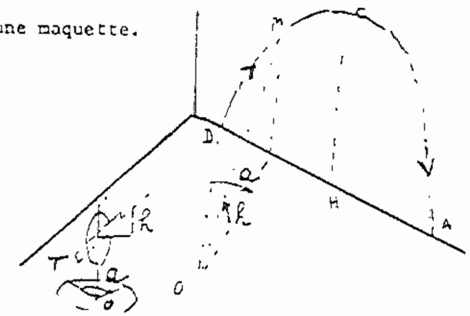
D : départ

C : culmination

A : arrivée

O : point d'observation

T : théodolite.



On relève simultanément a et h fournis par le théodolite à différents instants tout au long du suivi de la course de la fusée (en plus de l'observateur, deux lecteurs sont nécessaires).

Le tableau des relevés fait apparaitre en regard de la valeur maximale de h, la valeur correspondante de a. Le point c s'en déduit dès lors que le triangle DAO est connu (puisque DCA est vertical). Sinon un deuxième observateur O' est nécessaire.

I. 3. Construction d'un planétaire.

Les élèves du club d'astronomie d'un collège ont fabriqué une maquette du système solaire. Pour positionner les planètes à différentes dates (par exemple le 1er de chaque mois) il suffit de connaître leur longitude héliocentrique à une date donnée, leur période de révolution sidérale et leur distance au soleil. Ce planétaire permet, si on le complète par la représentation du zodiaque, de connaître la configuration des planètes visibles à une date choisie et d'expliquer leur rétrogradation.

I. 4. Utilisation du calendrier des postes.

Ce calendrier fournit entre autres :

- les dates des différentes phases de la lune
- les heures de lever et de coucher quotidien du soleil.

A l'école primaire on pourrait s'intéresser à l'étude :

- du cycle lunaire,
- de la variation de la durée du "jour" et de la nuit d'où les notions d'équinoxe et de solstice

Avec les EI :

- on pourrait étudier le déplacement du midi solaire vrai défini comme le milieu du jour.

I.5. Construction d'un cadran solaire.

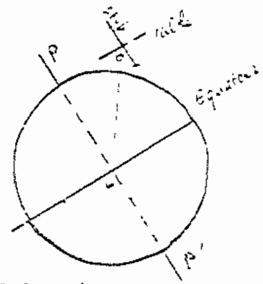
Le plus ancien des cadrans solaires est

I.5.1. le GNOMON (du grec gnômon : indicateur) gnôse : la connaissance au style vertical et à la table horizontale

Sa construction est de loin la plus simple. L'observation de l'ombre du poteau de basket sur le sol horizontal de la cour est un point de départ tout naturel d'une activité sur les cadrans solaires à l'école primaire.

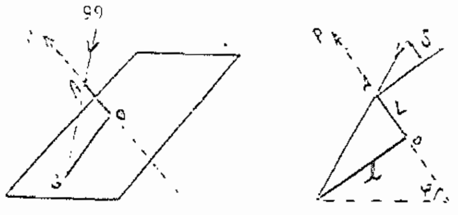
Mais son utilisation présente des inconvénients qui justifient la recherche d'autres types de cadrans solaires. Nous reportons l'étude du gnomon en fin de paragraphe: 1.5.5. page 119

I.5.2. Cadran solaire équatorial.



- Son style est parallèle à l'axe des pôles.
  Sa table est perpendiculaire à cet axe donc parallèle au plan équatorial.
- L'installation de ce type de cadran est moins simple que celle d'un gnomon.
  Il faut déterminer le plan méridien (par exemple à l'aide d'une boussole) et la latitude du lieu, ou encore viser l'étoile polaire et tenir compte de son décalage par rapport au pôle céleste.

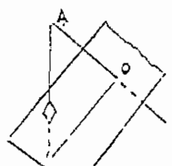
* La longueur l de l'ombre du style est donnée par la relation $l = \frac{L}{tg\,\delta}$



L = longueur du style
δ = déclinaison du soleil

Or la déclinaison du soleil reste pratiquement constante au cours de la journée ; la longueur de l'ombre du style restera donc constante pendant cette même durée : le rayon lumineux passant par l'extrémité A du style engendre un cône de révolution de sommet A, d'axe OA, de demi angle au sommet 90° δ (La trajectoire apparente diurne du soleil est très voisine d'un parallèle céleste ; en réalité une portion d'hélice décrite en une année entre les deux tropiques célestes).
L'extrémité de l'ombre décrit donc un arc de cercle sur la table équatoriale : c'est une ligne diurne ou arc diurne.

* Graduation du cadran.
  . On appelle temps solaire vrai en un lieu et à un instant donné l'angle horaire H du soleil en ce lieu et à cet instant.
  . On appelle midi solaire vrai l'instant où le centre du soleil passe au méridien du lieu (H = 0).
  La direction de l'ombre à cet instant se détermine par l'intersection du plan méridien du lieu et de la table équatoriale.
  Or ce plan méridien est un vertical passant par l'axe des pôles. Un fil à plomb passant par A permet donc de tracer cette direction.



  . On appelle jour solaire vrai, la durée qui sépare deux midis vrais consécutifs (ou deux passages consécutif du soleil au méridien du lieu). On divise cette durée en 24 parties égales appelées heures solaires vraies. Graduer le cadran solaire équatorial revient à porter, de part et d'autre du midi vrai, des angles égaux à 15°.
  Les droites tracées sont les lignes horaires. Elles indiquent le temps solaire vrai local, H. (Les lignes 6 h et 18 h sont dans le prolongement l'une de l'autre, situées dans le plan horizontal, dirigées respectivement vers l'ouest et l'est. La ligne 12 h orientée vers le nord).

. Comme la déclinaison du soleil varie au cours de l'année entre les deux valeurs extrêmes −23°27' et + 23°27' correspondant aux solstices d'hiver et d'été, la longueur de l'ombre $l = \frac{L}{tg\,\delta}$ varie lentement au cours de l'année.
En principe il existe une ligne diurne pour chaque jour (en réalité pour chaque couple de jours sauf pour les équinoxes) et le tracé d'un certain nombre de lignes diurnes permet l'utilisation du cadran comme calendrier.

Quand la déclinaison du soleil est positive (du 21 mars au 21 septembre) dans l'hémisphère nord, le soleil sera au-dessus de la table équatoriale. Il se trouvera en-dessous ensuite. Il sera dans le prolongement de cette table le 21 mars et le 21 septembre.

Il est donc nécessaire que le style traverse la table et que cette dernière soit graduée sur ses deux faces. En outre, il n'est pas possible de tracer les lignes diurnes correspondant aux jours de l'équinoxe car l'ombre est théoriquement de longueur infinie.

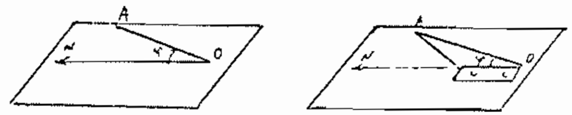
Nous avons représenté les deux faces de la table d'un cadran solaire équatorial et fait figurer les lignes diurnes correspondant au premier jour de chaque mois, ceci pour un lieu de latitude 48° (Blois par exemple).

Exercice : *Quelles seraient la (les) date(s) et l'heure indiquées par l'ombre OG sur la figure.*

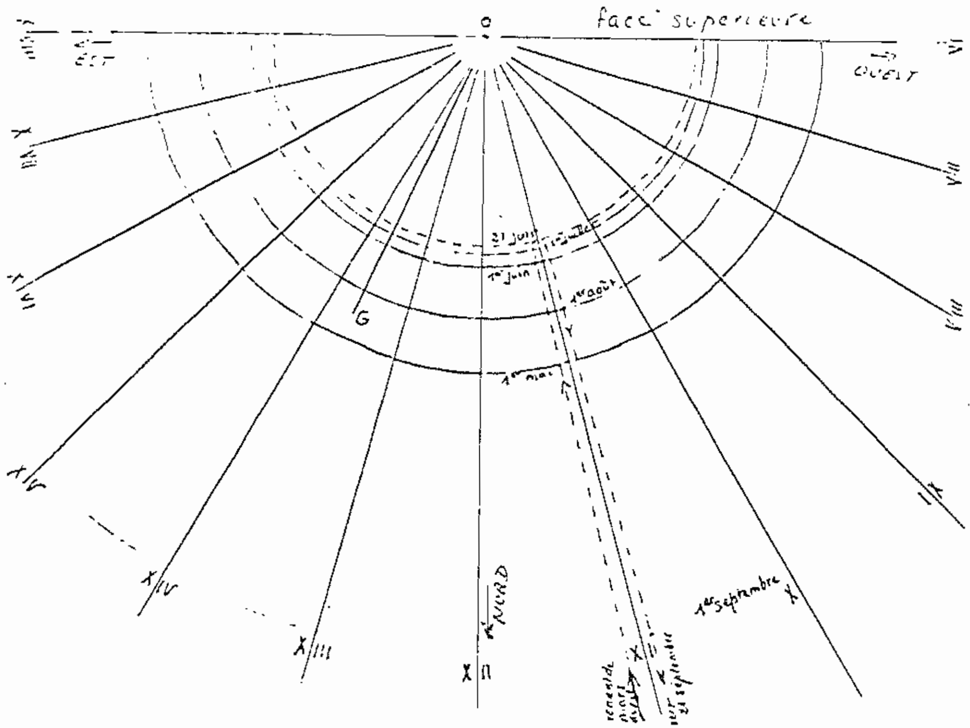
(page suivante).

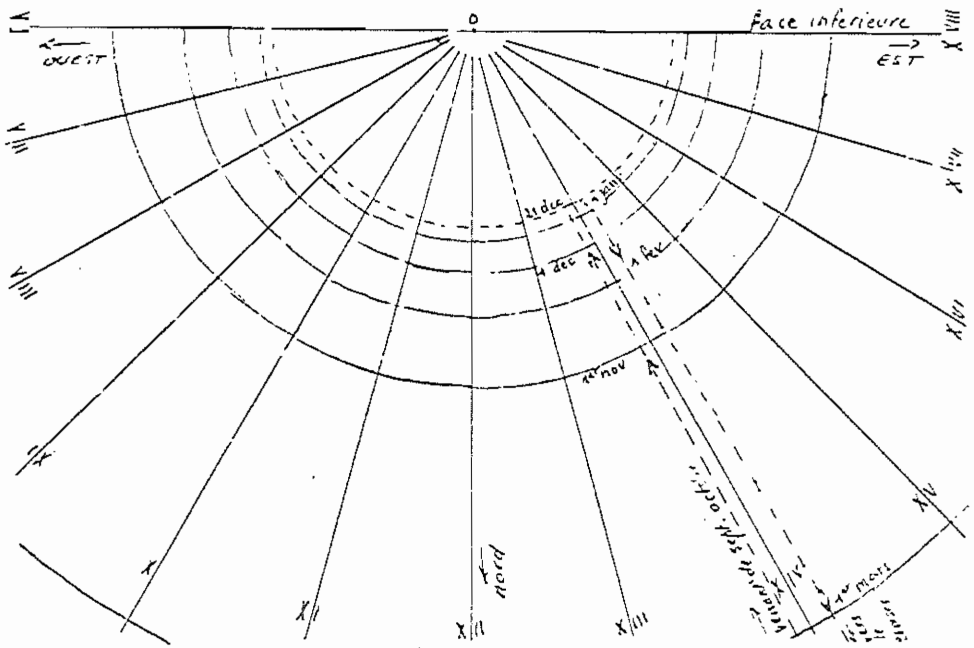
I.5.3. Cadran horizontal à style polaire.

. Construction :



Placer le style parallèlement à la ligne des pôles, c'est-à-dire dans le plan méridien et faisant un angle φ avec le plan horizontal (φ est la latitude du lieu).
Ce style peut être une aiguille ou l'extrémité d'une plaque en forme d'équerre.

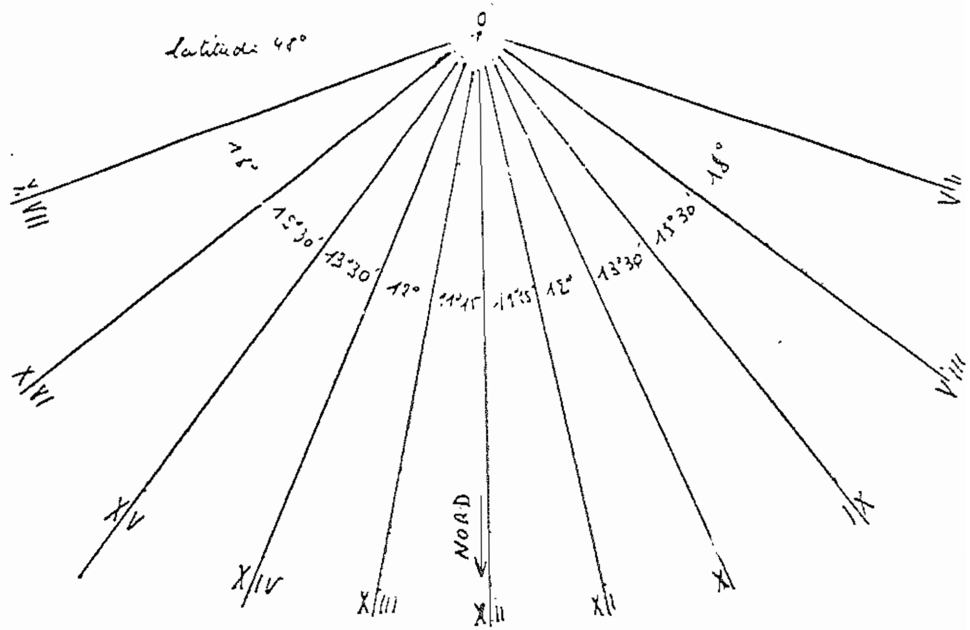




. Tracé des lignes horaires.

Ce tracé peut être réalisé expérimentalement : repérage des ombres du stylo à chaque heure solaire vraie "ronde", donnée par exemple par un cadran solaire équatorial.

On constate que les angles correspondants sont inégaux avec une symétrie par rapport au méridien



Ce tracé peut être réalisé à la suite d'une étude théorique.

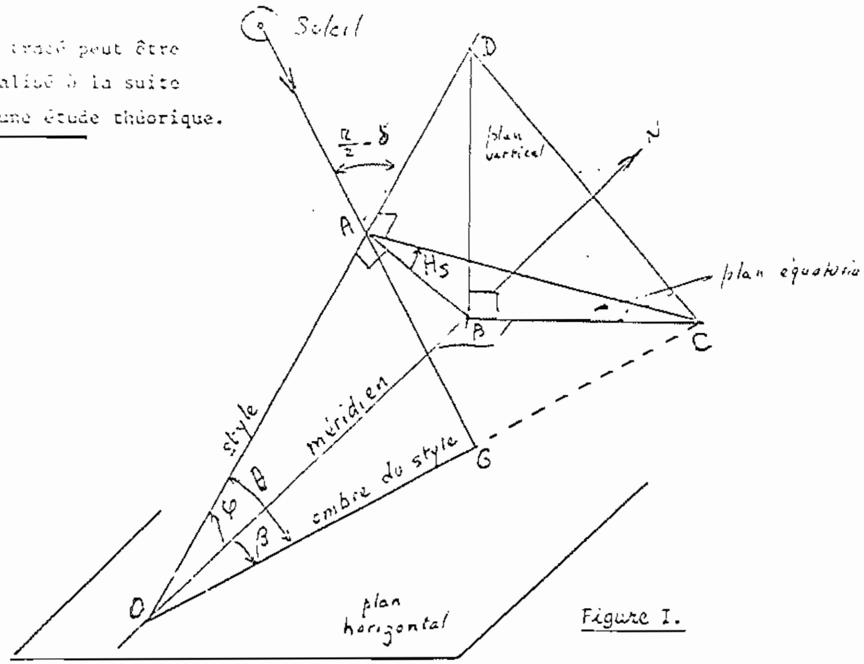


Figure I.

Menons par l'extrémité A du style OA un plan perpendiculaire à ce style. C'est donc le plan équatorial.

Il coupe le méridien en B et l'ombre du style en C. L'angle $B\hat{A}C$ représente l'angle horaire H_S du soleil (OAB plan méridien du lieu, donc OAC plan méridien du soleil. $B\hat{A}C$ angle dièdre).

Menons également par BC le plan vertical, il coupe l'axe polaire en D. Il s'agit de déterminer l'angle β indication du cadran à l'heure H_S.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{OA orthogonal au plan BAC donc} & BC \perp OA \\ \text{or} & BC \perp BD\end{array}\right\} \text{donc } BC \perp OB$$

$$\text{d'où } tg\ \beta = \frac{BC}{OB} \qquad \begin{cases} OB = \dfrac{OA}{\cos\varphi} \\ BC = AB\ tg\ H_S \\ AB = OA\ tg\ \varphi \end{cases} \quad BC = OA\ tg\ \varphi\ tg\ H_S$$

$$\boxed{tg\ \beta = \frac{OA\ tg\ \varphi\ tg\ H_S}{\dfrac{OA}{\cos\varphi}} = tg\ H_S \sin\varphi}$$

La formule obtenue $tg\ \beta = tg\ H_S \sin\varphi$ confirme les résultats expérimentaux :

- inégalité des angles correspondants à des heures solaires "rondes". En effet

  $tg\ \beta$ est proportionnel à $tg\ H_S$, mais n'est pas proportionnel à H_S.

- symétrie par rapport à la ligne midi solaire vrai car

  si H_S devient $- H_S$

  $tg\ H_S$ est remplacé par $- tg\ H_S$

  β devient $- \beta$

Elle nous permet de tirer deux conclusions supplémentaires intéressantes

a) $tg\ \beta$ est indépendant de δ donc de la date. Les lignes horaires gardent la même direction toute l'année, ce qui rend ce type de cadran utilisable toute l'année ; nous verrons qu'il n'en est pas de même pour le cadran horizontal à style vertical.

b) $tg\ \beta$ dépend de φ donc du lieu : deux cadrans placés en des points de latitudes différentes n'ont pas le même tracé de lignes horaires.

- Tracé des lignes diurnes.
  - Au cours de la journée l'extrémité de l'ombre du style décrit une courbe (ligne diurne).
  - Pour déterminer cette ligne voyons comment la longueur OG de l'ombre dépend des différents facteurs caractérisant la longueur du style, le lieu, la date et l'heure.

  Dans le triangle OAG (voir figure) $O\hat{A}G = \frac{\pi}{2} - \delta$

$$A\hat{O}G = \theta$$

$$O\hat{G}A = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) - \theta = \frac{\pi}{2} + \delta - \theta$$

$$\text{or } \frac{\sin O\hat{A}G}{OG} = \frac{\sin O\hat{G}A}{OA} \quad \text{donc } \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \delta)}{OG} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + (\delta - \theta))}{OA}$$

$$\text{d'où } \ell = OG = \frac{L\cos\delta}{\cos(\delta - \theta)}$$

$$\left.\begin{array}{ll} tg\ \theta & = \dfrac{AC}{OA} \\ \sin H_S & = \dfrac{BC}{AC} \\ OA & = \dfrac{AB}{tg\ \varphi} \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} tg\ \theta \cdot \sin H_S = \dfrac{BC}{OA} \\ tg\ \theta\ \sin H_S = \dfrac{BC}{AB} \cdot tg\ \varphi \end{array}$$

$$\text{or} \qquad \frac{BC}{AB} = \operatorname{tg} H_S$$

$$\operatorname{tg}\theta \ \sin H_S = \operatorname{tg} H_S \operatorname{tg}\varphi$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos H_S}$$

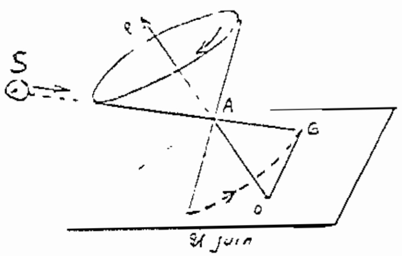
$$\boxed{\text{donc } OG = \frac{L\cos\delta}{\cos(\delta - \theta.)}} \quad \text{avec} \quad \boxed{\operatorname{tg}\theta = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos H_S}}$$

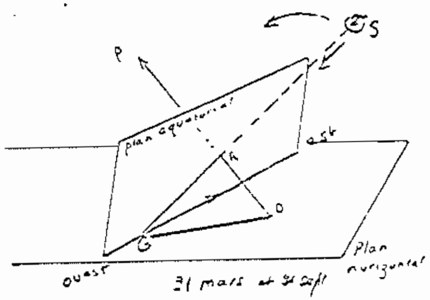
Ces formules permettent le tracé d'une ligne diurne puisqu'elles nous donnent la longueur OG de l'ombre d'un style de longueur ℓ en fonction de H_S un certain jour (δ fixé) en un lieu de latitude φ donnée.
Et de tracer ces lignes diurnes pour un certain nombre de jours de l'année.
Nous l'avons fait pour Blois et pour quatre dates choisies dans l'année : les deux solstices et les deux équinoxes. (voir page suivante).

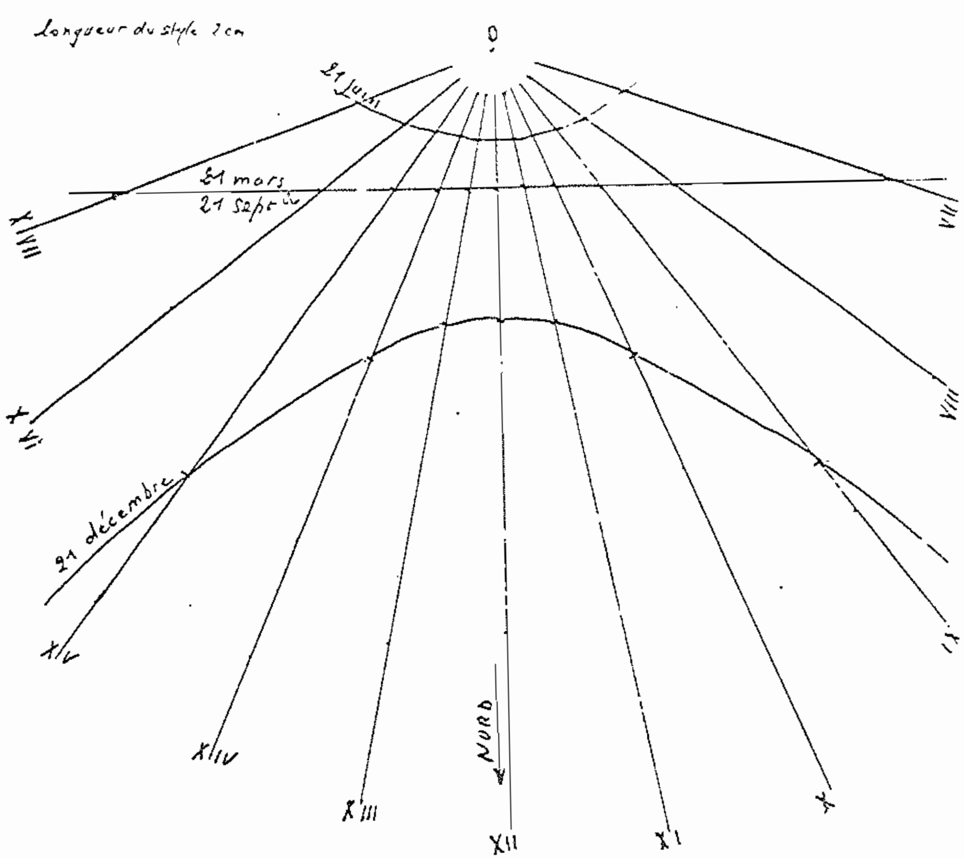
Par contre la complexité de ces formules ne permet pas à un "non initié" de prévoir la forme de ces lignes

Des considérations géométriques simples nous y conduisent. On sait que l'ombre de l'extrémité A du style OA décrit un cône de révolution d'axe OA. La ligne diurne sera donc l'intersection de ce cône avec le plan de la table.

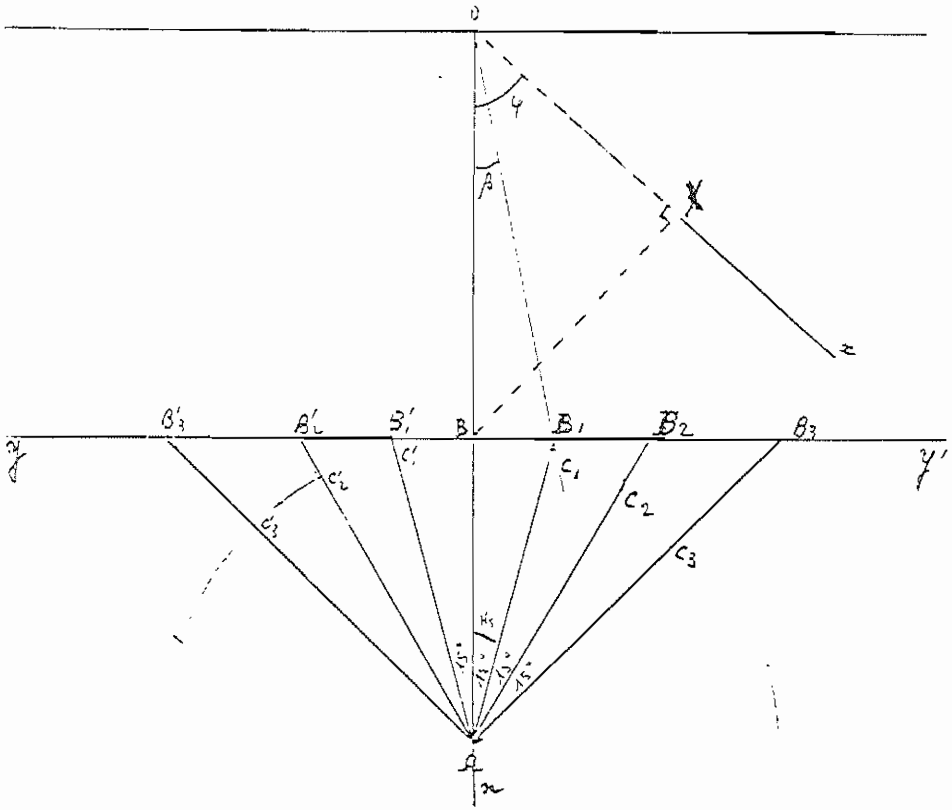
Avec la table équatoriale on a des cercles.
Avec la table horizontale on aura des coniques (ellipses, hyperboles, paraboles) selon les lieux et les dates.
Le cône devient un plan les jours d'équinoxes, la ligne diurne correspondante est une droite.







De même les lignes horaires peuvent être tracées par un procédé géométrique.



Tracer sur la table horizontale la demi droite [On[dirigée selon le méridien et vers le nord. Puis une autre demi-droite [Ox[faisant avec [On[un angle φ égal à la latitude du lieu.

Porter sur [Ox[un segment [OX] de longueur L égale à la longueur du style. Elever en X la perpendiculaire à [Ox] , elle coupe [On] en B. Tracer (yy') perpendiculaire en B à [On[

Placer sur [Bn[un point Ω tel que BΩ = BX et de Ω comme centre, tracer un cercle de rayon ΩB.

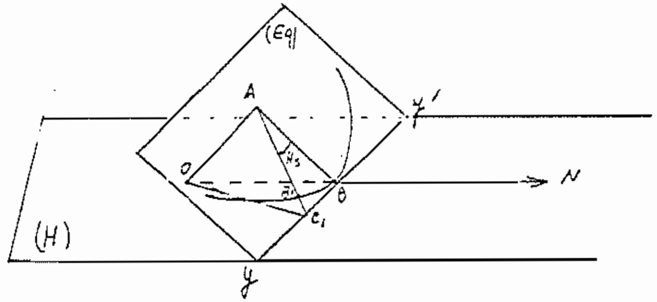
Diviser le cercle en arcs égaux $\widehat{BC_1} = \widehat{C_1C_2} = \ldots = \widehat{BC'_1} = \ldots = 15°$
La demi-droite d'origine Ω qui porte C_1 coupe (yy') en B_1 etc...
Joindre OB_1 , OB_2 , OB_3, etc. OB'_1 , OB'_2 , OB'_3, etc...
Ce sont les lignes horaires.

. Justifications.

$$\frac{BB_1}{\Omega B} = \text{tg } H_S$$

$$\text{or} \quad \left.\begin{array}{l} BB_1 = OB \text{ tg } \beta \\ \Omega B = BX = OB \sin \varphi \end{array}\right\} \frac{OB \text{ tg } \beta}{OB \sin \varphi} = \text{tg } H_S$$

$$\text{donc} \quad \text{tg } \beta = \text{tg } H_S \sin \varphi$$



Considérons une table horizontale (H) et un style polaire de pied O et d'extrémité A.

Le plan équatorial (Eq) contenant A coupe la table horizontale en (yy').

B est le point de yy' appartenant aussi au méridien de O.
(Eq) peut être considéré comme la table d'un cadran solaire équatorial à style polaire de pied A et d'extrémité O.
Le tracé des lignes horaires dans ce type de cadran est facile : sur le cercle de centre A et de rayon AB, on marque les points B_1, B_2 etc... tels que $\widehat{BB_1} = \widehat{BB_2} = \ldots = 15°$.
Les demi-droites d'origine A et contenant B, B_1, B_2 etc... coupent (yy') en B, C_1, C_2, ... etc.

A une heure H_S donnée, l'ombre du style a pour direction (AB_1) ; le soleil est donc dans le plan (OAB_1) qui est aussi le plan (OAC_1) et par conséquent l'ombre du style OA sur la table horizontale a pour direction OC_1.

Si on rabat le triangle OAB autour de (OB) dans le plan horizontal, A vient en X et si, de même, on rabat le plan (Eq) autour de (yy') dans le plan horizontal A vient en Ω et on obtient la figure page 107.

I.5.4. - Cadran vertical à style polaire

. C'est le plus fréquent car, fixé sur le mur vertical d'un édifice et à bonne hauteur, il est vu par toutes les personnes se trouvant face à cet édifice. Il fut très en faveur au Moyen Age.

. Il en existe de plusieurs types selon l'orientation du mur.

I.5.4.1. Cadran vertical méridional.

Il doit être fixé sur un mur rigoureusement vertical et perpendiculaire au méridien du lieu (d'où son nom) donc sur un mur de direction est-ouest.

Le tracé de ses lignes horaires et de ses lignes diurnes s'obtient par des procédés analogues à ceux qui concernent le cadran horizontal à style polaire.

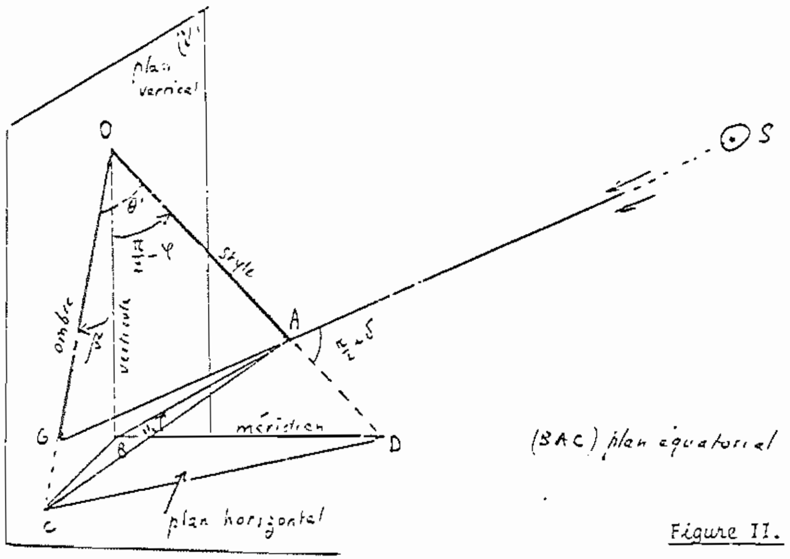


Figure II.

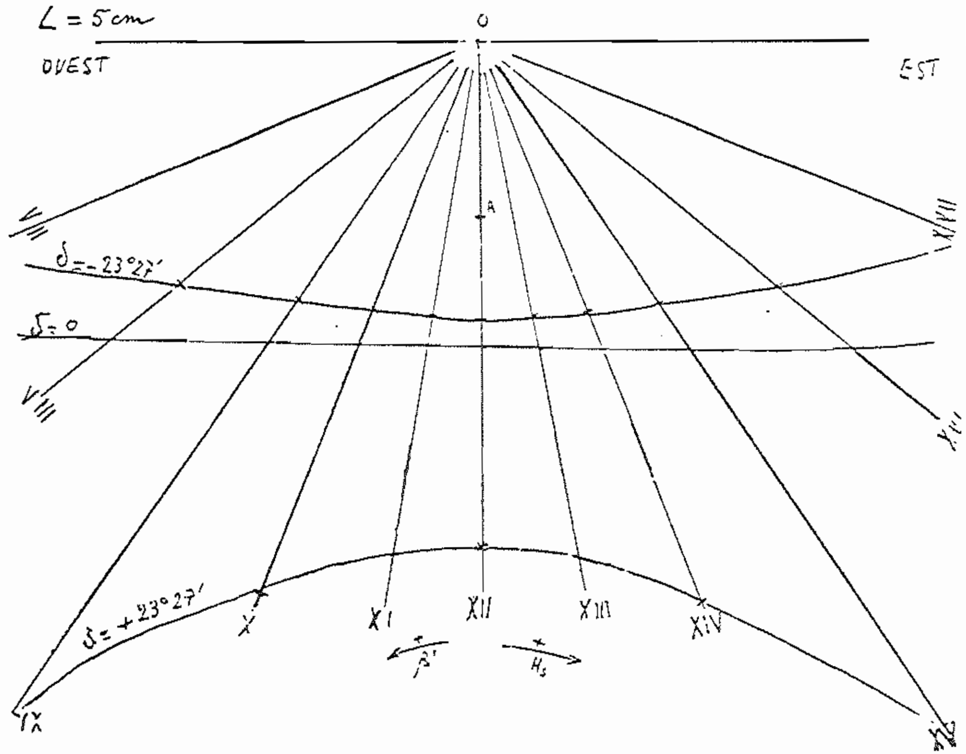
Si l'on compare cette figure à la figure I page 103 on retrouve les mêmes éléments affectés des mêmes lettres sauf pour l'angle BÔD qui vaut ici $\frac{\pi}{2} - \varphi$ (angle de l'axe polaire et de la verticale, et pour l'angle SÂD = $\frac{\pi}{2} + \delta$ car SÂO vaut $\frac{\pi}{2} - \delta$.

Les formules obtenues, compte tenu de la transformation $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} - \varphi$ sont :

$$tg\ \beta' = - tg\ H_S \cos\varphi$$ permet le tracé des lignes horaires (le matin $\beta' > 0$; et $H_S < 0$ d'où le signe −).

$$tg\ \theta' = \frac{cotg\ \varphi}{\cos H_S}$$

$$AG = L \frac{\cos\delta}{\cos(\delta + \theta')}$$ permettent le tracé des lignes diurnes.



Nous pouvons faire les mêmes remarques que pour le cadran à style polaire et à table horizontale (page 104).

. Inégalité des angles successifs correspondant aux heures solaires "rondes".

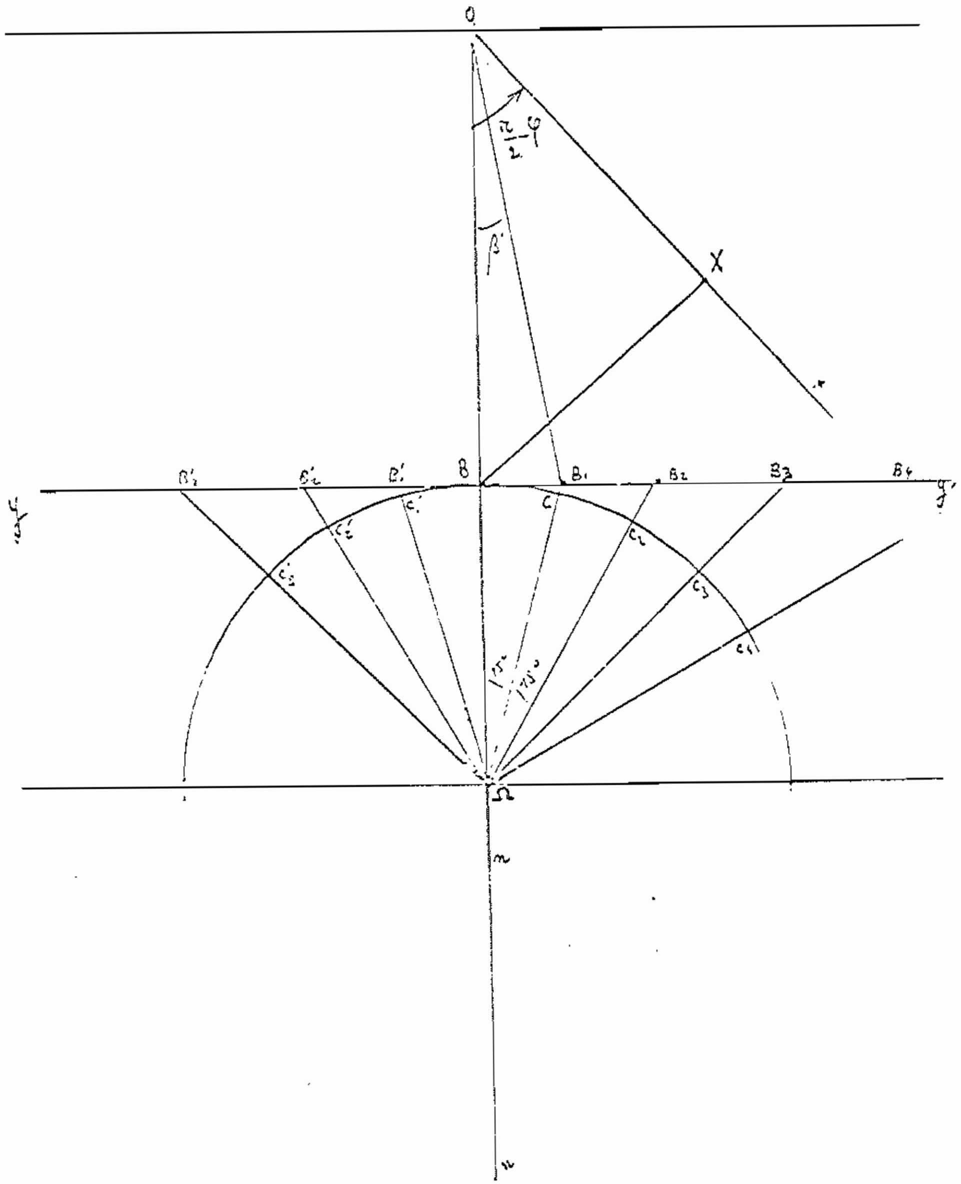
. Symétrie par rapport à la ligne midi local solaire vrai.

. Lignes horaires de direction fixe durant l'année (β' indépendant de δ).

. Tracé de ces lignes variable avec le lieu (β' dépend de φ).

Remarquons en outre, que la ligne midi est verticale (intersection de deux plans verticaux, le méridien et le mur) et que les ombres sont plus longues en été qu'en hiver.

Le tracé des lignes horaires par un procédé géométrique est analogue à celui du cadran horizontal mais il faut remplacer φ par $\frac{\pi}{2} - \varphi$



I.5.4.2. Cadran solaire vertical déclinant.

C'est-à-dire non perpendiculaire au plan méridien du lieu.

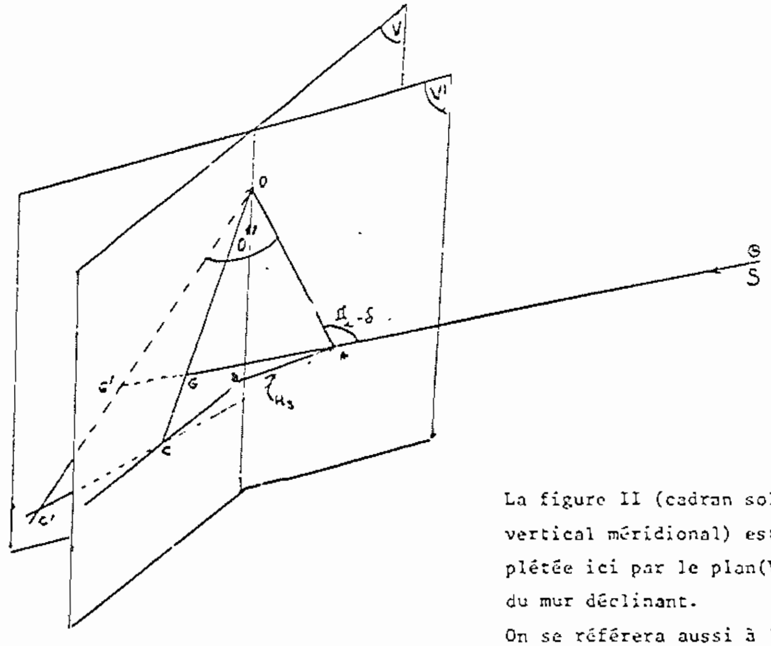
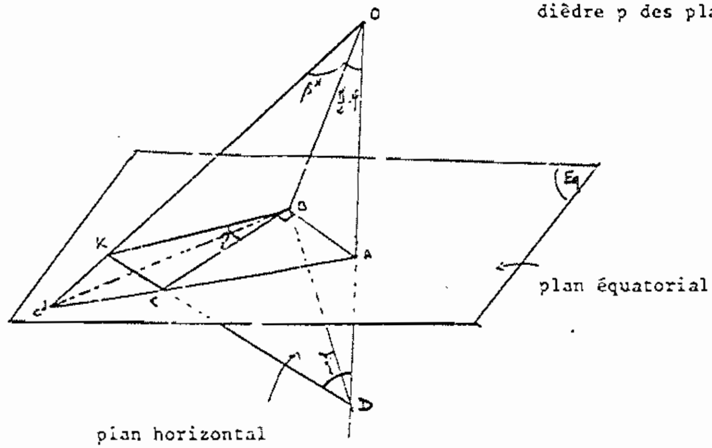


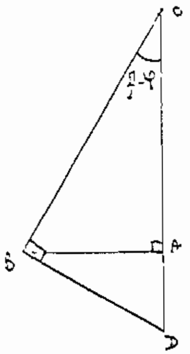
Figure III.

La figure II (cadran solaire vertical méridional) est complétée ici par le plan(V') plan du mur déclinant.

On se réfèrera aussi à la figure ci-contre où sont introduits le point D (même définition que sur la figure II) et l'angle dièdre p des plans (V) et (V').



Dans le triangle OBD



$$\frac{OB}{BD} = tg\ \varphi$$

$$\frac{BD}{BA} = \frac{1}{\sin \varphi}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{tg\ \varphi}$$

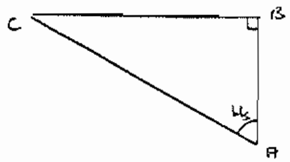
$$\frac{OD}{BD} = \frac{1}{\cos \varphi}$$

De plus

$$\frac{BC}{BA} = -\ tg\ H_S$$

(le matin H_S est négatif)

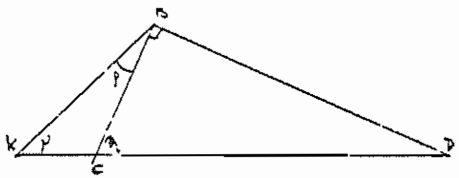
$$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{\cos H_S}$$



Construction des lignes horaires.

$$tg\ \beta'' = \frac{KB}{OB}$$

Dans le triangle KBD :



$$\frac{KB}{\sin(\frac{\pi}{2} - \eta)} = \frac{BD}{\sin \mu}$$

Or $\quad \eta = \mu + \rho$

$$\frac{BD}{KB} = \frac{\sin(\eta - \rho)}{\cos \eta} = \frac{\sin \eta \cos \rho - \sin \rho \cos \eta}{\cos \eta} = tg\ \eta . \cos \rho - \sin \rho$$

$$\frac{BD}{KB} = \frac{BD}{BC} . \cos \rho - \sin \rho$$

$$\frac{1}{tg\ \beta''} = \frac{OB}{KB} = \frac{OB}{BD} . \frac{BD}{KB} = tg\ \varphi \left[\frac{BD}{BC} . \cos \rho - \sin \rho\right]$$

$$\frac{1}{tg\ \beta''} = tg\ \varphi \left[\frac{BD}{BA} . \frac{BA}{BC} \cos \rho - \sin \rho\right]$$

$$\frac{1}{tg\ \beta''} = tg\ \varphi \left[\frac{1}{\sin \varphi} . \left(-\frac{1}{tg\ H_S}\right) \cos \rho - \sin \rho\right]$$

$$\frac{1}{tg\ \beta''} = -\ \frac{\cos \rho + \sin \varphi \sin \rho\ tg\ H_S}{\cos \varphi\ tg\ H_S}$$

$$\boxed{tg\ \beta'' = -\ \frac{\cos \varphi\ tg\ H_S}{\cos \rho + \sin \varphi \sin \rho\ tg\ H_S}}$$

Si $\rho = 0$ on retrouve $tg\ \beta' = -\cos \varphi\ tg\ H_S$

Construction des lignes diurnes

on a (cf cadran vertical méridional, on remplace θ' par θ")

$$\boxed{OG' = OA \frac{\cos \delta}{\cos(\theta'' + \delta)}}$$

Dans le triangle OKD :

$$\frac{KD}{\sin \theta''} = \frac{OD}{\sin(\pi - \xi - \theta'')} = \frac{OD}{\sin(\xi + \theta'')}$$

$$\frac{OD}{KD} = \frac{\sin(\xi + \theta'')}{\sin \theta''} = \frac{\sin \xi \cos \theta'' + \sin \theta'' \cos \xi}{\sin \theta''} = \cos \xi + \frac{\sin \xi}{tg\ \theta''}$$

$$(1) \quad \frac{OD}{KD} = \frac{AD}{DC} + \frac{AC}{DC . tg\ \theta''}$$

Dans le triangle KBD

$$\frac{KD}{\sin(\frac{\pi}{2} + \rho)} = \frac{BD}{\sin \rho} = \frac{BD}{\sin(\eta - \rho)}$$

$$\frac{BD}{KD} = \frac{\sin(\eta - \rho)}{\cos \rho} = \frac{\sin \eta \cos \rho - \sin \rho \cos \eta}{\cos \rho} = \sin \eta - \cos \eta\, tg\, \rho$$

$$(2) \quad \frac{BD}{KD} = \frac{BD}{DC} - \frac{BC}{DC}\ tg\ \rho$$

Divisions 1 et 2 membre à membre

$$\frac{\frac{OD}{KD}}{\frac{BD}{KD}} = \frac{\frac{AD}{DC} + \frac{AC}{DC\ tg\ \theta''}}{\frac{BD}{DC} - \frac{BC\ tg\ \rho}{DC}}$$

$$\frac{OD}{BD} = \frac{AD + \frac{AC}{tg\ \theta''}}{BD - BC\ tg\ \rho}$$

$$\frac{OD}{BD} = \frac{\frac{AD}{AB} + \frac{AC}{AB} \cdot \frac{1}{tg\ \theta''}}{\frac{BD}{AB} - \frac{BC}{AB} \cdot tg\ \rho}$$

$$\frac{OD}{BD} = \frac{\frac{1}{tg\ \varphi} + \frac{1}{\cos H_S\ tg\ \theta''}}{\frac{1}{\sin\varphi} + tg\ H_S\ tg\ \rho} = \frac{1}{\cos\varphi}$$

$$\frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi} + \frac{\cos\varphi}{\cos H_S\ tg\ \theta''} = \frac{1}{\sin\varphi} + tg\ H_S\ tg\ \rho$$

$$\frac{\cos\varphi}{\cos H_S\ tg\ \theta''} = \frac{1}{\sin\varphi} - \frac{\cos^2\varphi}{\sin\varphi} + tg\ H_S\ tg\ \rho$$

$$\frac{\cos\varphi}{\cos H_S\ tg\ \theta''} = \sin\varphi + tg\ H_S\ tg\ \rho$$

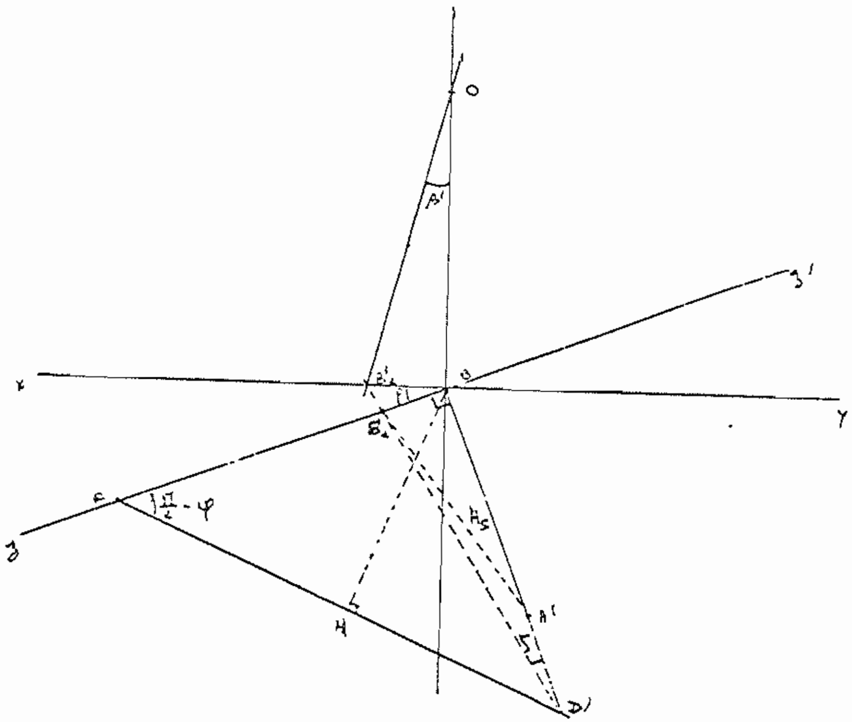
$$\frac{1}{\cos H_S\ tg\ \theta''} = tg\ \varphi + \frac{tg\ H_S\ tg\ \rho}{\cos\varphi}$$

$$\frac{1}{tg\ \theta''} = \cos H_S\ tg\ \varphi + \frac{\sin H_S\ tg\ \rho}{\cos\varphi}$$

$$\boxed{tg\ \theta'' = \frac{1}{\cos H_S\ tg\ \varphi + \frac{\sin H_S\ tg\ \rho}{\cos\varphi}}} \quad \text{et} \quad \boxed{OG' = OA\ \frac{\cos\delta}{\cos(\theta'' + \delta)}}$$

Tracé géométrique des lignes horaires.

Il s'interprète par le rabattement autour de BC du plan équatorial sur le plan horizontal puis par le rabattement autour de BK de l'ensemble ainsi obtenue sur le plan vertical.



On trace [Bz[formant un angle ρ avec [Bx[

On marque F sur [Bz[tel que BF = BO

On construit D' tel que le triangle BFD' soit rectangle en $\hat{B}$

et que l'angle au sommet $\hat{F} = \frac{\pi}{2} - \varphi$

Sur [BD'] on marque A' tel que BA' = BH (H pied de la hauteur issue de B)

Sur (zz') on marque $B_1 B_2$... intersection des rayons issus de A' formant avec (A'B') un angle de 15°, 30° ...

Les droites $(D'B_1)$, $(D'B_2)$ ... coupent (xy) en B'_1, B'_2 ...

(OB'), (OB'_1), (OB'_2) ... sont les lignes horaires cherchées.

Démonstration.

$$tg\ \beta' = \frac{B'_1B}{BO}$$

Dans le triangle B'_1BD'

$$\frac{BB'_1}{\sin\zeta} = \frac{BD'}{\sin[\pi - (\frac{\pi}{2} + \rho) - \zeta]} = \frac{BD'}{\cos(\rho + \zeta)}$$

$$\frac{BD'}{BB'_1} = \frac{\cos(\rho + \zeta)}{\sin\zeta} = \frac{\cos\rho\cos\zeta - \sin\rho\sin\zeta}{\sin\zeta} = \frac{\cos\rho}{tg\ \zeta} - \sin\rho$$

$$\frac{BD'}{BB'_1} = \frac{BD'}{B_1B}\cos\rho - \sin\rho = \frac{BD'}{BA'} \cdot \frac{BA'}{B_1B}\cos\rho - \sin\rho$$

$$\frac{BD'}{BB'_1} = \frac{BD'}{BH} \cdot \frac{\cos\rho}{(-tg\ H_S)} - \sin\rho = -\frac{\cos\rho}{\sin\varphi\ tg\ H_S} - \sin\rho$$

$$\frac{1}{tg\ \beta'} = \frac{BO}{B'_1B} = \frac{BO}{BD'} \cdot \frac{BD'}{B'_1B} = \frac{FB}{BD'} \cdot \frac{BD'}{B'_1B} = tg\varphi\left[-\frac{\cos\rho}{\sin\varphi\ tg\ H_S} - \sin\rho\right]$$

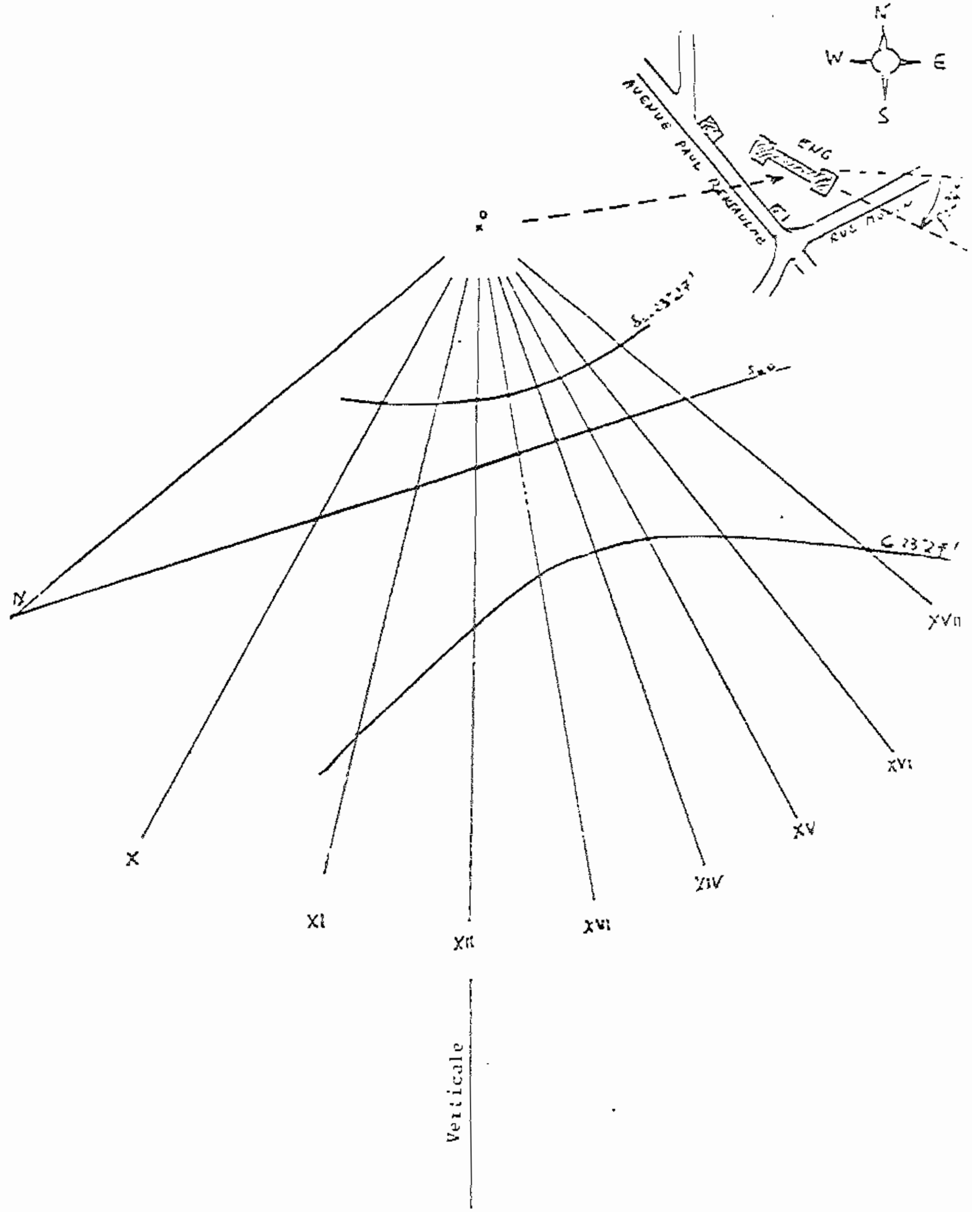
$$\frac{1}{tg\ \beta'} = \frac{\cos\rho}{\cos\varphi\ tg\ H_S} - \sin\rho\ tg\ \varphi = -\frac{\cos\rho + \sin\varphi\ tg\ H_S \sin\rho}{\cos\varphi\ tg\ H_S}$$

Lignes horaires.

- La formule $tg\ \beta'' = -\dfrac{\cos\varphi\ tg\ H_S}{\cos\rho + \sin\varphi\sin\rho\ tg\ H_S}$

  permet le tracé des lignes horaires : nous l'avons fait pour un cadran solaire que nous avons supposé placé sur la façade de l'Ecole Normale d'Instituteurs de Blois, donc pour une latitude voisine de 48°. Un plan de Blois que nous avons supposé exact nous a montré que cette façade était orientée vers le sud-ouest et qu'elle faisait avec la direction ouest-est un angle voisin de 24° (1). (Voir page suivante).

- Cette formule appelle plusieurs remarques :
  . Comme pour tous les cadrans à style polaire, la direction des lignes horaires est indépendante de δ, donc de la date. Le tracé de ces lignes est donc fixe.
  . Cette direction dépend de φ. Ce tracé varie donc avec la latitude.
  . La ligne correspondant au midi solaire vrai est verticale. En effet β'' est l'angle de OC' avec OB (la verticale) lorsque $H_S = 0$ $\beta'' = 0$.
  On peut également faire la même remarque que page
  . Par contre les lignes horaires correspondant à H_S et $- H_S$ ne sont pas symétriques par rapport à la ligne "midi".



Lignes diurnes.

Grâce aux formules donnant θ" et OC' (page précédente) nous avons fait, toujours pour ce même cadran, le tracé des lignes correspondant aux équinoxes (une seule ligne) et aux solstices. Nous constatons :

. que la ligne correspondant à $\delta = 0$ (équinoxes est rectiligne (intersection du plan équatorial passant par l'extrémité du style et du plan du mur déclinant ;

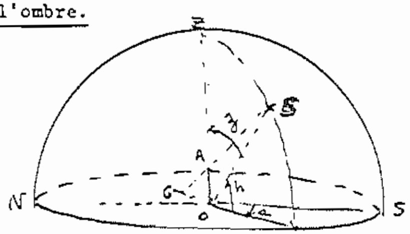
. les autres lignes sont des arcs d'hyperboles.
L'axe de symétrie de ces lignes est la perpendiculaire en O à la ligne diurne $\delta = 0$. Les ombres ont leur longueur minimale quand elles ont cette direction

I.5.5. Cadran solaire à table horizontale et à style vertical.

C'est le Gnomon des Chaldéens, des Egyptiens, des Hébreux, des Romains. Nous allons montrer que, malgré sa simplicité de conception, ce type de cadran est d'utilisation difficile.

. Détermination de la direction de l'ombre.

La figure montre que cette ombre est dans le vertical de S. Elle fait, avec la direction ON, un angle $\widehat{NOG}$ égal à l'azimut a du soleil, ceci se produit à l'heure solaire vraie H_S.



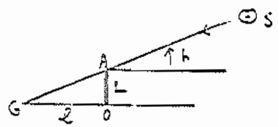
La relation qui donne l'azimut a en fonction de H_S est la formule 8 (cf. p. 135)

$$\sin a = \frac{\cos\delta \sin H}{\sin z}$$

et, comme $z = \frac{\pi}{2} - h$

$$\sin a = \frac{\cos\delta \sin H}{\cos h} \qquad (8)$$

. Calcul de la longueur de l'ombre



$$\ell = \frac{L}{\operatorname{tg} h}$$

La valeur de h est tirée de la formule 7 (cf. p. 135)

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H$$

ou

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H \qquad (7)$$

. Les caractéristiques de ce type de cadran peuvent être tirées

a) soit des relevés effectués point par point toutes les heures par exemple (heures de la montre), ce que nous avons fait à Douai ($\varphi = 50°24'$), le 25 mai $\delta = 20°26'$

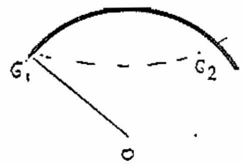
b) soit à partir des formules 7 et 8

Le tracé de l'arc diurne nous donne un arc d'hyperbole. La longueur de l'ombre est minimale sur le méridien.
En effet dans ce cas la hauteur h est maximale (culmination).
La formule 7 nous donne également ce résultat :

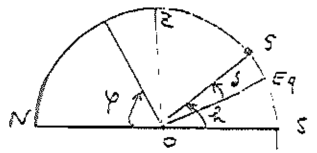
$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H \text{ de la forme}$$
$$\sin h = A + B \cos H \qquad A \text{ et } B = \text{constantes}$$

en un lieu fixe et un jour donné. Le maximum de cos H est 1 pour H = 0 c'est-à-dire quand le soleil passe au méridien.
Réciproquement, ce procédé permet de tracer le méridien d'un lieu mais le tracé ne peut être précis (minimum peu perceptible).

. L'axe de symétrie de l'arc diurne est le méridien.
En effet si H_S devient $- H_S$ dans la formule 7 h reprend la même valeur et sin a devient − sin a dans la formule 8 et $\ell = \frac{L}{\operatorname{tg} h}$ reprend la même valeur. Ceci donne un procédé beaucoup plus précis de tracer le méridien à partir de l'arc diurne. Quand l'ombre passe en G_1 tracer l'arc de cercle de centre O et de rayon OG_1. Repérer l'endroit où l'ombre coupe l'arc de cercle : c'est G_2. Tracer la bissectrice de l'angle $G_1\hat{O}G_2$



. Si l'on a déterminé le méridien, la mesure de la longueur de l'ombre sur cette demi-droite permet, connaissant la longueur du style de mesurer la hauteur maximale du soleil et d'en déduire δ en fonction de φ, ou φ en fonction de δ car $h = \frac{\pi}{2} - \varphi + \delta$

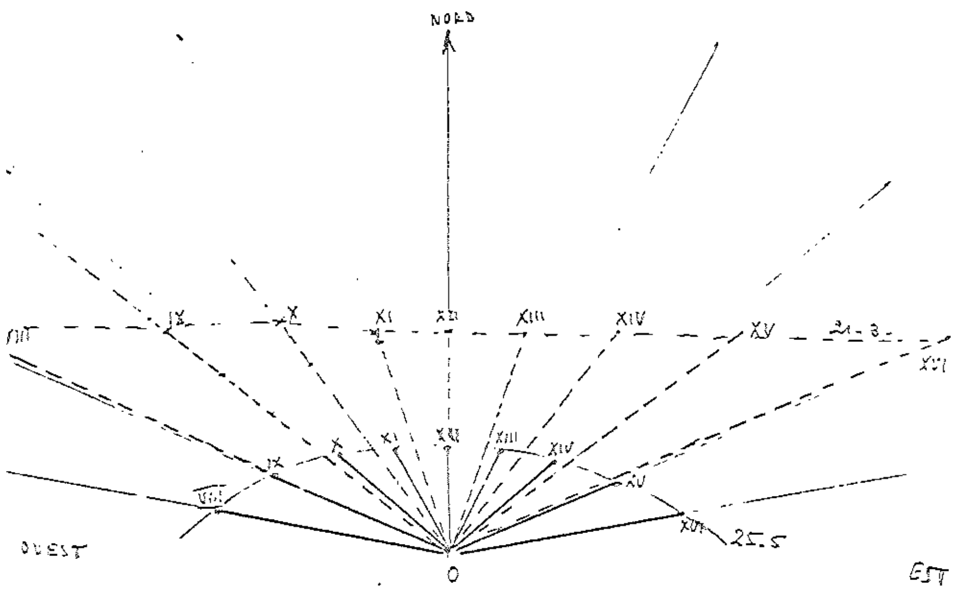


. La formule 8 met en évidence le défaut majeur de ce type de cadran : à la même heure solaire H_S, sauf pour midi solaire vrai, l'ombre ne reprendra pas la même direction à des moments différents de l'année. En effet sin a dépend de δ.

Nous avons calculé a correspondant aux heures solaires suivantes : 8h, 9h, 10h 11h, 12h pour le 21 mars et pour le 25 mai, ainsi que la longueur OG de l'ombre donnée par un style de 40 mm.

	H_S	a°	OG en mm	a°	OG en mm
XII	0	0	23	0	48
XI	15	27°5	25	19,17	51
X	30	49°5	31,27	37°	61,63
IX	45	67°	41,45	52,44°	78,58
VIII	60	80°	51,81	66°	118,34

le 25 mai δ = 20°26'   le 21 mars δ = 0



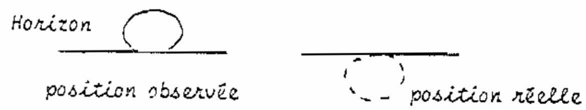
Remarquons que les lignes tracées sont les positions des ombres et non pas des lignes horaires.
Ce serait une erreur de les tracer sur un cadran (exemple : ombre XV du 25 mai confondue avec la ligne XVI du 21 mars. Idem pour IX et VIII. Les lignes horaires, si elles existent ne sont pas des rayons. Il vaut mieux faire figurer les heures sur chacune des lignes diurnes.

II. DES PROBLEMES ET DES QUESTIONS D'ORDRE SCIENTIFIQUE.

Le groupe s'est interrogé sur la signification de quelques termes :

II.1. - Qu'appelle-t-on lever (ou coucher) du soleil ?

Faut-il considérer le bord du disque ou le centre du disque ?
Les tables donnent les lever et coucher du centre, en outre il s'agit du lever et du coucher apparents, c'est-à-dire compte tenu de la réfraction atmosphérique à l'horizon (à Paris elle est évaluée à 36'36" soit un peu plus que le diamètre apparent du soleil ou de la lune)



Incidence sur la date de "la nuit égale au jour" (voir document page 13).

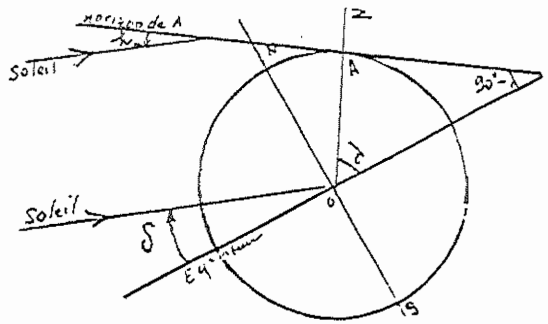
II.2. - Qu'est-ce que le crépuscule ?

. C'est la lueur qui provient de l'éclairement des couches supérieures de l'atmosphère par les rayons du soleil lorsqu'il est situé sous l'horizon, le matin ou le soir.
. Dans le langage courant le crépuscule du matin est nppelé aube ou aurore
. On définit trois crépuscules:

Le crépuscule civil qui commence au coucher du soleil et finit au moment où le centre de l'astre est abaissé de 6° au dessous de l'horizon ; par temps clair commencent à paraître les planètes et les étoiles de première grandeur. Lorsque le crépuscule civil prend fin on fait appel à un éclairage artificiel.
Le matin, les phénomènes sont inverses.

Le crépuscule nautique commence au coucher du soleil et finit au moment où le centre de cet astre est abaissé de 12° au-dessous de l'horizon (phénomènes inverses le matin). A ce moment, si le temps est clair, commencent à paraître dans le sextant les étoiles de deuxième grandeur en même temps que la ligne d'horizon est encore visible.

Le crépuscule astronomique commence au coucher du soleil et finit au moment où le centre de ces astre est abaissé de 18° au-dessous de l'horizon (phénomènes invéses le matin). A ce moment, si le temps est clair, apparaissent à l'oeil nu les étoiles de 6ème grandeur : il fait nuit.



h_m hauteur minimale (hauteur à minuit temps solaire vrai)

or, $h_m + \delta = 90° - \lambda$

$h_m = 90 - (\lambda + \delta)$.

Le soleil ne s'abaisse pas de 18° au-dessous de l'horizon quand la somme algébrique de sa déclinaison et de la latitude du lieu est au moins égale à 72° en valeur absolue.

Exemple.

$\lambda \simeq 49°$
$\delta \simeq 23°$ du 10 juin au 2 juillet $\lambda + \delta \geqslant 72°$

Conclusion.

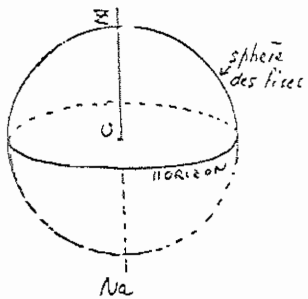
A une latitude égale à 49° (celle de Paris) la nuit astronomique n'existe pas du 10 juin au 2 juillet : le crépuscule dure toute la nuit (nuits blanches).

- Il s'est avéré nécessaire de définir différents types de coordonnées:

.2.1. Coordonnées horizontales.

* Le plan horizontal est tout naturellement un plan de référence pour l'homme : il est matérialisé par le sol de son habitation, par la surface des liquides au repos, il est limité par l'horizon, ligne familière en plaine ou en mer.

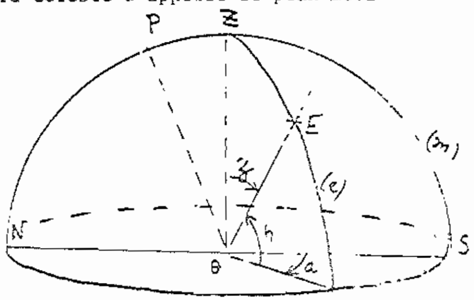
* La verticale du lieu, tout aussi familière à l'homme, réalisable facilement par le fil à plomb, per-perpendiculaire en O au plan horizontal, coupe la sphère des fixes au zénith Z au-dessus de l'observateur O et au Nadir Na à l'opposé.



* Tout plan contenant OZ est un vertical.

* Tout point E (étoile par exemple) de la sphère céleste est associé à un vertical (e)/(e) est aussi le grand cercle de la sphère céleste.

* Le vertical passant par P pôle nord céleste s'appelle le plan méridien (m) du lieu O ; Il contient l'axe du monde, axe de rotation apparente des astres dans leur mouvement diurne ; Il coupe le plan horizontal suivant la droite nord-sud N.S., portion du méridien géographique local



* Les coordonnées horizontales d'un objet ponctuel céleste E sont sa hauteur h et son azimut a.
La hauteur de E est l'angle h de la direction OE avec le plan horizontal ; elle est comptée en degrés de -90° à + 90° de Na vers Z.
(On fait intervenir parfois la distance zénithale z, angle de OZ avec OE, compté de 0° à 180° de Z vers Na).
L'azimut de E est l'angle dièdre du méridien (m) e
de E ; cet angle est compé de 0° à 360° dans le se:
(sens du mouvement diurne).

Avantages de ce système de coordonnées

. Il est très lié aux notions de droite et gauche, haut et bas.
. Les coordonnées horizontales sont faciles à déterminer. Il suffit pour cela de disposer d'un appareil de conception simple, le théodolite, lunette ou simple tube à monture azimutale muni de 2 cercles gradués (voir paragraphe I.2.).p. 96.
Monture azimutale : deux axes de rotations, l'un vertical pour les azimuts, l'autre horizontal pour les hauteurs.

Remarques.

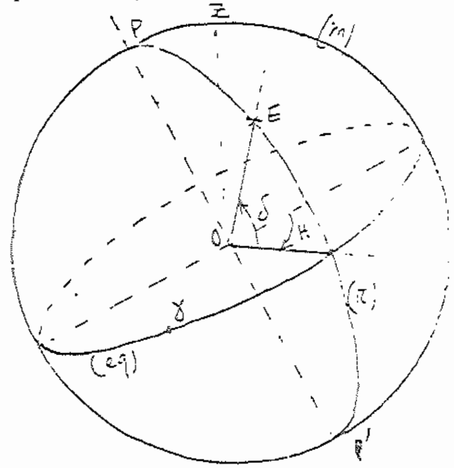
a) Le sextant permet de mesurer les hauteurs tout en s'affranchissant des perturbations causées par un sol non horizontal et mouvant (bateau).;
b) Ce sont les coordonnées horizontales qui ont été utilisées dans l'étude de la culmination des mini-fusées(paragraphe 2)
c) Un exercice facile à réaliser : trouver la hauteur approximative du pôle céleste nord.Viser l'étoile polaire.
Cette hauteur est égale à la latitude du lieu.

Inconvénients.

Deux inconvénients majeurs :
. En un lieu donné l'azimut et la hauteur d'une étoile varient constamment au cours du mouvement diurne (donc suivre une étoire avec un appareil à monture azimutale oblige à faire varier constamment deux paramètres).
. Pour un objet donné, ces coordonnées varient avec le lieu d'observation, elles ne sont pas intrinsèques et ne peuvent donner lieu à des tables universelles.

II.2.2. Coordonnées horaires.

* Dans leur mouvement d'ensemble les étoiles semblent être fixées sur une sphère d'axe de rotation PP'.
* Un plan privilégié de cette sphère est l'équateur céleste (eq).
* Un autre plan intéressant est le plan méridien (m) du lieu (il contient PP' et Z).
* Chaque point E de la sphère des fixes est sur un plan contenant PP' appelé cercle horaire (π)



Les coordonnées horaires d'un point E sont :

- sa déclinaison δ
- son angle horaire H.

La déclinaison δ est l'angle de OE avec le plan équateur céleste

Elles est comptée de −90° à + 90° de P' vers P

Nous savons que la déclinaison du soleil varie au cours de l'année ; elle s'annule en devenant positive en un point de la sphère céleste appelé point vernal γ.

L'angle horaire H de E est l'angle dièdre de (m).

Méridien du lieu et de (π) cercle horaire de E ;

Il est compté de 0° à 360° dans le sens rétrograde mais plutôt de 0 à 24 heures. (Une heure est, dans ce cas, une unité d'angle valant 15° ; remarquons que l'angle horaire d'une étoile augmente de 360° en 24 heures sidérales.

Avantage de ce système de coordonnées.

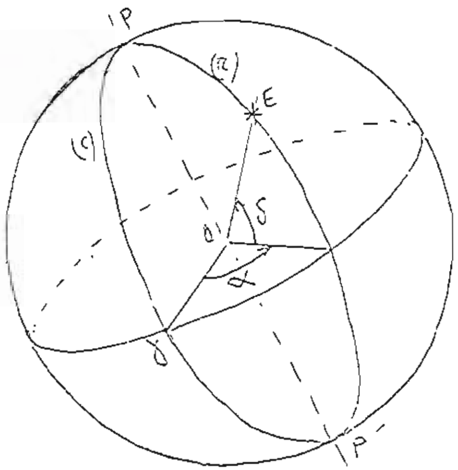
. Au cours du mouvement diurne δ ne varie pas pour une étoile.

Inconvénients.

. L'angle horaire est mesuré à partir du méridien du lieu. Il s'agit donc encore de coordonnées locales.

. Le cercle équateur céleste est moins évident que l'horizon.

II.2.3. Coordonnées équatoriales.



Pour que l'angle mesuré dans le plan de l'équateur céleste soit indépendant du lieu il faut choisir une droite origine liée à la sphère des fixes.

Le choix s'est fixé sur OY

(γ point vernal défini ci-dessus).

Les coordonnées équatoriales d'un point E sont :

- sa déclinaison δ
- son ascension droite α

La déclinaison δ du point E est celle définie dans le système de coordonnées horaires.

L'ascension droite α du point E est l'angle dièdre du cercle horaire (π) du point E et du cercle horaire C du point γ.

Cet angle est compté de 0 à 360° dans le sens direct,

plus fréquemment de 0 à 24 heures : 1 heure = 15°

1 min. = 15'

1 sec. = 15"

Remarques.

- Le symbole de minute d'ascension droite et de minute de temps est m pour les astronomes (et non mn).
- Dans son mouvement réel qui s'effectue dans le sens direct, un méridien quelconque de la terre va rencontrer des objets célestes d'ascension droite croissante.
- Dans son mouvement annuel apparent qui s'effectue dans le sens direct, le soleil aura une ascension droite croissante.

Avantages du système de coordonnées équatoriales :

. Ces coordonées sont indépendantes du lieu d'observation.

. Elles permettent donc l'élaboration de tables et de cartes universelles.

Remarques.

- Les phénomènes de nutation et de précession modifient de façon non négligeable la direction de l'axe P'P donc du plan équatorial céleste et par conséquent modifient la position du point γ sur la sphère des fixes.
- Les coordonnées équatoriales d'un point céleste donné ne sont donc pas invariables. Il est nécessaire de préciser à quelle date elles ont été déterminées (exemple : δ et α 1950)
- Pour repérer un astre en connaissant ses coordonnées il est nécessaire de déterminer l'équateur céleste et le point γ.

Monture équatoriale.

L'un des axes de rotation est parallèle P'P. C'est l'axe polaire. L'autre est perpendiculaire à P'P. C'est l'axe des déclinaisons. La mise en station est plus délicate que pour la monture azimutale. L'orientation de l'axe polaire doit aboutir à un parallélisme rigoureux avec P'P. (P est distinct de l'étoile polaire). Au cours du mouvement diurne, seul l'angle horaire d'un point céleste observé varie quand on a fixé la déclinaison (verrouillage de l'instrument sur l'axe des déclinaisons). Il suffit donc d'animer l'appareil d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe polaire à raison d'un tour en 23 heures 56 minutes (durée du jour sidéral) soit manuellement soit à l'aide d'un moteur.

Ce dispositif facilite l'observation "suivie" surtout au fort grossissement et la réalisation de poses photographiques de longues durée. La plupart des instruments d'observatoires sont à monture équatoriale.

Relations entre coordonnées horaires et équatoriales : temps sidéral.

Jour sidéral : c'est l'intervalle de temps entre deux passages consécutifs du point vernal au méridien du lieu. Le début du jour sidéral est l'un de ces passages.

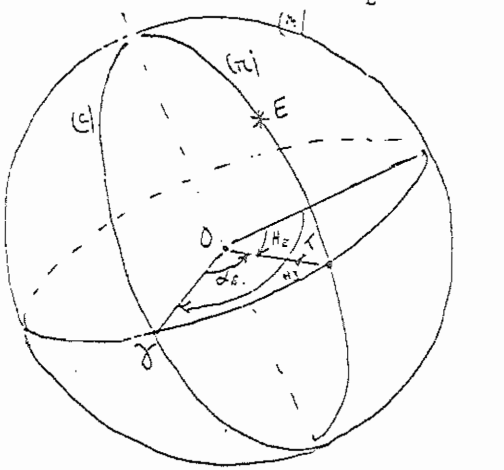
Temps sidéral : C'est l'intervalle de temps entre ce passage et une autre position du point vernal. Il est exprimé en heures, minutes, secondes sidérales. Il s'exprime par le même nombre que l'angle horaire du point vernal exprimé en h, m et s.

$$T = H_\gamma$$

Relation entre H et α

Rien ne marque le point vernal dans le ciel. Il est impossible de mesurer directement son angle horaire ou de fixer l'instant de son passage au méridien.

C'est pourquoi il est préférable de mesurer à un instant quelconque l'angle horaire H_E d'un astre E dont l'ascension droite α_E est connue. La figure ci-contre montre que



$$T = H_E + \alpha_E$$

Lorsque l'astre E passe au méridien du lieu, son angle horaire est nul :

$$T = \alpha_E$$

Le temps sidéral local est donc l'ascension droite de l'astre situé à cet instant au méridien.

Remarque.

Les éphémérides donnent le temps sidéral de Greenwich chaque jour à 0h T.U. (Voir feuille-jointe). On peut en déduire le temps sidéral local à partir de la longitude du lieu (voir feuille annexe).

ANNEXE

SOLEIL. — MARS 1981

Jour du mois	Jour de la semaine	Jour de l'année	Jour Julien (écoulé à 12h UT)	Temps sidéral de Greenwich à 0h UT	Ascension droite (Position du Soleil à 12h UT)	Déclinaison (Position du Soleil à 12h UT)	Lever (A Paris (UT))	Passage au méridien (A Paris (UT))	Coucher (A Paris (UT))
			244	h m s	h m s	° '	h m	h m	h m
1	D	60	4665	10 34 51	22 49 12	− 7 31	6 34	12 3,0	17 32
2	L	61	4666	10 38 47	22 52 56	7 8	6 32	12 2,8	17 34
3	M	62	4667	10 42 44	22 56 40	6 45	6 30	12 2,6	17 36
4	M	63	4668	10 46 40	23 0 24	6 22	6 28	12 2,4	17 37
5	J	64	4669	10 50 37	23 4 7	5 59	6 26	12 2,2	17 39
6	V	65	4670	10 54 33	23 7 50	5 35	6 24	12 2,0	17 40
7	S	66	4671	10 58 30	23 11 32	5 12	6 22	12 1,7	17 42
8	D	67	4672	11 2 26	23 15 14	4 49	6 20	12 1,5	17 43
9	L	68	4673	11 6 23	23 18 56	4 25	6 18	12 1,2	17 45
10	M	69	4674	11 10 20	23 22 37	4 2	6 16	12 1,0	17 47
11	M	70	4675	11 14 16	23 26 18	3 38	6 14	12 0,7	17 48
12	J	71	4676	11 18 13	23 29 59	3 14	6 12	12 0,4	17 50
13	V	72	4677	11 22 9	23 33 39	2 51	6 10	12 0,2	17 51
14	S	73	4678	11 26 6	23 37 19	2 27	6 8	11 59,9	17 53
15	D	74	4679	11 30 2	23 40 59	2 4	6 6	11 59,6	17 54
16	L	75	4680	11 33 59	23 44 38	1 40	6 4	11 59,3	17 56
17	M	76	4681	11 37 55	23 48 17	1 16	6 2	11 59,0	17 57
18	M	77	4682	11 41 52	23 51 56	0 52	6 0	11 58,8	17 59
19	J	78	4683	11 45 49	23 55 35	0 29	5 57	11 58,5	18 0
20	V	79	4684	11 49 45	23 59 14	− 0 5	5 55	11 58,2	18 2
21	S	80	4685	11 53 42	0 2 52	+ 0 19	5 53	11 57,9	18 3
22	D	81	4686	11 57 38	0 6 31	0 42	5 51	11 57,6	18 5
23	L	82	4687	12 1 35	0 10 9	1 6	5 49	11 57,3	18 6
24	M	83	4688	12 5 31	0 13 48	1 30	5 47	11 57,0	18 8
25	M	84	4689	12 9 28	0 17 26	1 53	5 45	11 56,6	18 9
26	J	85	4690	12 13 24	0 21 4	2 17	5 43	11 56,3	18 11
27	V	86	4691	12 17 21	0 24 43	2 40	5 41	11 56,0	18 12
28	S	87	4692	12 21 18	0 28 21	3 4	5 39	11 55,7	18 14
29	D	88	4693	12 25 14	0 31 59	3 27	5 36	11 55,4	18 15
30	L	89	4694	12 29 11	0 35 38	3 50	5 34	11 55,1	18 17
31	M	90	4695	12 33 7	0 39 16	+ 4 14	5 32	11 54,8	18 18
			244						

Équinoxe de Printemps le 20 mars à 17h 3m 54s UT.

$\delta = 0$

milieu du jour

11 59
12 03
12 7
12 10

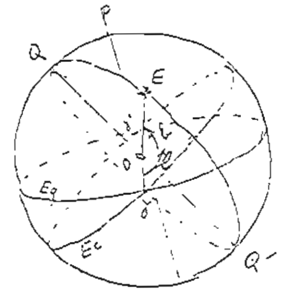
2.4. Coordonnées écliptiques.

Ce système de coordonnées est généralement employé pour définir les directions héliocentriques d'objets du système solaire.

Elles ont, par exemple, été nécessaires pour la construction du planétaire évoquée au paragraphe 1.3.

Dans son mouvement autour du soleil, la terre reste dans un plan qui n'est que très lentement variable.

La direction de ce plan définit sur la sphère céleste un grand cercle E_c appelé écliptique. Le même nom est donné au plan de l'orbite terrestre (écliptique : les éclipses ne peuvent avoir lieu que lorsque la lune est dans ce plan).



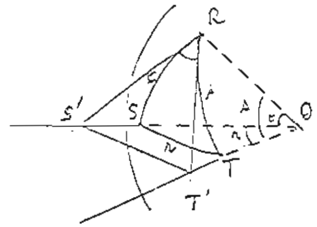
Le plan (E_c) de l'écliptique est incliné sur le plan (E_q) de l'équateur céleste d'un angle ε = 23°27'.
La normale en O au plan de l'écliptique coupe la sphère céleste au pôle nord Q de l'écliptique et au pôle sud Q' de l'écliptique.
L'écliptique céleste coupe l'équateur céleste en deux points :
- le point vernal γ ou équinoxe de printemps et
- au point γ' équinoxe d'automne.

Les coordonnées écliptiques d'un point céleste E sont :
- sa longitude céleste ℓ. Angle dièdre des deux demis grands cercles de diamètre QQ' qui contiennent respectivement le point vernal γ et le point E. Cet angle est compté de 0° à 360° dans le sens direct ;
- sa latitude céleste b, angle de la direction OE et du plan écliptique compté de −90° à + 90° de Q' vers Q.

2.5. Relation entre la latitude céleste d'un point, sa déclinaison et son ascension droite.

Nous appliquerons, pour établir cette relation, la formule de Gauss relative aux triangles sphériques dont l'expression généralement connue est cos a = cos b cos c + sin b sin c cos A.

Nous allons redémontrer cette relation dans le cas d'un triangle sphérique que nous appellerons RST afin d'éviter l'emploi des lettres a et b réservées à l'azimut et à la latitude céleste.



Nous conviendrons que le rayon de la sphère est égal à l'unité.
RST triangle sphérique
arc RS = $\widehat{ROS}$ = t
arc RT = $\widehat{ROT}$ = s
arc ST = $\widehat{SOT}$ = r

RS' tg en R à la sphère suivant l'arc RS
RT' tg en R à la sphère suivant l'arc RT
$S'\widehat{R}T'$ = angle $\widehat{R}$

Calcul de RS' : $\dfrac{RS'}{OR}$ = tg t dans le triangle S'RO → RS' = tg t

Calcul de RT' : dans le triangle RT'O → RT' = tg s

Dans le triangle RS'T' $\quad S'T'^2 = S'R'^2 + RT'^2 - 2RS'RT' \cos R$

$$S'T'^2 = tg^2 t + tg^2 s - 2tg\ t\ tg\ s \cos R$$

Dans le triangle OS'T' $\quad S'T'^2 = OS'^2 + OT'^2 - 2OS'OT' \cos r$

$$\text{or } \frac{OR}{OS'} = \cos t \qquad OS' = \frac{1}{\cos t}$$

$$\frac{OR}{OT'} = \cos s \qquad OT' = \frac{1}{\cos s}$$

$$S'T'^2 = \frac{1}{\cos^2 t} + \frac{1}{\cos^2 s} - \frac{2}{\cos t \cos s} \cos r$$

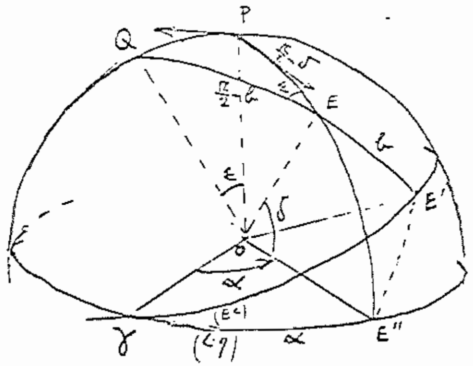
$$tg^2 t + tg^2 s - 2tg\ t\ tg\ s \cos R = \frac{1}{\cos^2 t} + \frac{1}{\cos^2 s} - \frac{2 \cos r}{\cos t \cos s}$$

$$\frac{2 \cos r}{\cos t \cos s} = \frac{1}{\cos^2 t} - tg^2 t + \frac{1}{\cos^2 s} - tg^2 s + 2tg\ t\ tg\ s \cos R$$

$$= 1 + 1 + 2tg\ t\ tg\ s \cos R$$

$$2\cos r = 2\cos t \cos s + 2\sin t \sin s \cos R$$

$$\cos r = \cos t \cos s + \sin t \sin s \cos R$$ *Formule de Gauss.*



Appliqué au triangle QPE en opérant les transformation suivantes :

$R \to P$ $\qquad r = \frac{\pi}{2} - b$ $\qquad$ complément de la latitude céleste

$S \to Q$ $\qquad s = \frac{\pi}{2} - \delta$ $\qquad$ complément de la déclinaison

$T \to E$ $\qquad t = \varepsilon$

l'angle $\hat{P}$ $\qquad = \frac{\pi}{2} - a$ car OY est l'axe du grand cercle qui passe
par P et Q
donc OY $\perp$ tg en P à arc PQ
$\perp$ tg en P à l'arc PE
cette dernière tg est // OE" .

La formule de Gauss devient :

$$\underline{\sin b = \cos\varepsilon \sin\delta - \sin\varepsilon \cos\delta \sin\alpha}$$ formule générale pour tout objet céleste.

Appliquée au soleil ou au cas d'un objet sur l'écliptique (planètes par exemple) la formule devient puisque $b = 0$

$$\cos\varepsilon \sin\delta = \sin\varepsilon \cos\delta \sin\alpha$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}\varepsilon \sin\alpha}$$

Intérêt de cette formule :

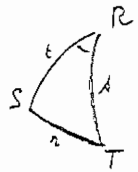
On peut mesurer facilement la déclinaison du soleil (voir paragraphe 5 construction d'un cadran solaire) donc on peut en tirer son ascension droite ce qui est une autre façon de déterminer la position du point γ.

Remarque.

Il existe également un système de coordonnées galactiques.

II.2.6. Autres formules de changement de coordonnées.

Elles dérivent toutes de la formule de Gauss démontrée plus avant que nous rappelons :



$$\boxed{\cos r = \cos s \cos t + \sin s \sin t \cos \hat{R}} \qquad (1)$$

par permutation circulaire nous avons :

$\cos s = \cos t \cos r + \sin t \sin r \cos \hat{S}$

Remplaçons dans cette relation cos r par sa valeur tirée de (1)

$\cos s = \cos^2 t \cos s + \sin t \cos t \sin s \cos R + \sin t \sin r \cos \hat{S}$

$\cos s(1 - \cos^2 t) = \sin t\,(\cos t \sin s \cos R + \sin r \cos S)$

$\cos s \sin^2 t \qquad = \sin t\,(\cos t \sin s \cos R + \sin r \cos S)$

divisons par sin t :

$\cos s \sin t = \cos t \sin s \cos R + \sin r \cos S$

ou :

$$\boxed{\sin r \cos S = \cos s \sin t - \cos t \sin s \cos R} \qquad (2)$$

de la formule (1) on tire :

$$\cos R = \frac{\cos r - \cos t \cos s}{\sin t \sin s}$$

$$1 - \cos^2 R = \frac{\cos^2 r + \cos^2 t \cos^2 s - 2\cos r \cos t \cos t}{\sin^2 t \sin^2 s}$$

$$= \frac{\sin^2 t \sin^2 s - \cos^2 r - \cos^2 t \cos^2 s + 2\cos r \cos t \cos t}{\sin^2 t \sin^2 s}$$

$$= \frac{(1-\cos^2 t)(1-\cos^2 s) - \cos^2 r - \cos^2 t \cos^2 s + 2\cos r \cos s \cos t}{\sin^2 t \sin^2 s}$$

$$\sin^2 R = \frac{1-\cos^2 t-\cos^2 s+\cos^2 t \cos^2 s-\cos^2 r-\cos^2 t \cos^2 s+2\cos r \cos s \cos t}{\sin^2 t \sin^2 s}$$

En divisant les deux membres par $\sin^2 r$

$$\frac{\sin^2 R}{\sin^2 r} = \frac{1-\cos^2 r-\cos^2 s-\cos^2 t+2\cos r \cos s \cos t}{\sin^2 r \sin^2 s \sin^2 t}$$

On voit que le second membre reste le même si on opère une permutation circulaire. Donc :

$$\frac{\sin^2 R}{\sin^2 r} = \frac{\sin^2 S}{\sin^2 s} = \frac{\sin^2 T}{\sin^2 t}$$

Dans le cas d'un triangle sphérique les angles ne sont pas orientés, les sinus sont donc positifs d'où :

$$\boxed{\frac{\sin R}{\sin r} = \frac{\sin S}{\sin s} = \frac{\sin T}{\sin t}} \qquad (3)$$

Application de ces formules à des changements de coordonnées :

- Nous avons vu page 133 l'application de la formule (1) au passage de coordonnées équatoriales à des coordonnées écliptiques.

Voici trois formules qui permettent de passer des coordonnées horizontales (h ou z et a) aux coordonnées horaires (δ et H) :

$$\boxed{\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos a} \qquad (4)$$

$$\boxed{\cos \delta \sin H = \sin z \sin a} \qquad (5)$$

$$\boxed{\cos \delta \cos H = \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin y \cos a} \qquad (6)$$

Ainsi que trois autres qui permettent de passer des coordonnées horaires aux coordonnées horizontales :

$$\boxed{\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H} \qquad (7)$$

$$\boxed{\sin z \sin a = \cos\delta \sin H} \qquad (8)$$

$$\boxed{\sin z \cos a = -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos H} \qquad (9)$$

Dans la pratique (observations, construction d'un cadran solaire) on utilise surtout les coordonnées horaires et les coordonnées équatoriales fournies par les éphémérides.

Il peut être utile d'en tirer les coordonnées locales. Nous allons établir chacune de ces formules :

Etablissement des formules 7, 8 et 9

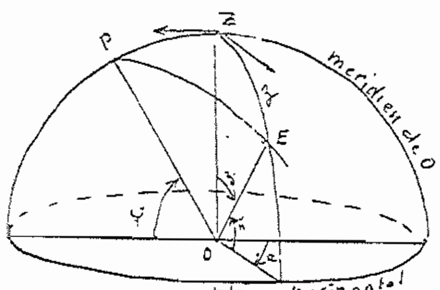


Figure I.

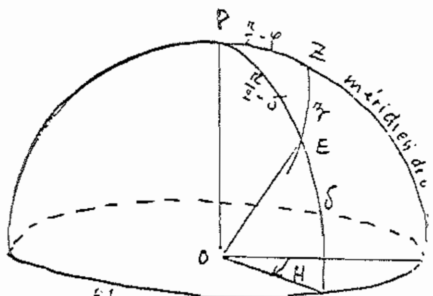
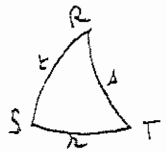


Figure II.

Le triangle sphérique considéré est le triangle P Z E (pôle céleste, zénith, objet E).



Cas général	Cas étudié		
R devient	P	r devient z	$\hat{P} = H$
S devient	Z	s devient $\frac{\pi}{2} - \delta$	$\hat{Z} = \pi - a$
T devient	E	t devient $\frac{\pi}{2} - \varphi$	

On voit d'autre part, que l'angle en P est angle dièdre H (fig.II) et que les tangentes en Z au méridien de O et au vertical de E (fig.1) forment le dièdre supplément du dièdre d'angle a (azimut).

La formule 3 qui peut s'écrire : $\sin R \sin s = \sin S \sin r$ devient :

$$\boxed{\sin H \cos \delta = \sin a \sin z} \qquad \textit{formule 8}$$

Quant à la formule 1 : $\cos r = \cos s \cos t + \sin s \sin t \cos R$ elle devient ici :

$$\boxed{\cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos H} \qquad \textit{formule 7}$$

qui devient elle-même, dans le cas particulier d'un point sur l'horizon ($h = 0$; $z = \frac{\pi}{2}$) lever ou coucher des astres

$$0 = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos H$$

$$\cos H = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta$$

La formule 9 va être déduite de la formule 2.

$$\sin r \cos S = \cos s \sin t - \cos t \sin s \cos R$$

appliquée au triangle sphérique P Z E

$$\sin z \cos Z = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \cos \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \sin \left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \cos H$$

or Z vaut $(\pi - a)$ fig.I donc $\cos Z = -\cos a$

$$-\sin z \cos a = \sin \delta \cos \varphi - \sin \varphi \cos \delta \cos H$$

$$\boxed{\sin z \cos a = -\cos \varphi \sin \delta + \sin \varphi \cos \delta \cos H} \qquad \textit{formule 9}$$

La formule 4 va être déduite de la formule 1

$$\cos r = \cos s \cos t + \sin s \sin t \cos R$$

Appliquée au triangle sphérique P Z E

$$R \rightarrow Z \qquad r \rightarrow \frac{\pi}{2} - \delta \qquad \hat{R} = \pi - a$$
$$S \rightarrow P \qquad s \rightarrow z \qquad \hat{S} \rightarrow \hat{H}$$
$$T \rightarrow E \qquad t \rightarrow \frac{\pi}{2} - \varphi$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \cos z \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + \sin z \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \cos(\pi - a)$$

$$\boxed{\sin \delta = \sin \varphi \cos z - \cos \varphi \sin z \cos a} \qquad (4)$$

dans la formule 2

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \cos H = \cos z \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \sin z \cos(\pi - a)$$

$$\boxed{\cos \delta \cos H = \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos a} \qquad (6)$$

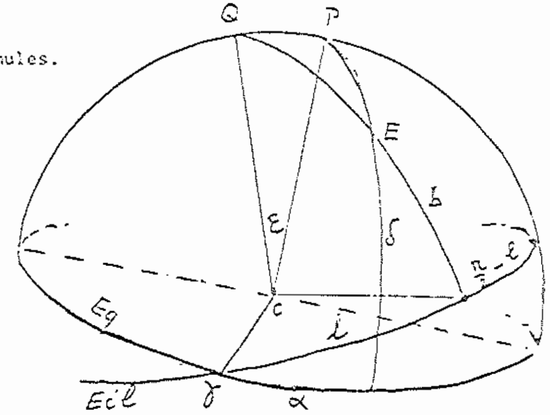
<u>Formules faisant intervenir les coordonnées écliptiques</u>

$$\boxed{\sin \delta = \cos \varepsilon \sin b + \sin \varepsilon . \cos b . \sin \ell} \qquad (10)$$

$$\boxed{\cos \delta . \sin \alpha = - \sin \varepsilon . \sin b + \cos \varepsilon . \cos b . \sin \ell} \qquad (11)$$

$$\boxed{\cos \delta . \cos \alpha = \cos b . \cos \ell} \qquad (12)$$

Etablissons ces formules.



Appliquons la formule de Gauss (voir pages 132 et ss) au triangle Q P E après avoir opéré la transformation suivante :

$$R \longrightarrow Q \qquad r = \frac{\pi}{2} - \delta$$
$$S \longrightarrow P \qquad s = \frac{\pi}{2} - b$$
$$T \longrightarrow E \qquad \hat{t} = \varepsilon$$
$$\hat{S} = \frac{\pi}{2} + \alpha \qquad \hat{R} = \frac{\pi}{2} - \ell$$

$$\boxed{\sin \delta = \cos \varepsilon \sin b + \sin \varepsilon \cos b \sin \ell} \qquad \text{Formule 10}$$

La formule 2 page 134 devient dans les mêmes conditions

$$\boxed{-\cos \delta \sin \alpha = \sin b \sin \varepsilon - \cos \varepsilon \cos b \sin \ell} \qquad \text{Formule 11}$$

La formule 3 page 135 devient dans les mêmes conditions et en se limitant aux deux premiers membres

$$\boxed{\frac{\cos \ell}{\cos \delta} = \frac{\cos \alpha}{\cos b}} \qquad \text{Formule 12}$$

II.3. Comment peut-on expliquer l'irrégularité du jour solaire vrai ?

Rappelons d'abord la définition du jour solaire vrai (p. 99). C'est la durée qui sépare deux passages consécutifs du centre du soleil au méridien du lieu.

Vouloir constater l'irrégularité du jour solaire vrai en utilisant un cadran solaire, même équatorial, est un bel exemple de cercle vicieux.

II.3.1. Mise en évidence.

Ces irrégularités ne peuvent être mises en évidence que par la comparaison des durées successives du jour solaire vrai avec celle, bien définie et rigoureusement constante, d'un étalon de durée.

Cet étalon existe : c'est le jour solaire moyen (et ses subdivisions qui sont l'heure, la minute et la seconde de temps moyen). Pour le définir implicitement, on peut imaginer un soleil fictif qui décrirait l'équateur (et non l'écliptique), d'un mouvement uniforme, à raison de 360° en 365,25 jours. et dont le passage au point γ coïnciderait avec celui du soleil vrai. En pratique, le temps moyen est indiqué par des "garde-temps" très fiables et très précis, horloges mécaniques et, plus récemment, horloges à quartz et horloges atomiques, ainsi que l'emploi d'instruments de mesure également très précis, donnant l'instant du passage du centre du soleil au méridien local.

Les Ephémérides préparées par le bureau des longitudes pour la S.A.F. (Société Astronomique de France) nous donnent, pour chaque jour de l'année l'instant du passage du centre du soleil au méridien de Paris, avec une précision du 1/10 de minute.

Voici un relevé de quelques valeurs pour l'année 1982 :

Dates	Heure du passage au méridien de Paris.	Durée du jour solaire vrai	Accroissement
1 janvier	11h54,2 m	24h 0,4 m	
2 janvier	11h54,6 m	24h 0,5 m	
3 janvier	11h55,1 m	24h 0,5m	
4 janvier	11h55,6 m		- 0,1 m
10 janvier	11h58,1 m	24h 0,4 m	depuis le 2 janvier
11 janvier	11h58,9 m	24h 0,4 m	
12 janvier	11h58,9 m		
30 janvier	12h04,0 m	24h 0,1 m	- 0,4 m
31 janvier	12h04,9 m		
7 février	12h04,9 m		
du 7 au 14			
du 15 au 25		24h 0 m	
26 février	12h03,5 m	23h 59,7 m	
7 mars	12h01,8 m		
du 7 au 31		23h 59,6 m	- 0,8 m
31 mars	11h54,9 m		
6 septembre	11h49,1 m	23h 59,6 m	
7 septembre	11h48,7 m		
29 octobre	11h34,4 m	24h	+ 0,4 m
30 octobre	11h34,4 m		
10 décembre	11h43,3 m	24h 0,5 m	+ 0,9 m
11 décembre	11h43,8 m		

Nous pouvons faire un certain nombre de constatations :

- Certains jours consécutifs sont égaux entre eux mais cette uniformité cesse très vite.
- La variation de durée entre deux jours consécutifs est toujours faible, de l'ordre de quelques secondes, une mesure de temps très précise est donc indispensable.
- Cette variation garde le même sens pendant des durées assez longues, de l'ordre de un à trois mois, si bien qu'elle finit par donner, entre le début et la fin de ces périodes des différences assez sensibles entre les durées du jour solaire vrai.
  -24 secondes entre le 2 et le 31 janvier ; -48 secondes entre le 2 janvier et le 31 mars ; + 24 secondes entre le 6 septembre et le 30 octobre ; + 54 secondes entre le 6 septembre et le 11 décembre.

. La durée du jour solaire vrai reste comprise entre les deux valeurs suivantes :

23h 59m 36s entre le 6 et le 26 septembre

24h 0m 30s entre le 7 et le 27 décembre

soit une variation maximale de 54 secondes.

. Le jour solaire vrai ne peut donc servir d'étalon de mesure de durée.

Remarques.

Si l'écart entre le jour solaire moyen et le jour solaire vrai reste relativement faible, de l'ordre de la demi minute, l'écart entre le "midi de la montre" et le midi solaire vrai va prendre, au fil de l'année, des valeurs considérables + 5 minutes à Paris le 7 février et - 26 minutes le 30 octobre.

L'importance de ces écarts résulte de l'effet cumulatif des faibles écarts quotidiens.

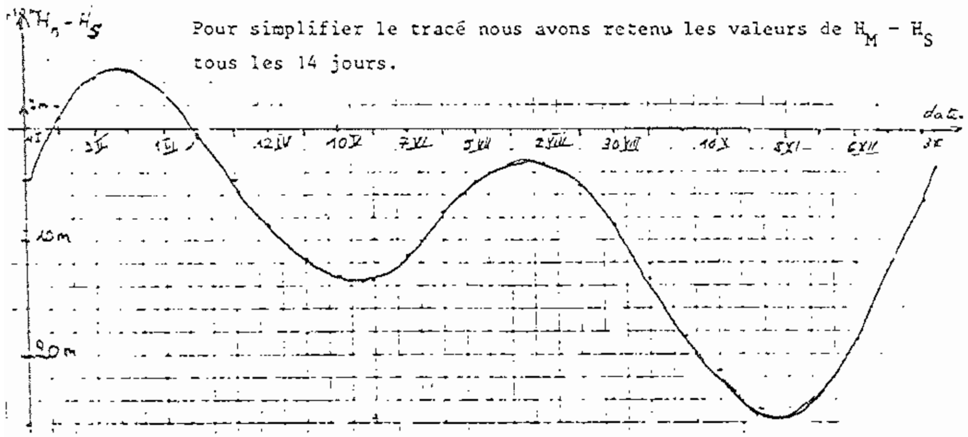
En effet, si T est la durée du jour solaire moyen, $T + \varepsilon_1$ $T + \varepsilon_2$ ... $T + \varepsilon_n$ celle des jours solaires vrais au 1er, 2ème ...... nième jour, l'écart au bout des n jours entre le midi de la montre et le midi solaire vrai vaudra

$$nT - (T + \varepsilon_1 + T + \varepsilon_2 + T + \varepsilon_n) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots \varepsilon_n$$

En utilisant les éphémérides, nous avons tracé le graphique représentant $H_M - H_S$. H_M étant l'heure de la montre, et H_S étant l'heure solaire vraie, toutes deux au même moment par exemple l'instant du passage du centre du soleil au méridien local.

Les éphémérides donnent H_M à Paris, quant à H_S c'est évidemment 12 h, ceci pour chaque jour de l'année.

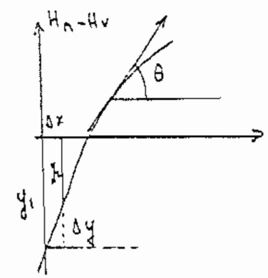
Pour simplifier le tracé nous avons retenu les valeurs de $H_M - H_S$ tous les 14 jours.



Remarque.

Le cadran solaire à table horizontale et à style vertical installé à Douai (dont le méridien est voisin de celui de Paris) nous a donné pour le 25 mai l'ombre minimale vers 13h 50, heure de la montre, soit 11h 50 pour H_M. Les éphémérides donnent 11h 47 (voir p. 120).

La courbe ci-dessus ne fait pas apparaître directement les irrégularités des jours solaires vrais. Cette irrégularité peut, par contre, être déduite de l'étude de la pente de cette courbe.



En effet $\Delta y = y_2 - y_1$

or $y_1 = H_{M_1} - H_{V_1}$

$y_2 = H_{M_2} - H_{V_1}$

$\Delta y = y_2 - y_1 = H_{M_2} - H_{M_1} - (H_{V_2} - H_{V_1})$

H_{M_1} et H_{M_2} sont les heures des passages du soleil au méridien local.

H_{V_1} et H_{V_2}, heures solaires vraies sont toutes deux égales à 12h (midi vrai) donc $H_{V_1} = H_{V_2}$.

Δy vaut donc H_{M_1} ; soit T_{V_1} durée du jour solaire vrai entre les deux dates t_1 et t_2. $\Delta x = T_M$ durée d'un jour solaire moyen = 1

$\frac{\Delta y}{\Delta x} \simeq \frac{dy}{dx} \simeq \frac{Tv}{}$ = pente de la tangente à la courbe.

Les variations de la pente de la courbe nous indiquent donc les variations de la durée du jour solaire vrai.

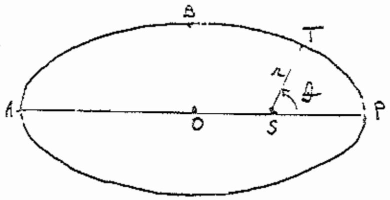
Nous voyons par exemple que cette durée diminue en janvier (tg θ) puis se stabilise vers le 10 février (tg θ = 0) etc...

II.3.2. L'irrégularité des jours solaires vrais ayant été constatée nous allons essayer d'en donner une explication, c'est-à-dire d'en rechercher les causes.

Première cause : la loi des aires.

Rappelons que la terre, comme toutes les planètes, décrit une ellipse dont le soleil occupe l'un des foyers (1ère loi de Képler).

L'orbite est définie par son demi grand axe OP = a
Son excentricité $\frac{OS}{OB} = \frac{c}{a} = e$
Dans le cas de l'orbite terrestre
e = 0,0167 (e = 0,5 sur la figure).

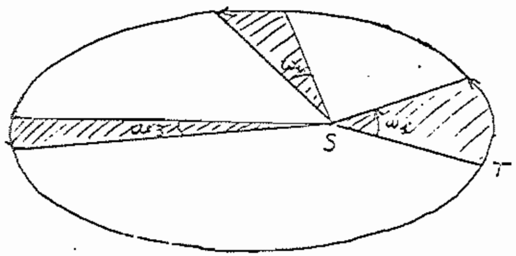


Le rayon vecteur ST = r présente un minimum SP = a − c et un maximum SA = a + c. P est le périhélie. A est l'aphélie.
L'angle PŜT = θ est l'anomalie vraie. La connaissance de θ et r en fonction du temps donne la position de la terre à chaque instant (voir calcul p. 146).

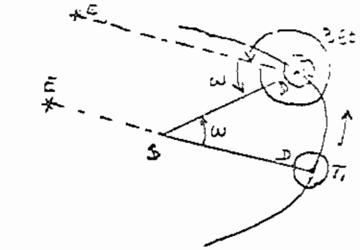
Comme tout objet soumis uniquement à une force centrale, la terre décrit son orbite (l'écliptique terrestre) de façon que l'aire s, balayée par le rayon vecteur ST croît proportionnellement au temps, ce qui revient à dire que le rayon ST balaye des aires égales pendant des durées égales. (2ème loi de Kepler).

La figure ci-dessous nous montre que l'égalité des aires n'implique pas l'égalité des arcs ni celle des angles décrits.

Le mouvement de révolution de la terre autour du soleil, encore appelé mouvement de translation n'est pas un mouvement uniforme, seule la vitesse aréolaire $\frac{ds}{dt}$ est constante.



Le mouvement de rotation de la terre autour de son axe (axe des pôles) peut être considéré comme uniforme : un méridien quelconque de la terre tourne d'angles égaux pendant des durées égales.



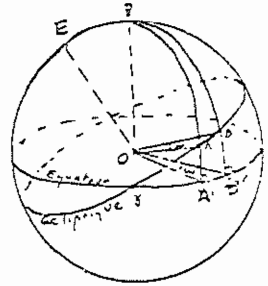
Lorsqu'il a tourné de 360°, il s'est écoulé un intervalle de temps appelé jour stellaire.
Le jour stellaire, durée qui sépare deux passages consécutifs de la même étoile au même méridien est une durée bien constante.
La figure ci-dessus montre que pendant un jour solaire vrai le plan méridien, D par exemple, a tourné d'un angle 360° + ω . Comme ω varie au cours de l'année, des angles tels que 360 + ω_1 ; 360 + ω_2 ; 360 + ω_3 sont inégaux. Comme le mouvement de rotation terrestre peut être considéré comme uniforme, les temps mis pour effectuer ces rotations d'inégales valeurs sont inégaux.

Deuxième cause : la réduction à l'équateur.

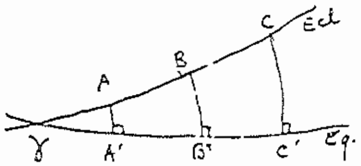
La terre passe au périhélie le 4 janvier et à l'aphélie le 4 juillet. Entre ces deux dates, la durée des jours solaires vrais devrait diminuer puisque la distance soleil-terre augmente, ce qui entraîne une diminution des angles ω balayés par le rayon vecteur ST. Or les jours solaires vrais augmentent à partir du 19 mai jusqu'au 26 juin.

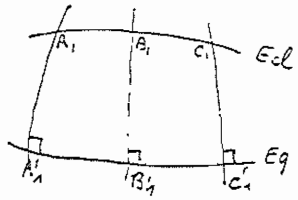
Pour quelle raison ?
Dans l'étude précédente nous avons considéré comme étant égaux l'angle $T_1\hat{S}\,T_2$ dont a tourné le rayon vecteur ST dans le plan de l'écliptique et l'angle E $\hat{T}_2$ S décrit par la terre autour de son axe pour que le méridien de D contienne d'abord E puis S. En réalité ces angles sont différents du fait de l'inclinaison non négligeable de l'axe des pôles sur le plan de l'écliptique.

D'un point de vue géocentrique cela signifie que $\widehat{AB}$ ou ω est un angle dièdre d'arête OE, (E pôle écliptique céleste) alors que $\widehat{A'B'}$ = ω' est un angle dièdre d'arête OP (P pôle nord céleste)



Comme l'écliptique céleste et l'équateur céleste sont tous deux des grands cercles pour comparer les angles au centre il suffit de comparer les arcs.





Considérons des arcs égaux $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{A_1B_1}$, $\widehat{B_1C_1}$ pris sur l'écliptique (Ecl) ainsi que les méridiens qui passent par leurs extrémités. Ces méridiens déterminent sur l'équateur (Eq) des arcs $\widehat{A'B'}$ $\widehat{B'C'}$ $\widehat{A'_1B'_1}$ $\widehat{B'_1C'_1}$, projections d'arcs d'écliptique sur l'équateur.

Si A, B, C sont voisins des points γ et γ' qui marquent les équinoxes $\widehat{A'B'} < \widehat{AB}$

Si A_1, B_1, C_1 sont voisins des positions du soleil aux solstices $\widehat{A'_1B'_1} > \widehat{A_1B_1}$ comme $\widehat{AB} = \widehat{A_1B_1}$ $\widehat{A'B'} < \widehat{A'_1B'_1}$.

Même si le soleil vrai décrivait l'écliptique d'un mouvement uniforme les jours solaires vrais seraient inégaux du fait de la réduction à l'équateur.

Même si le soleil décrivait l'équateur (axe des pôles perpendiculaire au plan de l'orbite terrestre), les jours solaires vrais seraient inégaux du fait de la loi des aires.

Ces causes étant dégagées, nous allons étudier le problème de manière plus approfondie et vérifier que les effets produits sont compatibles avec les données des éphémérides.

II.3.3. Irrégularités imputables à la loi des aires.

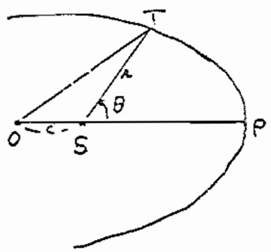
On sait que l'équation cartésienne d'une ellipse est

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

On peut également écrire :

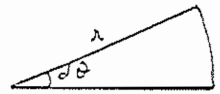
$$x = r\cos\theta + c$$
$$y = r\sin\theta$$

coordonnées polaires, origine au foyer



L'aire balayée par le rayon vecteur ST = r pendant un temps dt très petit au cours duquel l'anomalie vraie θ varie de dθ peut être assimilée à celle d'un secteur circulaire de rayon r et d'angle dθ.

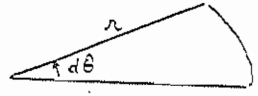
$$ds = \pi r^2 \frac{d\theta}{2\pi} = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$



si θ est en radians.

On sait que l'aire de l'ellipse vaut πab avec $b = a\sqrt{1 - e^2}$

$$s = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}$$



D'après la loi des aires, l'aire balayée vaut

$$ds = \pi ab \frac{dt}{T} = \pi a^2 \sqrt{1 - e^2}\,\frac{dt}{T} \qquad T \text{ période de révolution}$$

donc $\frac{1}{2} r^2\, d\theta = \frac{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{T}\, dt = K\, dt$ avec $K = \frac{\pi a^2 \sqrt{1 - e^2}}{T} = C^{te}$

r est variable, exprimons-le en fonction de θ

$$\left.\begin{array}{l} x = r\cos\theta + c \\ y = r\sin\theta \end{array}\right\} \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(c + r\cos\theta)^2}{a^2} + \frac{r^2\sin^2\theta}{b^2} = 1$$

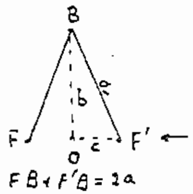
$$b^2(c + r\cos\theta)^2 + a^2r^2\sin^2\theta = a^2b^2$$

$$b^2c^2 + b^2r^2\cos\theta + 2b^2cr\cos\theta + a^2r^2\sin^2\theta = a^2b^2$$

pour que la formule ne contienne que cos θ éliminons sin θ

$$2b^2cr\cos\theta + b^2r^2\cos^2\theta + a^2r^2 - a^2r^2\cos^2\theta = b^2(a^2 - c^2)$$

$$2b^2cr\cos\theta + r^2\cos^2\theta\,(b^2 - a^2) + a^2r^2 = b^2(a^2 - c^2)$$



On sait que $b^2 - a^2 = -c^2$

$$2b^2cr\cos\theta - 2^2c^2\cos^2\theta + a^2r^2 = b^4$$

$$a^2r^2 = b^4 - 2b^2cr\cos\theta + r^2c^2\cos^2\theta$$

$$\left.\begin{array}{l} a^2r^2 = (b^2 - rc\cos\theta)^2 \\ ar = b^2 - rc\cos\theta \end{array}\right\}$$ La solution $-ar = b^2 - rc\cos\theta$ n'est pas retenue. Elle correspond à $r < 0$

$$r(a + c\cos\theta) = b^2$$

$$r = \frac{b^2}{a + c\cos\theta} = \frac{b^2/a}{1 + e\cos\theta} = \frac{a(b^2/a^2)}{1 + e\cos\theta} \quad \text{avec } \frac{c}{a} = e \quad a^2 = b^2 + c^2$$

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e\cos\theta}$$

$$\begin{cases} r^2 d\theta = 2K\,dt & (1) \qquad K = \dfrac{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{T} \\ r = \dfrac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta} & (2) \end{cases}$$

A partir de ces deux formules et en prenant $\begin{cases} T = 365{,}25 \text{ j} \\ dt = 1 \text{ jour} \\ a = 1 \end{cases}$ nous avons calculé les valeurs nécessaires de r et de θ pour chaque jour.

(1 unité astronomique)

En prenant pour origine des θ le point P (le périhélie) et pour origine des temps le 4 janvier (date du passage de la terre au périhélie) nous avons :

$\theta = 0 \rightarrow r_0 = 1 - e$ (formule (2)) $\rightarrow d\theta = \omega_0$ (formule (1)) (angle balayé du jour n° 0 au jour n° 1)

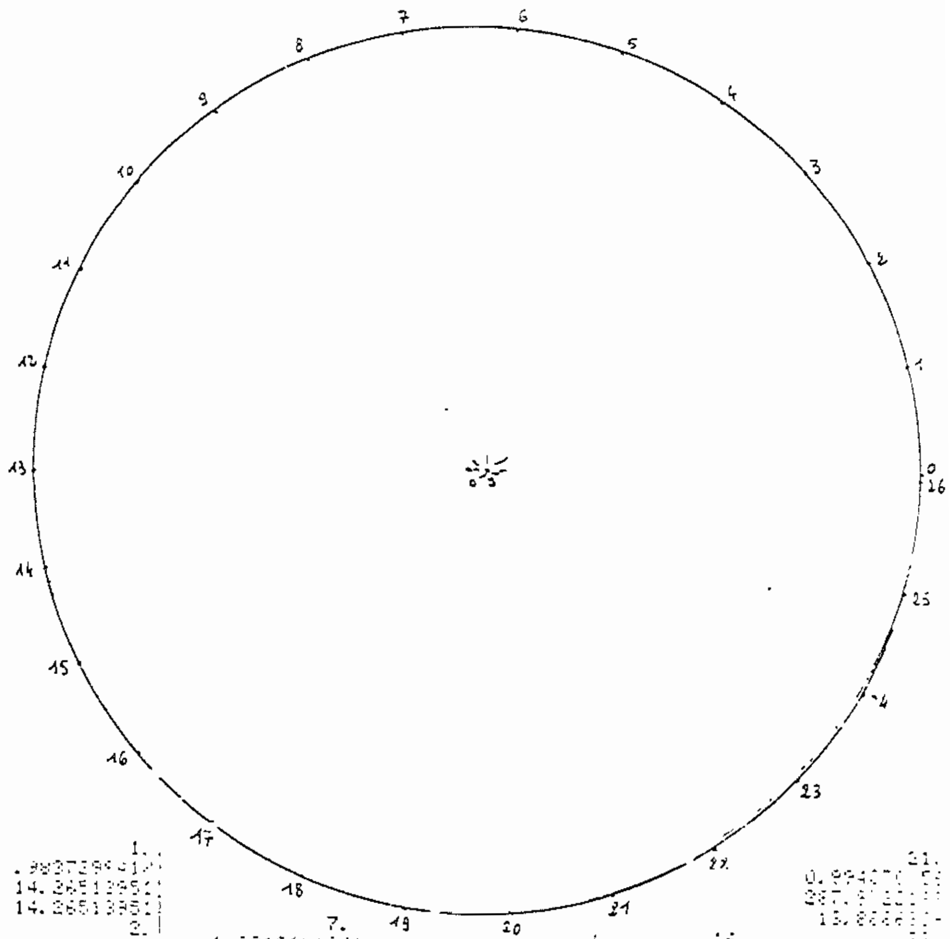
$\theta = \omega_0 \rightarrow r_1 \rightarrow d\theta = \omega_1$

$\theta = \omega_0 + \omega_1 \rightarrow r_2 \rightarrow d\theta = \omega_2$ etc...

C'est la calculatrice programmable qui a effectué ce travail. Nous lui avons fait sommer les   par tranches de 14 jours ce qui nous a donné 26 points (14 x 26 = 364).

La très faible excentricité de l'orbite terrestre (e = 0,0167) ne rend pas la loi des aires perceptible (voir p.148 et149 la courbe décrite, le tableau des résultats et le programme).

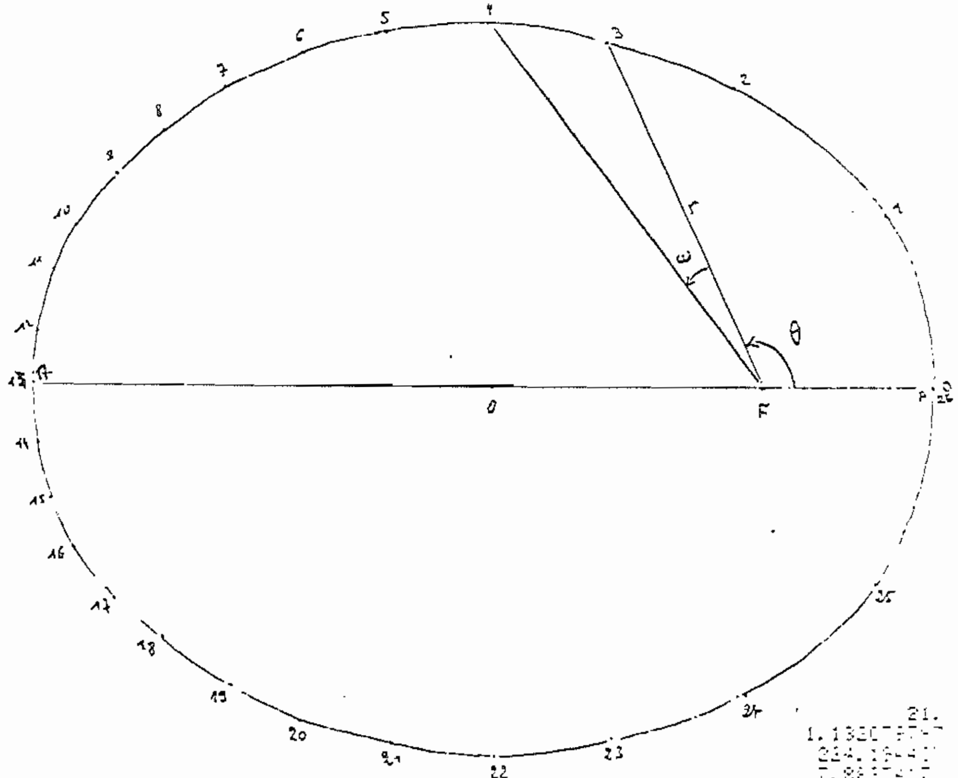
Nous avons donc tracé, par le même procédé, une autre courbe d'excentricité 0,6 toujours avec T = 364 j (voir p.150 la figure et les calculs).



	r	θ	ω
1.	[illegible]	14.26513951	14.26513951
2.	.9851366072	28.50870196	14.23758245
3.	.9874045832	42.68613358	14.18041162
4.	.9904213497	56.79257687	14.10644329
5.	.9939913037	70.80451504	14.01193867
6.	.9979984608	84.71061421	13.90609867
7.	1.001912134	98.5061468	13.79553259
8.	1.005800398	112.1929189	13.68677213
9.	1.009343853	125.7787961	13.58587722
10.	1.012346533	139.2769476	13.49815142
11.	1.014647131	152.7049088	13.42796[illegible]
12.	1.016121988	166.0828547	13.37663818
13.	1.016692545	179.4359842	13.3524372
14.	1.016330328	192.7865097	13.35053554
15.	1.015058889	206.1594929	13.37298323
16.	1.01293[illegible]	219.57[illegible]	13.41880425
17.	1.0100[illegible]514	233.0641948	13.4858976
18.	1.006649044	246.6[illegible]	13.5710[illegible]706
19.	1.00[illegible]316	260.3054844	13.67019751
20.	.998[illegible]054	274.0[illegible]14	13.77304206
21.	0.9940[illegible]	287.[illegible]	13.[illegible]
22.	.99[illegible]	301.9[illegible]	13.9[illegible]
23.	.9900[illegible]	31[illegible]	14.0[illegible]
24.	0.988[illegible]	330.[illegible]	14.17[illegible]
25.	.99[illegible]	344.[illegible]	14.2[illegible]
26.	[illegible]	[illegible]	14.[illegible]

0 e = 0,0167

```
000  42  STO
001  00   00
002  25  CLR
003  01   1
004  04   4
005  32  X:T
006  91  R/S
007  76  LBL
008  11   A
009  01   1
010  42  STO
011  02   02
012  76  LBL
013  12   B
014  43  RCL
015  00   00
016  39  COS
017  65   ×
018  93   .
019  00   0
020  01   1
021  06   6
022  07   7
023  85   +
024  01   1
025  95   =
026  35  1/X
027  65   ×
028  53   (
029  01   1
030  75   -
031  93   .
032  00   0
033  01   1
034  06   6
035  07   7
036  33  X²
037  54   )
038  95   =
039  42  STO
040  01   01
041  33  X²
042  35  1/X
043  65   ×
044  93   .
045  09   9
046  08   8
047  05   5
048  04   4
049  08   8
050  08   8
051  08   8
052  03   3
053  03   3
054  01   1
055  95   =
056  44  SUM
057  00   00
058  43  RCL
059  02   02
060  67  EQ
061  13   C
062  25  CLR
063  01   1
064  44  SUM
065  02   02
066  61  GTO
067  12   B
068  76  LBL
069  13   C
070  43  RCL
071  01   01
072  99  PRT
073  43  RCL
074  00   00
075  99  PRT
076  93   .
077  00   0
078  00   0
079  00   0
080  00   0
081  00   0
082  00   0
083  00   0
084  00   0
085  00   0
086  00   0
087  99  PRT
088  61  GTO
089  11   A
090  00   0
091  00   0
092  00   0
```

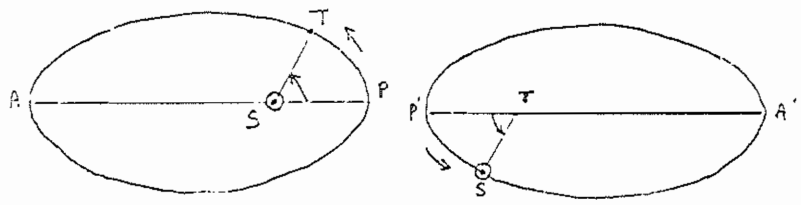



	r	θ	ω
1.	.4828971133	60.55765619	60.57785699
2.	.6605[illegible]3483	94.75[illegible]9718	34.22[illegible]096
3.	.8385187567	114.3716472	19.58474996
4.	.9966407212	127.4033553	13.03770853
5.	1.132921334	137.0575561	9.688340222
6.	1.248824751	144.0512151	7.753619072
7.	1.346056642	151.3504803	6.534365169
8.	1.426087627	157.1357418	5.735361449
9.	1.490081222	162.3129173	5.187175565
10.	1.538521736	167.1244954	4.811578118
11.	1.573255427	171.6854807	4.560985232
12.	1.593525084	176.0930776	4.407896934
13.	1.599994214	180.4304573	4.337079663
14.	1.592764045	184.7728614	4.341824105
15.	1.571775934	189.1946995	4.422418163
16.	1.536811656	193.7808856	4.58618606
17.	1.487492334	198.6299689	4.849101346
18.	1.420224657	203.8696253	5.239938391
19.	1.343298422	209.6762596	5.806674277
20.	1.246646201	216.3116652	6.635405647
21.	1.1320[illegible]	224.19[illegible]	7.8837[illegible]
22.	.99[illegible]	234.[illegible]	9.8979[illegible]
23.	.8445[illegible]	247.3149[illegible]	13.25[illegible]
24.	.6730[illegible]	2[illegible]	19.7[illegible]
25.	.5005[illegible]	300.[illegible]	33.7[illegible]
26.	.40[illegible]	3[illegible]	59.[illegible]

Notion de soleil écliptique moyen.

Quand la terre occupe la position T sur son orbite, le soleil semble se trouver dans la direction TS sur la sphère céleste (sens de T vers S).

En une année, il semble décrire dans le sens direct, un grand cercle de la sphère céleste, l'écliptique céleste. Pour retrouver les positions du soleil correspondant aux positions successives de la terre, il est commode de déduire de l'ellipse décrite par la terre (figure de gauche) une ellipse décrite par le soleil (figure de droite)

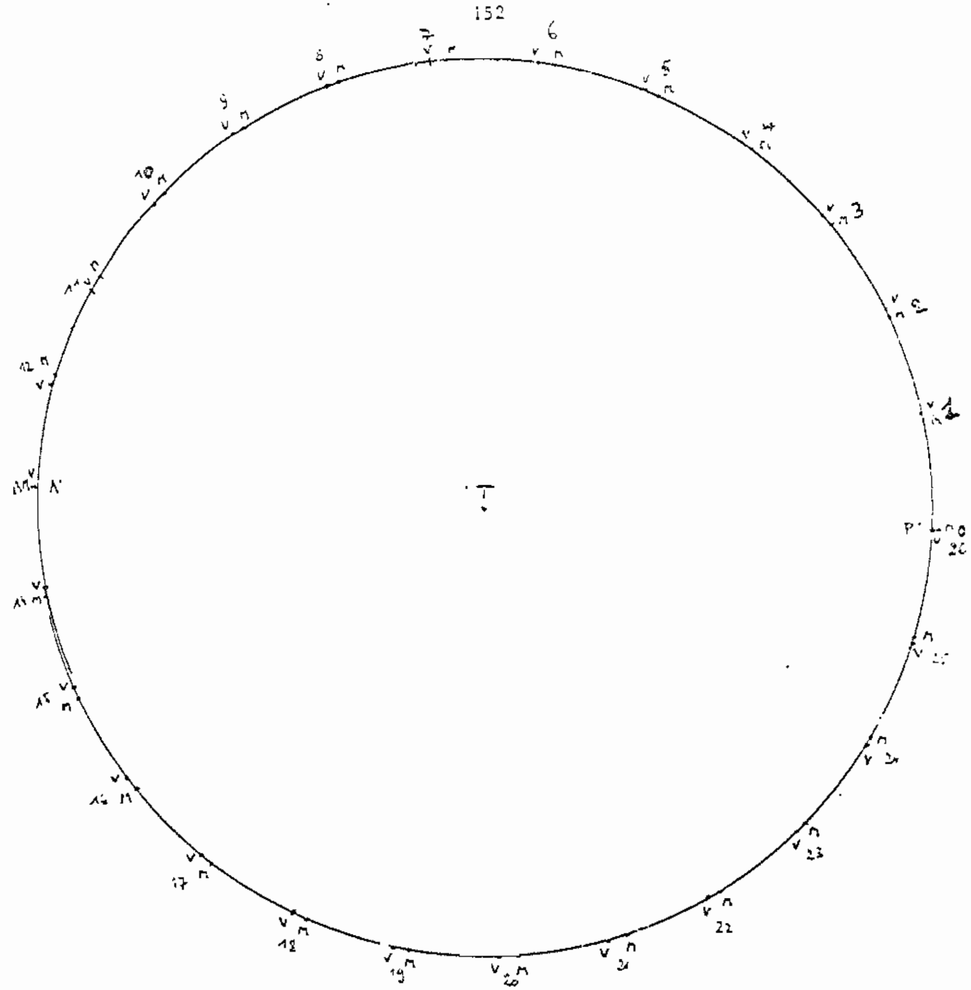


Avec ce point de vue géocentrique le soleil décrit l'écliptique céleste suivant la loi des aires en allant de P'(périgée) jusqu'en A' (apogée) puis en P' dans le sens direct.

Au passage au périgée, l'angle ω parcouru par le soleil pendant l'unité de temps est maximal (r minimal $r^2\ \omega$ = cte) puis cet angle diminue progressivement (r augmente) et ceci jusqu'à l'apogée (r maximal) il augmente ensuite progressivement jusqu'au retour du soleil au périgée.

On peut dire que, dans son mouvement apparent, le soleil ralentit du périgée à l'apogée et accélère de l'apogée au périgée.

Le soleil écliptique moyen est un soleil fictif dont le centre serait animé d'une vitesse angulaire uniforme, qui décrirait donc sur l'écliptique céleste des arcs égaux pendant des durées égales (puisque l'écliptique céleste est un grand cercle de la sphère des fixés). Nous l'avons représenté par M sur la figure suivante alors que V représente le soleil vrai.



Les positions du soleil vrai (V) ont été calculées par le procédé exposé page .

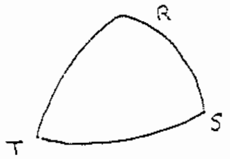
Le soleil écliptique moyen(M) parcourt 360° en un an soit, pendant chaque période de 14 jours, $\dfrac{360° \times 14}{365,25}$

Pendant la première moitié de l'année le soleil vrai est en avance sur le soleil moyen ; un avance qui augmente d'abord (période s à 6) car bien que ω_V diminue de 14,265° à 13,906° ω_V reste supérieur à ω_M qui vaut 13,798 degrés.

De la période 7 à 14 cette avance diminue car $\omega_V < \omega_M$. Pendant le second semestre le soleil vrai est constamment en retard, ce retard allant en augmentant (période 13-20) puis en diminuant (période 21-26).

II.3.4. Irrégularités imputables à la réduction à l'équateur.

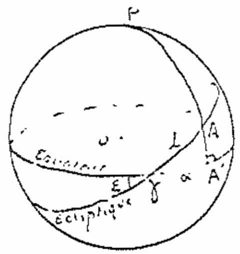
Rappelons les formules 2 et 1 relatives aux triangles sphériques (p 134)



$$\sin r \cos \hat{S} = \sin t \cos s - \cos t \sin s \cos \hat{R} \quad 2$$

$$\cos r = \cos t \cos s + \sin t \sin s \cos \hat{R} \quad 1$$

Appliquons cette formule au triangle sphérique formé par



γ le point vernal

A centre du soleil

A' sa projection sur l'équateur (p 145)

Effectuons la transformation

R	→	A' = $\frac{\pi}{2}$	r	→	ℓ
S	→	γ	s	→	δ
T	→	A	t	→	α

La formule 2 devient

$$\sin \ell \cos \varepsilon = \sin \alpha \cos \delta$$

La formule 1 devient

$$\cos \ell = \cos \alpha \cos \delta$$

d'où

$$\boxed{\operatorname{tg} \ell \cos \varepsilon = \operatorname{tg} \alpha}$$

Nous allons étudier comment α varie en fonction de ℓ

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} \frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{1}{\cos^2\ell} \cos \varepsilon$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha$$

$$(1 + \operatorname{tg}^2\alpha) \frac{d\alpha}{d\ell} = (1 + \operatorname{tg}^2\ell) \cos \varepsilon$$

avec $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \ell \cos \varepsilon$

$$\frac{1 + \cos^2\varepsilon \operatorname{tg}^2\ell}{1 + \operatorname{tg}^2\ell} \frac{d\alpha}{d\ell} = \cos \varepsilon$$

$$\frac{1 + (1 - \sin^2\varepsilon) \operatorname{tg}^2\ell}{1 + \operatorname{tg}^2\ell} \frac{d\alpha}{d\ell} = \cos \varepsilon$$

$$\frac{1 + \operatorname{tg}^2\ell - \sin^2\varepsilon \operatorname{tg}^2\ell}{1 + \operatorname{tg}^2\ell} \frac{d\alpha}{d\ell} = \cos \varepsilon$$

$$\left(1 - \frac{\sin^2\varepsilon \operatorname{tg}^2\ell}{1 + \operatorname{tg}^2\ell}\right) \frac{d\alpha}{d\ell} = \cos \varepsilon$$

$$(1 - \sin^2\varepsilon \sin^2\ell) \frac{d\alpha}{d\ell} = \cos \varepsilon$$

$$\boxed{\frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{\cos \varepsilon}{1 - \sin^2\varepsilon \sin^2\ell}}$$

Nous retrouvons les résultats de l'étude qualitative page 145

- au voisinage des équinoxes $\ell = 0$ ou $\ell = \pi$

  $\frac{d\alpha}{d\ell} = \cos \varepsilon$ $d\alpha < d\ell$

- au voisinage des solstices $\ell = \frac{\pi}{2}$ ou $\ell = \frac{3\pi}{2}$

  $\frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{\cos \varepsilon}{1 - \sin^2\varepsilon} = \frac{1}{\cos \varepsilon}$ $d\alpha > d\ell$

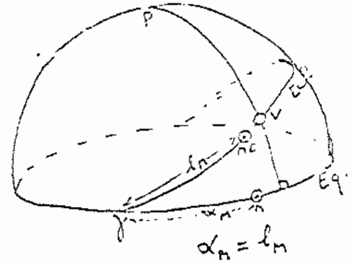
II.3.5. Equation du temps

On appelle équation du temps l'excès du temps solaire moyen sur le temps solaire vrai.

Nous avons abondamment parlé du temps solaire vrai dans le chapître consacré aux cadrans solaires. Le temps solaire vrai, en un lieu et à un instant donné, est l'angle horaire du soleil en ce lieu et à cet instant. Si on appelle H_V cet angle horaire et α_V l'ascension droite du soleil on a vu page que $H_V = T - \alpha_V$ avec $T = H_\gamma$.

On aurait de la même façon que pour le soleil vrai

$$H_M = T - \alpha_M$$



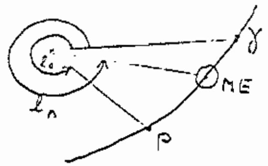
L'équation du temps s'écrit donc

$$E = H_M - H_V = \alpha_V - \alpha_M$$

Nous avons relevé dans les éphémérides chaque semaine à partir du 4 janvier les valeurs α_V . Nous avons calculé α_M aux mêmes dates en utilisant la formule

$$\alpha_M = \ell_M = \ell_0 + \frac{360}{365,25}\, t \quad \text{à } 360° \text{ près.}$$

ℓ_0 étant la longitude du périgée.



Formule justifiée par le fait que l'on choisi de faire coïncider le soleil moyen écliptique et le soleil vrai au périgée.

Nous en avons déduit $\alpha_V - \alpha_M$ voir tableau pages suivantes.
Nous observons que :

- dans le premier semestre E présente un maximum de l'ordre de 14 minutes vers le 8 février et un minimum de l'ordre de 4 minutes vers le 17 mai. E s'annule entre le 12 et le 19 avril et entre le 14 et le 21 juin.
- dans le second semestre E présente un maximum de l'ordre de 6 minutes vers le 26 juillet, un minimum de l'ordre - 16 minutes vers le 1er novembre. E s'annule entre les 30 août et 6 septembre et entre les 20 et 27 décembre.

α_V (en h.m.s)	α_M (en h.m.s)	$\alpha_V - \alpha_M$ (en m.s)
18.5959	1. 18.5514 (4 janvier)	4.45
19.3034	2 19.2249 (11 janvier)	7.45
20.0004	3. 19.5025 (18 janvier)	9.39
20.3012	4. 20.1801 (25 janvier)	12.11
20.5904	5. 20.4537 (1 février)	13.27
21.2717	6. 21.1313 (8 février)	14.04
21.5450	7. 21.4049 (15 février)	14.01
22.2149	8. 22.0825 (22 février)	13.24
22.4817	9. 22.3600 (1 mars)	12.17
23.1420	10. 23.0336 (8 mars)	10.44

23.4004	11. 23.3112 (15 mars)	8.52
0.0538	12. 23.5848 (22 mars)	6.50
0.3107	13. 0.2624 (29 mars)	4.43
0.5638	14. 0.5360 (5 avril)	2.38
1.2217	15. 1.2136 (12 avril)	0.41
1.4812	16. 1.4911 (19 avril)	- 0.59
2.1428	17. 2.1647 (27 avril)	- 2.19
2.4107	18. 2.4423 (3 mai)	- 3.16
3.0812	19. 3.1159 (10 mai)	- 3.47
3.3545	20. 3.3935 (17 mai)	- 3.50
4.0346	21. 4.0711 (24 mai)	- 3.25
4.3212	22. 4.3446 (31 mai)	- 2.34
5.0057	23. 5.0222 (7 juin)	- 1.25
5.2957	24. 5.2958 (14 juin)	- 0.01
5.5904	25. 5.5734 (21 juin)	1.30
6.2810	26. 6.2510 (28 juin)	3.00
6.5705	27. 6.5246 (5 juillet)	4.19
7.2544	28. 7.2022 (12 juillet)	5.22
7.5402	29. 7.4757 (19 juillet)	6.05
8.2153	30. 8.1533 (26 juillet)	6.20
8.4914	31. 8.4309 (2 août)	6.05
9.1606	32. 9.1045 (9 août)	5.21
9.4230	33. 9.3821 (16 août)	4.09
10.0828	34. 10.0557 (23 août)	2.31
10.3405	35. 10.3333 (30 août)	0.32
10.5925	36. 11.0108 (6 septembre)	- 1.43
11.2436	37. 11.2844 (13 septembre)	- 4.08
11.4943	38. 11.5620 (20 septembre)	- 6.37
12.1452	39. 12.2356 (27 septembre)	- 9.04
12.4012	40. 12.5132 (4 octobre)	- 11.20
13.0548	41. 13.1908 (11 octobre)	- 13.20
13.3149	42. 13.4644 (18 octobre)	- 14.55

13.5819	43. 14.1419 (25 octobre)	- 16.00
14.2524	44. 14.4155 (1 novembre)	- 16.31
14.5308	45. 15.0931 (8 novembre)	- 16.23
15.2134	46. 15.3707 (15 novembre)	- 15.33
15.5041	47. 16.0443 (22 novembre)	- 14.02
16.2026	48. 16.3219 (29 novembre)	- 11.53
16.5044	49. 16.5955 (6 décembre)	- 9.11
17.2128	50. 17.2730 (13 décembre)	- 6.02
17.5229	51. 17.5506 (20 décembre)	- 2.37
18.2333	52. 18.2242 (27 décembre)	- 0.51

Calcul de α_M

Mémoires

00	Compteur de semaines
01	ℓ_0 longitude du périgée
06	Relais

```
000  43 RCL
001  00  00
002  99 PRT
003  75  -
004  01  1
005  95  =
006  65  ×
007  07  7
008  85  +
009  03  3
010  06  6
011  00  0
012  55  ÷
013  03  3
014  06  6
015  05  5
016  93  .
017  02  2
018  05  5
019  95  =
020  85  +
021  43 RCL
022  01  01
023  95  =
024  42 STO
025  06  06
026  71 SBR
027  13  C
028  43 RCL
029  06  06
030  55  ÷
031  01  1
032  05  5
033  95  =
034  22 INV
035  88 DMS
036  58 FIX
037  04  04
038  99 PRT
039  22 INV
040  58 FIX
041  01  1
042  44 SUM
043  00  00
044  98 ADV
045  98 ADV
046  81 RST
047  76 LBL
048  13  C
049  32 X:T
050  03  3
051  06  6
052  00  0
053  77 GE
054  19  D'
055  43 RCL
056  06  06
057  75  -
058  03  3
059  06  6
060  00  0
061  95  =
062  42 STO
063  06  06
064  76 LBL
065  19  D'
066  25 CLR
067  32 X:T
068  92 RTN
```

Dans l'équation du temps interviennent deux composantes qui correspondent aux deux causes étudiées.

I.3.5.1. Première cause : loi des aires.

Nous avons démontré page 146 la formule :

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta} \quad \text{mais comme } e \simeq 0{,}016723$$

$$e^2 \simeq 2{,}8.10^{-4}$$

$$r \simeq \frac{a}{1+e\cos\theta} \simeq a(1-e\cos\theta)$$

$$r^2 \simeq a^2(1-2e\cos\theta)$$

d'après la loi des aires :

$$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi ab}{365{,}25} = \text{Cte avec } dt \text{ en jours}$$

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi ab}{365{,}25} \qquad b = a\sqrt{1-e^2}$$

$$(1-2e\cos\theta)\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{365{,}25}\,\frac{ab}{a^2} \simeq \frac{2\pi}{365{,}25} \text{ car } b \simeq a$$

$$\theta - 2e\sin\theta = \frac{2\pi}{365{,}25}t + \text{Cte} \qquad \text{Cte} = 0 \quad \begin{cases} t = 0 \\ \theta = 0 \end{cases}$$

$$\theta = \theta_M + 2e\sin\theta \qquad \text{avec } \theta_M = \frac{2\pi}{365{,}25}t$$

θ du soleil écliptique moyen.

$$\boxed{\begin{aligned} \theta_A &\simeq \theta_M + 2e\sin\theta_M \text{ (angles en radians)} \\ \theta_A &\simeq \theta_M + \frac{360e}{\pi}\sin\theta_M \text{ (angles en degrés)} \end{aligned}}$$

Nous avons calculé θ_V, θ_T et θ_A toutes les semaines à partir du 4 janvier à midi (date et heure du passage au périgée) :

θ_V anomalie vraie : les éphémérides fournissant α_V on en déduit à l'aide de la formule $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\ell \cos\varepsilon$ ℓ_V longitude du soleil vrai puis θ_V puisque $\theta_V = \ell_V - \ell_0$

θ_T anomalie théorique calculée selon la méthode décrite page 147 mais heure par heure au lieu de jour par jour (la calculatrice a fonctionné pendant 7 heures 15 pour fournir les 52 résultats).

θ_A anomalie approchée obtenue à l'aide de la formule établie ci-dessus.

Voir : pages 161 à 166 résultats, pages 167-169 programmes.
Le graphique page représente les écarts entre θ_T et θ_V $(\theta_T - \theta_V)$ en rouge et entre θ_A et θ_V $(\theta_A - \theta_V)$ en bleu.

- Les écarts entre θ_A et θ_T sont toujours inférieurs à 0,02 degré. La formule qui donne θ_A est donc une bonne approximation de la valeur théorique résultant de la loi des aires (le fait de prendre des intervalles de temps d'une heure au lieu d'un jour a amélioré la précision relative d'environ 1/4).

- L'écart entre θ_T et θ_V est toujours inférieur à 0,08 degré maximum atteint au voisinage de l'apogée.
  On peut penser que les valeurs fournies par les éphémérides tiennent compte d'autres phénomènes que la loi des aires (perturbations produites par d'autres planètes ?).

- L'écart entre θ_A et θ_V reste inférieur à 0,09 degré.

Remarques.

Les éphémérides fournissent un tableau des distances terre-soleil tous les huit jours à compter du 1er janvier.

Nous avons appelé θ_V' l'anomalie vraie déduite de ces valeurs de r reportées dans l'équation $r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\theta}$ avec a = 1 (les r étant donnés en unités astronomiques).

Le tableau qui suit permet la comparaison des θ_V et θ_V' à des dates pour lesquelles nous avons les valeurs de θ_V.
Comme on peut en juger, il n'y a pas coïncidence. Une explication pourrait être avancée : l'orbite terrestre n'est pas une ellipse parfaite : la force centrale exercée par le soleil n'est pas l'unique force agissant sur la terre. On peut penser que, même si le calcul de θ_V est plus détourné, le résultat obtenu est plus fiable.

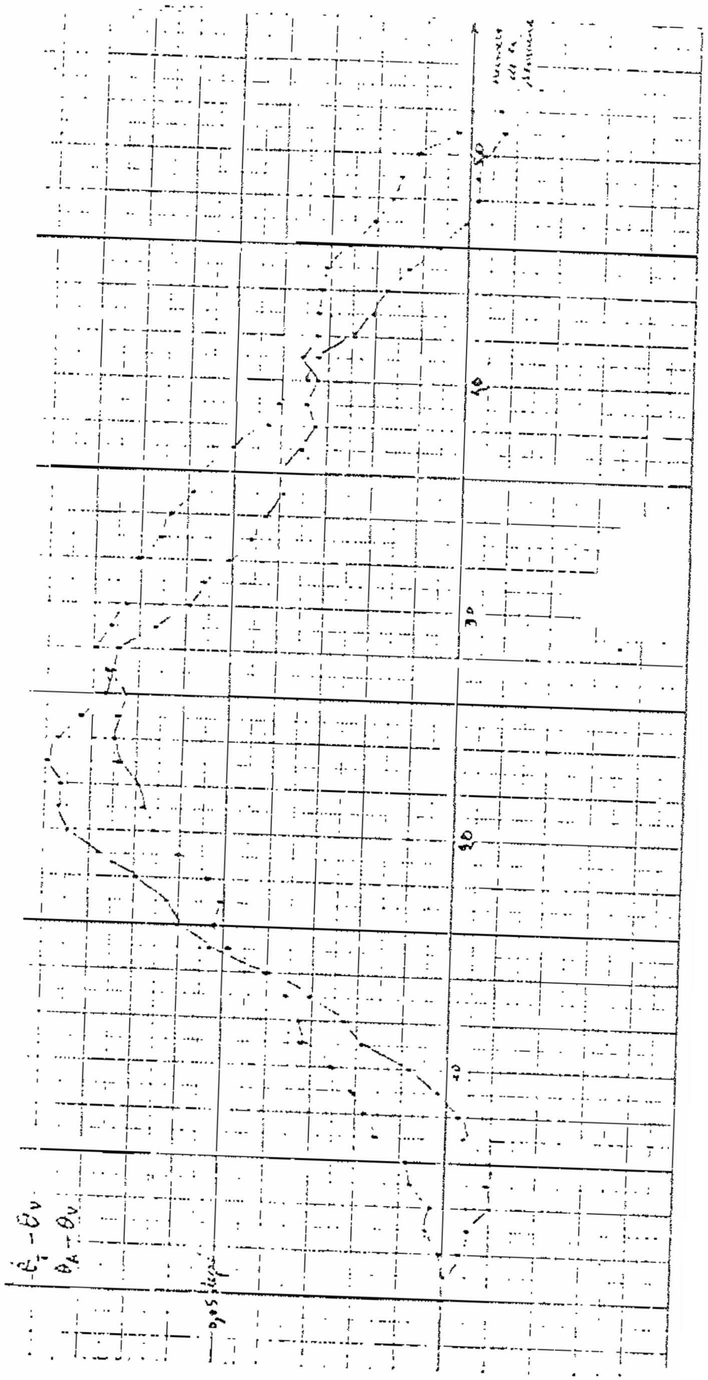
N° semaine	Distance Terre-Soleil en UA	θ_V En degré décimal	θ'_V En degré décimal
4	0.98453	21.3858	22.6874
12	0.99641	77.7284	78.5411
20	1.01128	132.4478	133.1203
28	1.01658	185.9995	187.3742
36	1.00800	239.7547	240.5821
44	0.99251	294.9289	295.7482
52	0.98341	351.5976	352.6474
	Source : éphémérides 82 page 163	Source : éphémérides 82 $\alpha_V \to \lambda_V \to \theta_V$	$\cos\theta'_V = \frac{1}{e}\left(\frac{1-e^2}{r} - 1\right)$

θ_V en degré décimal	θ_T en degré décimal	λ en degré décimal
1. 0.0000 4 janvier	1. 0.0000	1. 0.0001
2. 7.1333	2. 7.1345	2. 7.1296
3. 14.2612	3. 14.2650	3. 14.2591
4. 21.3853	4. 21.3891	4. 21.3795
5. 28.4944	5. 28.5021	5. 28.4857
6. 35.5906	6. 35.6011	6. 35.5833
7. 42.6676	7. 42.6867	7. 42.6655
8. 49.7288	8. 49.7486	8. 49.7264
9. 56.7665	9. 56.7877	9. 56.7684
10. 63.7784	10. 63.8043	10. 63.7879
11. 70.7639	11. 70.7965	11. 70.7828
12. 77.7284	12. 77.7615	12. 77.7517
13. 84.6631	13. 84.6990	13. 84.6906

θ_V en degré décimal	θ_T en degré décimal	θ_A en degré décimal
14. 91.5683	14. 91.6038	14. 91.6063
15. 98.4417	15. 98.4509	15. 98.4550
16. 105.2934	16. 105.3457	16. 105.3543
17. 112.1211	17. 112.1740	17. 112.1864
18. 118.9224	18. 118.9771	18. 118.9926
19. 125.6961	19. 125.7565	19. 125.7741
20. 132.4478	20. 132.5140	20. 132.5326
21. 139.1182	21. 139.2517	21. 139.2703
22. 145.9027	22. 145.9719	22. 145.9893
23. 152.6090	23. 152.6772	23. 152.6924
24. 159.2951	24. 159.3703	24. 159.3824
25. 165.9793	25. 166.0541	25. 166.0623
26. 172.6585	26. 172.7319	26. 172.7352

θ_V en degré décimal	θ_T en degré décimal	θ_A en degré décimal
27. 179.2281	27. 179.4055	27. 179.404
28. 185.9995	28. 186.0792	28. 186.0726
29. 192.6797	29. 192.7052	29. 193.7457
30. 99.3650	30. 199.4381	30. 199.4241
31. 206.0559	31. 206.1093	31. 206.1121
32. 212.7613	32. 212.8121	32. 212.8124
33. 219.4827	33. 219.5494	33. 219.5266
34. 226.2191	34. 226.2837	34. 226.2631
35. 232.9781	35. 233.0374	35. 233.0174
36. 239.7947	36. 239.8128	36. 239.7947
37. 246.5609	37. 246.6112	37. 246.5994
38. 253.3914	38. 253.4348	38. 253.4238
39. 260.2435	39. 260.2846	39. 260.3701

θ_V en degré décimal	θ_T en degré décimal	θ_A en degré décimal
40. 267.1271	40. 267.1616	40. 267.1559
41. 274.0039	41. 274.0683	41. 274.0878
42. 280.9742	42. 280.9988	42. 281.0068
43. 287.[illegible]	43. 287.9587	43. 287.9708
44. 294.9289	44. 294.9456	44. 294.9611
45. 301.9451	45. 301.9581	45. 301.9763
46. 308.9886	46. 308.9949	46. 309.0145
47. 316.0532	47. 316.0539	47. 316.0799
48. 323.1346	48. 323.1329	48. 323.1520
49. 330.2310	49. 330.2293	49. 330.2464
50. 337.3425	50. 337.3400	50. 337.3541
51. 344.4693	51. 344.4620	51. 344.4722
52. 351.5576	52. 351.5918	52. 351.5975



Calcul de θ_V

à partir de α_V donné par les éphémérides

$$\theta_V = l_L + (360° - P_0)$$

P_0 = longitude du périgée

$$tg\ a = \cos \varepsilon\ tg\ P_V$$

mémoires	
00	compteur de semaines
01	α_V
02	θ_V
03	$360° - \ell_0$

mémoires	
06	relais
07	relais

```
000  43 RCL
001  00  00
002  99 PRT
003  91 R/S
004  88 DMS
005  65  ×
006  01  1
007  05  5
008  95  =
009  42 STO
010  01  01
011  30 TAN
012  55  ÷
013  02  2
014  03  3
015  93  .
016  04  4
017  05  5
018  39 COS
019  95  =
020  22 INV
021  30 TAN
022  42 STO
023  06  06
024  43 RCL
025  01  01
026  42 STO
027  07  07
028  71 SBR
029  11  A
030  43 RCL
031  06  06
032  85  +
033  43 RCL
034  03  03
035  95  =
036  42 STO
037  06  06
038  71 SBR
039  12  B
040  43 RCL
041  06  06
042  42 STO
043  02  02
044  58 FIX
045  04  04
046  99 PRT
047  98 ADV
048  98 ADV
049  01  1
050  44 SUM
051  00  00
052  22 INV
053  58 FIX
054  81 RST
055  76 LBL
056  11  A
057  43 RCL
058  06  06
059  32 X:T
060  77  GE
061  16  A'
062  43 RCL
063  07  07
064  32 X:T
065  01  1
066  08  8
067  00  0
068  77  GE
069  17  B'
070  43 RCL
071  06  06
072  85  +
073  01  1
074  08  8
075  00  0
076  95  =
077  42 STO
078  06  06
079  76 LBL
080  17  B'
081  25 CLR
082  32 X:T
083  92 RTN
084  76 LBL
085  16  A'
086  43 RCL
087  07  07
088  32 X:T
089  01  1
090  08  8
091  00  0
092  77  GE
093  18  C'
094  43 RCL
095  06  06
096  85  +
097  03  3
098  06  6
099  00  0
100  95  =
101  42 STO
102  06  06
103  25 CLR
104  32 X:T
105  92 RTN
106  76 LBL
107  18  C'
108  43 RCL
109  06  06
110  85  +
111  01  1
112  08  8
113  00  0
114  95  =
115  42 STO
116  06  06
117  25 CLR
118  32 X:T
119  92 RTN
120  76 LBL
121  12  B
122  32 X:T
123  03  3
124  06  6
125  00  0
126  77  GE
127  19  D'
128  43 RCL
129  06  06
130  75  -
131  03  3
132  06  6
133  00  0
134  95  =
135  42 STO
136  06  06
137  76 LBL
138  19  D'
139  25 CLR
140  32 X:T
141  92 RTN
```


Calcul de θ_T à partir de la loi des aires.

$$r^2\omega = K \qquad r = \frac{1-e^2}{1+\cos\theta}$$

$$K = \frac{15\sqrt{1-e^2}}{365{,}25}$$

$\theta = 0$	$\rightarrow r_0$	$\rightarrow \omega_0$
$\theta = \omega_0$	$\rightarrow r_1$	$\rightarrow \omega_1$
$\theta = \omega_0 + \omega_1$	$\rightarrow r_2$	$\rightarrow \omega_2$
$\theta = \omega_0 + \omega_1 + \omega_2$	$\rightarrow r_3$	$\rightarrow \omega_3$

etc....

mémoires	
00	compteur de semaines
01	compteur d'heures
02	θ
03	r
05	$e = 0{,}016723$
06	$(1-e^2)$
07	$K = \frac{15\sqrt{1-e^2}}{365{,}25}$

```
000  43 RCL
001  00  00
002  99 PRT
003  01  1
004  42 STO
005  01  01
006  76 LBL
007  11  A
008  43 RCL
009  06  06
010  55  ÷
011  53  (
012  43 RCL
013  02  02
014  39 COS
015  65  ×
016  43 RCL
017  05  05
018  85  +
019  01  1
020  54  )
021  95  =
022  42 STO
023  03  03
024  43 RCL
025  07  07
026  55  ÷
027  43 RCL
028  03  03
029  33 X²
030  95  =
031  44 SUM
032  02  02
033  43 RCL
034  01  01
035  32 X:T
036  01  1
037  06  6
038  07  7
039  77  GE
040  12  B
041  25 CLR
042  32 X:T
043  43 RCL
044  02  02
045  58 FIX
046  04  04
047  99 PRT
048  22 INV
049  58 FIX
050  01  1
051  44 SUM
052  00  00
053  98 ADV
054  98 ADV
055  81 RST
056  76 LBL
057  12  B
058  01  1
059  44 SUM
060  01  01
061  25 CLR
062  32 X:T
063  61 GTO
064  11  A
```

Calcul de θ_A à partir de la formule

$$\theta_A = \theta_M + \frac{360\ e}{\pi} \sin \theta_M$$

mémoires

00	compteur de semaines
01	θ_M

```
000  43 RCL
001  00  00
002  99 PRT
003  75  -
004  01  1
005  95  =
006  65  ×
007  03  3
008  06  6
009  00  0
010  65  ×
011  07  7
012  55  ÷
013  03  3
014  06  6
015  05  5
016  93  .
017  02  2
018  05  5
019  95  =
020  42 STO
021  01  01
022  85  +
023  53  (
024  43 RCL
025  01  01
026  38 SIN
027  65  ×
028  93  .
029  00  0
030  01  1
031  06  6
032  07  7
033  02  2
034  03  3
035  65  ×
036  03  3
037  06  6
038  00  0
039  55  ÷
040  89  π
041  54  )
042  95  =
043  58 FIX
044  04  04
045  99 PRT
046  22 INV
047  58 FIX
048  98 ADV
049  98 ADV
050  01  1
051  44 SUM
052  00  00
053  81 RST
```


II.3.5.2. Deuxième cause : la réduction à l'équateur.

Nous avons vu page 154 que :

$$\frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{\cos \varepsilon}{1 - \sin^2\varepsilon \sin^2\ell}$$

en posant $r = \mathrm{tg}\,\frac{\varepsilon}{2}$
$$\begin{cases} \cos \varepsilon = \dfrac{1 - r^2}{1 + r^2} \\ \sin \varepsilon = \dfrac{2r}{1 + r^2} \end{cases}$$

$$\frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{\cos \varepsilon}{1 - \dfrac{\sin^2\varepsilon\,\mathrm{tg}^2\ell}{1+\mathrm{tg}^2\ell}} = \frac{\dfrac{1-r^2}{1+r^2}}{1-\left(\dfrac{2r}{1+r^2}\right)^2\sin^2\ell}$$

$$= \frac{(1-r^2)(1+r^2)}{(1+r^2)^2 - 4r^2\sin^2\ell} = \frac{1-r^4}{1+2r^2+r^4-4r^2\sin^2\ell}$$

$$= \frac{1-r^4}{1+2r^2(1-2\sin^2\ell)+r^4}$$

$\varepsilon = 23°27'$

$\frac{\varepsilon}{2} = 11°43'30''$

$r = 0{,}2022$

$r^4 = 0{,}00167$

En négligeant r^4

$$\frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{1}{1+2r^2(1-2\sin^2\ )}$$

$$= \frac{1}{1+2r^2\cos 2\ell} = 1-2r^2\cos 2\ell$$

$$\alpha = \ell - r^2\sin 2\ell$$

Aux mêmes dates que dans l'étude précédente nous avons comparé :

* α_V donné par les éphémérides
* et $\alpha_A = \ell_V - \frac{180}{M} tg^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\ell_V$ α_A valeur approchée

(Formule issue de la démonstration p. 170 où les angles ont été exprimés en degrés.)

$$\alpha_{A'} = \ell_V - \frac{180}{M} tg^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\ell_A$$

* avec $\ell_A = \ell_M + \frac{360\, e}{M} \sin (\ell_M - \ell_0)$

Autre valeur approchée

ℓ_A valeur approchée de ℓ_V qui résulte de la démonstration page 159.

$$\alpha_{A''} = \ell_V - \frac{180}{M} tg^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\ell_M$$

Troisième valeur approchée de α où on remplace ℓ_V par ℓ_M

Nous avons dressé un tableau de résultats et construit les courbes des écarts.

$\alpha_A - \alpha_V$

$\alpha_{A'} - \alpha_V$

$\alpha_{A''} - \alpha_V$ p. 177

Voir pages 172 - 173 résultats

174 - 176 programmes

α_V h.m.s.	α_A h.m.s.	$\alpha_{A'}$ h.m.s.	$\alpha_{A''}$ h.m.s.
18.5959	1. 18.5948	1. 18.5948	1. 18.5948
19.3034	2. 19.3021	2. 19.3021	2. 19.3017
20.0040	3. 20.0028	3. 20.0028	3. 20.0023
20.3012	4. 20.3004	4. 20.3004	4. 20.2959
20.5904	5. 20.5902	5. 20.5902	5. 20.5860
21.2717	6. 21.2721	6. 21.2721	6. 21.2724
21.5450	7. 21.5459	7. 21.5459	7. 21.5509
22.2149	8. 22.2201	8. 22.2201	8. 22.2218
22.4817	9. 22.4829	9. 22.4829	9. 22.4854
23.1420	10. 23.1429	10. 23.1429	10. 23.1501
23.4004	11. 23.4009	11. 23.4008	11. 23.4044
0.0538	12. 0.0537	12. 0.0536	12. 0.0615
0.3107	13. 0.3100	13. 0.3060	13. 0.3137
0.5638	14. 0.5627	14. 0.5626	14. 0.5701
1.2217	15. 1.2205	15. 1.2204	15. 1.2233
1.4812	16. 1.4801	16. 1.4760	16. 1.4821
2.1428	17. 2.1420	17. 2.1420	17. 2.1432
2.4107	18. 2.4105	18. 2.4105	18. 2.4108
3.0812	19. 3.0816	19. 3.0816	19. 3.0812
3.3545	20. 3.3554	20. 3.3555	20. 3.3544
4.0346	21. 4.0358	21. 4.0359	21. 4.0344

4.3212	22. 4.3225	22. 4.3226	22. 4.3209
5.0057	23. 5.0108	23. 5.0109	23. 5.0053
5.2957	24. 5.3003	24. 5.3005	24. 5.2951
5.5904	25. 5.5904	25. 5.5906	25. 5.5856
6.2810	26. 6.2805	26. 6.2806	26. 6.2801
6.5705	27. 6.5655	27. 6.5656	27. 6.5656
7.2544	28. 7.2531	28. 7.2532	28. 7.2536
7.5402	29. 7.5350	29 7.5350	29. 7.5356
8.2153	30. 8.2144	30. 8.2144	30. 8.2150
8.4914	31. 8.4910	31. 8.4910	31. 8.4913
9.1606	32. 9.1608	32. 9.1608	32. 9.1606
9.4230	33. 9.4237	33. 9.4237	33. 9.4229
10.0828	34. 10.0839	34. 10.0839	34. 10.0823
10.3405	35. 10.3418	35. 10.3417	35. 10.3354
10.5925	36. 10.5936	36. 10.5936	36. 10.5906
11.2436	37. 11.2444	37. 11.2443	37. 11.2408
11.4943	38. 11.4945	38. 11.4945	38. 11.4906
12.1452	39. 12.1449	39. 12.1448	39. 12.1409
12.4012	40. 12.4004	40. 12.4003	40. 12.3927
13.0548	41. 13.0536	41. 13.0536	41. 13.0504
13.3149	42. 13.3137	42. 13.3136	42. 13.3112
13.5819	43. 13.5809	43. 13.5808	43. 13.5753
14.2524	44. 14.2518	44. 14.2518	44. 14.2512
14.5308	45. 14.5308	45. 14.5308	45. 14.5310
15.2134	46. 15.2140	46. 15.2140	46. 15.2149
15.5041	47. 15.5052	47. 15.5052	47. 15.5106
16.2026	48. 16.2039	48. 16.2039	48. 16.2056
16.5044	49. 16.5056	49. 16.5056	49. 16.5112
17.2128	50. 17.2136	50. 17.2136	50. 17.2150
17.5229	51. 17.5231	51. 17.5231	51. 17.5241
18.2333	52. 18.2328	52. 18.2328	52. 18.2334

Calcul de α_A

à partir de la formule

$$\alpha_A = \ell_V - \frac{180}{M} tg^2 \frac{\varepsilon}{2} . \sin 2\ell_V$$

mémoires:

- 00 compteur de semaines
- 01 α_V
- 02 $tg^2 \frac{\varepsilon}{2}$
- 06, 07 relais

```
000  43 RCL
001  00  00
002  99 PRT
003  91 R/S
004  88 DMS
005  85  +
006  01  1
007  05  5
008  95  =
009  42 STO
010  01  01
011  30 TAN
012  55  ÷
013  02  2
014  03  3
015  93  .
016  04  4
017  05  5
018  39 COS
019  95  =
020  22 INV
021  30 TAN
022  42 STO
023  06  06
```

```
024  43 RCL
025  01  01
026  42 STO
027  07  07
028  71 SBR
029  11  A
030  43 RCL
031  06  06
032  75  -
033  01  1
034  08  8
035  00  0
036  55  ÷
037  43 RCL
038  02  02
039  65  ×
040  53  (
041  43 RCL
042  06  06
043  65  ×
044  02  2
045  54  )
046  38 SIN
047  55  ÷
048  89  π
049  95  =
050  91 R/S
051  55  ÷
052  01  1
053  05  5
054  95  =
055  22 INV
056  88 DMS
057  58 FIX
058  04  04
059  99 PRT
060  22 INV
061  58 FIX
062  01  1
063  44 SUM
064  00  00
065  98 ADV
066  98 ADV
067  81 RST
```

```
069  76 LBL
070  11  A
[illegible]
     92
```

Calcul de $\alpha_{A'}$

à partir de la formule

$$\alpha_{A'} = \ell_V - \frac{180}{\pi} tg^2 \varepsilon - \sin r \left[\ell_M + \frac{360e}{\pi} \sin(\ell_M - \ell_0)\right]$$

- 00 compteur de semaines
- 01 α_V
- 02 $tg^2 \frac{\varepsilon}{2}$
- 03 ℓ_M
- 04 ℓ_0
- 05 e
- 06 relais
- 07 relais

Calcul de $\alpha_{A''}$

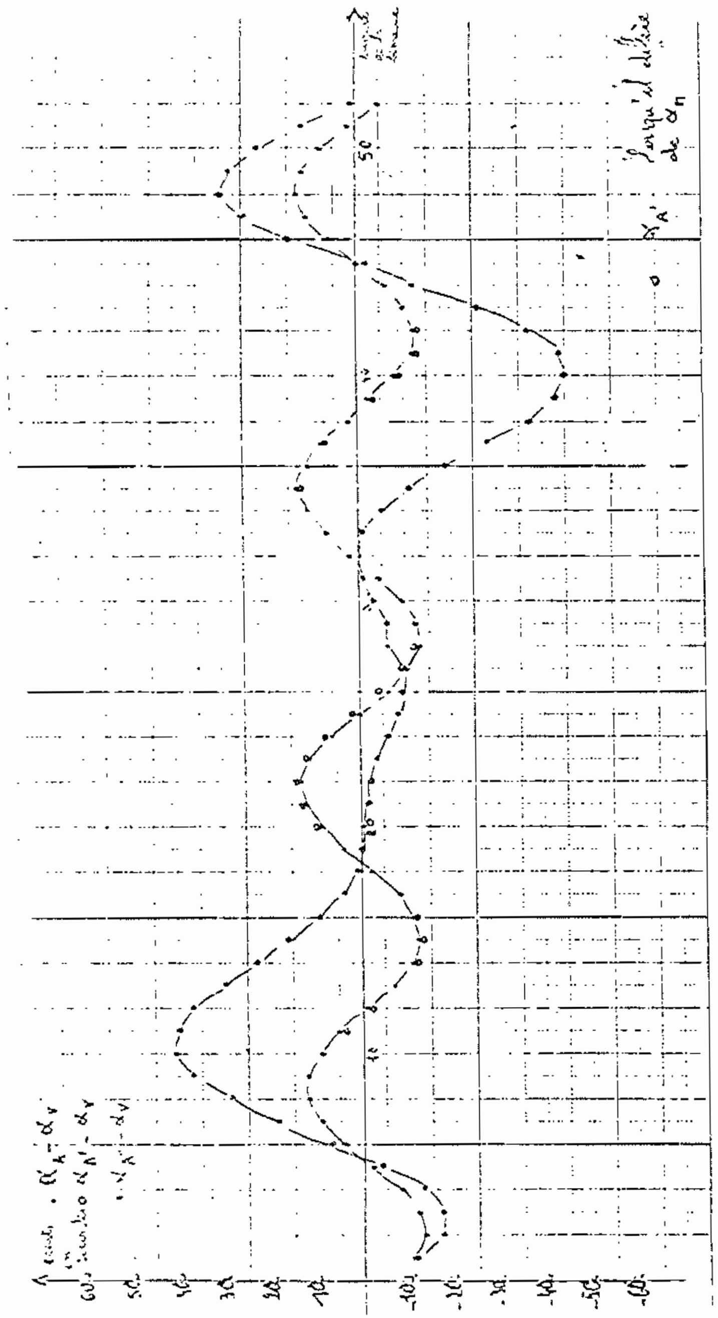
à partir de la formule

$$\alpha_{A''} = \ell_V - \frac{180}{\pi} tg^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\ell_M$$

mémoires

- 00 compteur de semaines
- 01 α_V
- 02 $tg^2 \frac{\varepsilon}{2}$
- 03 ℓ_M
- 04 ℓ_0 longitude du périgée
- 06 relais
- 07 relais

000	43	RCL
001	00	00
002	75	-
003	01	1
004	95	=
005	65	X
006	93	.
007	65	X
008	03	3
009	06	6
010	00	0
011	85	+
012	03	3
013	06	6
014	05	5
015	93	.
016	02	2
017	03	3
018	95	=
019	85	+
020	43	RCL
021	04	04
022	95	=
023	42	STO
024	03	03
025	43	RCL
026	00	00
027	99	PRT



Commentaires :

- On peut constater que α_A et $\alpha_A{}'$ sont toujours des valeurs très voisines (écart maximal 2 secondes).

- α_A et $\alpha_{A'}$ restent très voisins de α_V

$$\left| \alpha_V - \alpha_A \right| < 13 \text{ secondes}$$
$$\left| \alpha_V - \alpha_{A'} \right| < 14 \text{ secondes}$$

- tandis que $\alpha_{A''}$ s'éloigne davantage de α_V

$$\left| \alpha_V - \alpha_{A''} \right| < 45 \text{ secondes}$$
$$\left| \alpha_{A''} - \alpha_A \right| < 38 \text{ secondes}$$

- Les écarts importants entre α'' et α_V nous ont conduits à retenir pour le calcul de l'équation du temps la valeur de $\alpha_{A'}$ plutôt que la valeur de $\alpha_{A''}$ comme il est fait dans le Bordas encyclopédie (523.2.Bb).

On obtient ainsi :

$$E = \alpha_V - \alpha_M = \ell_V - \ell_M - \frac{180}{M} \operatorname{tg}^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\ell_A$$

avec $\alpha_M = \ell_M$

$\ell_V - \ell_M = C$ est l'équation du centre

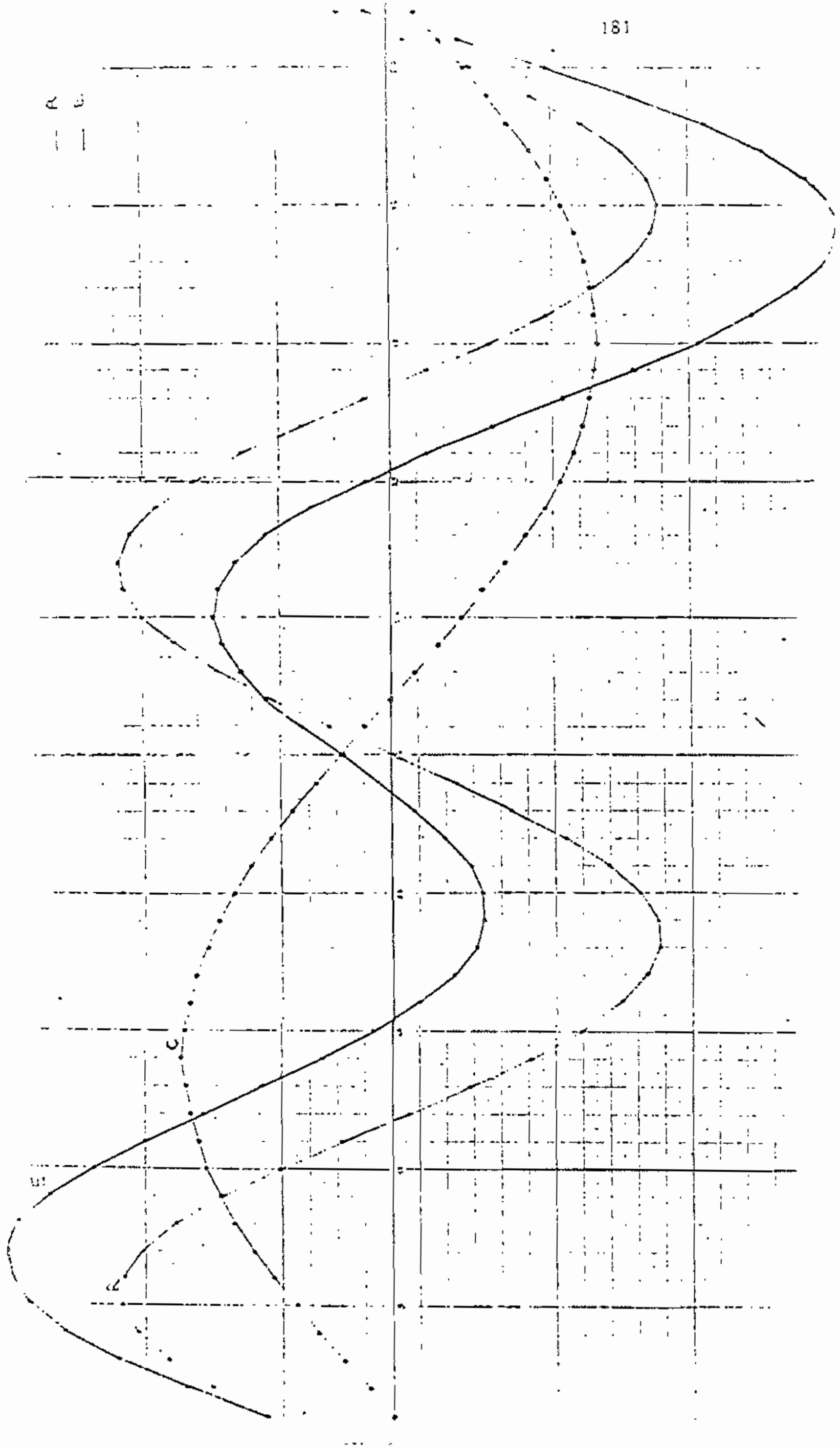
$-\frac{180}{M} \operatorname{tg}^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2[\ell_M - \frac{360e}{M} \sin (\ell_M - \ell_0)] = R$(réduction à l'équateur).

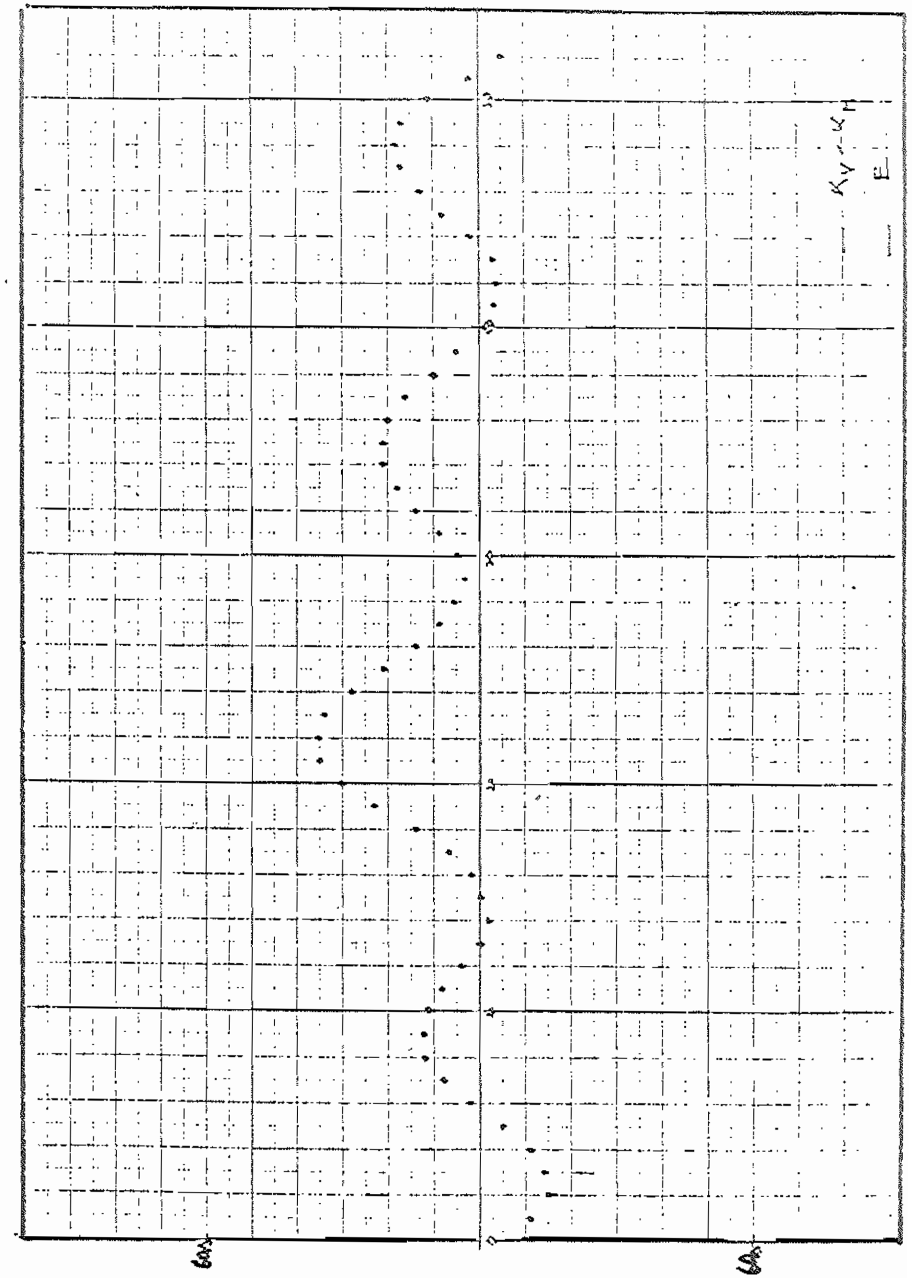
- Nous avons calculé C R et E avec ces formules toujours aux mêmes dates.

Nous avons aussi représenté les écarts entre les valeurs de $\alpha_V - \alpha_M$ et de E. On observe que l'écart maximal est de 35 secondes la 22ème semaine. On peut s'interroger sur la ou les causes de ces écarts. p. 179 183

Numéro de la Semaine	Equation du centre C (m s)	Réduction à l'équateur R (m s)	Equation du temps E = C + R (m s)
1	0.00	4.34	4.34
2	0.55	6.35	7.30
3	1.49	8.11	10.01
4	2.42	9.18	12.00
5	3.33	9.49	13.22
6	4.20	9.45	14.06
7	5.04	9.05	14.09
8	5.43	7.52	13.36
9	6.17	6.11	12.29
10	6.46	4.08	10.55
11	7.09	1.51	9.00
12	7.26	−0.32	6.54
13	7.36	−2.53	4.43
14	7.40	−5.03	2.36
15	7.37	−6.56	0.41
16	7.27	−8.24	−0.57
17	7.11	−9.23	−2.12
18	6.48	−9.50	−3.02
19	6.20	−9.44	−3.24
20	5.46	−9.06	−3.20
21	5.07	−7.58	−2.50
22	4.24	−6.24	−1.59
23	3.37	−4.29	−0.51
24	2.47	−2.19	0.27
25	1.54	−0.02	1.51
26	1.00	2.14	3.14

Numéro de la Semaine	Equation du centre C (m s)	Réduction à l'équateur R (m s)	Equation du temps E = C + R (m s)
27	0.05	4.23	4.3[illegible]
28	−0.50	6.19	5.[illegible]
29	−1.45	7.53	6.08
30	−2.38	9.03	6.25
31	−3.28	9.43	6.14
32	−4.16	9.51	5.35
33	−5.00	9.27	4.27
34	−5.40	8.32	2.52
35	−6.14	7.05	0.53
36	−6.44	5.21	1.23
37	−7.07	3.14	3.52
38	−7.24	0.57	−6.27
39	−7.35	−1.24	−8.59
40	−7.40	−3.41	−11.21
41	−7.37	−5.46	−13.23
42	−7.28	−7.31	14.59
43	−7.12	−8.50	−16.03
44	−6.51	−9.38	−16.29
45	−6.23	−9.52	16.15
46	−5.50	−9.30	15.20
47	−5.11	−8.34	13.45
48	−4.28	−7.06	11.35
49	−3.41	−5.13	−3.54
50	−2.51	−2.60	−5.51
51	−1.59	−0.33	−2.35
52	−1.05	1.51	−0.46





Calcul de C, R, E

00 compteur de semaines

01 ℓ_M

02 relais

03 $tg^2 \frac{\varepsilon}{2}$

04 ℓ_0

05 α

```
000  43 RCL
001  00  00
002  99 PRT
003  98 ADV
004  98 ADV
005  75  -
006  01  1
007  95  =
008  65  ×
009  07  7
010  65  ×
011  03  3
012  06  6
013  00  0
014  55  ÷
015  03  3
016  06  6
017  05  5
018  93  .
019  02  2
020  05  5
021  95  =
022  42 STO
023  01  01
024  38 SIN
025  65  ×
026  43 RCL
027  05  05
028  65  ×
029  03  3
030  06  6
031  00  0
032  55  ÷
033  89  π
034  95  =
035  42 STO
036  02  02
037  71 SBR
038  11  A
039  43 RCL
040  02  02
041  85  +
042  43 RCL
043  01  01
044  85  +
045  43 RCL
046  04  04
047  95  =
048  65  ×
049  02  2
050  95  =
051  38 SIN
052  65  ×
053  43 RCL
054  03  03
055  55  ÷
056  01  1
057  08  8
058  00  0
059  75  -
060  89  π
061  95  =
062  44 SUM
063  02  02
064  71 SBR
065  11  A
066  43 RCL
067  02  02
068  71 SBR
069  11  A
070  01  1
071  44 SUM
072  00  00
073  81 RST
074  76 LBL
075  11  A
076  65  ×
077  04  4
078  95  =
079  22 INV
080  88 DMS
081  58 FIX
082  02  02
083  99 PRT
084  22 INV
085  58 FIX
086  98 ADV
087  98 ADV
088  92 RTN
```


La courbe précédente page 181 donne les valeurs de $E = \alpha_V - \alpha_M$. Elle représente également les variations de $H_M - H_V$ c'est à dire l'excès de l'angle horaire du soleil moyen sur l'angle horaire du soleil vrai.
En effet, à un instant quelconque on peut écrire :

$$T = H_\gamma = \alpha_A + H_A \text{ (page 129)}$$

temps sidéral.

A étant un objet céleste quelconque, on peut donc prendre comme objet A soit le soleil vrai, soit le soleil moyen donc

$$H_\gamma = \alpha_M + H_M = \alpha_V + H_V$$

$$\alpha_V - \alpha_M = H_M - H_V = E$$

L'équation du temps est donc encore l'excès de l'angle horaire du soleil moyen sur l'angle horaire du soleil vrai.
Comme au cours d'une journée la valeur de $\alpha_V - \alpha_M$ ne varie pratiquement pas, il en est de même pour $H_M - H_V$ et nous pouvons choisir n'importe quel instant, par exemple celui ou le soleil vrai passe au méridien alors $H_V = 0h$, $H_M = E$ ou celui ou le soleil moyen passe au méridien alors $H_M = 0h$

$H_V = -E$

On appelle temps solaire vrai T_V l'angle horaire exprimé en heures,minutes,secondes) du soleil vrai (voir page 99) et temps solaire moyen T_M l'angle horaire du soleil moyen. Donc, on peut écrire $E = T_M - T_V$ $T_M = T_V + E$. Le temps solaire moyen est donc égal au temps solaire vrai corrigé de l'équation du temps.

Si $E = 0$ le soleil vrai passe au méridien en même temps que le soleil moyen, ceci a lieu (voir courbe page 181) entre les
15è et la 16è semaine vers le 15 avril
23è et la 24è semaine vers le 14 juin
35è et la 36è semaine vers le 1er septembre
51è et la 52è semaine vers le 24 décembre

Si $E > 0$ $H_M > H_V$ Le soleil vrai passe au méridien après le soleil moyen (du 21.XII au 16.IV du 15.VI au 31.VIII)

Si $E < 0$ $\quad H_M < H_V$ Le soleil vrai passe au méridien avant le soleil moyen.

E est maximal	le 11 février	$E = + 14$ minutes
E est minimal	le 2 novembre	$E = - 16$ minutes.

Le <u>temps civil</u> T_C est égal au temps solaire moyen augmenté de 12 heures (ceci afin que le changement de date, de 24 heures à 0h, se fasse la nuit)

$$T_C = T_M + 12\ h$$

Le temps civil est local, il dépend de la longitude (deux lieux géographiques de longitudes différentes, n'ont pas la même valeur de T_M au même instant, idem pour T_C).

Le <u>temps universel</u> TU ou UT

C'est le temps civil de Greenwich. La nécessité d'un temps universel est évidente.

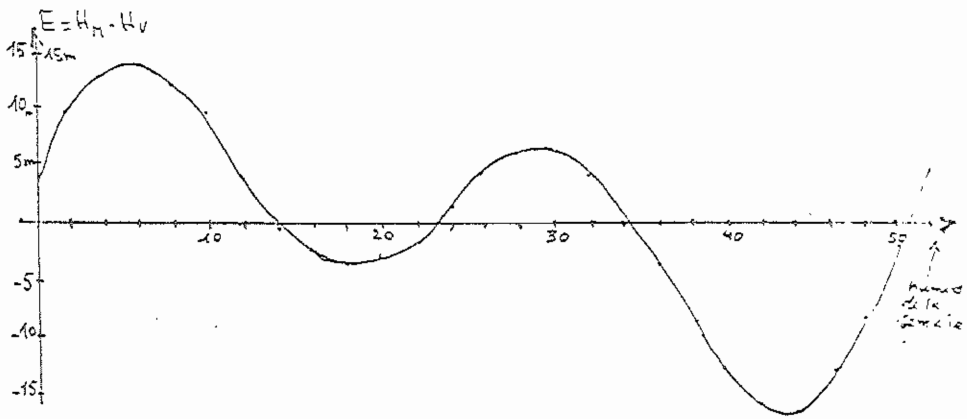
<u>L'heure légale.</u> H_L

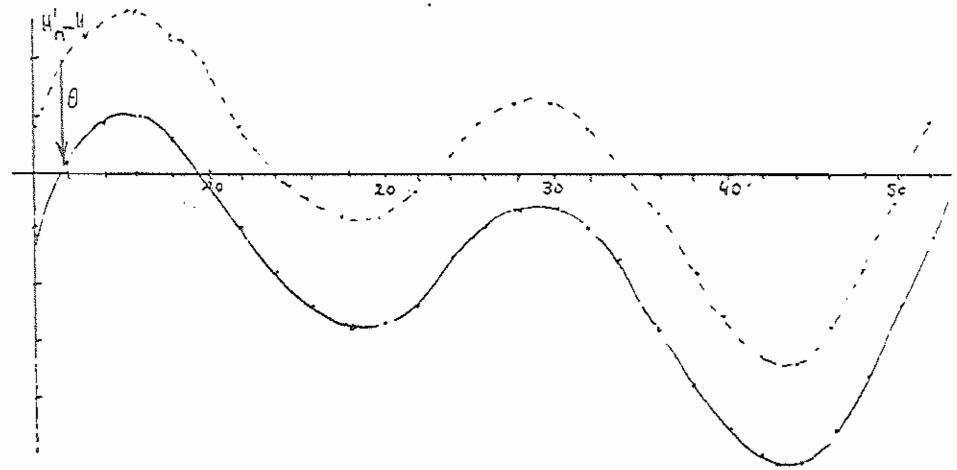
$H_L = TU + n$ $\qquad$ n est un nombre entier d'heures lié au fuseau horaire du lieu.

en France :

$$H_L = TU + 2\ h \text{ l'été}$$
$$\qquad + 1\ h \text{ l'hiver.}$$

Si nous comparons la courbe de l'équation du temps page 181 à la courbe tracée page 141 à partir des données des éphémérides (heure TU du passage du soleil vrai au méridien de Paris, après les avoir tracées avec les mêmes vecteurs unitaires, nous voyons que nous pouvons les superposer (à quelques points près) après avoir fait effectuer à la première courbe une translation d'environ −9 minutes suivant l'axe portant E.





La première courbe représente l'écart $H_M - H_V$ à tout instant (compte tenu de l'approximation indiquée page 184) et elle est valable en tout lieu de la terre pour la même raison.

Choisissons comme lieu, Greenwich et comme instant, celui du passage du soleil vrai au méridien de ce lieu.

$H_V = 12h$

H_M = heure TU de ce passage (heure locale pour Greenwich

Si nous prenons maintenant comme lieu Paris et comme instant celui du passage du soleil vrai au méridien de Paris

$H_M = H_V$ avec également H_V = 12h
mais H_M est l'heure moyenne locale de Paris.

Si H'_M représente l'heure TU de ce passage, elle sera inférieure à H_M de la durée , temps que met le soleil pour "aller" du méridien de Paris au méridien de Greenwich ou temps que met la terre pour tourner d'un angle L différence des longitudes de Paris et de Greenwich

Or L_{Paris} = + 2°20'14" (Est $L_{Greenwich}$ = 0(zéro) par convention.

$$= \frac{24h}{360} \times L = \frac{60m \times 24}{360} \times 2,3372 = 9,3488 \text{ m}$$
$$\simeq 9m\ 20s.$$

$H'_M = H_M$ − 9m 20s. (Le temps universel est en retard sur le temps local de Paris).

Exemple : Le 25 mai à Paris le soleil vrai est passé au méridien environ 3 minutes avant le soleil moyen (voir équation du temps semaine n°21) soit à 11h 57m heure locale, soit à 11h 48m heure TU ; (les éphémérides donnent 11h 47,5m. TU) soit 13h 48m heure légale.

Un cadran solaire indique l'heure solaire vraie locale. Comment en déduire l'heure légale ?

Trois corrections sont nécessaires :

- ajouter au temps solaire vrai l'équation du temps afin d'obtenir le temps solaire moyen local

$T_M = T_V + E$ (E ne dépend que de la date)

- ajouter au temps solaire moyen local une correction de longitude pour obtenir le temps universel

$TU = T_M + \theta$ (θ ne dépend que du lieu)

- ajouter au temps universel un nombre entier d'heures n pour obtenir l'heure légale

$H_L = TU + n$ n dépend du fuseau horaire et de la législation en vigueur

n = 1 hiver) pour la France
n = 2 été)

H_L	= T_V	+ E	+ θ	+ n
Heure légale	Heure du cadran solaire	Equation du temps (avec son signe)	Correction de longitude (avec son signe)	Dépend du fuseau horaire (et de la date) (avec son signe).

Exemple : Le 25 mai à Paris à midi solaire vrai

H_L = 12h + (−3m) + (−9m) + 2h
= 14h − 0h 12m = 13h 48m.

Il est possible de s'affranchir de ces calculs fastidieux en munissant le cadran solaire d'une méridienne de temps moyen.

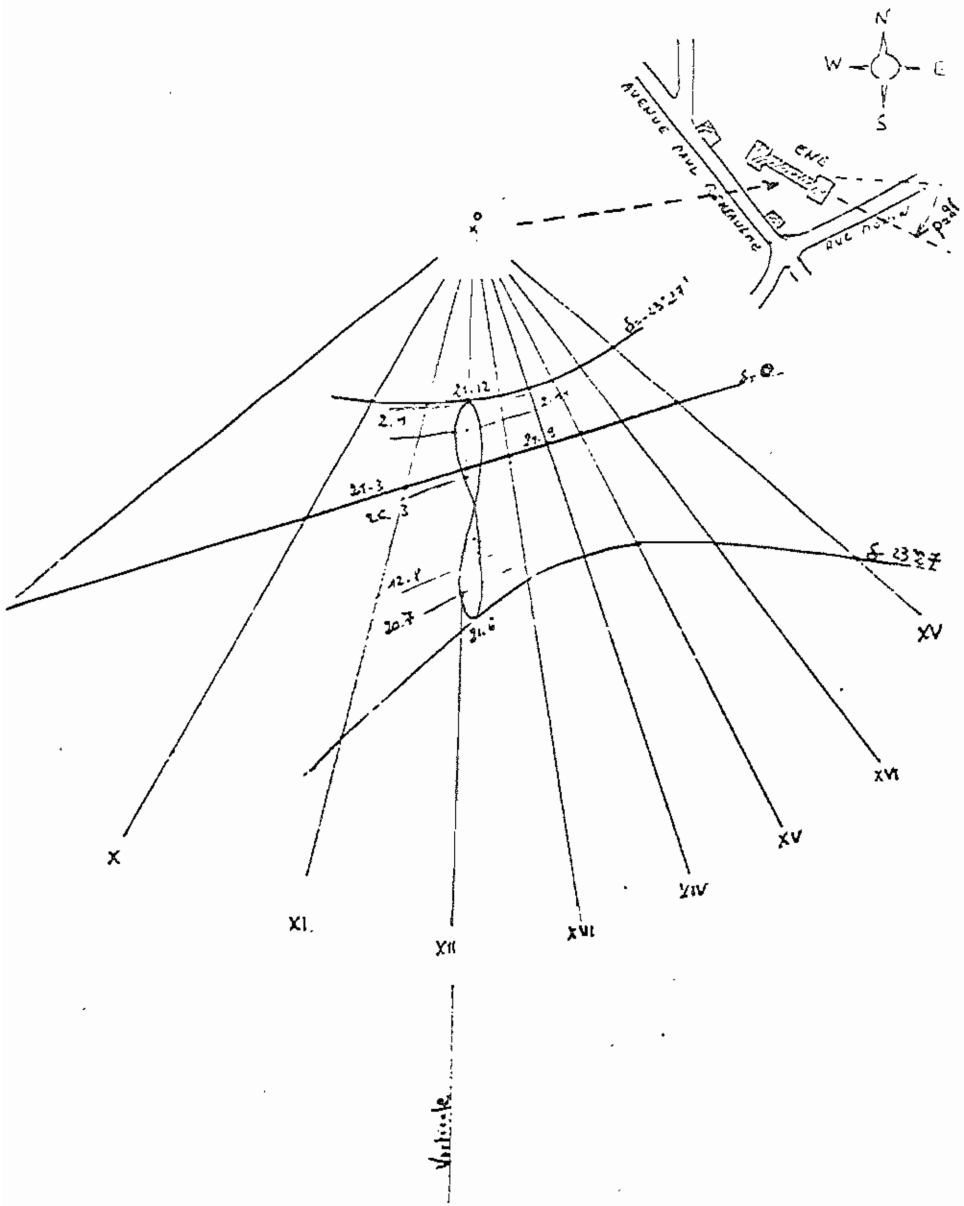
C'est une courbe en forme de 8 tracée sur le cadran solaire et telle que l'extrémité de l'ombre du style est sur cette courbe en coïncidence avec la date à 12heures légales ou parfois à 12heures UT.

C'est cette dernière solution que nous avons choisie en imaginant une telle méridienne sur le cadran solaire vertical déclinant décrit page112 à 119.

Comme $UT = T_V + E + \theta$
$T_V = UT - (E + \theta)$

et en prenant UT = 12 h nous avons T_V ou mieux H_S pour chaque date. Certains cadrans solaires se limitent à la méridienne de temps moyen

(voir page suivante).



II.4. Pourquoi le soleil se lève-t-il de plus en plus tard jusqu'au 4 janvier alors que les jours rallongent à partir du 26 décembre ?

Précisons d'abord l'expression "les jours rallongent".
Le mot "jour" a deux sens différents :

- jour : durée de la rotation de la terre autour de son axe :
  jour stellaire, jour sidéral, jour solaire vrai, jour solaire moyen, selon le repère choisi.
  Exemple. La semaine comprend 7 jours, etc ...
- jour : du latin diurnus : clarté, lumière du soleil.
  Durée pendant laquelle le soleil éclaire.
  Exemple. Il commence à faire jour.

C'est ce deuxième sens, le plus conforme à l'étymologie, qui intervient dans la question posée. A partir du 26 décembre (en réalité, de façon plus précise à partir du 21) la durée d'éclairement solaire augmente. Il faut entendre par le mot "jour", la durée qui s'écoule entre le lever et le coucher du soleil. Nous négligerons les phénomènes des crépuscules et de réfraction atmosphérique.

Tout d'abord cette question est-elle fondée ?
Utilisons, une fois de plus, les éphémérides (le calendrier des postes nous rendrait le même service).

(voir tableau page suivante).

date	Heure TU à Paris du Lever		du passage au méridien		du coucher		durée du jour	
décembre 81	h	m	h	m	h	m	h	m
1	7	24	11	39,7	15	55	8	31
5	7	29	11	41,3	15	53	8	24
12	7	36	11	44,4	15	52	8	16
19	7	42	11	47,8	15	54	8	12
20	7	42	11	48,3	15	54	8	12
21	7	43	11	48,8	15	55	8	12
22	7	43	11	49,3	15	55	8	12
23	7	44	11	49,8	15	56	8	12
25	7	45	11	50,8	15	57	8	12
26	7	45	11	51,3	15	58	8	13
28	7	45	11	52,2	15	59	8	14
29	7	46	11	52,7	16	0	8	14
30	7	46	11	53,2	16	1	8	15
31	7	46	11	53,7	16	2	8	16
janvier 82								
1	7	46	11	54,2	16	3	8	17
2	7	46	11	54,6	16	4	8	18
3	7	46	11	55,1	16	5	8	19
4	7	46	11	55,6	16	6	8	20
5	7	45	11	56,0	16	7	8	22
6	7	45	11	56,5	16	8	8	23
7	7	45	11	56,9	16	9	8	24
8	7	44	11	57,3	16	10	8	26

+ 3 minutes

+ 11 minutes

Solstice d'hiver : 21 décembre 81 à 22 h 51 m 0 s TU

Nous pouvons faire plusieurs constatations :

- Le soleil se lève effectivement de plus en plus tard jusqu'au 4 janvier. Mais la faible précision du repérage de l'instant du lever permet-elle de l'affirmer ? cet instant reste constant pendant 7 jours. Si l'on avait pu effectuer ce repérage au 1/10 de minute près comme on l'a fait pour le passage au méridien, la date serait vraisemblablement à l'intérieur de cette période.

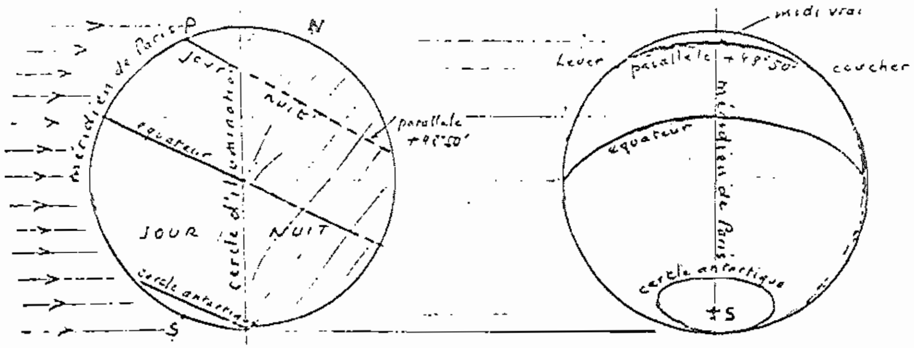
- La durée du jour reste minimale pendant six jours, mais pour les mêmes raisons que ci-dessus, on peut penser que ce minimum se situe à une date comprise à l'intérieur de cette période. (Remarquons que la date du solstice est très voisine du 22 décembre 0heure, juste au milieu de cette période).
- Si, le 4 janvier, le soleil se lève plus tard que le 21 décembre, et ceci de 3 minutes, l'heure du coucher a "reculé" de 11 minutes entre ces mêmes dates, (voir tableau) ce qui entraîne une augmentation de la durée du jour de 8 minutes.
- Mais si cette constatation donne une réponse à la question posée, elle demande elle-même une explication : pourquoi une telle dissymétrie entre les variations des heures de lever et de coucher du soleil ?
- Nous pouvons remarquer que "midi" malgré sa signification étymologique "milieu du jour" n'est pas le milieu de la durée d'éclairement solaire tout au moins le midi = 12 heures TU (encore moins le midi légal en France qui vaut soit 11 heures TU heure d'hiver, soit 10 heures TU heure d'été).

Calculons pour quelques dates prises dans le tableau la durée de la "matinée" (du lever du soleil jusqu'à 12 h TU), et celle de la "soirée" (depuis 12 h TU jusqu'au coucher du soleil).

12 décembre : 12h - 7h 36m = 4h 24m   15h 54m - 12h = 3h 54m
21 décembre : 12h - 7h 43m = 4h 17m   15h 55m - 12h = 3h 55m
4 janvier : 12h - 7h 46m = 4h 14m   16h 6m - 12h = 4h 6m

Matinée et soirée n'ont pas des durées égales.

C'est bien évidemment le <u>midi vrai</u>, c'est-à-dire l'heure du passage du soleil vrai au méridien qui est le milieu de la période d'éclairement solaire.



La terre, le 21 décembre à midi vrai pour Paris...

Vue perpendiculairement à la direction soleil-terre (côté Est).

Vue du soleil.

Le tableau permet également de le vérifier(compte tenu néanmoins de l'impression relative des heures de lever et de coucher).

Exemple : 21 décembre : 11h 48,8 − 7h 43 = 4h 5,5m

15h 55 − 11h 48,8 = 4h 6,2m

Le tableau page 191 nous montre :

- que du 21 décembre au 4 janvier la variation de la demi-durée du jour est

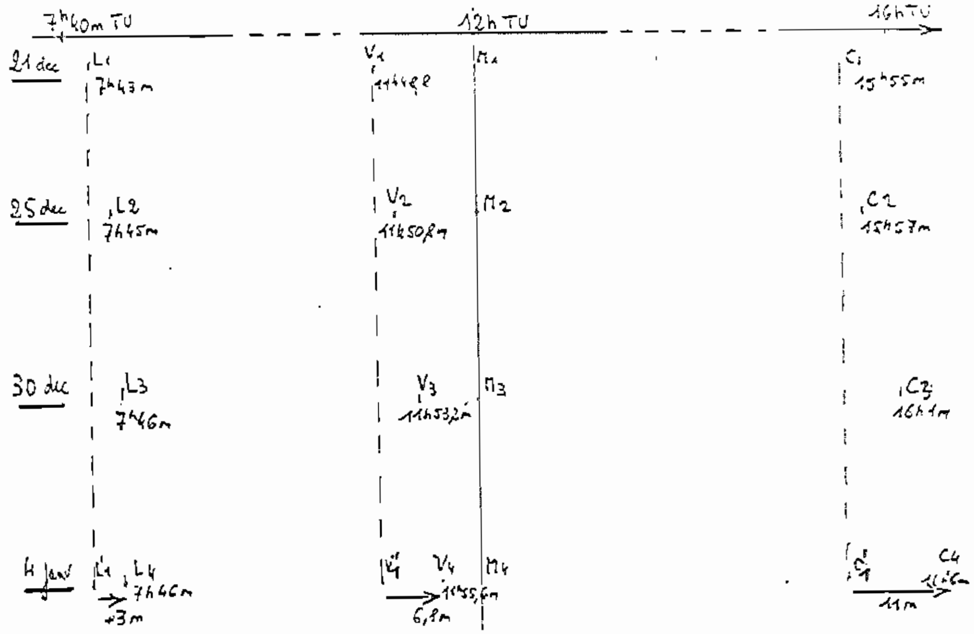
$$\frac{8h\ 20m - 8h\ 12m}{2} = 4 \text{ minutes}$$

- que le déplacement du midi vrai par rapport au midi TU a subi une variation de

(12h − 11h 55,6m) − (12h − 11h 48,8m) = −6,8 minutes.

Nous allons montrer en nous aidant d'un croquis, que c'est l'importance de cette seconde variation en regard de la première qui est responsable du phénomène constaté, objet de la question traitée.

N.B. : (On appellera variation, la différence : valeur finale moins valeur initiale.



Nous avons représenté par un axe orienté de la gauche vers la droite le sens de l'écoulement du temps.

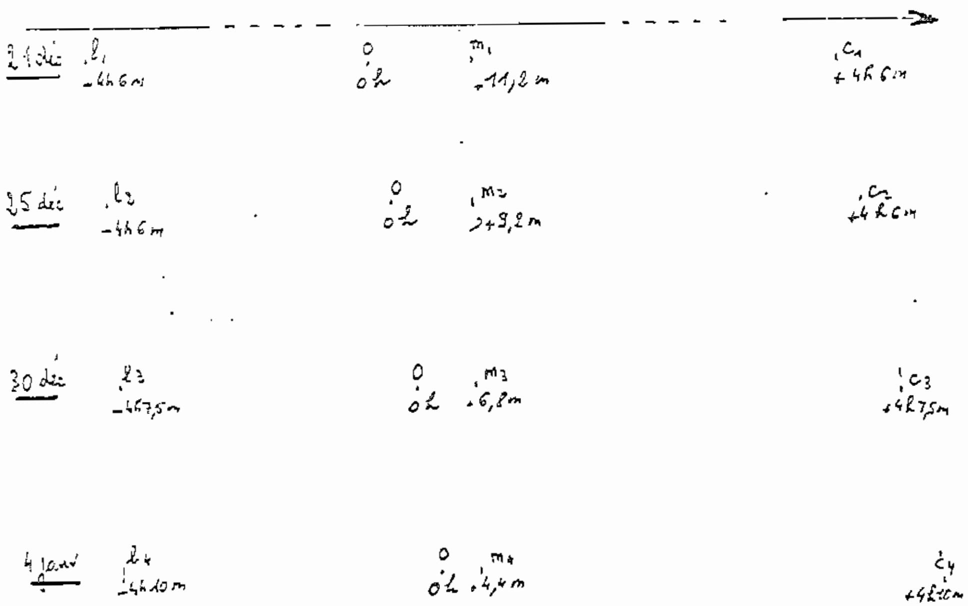
Sur cet axe figurent :

- le midi TU
- les heures TU voisines des heures du lever et du coucher du soleil au cours de la période étudiée.

Pour mieux rendre compte des variations de l'heure TU du lever L, du midi vrai V et du coucher C, nous avons représenté une minute par deux millimètres.

Le midi moyen (12h TU) est figuré par M et ne varie pas. (Nous n'avons pu respecter cette échelle pour les durées des matinées et soirées d'où l'interruption des axes). L_4C_4 est supérieur à L_1C_1 : les jours s'allongent. Mais le déplacement important V'_1V_4 du midi vrai entraîne un déplacement de L dans le sens de l'écoulement du temps : le soleil se lève de plus en plus tard.

Sur l'axe du croquis précédent, représentons, au lieu des heures TU, les angles horaires du soleil vrai.



Cet angle horaire vaut 0(zéro) quand le soleil vrai passe au méridien, il vaut m à l'instant 12 heures TU. En décembre et début janvier, m est positif : le soleil vrai est déjà passé au méridien de Paris quand il est 12 heures TU.

Si nous appelons H l'angle horaire du soleil à son lever

$H = \overline{o\ell} = \overline{VL}$ (en comparant les deux croquis).

Si nous appelons H' l'heure TU du soleil à son lever

$H' = 12 + \overline{ML}$

On sait en outre que E équation du temps $= H_M - H_V$ à un instant donné (page 184)

$E = H_M - H_V = \overline{mo} = \overline{MV}$ si l'instant choisi est 12h TU

Remarquons que la demi-durée du jour est égale à

$\overline{LV} = o - \ell = -H$

Exprimons les variations de ces diverses grandeurs au cours de la période du 21 décembre au 4 janvier :

- variation de H :

$$\Delta H = \ell_4 - \ell_1$$

- variation de la demi-durée du jour

$$(0 - \ell_4) - (0 - \ell_1) = \ell_1 - \ell_4 = -\Delta H$$

- variation de E

$$\Delta E = \overline{m_4 0} - \overline{m_1 0} = \overline{M_4 V_4} - \overline{M_1 V_1}$$
$$= \overline{M_4 V_4} - \overline{M_4 V'_1} = \overline{V'_1 V_4}$$

- variation de $\Delta H'$

$$\Delta H' = (12 + \overline{M_4 L_4}) - (12 + \overline{M_1 L_1})$$
$$= M_4 L_4 - M_1 L_1$$
$$= \overline{L_1 M_1} - \overline{L_4 M_4}$$
$$= \overline{L'_1 M_4} - \overline{L_4 M_4} = \overline{L'_1 L_4}$$

Autre expression de ΔH

$$\Delta H = V_4 L_4 - V_1 L_1$$
$$= \overline{V_4 L_4} - \overline{V'_1 L'_1}$$
$$= \overline{V_4 V'_1} + \overline{V'_1 L'_1} + \overline{L'_1 L_4} - \overline{V'_1 L'_1}$$
$$\Delta H = \overline{V_4 V'_1} + \overline{L'_1 L_4}$$
$$\Delta H = -\Delta E + \Delta H'$$

Donc $\qquad \Delta H' = \Delta H + \Delta E$

Cette relation est applicable à toute période.

Pour la période relative à la question posée :

ΔH est négative car $\ell_4 < \ell_1$

ΔE est positive car $\overline{V'_1 V_4} > 0$

et ΔE est supérieure à ΔH

donc $\Delta H'$ est positive, l'heure TU du lever est de plus en plus tardive.

Revenons sur les variations de la durée du jour :

- On l'explique habituellement de façon qualitative soit en observant une maquette (mappemonde éclairée)
  Soit par des croquis analogues à ceux page
  mais représentant la terre à des dates différentes.

- Comment connaître de façon précise l'accroissement de la durée du jour sans avoir recours aux éphémérides ?
  Rappelons quelques unes des formules des pages   et

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos z - \cos\varphi\sin z\cos a \qquad 4$$

$$\cos\delta\cos H = \cos\varphi\cos z + \sin\varphi\sin z\cos a \qquad 6$$

$$\sin\delta = \cos\varepsilon\sin b + \sin\varepsilon\cos b\sin\ell \qquad 10$$

$$\cos\delta\sin\alpha = -\sin\varepsilon\sin b + \cos\varepsilon\cos b\sin\ell \qquad 11$$

$$\cos\delta\cos\alpha = \cos b\cos\ell \qquad 12$$

Appliquées au cas du soleil à son lever ou son coucher nous avons, en tenant compte que dans ce cas $b = 0$

$$z = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin\delta = -\cos\varphi\cos a \qquad 4'$$

$$\cos\delta\cos H = \sin\varphi\cos a \qquad 6'$$

$$\sin\delta = \sin\varepsilon\sin\ell \qquad 10'$$

$$\cos\delta\sin\alpha = \cos\varepsilon\sin\ell \qquad 11'$$

$$\cos\delta\cos\alpha = \cos\ell \qquad 12'$$

Pour trouver l'heure du lever et l'heure du coucher du soleil à une date donnée, exprimons H en fonction de ℓ (longitude écliptique du soleil vrai, cette dernière variant avec la date.

de C' nous tirons :

$$\cos H = \frac{\sin\varphi}{\cos\delta}\cos a \qquad \text{avec } \cos a = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi} \qquad 4'$$

$$\cos H = -\frac{\sin\varphi}{\cos\delta}\,\frac{\sin\delta}{\cos\varphi} = -\operatorname{tg}\varphi\,\frac{\sin\delta}{\cos\delta}$$

$$\text{avec } \sin\delta = \sin\varepsilon\sin\ell \qquad 10'$$

$$\cos H = -\operatorname{tg}\varphi\,\frac{\sin\varepsilon\sin\ell}{\cos\delta} \qquad (A)$$

Exprimons $\cos\delta$ en fonction de φ et de ℓ pour cela élevons les deux membres de 12' au carré, idem pour 11' et ajoutons

$$\cos^2\delta\;(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = \cos^2\ell + \cos^2\varepsilon\sin^2\ell$$

$$\cos^2\delta = 1 - \sin^2\varepsilon\sin^2\ell$$

d'où
$$\cos H = -\operatorname{tg}\varphi\,\frac{\sin\varepsilon\sin\ell}{\sqrt{1-\sin^2\varepsilon\sin^2\ell}} \qquad (B)$$

Remarque $-\frac{\pi}{2} < \delta < \frac{\pi}{2}$ donc $\cos\delta > 0$

$$\frac{d(\cos H)}{d\ell} = -\operatorname{tg}\varphi\sin\varepsilon\,\frac{\cos\ell\sqrt{1-\sin^2\varepsilon\sin^2\ell} + \dfrac{2\sin^2\varepsilon\sin^2\ell\cos\ell}{2\sqrt{1-\sin^2\varepsilon\sin^2\ell}}}{(1-\sin^2\varepsilon\sin^2\ell)}$$

$$\frac{d(\cos H)}{d\ell} = -\operatorname{tg}\varphi\sin\varepsilon\,\frac{\cos\ell\,[1-\sin^2\varepsilon\sin^2\ell + \sin^2\varepsilon\sin^2\ell]}{(1-\sin^2\varepsilon\sin^2\ell)^{3/2}}$$

$$\frac{d(\cos H)}{d\ell} = -\operatorname{tg}\varphi\sin\varepsilon\,\frac{\cos\ell}{(1-\sin^2\varepsilon\sin^2\ell)^{3/2}} \qquad (C)$$

L'étude de $\frac{d(\cos H)}{d\ell}$ permet d'apprécier les variations de H en fonction de ℓ c'est-à-dire les variations de l'angle horaire du soleil à son lever et à son coucher en fonction de la date pour $\varphi = 48°50$ c'est-à-dire pour Paris :

(voir page suivante)

ℓ	0 au point γ		$\frac{\pi}{2}$ (solstice d'été)		$\frac{3\pi}{2}$ (solstice d'hiver)		2π
$\frac{d(\cos H)}{d\ell}$		−	0	+	0	−	
$\cos H$	0	↘	$-\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon$	↗	$\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\varepsilon$	↘	0
H lever	−6h	↘	−7h58m59s	↗	−4h01m01s	↘	−6h
H coucher	+6h	↗	+7h58m59s	↘	4h01m01s	↗	+6h

Les durées du jour s'obtiennent en faisant la différence angle horaire du coucher moins angle horaire du lever (l'heure, unité d'angle horaire correspond à une heure solaire moyenne).

Nous retrouvons un résultat bien connu : la durée d'ensoleillement est maximale (15h 58m) au solstice d'été et minimale au solstice d'hiver (8h 02m).

NB : Ces résultats ne coïncident pas avec ceux des éphémérides qui tiennent compte de la réfraction.

- Soit H' l'heure TU du lever du soleil

$$H' = H + E$$

$$\frac{dH'}{dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{dE}{dt}$$

. $\frac{dH'}{dt}$ est la variation de l'heure TU du lever du soleil (également celle de l'heure légale à Paris qui diffère de

l'heure TU d'une constante : 1h heure l'hiver
2h heure l'été)

. $\frac{dH}{dt}$ est l'opposé de la variation de la demi-durée du jour

. $\frac{dE}{dt}$ est le déplacement du midi (heure TU du passage du soleil vrai au méridien.

Quand $\frac{dH'}{dt} > 0$ le soleil se lève de plus en plus tard

Quand $\frac{dH'}{dt} < 0$ le soleil se lève de plus en plus tôt

a) Calcul de $\frac{dH}{dt}$

En dérivant l'expression de cos H il vient

$$\frac{d(\cos H)}{dt} = -\sin H \frac{dH}{dt}$$

or $$\sin^2 H = 1 - \cos^2 H = 1 - \operatorname{tg}^2 \varphi \frac{\sin^2\varepsilon \sin^2\ell}{\cos^2\delta}$$

(tirée de la formule A p197)

$$\sin^2 H = \frac{\cos^2\varphi \cos^2\delta - \sin^2\varphi \sin^2\varepsilon \sin^2\ell}{\cos^2\varphi \cos^2\delta}$$

En remplaçant au numérateur $\cos^2\delta$ par $1 - \sin^2\varepsilon \sin^2\ell$ (page198) il vient

$$\sin^2 H = \frac{\cos^2\varphi - \cos^2\varphi \sin^2\varepsilon \sin^2\ell - \sin^2\varphi \sin^2\varepsilon \sin^2\ell}{\cos^2\varphi \cos^2\delta}$$

$$= \frac{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon \sin^2\ell}{\cos^2\varphi \cos^2\delta}$$

$$\sin H = \frac{-\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon \sin^2\ell}}{\cos\varphi \cos\delta} \qquad \sin H < 0 \text{ le matin}$$

Comme $\frac{d(\cos H)}{dt} = -\sin H . \frac{dH}{dt}$ il vient

$$\frac{d(\cos H)}{dt} = + \frac{\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon \sin^2\ell}}{\cos\varphi \cos\delta}\ dt$$

D'après la formule C page 198 nous pouvons écrire, puisque

$$\frac{d(\cos H)}{dt} = \frac{d(\cos H)}{d\ell} \frac{d\ell}{dt}$$

$$\frac{\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}}{\cos\varphi\ \cos\delta}\ \frac{dH}{dt} = -\ \mathrm{tg}\ \varphi\ \sin\varepsilon\ \frac{\cos\quad \cos\ell}{(1-\sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell\ )3/2}\ \frac{d\ell}{dt}$$

$$\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}\ \frac{dH}{dt} = -\ \sin\varphi\ \sin\varepsilon\ \frac{\cos\delta\ \cos\ell}{(1-\sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell\ )3/2}\ \frac{d\ell}{dt}$$

Mais on a vu page que $\cos\delta = \sqrt{1 - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}$

$$\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}\ \frac{dH}{dt} = -\ \sin\varphi\ \sin\varepsilon\ \frac{\cos\ell}{1-\sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}\cdot\frac{d\ell}{dt}$$

Cherchons l'expression de $\frac{d\ell}{dt}$

$$\ell = \theta + \ell_o$$

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{365,25}\cdot\frac{ab}{r^2} \qquad \text{en effet } \frac{1}{2}\ r^2\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi\ ab}{365,25}$$

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{2\pi\ ab}{365,25}\cdot\frac{(1 + e\ \cos\theta)^2}{a^2(1-e^2)^2} \qquad \text{car} \quad r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e\ \cos\theta}$$

$$\frac{d\ell}{dt} = K\ (1 + e\ \cos\theta) \qquad \text{avec} \quad K. = \frac{2\ \pi}{365,25(1 - e^2)3/2}$$

$$\text{donc}\ \frac{dH}{dt} = -\ \frac{\cos\ell\ (1 + e\ \cos\theta)^2}{\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}\ (1 - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell\ )}\ .\ K\ (1 + e\ \cos\theta)^2$$

$$\frac{dH}{dt} = -\ K\ \sin\varphi\ \sin\varepsilon\ .\ \frac{\cos\ell(1 + e\ \cos\theta)^2}{\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}\ (1 - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell\ )}$$

et, si on travaille en degrés

$$\boxed{\frac{dH}{dt} = -\ \frac{360}{365,25}\ \frac{\sin\varphi\ \sin\varepsilon}{(1 - e^2)3/2}\ \frac{\cos\ell\ [1 + e\ \cos(\ell.\ell_o)^2]}{\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}\ (1 - \sin^2\varepsilon.\sin^2\ell)}}$$

ℓ étant la seule variable on voit tout de suite qu'à l'équateur

$\frac{dH}{dt} = 0$ quelle que soit ℓ.

b) Calcul de $\frac{dE}{dt}$

$$E = \alpha_V - \alpha_M$$

$\frac{dE}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\alpha_M}{dt}$ mais $\frac{d\alpha_M}{dt}$ vitesse angulaire du soleil moyen est connue,

elle est constante par définition et vaut $\frac{2\pi}{365,25}$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha}{d\ell}\cdot\frac{d\ell}{dt}$$

Nous vons vu ci-dessus que $\frac{d\ell}{dt} = K(1 + e\ \cos\theta)^2$

Nous avons vu page 154 que $\frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{\cos\varepsilon}{1 - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}$

$$\frac{dE}{dt} = K\ \cos\varepsilon\ \frac{(1 + e\ \cos\theta)^2}{1 - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell} - \frac{2\pi}{365,25}$$

En travaillant en degrés et en ne faisant intervenir que la seule variable ℓ

$$\boxed{\frac{dE}{dt} = \frac{360}{365,25}\left[\frac{\cos\varepsilon}{(1 - e^2)3/2}\ \frac{[1 + e\ \cos(\ell-\ell_o)]^2}{1 - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell} - 1\right]}$$

Donc

$$\boxed{\frac{dH'}{dt} = \frac{360}{365,25}\left\{\frac{1 + e\ \cos(\ell - \ell_o)^2}{(1 - e^2)3/2\ (1 - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell)}\left[\frac{-\sin\varphi\ \sin\varepsilon\ \cos\ell}{\sqrt{\cos^2\varphi - \sin^2\varepsilon\ \sin^2\ell}} + \cos\varepsilon\right] - 1\right\}}$$

Nous avons, avec l'aide de la calculatrice, calculé les valeurs de $\frac{dH'}{dt}$ en faisant varier ℓ de 10° en 10° pour Paris (φ = 48°50') voir programme résultats et courbe pages 204 à 209

$\frac{dH'}{dt}$ s'annule pour $\ell = 85,2° = \ell_1$

$\ell = 280,1° = \ell_2$

Ceci s'observe sur le graphique par interpolation et a été également vérifié par la calculatrice.

Nous allons calculer les dates correspondantes

$$\ell = \ell_M + \frac{360e}{\pi}\ \sin(\ell - \ell_o) \quad \text{page 159}$$

avec $\ell_M = \ell_o + \frac{360}{365,25}\ t$

à 360° près.

l'origine des dates étant celle du passage du soleil au périgée.

donc $\dfrac{360\ t}{365{,}25} = \ell_M - \ell_\circ$ avec $\ell_M = \ell - \dfrac{360\ e}{\pi} \sin(\ell - \ell_\circ)$

soit $\dfrac{360\ t}{365{,}25} = (\ell - \ell_\circ) - \dfrac{360\ e}{\pi} \sin(\ell - \ell_\circ)$

$$t = 365{,}25 \left[\frac{\ell - \ell_\circ}{360} - \frac{e}{\pi} \sin(\ell - \ell_\circ) \right]$$

ℓ_1 correspond à t_1 = 163 jours après le périgée.

ℓ_2 correspond à t_2 = 362 jours après le périgée.

(Pour 1982 c'est donc le 366ème jour soit le 1er janvier 1983).

A Paris (φ = + 48°50')

Le soleil se lève de plus en plus tôt du 1er janvier au 17 juin.

Le soleil se lève de plus en plus tard du 17 juin au 31 31 décembre

Ceci peut être vérifié sur les éphémérides.

A une latitude de + 65°

ℓ_1 = 88,92°	t_1 = 167 jours	20 juin
ℓ_2 = 272,33°	t_2 = 354 jours	24 décembre.

Le soleil se lève de plus en plus tôt du 24 décembre au 20 juin.

Le soleil se lève de plus en plus tard du 21 juin au 23 décembre.

A une latitude de +5°

ℓ_1 = 61,4°	t_1 = 138 jours	22 mai
ℓ_2 = 133°	t_2 = 213 jours	5 août
ℓ_3 = 211,1°	t_3 = 291 jours	22 octobre
ℓ_4 = 314,1°	t_4 = 30 jours	3 février.

Le soleil se lève de plus en plus tôt

du 22 mai au 5 août

du 22 octobre au 3 février

Le soleil se lève de plus en plus tard

du 4 février au 21 mai

du 6 août au 21 octobre.

Calcul de $\dfrac{dH}{dt} + \dfrac{dE}{dt}$

Mémoires.

0 = ℓ
1 = $\ell_\circ$ apogée
2 = e
3 = ε
4 = φ

5 et 6 relais.

```
000  43 RCL
001  00  00
002  99 PRT
003  75  -
004  43 RCL
005  01  01
006  95  =
007  39 COS
008  65  ×
009  43 RCL
010  02  02
011  85  +
012  01  1
013  95  =
014  33 X²
015  55  ÷
016  53  (
017  53  (
018  01  1
019  75  -
020  43 RCL
021  02  02
022  33 X²
023  54  )
024  45 YX
025  01  1
026  93  .
027  05  5
028  54  )
029  95  =
030  55  ÷
031  53  (
032  01  1
033  75  -
034  43 RCL
035  03  03
036  38 SIN
037  33 X²
038  65  ×
039  43 RCL
040  00  00
041  38 SIN
042  33 X²
043  54  )
044  95  =
045  42 STO
046  05  05
047  43 RCL
048  04  04
049  38 SIN
050  65  ×
051  43 RCL
052  03  03
053  38 SIN
054  65  ×
055  43 RCL
056  00  00
057  39 COS
058  55  ÷
059  53  (
060  43 RCL
061  04  04
062  39 COS
063  33 X²
064  75  -
065  43 RCL
066  03  03
067  38 SIN
068  33 X²
069  65  ×
070  43 RCL
071  00  00
072  38 SIN
073  33 X²
074  54  )
075  34 √X
076  95  =
077  42 STO
078  06  06
079  43 RCL
080  03  03
081  39 COS
082  75  -
083  43 RCL
084  06  06
085  95  =
086  65  ×
087  43 RCL
088  05  05
089  95  =
090  75  -
091  01  1
092  95  =
093  65  ×
094  03  3
095  06  6
096  00  0
097  55  ÷
098  03  3
099  06  6
100  05  5
101  93  .
102  02  2
103  05  5
104  95  =
105  58 FIX
106  04  04
107  99 PRT
108  98 ADV
109  98 ADV
110  22 INV
111  58 FIX
112  01  1
113  00  0
114  44 SUM
115  00  00
116  81 RST
```

$\varphi = 48°50'$

0.	-0.5261	130.	0.3301	260.	0.2342
10.	-0.5222	140.	0.3449	270.	0.1244
20.	-0.5048	150.	0.3493	280.	0.0006
30.	-0.4731	160.	0.3500	290.	-0.1228
40.	-0.4253	170.	0.3516	300.	-0.2344
50.	-0.3597	180.	0.3569	310.	-0.3278
60.	-0.2754	190.	0.3668	320.	-0.4014
70.	-0.1738	200.	0.3801	330.	-0.4562
80.	-0.0604	210.	0.3936	340.	-0.4941
90.	0.0546	220.	0.4018	350.	-0.5169
100.	0.1585	230.	0.3974	360.	-0.5261
110.	0.2410	240.	0.3719		
120.	0.2975	250.	0.3184		

Valeurs de $\frac{dH}{dt} + \frac{dE}{dt}$ en fonction de ℓ de 10 degrés en 10 degrés.

$\varphi = 65°$

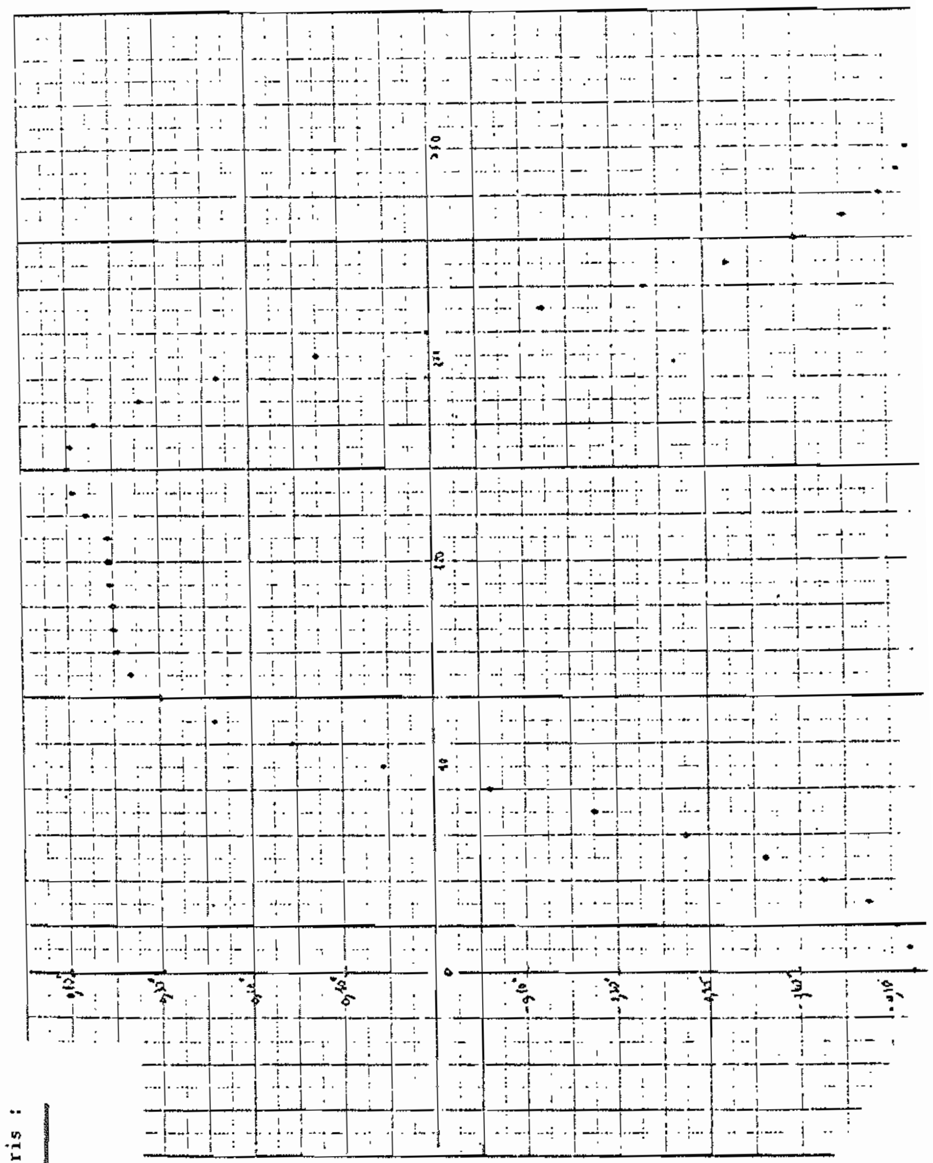
0.	-0.9220	130.	0.8173	260.	0.5916
10.	-0.9206	140.	0.7996	270.	0.1244
20.	-0.9152	150.	0.7749	280.	-0.3577
30.	-0.9046	160.	0.7542	290.	-0.6410
40.	-0.8857	170.	0.7438	300.	-0.7775
50.	-0.8520	180.	0.7466	310.	-0.8452
60.	-0.7888	190.	0.7635	320.	-0.8814
70.	-0.6613	200.	0.7935	330.	-0.9019
80.	-0.3966	210.	0.8332	340.	-0.9136
90.	0.0546	220.	0.8760	350.	-0.9198
100.	0.4938	230.	0.9095	360.	-0.9220
110.	0.7259	240.	0.9108		
120.	0.8068	250.	0.8337		

Valeurs de $\frac{dH}{dt} + \frac{dE}{dt}$ en fonction de ℓ de 10 degrés en 10 degrés.

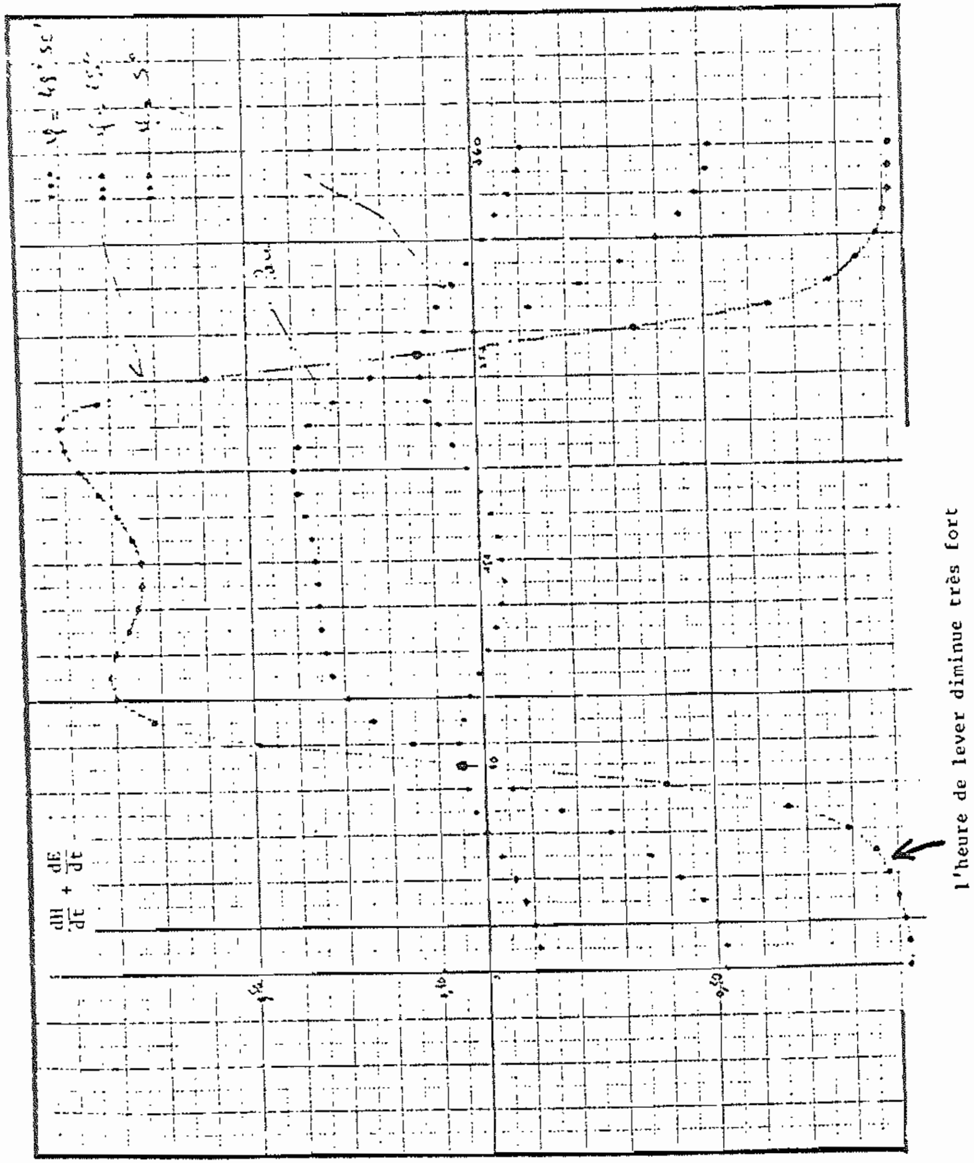
$\alpha = 5°$

0.	-0.1094	130.	0.0067	260.	0.1240
10.	-0.1083	140.	-0.0153	270.	0.1244
20.	-0.10[illegible]3	150.	-0.0345	280.	0.1112
30.	-0.0908	160.	-0.0485	290.	0.0861
40.	-0.0606	170.	-0.0553	300.	0.0527
50.	-0.0330	180.	-0.0542	310.	0.0155
60.	-0.0040	190.	-0.0447	320.	-0.0213
70.	0.0227	200.	-0.0273	330.	-0.0541
80.	0.0432	210.	-0.0030	340.	-0.0805
90.	0.0546	220.	0.0262	350.	-0.0989
100.	0.0552	230.	0.0575	360.	-0.1084
110.	0.0456	240.	0.0871		
120.	0.0283	250.	0.1106		

Valeurs de $\frac{dH}{dt} + \frac{dE}{dt}$ en fonction de ℓ de 10 degrés en 10 degrés.



$\frac{dH}{dt} + \frac{dE}{dt}$ à Paris :



NB. A propos de la durée du jour et de ses variations, un dicton a été évoqué :

" A la St. Nicolas (6 décembre) le jour le plus bas "
" A la Ste. Luce (13 décembre) il allonge du saut d'une puce "
" A la Noël du tour d'un cartel "
" Au Jour de l'An, du tour d'un van "
" Aux Rois (6 janvier) on s'en aperçoit "
" A la chandeleur (2 février) ils y sont d'une heure. "

Nous avons essayé d'expliquer ce dicton à l'aide des éphémérides.

- Le jour le plus bas : signifierait-il le jour le plus court ? Nous avons vue que cela se produit au solstice d'hiver, soit 15 jours plus tard que la St. Nicolas.
- Le jour le plus bas correspondrait-il au jour où le soleil se couche le plus tôt ? Ceci se produit du 9 au 14 décembre, mais il y a une minute d'écart entre l'heure du coucher le 6 décembre (15h 53) et celle du coucher du 9 au 14 décembre (15h 52). Ce faible écart justifierait-il l'abandon d'une rime aussi intéressante ?
- Les jours rallongent-ils à partir de la Ste. Luce, même du saut d'une puce ?
  Non bien sûr. Les jours rallongent à partir du 21, soit 8 jours après la Ste. Luce. Mais si on considère le coucher du soleil (phénomène pouvant être observé par plus de personnes que le lever), il commence à se produire de plus en plus tard à partir du 15 décembre (nous l'avons indiqué plus haut), soit 2 jours seulement à partir de la Ste. Luce... et la rime est beaucoup plus riche que pour le vers précédent.

Une autre version est la suivante :

"Avant la réforme grégorienne qui retrancha dix jours à l'année 1581, le 13 décembre fête de la Ste. Luce se trouvait 2 jours après le solstice d'hiver, moment où les jours commençaient à croître de manière insensible. Aujourd'hui le proverbe n'est plus vrai..." (Larousse XXè siècle en 6 volumes. Copyright 1931).

Nous n'avons pas réussi à interpréter le vers relatif à la Noël. Le cartel était à l'époque de Louis XIV un motif ornant une horloge. Le nom passa ensuite à l'ensemble de la pendule. Mais que signifie le tour d'un cartel ? Le tour d'un van est également resté une expression mystérieuse.

Par contre, le vers relatif à la Chandeleur peut s'expliquer. Effectivement, le 2 février, le soleil se couche à 16h 48, soit 56 minutes plus tard que "le jour le plus bas". En outre la durée du jour (9h 27m) est plus longue que celle correspondant au solstice de 1h 16 m.

III. QUESTIONS D'ORDRE PEDAGOGIQUE.

III.1. Motivation des enfants et des normaliens pour l'astronomie.

Tous les témoignages concordent. Les enfants sont très intéressés par l'astronomie.
Certains possèdent déjà des instruments et quelques uns participent à des clubs ; davantage se documentent. Nous avons constaté que même au CE la plupart des enfants possèdent une information minimale reçue au travers des émissions télévisées.

Quant aux élèves instituteurs leurs motivations à participer à un club EN ou à une UF sont difficilement cernables. Tout au moins peut-on constater que ceux qui participent aux activités astronomiques quand elles existent sont issus de bac aussi bien littéraires que scientifiques.

Notons aussi que des demandes de formation continue en astronomie existent. Exemple : Dans le département du Nord, en 1981,82, à l'initiative de l'IDEN de la circonscription, un stage de six semaines comportant six heures hebdomadaires d'astronomie a été organisé à Avesnes sur Helpe. La même formule a été retenue pour un stage maternelles à Aulnoye - Aimeries.

III. 2 et 3. Faut-il apporter des connaissances aux élèves. Si oui, à quel moment ?

Ces questions, qui se rapportent à l'enseignement de l'astronomie et non plus aux activités de club, n'ont pas été largement débattues. Si on conçoit mal un enseignement de l'astronomie se limitant à l'acquisition de quelques pratiques, il semble que les connaissances théoriques seront mieux reçues voire construites, si elles viennent en réponse à une demande ou à un problème posé.

On en prendra pour preuve l'échec de l'enseignement de la cosmographie tel qu'il était conçu il y a quelques décennies.

III.4. Est-il nécessaire pour le formateur, de maîtriser complètement les notions ?

L'un des participants a fait part de son expérience personnelle : désigné d'office (parce que professeur de physique) comme animateur d'un club d'astronomie demandé par les élèves instituteurs, il s'est lancé dans cette entreprise malgré son manque de connaissances spécifiques en astronomie. Il s'est formé sur le tas. En dépit de cette situation insolite le club a pu fonctionner correctement.

En outre, une maîtrise totale dans le domaine de l'astronomie, n'est-elle pas une utopie ?
Il paraît plus important de posséder une documentation que l'on conseillera pour répondre aux questions qui surgissent.

Il est d'ailleurs fréquent que les élèves, lorsqu'ils sont confrontés à un problème, recherchent et réunissent eux-mêmes des documents qui s'y rapportent.

III.5. Intérêt de l'astronomie.

L'astronomie peut être un champ d'exploitation ou un point de départ pour des notions de mathématiques ou de physique.
Exemples :

- Les développements qui précèdent illustrent à l'évidence la nécessité de disposer d'outils mathématiques pour résoudre efficacement certains problèmes posés par l'astronomie.
- Plus modestement, l'astronomie à l'école élémentaire ou au collège peut motiver des calculs ou des questions géométriques.
- L'étude des spectres en physique peut partir de questions relatives à la composition des étoiles.

Lorsqu'on évoque l'aspect culturel de l'astronomie, on pense en général aux implications philosophiques telles que la place de l'homme dans l'univers, l'espace, le temps, l'évolution, etc...

Il ne faudrait pourtant pas négliger les implications technologiques : maîtrise des instruments d'observation, de repérage et de mesures, conception et réalisation de dispositifs tels que cadrans solaires, table équatoriale, nocturlabe, spectroscope et maquettes diverses.

B[1] INSERTION DES RECHERCHES EN DIDACTIQUE DANS LA FORMATION.

Groupe B1

INSERTION DES RECHERCHES EN DIDACTIQUE DANS LA FORMATION.

Rapporteur : René Berthelot

I. Présentation.

Le groupe B1 s'est réuni de 9 heures à 10 heures 15. Il a abordé le thème prévu sous des aspects divers dont je n'ai pas bien réussi,sur le moment,à souligner la complémentarité.

J'ai regroupé les interventions en les classant selon l'approche du thème et non selon l'auteur, encore moins selon le moment de l'intervention.

J'espère ainsi faciliter la lecture aux participants des autres groupes.

II. Les recherches en didactique...

A. Questions.

- De quoi s'agit-il ? en quoi se distinguent-elles d'autres recherches ? qui en fait ? ... faut-il en faire ?
- Se distinguent-elles de la recherche que je fais en concevant et en montant une exposition afin de communiquer des informations, des démarches, à un public ?
- Des recherches sur l'effet de "groupes de niveaux"
- Des travaux de conception d'un ouvrage CM2 type ERMEL
- De la recherche d'activité mettant en pratique la pensée de grands pédagogues.
- La recherche de séquences d'enseignement visant à remettre en cause la progression "naturelle" du fini vers l'infini ?

B. Réponses apportées.

- Les recherches en didactique sont caractérisées par les problèmes qu'elles étudient en ce qu'ils concernent les rapports entre 4 pôles : "Maître - Elève - Concept - Milieu", leur exploitation, leur analyse...

- Elles se distinguent donc du domaine des recherches pédagogiques qui s'attachent au rapport maître-élève voire maître-élève-milieu.
- Elles se distinguent de la recherche spontanée menée par tout enseignant qui veut améliorer son enseignement.
- Elles concernent pourtant aussi des situations d'enseignement nouvelles à condition que l'on puisse expliciter cette nouveauté, en rendre compte en décrivant les variables sur lesquelles on a joué dans les rapports maître-élève-concept-milieu (précision donnée à la table ronde).

  La revue "recherches en didactique des mathématiques" fournit de nombreux comptes rendus de tels travaux. L'accès à l'information a été aussi rendu possible,même si la lecture n'est pas toujours aisée.

III. Insertion des recherches en didactique dans la formation des maîtres.

A. Cette insertion se fait par les programmes et les ouvrages :

- Les nouveaux programmes du CE préconisent un nouvel apprentissage de la multiplication. N'est-ce pas là conséquence des travaux de Bordeaux sur la multiplication ?

  Mais certains trouvent déjà dans la référence à une paternité "recherche en didactique" l'assurance que tout va être résolu....

  En quoi cette réforme est-elle effectivement fille d'une recherche en didactique ?
- De même pour les ouvrages publiés par les IREM ou s'en réclamant... Voilà un nouveau label qui paie...

  Comment contrôler la légitimité de ces références, ce qui en relève réellement ? ...
- A contrario : l'expérience de l'enseignement des mathématiques (modernes), de la géométrie par exemple, montre qu'il y a danger à ne pas interroger des principes naturels du type "il faut commencer par des choses simples pour complexifier ensuite..." et l'intérêt qu'il y a à transformer ces principes en hypothèses à corroborer ou invalider... ce qui est du domaine de la didactique.

B. Insertion pour les formateurs dans la formation.

1) Un contexte défavorable.

- La formation des maîtres est actuellement tiraillée entre deux institutions : Université et EN qui ne se complètent que trop rarement...
- Le temps de formation consacré à l'enseignement des mathématiques a été diminué, les intervenants ont été multipliés et leur coordination difficile.
- La demande accentuée vis à vis des PEN d'une formation accélérée en pédagogie... de survie (FP1..) n'ajoute rien de favorable...

2) Et les chercheurs qui participent à la formation... font intervenir la recherche en didactique

- lorsqu'ils permettent à certains problèmes qu'elle traite (et qui n'ont pas été pris en compte par d'autres domaines de connaissance) d'être posés dans la formation.
- lorsqu'ils en font faire aux formés (... ?)
- lorsqu'ils mettent en évidence des comportements d'enfants en rapport avec un secteur de la connaissance (ex. numération CM) en permettant de les mieux comprendre par les rapports maître-élève-concept-milieu, ici influence d'un apprentissage nouveau sur les apprentissages antérieurs,
- lorsqu'ils s'abstiennent de diffuser des séries de leçons produites lors d'une recherche (aussi intéressants qu'en aient été les résultats, ex. décimaux de Brousseau), lorsqu'ils estiment qu'ils n'ont pas les moyens d'en communiquer les caractères essentiels et spécifiques dans les conditions de la formation.

3) La COPIRELEM travaille actuellement sur un projet qui vise à articuler les trois aspects de la formation : mathématique pédagogie.... de survie, mise en question de cette pédagogie à partir des connaissances épistémologiques et didactiques.

C. La formation en didactique dans le reste de la formation....

Les recherches en didactique ne prétendent pas résoudre les problèmes de la formation des maîtres.

Mais pourra-t-on faire avancer ces problèmes sans prendre en compte les recherches en didactique ?

B^2 CO-INTERVENTION PEN-UNIVERSITÉ.

Groupe B2

CO-INTERVENTION PEN - UNIVERSITÉ.

Animateur : Desseux Jean-François.
Rapporteur : Hecquet Gérard

Compte tenu du temps disponible, le groupe a décidé de faire un tour d'horizon des pratiques, effectivement vécues ces deux années, de co-intervention (ou leur absence !).

Quelques remarques pour situer le problème :

- Des réticences des PEN à accepter les universitaires se sont faites jour au début, réticences de deux ordres :
  - . institutionnelles : liées à la suppression massive de postes de PEN au moment où les universitaires venaient prendre la place,
  - . psychologiques : liées à l'image de l'université vue par les EN, enseignement très théorique, peu d'attrait pour l'aspect didactique.
- Des universitaires se sont posés la question du "pourquoi ?" de leur intervention.
- On peut distinguer des situations très différentes entre les lieux où les universitaires (souvent animateur IREM) et les PEN ont eu l'habitude de travailler ensemble à l'IREM et les lieux où ce contact n'existant pas, l'Université a quelquefois reproduit ses pratiques habituelles de DEUG ; certain nombre de problèmes, rapportés par les participants, concernant des U.F. d'autres disciplines (et quelquefois en maths !) semblent renforcer cette dichotomie.
- La position de la S.M.F. de ne pas accepter la participation des mathématiciens universitaires au DEUG a crée des situations difficiles dans quelques Académies (jusqu'à l'absence de mise en place du DEUG).

Des pratiques de co-intervention ... (?)

On rencontre, à travers ce tour d'horizon, des situations très différentes couvrant une large gamme de pratiques :

1) Les universitaires fixent les programmes "théoriques" font les cours et les PEN font les T.D. (reproduction d'une pratique universitaire classique) ainsi que quelques essais d'applications pédagogiques.

2) La même situation que précédemment mais la définition des contenus est collective et intègre (plus ou moins) les besoins des normaliens en didactique.

3) Réflexion collective au niveau des contenus et des stratégies pédagogiques (travail sur thèmes qui, il faut le remarquer, donne l'impression d'avoir été assez largement utilisé dans les expériences qui ont été rapportées) puis partage des tâches sur d'autres critères qu'institutionnels (quelquefois les universitaires faisant du travail sur thème la synthèse étant faite par les PEN).

4) Même point de départ que 3) mais les tâches sont réalisées soit en parallèle (plusieurs groupes simoltanés encadrés par universitaire et PEN) soit en binôme (intervention commune des universitaires et PEN).

5) Se distingue de 3) et 4) par la prise en charge plus complète des aspects didactiques avec préparation de séquence pour l'école élémentaire et visite dans les classes des universitaires (et les PEN).

Il faut noter que les pratiques 4) et 5) (ainsi que 3) en partie) représente une charge de travail très lourde, en particulier en temps, difficile quand les intervenants universitaires fonctionnent sur heures supplémentaires.

B^3 COHÉRENCE DU DEUG.

Groupe B3

COHÉRENCE DU DEUG.

Rapporteur : Michel Laisne.

Après bientôt deux ans de fonctionnement qui ont confirmé les appréhensions initiales, la critique du DEUG tel qu'il était conçu aux termes de l'arrêté du 13 juillet 1979 n'est plus à faire :

- Diversité, déroulement trimestriel, durée (largement en deçà des 70h théoriques) des UF.
- Multiplicité des intervenants, difficultés de leur concertation.
- Hétérogénéïté des groupes (le volume de la mise à niveau permet-il effectivement de la réduire ?).
- Evaluation qui suppose la réussite à chaque UF (aucune compensation possible).
- Absence d'unité dans la formation (UF/DEUG et UF/EN justaposées).

Devant cette situation, parfois aggravée par des circonstances locales, les participants se sont attachés à formuler des propositions d'aménagement. Un concensus s'est établi sur quatre d'entre-elles :

1. Réduction du volume des enseignements (interventions directes) pour favoriser le travail autonome (travaux personnels avec un enseignant disponible).
2. Institutionalisation des concertations tant entre universitaires et PEN qu'internes à l'Université.
3. Instauration d'une "dominante".

   Il subsiste à ce sujet des désaccords : certains voient dans la mise en place d'une dominante, un premier pas vers la spécialisation de l'instituteur ; pour d'autres, l'instituteur doit rester polyvalent, la formation au savoir supposant une formation approfondie dans un domaine. Par ailleurs, si certains considèrent qu'il est important que le DEUG à dominante puisse "déboucher" sur des études dans un domaine spécialisé, d'autres insistent sur les finalités professionnelles du DEUG "enseignement du premier degré".

4. Regroupement des UF et étalement dans le temps de leur déroulement.

* * *

Depuis les journées de Blois, le débat sur le DEUG "enseignement du premier degré" s'est largement déplacé. On excusera donc la brièveté de ce compte rendu. Il ne m'est pas apparu utile de détailler longuement des échanges qui, malgré leur vivacité et leur richesse du moment,ont beaucoup perdu aujourd'hui en pertinence.

B4 INTERACTION ENTRE LES UF/EN ET LES UF/DEUG.

Groupe B4

INTERACTION ENTRE U.F. EN ET U.F. DEUG.

Animateur : Guillemot Marianne

La réunion du groupe B4 n'a duré qu'une heure et demie. Le groupe a consacré presque tout ce temps à la récolte des informations et à l'examen critique du fonctionnement des unités "U.F. DEUG", surtout de l'unité dite obligatoire, ainsi qu'aux problèmes de relations entre universitaires et écoles normales liés à ce fonctionnement.

Dans la définition "sur le papier" des unités du DEUG, on trouve d'une part des contraintes qui n'ont pas été toujours suivies d'effets étant mal adaptées à la réalité, et, d'autre part beaucoup de lacunes. Il en est résulté un fonctionnement très variable d'une école à l'autre, du point de vue de

- la concertation, très bonne en certains endroits, nulle en d'autres ;
- du mode d'enseignement. Cours magistral ou travail en groupe ;
- de la durée de l'unité, le plus souvent très courte (ce "trimestre" n'a comporté que 8 ou 9 semaines d'enseignement). Cette durée a été un peu augmentée dans un petit nombre de cas, en empiétant sur les vacances et sur les "unités d'entretien" ;
- enfin, du niveau, qui va d'un niveau universitaire à quelque chose qui ne dépasse pas la classe de troisième... parfois chez le même enseignant, qui est contraint à cette descente progressive par l'incompréhension de son auditoire.

On a peu parlé du contenu de l'enseignement, qui semble jouer un faible rôle dans la réussite du fonctionnement de l'unité. Par contre, cette réussite est liée étroitement aux conditions citées plus haut.

Le manque de concertation a causé de graves difficultés. Certains universitaires ont interrompu leur enseignement en cours de trimestre. Dans d'autres cas ce sont les élèves qui ont refusé d'assister aux cours ou de passer les examens. La concertation (entre universitaires PEN et élèves) a permis d'éviter ces comportements.

Le cours magistral a été également la source de nombreuses difficultés, par insuffisance de contact entre enseignants et élèves. Les meilleurs succès ont été obtenus par le travail en groupe, souvent en groupes de niveaux différents, en particulier lorsque les élèves décidaient eux-mêmes de leur appartenance à tel ou tel groupe.

La durée des unités de mathématiques (EN et DEUG) est jugée par tous beaucoup trop courte pour enseigner ce dont les élèves ont besoin. Et on ne voit pas comment remédier à cette situation dans le cadre actuel.

Enfin la question du niveau de l'enseignement est essentielle. On dénonce à nouveau l'absence des mathématiques au concours de recrutement des EN, qui entraîne l'impossibilité de donner aux élèves une formation de niveau universitaire en mathématiques, et aussi de grandes difficultés dans l'enseignement des unités de maths de l'EN.

Une décision récente stipule que l'épreuve scientifique pluridisciplinaire du concours d'entrée comportera désormais une question de caractère mathématique valant 25 % de la note de l'épreuve. C'est un progrès, mais ce n'est pas suffisant. Certains proposent d'instituer une épreuve de 2ème série en mathématiques, comme on le fait pour la musique, le dessin, l'EPS.

Ensuite la discussion a porté sur certains autres aspects de la formation actuelle, notamment sur le stage, dont l'efficacité pédagogique tend à disparaître depuis qu'il est devenu un examen.

On a envisagé la possibilité de "filières à dominante" et l'inconvénient de séparer la didactique de la formation théorique, pour les élèves les plus "forts" aussi bien que pour les élèves les plus "faibles" dans la discipline.

La question la plus intéressante :"Qu'est-ce que les universitaires peuvent apporter à la formation des instituteurs, indépendamment de texte-structure ?" a été à peine abordée, faute de temps.

Des PEN affirment cependant que le principal intérêt de l'intervention de l'Université se trouve dans les discussions que les intervenants universitaires peuvent établir avec eux, et dans les idées nouvelles qu'ils peuvent leur apporter ; mais il leur paraît utile que ces universitaires aient aussi la pratique de l'enseignement dans les EN, afin de mieux connaître les problèmes pédagogiques et les élèves.

On évoque la réussite de l'unité 1, où n'intervenaient que des volontaires, où les PEN et universitaires s'étaient cooptés mutuellement. Cette expérience fut brutalement interrompue par l'administration qui refusa aux enseignants de l'unité 1 la possibilité d'intervenir dans le DEUG au moment où celui-ci fut instauré.

B 7 PROPOSITIONS POUR UNE FORMATION.

Groupe B7

PROPOSITIONS POUR UNE FORMATION.

Animateur : Bolon Jeanne
Rapporteur : Merigot Michel

Le travail débute par les différentes hypothèses de formation qui courent actuellement.

Les hypothèses 1 et 2 des dernières circulaires sont un peu plus étudiées.

Il est apparu lors du stage de Versailles du mois de Janvier que :

- L'hypothèse 1 avait été élaborée dans le cadre d'un DEUG qui serait négociable (1/3 de DEUG noble par ex. ...) mais à former, cependant, des instituteurs polyvalents.
- L'hypothèse 2 s'est faite en pensant plus aux petites EN.

Dans tous les cas, l'Université est à la disposition de la formation.

Le débat s'est, par la suite, orienté vers des commentaires sur ces projets puis sur la formation actuelle.

Commentaires sur les projets

- Il est évident que les universitaires, en majorité, ne souhaitent pas poursuivre dans la voie actuelle mais, sauf exception, ils ne se sentent pas prêts à s'insérer dans la formation.

- Dans l'hypothèse de DEUG à dominante, les normaliens ne vont-ils pas s'engager dans les filières qui leur donneront le maximum d'U.V. d'Université sans souci du métier d'instituteur ?

- Même s'il est utopique d'envisager une formation élevée dans toutes les directions, il est indispensable de veiller à une bonne connaissance des disciplines de base et d'envisager un travail cohérent (EN, Université) dans la dominante choisie (point controversé !)

- Il paraît souhaitable de diminuer le temps de cours pour demander aux normaliens un travail personnel et d'acquérir des méthodes de travail qui les rendent autonome.

- Il faut donc que les intervenants organisent leur travail en commun ce qui nécessite un véritable statut pour les Universitaires qui interviennent dans les EN et une reconnaissance du travail effectué.

La situation actuelle.

L'absence d'épreuve de mathématiques au concours de recrutement amène à l'EN des étudiants en situation d'échec mathématique. Les carences viennent plutôt de l'enseignement secondaire et du manque de finalité de cet enseignement.

Pour pallier les disparités énormes entre les étudiants, il semble souhaitable de prendre des problèmes de didactique comme point de départ. La réflexion vis à vis de l'apprentissage des concepts, de ces concepts eux-mêmes, n'est-elle pas, en grande partie, indépendante du niveau de la connaissance théorique ?

D'autre part, il est désagréable, sinon intolérable de se situer par rapport aux DEUG classiques, ce qui conduit à la négation de la finalité professionnelle de la formation.

LISTE DES PARTICIPANTS AU COLLOQUE NATIONAL

PEN. IREM. APMEP. 19,20,21 MARS 1982

À BLOIS.

ARGAUD Henri-Claude	EN Auxerre
AUCAGNE Jacques	EN Chartres
AUTEBERT André	EN Blois
BARSEYNI René	EN Tours
BEGUE Jane	EN Foix
BELLIER Gilbert	EN Alençon
BERTHELOT René	EN Pau
BLANC Michel	IREM Nice
BOET Jeannine	EN Le Bourget
BOLON Jeanne	EN Versailles
BOROWCZYK Jacques	IREM Poitiers
BOSC	
BOULAY Roger	IDEN Blois
BOULE François	EN Auteuil
BRIAND	
BRISSIAUD Rémi	EN Cergy, Paris
BROUSSEAU Guy	IREM Talence
BRUTER	Université Paris VII
BUTLEN Denis	EN Versailles
CAIGNAERT Christophe	EN Lille
CALBRIX Jean	IREM Rouen
CARTON Jean-Michel	EN Douai
CATHALIFAUD Robert	EN Limoges
CHAMPION Claudette	EN Mâcon
CHATARD-MOULIN M.Claude	Université Limoges
CHAUVAT Daniele	EN Angers
CHAUVAT Gérard	Collège Tours
COLLONGE Marie-Pierre	EN Batignolles, Paris
COLMEZ François	Université Paris VII
COROLLEUR Annick	EN Angers
CORRIEU Louis	I.G.
COURRIERE Michel	EN Nice
COUTIS Simone	EN Lyon
CREPIN Roger	IDEN Limoges

DAVIAU Claude	EN Angers
DAVID Marcel	IREM Reims
DELIN Danielle	EN Nantes
DESSEUX Jean-François	Université Clermont II
DIDRY Jean-Marie	EN Maxeville
DOSSAT Luce	EN Clermont-Ferrand
DOUADY Régine	IREM Paris-Sud
DOUAIRE Jacques	EN Antony
DUBOIS Colette	EN Livry-Gargan
DUBOIS Daniel	EN Lille
DUMOULIN Christian	IREM Limoges
DURIER Roland	IREM Dijon
EURIAT Jacqueline	EN Epinal
FAJEAUX Bernard	EN Bar-le-Duc
FILIPPI Jean	EN Draguignan
FOULON Marc	EN Douai
FREMIN	EN Antony
GABORIEAU Jean-Pierre	IREM de Rennes
GAIRIN CALVO Suzy	EN Mérignac
GAUDELET Nicole	EN Antony
GOIX Jean-Claude	EN Orléans
GRAS Régis	Université Rennes I
GREMILLARD Jean	Université Besançon
GUILLAUME	
GUILLEMOT Marianne	Université Tours
GUILLERAULT Mireille	EN Grenoble
HASCOET Michèle	EN Evreux
HECQUET Gérard	IREM Lille
HELLEGOUARCH Yvesa	Université Caen
HOUDEBINE Jean	Université Rennes
HOUDEMENT Catherine	EN Rouen
LACHEREZ Liliane	EN Amiens
LACROIX Daniel	EN Grenoble
LAISNE Michel	EN Douai
LAMARCHE Jean-Pierre	Université Orléans
LE BOURSICOT Dominique	EN St.Germain en Laye

LEBRETON Jean-Claude	EN Blois
LECOMPTE Bernard	EN Etiolles
LEGER Didier	EN Laon
LEGREVELLEC Lucien	EN Quimper
LEMOINE Françis	EN Amiens
LE POCHE Gabriel	EN Rennes
LEYROLLE Roger	EN Aurillac
LIPP Gérard	EN Guebwiller
MARCHIVIE François	IREM Dijon
MARTINELLI	EN Grenoble
MATHIEU Gérard	IREM Nancy
MAURIN Roger	EA Le Puy
MEFFRE Marie-Hélène	EN Aix
MERIGOT Michel	IREM Nice
MINET Ghislaine	EN Batignolles
NOBLET Claudine	EN Bonneuil
PARREAU Michel	Université Lille I
PAUVERT Marcelle	EN Livry Gargan
PEAULT Hervé	EN Angers
PEDROLETTI Jean-Claude	EN Besancon
PELE Colette	CNDP, Paris 05
PELTIER Marie-Lise	EN Rouen
PERNOT Marie-Alice	EN Rouen
PERRIN Marie-Jeanne	Université Paris VII
PICARD Nicole	IREM Paris-Sud
PIERRARD Marie-Anne	EN Blois
PORCEL Nicole	EN Lons Le Saunier
POULAIN Albert	EN Orléans
PRAUTOY Georges	EN Dijon
RIMBAULT Claude	EN St.Brieuc
RIVIERE Pierre	CNEFASES Beaumont/Oise
ROUCHIER André	IREM Orléans
ROUGIER Jeanne	EN Limoges
ROYE Louis	EN Lille
SAGUERRE Gérard	EN Vannes
SALIN Marie-Hélène	EN Mérignac

SAUVY Jean	A.R.P. Meudon
SIBILLE Michel	EN Maxeville
SIGRIST Jean-Louis	EN Guebwiller
TISON Pierre	Université Valenciennes
TREHART Françoise	EN Batignolles
TRYOEN Victor	EN Douai
VALENTIN Dominique	EN Antony
VARIN Bernard	EN Montigny les Metz
VAUDAY Josette	EN Auteuil
VIALES André	I.G.
VICENS Pierre-Yves	EN Livry Gargan
VISEUX Michel	EN Arras
ZAMFIRESCU	Université Orléans