IREM de BORDEAUX
copirelem

6ème COLLOQUE

Des Professeurs de MATHEMATIQUES D'ECOLE NORMALE

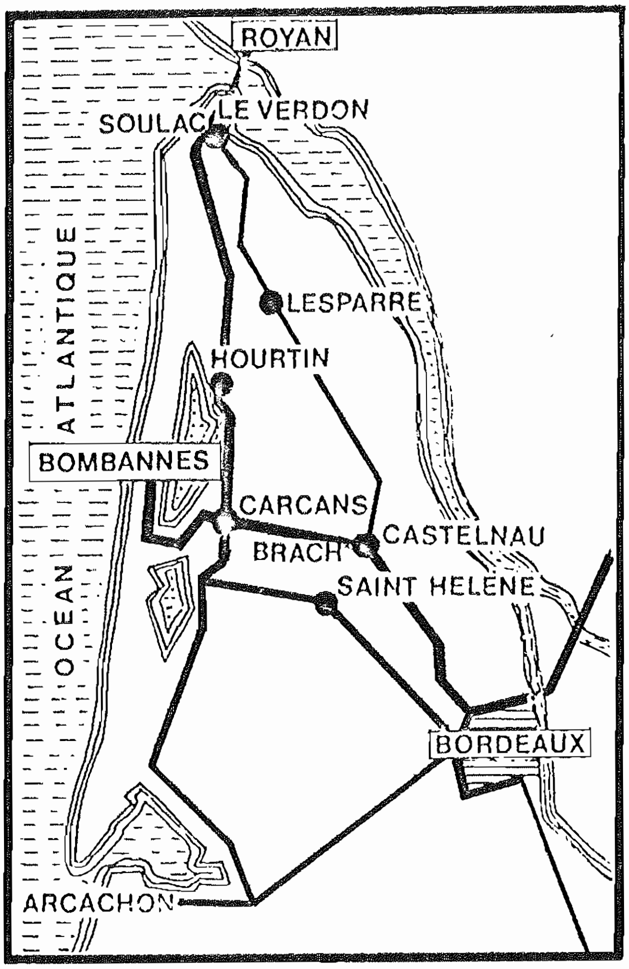
Université
de
BORDEAUX

BOMBANNES

les 4.5.6 mai 1979

SOMMAIRE

x x x x x x x


ROYAN
SOULAC
LE VERDON
OCEAN ATLANTIQUE
LESPARRE
HOURTIN
BOMBANNES
CARCANS
CASTELNAU
BRACH
SAINT HELENE
BORDEAUX
ARCACHON

COLLOQUE NATIONAL

P.E.N - I.R.E.M - A.P.M

4, 5, 6 MAI 1979
BOMBANNES

THEME DES JOURNEES :

ELABORATION DE DOCUMENTS EN VUE DE LA FORMATION INITIALE ET CONTINUÉE DES MAITRES

Présentation par l'I.R.E.M de BORDEAUX

Améliorer la formation (ici mathématique) des enfants est la finalité principale des formateurs dans les écoles normales. (P.E.N - I.D.E.N - C.P ...). La formation des maîtres n'est qu'un moyen pour améliorer cette formation.

La formation mathématique des enfants exige la mise en oeuvre et la conduite par les maîtres de situations spécifiques du concept visé et du stade de développement des enfants. Ces situations ne peuvent pas être trouvées seulement par une simple combinaison de principes théoriques de psychopédagogie et de mathématiques ni par une simple transmission des pratiques des maîtres. Elles sont l'objet avec les formés (élèves-maîtres ou maîtres en formation continuée) d'une activité originale, que nous appelons didactique des mathématiques et qui comporte pour eux des moments propres de réflexions théoriques, d'observations, et de réalisations d'enseignement.

FINALITES DE LA FORMATION

A l'égard des formés, il s'agit pour les formateurs de :

* Mettre à leur disposition des informations variées, abondantes et faciles d'accès, allant des tours de mains pratiques jusqu'aux informations scientifiques, centrées non seulement sur les comportements généraux des enfants et des maîtres au cours de l'enseignement, mais aussi sur ceux qui sont spécifiques de chaque concept mathématique enseigné

.../...

(informations de didactique des mathématiques).

* Développer une attitude active et créative dans leur travail de façon à ce qu'ils suscitent cette même attitude chez leurs élèves.

* Créer les besoins d'informations complémentaires en favorisant les attitudes de recherche, l'observation des enfants, le recours aux méthodes expérimentales, l'évaluation et la remise en cause.

BUTS DU PROJET

Si tous les formateurs s'accordent sur les finalités ci-dessus, nous savons que les moyens d'action dans les Ecoles Normales sont très divers et que cette diversité rend difficiles les communications.

L'idée principale de ce projet consiste à faire en sorte que des équipes produisent des documents pouvant être discutés et utilisés par d'autres, et dont la réalisation exige des réflexions, une recherche, et une élaboration d'informations.

METHODE

* Dans un premier temps, il s'agit de constituer des DOSSIERS sur les sujets proposés plus loin (la liste n'est pas exhaustive), rassemblant des textes existants, des comptes-rendus de travaux faits dans des classes etc...

* Dans un deuxième temps, de constituer à partir de chaque dossier une UNITE à l'intention des formés et des formateurs. Chaque unité suggère des activités, fournit des documents, de l'information et pose des questions autour d'un même sujet relatif à l'enseignement des mathématiques.

Ces sujets sont classés d'après le problème central qui y est traité dans les catégories suivantes :
"Mathématiques","Enfants","Méthodologie et renseignements professionnels","Didactique théorique","Epistémologie".

Chaque unité comprend un certain nombre de types d'activités suggérées dans des MODULES, toujours à peu près les mêmes, que l'on retrouve dans chaque unité.

.../...

COMPOSITION D'UNE UNITE

a) Module "présentaion du sujet"

Ce module peut comprendre:

- un questionnaire sur le contenu mathématique étudié à présenter à des enfants
- des situations à mathématiser à l'usage des formés.
- un recensement des difficultés rencontrées par les formés à propos du sujet étudié.
- etc...

b) Module "information"

Il peut comprendre un court exposé du sujet, une ou deux lectures, extraits d'articles ou articles entiers, des définitions donnant l'explication des termes principaux utilisés dans l'unité avec des exemples, contre-exemples, généralement pris au niveau de l'enseignement.

c) Module "réalisation et/ou observation des séquences"

Ce module a pour objectifs :

- la réalisation d'une leçon, ou d'une suite de leçons sur le sujet étudié
- l'observation d'enfants, du maître, ou des processus didactiques au cours des leçons.

d) Module "information complémentaire et documentation"

Ce module,comportant une bibliographie, a pour objet de conduire le formé à acquérir les compléments d'informations mathématique, psychologique, didactique, pédagogique, épistémologique, qui lui sont nécessaires.

e) Module "recherche"

Il comprend, des sujets de réflexion, des sujets d'expérimentation didactique, des questions, etc...

La composition de l'unité et l'ordre des modules peuvent changer selon le sujet.

.../...

LISTE DE SUJETS

a) Unités centrées sur un thème MATHEMATIQUE.

1. Constructions pré-numériques et pré-mathématiques (Ecole Maternelle)
2. Construction de $(\mathbb{N}, +)$ $(\mathbb{N}, -)$
3. Construction de $(\mathbb{N}, \times)$ $(\mathbb{N}, \div)$
4. Numération
5. Géométrie
6. Décimaux
7. Probabilités-statistiques
8. Problèmes, situations
9. Variables - Logique
10. Mesure
11. Fonctions et représentations

b) Unités centrées sur un sujet de DIDACTIQUE proprement dite :

- finalités et objectifs de l'enseignement des mathématiques
- pédagogie par objectifs et évaluation en mathématiques et contrat didactique
- situations et processus didactiques fondamentaux
- les théories de l'apprentissage et de la connaissance
- théorie de l'enseignement des mathématiques
- mathématique et applications
- épistémologie et histoire des maths
- les problèmes et l'enseignement des mathématiques
- les jeux et les mathématiques
- mathématique, langage et formalisation
- les erreurs et les échecs en mathématiques
- diagrammes, schémas, organigrammes
- les calculateurs électroniques et l'enseignement des maths.

c) Unités centrées sur les caractéristiques des ENFANTS :

- adaptation aux différences individuelles en mathématiques (enseignement collectif, enseignement individuel, différents types de groupes)
- les enfants marginaux : déficients intellectuels, "surdoués", échecs électifs
- mathématique et psychologie génétique
- mathématique en première année d'école élémentaire : objectifs, activités, moyens, évaluation)
- les mathématiques en 2ème année, etc...

.../...

d) Unités centrées sur un sujet relatif au "SYSTEME EDUCATIF" et aux maîtres

- les programmes de mathématiques et les instructions : comment les interpréter, les lire ?
- les préparations de mathématiques : répartition, horaires,
- les moyens matériels de l'enseignement des mathématiques (listes de matériel, bibliographie)

e) Unités centrées sur la DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES, PRATIQUE ET EXPERIMENTALE :

- construction d'une situation didactique (pour l'enseignement d'une notion ou d'un concept)
- organisation d'une expérience sur l'enseignement des maths (l'observation des faits didactiques)
- compléments de statistique et de docimologie pour l'analyse de l'enseignement
- les styles d'enseignement et les mathématiques
- la réalisation et la conduite d'une leçon de mathématiques
- Analyse des savoir-faire à la fin d'un niveau.

f) Unités centrées sur des ACTIVITES DIVERSES où les mathématiques jouent un rôle :

- mathématiques et activités manuelles
- mathématique et géographie
- mathématique et économie
- mathématique et art
- biologie, physique, etc...
- mathématique et langage mathématique
- panorama des mathématiques actuelles
- structure mathématique et rôle de l'enseignement.

Ces unités, plutôt que d'être objets d'études académiques, suggèrent aux élèves-maîtres des sujets d'étude à entreprendre avec leurs enfants et susceptibles de les éveiller aux démarches scientifiques.
Les parties théoriques de ces unités ont seulement pour objet de permettre à l'étudiant d'avoir, sur le sujet scientifique touchant aux mathématiques, une certaine culture générale.

.../...

BIBLIOGRAPHIE

On peut avoir une idée de ces types de documents ou de leur contenu en consultant les ouvrages suivants :

a) Mathematics learning and teaching par Higgins - Publishing Company - Worthington Ohio

b) Les publications de l'A.P.M.E.P :
- la multiplication
- la division

Mots 1, Mots 2, Mots 3 etc...

c) Les ouvrages pour l'enseignement élémentaire parus chez CEDIC :
- la numération à l'école de Jarente
- Six thèmes pour six semaines de A. Myx
- Opérateurs à l'école élémentaire de Jarente etc...

d) Les publications du M.T.E.P (Mathematics Teachers Education Project de Leeds - Center for Studies in Science Education - the University Leeds - LS2 9JT England)

e) Les publications de l'I.R.E.M de Bordeaux :
- Aides pédagogiques au C.P
- Cahiers sur l'enseignement élémentaire (du n° 11 au n° 18)
- l'addition
- la multiplication
- la division
- la numération etc...

Ⓐ

APPROCHES DU NOMBRE

Animation : C. PARISELLE

Constitution du dossier : H. PEAULT
21, rue de la Genvrie
49000 - A N G E R S.

Après un échange de vues sur le contenu des ouvrages cités dans la première bibliographie élaborée par H. Péault, puis sur les différentes expériences que nous avons menées dans nos F.P. ou nos IREM concernant l'approche du nombre, nous avons dégagé les points principaux sur lesquels il nous paraît important de SENSIBILISER les normaliens, puis les options pédagogiques liées à cette analyse et sur lesquelles nous voudrions EMPORTER LA CONVICTION des normaliens.

POINT 1 :

Ce n'est pas parce qu'un enfant sait réciter la comptine (un, deux, trois, ...) qu'il sait compter. Avec des enfants de maternelle ou de début de CP on peut en effet observer les faits suivants :

a) devant une collection d'objets à dénombrer, certains enfants récitent la comptine tout en manipulant les objets mais sans qu'il y ait une bonne coordination entre le geste et la parole.

b) la conservation du cardinal à travers les changements de configuration d'une même collection n'est pas toujours acquise.

c) certains enfants sont incapables de construire une collection de cardinal donné car ils n'arrivent pas à «s'arrêter à temps».

POINT 2 :

L'acquisition du nombre sous tous ses aspects ne se fait pas indépendamment du domaine numérique. En effet, les comportements signalés au point 1 peuvent très bien, pour le même enfant, ne pas apparaître dans un domaine de petits nombres (par exemple 8 - 10) et apparaître pour de plus grands nombres (par exemple 15 - 20).

POINT 3 :

En ce qui concerne les relations numériques (comparaison, égalité) comme en ce qui concerne d'autres notions, la constatation d'un fait (par exemple constater que deux collections données ont même cardinal), et la construction d'une situation répondant à une consigne donnée (par exemple construire, à l'aide d'éléments donnés, deux collections de même cardinal) représentent des niveaux de difficulté très différents pour l'enfant.

OPTIONS PEDAGOGIQUES.

a) Les activités non numériques (tris, classements, rangements) jouent un rôle fondamental pour préparer la construction du nombre, et il est indispensable de leur faire une part importante, y compris au CP.
Cependant il ne faut surtout pas pour autant censurer le domaine numérique déjà «connu» par les enfants (même si cette connaissance est loin d'être achevée. cf. point 1).

b) Après avoir réfléchi aux aspects ordinaux et cardinaux des différentes activités numériques mises en œuvre par un enfant de classe de CP, il est important de chercher à élaborer des progressions menant en parallèle des activités de type plutôt ordinal et des activités de type plutôt cardinal (ou purement cardinal). On aide ainsi l'enfant à se construire le concept de nombre de la façon la plus riche possible, sans négliger l'un des aspects.

c) Il est intéressant d'observer une série de séquences pédagogiques sous l'angle du type d'activités proposé aux enfants, et de mesurer la part respective des activités de «constatation» et des activités de «construction».
Ce bilan fait souvent apparaître que les activités de construction sont beaucoup trop rares, et il est très important de trouver des moyens de les développer au maximum.

Nous avons ensuite réfléchi aux moyens de sensibiliser les normaliens aux problèmes rencontrés par l'enfant dans la construction du concept de nombre.

1) Il peut être intéressant de commencer par leur demander quels sont les points qui leur semblent poser problème. Souvent, seuls les problèmes concernant la numération sont reconnus spontanément. (On peut d'ailleurs commencer le travail en FP sur la numération pour amener ensuite les normaliens aux problèmes de construction du nombre).

2) Une étude historique peut leur montrer que la construction d'une théorie des nombres a été très longue à aboutir (jusqu'au XIX^{e} siècle où s'est enfin posé explicitement le problème du concept de nombre) ; cela peut les aider à comprendre que la construction du concept est également très longue pour l'enfant.

(Cette information peut d'ailleurs être complétée par une double information théorique : d'une part sur les axiomatiques de la théorie des nombres ; d'autre part sur les résultats fondamentaux de la psychologie génétique. Cependant il nous semble préférable que ce type d'information vienne plus tard).

3) Un moyen privilégié pour sensibiliser les normaliens à une difficulté rencontrée par les enfants est de trouver une situation homologue et de difficulté comparable. Par exemple, pour leur faire saisir et comparer la difficulté des différentes techniques de la division, on peut leur demander d'utiliser ces différentes techniques en base sept. Les difficultés qu'ils rencontrent sont alors assez comparables à celles d'un enfant qui commence à faire des divisions alors qu'il n'a pas encore bien mémorisé les produits élémentaires.

Malheureusement, en ce qui concerne la construction du nombre il est très rare de trouver ce genre de situations homologues. Les seuls problèmes que l'on peut peut-être faire «toucher du doigt» de cette façon aux normaliens nous semblent être :

- L'importance du domaine numérique (à travers un travail sur les grands nombres).

• La différence de difficulté entre des tâches actives de construction d'une situation répondant à des critères donnés et des tâches de constatation, comparaison, ... sur des situations données.

• La difficulté de certaines tâches de type ordinal à l'époque où la comptine n'est pas encore structurée par la numération (à travers un travail semblable pour lequel les normaliens devront utiliser une file non numérique comme par exemple l'alphabet).

4) Cependant le moyen qui nous a semblé le plus efficace pour faire prendre conscience aux normaliens des problèmes liés à la construction du nombre, est de leur faire faire des observations de comportements d'enfants de maternelle et de CP à qui l'on a donné (de préférence individuellement) une tâche mettant en œuvre les aspects ordinaux et cardinaux du concept de nombre.

Nous avons également «ouvert» un dossier «approches du nombre». On trouvera ci-dessous une bibliographie commentée et classée en quatre parties (Approche Historique ; approche mathématique ; approche psycho-pédagogique ; activités dans les classes). Les ouvrages cités sont disponibles soit en librairie, soit par l'intermédiaire des IREM. Cependant les documents (14) et (18) qui sont ronéotypés peuvent être obtenus en écrivant à M. AUBURTIN - Ecole Normale Mixte - Rue Paul Richard - 54320 MAXEVILLE.

Enfin nous avons consacré pas mal de temps à entamer la constitution d'une unité «approches du nombre». On trouvera ci-dessous :

A) Un module présentation du sujet visant à sensibiliser les normaliens aux problèmes décrits aux points 1 - 2 - 3.

Ce module est constitué essentiellement de protocoles d'interviews d'enfants à faire réaliser par les normaliens pour qu'ils observent les comportements de ceux-ci. (Nous y avons joint une courte référence bibliographique pour les PEN qui souhaitent avoir un complément d'information sur les expérimentations proposées).

Nous avons complété ce module par des idées d'activités à proposer aux normaliens eux-mêmes afin qu'ils perçoivent certains problèmes liés à la construction du nombre.

Mais il reste largement ouvert à d'autres idées.

B) Un module information qui se présente sous forme d'une bibliographie de base.

Nous pensons que l'on peut constituer facilement :

D) Un module information complémentaire et documentation à partir de la bibliographie classée et commentée (cf. ci-dessous).

E) Un module recherche où l'on peut proposer aux normaliens d'approfondir les expérimentations décrites dans le module présentation du sujet.

Enfin nous espérons pouvoir poursuivre notre travail avec tous ceux qui seraient intéressés. Il nous reste en effet à mettre en place, :

C) Un module réalisation et/ou observation de séquences tenant compte en entre autres des options pédagogiques a) - b) - c).

Eléments pour un DOSSIER :

A P P R O C H E S   D U   N O M B R E

Les références indiquées ici sont classées selon le plan suivant :

I. – Approche historique

II. – La notion mathématique de nombre naturel

III; – La construction du nombre chez l'enfant ; problèmes psycho-pédagogiques

IV. – Approches du nombre : activités dans les classes
(les documents anciens sont des exemples parmi beaucoup d'autres..)

I. – APPROCHE HISTORIQUE

(1). " Le nombre, langage de la science " T. DANTZIG
librairie A. Blanchard / 1974 (nouveau tirage) / 250 p.

p. 9 – 25 : Le sens du nombre chez les animaux – le sens du nombre chez l'homme – techniques cardinales et ordinales des temps anciens – le nombre lié au corps.

(2). " Histoire des mathématiques " M. BOLL
Que sais-je ? / 1974 (1°éd. : 1941) / 130 p.

p. 7 – 20 : Reprise, en grande partie, des idées du document précédent.

(3). " Histoire comparée des numérations écrites " G. GUITEL
Flammarion / 1975 / 850 p.

p. 19 – 40 : Numérations figurées, parlées, écrites : de la maitrise du concept de nombre à celle des systèmes de désignation.

(4). " Nombres entiers naturels " Groupe P.E.N.
IREM de Nantes / 1979 / 165 p.

p. 7 – 31 : 1° partie : nombres naturels, quelques repères historiq une certaine perception de la pluralité – la technique de l'appariement – l'utilisation de suites ordonnées – la construction des systèmes de numération – l'invention du zéro

p. 32 – 45 : 2° partie : des propriétés "magiques" aux propriétés arithmétiques : le symbolisme du nombre – vers une mathématique du nombre.

II. - LA NOTION MATHEMATIQUE DE NOMBRE NATUREL

(4'). " Nombres entiers naturels " Groupe PEN Nantes

p. 46 - 66 : 3° partie : le nombre naturel et les mathématiciens : Comment s'est posé le problème jusqu'au XIX° siècle - vers l'axiomatisation : une conception plus précise du nombre - le problème de l'infini - Cantor et la théorie des ensembles - les cardinaux et les entiers naturels - les ordinaux et les entiers naturels - les paradoxes de la théorie de Cantor - les nouvelles orientations

p. 122-129 : L'axiomatique de Péano : présentation visant à faire comprendre d'où "sortent" les axiomes ...

p. 130-147 : Nombres ordinaux et nombres cardinaux : commentaires sur une présentation à partir des axiomes de la théorie des ensembles de Zermelo-Fraenkel

p. 148-150 : De la construction naïve du cardinal à la construction bourbakiste ; quelques idées générales

(5). " Nombre, mesure et continu ; épistémologie et histoire " J. DHOMBRES
Cedic - Nathan / 1978 / 340 p.

p. 247-272 : La création cantorienne des cardinaux : précurseurs et difficultés - la méthode de Cantor - notions de puissance, de cardinal et d'ordinal

(6). " Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire : C.P. " ERMEL
Sermap - OCDL / 1977 / 290 p.

p. 63 - 68 : Aspects théoriques de la notion de nombre : succinctement étude de la construction algotithmique d'une suite d'ensembles "emboîtés" - définition d'un ordinal - notion de cardinal - nombres naturels

" Mots " publication APMEP à l'usage des instituteurs et autres enseignants

(7) - tome 1 (1974) : articles "nombre naturel" (5 p.) et "ensembles de nombres" (11 p.)

(8) - tome 4 (1978) : article : "cardinal" (16 p.)

Réflexions sur le vocabulaire et les idées qu'il recouvre.

(9). " Aides pédagogiques pour les maîtres du CP " groupe P.E.N.
IREM de Nice / 1978 / 95 p.

p. 38 - 46 : Nombre et cardinal : ce qu'on lit, ce qu'on entend, du CP à l'Université -ensembles équipotents ; exemples - ensembles finis et ensembles infinis - nombre et cardinal

(10). " Nombres "
film TV série "mathématiques pour tous" / 1970/ émission n° 3

(11). " Cardinal "
film TV série "mathématiques pour tous /diffusé le 12-12-70 / (n° 10)
fiche d'accompagnement établie par G. Th. Guilbaud

III. - LA CONSTRUCTION DU NOMBRE CHEZ L'ENFANT : PROBLEMES PSYCHO-PEDAGOGIQUES

(12). " La genèse du nombre chez l'enfant " PIAGET, SZEMINSKA
Delachaux et Niestlé / 1967 (4° éd.) / 320 p.

Le problème de la construction du nombre en relation avec les opérations logiques ; compte-rendu de recherche et des principales conclusions.
Point fondamental : dans la construction du nombre par l'enfant, l'ordination suppose toujours la cardination et réciproquement.

(13). " Problèmes de la construction du nombre " GRECO, GRIZE, PAPERT, PIAGET
P.U.F. / 1960 / 213 p.

I J. Piaget : Problèmes de la construction du nombre.
(Construction logique du nombre. les paliers de la récurrence. la correspondance terme à terme. la connexité de la suite des entiers.)
II J.B. Grize : Du groupement au nombre
(la notion de groupement. Groupement de classes et groupement de relation.
III et IV S. Papert : Construction du nombre et théorie des classes.
Problèmes épistémologiques de la récurrence.
V P. Greco : Les inférences arithmétiques. L'itération numérique. La succession des pairs et des impairs.

(14). " La genèse du nombre chez l'enfant " PIAGET
document ronéoté ; texte d'une conférence / 1949 / 16 p.

L'essentiel du point de vue de Piaget résumé en quelques pages.

(15). " Une heure avec Piaget "
in "Revue Française de pédagogie" n°37 / oct. nov. déc. 1976

p. 5 - 12 : Entretien avec A. Bessot, F. Halbwachs, P. Jullien et J. Kuntzmann, dans lequel Piaget essaie de préciser ses conceptions, notamment sur les problèmes de la construction du nombre.

(16). " La mathématique vivante " tome 1 : "Nombres" Z.P. DIENES
O.C.D.L. / 1972 / 140 p.

p. 9 - 16 : Les idées sous-jacentes au concept de nombre - passage au stade opératoire - combien ? et mesure
Une adaptation par Diénès des idées de Piaget

(17). " Mathematics as an educational task " H. FREUDENTHAL
D. Reidel Publishing Company - Dordrecht - Holland / 1973 / 680 p.

p. 170-241 : Freudenthal consacre ce chapitre au concept de nombre ; il s'élève contre la trop grande place faite aujourd'hui à l'aspect cardinal du nombre insuffisant selon lui à fonder la notion de naturel et beaucoup moins important que l'aspect ordinal.

(18) - " Les origines des concepts de nombre " J. BRAINERD
document ronéoté - traduction d'un article de Scientific America de mars 73 (19 p.) / paru aussi dans Tutti Frutti n°2 (octobre 1973)

Dans ce document, Brainerd rend compte d'expériences qui, selon lui, montrent que l'ordre d'émergence des concepts chez l'enfant est : le concept d'ordinal, le concept de nombre puis le concept de cardinal et que d'autre part un renforcement du concept d'ordinal améliore la compétence arithmétique des enfants.

(19) - " Fabrice, ou l'école des mathématiques " S. BARUK
Seuil / 1977 / 270 p.

p. 176-244 : Pour S. Baruk, il y a deux domaines mathématiques bien distincts : le domaine du quantitatif lié aux choses, marqué par desproblèmes d'utilité, et le domaine proprement mathématique, interrogation d'où est exclue toute recherche utilitaire. S'agissant du nombre, l'enfant arrive à l'école avec un important "déjà-savoir" d'ordre quantitatif marqué par l'ordinal. Il s'agit de l'aider à passer du quantitatif au numérique et en particulier de l'ordinal au cardinal.

(20) - " Faut-il tuer les cardinaux ? " F. HALBWACHS
in "Revue Française de Pédagogie" n° 46 1°trim. 1979 / p. 5 - 9

Critique du mode d'introduction des nombres comme cardinaux à partir des classes d'équivalence, tel qu'il est actuellement prôné dans les programmes et les manuels.
Psychologiquement aberrant pour Halbwachs, et beaucoup moins pertinent qu'un mode d'introduction s'appuyant sur la numération parlée dont on expliciterait progressivement les propriétés opératoires.

(21) - " Quelques réflexions et une expérimentation à propos de la genèse du nombre chez l'enfant " groupe PEN
IREM de Grenoble / 1975 / 20 p.

Reprise d'une expérience de Piaget pour essayer de répondre aux questions : les activités proposées en maternelle peuvent-elles accélérer l'apprentissage du nombre ? Est-ce souhaitable ? Que signifie le mot "autant" pour les enfants ? Est-il justifié de ne commencer l'étude systématique du nombre qu'au 2° trimestre du CP ?

(22) - " Une étude sur l'approche du nombre par l'élève du C.P. " A.BESSOT, C. COMITI
in Educational Studies in Math. vol 9 / 1978 / 25 p.

Relation d'une recherche qui montre en particulier que, bien que les enfants soient davantage attirés par le comptage que par la correspondance terme à terme pour la construction d'un ensemble équipotent à un ensemble donné ou la vérification de l'équivalence de deux collections, la correspondance terme à terme est beaucoup plus opérationnelle que le comptage.

(23) - " Points de vue sur le nombre naturel "
rapport de groupe: séminaire PEN-IREM-APM Nice /janvier 76/ 2 p.
(reproduit dans (4) p. 118-119)

Un résumé de points sur lesquels semble se faire un accord assez large concernant l'approche du nombre par les enfants.

(4'') - " Nombres entiers naturels " IREM de Nantes

p. 67 - 81 : 4° partie : la construction du nombre chez l'enfant, aspects psycho-pédagogiques : les travaux de l'école de Genève - quelques critiques au sujet des travaux de Piaget - le point de vue de Freudenthal -celui de S. Baruk

(9') " Aides pédagogiques pour les maîtres du CP " IREM de Nice

p. 9 - 25 : réflexions et informations d'ordre pédagogique et psycho-pédagogique : structuration de la suite des nombres - Sérier, ranger, trier, classer - remarques sur la transitivité chez l'enfant

(6') " Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire : CP " ERMEL

p. 72 - 78 : Le nombre, aspects psychologiques. Succinctement : quelques points d'histoire - les perspectives de Piaget - les problèmes pédagogiques

(45) " Recherche sur les fondements d'une pédagogie authentique "
dirigée par F. JAULIN-MANONI (Gepalm 1975-77)
CORDES 233 Bd St Germain - 75007 PARIS

IV. - APPROCHES DU NOMBRE : ACTIVITES DANS LES CLASSES

(24) - " Programmes et instructions officiels"

Voir les arrêtés et circulaires :

18 janvier 1887
23 février 1923
17 octobre et 7 décembre 1945
2 janvier 1970 (BOEN n°5 29-1-70)
18 mars 1977 (BOEN n°12 31-3-77)

(les textes des programmes successifs de la première année de l'école obligatoire sont reproduits dans (4) p. 93 - 96)

(4''') - " Nombres entiers naturels " groupe PEN Nantes

p. 82- 120 : 5° partie : l'approche du nombre à l'école élémentaire : finalités et méthodes de l'enseignement primaire de 1887 à 1977 - Objectifs et méthodes de l'enseignement des mathématiques - Programmes de mathématiques de la 1° année de l'école obligatoire de 1887 à 1977 - Evolution dans l'apprentissage de la notion de nombre - les orientations actuelles.

---

(25) - " Cours d'arithmétique " GIROD
Paris / 1898

voir Préambule : notions préliminaires
Livre I : nombres entiers

(26) - " L'arithmétique et la géométrie à l'école primaire" GOUMY
Verdun / 1933 / 207 p.

p. 9 - 31 : Observations générales - l'enseignement du calcul au cours préparatoire

(27) - " Le calcul au cours préparatoire " R. BRANDICOURT
in "Enseignement de l'arithmétique" CPM Bourrelier 1955 p. 24-41

Considérations générales - la pratique de la classe

(28) - " Pédagogie des débuts du calcul " G. MIALARET
UNESCO / 1955 / 52 p.

L'enseignement du calcul - principes généraux - quelques aspects psycho-pédagogiques - les aspects pratiques

(29) - " Initiation aux nombres en couleurs " CUISENAIRE, GATTEGNO
Delachaux et Niestlé / 1969 (5° éd.) / 104 p.

La "méthode Cuisenaire" : des réglettes symbolisent les nombres ; elles se différencient par leur longueur et leur couleur

(30) - " Eléments de mathématiques moderne par les nombres en couleurs " GATTEGNO
Delachaux et Niestlé / 1962 (2° éd.) / 93 p.

Guide de la méthode Cuisenaire à l'usage des instituteurs

(31) - " Communication et discussion sur le matériel Cuisenaire "
CR groupe n° 1 / journées APM-IREM-EN 1974 / IREM Orléans /p. 5-6 , 1

Compte-rendu d'une communication de G. Boulade et de la discussion qui a suivi.

(32). " Les premiers pas en mathématiques " DIENES, GOLDING
tome 1 : "Ensembles, nombres, puissances"
OCDL / 1966 / 125 p.

p. 23 - 28 : Considérations générales
p. 70 -100 : Leçons et jeux conduisant à la compréhension des ensembles et des nombres

(33). " Le passage au nombre naturel" DIENES
OCDL / 1970
Commentaires (35 p.)
Fiches de travail (42 fiches)

(34). " Agir pour abstraire " N. PICARD
OCDL / 1976 / 470 p.

Compte-rendu d'une recherche (1964 - 1970) largement inspirée des points de vue de Piaget et de Diénès.
Voir surtout p. 29 - 65 pour ce qui concerne l'approche du nombre

(35). " Exemple de progression : notion de nombre cardinal " FAUQUETTE
in " La mathématique à l'école élémentaire " APMEP 1972 (p. 234 - 242)

Des idées qui seront souvent reprises.

(36). " Un exemple de processus de mathématisation : l'addition des naturels "
G. BROUSSEAU
in "La mathématique à l'école élémentaire " APMEP 1972 (p. 443 - 457)

A propos de la comparaison de collections nécessitant une correspondance paquets par paquets et conduisant à un codage additif des nombres.

(37). " Initiation mathématique " J. et S. DANIAU
Cedic / 1975 / 175 p.

p. 159-174 : ch. V : l'enfant approche la notion de nombre
des propositions qui annoncent celles des 2 documents suivants

(38). " GRAND N - numéro spécial CP septembre 1977 "
CRDP-IREM Grenoble / 200 p.

partie III : Introduction du nombre et numération

p. 105 : Trier, classer, ranger
p. 106-110 : Les classements à l'école maternelle
p. 111-126 : Introduction du nombre (activités préparatoires, classements d'ensembles, les "boîtes-nombres", désignation, rangement; construction de la suite des nombres)
p. 136-155 : A propos de l'approche de la notion de nombre :
Comment travailler assez tôt dans l'année du CP sur l'aspect ordinal du nombre alors que l'on ne dispose pas à ce moment de la suite des nombres.

(39) "Une approche du nombre par des enfants de 6 à 7 ans" C. COMITI
in Educational Studies in Mathematics vol. 8 /1977/
Une progression menant en parallèle aspect ordinal et cardinal.

(6") - " Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire : CP " ERMEL

p. 150-181 : ch. 5 : classements - ordre
ch. 6 : correspondance terme à terme
ch. 7 : nombre
Propositions de progressions ; vers la construction et l'utilisation des "boîtes-nombres"

(40) - " Aides pédagogiques pour le cours préparatoire "n Elem-Math IV
publication APMEP / 1978 / 60 p.

p. 15 - 24 : Activités pré-mathématiques - Activités numériques
Sous formes de commentaires du programme de 1977, un certain nombre de remarques et précisions d'ordre méthodologique.

(9") - " Aides pédagogiques pour les maîtres du CP " groupe PEN Nice

p. 75 - 76 : Mise en oeuvre de la transitivité
p. 88 - 93 : Le nombre : aspect cardinal et aspect ordinal
(Objectifs pour les élèves, modalités pour le maître, types d'exercices)

(41) - " Une année de math au CP " Equipe 1° degré
IREM de Clermont / 1977 / 82 p.

p. 40 - 53 : Connaître le nombre : propositions d'activités : comparaison de deux collections - classement de collections comparer les nombres

(42) - " Math CP " tome 1 : " Analyse des objectifs " IREM de Bordeaux

(43) - " Correspondance terme à terme "
film TV diffusé les 22 et 23 - 10 - 1970 (série "Activités mathématiques"
tourné en nov. 69 dans un CP
fiche d'accompagnement établie par M.H. Salin

(44) - " Approche du nombre "
film TV diffusé les 29 et 30 - 10 - 70 (série "Activités mathématiques'
fiche d'accompagnement établie par S. Bray et MH Salin

Note : compte-tenu de la multiplicité des manuels pour le CP, nous avons préféré n'en citer aucun

On nous signale par ailleur l'existence d'un film tchèque intéressant : " One, two, three "

A/ MODULE PRESENTATION DU SUJET

POINT 1 : **Comptine et concept de nombre**

a) La coordination entre le geste et la parole.

1ère expérimentation proposée aux normaliens :

Observer les enfants (de maternelle, de début de CP, de fin de CP) à qui l'on a demandé de dénombrer une collection (dont on aura pris soin de choisir le cardinal dans le domaine où l'enfant «sait» réciter la comptine).

– L'enfant repasse-t-il plusieurs fois sur les mêmes éléments ?
  Les éléments comptés plusieurs fois sont-ils nombreux ?
  Y a-t-il des éléments comptés 3 fois ou plus ?
– Y a-t-il adéquation du rythme gestuel et du rythme de récitation de la comptine ?

2ème expérimentation proposée aux normaliens :

Poser un objet sur la table, devant un enfant (de maternelle ou de début de CP). Puis en montrant l'objet du doigt et en suivant le rythme de la comptine, réciter «un, deux, trois, ..., sept». Demander ensuite à l'enfant «combien y a-t-il d'objets». S'il répond «sept», lui demander pourquoi.

Voir à ce sujet : «Recherche sur les fondements d'une pédagogie authentique» dirigée par F. JAULIN-MANONI (Ge/palm 1975-77) CORDES 233 Brd St Germain
75007 PARIS

p. 97 : La rééducatrice pose un trombone devant patrick (11 ans CM2), et désignant successivement ce seul et unique trombone elle compte «un, deux, trois ... quatorze».

Quand elle lui demande combien cela fait de trombones, Patrick répond «14» et justifie sa réponse par «bien sûr vous les avez comptés».

La rééducatrice procède de même avec un bonbon : elle le compte ainsi 14 fois, obtient la réponse : «il y en a 14» et demande «Si tu as 14 et que tu enlèves 1 combien reste-t-il ? «ben 13 bien sûr».

Elle prend alors le bonbon, le mange et dit : «puisqu'il en reste 13, je te les donne tu peux les manger». Patrick rit.

b) Conservation du cardinal.

1ère expérimentation proposée aux normaliens :

Demander à un enfant (de maternelle, de début de CP) de dénombrer une collection (de cardinal choisi dans le domaine où celui-ci connaît la comptine).
Changer la disposition de la collection, puis lui redemander de la dénombrer, et observer son comportement.

On peut renouveler plusieurs fois l'expérience et voir s'il y a une évolution du comportement de l'enfant.

2ème expérimentation (1ère version).

Présenter à l'enfant (de maternelle, de début de CP, de fin de CP, de CE1) deux collections de jetons disposées de la façon suivante :

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

● ● ● ● ● ● ● ●

Lui faire constater qu'il y a autant de jetons blancs que de jetons noirs.
Modifier ensuite, devant lui, la disposition de la façon suivante :

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

●●●●●●●●

Lui demander si, maintenant, il y a toujours autant de jetons blancs que de jetons noirs.

2ème expérimentation (2ème version).

Présenter à l'enfant (mêmes niveaux scolaires) la disposition suivante :

○ ○ ○ ○ ○

● ● ● ● ● ● ●

Lui demander : «Montre moi où il y en a le plus»
Modifier ensuit la disposition :

○ ○ ○ ○ ○

●●●●●●●

Et lui demander : «Et maintenant, où y-en-a-t-il le plus ?»

Voir à ce sujet :

- «quelques réflexions et une expérimentation à propos de la genèse du nombre chez l'enfant» Groupe PEN - IREM de Grenoble - 1975
- «Intuition et construction de l'espace» Cahier 78 de l'INRP.
- «La genèse du nombre chez l'enfant» Piaget-Szeminska (Chapitre II)
- «Les origines du concept de nombre» Brainerd

c) La partie et le tout.

Expérimentation proposée aux normaliens :

Donner à l'enfant (de maternelle, de début de CP) une boîte contenant par exemple 15 objets. Lui demander de poser 8 objets sur la table et observer son comportement.

NB : Choisir les deux nombres dans le domaine où la comptine est connue par l'enfant, le 2ème nombre étant inférieur au 1er.

En ce qui concerne la partie et le tout, on peut consulter :

- «Nombres entiers naturels» Groupe PEN - Nantes (p. 71 - 72).
- «La genèse du nombre chez l'enfant» - Piaget - Szeminska (Chapitre VII).

Pour compléter cette réflexion et sensibiliser les normaliens au fait que, tant que la comptine n'est pas encore structurée par la numération, certaines tâches peuvent être très difficiles pour les enfants, on peut proposer aux normaliens le travail suivant :

I — Observer leur propre comportement dans l'épreuve suivante :

En utilisant la suite des lettres de l'alphabet (ou une autre suite non numérique):

• Comparer les cardinaux de deux collections d'objets (non comparables directement par une quelconque méthode d'appariement).

N.B. : La «règle du jeu» est évidemment de ne pas compter les objets.

• Trouver le suivant, le précédent, le précédent du précédent pour une série de lettres de l'alphabet.

• Réciter l'alphabet en sautant une lettre sur deux.

• Réciter l'alphabet à l'envers.

• Comparer (selon l'ordre alphabétique) deux lettres (recommencer plusieurs fois en changeant les deux lettres).

etc...

II — Elaborer ensuite le même genre d'épreuve pour des enfants de maternelle et de début de CP mais en utilisant cette fois la comptine numérique. Observer les comportements des enfants. (Nous pensons que la partie I permettra aux normaliens de mieux comprendre les difficultés rencontrées par les enfants et de mieux interpréter leurs comportements. Mais on peut aussi inverser l'ordre de I et II pour donner un «éclairage à postériori»).

POINT 2 : Importance du domaine numérique

Expérimentation proposée :

Reprendre les observations décrites au point 1 (a - b - c) dans un autre domaine numérique. Observer s'il y a des variations. Comparer en particulier le domaine des nombres «familiers» (par exemple autour de 5 - 6) et un domaine de nombres plus grands.

En ce qui concerne le domaine numérique, on peut consulter :

«Faut-il tuer les cardinaux» de F. Halbwachs in Revue Française de Pédagogie n° 46.

POINT 3 : **Activités numériques se bornant à une «constatation» et activités numériques nécessitant une «construction»**

Expérimentation proposée aux normaliens :

Etudier les comportements d'enfants (de maternelle, de CP, de CE1) devant une consigne d'égalisation de collections disposées ainsi :

O O O O O O

O O O O O O O O

N.B. : En prenant des jetons de même couleur, on favorise la solution consistant à déplacer un jeton d'une collection à l'autre).

Comparer la réussite à cette épreuve et la réussite à des épreuves consistant simplement à comparer les cardinaux de deux collections données.

COMPLEMENTS.

* L'option pédagogique b) (Mener en parallèle la construction cardinale et ordinale du concept de nombre) nous paraissant fondamentale, nous pensons que, dès l'étape de sensibilisation et de présentation du sujet aux normaliens, on peut aborder cette question.

A ce niveau nous pensons que les points suivants sont les plus importants :

1 — Importance de l'aspect cardinal du nombre. Puissance de certaines techniques cardinales (appariements en tous genres) en particulier au moment où l'enfant ne maîtrise pas encore la suite des nombres.

Lire à ce sujet :

«Une étude sur l'approche du nombre par l'élève du CP»
A. Bessot et C. Comiti in Educational Studies in Math. Vol 9.

2 — Limites des techniques purement cardinales (qui ne permettent pas de résoudre toutes les situations de comparaison de cardinaux, et qui peuvent même, dans certains cas, bloquer la construction du concept de nombre si elles sont trop systématisées).

3 — L'aspect ordinal du nombre intervient dès que l'enfant :

- comprend le rapport entre ajouter un élément et prendre le nombre suivant dans la file ; enlever un élément et prendre le précédent.

- sait utiliser le fait que le dernier nombre énoncé c'est aussi le cardinal.

4 — Après que les programmes de CP aient basculé d'une construction purement ordinale (jusqu'en 70 on étudiait le nombre 1 puis le nombre 2 comme suivant

de 1 etc...) à une construction purement cardinale (voir les commentaires du programme 77), il est temps d'approfondir et d'expérimenter des approches du nombre qui mènent en parallèle ces deux aspects.

Lire à ce sujet.

«A propos de l'approche de la notion de nombre» C. Comiti dans Grand N spécial CP (sept. 77).

N.B. : Avant ces quatre points une réflexion un peu théorique sur les aspects cardinal et ordinal du nombre peut être proposée aux normaliens.

On peut pour cela utiliser :

- «Nombres entiers naturels» Groupe PEN - Nantes - Annexe 2
- «Apprentissages math. à l'école élémentaire : CP» ERMEL - Partie I - chapitre 7 page 61.

B/ MODULE INFORMATION

Bibliographie de base

I | Approche historique |

* «Le nombre, langage de la science» *T. DANTZIG*
Librairie A. Blanchard - 1974 - 250 p.

p. 9 - 25 : Le sens du nombre chez les animaux. Le sens du nombre chez l'homme. Techniques cardinales et ordinales des temps anciens. Le nombre lié au corps.

* «Nombres entiers naturels» *Groupe PEN*
IREM de Nantes - 1979 - 165 p.

p. 7 - 31 : 1ère partie. Quelques repères historiques.
p. 32 - 45 : 2ème partie. Des propriétés magiques aux propriétés mathématiques.

II | La notion mathématique de nombre naturel |

* «Apprentissages mathématiques à l'école élèaentaire : CP» *ERMEL*
Sermap - OCDL - 1977 - 290 p.

p. 63 - 68 : Aspects théoriques de la notion de nombre : succintement, étude de la construction algorithmique d'une suite d'ensembles «emboîtés». Définition d'un ordinal. Notion de cardinal. Nombres naturels:

* «Nombres entiers naturels» *Groupe PEN Nàntes*

p. 46 - 66 : 3ème partie : Le nombre naturel et les mathématiciens.
p. 122 - 129 : L'axiomatique de Péano.
p. 130 - 147 : Nombres ordinaux et nombres cardinaux : commentaires sur une présentation à partir des axiomes de Zermelo-Fraenkel.
p. 148 - 150 : De la construction naïve du cardinal... à la construction bourbakiste.

* «Aides pédagogiques pour les maîtres du C.P.» *Groupe PEN*
IREM de Nice - 1978 - 95 p.

p. 38 - 46 : Nombre et cardinal : ce qu'on lit, ce qu'on entend, du CP à l'Université. Ensembles équipotents ; exemples. Ensembles finis et ensembles infinis. Nombre et cardinal.

* «Mots» *publication APMEP à l'usage des instituteurs et des autres enseignants.*

tome 1 (1974) : articles «nombre naturel» (5 p.) et «ensembles de nombres» (11 p.)

tome 4 (1978) : article «cardinal» (16 p.)

III La construction du nombre chez l'enfant : problèmes psycho-pédagogiques

* «La genèse du nombre chez l'enfant» *PIAGET, SZEMINSKA*

Delachaux et Niestlé - 1967 (4ème édition) - 320 p.

* «Faut-il tuer les cardinaux» *F. HALBWACHS*

in Revue Française de Pédagogie numéro 46 - 1er trimestre 1979

p. 5 - 9 : Critique du mode d'introduction des nombres comme cardinaux à partir des classes d'équivalence tel qu'il est actuellement proné dans les programmes et les manuels.

* «Aides pédagogiques pour les maîtres du CP» *Groupe PEN Nice*

p. 9 - 25 : Réflexions et informations d'ordre pédagogique et psycho-pédagogique.

* «Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire» *ERMEL*

p. 72 - 78 : Le nombre, aspects psychologiques.

IV Approches du nombre : activités dans les classes

* «Programmes et instructions officiels»

Voir les arrêtés et circulaires des 18 - I - 1887
23 - II - 1923
17 - X et 7 - XII - 1945
2 - 1 - 1970 (BOEN n° 5 du 29-01-70)
18 - III - 1977 (BOEN n° 12 du 31-03-77)

Ces textes sont reproduits dans «Nombres entiers naturels» (Groupe PEN Nantes) p. 93 - 96.

* «L'arithmétique et la géométrie à l'école primaire» *GOUMY*

Verdun - 1933 - 207 p.

p. 9 - 31 : Observations générales. L'enseignement du calcul au CP.

* «Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire : CP» *ERMEL*

  p. 150 - 181 : Propositions de progressions : vers la construction et l'utilisation des «boîtes nombres».

* «Aides pédagogiques pour le cours préparatoire» *ELEM-MATH IV*
  publication APMEP - 1978 - 60 p.

  p. 15 - 24 : Sous forme de commentaires du programme de 1977, un certain nombre de remarques et de précisions d'ordre méthodologique.

* «Nombres entiers naturels» *groupe PEN Nantes*

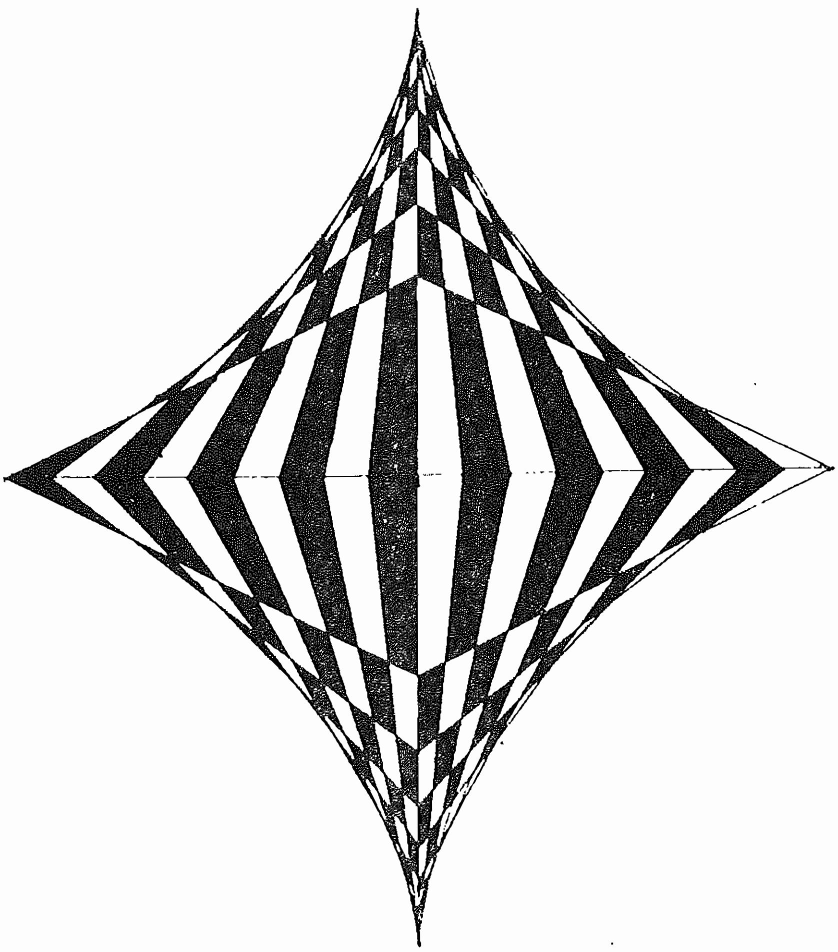
  p. 82 - 120 : 5ème partie : L'approche du nombre à l'école élémentaire.

* «Grand N - numéro spécial CP - Septembre 1977»
  CRDP - IREM de Grenoble - 200 p.

  p. 105 - 155 : Partie III : Introduction du nombre et numération.

* «Aides pédagogiques pour les maîtres du CP» *Groupe PEN Nice*

  p. 75 - 76 : Mise en œuvre de la transitivité
  p. 88 - 93 : Le nombre : aspect cardinal et espect ordinal.



Ⓑ **M U L T I P L I C A T I O N**

Constitution du dossier : Madelaine EBERHARD
I.R.E.M de GRENOBLE

ELEMENTS DE BIBLIOGRAPHIE

PRESENTATION «TRADITIONNELLE» DE LA MULTIPLICATION FONDEE SUR L'ADDITION REITEREE.

- L. MARCAULT - DEROUARD. **Pédagogie pratique de la mathématique à l'école** élémentaire (programme 1970) - SUDEL 1974. [p. 92 à 107 : éléments pour une progression].

- N. PICARD. Agir pour abstraire. O.C.D.L. 1976 - (thèse soutenue en février 73). [II. 3.2. : introduction de la multiplication à partir de la «réunion de a ensemble disjoints de même cardinal b, l'écriture a X b ayant été choisie pour mieux suivre la syntaxe de la langue maternelle. On trouve aussi en III. 4.3. quelques éléments sur les «machines à multiplier»].

- R. EILLER - M. MARTINEU... **Math et calcul.** Livre du maître - classique Hachette - 1973.
[Tome C.E.1 - p. 180 à 188 - Tome C.E.2 - p. 140 à 144. description d'une progression après l'étude théorique qui la sous-tend.
Introduction de la multiplication par additions nécessaires, puis établissement du lien entre cette opération et le produit cartésien (facultatif en C.E.1) afin de consolier la compréhension].
A propos des «intentions» du programme de 1970, on pourra lire les commentaires de :

- M. ROBERT dans **La mathématique à l'école élémentaire**. Publication A.P.M.E.P. 1972.
[p. 33 à 35. Une réflexion sur «l'abandon de la présentation à partir des grandeurs... et la nouvelle situation qui consiste à partir d'une certaine disposition par lignes et par colonnes de collection d'objets. Cette situation étant celle qui permet le mieux d'aborder le produit de deux naturels à partir du produit cartésien de deux ensembles»].

A propos de la présentation de la multiplication à partir des grandeurs ou de l'addition réitérée, se pose la question : «3 X 2 est-ce 3 fois 2 ou 2 fois 3 ?». Il est intéressant de prendre connaissance des vives polémiques que cette question a pu susciter en se reportant à :

• M. LACHAUD. A propos de la multiplication au C.E.1. Bulletin de l'APMEP. numéro 289 - 1973 - p. 390 à 393 suivi dans le bulletin numéro 290 d'une lettre de J. FRENKEL, puis dans le bulletin numéro 291 d'une réponse de F. DECOMBE ainsi que de M. LACHAUD...!

INTRODUCTION DE LA MULTIPLICATION PAR LE PRODUIT CARTESIEN.

• A. THIRIOUX, L. SANCHEZ et A. CHAPEAU. **Mathématique contemporaine. Formation initiale et continue.** MAGNARD 1977.
[p. 114 à 124. La multiplication comme loi interne sur $\mathbb{N}$: réflexion théorique et application pédagogique ; p. 152 à 156. Etude de «la» technique classiquement utilisée en France. Evocation rapide de la technique «à la grecque» ; p. 189 à 192. Opérateurs «à multiplier»].

• **Document d'accompagnement de la télévision scolaire.** Atelier de pédagogie, émission des 12 et 14 décembre 1973.
Multiplication et addition par Ch. SIEGFRID et C. DUTAILLY.
[Fait le lien entre l'addition et la multiplication introduite par le produit cartésien].

• A. MIX. **Six thèmes pour six semaines.** CEDIC 1975.
[Ch. 5 - B «opérations» p. 203 à 210. On propose d'aborder la multiplication à partir du produit cartésien plutôt que par addition réitérée ; approche par un travail sur quadrillage complétée par une étude des opérateurs multiplicatifs : p. 234 à 239. Quelques indications pour l'acquisition d'une technique opératoire].

Un livret qui rassemble des idées et des suggestions centrées sur la multiplication des naturels :

• **Elem Math II - La multiplication des naturels à l'école élémentaire.** Publication de l'APMEP 1976.
[Après l'analyse des difficultés présentées par l'introduction de la multiplication comme addition réitérée, ce livret propose un autre point de départ. On y trouve la description d'un plan d'étude visant

- à donner une représentation bien adaptée au problème étudié,
- à permettre, très tôt que les enfants «fassent des multiplications»,
- à favoriser l'élaboration par les enfants eux-même de techniques de calcul, techniques qu'ils pourront améliorer au fur et à mesure de leurs recherches.

Idée fondamentale : (à partir de la situation du dénombrement des cases d'une «grille» à n lignes et p colonnes) assembler des grilles pour «faire des multiplications».

Le document contient en outre :

- une réflexion sur les **techniques opératoires**,
- un chapitre : **problèmes multiplicatifs.** De nombreuses pistes à explorer !
- quelques **jeux** multiplicatifs : le jeu de Pythagore, le loto multiplicatif,
- le développement de quelques idées sur **le calcul**,
- les documents d'accompagnement de la télévision scolaire cités ci-après].

Les idées présentées dans ce livret ont été influencées par les travaux de recherche mis en œuvre dans les I.R.E.M. en particulier ceux de l'I.R.E.M de Bordeaux.

• Les travaux de l'I.R.E.M. de Bordeaux [positions, propositions, expérimentations, recherches sur la didactique], publiés dans les **Cahiers de l'I.R.E.M. de Bordeaux.**

- numéro 16 (XI - 75).
  - Apprentissage de l'algorithme de la multiplication au C.E.
    SALIN, PERES, GRESLARD, MASSI, QUILLAC, BROUSSEAU.
  - Description de quelques travaux effectués à la suite de deux exercices sur la multiplication donnés dans deux classes de C.E.2. BEUCHEY.
- numéro 13 (IX - 73).
  - Notes sur l'apprentissage des opérations dans les naturels. BROUSSEAU.
  - Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ?
    BROUSSEAU.
  - Construction de formules dans $(\mathbb{N}, \times)$ au C.E.1. Séries I à VIII.
    DELOR, VINRICH.
- numéro 12 (IV - 73).
  - Opérations au C.M. N. et G. BROUSSEAU, VILLEDIEU, FAUCON, BANNE, MAYSONNAVE.
- numéro 10 (VI - 72).
  - La multiplication au C.E. BROUSSEAU, BOURGEOIS, PERES.
- numéro 7 (XII - 70).
  - La multiplication dans $\mathbb{N}$. BEUCHEY.
- numéro 2 (XI - 69).
  - Associativité de la multiplication des entiers naturels. BROUSSEAU.
- G. DERAMECOURT. La multiplication au C.E.1 - I.R.E.M. de Bordeaux.

• **Documents d'accompagnement de la télévision scolaire.** Atelier de pédagogie, émission des 14 et 16 novembre 1973.

Répertoire multiplicatif par G. DERAMECOURT, émission des 21 et 23 novembre 1973.

Algorithme de la multiplication par D. DELOR.

[deux moments de l'apprentissage de la multiplication au C.E.1 : une illustration des propositions de l'I.R.E.M. de Bordeaux].

• J. PAINCHAULT. Produit de deux naturels et multiplication au C.E.1 et au C.E.2. Grand N numéro 7 - octobre 1975 - C.R.D.P. et I.R.E.M. de Grenoble. [Présentation proposée par l'I.R.E.M. de Grenoble d'après les travaux de l'IREM de Bordeaux dans des classes expérimentales en 1973-1974 et 1974-1975].

• Zoom Avant numéro 8. «La multiplication au C.E.» - juin 1977 - I.R.E.M. de Lyon - Ecoles normales.
[Compte rendu d'une expérimentation qui s'est déroulée en 1975-1976 et 1976-1977. Trouvant son origine dans les travaux de G. Brousseau (I.R.E.M. de Bordeaux), cette expérimentation reprend la progression proposée dans Elem-Math II, cité ci-avant].

• La Multiplication : proposition de travail pour un C.E.1. Document réalisé par l'I.R.E.M. de Poitiers en 1977-1978.
[A partir d'expérimentations faites par une dizaine de maîtres de C.E.1 en référence au document «la multiplication au C.E.» publié par l'I.R.E.M. de Bordeaux et cité ci-avant].

• M. ARTIGUE et J. VIENNOT. **Quelques réflexions à propos de la multiplication.** Grand N numéro 15 - mai 1978 - C.R.D.P. et I.R.E.M. de Grenoble.

• **Elem Math V. COPIRELEM. Aides pédagogiques pour le cycle élémentaire.** Publication de l'A.P.M.E.P. 1979.
[Un exemple de progression possible fondée sur la remarque : une technique opératoire est à un instant donné le fruit d'un équilibre entre un répertoire et un certain savoir faire. Cette technique évoluera avec le répertoire et les compétences calculatoires de l'enfant dans un souci d'économie pour aboutir à une forme stable.
La progression proposée amène les enfants à calculer nombre de multiplications avant de connaître une technique opératoire élaborée. Elle vise à conserver dans l'étude des situations une souplesse permettant d'adapter à chaque situation particulière écriture et calcul].

• ERMEL. Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Cycle élémentaire, tome 2 - SERMAP - O.C.D.L. 1978.
[Recherche I.N.R.P. - (bilan provisoire) :
A ch. 5 - progression C.E.1 : «Des écritures multiplicatives à la multiplication» (à partir de la désignation du nombre de points dans un rectangle de points).
B ch. 4 - progression C.E.2 : «Techniques de la multiplication». (Activités préparatoires : découpages de quadrillages, «puzzles», «petit train» ; techniques «Per Gebsia» et «Fibonacci» : comparaison et proposition d'exercices).
Séquence pédagogique 2 : introduction de l'écriture a X b au C.E.1 (dénombrement d'une collection présentée en lignes et colonnes)].

COMPLEMENTS D'INFORMATION :
LES DIVERS PROGRAMMES ET INSTRUCTIONS OFFICIELS PASSES ET PRESENTS.
TECHNIQUES OPERATOIRES.

- N. PICARD et M.A. GIRODET. **Techniques opératoires.** O.C.D.L. 1976.
[Une étude comparative des techniques après la présentation de matériels de calcul correspondants].

- Publications de l'I.R.E.M. de Clermont. **Techniques opératoires.** 1975-1976 et **Techniques opératoires de la multiplication au C.E., 2ème année.** 1976-1977.
[Le premier document constitue une sorte d'essai sur la notion de techniques opératoires. Réflexion systématique sur les préalables à l'apprentissage d'une technique. Analyse des démarches possibles, en particulier pour la multiplication.
Le deuxième fascicule est, en sorte, l'illustration expérimentale de l'une des démarches présentée dans le fascicule précédent (utilisation du matériel multibase)].

- R. GUINET. **Histoire des techniques opératoires (suite) : la multiplication.**
Grand N numéro 15 - mai 1978 - C.R.D.P. et I.R.E.M. de Grenoble.

COMPLEMENT SUR LA MULTIPLICATION AU C.M.

- E.N.G. de Lyon - I.R.E.M. de Lyon. «Projet cours moyen». 1977.
[Ch. SM2. Table de Pythagore pour la multiplication»].

POUR LA FORMATION DES MAITRES.

- Stage E.L.M. - I.R.E.M. de Grenoble 1977-1978. **Mathématiques en formation professionnelle : plan d'étude en classe de F.P. sur le thème multiplication.**

DIVERS.

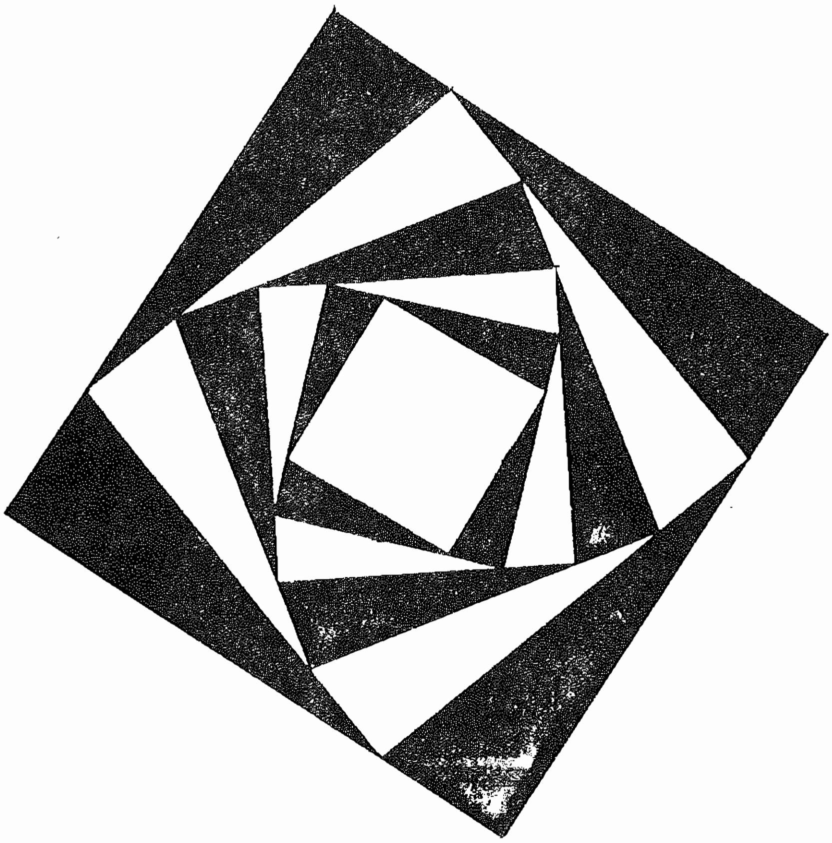
- H. PEAULT. **Multiplication et polyplication.** I.R.E.M. de Nantes. Centre d'Angers.

QUELQUES TRAVAUX DE RECHERCHE.

- F. JAULIN-MANNONI. **Le pourquoi en mathématique.** ESF 2ème partie : «la commutativité de la multiplication».
[Voir aussi, à ce sujet la réponse de G. Brousseau publiée dans ?].

- G. VERGNAUD... et les autres. **Quelles connaissances les enfants de sixième ont-ils des structures multiplicatives élémentaires ? Un sondage.** Bulletin de l'APMEP numéro 313 - 1978 - p. 331 à 357.

Et si l'on sortait de «l'hexagone» ?... On peut se référer à divers articles de la revue «Math Ecole» (Institut Romand de recherche et de documentation pédagogique). Numéros 56 (janvier 1973), 66 (janvier 1975), 75 (novembre 1976), 82 (mars 1978) et 83 (mai 1978).



L A D I V I S I O N

Animation : Elise MARTINELLI

Constitution du dossier : Joël BRIAND
IREM de BORDEAUX.

Le groupe a longuement réfléchi sur la constitution des modules, présentation du sujet, information, réalisation et/ou observation de séquences de classes.

La division n'a été évoquée que dans ℕ.

MODULE A "Présentation du sujet"

Les objectifs de ce module : Faire réfléchir les formés à toutes les questions cachées lorsque l'on utilise l'algorithme traditionnel de la division et ce, dans une séquence de travail à l'école normale.

Les moyens :

1. Pratique d'une division en base n.

. Demander d'expliciter la (ou les) méthode. En particulier, demander de prévoir l'ordre de grandeur du quotient, justifier le choix de la première tranche, etc...

Références possibles : Brochure "la division" - ELEM. MATH. III pages 7 à 10.

2. Questionnaire, proposé aux formés, afin de susciter des interrogations sur ce que l'on fait lorsque l'on pratique une division.

Références possibles : livret A.P.M sur la division

3. Analyse des diverses situations dans lesquelles est utilisée la division.

- valeur d'une part
- nombre de parts
- problèmes de mesure, de comparaison de grandeur des prix unitaires, etc...

4. Recherche de situations didactiques conduisant plus naturellement à une approche donnée de la division :

.../...

- par additions successives
- par soustractions successives
- par encadrement à l'aide des multiples du diviseur

etc...

Références possibles :

- Brochure "la division" de l'A.P.M page 76
- Livre ERMEL Cycle élémentaire
- Fiche RTS "Algorithme de là division"
- Fiche RTS "Qui dira vingt"

5. Epistémologie

.Travail sur l'histoire de la présentation de la division

Références possibles :

- Article de l'IREM de NICE (Paul PERBOST)
- De la division au XVIIIe siècle (Zoom-avant.IREM de LYON)
- Histoire du calcul (Q.S.J) TATON
- Mathématiques et mathématiciens (MAGNARD)

MODULE B "INFORMATION"

Module "information" (division dans $\mathbb{N}$) : les points suivants seront évoqués :

1. Préciser la nature de la division sur le plan mathématique.

Quelques références :

→ Mots II articles : | division euclidienne
| division paragraphes I et II
| partages

→ Mots III Article : | opérations paragraphe IV-1 page 7

→ Granney-Perrot (Delagrave) Tome II page 134

2. Etude de l'équivalence des formules

$$a = bq + r \quad r < b$$

et $bq \leqslant a < b\,(q+1)$

3. Justification de la technique opératoire habituelle

$\boxed{\alpha}$ → On connaît le dividende et le diviseur, déterminer le nombre de chiffres du quotient.

→ Le dividente est donné ; le diviseur augmente on diminue. Que se produit-il pour le quotient ?

.../...

$$- \; a = bq_1 + r_1 \quad r_1 < b \qquad a = (bc)q_3 + r_3 \quad r_3 < bc$$

$$q_1 = cq_2 + r_2 \quad r_2 < c$$

Comparer q_2 et q_3

$$- \; a_1 = bq_1 + r_1 \quad r_1 < b$$

$$a_2 = bq_2 + r_2 \quad r_2 < b$$

$$a_3 = bq_3 + r_3 \quad r_3 < b$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = bq + r \quad r < b$$

En général $q_1 + q_2 + q_3 \neq q$ et $r_1 + r_2 + r_3 > b$

$\boxed{\beta}$ Réponses aux questions qu'on a pu se poser à propos de la pratique.

Remarque : La propriété $am = (bm)q + rm \quad rm < bm$ est utile pour la division dans $\mathbb{D}$.

4. Etude d'autres techniques.

Une référence : La division à l'école élémentaire - BROCHURE APM - ELEM MATH III p. 33 et suivantes.

MODULE C - "Réalisation et/ou observation de séquences de classe

Les objectifs de ce module :

Préparer une séquence ou une suite de séquences portant sur la division euclidienne. Ceci suppose une explicitation des antécédents à la leçon et une explicitation des choix didactiques :

Exemples :

1er choix : Amener les enfants à construire par eux-mêmes un algorithme, pour la division euclidienne, c'est-à-dire un procédé de calcul du quotient et du reste valable pour n'importe quel dividende et n'importe quel diviseur.

Conséquences prévisibles lors de la mise en place d'une telle suite de séquences.

. Apparition de plusieurs modèles (additions, soustractions successives, multiplication avec encadrement, etc...) Donc, lors de l'élaboration des séquences il y aura des décisions à prendre
- visant à favoriser l'émergence de certains modèles plutôt que d'autres,
- visant, plus tard, à consolider, pour une pratique fréquente ce qui, après avoir été conçu, deviendra un algorithme.

.../...

<u>2ème choix</u> : Préparation progressive à l'apprentissage de la technique traditionnelle.

Un exemple de progression :

- multiplication à trous
- Problèmes de distribution, conduisant à des écritures du type a = (bxc) + d.

Exemple de disposition possible

Répertoire	Nombre d'objets distribués	Nombre d'objets restants

- Introduction de la disposition classique et du vocabulaire (avec des nombres simples) Ex. $\begin{array}{r|l} 17 & \underline{5} \\ 2 & 3 \end{array}$

liée à l'écriture

17 = (3x5) + 2, 225

- Utilisation des familles de multiples
- Observation du nombre de chiffres du quotient dans des situations plus complexes
- Fractionnement de la division et liaison avec la disposition pratique
- Division à quotient d'un seul chiffre
- Méthode lente de recherche du quotient

Référence possible N numéro I p. 33 à 38

<u>3ème choix</u> : Travail avec un enfant de CM_1 ou CM_2 en difficulté sur la division :

. Avec un enfant ayant des difficultés dans la compréhension et/ou la résolution d'une division il est possible d'essayer de mettre en place une série d'activités de rattrappage.

Un enregistrement du premier entretien avec l'enfant, au sujet d'une situation problème qui fait intervenir une division permet de faire une analyse de :

1°) la pédagogie "spontanée" du normalien

2°) des difficultés de l'enfant

et de préparer les séquences suivantes.

BIBLIOGRAPHIE

Titre du document	Quelques précisions	Où se le procurer ?
Mots Tome III	Etude du modèle mathématique dans $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{D}$, dans $\mathbb{Q}$	A.P.M
La division à l'école élémentaire ELEM MATH III	.Des exemples d'activités possibles avec des normaliens en début de la brochure .Les annexes de cette brochure complètent des documents RTS et APMEP	A.P.M
Fiche RTS "Algorithme de la division"	Un choix didactique et une série de séquences en CM_1	RTS ou IREM de BORDEAUX
Fiche RTS "Qui dira vingt"	Une situation didactique, point de départ possible à la mise en place de la division.	"
Notre historique sur la division euclidienne	Exemples de techniques chiffrées pratiquées en Europe au XVIIe et XVIII siècles	IREM de NICE
Histoire du calcul "Que sais-je" Taton	Etude des pratiques opératoires	"Que sais-je"
Mathématique et Mathématiciens (Magnard)	Histoire des mathématiques (les pratiques de la décision y figurent)	Magnard
Pédagogie des mathématiques à l'école élémentaire - Granney Perrot Tome II.	Document à l'usage des normaliens	Delagrave
$\mathbb{N}$ n° 1	Une progression pour la division euclidienne	IREM de GRENOBLE
Division euclidienne au C.E et au C.M G. BROUSSEAU	Explication d'un choix didactique Une suite de leçons	A.P.M (in "la division") ou IREM BORDEAUX
3 études de psychologues scolaires à propos de "qui dira vingt"	Exemples de recherches possibles à partir de l'étude des conditions didactiques choisies	IREM BORDEAUX
Multiplication et division au CM_1	Compte rendu d'une expérience en CM 1 suivi d'un commentaire psychopédagogique	IREM de NICE et APM n° 299
"Aide en pédagogie des mathématiques pour les maîtres au CM"	plusieurs articles relatifs à la division	IREM de NICE

.../...

6 thèmes - 6 semaines A. MYX	Document à l'usage des normaliens	CEDIC
Zoom-avant	de la division au XVIIIè siècle	IREM de LYON
Division avec reste Fiche RTS	Une activité de classe	RTS
Etude locale des processus d'acquisition en milieu scolaire (G. BROUSSEAU)	Compte rendu d'une conférence	IREM de BORDEAUX

D

S O U S T R A C T I O N

Animation : G. FEULIE

Constitution du dossier : M.T CHABROULET

IREM de G R E N O B L E.

A : Module «présentation du sujet»

(A) Nous proposons de commencer par les différentes techniques de calcul de différences.

1. Techniques mentales.

- Proposer des différences à calculer aux formés pour

a) leur faire prendre conscience que les différents procédés de calcul mental utilisés dépendent

- du calculateur,
- des nombres mis en jeu,
- de la présentation des différences à calculer (nombres dictés, nombres écrits),
- de l'utilisation possible ou non de papier et de crayon pour noter des résultats intermédiaires,
- des contraintes de temps et de précision.

[Tout ceci renvoie au problème plus général du calcul mental].

b) Amener les formés à expliciter un calcul pour pouvoir comparer les différents procédés mis en œuvre et mettre en évidence les propriétés de la soustraction ainsi utilisées.

- Proposer des exercices du même type à des enfants de CE2 - CM1. En observant les enfants, les formés pourront se convaincre de la grande variété des procédés de calcul : l'expérience montre que les adultes qui ont perdu l'habitude de calculer mentalement se raccrochent toujours aux mêmes procédures alors que les enfants ont des démarches plus variées.

2. Techniques écrites.

En ce qui concerne différentes techniques de la soustraction à travers les âges on peut consulter :

* Grand IN numéro 14 - février 1978 - C.R.D.P. - I.R.E.M. de Grenoble - «Histoire des techniques opératoires» par R. GUINET.

On trouvera des études comparatives des techniques de soustraction enseignées actuellement dans :

* N. PICARD et M.A. GIRODET - «Techniques opératoires» - série Thèmes Mathématiques chez O.C.D.L.

* Zoom Avant numéro 7 - octobre 1977 - E.N.G. de Lyon - «A propos des techniques opératoires» par R. CHARNAY.

* COPIRELEM - «Aides pédagogiques pour le C.E.» - Elem Math V - 1979 - publié par l'A.P.M.E.P.

Pourquoi part-on des **techniques écrites** avec les formés alors qu'avec les enfants on souhaite ne pas les introduire trop tôt ?

En classe de **formation professionnelle** :

• Les élèves ne connaissent en général qu'une seule technique et ne pensent pas qu'il en existe d'autres.

• Pour eux le plus souvent la soustraction et une opération qui ne pose pas plus de problèmes que l'addition, la multiplication ; ce n'est qu'une technique.

• Envisager plusieurs techniques permet de mettre en évidence les propriétés de la soustraction, le lien avec la numération et le recours plus ou moins grand à la mémoire.

En formation continue.

Les questions qui reviennent le plus souvent sont : «quelle technique enseigner ?», «où mettre les retenues ?».

Pour le maître, le problème majeur concerne la technique opératoire. S'intéresser d'abord à elle permet de recenser les différentes techniques enseignées dans les écoles et d'élargir le problème de l'apprentissage de la soustraction.

(B) **Présentation du signe moins** : quand et comment cette présentation doit-elle être faites aux enfants ?

A propos des différentes introductions du signe moins, on peut se référer à :

* Publication de l'I.R.E.M. de Bordeaux - numéro 12 année 1972-1973 - «La soustraction dans IN» par R. BEUCHEY.

[Situations amenant à l'utilisation de la soustraction. Description de quelques procédés d'introduction du signe moins. Différentes techniques de soustraction].

* N. PICARD «Agir pour abstraire» - OCDL 1976 (cf. thèse soutenue en février 1973).

[Aspect «complémentaire» et aspect «opérateur»].

* ERMEL «Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire» - Cycle Elémentaire (tome 2) — SERMAP - OCDL - 1978.

[Introduction du signe moins à partir des «caches» (aspect «complémentaire»), des «distances»].

* Grand N numéro 16 - octobre 1978 - CRDP - IREM de Grenoble - «La soustraction au CE1» par M.T. CHABROULET.

[Introduction du signe moins à partir de la notion de distance].

* COPIRELEM «Aides pédagogiques au CE» - Elem Maths V - 1973.

[Quelques réflexions sur l'introduction du signe moins].

(C) **Résolution de problèmes soustractifs.**

Qu'appelle-t-on problème soustractif ?

Pour répondre à cette question, notre stratégie consisterait à demander aux formés de fabriquer des énoncés de problèmes «soustractifs» et à s'intéresser à leurs méthodes de résolution, à deux niveaux :

- **Au niveau des formés.**

  - L'analyse des méthodes de résolutions permet de constater que les «problèmes soustractifs» font apparaître différentes notions : translation, distance, complémentaire d'un sous-ensemble.

  - Pour un même texte des personnes différentes peuvent utiliser des notions différentes. Certains énoncés peuvent induire plus particulièrement une méthode de résolution.

  - A partir d'une écriture du type 725 - 343, construire des textes favorisant l'utilisation d'une notion particulière.

  - Pour éviter une classification formelle on pourrait inviter les formés à échanger leurs textes afin qu'ils trouvent quelle notion a voulu privilégier l'auteur du problème

- **Au niveau d'enfants de différentes classes.**

  - Les unes dans lesquelles les enfants disposent du signe moins.

  - D'autres dans lesquelles le signe moins n'a pas encore été introduit. Il s'avère que des enfants maitrisant bien l'addition résolvent les «problèmes soustractifs». De tels problèmes ne se définissent donc pas uniquement par l'obligation de poser une soustraction.

L'objectif de ces exercices serait la prise de conscience par les formés que l'introduction de la soustraction par une seule notion (translation, distance ou complémentaire) n'est pas suffisante pour permettre aux enfants de résoudre tous les problèmes soustractifs. Ces exercices renvoient par ailleurs à la question plus générale des problèmes [cf. dossier «Problèmes»].

C : Module «réalisation et/ou observation de séquences»

Quelques éléments pour un point de départ :

* ERMEL «Apprentissage mathématique à l'école élémentaire» CE tome 2. Séquence 4 «soustraction-distance au CE1».

[Chronique de trois séances].

* Grand N numéro 16 - octobre 1978 - CRDP-IREM de Grenoble. «La soustraction au CE1» par M.T. CHABROULET.

[Ci-joint les annexes 2 et 3 qui ont servi à recenser les différentes méthodes utilisées par les enfants pour calculer des distances, cf. paragraphe 2.4 et 2.5].

A compléter...

D : Module «information complémentaire et documentation»

1) Pour situer la soustraction dans le cadre plus général des opérations (sans que cela n'apporte rien pour son apprentissage).

* Ch. CRANNEY et G. PERROT «Pédagogie de l'école élémentaire ; mathématiques et apprentissage du calcul» Tome 1 chez DELAGRAVE.

* Mots - tome III 1976, publié par l'A.P.M.E.P.

2) Quelques éléments pour une progression sur la soustraction au CE.

* Zoom Avant numéro 7 - octobre 1977 (E.N.G. de Lyon) «A propos des techniques opératoires» par N. CRETIN.

3) Situations soustractives.

* ERMEL «Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire» CE tome 1 SERMAP - OCDL 1978. Chapitre «Calcul mental et problèmes.

4) Sur différents aspects de la soustraction, on peut lire par ailleurs les réflexions de nos collègues suisses dans la revue «Math-Ecole», (service de la recherche pédagogique - 11, ruė Sillem - CH 1207 Genève), numéro 74 septembre 1976 et numéro 79 septembre 1977.

5) Fiche d'accompagnement de l'atelier de pédagogie.
«Une utilisation de la soustraction au CE» 15 novembre 1972, rédigé par M. ROBERT.

A compléter...

Rédaction : Marie-Thérèse CHABROULET
Madeleine EBERHARD
Mireille GUILLERAULT

Annexe 1

Article de Marie-Thérèse CHABROULET - Grand IN numéro 16

Exemple de grilles de recensement des procédés de calcul de distances utilisés par des enfants de CE1 lors de l'apprentissage de la notion de distance décrit dans cet article.

Calcul de distances de deux nombres.

- Les nombres sont situés sur la «ficelle avec des nœuds».

d(8, 10) = ... d(14, 5) = ... d(1, 11) = ...
d(0, 5) = ... d(10, 0) = ...

En général, les enfants comptent les intervalles situés entre les nombres donnés.

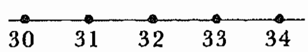
- Les nombres sont situés «près» l'un de l'autre mais ne sont plus sur la ficelle (annexe 2).

d(30, 34) ; d(45, 43) ; d(57, 60) ; d(112, 115) ; d(315, 310) etc...

Observer les procédés de calcul des enfants :

1) comptage en utilisant les doigts ;

2) dessin de toute la ficelle à partir du 0 en marquant tous les nombres jusqu'à 34 si on considère d(30, 34) puis comptage des intervalles situé entre 30 et 34 ;

3) dessin d'une partie de la ficelle 

4) certains disent pour d(30, 34)
- «pour aller de 30 à 34 y a 4» ;
- «c'est 4, parce que 30 + 4 = 34 ;

5) autres procédés ?...

- Pour le premier exemple relever le nombre d'enfants ayant utilisé tel ou tel procédé.

- Faire la même chose pour les exemples suivants.

- Un nombre est situé sur la ficelle avec des nœuds, l'autre non et «loin» du premier afin d'inciter les enfants à mettre en œuvre des procédés de calcul divers, le comptage sur les doigts n'étant plus performant, par exemple **d(20, 52)**. Annexe 3.

• Laisser les enfants chercher individuellement (pour certains il faudra presque 1 heure peut-être...). Noter le temps du plus rapide, du plus lent.

• Observer les procédés de calcul mis en œuvre et indiquer pour chacun d'eux le nombre d'enfants concernés.

* Utilisation de la ficelle avec des nœuds.

- Dessin de la ficelle 1 - à partir de 0

  2 - à partir de 20.

- 3 - dessin de tous les nœuds (soit de 0 à 52 soit de 20 à 52).

- Numération

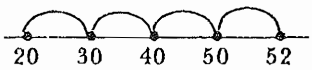
  4 - de tous les nœuds de 0 à 52 ou de 20 à 52.

  5 - de certains nœuds seulement.

- Comptage des intervalles de 20 à 52

  6 - de un en un.

  7 - par «bonds». Par exemple



avec 7_1 - calcul mental (comment le formulent-ils ?).

avec 7_2 - pose d'une addition.

- 8 - autres procédés : ... (les décrire).

* Les enfants n'utilisent pas la ficelle.

1 - Comptage de 10 en 10 de 20 à 50 par exemple

«de 20 à 30 y a 10».

«de 30 à 40 y a 10».

«de 40 à 50 y a 10» puis

«de 50 à 52 y a 2».

«de 20 à 52 y a 32».

2 - «de 20 à 50 y a 30, de 50 à 52 y a 2, de 20 à 52 y a 32».

3 - «c'est 32 parce que 20 + 32 égale 52».

4 - autres procédés.

2ème exemple : d(17, 47).

3ème exemple : d(60, 8).

Observer de nouveau les procédés de calcul. Comment évoluent-ils ?

PROCEDES DE CALCUL

Annexe 2

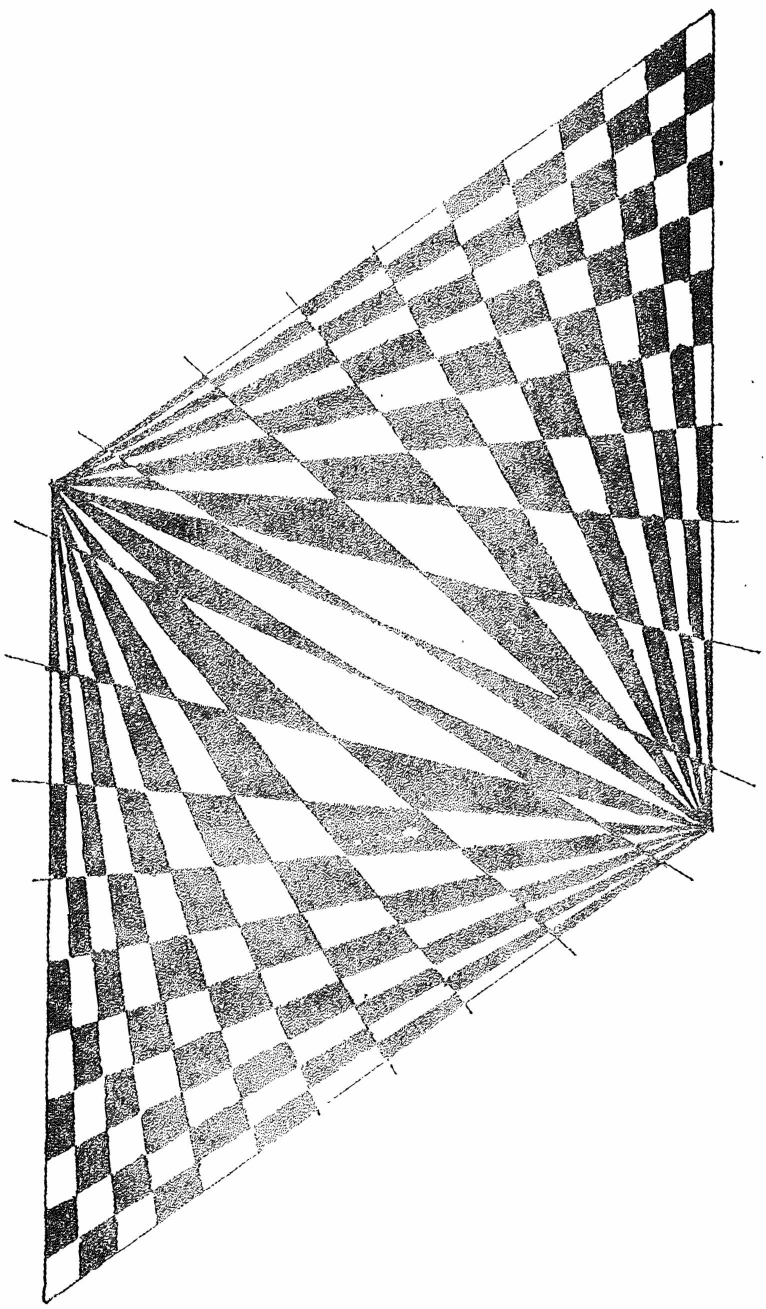
distances à calculer	réponse		1	2	3	4	autres procédés - les décrire
	juste	faux					
d(30, 34)							
d(45, 43)							
d(57, 60)							
d(112, 115)							
d(315, 310)							

d(20, 52) en noir — d(17, 47) en rouge — d(60, 8) en vert

Annexe 3

PROCEDES DE CALCUL

Liste des élèves	réponse		avec utilisation de la ficelle									sans utilisation de la ficelle			
	juste	faux	1	2	3	4	5	6	7_1	7_2	autres procédés (les décrire)	1	2	3	autres procédés (les décrire)



(E)

N U M E R A T I O N

Animation : L. DOSSAT
Constitution du dossier : P. TEULE-SENSACQ
IREM de BORDEAUX.

Une discussion assez longue a été nécessaire pour confronter les différents points de vue des participants et pour délimiter l'objet du travail.

Deux modules seulement figurent dans ce compte-rendu : "Présentation du sujet", "information complémentaire et documentation". Il serait souhaitable que ces modules soient enrichis et précisés (exemples de situations, questionnaires...).

Par ailleurs, un thème aussi vaste que celui de la numération a permis de mettre en évidence la nécessite de prévoir un module "articulations". Celui-ci rassemblerait un inventaire de questions qui se posent à propos de la numération et qui trouvent des éléments de réponses dans d'autres unités (par exemple: opérations).

****

L'étude de la numération met l'accent sur la nécessité d'élaborer un ou plusieurs systèmes qui doivent prendre en compte à la fois des problèmes de désignation et des problèmes de fonctionnement.

Pour cette élaboration, la donnée d'un système minimum de signes et de leurs règles d'agencement en vue d'obtenir d'autres désignations ne se suffit pas à elle-même.

On doit envisager le rapport dialectique existant entre ces désignations et leurs utilisations de caractère opératoire (Problème de l'ordre, des opérations, etc...). Par conséquent, cette unité ne peut pas être traitée indépendamment d'autres unités, en particulier celles relations aux opérations. Dans les modules, les problèmes relatifs au fonctionnement seront néanmoins évoqués mais on étudiera plus particulièrement les problèmes relatifs aux écritures.

En outre une telle unité doit prendre en compte ces problèmes à propos de $\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$.

a) Module "présentation du sujet"

Les formés ont des connaissances sur la numération. L'objectif de ce module est de proposer aux formés des situations qui provoquent une rupture par rapport à leurs connaissances antérieures.

Ces situations devaient les amener à un questionnement sur les mécanismes de la numération.

Exemples de situations possibles :

1 Utilisation de calculatrice de poche pour effectuer des opérations dont l'écriture de résultat dépasserait la capacité de la machine.

2 Multiplier deux grands nombres à l'aide d'une additionneuse.

3 Utilisation d'un questionnaire destiné à repérer les erreurs d'élèves de l'école élémentaire, concernant la numération, par exemple en demandant aux formés :

a) de répondre eux-mêmes aux questions posées,
b) de prévoir les erreurs des enfants,
c) de confronter leurs prévisions aux réponses des enfants,
d) d'analyser les erreurs.

b) Module "Information et documentation"

OUVRAGES DISPONIBLES EN LIBRAIRIE

C.E.D.I.C

- Numération à l'école — F. JARENTE
- 6 thèmes, 6 semaines *(p. 177-192)* — A. MYX

O.C.D.L

- Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire — ERMEL
  - . Cycle préparatoire .... *(p. 77 - 93)* *(p. 182 - 220)*
  - . Cycle élémentaire tome 2 .... *(p. 7 - 17)* *(p. 78 - 95)* *(p. 181 - 197)*

LIBRAIRIE DES ECOLES MONTREAL

- Les nombres et leur histoire — C. BOUCHER

DELAGRAVE

- Pédagogie du calcul à l'école élémentaire — CRANNEY-PERROT
  Tome 1
  "donner un nom à chaque nombre naturel" *(p. 162 - 178)*

O.C.D.L

- L'apprentissage des mathématiques aujourd'hui — FLETCHER
  Chap. I - Systèmes binaires
- Mathématiques dans l'enseignement élémentaire — WHEELER

FLAMMARION

- Histoire comparée des numérations écrites — A. GUITTEL

REVUES

PUBLICATIONS A.P.M.E.P

- Mots III (pages 1 à 11)
- Le naturel a horreur du vide — BARDY
  (dans la mathématique à l'école élémentaire)
- Le précédent et le suivant — CARMAGNOLE
  (dans Elem. Math I)
- L'expérience du million — GROSSMAN
  (Bulletin n°   )
- Extrait de baccalauréat et culture — JACQUEMIER
  Mathématique (Bulletin n° 291)
- Numération — *(La Mathématique parlée par ceux qui l'enseignent)*

N (C.R.D.P - I.R.E.M de GRENOBLE)

- La numération : Aspects historiques
  et culturels n° 5 p. 5 — M. GERENTE
- Numération au C.P — M. GUILLERAULT et
  n° 4 p. 59 — J. PINCHAULT
- Numération au C.P : — M. GUILLERAULT
  Activités conduisant au codage des
  nombres n° 5 p. 13
- Numération : Aspects techniques
  n° 3 - p. 25

REALITES

- Les hommes ont su compter avant de — G. IFRAH
  savoir écrire (p. 18)

- Association tunisienne des sciences mathématiques
  Vers une épistémologie des décimaux — Mahdi ABDELJAOUAD

PUBLICATIONS I.R.E.M

- Aides pédagogiques pour le Cycle Préparatoire — COPIRELEM
  p. 20 à 29
- Math-CP tome I Objectifs — IREM de BORDEAUX
  p. 67 à 75
- L'addition au CP — IREM de BORDEAUX
  p. 37 à p. 49
- Compte rendu du colloque I.D.E.N — IREM de BORDEAUX
  Analyse des travaux sur la numération
- Questionnaires 1978 (2ème étape) — IREM de BORDEAUX
- Six jeux sur la numération — IREM de BORDEAUX
- Mathématique au C.M
  "A propos de numération" (p. 12 - 23) — IREM de BORDEAUX

- Mémoire de DEA — Habiba EL BOUAZZAOUI
  La numération au C.P — IREM de BORDEAUX

INSTRUCTIONS OFFICIELLES

- Cycle préparatoire
  Arrêté du 18 mars 77
  B.O n° 12 31 mars 1977
  - Objectifs I 2 b
  - Instructions II 2 c

- Cycle élémentaire
  Arrêté du 7 juillet 1978
  B.O n° 30 bis du 27 juillet 78
  - Objectifs I 1-2
  - Instructions II 1-11.1.2.

FILMS ET FICHES D'ACCOMPAGNEMENT

- Quintaroas : numération au $C.M_1$ (1977)
  PR 07052 — CNDP

- Groupement en différentes bases — CAV ST-CLOUD
  n° 15 29 mn C.P 1969

- Quatre par quatre — CAV ST-CLOUD
  n° 37 20 mn CP 1971

- Contez-nous comment vous comptez — CNDP

F

G E O M E T R I E

Animation : LEYROLLE - NEYRET - BUISSON
Constitution du dossier : C. FOURGEAUD 36, rue du Temple
62000 ARRAS
M. SIBILLE Chemin des Vignottes 54690 LAY-ST-CHRISTOPHE
M. GUILLERAUD - IREM de G R E N O B L E

Ce groupe était le plus nombreux, il réunissait une trentaine de personnes. A diverses reprises il fut conduit à se scinder en plusieurs sous-groupes. Ce fut le cas notamment lorsque l'un des participants posa une question qui nous parut fondamentale et qui méritait une réponse avant toute élaboration de documents :

<u>Qu'est-ce que la géométrie ?</u>

Essayons une synthèse des réponses ou des opinions apportées par les quatre sous-groupes constitués à cette occasion.
A priori ces opinions ne sont pas contradictoires mais complémentaires.

Tout d'abord il importe de se référer aux conclusions du colloque de l'Alpe d'Huez (rapport du groupe géométrie).

L'objet de la géométrie, du moins si l'on se borne à la "géométrie de l'élémentaire", nous a paru être la connaissance et la description de l'espace physique ou plus exactement de certains aspects de cet espace, à partir duquel peut être construit un modèle mathématique.

On a parlé d'activités géométriques dont le but est d'acquérir une certaine maîtrise, de cet espace physique, de se situer, de tenter des prévisions sur cet espace. On ne peut considérer de telles activités sans tenir compte de la dimension psychologique de cette structuration.

De nombreux intervenants ont noté une grande analogie entre activités géométriques et activités d'éveil. En particulier il a été noté que le problème de la mesure est essentiellement du domaine de l'éveil.

Un des buts de la géométrie est de faire apparaître les différents aspects : affine, euclidien, topologique (cf. ERMEL C.E) de l'espace. Par exemple un sous-groupe a parlé de structuration de l'espace E_3 en éducation physique et sportive,

.../...

de l'espace E_2 en travaux manuels expérimentaux, du point de vue topologique, du point de vue des relations entre les objets et du point de vue numérique.

Il a été également noté que la géométrie permet d'aborder des questions d'analyse telles que la continuité, la notion de limite. On y rencontre par exemple le passage du discontinu au continu dans le problème de l'aire du rectangle.

On ne peut négliger les interférences entre la géométrie et les "autres mathématiques" par exemple au niveau des représentations.

La géométrie est liée au concret (étude des figures des configurations) et aussi au calcul. Il ne s'agit pas de privilégier uniquement un de ses aspects.

Une question fut posée par un des sous-groupes :

Que faire avec les F.P pour les "armer" à la géométrie ?

Un des objectifs de l'enseignement de la géométrie en classe de F.P pourrait être de les armer par rapport aux textes officiels et de leur fournir des outils pour qu'ils puissent profiter des activités des enfants en allant le plus loin possible.

Après cette phase préliminaire de réflexion le groupe put se consacrer à l'élaboration de documents pour l'unité "géométrie".

Elaboration des modules.

La détermination des modules à élaborer s'inspira du document initial de l'I.R.E.M de BORDEAUX : "Elaboration de documents en vue de la formation initiale et continuée des instituteurs". Il fut décidé de s'intéresser uniquement à trois modules à savoir les modules "présentation du sujet", "information" et "recherche".

Pour chacun de ces modules un sous-groupe fut constitué.

A - Module : "Présentation du sujet"

Le groupe qui a conçu ce module a voulu répondre à deux questions qui lui paraissent importantes à savoir :

Que faire avec des normaliens, c'est-à-dire comment présenter un "thème" donné à une classe de F.P et quels "thèmes" géométriques présenter ?

Le groupe est bien conscient que les mêmes questions se posent à propos d'autres modules.

1. Des techniques de présentation
Cette partie pourrait également figurer en annexe.

Plusieurs techniques peuvent être utilisées, le choix devant être laissé à l'appréciation de chacun. On peut :

* Prendre comme document de départ un film, un document magnétoscopé, un montage de diapositives. C'est le cas des films ou documents vidéo cités en référence bibliographique.

Mais on peut aussi concevoir un film (qui reste à réaliser) ou un montage diapo présentant un thème tel que "la réalisation technique de surfaces" par des ouvriers (maçons tôliers, tourneurs, menuisiers, potiers, etc...) ou bien les "mouvements" à partir de machines en action.

* Elaborer un questionnaire

- A l'intention des normaliens
- A l'intention des élèves de l'école primaire, avec le concours des F.P
- A l'occasion d'une rencontre provoquée entre des normaliens et des maîtres en recyclage. Ce questionnaire, qui doit être bien structuré, porte sur les difficultés rencontrées dans l'apprentissage de telle ou telle notion ou technique.

* Simuler un apprentissage avec les F.P et le reprendre avec des élèves de l'école primaire. Il importe que la situation se transfère facilement. A titre d'exemple on citera (cf.dossier)

- Construction de polyèdres
- Le plan du palier
- Le jeu du navigateur perdu (R 1)

* Partir d'un problème de géométrie posé de façon "concrète". Par exemple : Echelle, repérage ou bien construction ou lecture d'une carte de géographie. Dans ce dernier cas la présentation présente un aspect pluridisciplinaire en collaboration par exemple avec l'éveil ou le dessin. L'étude de différents systèmes de représentation du globe terrestre pourrait être abordée.

Voir également :

- Le document Géométrie de l'IREM de CLERMONT-FERRAND à la rubrique "les patrons du cube".

.../...

- Le film sur les troncatures par MYX de l'IREM de LYON.

* Partir de l'observation des manuels en usage dans les classes primaires.

Par exemple chaque normalien doit rendre compte de la présentation d'un thème donné dans un ou deux manuels choisi dans un lot de spécimens mis à la disposition de la classe de F.P. Deux normaliens différents travaillent sur des manuels différents. Un échange ultérieur au niveau de la classe de F.P permet une approche du thème.

* Partir d'une leçon faite dans sa classe par un maître de l'Ecole primaire et observée par un groupe de normaliens ou magnétoscopée.

2. Quels "thèmes" choisir ? :

Le groupe a voulu proposer un grand nombre de "thèmes" apportés par ses différents membres en étant parfaitement conscient qu'il faudrait disposer d'un horaire bien plus important pour pouvoir tous les aborder dans une classe de F.P.

Un choix s'imposera donc à l'utilisateur de ce document.

Ce qui nous a paru important, c'est le style de la démarche plutôt que la quantité des notions présentées.

Par exemple les transformations géométriques seront approchées au niveau manipulatoire, à partir de quadrillages ou par pliage ou par découpage etc... Chacun pourra décider du niveau de formalisation qu'il se propose d'atteindre avec sa classe de F.P.

D'autre part, fallait-il répertorier les "thèmes" selon le contenu mathématique (par exemple : cheminement sur quadrillage, papiers peints etc) ?

Finalement le groupe adopte une position moyenne en proposant un classement par type d'activités :

- activités de repérage
- activités sur les transformations de l'espace
- activités de représentations
- activités de mesurage

Les témoignages pédagogiques correspondant à ces activités

.../...

sont donnés en annexe.

Il sera parfois difficile de faire la part, dans ces activités, de ce qui est présentation du sujet et de ce qui est information.

B Module "Recherche"

I. Thèmes de Recherche

1°) Les "modèles"

En géométrie, lors de la résolution d'un problème, il apparaît clairement que la perception qu'ont les enfants de l'objet géométrique concerné, les critères associés à cette perception, le "modèle" mis en jeu, sont étroitement liés à la nature de la tâche qui leur est proposée.

Exemples de modèles

Objet géométrique ⟶	modèles possibles
Cercle	- Courbure constante - Distance des points du cercle au centre Diamètres...
Angles	- Longueurs des côtés - "écartement" des côtés - secteur délimité par les côtés
Polygones	- Ligne polygonale, points (sommets) surface - angles "Lignes remarquables" (diagonales...)
Carré	- Longueur des côtés - Parallélisme - Perpendicularité - Propriétés liées à des symétries/pliages...

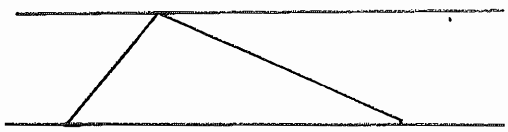
Y-a-t-il mobilité de ces perceptions ? Une perception étant associée à l'accomplissement d'une tâche particulière, y-a-t-il occultation des critères géométriques non retenus par cette perception, et dans quelle mesure ?

Quelles activités proposer alors pour mettre à jour différents modèles pouvant fonctionner à propos d'un même objet géométrique, pour rendre possible le passage d'un modèle à un autre, pour amener des élèves à savoir choisir le modèle le plus pertinent dans une situation donnée, et finalement pour leur permettre d'accéder à un modèle unique, plus riche, englobant ces différents modèles, et donnant une connaissance synthétique plus opérationnelle de cet objet géométrique ?

2°) "Démonstration" en géométrie

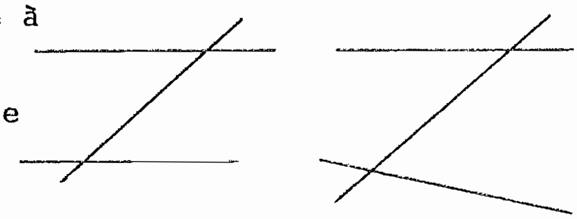
En géométrie, lors d'une démonstration, d'où vient une éventuelle conviction ? Quel est le poids de l'évidence par rapport à cette démonstration ?

Exemple à propos de parallélisme :

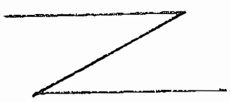
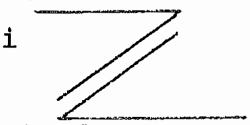


Si l'on propose à des élèves un dessin du type ci-contre, comportant des droites parallèles et des sécantes telles qu'apparaissent des angles de mêmes mesures, des angles de mesures différentes, sont-ils visuellement sensibles à ces "égalités"/"inégalités" angulaires, ou bien est-ce la démonstration elle-même qui apportera une conviction ?

Ceci pourrait peut-être se tester à travers des exercices du type suivant :



A propos de situations représentées par le dessin ci-contre, on cherche à détecter, dans le comportement des enfants, si le parallélisme favorise la reconnaissance d'angles de même mesure, ou si c'est la "taille" de ces angles qui est repérée visuellement. On pourrait demander aux élèves de "former des angles inégaux" en posant une règle sur des droites parallèles (ceci permet, mieux que le dessin une recherche, un ajustement...), de "former des angles égaux" en posant une règle sur des droites non parallèles.

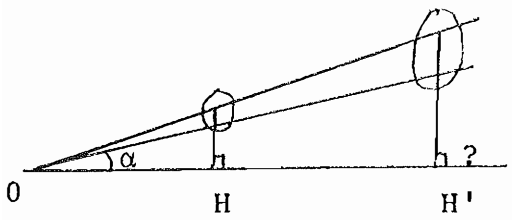
Quelles seraient leurs réactions devant un dessin du type  ? et devant celui-ci  qui demande le tracé intermédiaire d'une sécante ?

De façon plus générale, il s'agirait de construire une série d'exercices permettant de mettre à jour les rôles respectifs de l'évidence visuelle et de la démonstration dans des problèmes géométriques.

.../...

3°) Mesure - Approximation - Incertitude dans les constructions

Exemple 1 : S'agit-il, dans une activité géométrique, de reporter un angle ou d'agrandir une figure, quelles méthodes utiliser ? Quelles sont les erreurs engendrées par chacune d'elles ? incertitude sur la "taille" de l'angle α, sur la perpendicularité en H',..



Exemple 2 :

Dans la construction d'un carré, la "taille" des côtés interviendra pour le choix de la méthode : ainsi s'il s'agit de construire un carré de 2 mètres de côté, l'utilisation d'une équerre posera des problèmes (taille de l'épreuve par rapport au carré)...

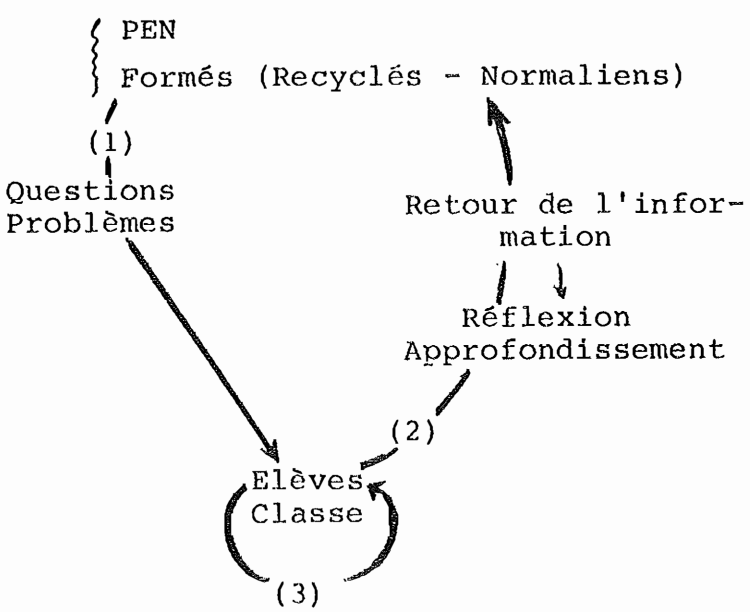
Exemple 3 :

Pour des calculs d'aires ou de volumes, la taille des nombres pourra intervenir : plus ils seront "grands", moins l'intuition pourra intervenir, et plus le calcul risquera d'être difficile.

II - Fonctionnement de la recherche. Sa place dans la formation.

Une telle recherche pourait avoir sa place non seulement au niveau du travail des PEN dans les classes, mais aussi dans la formation initiale et continuée, en fonctionnant selon le schéma suivant :

Schéma de fonctionnement



sur les thèmes

- les "modèles" en géométrie
- Mesure - approximation - incertitude
- Démonstration

Ainsi, les personnes en formation à l'Ecole Normale s'interrogeant sur les différents thèmes proposés, pourraient eux-mêmes formuler un questionnaire, un problème, qu'ils proposeraient dans une classe (Chemin (1)). Les "résultats" constitueraient d'une part un retour d'information utile pour les formés eux-mêmes, provoquant une réflexion, un approfondissement des notions mises en jeu... (Chemin (2)), d'autre part une source de renseignements sur les enfants et leur perception d'un certain nombre de notions, permettant une éventuelle modification, un ajustement de l'enseignement (contenu et pédagogie) dans la classe (chemin (3)).

Un exemple de fonctionnement de ce schéma sur le thème des "modèles" :

Elaboration, par les personnes en formation à l'EN d'un arsenal de questions/problèmes, permettant de mettre à jour les différentes perceptions qu'on les enfants d'un objet géométrique, selon les situations proposées et donc les différentes propriétés auxquelles il est fait référence, les différents modèles entrant en fonction.

⟶ Prise de conscience par les formés, au travers du comportement des enfants, de ces différents modèles concernant un même objet géométrique, et par là de l'existance de différents points de vue possibles sur ce même objet.

Ceci permettrait alors un travail d'approfondissement, tant au niveau théorique qu'au niveau pédagogique.

C Module "information"

Pour passer en revue toutes les activités géométriques que nous pratiquons avec les formés, nous avons adopté la classification suivante :

- A les géométries
- B les tranformations planes
- C les formes planes
- D les solides

Mais il est bien évident qu'il existe de nombreuses relations entre ces 4 paragraphes. Ce document n'est donc pas une progression. Il peut être utilisé de façon très souple.

De plus, étant donné la richesse du domaine "géométrie" il est impossible de pratiquer toutes ces activités avec un groupe de formés. Un choix est nécessaire.

.../...

BIBLIOGRAPHIE GENERALE CONCERNANT LA GEOMETRIE

- Les encyclopédies du savoir moderne : livre "les maths"
  Edition RETZ-CEPL
  Ouvrage de vulgarisation, bonne documentation de base
- La représentation de l'espace chez l'enfant par Piaget / Inhelder - chez Delacheaux et Niestlé
- La géométrie spontanée de l'enfant (mêmes auteurs)
  ces 2 ouvrages concernent la psychologie génétique.
- Encyclopédia Universalis
  rubriques : géométrie, géométrie algébrique, topologie

.../...

A — LES ESPACES GEOMETRIQUES

	TYPE D'ACTIVITE AVEC LES FORMES	DOCUMENTATION
I - <u>Exposé du sujet</u> Mise en évidence des différentes géométries (topologie, affine, projective, métrique)	1) Travaux des formés - construction de figures (planes ou solides) - transformations de ces figures - analyse des invariants 2) Cours de synthèse 3) Travaux de réinvestissement - voir document annexe 1 ci-joint - problème des 4 couleurs, bouteille de Klein, etc...	- ERMEL C.E (OCDL) - Aide en pédagogie des maths pour les maîtres du CP (IREM de NICE)(CRDP NIC - N n° 11 : article de GUINET "Les géométries" - Le théorème des 4 couleurs Publication du Palais de la Découverte.
II - <u>Information didactique</u> et psycho-génétique	1) Exposé 2) Réalisation des tests de Piaget dans les classes élémentaires et confrontation avec les conclusions de Piaget	- E_3 Castermann poche : ."l'enfant et les géométries" ."l'enfant à la découverte de l'espace" par J et S Sauvy - ERMEL C.E (OCDL) - DELACHAUX et Niestlé . La représentation de l'espace chez l'enfant . La géométrie spontanée de l'enfant Piaget (Delachaux et Niestlé) - Article de MAZURE "la non-évidence des intuitions adultes dans la géométrie de l'enfant de 5 à 8 ans
III - <u>Information théorique complémentaire</u> avec un aperçu sur les géométries non euclidiennes (Lobatchevsky, Riemann) niveau PEN		- DUNOD : "exposé moderne des mathématiques élémentaires" (L.FELIX) livre IV : les géométries - A.COLIN : "les géométries" (L.GODEAU) - PUF Que sais-je n° 401 "La géométrie contemporaine" (DELACHET) - PUF "la géométrie projective" (DELACHI - PUF "la perspective" (FLOCON et TATON) - Life : fascicule "les maths" - CEDIC : "surfaces" (Griffiths) - CEDIC : 3° séminaire GALION

.../...

		- Algèbre linéaire et géométrie élémentaire (DIEUDONNE) (en annexe géométrie des formes bilinéaires qui ne sont pas des produits scalaires)
IV - Domaines d'utilisation de ces géométries - projections (ombres (cartographie (logie (plans en architecture - perspective (dessin)	activités en : → éveil géographique → arts plastiques → travaux manuels → éveil scientifique	

B LES TRANSFORMATIONS PLANES

I - LES ISOMETRIES	TYPE D'ACTIVITE AVEC LES FORMES	DOCUMENTATION
Exposé du sujet	1) - analyse de pavages de papiers peints de frises, de rosaces - fabrication de ribambelles de napperons de papier - observation de cartes à jouer (tris suivant les éléments de symétrie) cf.annexe - observation d'images dans un miroir - construction d'un triangle isométrique à un triangle donné (retrouver les cas d'isométrie des triangles) ETC... 2) Cours de synthèse 3) Activités de réinvestissement : - recherche des groupes de frises et de rosaces - réalisation d'un papier peint - recherche des isométries de figures planes - activités de pavages avec des formes données ou imaginées	- Colloque PEN Alpe d'Huez : compte rendu du groupe F ou N n° 7 - film RTS "papiers peints à l'école maternelle" - CEDIC : Rosaces, frises, pavages (Y. BOSSARD) - CEDIC : Géométrie autour d'un carré (GAGNAIRE) - IREM Poitiers "ornementations du plan groupes ornementaux" - IREM Caen "it's a long way to isometrie

.../..

Exemples d'utilisation dans les classes		- IREM NANCY "la symétrie au CM_1" - IN n° 14 (pavages au CM avec des carrés bicolores - IN n° 7
II - LA SIMILITUDE	TYPE D'ACTIVITE AVEC LES FORMES	DOCUMENTATION
Exposé du sujet	1) - agrandissements ou réductions de figures - observation de figures de "même forme" et recherche des ressemblances et des différences - construction d'un triangle de "même forme" qu'un triangle donné - recherche des renseignements minimum nécessaires pour obtenir une figure de même forme qu'une figure donnée 2) Cours : homothétie similitude 3) Réinvestissement - cas de similitude des triangles - relations entre aires (ou volumes) de figures semblables - construction d'une forme précise (carré pentagone régulier, cube) respectant une condition imposée relative à l'aire, au volume ou au côté.	- IN n° 13 : agrandissements réductions - OCDL : "maths dans l'enseignement élémentaire" (Wheeler) agrandissements p. 173 à 177 - IREM } de Nancy : document AG CRDP } (activités géométriques au CM_1)
Utilisation de la similitude	en éveil géographique : plans - cartes à l'échelle - maquettes	
III - TRANSFORMATIONS AFFINES OU PROJECTIVES		
Exposé du sujet	1) Observation d'ombres obtenues à partir d'une source ponctuelle ou à partir du soleil Observations d'ombres portées : - si l'on veut un faisceau à bords non parallèles on peut enlever l'objectif d'un projecteur de diapositives et coller sur la face avant du projecteur un cadre opaque percé d'un trou d'un ou deux millimètres de	OCDL : fiches de travail "la géométrie par les transformations" géométrie : affine, projective (DIENES)

.../...

diamètre. Sur l'écran on a ainsi une zone faiblement éclairée mais en compensation de la perte de liminosité on obtient des ombres d'une bonne netteté sans être gêné par une zone de pénombre.

- si l'on veut un faisceau parallèle le plus pratique est de s'en remettre au soleil (s'il n'y a pas de nuages) Pour orienter l'écran perpendiculairement au faisceau on peut planter une pointe dans cet écran et orienter ce dernier de manière à avoir une ombre minimale pour la pointe.

- Transformations de figures

2) Cours : cf. $\boxed{A}$ "Les géométries"

Autre transformation pouvant permettre des activités intéressantes : l'inversion.

DOCUMENTATION CONCERNANT L'ENSEMBLE DES TRANSFORMATIONS

Niveau des formés

- information théorique
  - CEDIC : 6 thèmes pour 6 semaines (MYX) Ch 6
  - Fascicule des éditions de l'école moderne française à la CEL de CANNES : "Des machines qui transforment" Transformation I
- exemples pour la classe
  - IREM de NANCY : fascicule AG (isométries, similitudes, inversions)

Niveau P.E.N

- oeuvres de Escher analysées par Coxeter
- géométrie TC Cagnac et Thiberge
- DUNOD : Maths élémentaires (L. FELIX)

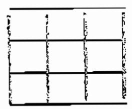
Pour tous

- Films de géométrie CNDP
  n° 1664 : d'un point à la ligne (homothétie, symétrie-point)
  n° 1667 : A propos de translations et de rotations
  n° 1668 : Impressions diverses (composition d'isométries)
  n° 1665 et 1666 : Effet miroir I et II.

C FORMES PLANES

	ACTIVITES AVEC LES FORMES	DOCUMENTATION
Positions relatives de plusieurs formes	1) Assemblages de polygones - Quelques polygones isométriques - Quelques polygones isométriques (tangram) - Une infinité de polygones (dallages) *(Michel SIBILLE est à la disposition des PEN pour fournir des tirages de ce document)* →	- CEDIC : 6 thèmes pour 6 semaines (MYX) "Les polyminos" - ENF Nice : document sur l'assemblage de 4 triangles rectangles de côtés de l'angle droit c et 2 c. - IN n° 12 : "le tangram de la maternelle au CM" - IREM Nancy : "pavages réguliers ou semi-réguliers" - OCDL : "assemblages de polygones" (N.PICARD) - IN n° 14 : "pavages au CM" (PAINCHAULT) "avec des carrés bicolores" (NEYRET) - IREM Lyon "pavages et dallages" - IREM Caen "carrelages" - IREM Lyon "réseaux" - Film RTS "pavages"
	1) Découpages de polygones → Conséquence : problèmes d'aires	- compte rendu du groupe F Alpe d'Huez "la cocotte" ou IN n° 7 - Wheeler (OCDL) : "Math dans l'enseignement élémentaire" Mosaïques - pavages p. 177
	2) Trouver des définitions qui permettent des constructions et des constructions correspondant à des définitions ; → puis recherche des définitions minimales du matériel à utiliser pour - triangles - quadrilatères particuliers - polygones réguliers - construction par le dessin sur papier uni ou par pliage ou sur planche à clous →	- ENF Nice : "Définitions et constructions" - IREM Rouen : "Constructions géométriques" Grenier mathématique n° 4 - A.P.M.E.P : la géométrie au 1er cycle Tome II p. 131 à 195 - CEDIC : 4° séminaire international GALION : article de Savary - OCDL : maths dans l'enseignement élémentaire (Wheeler) p. 181 à 223

.../...

	2') constructions avec contraintes (ex. : la longueur d'un ou de plusieurs côtés est donnée) - trouver le maximum de contraintes qu'il est possible de s'imposer pour construire une figure donnée - reprosuire une figure isométrique à une figure donnée, sans calque ni découpage.	
	3) Pliages - découverte des droites remarquables des triangles et des quadrilatères - découverte des axes de symétrie	- Colloque IREM Alpe d'Huez travail groupe F ou $\mathbb{N}$ n° 7 - Initiation à certaines formes géométriques planes (IREM Nancy)
	4) Classements de figures	- CEDIC : points de départ p. 130-131
	5) activités permettant la découverte du disque et du cercle : - rangement de pièces de monnaie sans superposition au fond d'une boîte, comparaison de diverses organisations, calcul des "vides", observation de la position relative des centres	
	6) Activités de dénombrement - sur un géoplan 5 x 5, combien peut-on construire de carrés ? de rectangles ? etc... - combien de carrés dans cette figure ? etc... 	
Information didactique	Visionnement de séquences filmées - suivi d'un débat ou - d'un questionnaire	- Film RTS "autour du carré à partir du cube" - film RTS "pavages"

.../...

D LES SOLIDES

	ACTIVITES AVEC LES FORMES	DOCUMENTATION
Découverte des polyèdres réguliers convexes	1) - constructions avec différents matériaux, à partir des faces (carton) ou des arêtes (tiges) ou d'un "moule" (plâtre)... - recherche de patrons - sections par différents plans 2) représentations - en perspectives - par des patrons - graphes planaires - plusieurs projections 3) assemblages - casse-têtes en bois - pavage de l'espace par des tétraèdres 4) Cheminements sur les arêtes d'un polyèdre parcours eulériens 5) découverte des 5 solides de Platon (Utilisation de la formule d'Euler)	- IREM Nancy : "polyèdres réguliers et semi réguliers" - N. PICARD (OCDL) : "Assemblages de polygones" - CEDIC : -"formes, espaces et symétries" (Holden) -"6 thèmes pour 6 semaines" (Myx) - collection sgma "les graphes et leurs applications" - géobloc (guide du maître, cartes pb) (collection ESS (Elémentaire Sciences Study) - matériel STRUCTURO (Nathan) - assortiment de géoblocs McGRAW HILL Ed. Montréal) - film RTS "du passe-murailles aux projections" - CDDP (Mordelet) St Etienne : "géométrie à l'école élémentaire"
Découverte des solides de révolution	1) Observation de toupies réalisées avec une forme plane, en carton admettant un axe de symétrie (en relation avec les TM de poterie) - comment obtenir une sphère ? un cylindre ? un cône ? un tronc de cône ? 2) section des solides de révolution par différents plans 3) tore 4) repérage d'un point sur la surface d'un solide de révolution (sphère, cylindre)	- CEDIC : "modèles mathématiques" p.180 à 186 Texte de J. MAZURE (ENF Nice) cité ci-dessus en référence

.../...

DOCUMENT ANNEXE

Les éléments de symétrie de figures.

lère activité : - Les élèves travaillent par 2 ou 3.

- Chaque groupe dispose d'un jeu de 52 cartes et du matériel classique (papier uni, papier calque, crayons, ciseaux...)

sans tenir compte de l'indication aux coins des cartes, classer les cartes suivant les éléments de symétrie et justifier ce classement.

Après un tri "à l'oeil" presque tous les groupes ont utilisé le calque et le pliage - Les "têtes" ont posé des problèmes - après des essais de pliages, on a pensé à faire pivoter le calque d'une partie pour le placer sur l'autre. Cette partie est une moitié - suivant la carte voici les moitiés qui ont été décalquées

on a découvert l'importance du centre de la carte et l'indifférence du trait qui passe par ce centre. (position)

2° Cours

3° Réinvestissement - Construire des figures ayant un axe de symétrie

ayant deux axes de symétrie perpendiculaires (les autres cas seront rencontrés plus loin)

. Avec le crayon et la règle

. avec les ciseaux et le pliage

Axes de symétrie concourants ou parallèles - Rosaces et frises.

lère Activité : à partir de pliages et découpages

a)

feuille de papier — ler pli — 2ème pli — 3ème pli

puis quelques coups de ciseaux pour obtenir les napperons dentellés.

.../...

b) pliage de papier - découpage pour obtenir une ribambelle.

Dans les deux cas, observation de ce qu'on obtient, relativement aux éléments de symétrie.

2° cours - rosaces et composition de deux symétries d'axes parallèles

3° observation de frises - découverte d'autres types de frises

4° cours - frises.

Pavage du plan à partir de trois symétries

a) les trois axes forment un triangle isocèle rectangle

b) les trois droites forment un triangle équilatéral

1°) Activité réalisée sur papier calque - une forme a été dessinée, au départ dans la région intérieure au triangle

2° Observation

3° cours - pavage du plan

PEDAGOGIE PAR OBJECTIFS

Animation : R. BERTHELOT
Constitution du dossier : M.H MEFFRE
Le Montaignet I
9, rue des Frères Vallon
13100 AIX-en-PROVENCE

Module "présentation du sujet"

1) Objectifs :

Soulever un champ de questions assez vastes pour introduire et susciter le besoin d'une première terminologie qui sera apportée dans le second module.

2) Modalités :

Trois modalités ont été envisagées :

- enquête des formés auprès de maîtres en exercice
- observation de séquences dans des classes primaires (réelles ou filmées)
- observation de séquences de formation

3) Questions à poser:

Il a été retenu les questions suivantes :

- a quels indices le formateur, le formé, ou l'observateur repère-t-il qu'une séquence est réussie ?
- que signifie pour le formateur : "avoir réalisé un point du programme ?"
- qu'est ce qui est important dans une leçon ?
- quelles sont les décisions que prend un formateur au cours d'une séquence, et quelles sont les raisons qui l'amènent à les prendre ?

- qu'est ce que les élèves savent de plus après une séquence ?

- qu'est ce que je fais, est ce que je veux ce que je fais, est ce que je fais ce que je veux ?.........

Module "Information"

Pour une première information :

- comment définir des objectifs MAGER
- a propos de la définition des objectifs LUMBROSO
- cahiers pédagogiques N°147 & 162

Module "Réalisation et/où observation de séquences"

1) Objectifs :

Utiliser les informations données dans le module "information" de façon à assurer un langage commun minimal, remettre en question des parties d'information et motiver le complément d'information qui sera donné dans le module suivant.

2) Activités et modalités :

a) Décomposition d'un objectif de formation, confrontation des différentes décompositions obtenues.

Observation de la réalisation de cet objectif selon divers choix pédagogiques par exemple : tâtonnement expérimental, cheminement inverse du découpage, maïeutique........

b) Analyse de la terminologie utilisée dans les programmes officie[ls]

Analyse de l'évaluation de la formation dans ses diverses modalités et fonctions

Etude des relations entre programmes officiels et parcours de formation.

c) Analyse de productions d'enfants de classes parallèles auxquell[es] les formés auront fait "passer" un contrôle :

- comment interpréter les productions
- comment analyser une erreur
- que faire de ces analyses dans la classe

Module "information complémentaire et documentation"

Proposer dans la bibliographie un choix en rapport avec les problèmes soulevés.

Module "Recherche"

- étude d'un projet de formation
- conception, réalisation, étude d'un groupe de séquences correspondant à certains objectifs, explication des choix effectués.

.../...

- production d'une série d'activités permettant de faire le point sur la situation des formés vis à vis de certains objectifs, en début ou en fin de parcours d'apprentissage.

Eléments de bibliographie pour la constitution d'un dossier "Pédagogie par objectifs"

1) Technologie de la définition des objectifs

MAGER - Comment définir des objectifs pédagogiques BORDAS (initiation très simple aux concepts clés ; à lire en premier)

HAMELINE - L'entrée dans la pédagogie par objectifs - notes de synthèse - Revue Française de pédagogie N°46 (un tour d'horizon général où l'auteur dégage les "tendances" qui ont influencé ou influencent la PPO)

LANDSHEERE - Définir les objectifs en éducation - PUF (présentation de l'ensemble des modèles de base)

VANDEVELDE & VANDER ELST - Peut-on préciser les objectifs en éducation ? - LABOR-NATHAN (présentation avec des exemples des modèles de Bloom et de Guilford).

D'HAINAUT - Des fins aux objectifs de l'éducation - LABOR-NATHAN (en particulier, comment élaborer un plan de formation....)

CARDINET - Objectifs pédagogiques et fonctions de l'évaluation - Actes du Colloque 77 I.R.E.M. d'ORLEANS N°7 (présentation des fonctions de l'évaluation, de leurs utilisations dans un modèle didactique).

DE BAL & PAQUAY-BECKERS - in : Savoir noter, noter le savoir - Cahiers pédagogiques 162

I.R.E.M. REIMS - Evaluation : docimologie, orientation - taxinomie

2) Problèmes soulevés par l'adaptation de ces technologies a l'enseignement des mathématiques

LUMBROSO - A propos de la définition des objectifs pédagogiques I.R.E.M. d'Orléans N°7 (......est-il possible de tout objectiver ?......)

HUTIN - Comment concilier un plan d'études par objectifs avec une méthode faisant appel à des situations mathématiques et à l'apprentissage par conflit. I.R.E.M. d'Orléans N°7

.../...

BRUN - Développement cognitif et apprentissage par objectifs en mathématiques
I.R.E.M. d'Orléans N°7

BROUSSEAU - Evaluation et théories de l'apprentissage en milieu scolaire
I.R.E.M. de BORDEAUX

DARCHE-MONSELLIER - Pour une pédagogie par objectifs en mathématiques (représentation des concepts clés et de quelques modèles de base avec exemples et contre-exemples tirés des mathématiques, de travaux suisses, belges, ou du Quebec)
I.R.E.M. d'Orléans N°1
- PPO et APM comment faire évoluer le système par la base (évolution du groupe d'enseignants du GREPPO)
I.R.E.M. d'Orléans N°7

GRAS - Vers un programme éducatif par objectifs en mathématiques (des finalités éducatives aux objectifs opérationnels, le document de base des travaux du groupe OPC)
I.R.E.M. de RENNES et I.R.EM. d'Orléans N°7

BENEDETTO-FROMENT - Contribution à la mise en place d'une pédagogie par objectifs dans les C.E.T.
I.R.E.M. d'Orléans N°7

DE KETELE - Contribution à une évaluation de maîtrise (appréciation de la "rentablilité de l'intervention pédagogique de processus)
I.R.E.M. d'Orléans N°7

JAQUET - Influence de la forme des questions dans l'évaluation formative et micro-sommative
(problèmes posés par l'interprétation des réponses)
I.R..EM. d'Orléans N°7

MISERY - Vers une évaluation individualisée et continue en mathématiques
(une expérience en 2°, en Picardie)
I.R.E.M. d'Orléans N°7

WEISS - A la recherche d'objectifs terminaux en mathématiques au niveau élémentaire
(réflexions sur l'expérience de Suisse Normande)
I.R.E.M. d'Orléans N°7

.../..

GAULIN - Concrétisation d'objectifs généraux et de principes méthodologiques dans un enseignement modulaire de mathématiques
(un modèle Québequois de PPO)
I.R.E.M. d'Orléans N°7

DARCHE - Rôle des objectifs dans l'apprentissage au niveau du groupe classe
(recherche d'une classification des objectifs qui permettent l'analyse des rôles que joue la pratique de la définition des objectifs notamment dans la construction des apprentissages).
I.R.E.M. d'Orléans N°8

TOURNEUR - Effets des objectifs dans l'apprentissage. Etude expérimentale
(sommes de recherches, y compris celles de l'auteur, sur les effets de la communication des objectifs)
D.G.O.E. Ministère de l'Education Nationale de Blegique

3) <u>Exemples d'utilisation de technólogie de définition d'objectifs pour l'enseignement des mathématiques</u>

MINISTERE DE L'E.N. - Programme de l'école élémnntaire C.P. et C.E
FRANCE

GR9/SP4 - Objectifs en pédagogie, lère approche (76-77)
(essai de création d'une "banque d'exercices associés à des objectifs précis)
I.R.E.M. de TOULOUSE

GREPPO - Liste d'objectifs en mathématiques en seconde et Terminale C-D-E. Exemples d'utilisation dans les classes
I.R.E.M. d'Orléans N°2

A.P.M - Aides pédagogiques au C.P.
Aides pédagoqiques au C.E

DERAMECOURT Math-C.P. programme 77 tome 1
FAUCON (analyse des objectifs au C.P. et des méthodes
MARTIN d'apprentissage)
I.R.E.M. de BORDEAUX

.../..

TOURNEUR - Liste d'objectifs, épreuves d'évaluation et outils de rattrapage en mathématiuqes, première année du cycle d'observation
D.G.O.E. Ministère de l'Education Nationale de Belgique

G.E.D.E.O.P - Activités pédagogiques et objectifs relationnels -78 (à partir de compte rendu de séquences de classe, essaie de laison entre savoirs et objectifs relationnels).

GR.RECH. & EXP.
SUR l'EVALUATION Evaluation (tome 2 : 76-77)
(statistiques détaillées sur des tests précis QCM Math 2° cycle)
I.R.E.M. LORRAINE

Il y a sans doute beaucoup d'autres documents, qu'il faudrait recenser : appel aux I.R.E.M. pour envoyer un exemplaire de chaque document produit sur les PPO à R. BERTHELOT P.E.N. - EN. PAU, 44 boulevard Sarrailh 64000 - PAU

H LES PROBLEMES ET L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Animateurs : F. COLMEZ, A. AUTEBERT

Constituteurs de dossier :
E. GASPARI : Chemin du Lombardon 81000 ALBI
C. RIMBAULT : Le bourg 22440 PLOUFRAGAN
A. HACHELOUF ; IREM de GRENOBLE

Dans la première partie de ce compte rendu, vous trouverez sous le titre : "QUESTIONS ET ELEMENTS DE REPONSES" le résumé synthétique du débat préalable instauré au sein du groupe.

La seconde partie présente le plan plus ou moins détaillé de l'unité "PROBLEME" dans l'état où elle se présente à la fin du stage.

I - QUESTIONS et ELEMENTS DE REPONSES

1°) Que recouvre le mot problème ?

Quel sens le normalien lui attache-t-il ? Quelle acceptation ? Quelle connotation ?
Le mot problème est-il lié d'une façon privilégiée aux mathématiques ? à d'autres activités ou états d'âme ? Est-ce un exercice purement scolaire ?
Peut-on et doit-on distinguer exercices et problèmes ? N'y-a-t-il pas une panoplie de locutions spécifiques au problème (rechercher, résoudre... sécher...) ? A l'école élémentaire tout problème relève-t-il d'une situation pratique ?

2°) Quelle est la fonction des problèmes à l'école élémentaire ?

Deux catégories d'objectifs sont en général poursuivis :
a) des objectifs notionnels : à partir de situations problématiques, on essaie de faire naître ou de développer certains comportements.

- être capable d'analyser des données,
  de les trier
- être capable de découvrir les relations qui peuvent être mises en jeu, de conjecturer
- être capable d'interpréter les résultats obtenus et de les communiquer.

.../...

- sentir le besoin de vérifier

et être capable de vérifier afin d'assumer la validation des résultats. Les objectifs notionnels étant couverts par les unités mathématiques (addition, soustraction,...) les réflexions du groupe ont porté plus spécialement sur les objectifs de comportement. Comment sensibiliser normaliens et instituteurs à cet aspect éducatif ? Les problèmes ususels mettant essentiellement l'accent sur l'aspect notionnel, il apparaît nécessaire de proposer des situations où les outils mathématiques utilisés seront simples (combinatoire, graphes, ...). L'étude des comportements pourra alors se faire soit par l'observation d'enfants, soit par l'observation réciproque de normaliens en situation de recherche (voir expérience de Grenoble).

3°) Comment classer les problèmes ?

On peut envisager de faire classer les problèmes suivant divers critères :

a) en distinguant : exercices d'exposition
exercices d'entrainement
problèmes de recherche

(voir travaux de l'IREM de STRASBOURG, de BORDEAUX).

b) en analysant l'enchaînement des questions.

Par exemple avec 3 questions A, B et C et une seule opération par question, il arrive que pour résoudre la question C on utilise le résultat de la question A et celui de la question B. D'autres liaisons sont possibles (voir travaux de l'IREM d'ORLEANS).

c) en répertoriant les notions mathématiques mises en jeu.

d) en considérant leur finalité pratique.

4°) Comment construire et mettre en oeuvre un problème ?

Les activités proposées aux normaliens devront les sensibiliser :

a) au choix du problème en fonction des motivations et du vécu de l'enfant (référence à des situations connues - à des situations de jeux...)

b) à la façon de poser le problème en attirant son attention :

- sur le vocabulaire - la syntaxe
- sur l'ordre des données, des questions, l'enchaînement des questions, le rôle des questions intermédiaires
- sur la taille des nombres

.../...

- sur la pertinence des informations (problèmes où les données sont surabondantes, redondantes, incomplètes, incompatibles...)
- sur la nécessité de présenter des problèmes "ouverts" (plusieurs solutions, prolongements possibles...)

c) au rôle du maître pour s'assurer de la compréhension de la situation :
- soit par la lecture de l'énoncé avec questions des enfants sans que la réponse du maître induise la solution, ou, plus grave, un type de solution.
- soit par une traduction de l'énoncé (dessins, bande dessinée, mime, échanges entre enfants...)

II - L'UNITE "PROBLEME"

1°) Introduction

Cette unité essaie de présenter aux P.E.N une stratégie globale pour son enseignement à propos du problème. La réflexion sur le contenu possible de cette unité, quoique bien amorcée au cours du colloque de Bombannes ne s'est pas encore concrétisée par une production vraiment substantielle ; sur certaines parties celle-ci devrait s'enrichir assez rapidement grâce au travail à court terme des participants ; sur d'autres points, nécessitant une expérimentation et une analyse, les compléments ne pourront être réalisés qu'au cours de l'année scolaire prochaine.

Nous sommes bien conscients que cette unité peut paraître extrêmement ambitieuse et sans doute irréalisable en totalité. Nous y soulevons beaucoup d'interrogations qui s'adressent sans doute davantage aux formateurs et aux chercheurs en didactique qu'aux normaliens eux-mêmes ; c'est pourquoi dans la deuxième partie, nous envisageons quelques éléments de réponses. Ceux-ci ne sont pas entièrement satisfaisants et devraient être modifiés et améliorés dans l'avenir.

En particulier les différents points abordés le sont d'une manière trop générale ; il conviendrait de les étudier sur des contenus précis et nous espérons que les travaux des autres groupes permettront d'enrichir cette unité et de l'articuler sur les autres unités.

Cette unité est destinée aux formateurs et les documents inclus ou indiqués qui s'adressent aux normaliens, ne doivent pas leur être confiés à votre avis, sans une information préalable sur les objectifs de leur étude et la manière de s'en servir.

L'unité comprend une première partie de sensibilisation information et approfondissement destinée à faire apparaître le fait que nos connaissances sur l'activité de résolution de problème n'ont pas à l'heure actuelle de caractère vraiment scientifique et que les textes pédagogiques sur le sujet sont insuffisants pour rendre compte des décisions que le maître doit prendre dans sa classe.

La seconde partie propose aux normaliens des activités et des méthodes pour la pratique de la classe paliant du mieux possible dans l'immédiat à la carence de la première partie.

2°) Plan

a) Enquête
b) Documentation et analyse de cette documentation
c) Information
d) Synthèse et expérimentation
e) Etude de l'activité de résolution de problèmes
f) Activités pratiques
g) Exemples de fabrication de problèmes

3°) Les modules

Module (a) enquête

Cette enquête a pour objectif de montrer aux normaliens la variété des activités dans les classes et des points de vue sous-jacents sur le rôle joué par les problèmes.

Pour préparer cette enquête nous proposons un questionnaire destiné aux normaliens. Le corpus des réponses qu'ils feront après avoir observé chacun une séquence de problème dans une classe leur servira à débattre des rôles du problème. Les questions sont regroupées par centre d'intérêt, mais cela n'est pas indiqué dans le questionnaire, c'est aux normaliens de le découvrir.

Cette activité peut se dérouler en quatre temps.

. Présentation et organisation des séances d'observation
. Observation dans les classes par équipes de deux ou trois

.../...

. confrontation des notes d'observation dans chaque équipe ; préparation des exposés et relevé des questions soulevées.
. exposés des observations et débat en groupe.

Bien entendu, même si le débat est centré sur le rôle du problème, il sera l'occasion de poser bien d'autres questions qui peuvent être votées comme thème de travail ultérieur. Par exemples : comment conduire l'observation d'une classe ? Quel est le comportement et l'attitude du maître pendant la séance ? Quels sont les intéractions entre le maître et les élèves ? Quels sont les comportements des élèves ? Quelles décisions le maître est-il amené à prendre ? Comment le fait-il ? etc...

Module (b) Documentation et analyse de cette documentation

Dans le dossier devra figurer :
. des extraits des différents textes officiels (programmes instructions et commentaires) depuis (?)
. Un florilège de problèmes relevés dans des manuels anciens ou archives.

En outre, les élèves auront à choisir des textes dans les manuels dont ils disposent.

L'analyse peut porter sur :
. L'évolution du rôle du problème dans les textes officiels
. Les thèmes et situations de référence évoqués dans les problèmes - leur évolution
. La concordance entre textes officiels et manuels
. la complexité de la mise en mathématiques (nature de la référence et sa description - masse des informations - mots inducteurs - présence ou absence de questions, etc...)
. La complexité du modèle mathématique sous-jacent et des algorithmes de la solution (mise en ordinogramme)
. Nature des nombres utilisés et difficultés des opérations

Cette analyse peut conduire à une ou plusieurs typologies permettant de préciser l'évolution.

Module (c) Information

Cette information devra porter sur les opinions émises dans la littérature sur les questions précédemment soulevées (Bibliographie commentée).

.../...

Module (d) Synthèse et expérimentation

Cette synthèse prend tout son intérêt si elle a pour objectif de tester la pertinence des informations rassemblées en montant et réalisant une séquence de résolution de problème en classe et en comparant les observations avec les prévisions.

Cela peut se réaliser de bien des manières ; ainsi :

. Le même exercice est préparé dans plusieurs classes
. L'exercice est conçu en fonction de la classe où il est réalisé
. L'exercice est dirigé par le maître de la classe ou un normalien...

Cette expérimentation devrait mettre en évidence l'insuffisance de l'étude antérieure et motiver l'activité suivante.

Module (e) Etude de l'activité de résolution de problème

(d'après une proposition de l'IREM de Grenoble)

A l'E.N une classe de F.P est partagée en deux groupes.

Le premier groupe cherche un problème puis les différentes solutions sont soigneusement analysées ; les compléments théoriques éventuellement néanmoins sont apportés par l'enseignant et des stratégies d'observation et d'aide sont mises au point ; le texte est éventuellement modifié.

Chaque normalien du deuxième groupe cherche le même problème en étant observé et éventuellement aidé par un camarade du premier groupe.

Cette activité doit permettre de faire apparaître les diverses attitudes de l'observateur (assimilé au maître) et des chercheurs (assimilé à l'élève) et déboucher sur la constitution d'une grille d'observation en classe.

2) Observation dans des classes sur :

. les attitudes du maître
. ses modalités d'intervention
. ses décisions
. le comportement des élèves

au cours d'une séance de problème.

.../...

Module (f) Activités pratiques

A - à l'Ecole Normale

1°) critiquer et modifier un énoncé de problème tiré d'un manuel courant.

Cette analyse critique peut porter :

- sur le choix du sujet.
- sur la formulation de l'énoncé.
- sur les données.
- sur la possibilité de déboucher sur une situation plus riche ou plus générale.

....

essayer de dégager les paramètres que l'on peut faire varier dans l'énoncé d'un problème.

2°) Transférer l'information d'un média dans un autre. Par exemple faire présenter le texte écrit sous forme d'une bande dessinée.

3°) Elaborer des énoncés de problèmes à partir de documents (catalogues, barèmes, horaires...).

4°) Rechercher des énoncés respectant une structure mathématique.

5°) Rédiger la solution d'un problème, analyser les diverses rédactions et rechercher d'éventuelles directives (pour les élèves).

B - en classe (interventions ponctuelles)

1°) faire lire un énoncé par des enfants et s'assurer qu'ils ont compris.

2°) faire traduire un énoncé par un schéma ou un dessin, discuter de la pertinence des schémas (ou dessins) proposés.

3°) faire prendre conscience d'une erreur à un élève.

4°) faire présenter par un élève , sa solution à ses camarades.

5°) faire comparer les solutions de deux ou plusieurs élèves.

6°) faire rédiger la solution par les élèves puis analyser ces rédactions.

7°) faire fabriquer des problèmes par les élèves à partir d'une situation donnée.

Rechercher à quelles conditions on peut déboucher sur de vrais problèmes pratiques.

.../...

Module (g) Exemples de fabrication de problèmes

Ce modèle devra rassembler :

1) des exemples correspondant au module précédent

2) des exemples de problèmes posés par des élèves, montrant comment l'intervention du maître peut orienter la production soit vers des énoncés stéréotypés, soit vers des problèmes plus intéressants à partir de situations ouvertes (activités scientifiques ou gestion par exemple).

N.B : Nous ne joignons pas à ce compte rendu les éléments du dossier déjà rassemblés, car leur volume serait trop important ; cependant, nous sollicitons l'aide de tout collègue intéressé pour enrichir ce dossier en vue des modules b, c, f et g de l'unité. D'avance merci(*)

(*) Adresser toute contribution à :
F. COLMEZ, IREM de PARIS SUD
Université PARIS VII, 2 Place Jussieu
75005 PARIS.

.../...

Annexe module (a)

QUESTIONNAIRE

. Quelle est la place de cette séquence ? Par exemple

moment de cette activité	habitude du maître
après une leçon	tous les jours
séance entière consacrée au problème	une fois par semaine
démarrage d'activité en début de séance	chaque fois qu'il y a de nouvelles notions à introduire

. Est-ce que cette activité est explicitement considérée par la classe comme la résolution d'un problème ? (par exemple le mot "problème" est écrit au tableau, sur le cahier, ou prononcé par le maître). Sinon est-ce en accord avec le maître que vous la considérez comme telle ?

. Le problème est-il posé par le maître ?

. Le problème se dégage-t-il d'un évènement fortuit ou d'actualité ?

. Y-a-t-il un recueil dans la classe à la disposition des élèves, dans lequel ils ont choisi le problème ?

. Le problème est-il inspiré d'une activité récente en mathématiques ou en activité d'éveil ?

. Le problème est-il une variante d'un problème antérieur proposée par le maître ? proposée par des élèves ?

. Quel est le support de l'information ? Par exemple : un énoncé écrit au tableau, polycopié, dicté - une histoire racontée, enregistrée - un dessin...

. Y-a-t-il une discussion dans la classe sur la recherche à mener avant que les élèves se mettent au travail ? Si oui : l'énoncé comportait-il des questions ? sont-elles modifiées ? Les élèves demandent-ils des informations supplémentaires ?

. Les enfants travaillent-ils seuls ou en groupe ?

. L'organisation de la classe est-elle habituelle ou a-t-elle été décidée pour ce problème ? Qui en a décidé : le maître seul ou les élèves ?

. En cas de travail en groupe, si l'un des élèves est plus rapide que les autres que font ses camarades ? le maître intervient-il ? comment ?

. Le travail se fait-il en temps limité ou peut-il se prolonger au cours d'une autre séance si besoin est ?

.../...

. Le travail se fait-il en une fois ou est-il entrecoupé de séquences de mise au point collectives ?

. Comment le travail se termine-t-il ? (par arrêt à un signal de ramassage des feuilles, par une mise en commun des résultats - par une correction...)

. Comment le maître surveille-t-il le travail des élèves ? (en passant dans les rangs, en conversant avec certains élèves...)

. Si certains élèves semblent bloqués, le maître leur fait-il des suggestions (dire d'aller voir un camarade - poser des questions - attirer l'attention sur une phrase de l'énoncé - rappeler une activité antérieure - signaler des erreurs ou des maladresses - demander de refaire une partie du travail)

. Si une grande partie ou la totalité des élèves semblent bloqués, que fait le maître ? (donner une partie de la solution - faire exprimer par les élèves ce qui les embarrasse)

. Quels sont les indices qui décident le maître à intervenir soit au niveau de la classe, soit auprès d'un élève ?

. Le cas échéant que fait le maître pour relancer l'intérêt des élèves ?

. Si malgré tout la recherche se bloque, qu'en pense le maître ? Qu'envisage-t-il de faire ?

. Les enfants ont-ils à rédiger une solution ? Sur quel support ? (cahier - classeur - affichage - présentation aux camarades)

. A qui s'adresse la rédaction éventuelle

. Y a-t-il sanction à cette rédaction ? sous quelle forme ?

. La correction du problème est-elle remise à plus tard après le contrôle du travail par le maître ?

. La correction se fait-elle immédiatement ? En une seule fois à la fin du travail ? En plusieurs fois s'il y a plusieurs questions ?

. Au cours de la correction est-il rapporté uniquement des démarches qui ont abouti à une solution ou également des démarches énoncées ou qui ont conduit à une impasse ?

. L'exposé des démarches est-il fait par des élèves ou par le maître ?

. En cas d'insuccès, qui le dit : l'élève concerné ou le maître ?

.../...

. Quels sont les moyens les moyens utilisés pour convaincre un élève de son erreur ? (déclaration autoritaire - recherche de contre exemple - repérage de l'origine de l'erreur) Par qui sont faites ces démarches ? (le maître, des camarades ou l'intéressé lui-même)

. Y-a-t-il une évolution du travail de chaque élève ? Comment est-elle faite ? L'intéressé est-il impliqué dans cette évolution ? En tire-t-il une "leçon" pour l'avenir ? (conseil, nécessité de travailler telle ou telle question...) Est ce un simple constat ?

. Vous est-il possible d'analyser le rôle de l'échec dans la classe sur le plan affectif et sur le plan cognitif ?

. Quels semblent être les principaux objectifs du problème observé ?

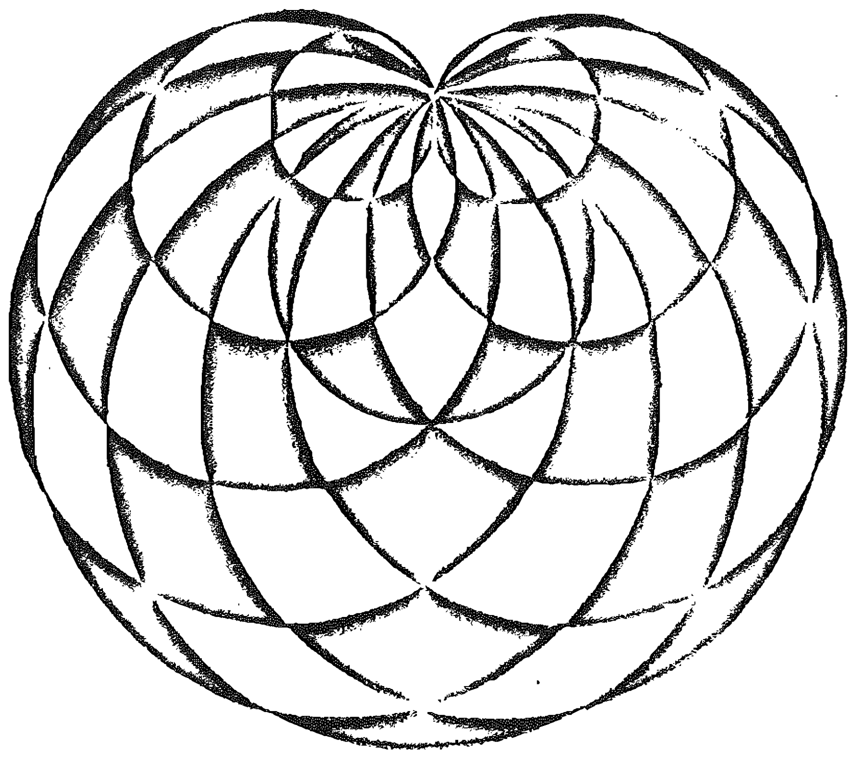
pour les élèves :
- apprendre ou s'entrainer à réfléchir et à modéliser ?
- comprendre un énoncé ?
- rechercher les informations pertinentes et les organiser ?
- se préparer à résoudre de véritables problèmes rencontrés dans la vie ?
- apprendre à appliquer un modèle mathématique ou un algorithme ?

pour le maître :
- évaluer l'utilisation d'un outil mathématique ?
- illustrer un outil mathématique ?
- se donner l'occasion d'expliquer quelque-chose aux élèves ?
- démarrer l'apprentissage de notions ou de techniques nouvelles ?

. Au cours de l'activité, les enfants ont-ils eu à prendre des décisions et à faire des choix (de quelle nature ?) ou n'ont-ils eu qu'à se conformer à un travail indiqué dans l'énoncé plus ou moins explicitement ?

. Quelles sont les opinions des maîtres sur les points les plus intéressants étudiés plus haut ? Sont-elles en accord avec vos propres réflexions ?

. Quelles autres observations avez-vous faites ?



I LE FONCTIONNEMENT DE L'ERREUR DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Animation : J. BOLON
Constitution du dossier : M.H SALIN
I.R.E.M de BORDEAUX.

Il s'agit d'un sujet d'introduction récente dans la réflexion des enseignants de mathématique, dont les études conduites dans différents secteurs (psychologie cognitive, recherches didactiques, ré-éducation mathématique) n'ont pas encore permis d'opérer de synthèse structurée. Aussi la documentation présentée risque-t-elle de paraître disparate.

Néanmoins, il semble qu'à travers une réflexion sur l'erreur, avec des maîtres ou de futurs maîtres, il serait possible d'entreprendre une réflexion sur les conceptions pédagogiques, les variables didactiques... C'est la raison de la présence de ce compte-rendu, même si nous n'avons pas su définir une unité sous forme modulaire, même si chacune des phrases affirmatives semble pouvoir être mise en doute.

PLAN . I. LE DOSSIER
II. ETUDIER UN TEL SUJET AVEC DES NORMALIENS, DES MAITRES ?
III. SUGGESTIONS DE THEMES DE TRAVAIL
Annexes : objectifs des recherches sur l'erreur ; bibliographie.

I - LE DOSSIER.

Le dossier, constitué avant Bombanes et complété depuis, comporte plusieurs sortes de documents, énumérés ci-après, dont un certain nombre n'a pas été publié (documents notés NP) ; on peut en obtenir des photocopies en écrivant :

soit à Marie-Hélène SALIN IREM de BORDEAUX
soit à François COLMEZ IREM de PARIS-SUD

.../...

Nous avons dégagé quatre catégories de textes (ils pourraient sans doute être classés autrement).

1. - Des exemples de travaux, de niveaux divers, portant sur l'erreur.

a) ANALYSE D'UN EXERCICE AU C.M. (NP)

C'est le type de travail sur les erreurs le plus courant : on analyse les productions des enfants afin de déterminer des caractères communs permettant de classer les erreurs.

b) QUESTIONNAIRE SUR LA NUMERATION (NP)

C'est un extrait d'une recherche faite à l'IREM de BORDEAUX.

On y trouve :

- pour chaque question, indépendamment des autres :
  . un exemple de tableau obtenu après dépouillement, qui permet de réunir toutes les informations et de les traiter ensuite facilement, soit au niveau des résultats, soit au niveau des comportements,
  . une typologie des erreurs, rendue nécessaire par la très grande variété des réponses
  . une première interprétation,
- pour certaines questions, l'étude de leur liaison.

c) LA TRANSITIVITE

Très court extrait d'un article de DUVAL et PLUVINAGE paru dans "Educationnal studies in mathematics". Volume n° 8 - avril 1977

d) ESSAI DE DESCRIPTION DES ATTITUDES DES MAITRES FACE AUX ERREURS DES ELEVES (NP)

Une liste de comportements possibles a été établie par un groupe de travail des "journées de l'APMEP" de 1978 à Reims ; elle figure au dossier accompagnée d'un commentaire.

e) QUELLES CONNAISSANCES LES ENFANTS DE 6° ONT-ILS DES STRUCTURES MULTIPLICATIVES ELEMENTAIRES ?

Article paru dans le bulletin n° 313 de l'APMEP (EHESS et IREM d'ORLEANS)

2. Des textes d'information, permettant de mieux comprendre les textes de la partie 3.

a) Deux fiches extraites du dictionnaire de la langue philosophique aux mots "erreur" et "échec".

b) Un extrait du cahier n° 17 de l'IREM de BORDEAUX, intitulé "recueil, traitement, interprétation des résultats de l'école Michelet de Talence", précisant la différence entre comportement et résultat.

.../...

c) FACTEURS DE DIFFERENCIATION DIDACTIQUE (NP)
Rédaction de notes sur les processus didactiques.

d) LES OBSTACLES EPISTEMOLOGIQUES (NP)
Extrait d'un article de G. BROUSSEAU.

e) BIBLIOGRAPHIE.
Cette bibliographie est jointe au compte rendu.

3. Des textes sur les objectifs des recherches actuellement menées sur l'erreur

a) Présentation générale (texte joint)
b) DEMARCHE DE REPONSE EN MATHEMATIQUE, de DUVAL et PLUVINAGE
Annexe : but des enquêtes (voir référence 2 c)

c) PEUT-ON AMELIORER LE CALCUL DES PRODUITS ? de G. BROUSSEAU (NP)

d) LE ROLE DE L'ERREUR DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES A L'ECOLE PRIMAIRE de Marie-Hélène SALIN (NP)

e) EVALUATION ET THEORIES DE L'APPRENTISSAGE EN SITUATIONS SCOLAIRES, de G. BROUSSEAU (NP).

4. Des textes pouvant alimenter des discussions.

a) Extrait du livre LE POURQUOI EN MATHEMATIQUE, de F. JAULIN-MANNONI (ESF) p. 67/71.

b) Extraits du livre FABRICE OU L'ECOLE DES MATHEMATIQUES, de S. BARUK (Seuil) p. 86/89 et 248/252.

II - ETUDIER UN TEL SUJET AVEC DES NORMALIENS, DES MAITRES ?

C'est une réponse "a priori" que font les participants du groupe réuni à Bombanes, les innovations dans ce domaine étant plutôt rares encore, malgré le désir d'explorer cette nouvelle voie. Il semble possible, à propos de l'étude d'un thème mathématique comme les décimaux ou la proportionnalité, de faire, avec des normaliens ou des maîtres, un travail sur l'erreur dont les buts pourraient être :

1. Faire prendre conscience de la variété des points de vue des enseignants sur l'erreur :

Ces points de vue sont liés aux diverses conceptions de l'apprentissage et plus généralement aux diverses conceptions pédagogiques qui co-existent au sein de l'école. Le paragraphe I du texte 3d du dossier en donne des exemples.

.../...

Nous avons plus particulièrement noté l'importance que l'enseignant accorde aux taux de réussite, d'où des modifications successives des consignes, un morcellement par recours à des questions intermédiaires,... s'il n'y a pas 80 % de réussite, il a tendance, non pas à remettre en cause le modèle en entier, mais à donner des trucs permettant d'améliorer le taux de réussite.

2. Faire prendre conscience de la variété des points de vue chez un même enseignant :
- d'une discipline à une autre : on a donné l'exemple d'un maître partant des propositions erronées ou approximatives des enfants, quand il s'agit d'éveil scientifique, les refusant quand il s'agit de mathématiques.
- d'un enfant à l'autre : une erreur peut être considérée comme une faute d'inattention quand elle provient de tel enfant, comme le signe d'une incompréhension chez tel autre ; les décisions du maître varient alors en conséquence.
- d'une phase d'une séquence pédagogique à une autre, selon les objectifs poursuivis (voir commentaire de la grille de Reims, 1d)

3. Faire réfléchir au rôle de l'erreur au cours de l'apprentissage en partant des constats suivants :
- les enfants font des erreurs,
- beaucoup de ces erreurs sont liées : elles correspondent à des conceptions erronées mais cohérentes avec les savoirs antérieurs à la notion étudiée, conceptions que le travail proposé par le maître doit permettre de faire évoluer (voir les textes le et 2d).

4. Poser la question "qui valide ?", c'est-à-dire, qui, dans la classe, propose des solutions, détecte les erreurs ; réfléchir à l'incidence de la réponse sur l'apprentissage.

5. Essayer de comprendre de quoi l'erreur peut être l'indice, par rapport à la situation pédagogique choisie pour l'apprentissage. Par exemple, une grosse majorité d'enfants du CM.2 pense qu'entre 2,755 et 2,756 il n'y a pas d'autres décimaux : est-ce une erreur liée à l'introduction proposée pour les décimaux dans les programmes de 1970 ?

Un travail en école normale sur ce sujet n'est pas sans risque. Il peut encourager des généralisations abusives sur le droit à l'erreur, comme celle de ne plus corriger les travaux des enfants.

.../...

Il peut inquiéter les enseignants sur leurs conceptions de l'enseignement, de leur rôle, sans que les recherches actuelles permettent encore d'imaginer les réponses adéquates à leurs questions. En introduisant dans son enseignement un sujet d'étude qui relève pour l'instant de sa culture personnelle, le professeur d'école normale ne risque-t-il pas d'introduire une nouvelle mode dont il faudra se débarrasser au bout de quelques années ?

III. SUGGESTIONS DE THEMES DE TRAVAIL AVEC LES NORMALIENS OU LES MAITRES

1. - Classer des types d'erreurs, dans des domaines où la recherche a avancé comme par exemple les décimaux ou la proportionnalité, de façon à disposer d'un cadre de référence et d'exploitation. Un tel travail peut déboucher sur une refonte de l'énoncé, une remise en cause de la séquence pédagogique, une recherche des obstacles à la construction des connaissances.

2. - Utiliser la grille de REIMS, par exemple pour faire prendre conscience que les erreurs ne sont pas mises en valeur de la même manière dans une phase d'apprentissage et dans une phase d'évaluàtion ; ou encore que, dans une phase d'apprentissage, l'enseignant peut être amené à faire jouer un rôle plus important à certaines erreurs pour que les enfants construisent un modèle pertinent, et par contre à en négliger d'autres.

La grille pourrait être utilisée dans le cadre d'autres disciplines. Elle ne convient pas à un enseignement individualisé.

3. - A propos de l'étude de la multiplication, en s'appuyant sur le texte cité en 3c, montrer comment l'étude des erreurs, dans la technique habituelle Fibonacci, a conduit à privilégier un autre apprentissage de la multiplication, dans lequel l'algorithme final (plus fiable) est obtenu en fin de parcours par améliorations successives des méthodes de calcul proposées par les enfants ne disposant au départ que de l'addition.

De telles suggestions ne sont pas limitatives : bien au contraire ! Nous aimerions savoir quel profit auront tiré ceux qui tenteront d'utiliser notre compte-rendu. Nous avons voulu faciliter l'étude d'un thème encore neuf pour la plupart des enseignants.

.../...

Nous espérons pouvoir enrichir le dossier grâce à l'apport de ceux qui auront introduit - même partiellement - dans leur enseignement une réflexion sur le rôle de l'erreur. Toute réaction, même si elle semble banale à son rédacteur, nous sera utile. Ainsi le travail pourra se poursuivre.

ANNEXE 1

TEXTE 3 a

Présentation des textes 3, sur les objectifs des recherches actuellement menées sur l'erreur.

La documentation réunie dans cette partie du dossier peut sembler disparate et sans objectifs clairs. La plupart des textes ont été écrits dans d'autres buts, aussi une présentation générale permettant de situer chacun par rapport à l'étude du fonctionnement de l'erreur apparaît nécessaire.

L'étude des erreurs des élèves peut être conduite dans des buts différents énumérés ci-dessous :

A) Identifier les modèles dont disposent les élèves, à un moment donné, à propos d'un concept ou d'un ensemble de concepts. Ce travail suppose en premier lieu, l'élaboration d'une typologie des erreurs rencontrées, ces typologies dépendent des objectifs de l'étude, des conditions de production des erreurs.

C'est le type de travail entrepris par Duval et Pluvinage à partir de réponses à des questionnaires spécialement conçus pour cela (texte 3 b et 3 e) et, en physique par L. Viennot et E. Saltiel, dont les travaux sont présentés par G. Brousseau dans l'article 3 e.

B) L'étude des modèles de comportement qui expliquent les erreurs a été replacée par certains travaux de Bordeaux, dans le cadre d'une théorie générale des situations d'apprentissage.

Ce point de vue permet d'expliquer l'existence et la reproduction des modèles d'erreurs par les caractères permanents des situations didactiques créées par les maîtres.

Ces caractères, que nous appelons variables didactiques, sont à la fois ce qui permet d'expliquer les résultats de l'enseignement et d'agir sur eux. Dans le texte "peut-on améliorer le calcul des produits... ?" 3 c, G. Brousseau montre comment les modèles rendant compte du comportement d'enfants effectuant des produits, dépendent des choix didactiques faits et étudie la sensibilité de ces modèles aux variables didactiques sur lesquelles on peut agir.

.../...

C) Pour comprendre le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques, c'est le fonctionnement global du système constitué par l'enfant, le maître et la situation qu'il faut étudier. Une première approche de ce travail est proposée dans le texte 3 d "le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire".

D) Les réactions des maîtres à l'erreur peuvent être de réorganiser la compréhension qu'a l'élève de la situation (accomodation) ou simplement de rattacher la réponse correcte au modèle d'erreurs par une modification tout-à-fait locale des comportements du sujet (assimilation par conditionnement : on particularise l'application du modèle).

L'étude de ce qui, dans les réactions des maîtres à l'erreur, peut être reporté dans les situations didactiques très diverses, aboutit à l'identification d'un modèle de réaction didactique. Ces modèles permettent d'expliquer la persistance des comportements erronés des élèves et leur reproduction par le système éducatif. Dans la partie 4 de l'article 3 e, G. Brousseau développe cette analyse, en s'appuyant sur les travaux de Pluvinage, Saltiel, Viennot.

E) Il n'est pas évident que l'on puisse modifier les modèles de réactions des professeurs aux erreurs des élèves par la simple action de les expliciter et de les dénoncer car, si ces stratégies sont stables, c'est parce qu'elles répondent de façon optimale, elles aussi, à des problèmes posés aux professeurs. Il convient d'expliquer les modèles de réactions didactiques, généralement, par des considérations de coûts, de structures du système éducatif, etc......

Nous venons de planter le décor dans le quel se place l'analyse des erreurs des élèves. Bien sûr, une analyse scientifique des erreurs des élèves, de leur production, de leur fonctionnement engagera de façon explicite ou implicite, les 5 domaines que nous venons d'évoquer mais cette conception n'exclut pas un usage direct (mais non scientifique) des renseignements élaborés à chaque niveau.

ANNEXE 2

BIBLIOGRAPHIE

Il nous a semblé utile d'indiquer, dans la bibliographie, un certain nombre d'ouvrages qui concernent plus l'échec en mathématiques que le rôle de l'erreur dans son enseignement. Ils constituent la partie I. La partie II comporte des références de livres touchant au sujet lui-même. La partie III comprend des comptes rendus de travaux de recherches, portant, à titres divers, sur l'erreur.

I

* BARUK Stella (1973)

"Echec et Maths"

A travers la réalité d'une pratique d'étudiante et d'enseignante, Stella Baruk tente de démonter l'illusion pédagogique, en ce qu'elle s'enracine au plus profond des mythes de la "nature humaine", de l'enfance, de la raison raisonnante d'une part, et de la transcendance, de la pure rationnalité, de la clarté des mathématiques d'autre part. Pas de "système Baruk". Aucune pédagogie nouvelle n'est esquissée dans ce livre. Car, pour l'auteur, ce qu'il faut en premier, c'est diminuer et réduire à son minimum la pression intolérable qu'exerce sur tout enfant d'âge scolaire l'enseignement des mathématiques. Mais on trouve sous-jacente à la problématique de l'auteur une réflexion approfondie sur l'épistémologie et le sens des mathématiques.

* BIGARD A.

"Mathématiques, échec et sélection" CEDIC

L'auteur de l'ouvrage propose un inventaire des résultats de travaux menés en France ou à l'étranger sur l'évaluation de l'enseignement des mathématiques. Il formule un certain nombre d'hypothèses sur ce qui devrait changer cet enseignement, afin de diminuer le nombre d'échecs durables et par conséquent le rôle sélectif.

* NIMIER

"Mathématique et affectivité" - Ed. STOCK

Ce livre, fort intéressant quant à l'incidence psychologique de l'apprentissage mathématique, montre plusieurs types d'attitudes face à l'échec.

MEMOIRES POUR L'OBTENTION DU CERTIFICAT DE CAPACITE D'ORTHOPHONIE

Fascicules - IREM de BORDEAUX :

* Fl. MORAS et Ch. MOLIA (1976)

"Etude des échecs en mathématiques au niveau élémentaire à travers quelques articles relatifs à la dyscalculie" (définition, sémiologie) à partir d'informations recueillies dans la littérature.
Tentative de définition d'une méthode d'approche susceptible de fournir le maximum de renseignements concernant ces troubles de l'enfant en échec en mathématiques.

* M. BERROCQ-IRIGOIN, M.A DUPUCH, Ch. FRUCHARD (1977)

"Etude de divers moyens de détection des enfants en difficultés électives en mathématiques, par l'intermédiaire de l'institution scolaire, en vue d'analyses statistiques"

Fascicule 1 :
Résumé : Etude d'un questionnaire proposé aux maîtres en tant que moyen de détection des enfants ayant des difficultés électives en mathématiques. Cette étude est suivie de la comparaison entre les réponses à ce questionnaire et les résultats aux T.A.S (tests d'acquisitions scolaires) obtenus par un échantillon de la population des écoliers, pour apprécier la validité du questionnaire.

Fascicule 2 :
Résumé : Elaboration d'un questionnaire à proposer aux orthophonistes. Compte rendu de résultats antérieurs sur les origines affectives des échecs en mathématiques, et leur rapport avec les résultats du bilan orthophonique. Ceci est fait à partir d'un mémoire présenté à Lyon en 1975 et dont une nouvelle analyse des données est faite dans ce fascicule.
Etude d'épreuves en vue de la création d'un test diagnostic (Tours d'Hanoï)
Etude d'un questionnaire relatif aux enfants en échec électif en mathématiques.

Fascicule 3 :
Monographie d'une enfant en difficultés électives en mathématiques, suivie de l'étude d'une rééducation faite par F. JAULIN-MANNONI.

.../...

MEMOIRES ORTHOPHONIE 1978 :

"Etude de divers moyens de détection des enfants en difficultés électives en mathématiques par l'intermédiaire de l'institution scolaire, en vue d'analyses statistiques" (1978) :

* C. DUGUE : Fascicule 1 : "Etude et critique de la détection dans le cadre de l'institution scolaire"

* D. TROLONGE : Fascicule 2 : "Questionnaire aux maîtres et test d'acquisition scolaire - analyse statistique"

* F. CHATEAU : Fascicule 3 : "Analyse statistique comparée et étude longitudinale"

* C. AMIRAULT - M. CHERET : Fascicule 4 : "Monographies de deux enfants en difficulté élective en mathématiques".

II

* Hans AEBLI

"Didactique Psychologique" - Delachaux et Niestlé
Application à la didactique de la psychologie de J.PIAGET
Comprend une partie expérimentale (avec chroniques de leçons) destinée à comparer les effets respectifs d'une didactique traditionnelle et d'une didactique active à l'issue d'une série de séquences sur le calcul du périmètre et la surface du rectangle et les opérations inverses.

* G. BACHELARD

"La formation de l'esprit scientifique" - Ed. VRIN
Met en évidence, sur des exemples empruntés surtout aux sciences physiques, la notion d'obstacles épistémologiques dans la formation de la connaissance scientifique.

* Stella BARUK (1977)

"Fabrice ou l'école des mathématiques" (SEUIL)
Stella BARUK montre, à partir d'exemples "comment l'enseignement mathématique met en jeu des déjà-savoirs, profondément enracinés dans la subjectivité de chacun. Sur quoi toute pratique mathématique doit se fonder.
La seconde partie du livre explore les possibilités nouvelles d'une telle pratique, respectant la spécificité du sujet mathématisant et rendant aux mathématiques

.../...

toute l'épaisseur sociale de leur histoire" (jaquette du livre). Aucun enseignant ne peut rejeter les analyses critiques de S. BARUK, même si "elles font mal", et qu'elles lui laissent l'entière responsabilité de produire "une autre réalité de la pratique enseignante" qui n'est pas la pratique rééducative.

* G. BROUSSEAU

"Processus de mathématisation"
dans la mathématique à l'école élémentaire - Publication A.P.M.E.P.

* Francine JAULIN-MANNONI (1975)

"Le pourquoi en mathématiques"
Résumé : Analyse de la notion d'évidence dans l'activité mathématique. Se fondant sur son expérience d'enseignante clinicienne, l'auteur montre que la pensée logico-mathématique ne peut être que très partiellement consciente d'elle-même.
Puis, elle critique la réforme de l'enseignement des mathématiques, justifiée certes, mais dont il faut bien établir le constat d'échec selon elle. La seconde partie est consacrée à l'étude de la commutativité de la multiplication.

* J. NUTTIN

"Tâche, réussite et échec" - Publications Universitaires de LOUVAIN - Ed. Béatrice Nauwclaerts - PARIS
Nuttin expose son but dans le chapitre 1 :
"il s'agit de savoir comment, c'est-à-dire par quels processus, le résultat de l'acte antérieur exerce son influence sur le développement du comportement ultérieur".
Il situe d'abord les 3 types d'études existant déjà sur le comportement humain : Psychologie "traditionnelle", béhaviorisme et courant psychanalytique. Puis, dans une perspective de psychologie expérimentale, en s'appuyant sur un certain nombre de résultats, il propose "des éléments d'une théorie de la conduite humaine" qui pourrait être fort intéressante pour l'étude plus approfondie de notre sujet.

* M.H SALIN

"Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire" - I.R.E.M de BORDEAUX - 1976
Mémoire de DEA didactique des mathématiques.

.../...

III

* Cahier de l'I.R.E.M de BORDEAUX n° 13

Etude sur l'apprentissage des algorithmes. - Notes sur l'apprentissage des opérations dans les naturels - Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels	G. BROUSSEAU
- au C.P, construction de formules dans $\mathbb{N}$,+ au C.P, observations et analyse des leçons du 10 avril au 8 mai	M.H SALIN J. ERRECA C. MASSIE M. PERES G. BROUSSEAU
- Influence de la correction sur les résultats aux exercices mathématiques	M. PERES M. SALVAN

* Cahier de l'IREM de BORDEAUX N° 14

Données pour la construction d'un modèle d'apprentissage et pour une analyse de la dialectique de l'action dans la course à 20. J. MAYSONNAVE

* Cahier de l'I.R.E.M de BORDEAUX n° 16

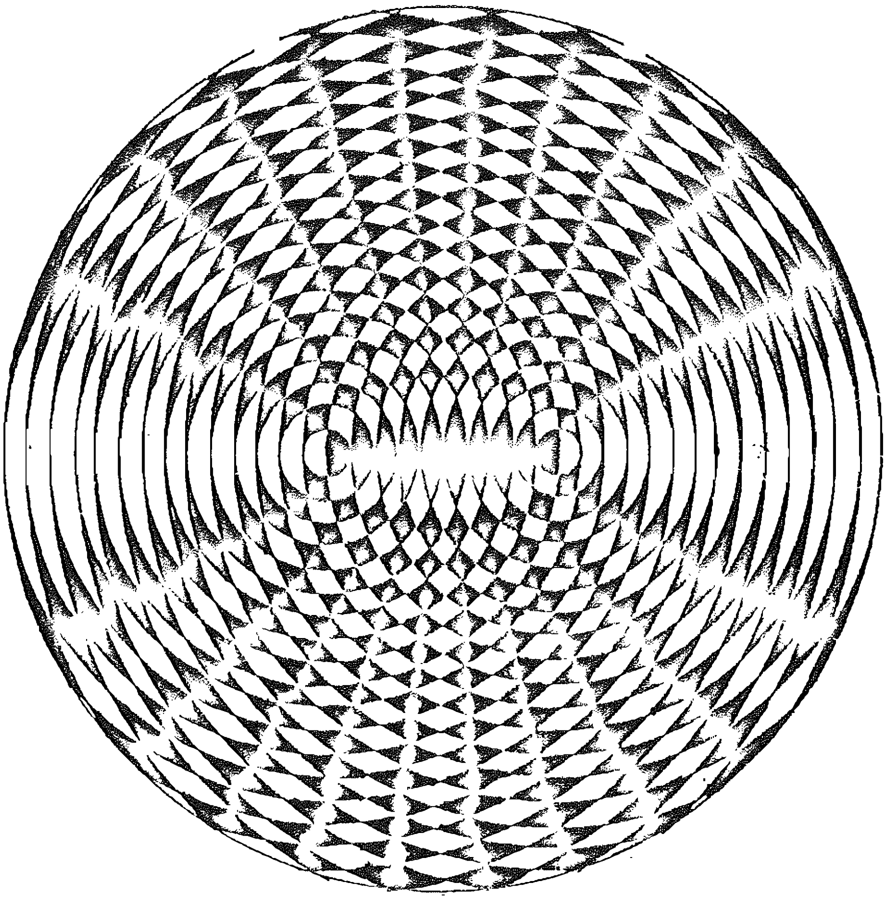
Documents sur l'analyse de la didactique des mathématiques Apprentissage de l'algorithme de la multiplication au CE_1. M.H SALIN. M. PERES. D. GRESLARD. C.MASSIE. M.QUILLAC G. BROUSSEAU

* Bulletin A.P.M.E.P n° 313

Quelles connaissances les enfants de 6ème ont-ils des structures multiplicatives élémentaires ?

* Educationnal Studies in Mathematics - Vol. n° 8 avril 77

DUVAL et PLUVINAGE - Démarches individuelles de réponses en mathématiques.



J ETUDE DES MODELES DE REPRESENTATION DES ENFANTS AU TRAVERS DE LEURS PRODUCTIONS (MOTRICES, VERBALES, GRAPHIQUES)

Animation : E. BENHADJ
Constitution du dossier : F. BOULE, 2, Av. de Soubise - 59130 LAMBERSART.

Les présentations d'usage et l'exposé des motivations de chacun font apparaitre que la plupart des participants a , de façon isolée ou non , mené une réflexion et parfois un début de recherche ayant trait aux représentations.

Une question préliminaire concerne l'intitulé :"représentations motrices,verbales...".Pour illustrer ce titre,un exemple est pris dans la série d'expériences sur la Représentation de l'Espace * (7): les enfants ont été amenés à restituer physiquement des chemins qu'on leur a montré ou qu'ils ont suivi précédemment . Second exemple : au cours d'une expérience menée conjointement par un professeur de français et un de mathématique , une leçon sur le cube est faite devant un groupe d'enfants et enregistrée . On demande aux enfants , pris un par un , de raconter la leçon . Il y a donc émission verbale,et restitution verbale . La comparaison du discours du maître et des discours des enfants s'est révélée difficile . Mais il est apparu par exemple qu'une enfant a raconté toute la leçon en intervertissant les mots'cube' et 'carré',tout en étant capable de restituer correctement les manipulations.

Il semble nécessaire de faire le point sur le vocabulaire lié aux représentations et de distinguer :

I. REPRESENTATION INTERNE. Dans le sens philosophique c'est l'interiorisation du monde extérieur . En psychologie c'est le processus par lequel une image est présentée aux sens.

2. REPRESENTATION EXTERNE. C'est le fait de rendre sensible un objet absent ou un concept au moyen d'une image,d'une figure,d'un signe,d'un énoncé...

---

* N.B.: les chiffres notés entre parenthèses renvoient à l'annexe en fin de compte-rendu.

Pour ne citer que Kant et Sartre:

" Quand je dis "l'objet que je perçois est un cube",je fais une hypothèse que le cours ultérieur de mes perceptions peut m'obliger d'abandonner.Dans la perception,un savoir se forme lentement." (Sartre)

"Par la sensibilité,je me représente le monde extérieur." (Kant)

Piaget distingue ainsi perception et représentation :

" Toute PERCEPTION est une activité qui organise et structure des sensations de manière à permettre l'adaptation du sujet au réel et cette activité perceptive est liée aux mouvements par lesquels le sujet entre en relation avec les objets perçus. Mais la REPRESENTATION , tout en utilisant les données fournies par cette activité perceptive , se situe à un autre niveau de conscience , il s'agit d'une activité intellectuelle de type symbolique qui apparait en même temps que le langage."

Pour que la représentation existe en dehors de l'objet il nous parait necessaire qu'il y ait prise en compte d'un nombre limité d'informations , et donc dans une certaine mesure perte d'information.La sélection des informations donne un sens à ce qui nous entoure , elle permet la formation progressive des concepts ; elle peut être volontaire ou dirigée , mais il semble très difficile de distinguer la part de chacun de ses modes de sélection , notamment dans le contexte de notre action d'enseignant.

Comment approcher les représentations internes des enfants ?

Comment analyser leurs représentations externes ?

Les enfants,même très jeunes parviennent à identifier 'un chat' ; par quelle image mentale , et comment se sont-ils fabriqué cette image ?
A travers plusieurs fonctionnements,on peut aperçevoir la façon dont les enfants se représentent un concept. Une expérience (6) conduite par des collègues de l'E.N. du Val de Marne et le psychologue G.Vergnaud avait pour but de déterminer quelles représentations les enfants de CM2 et de 6° se forment des relations "gauche,droite,devant,derrière" et "est,ouest,nord,sud" et comment ils en utilisent les propriétés. Les élèves ont été soumis à des questionnaires en tous points semblables,portant sur chacune des deux catégories de relations ci-dessus mentinnées.Le questionnaire portant sur les relations géographiques comportait une carte,et il était demandé aux élèves de souligner sur la carte les villes se trouvant à l'ouest de (resp. à l'est, au nord,au sud) telle ville désignée. Les élèves n'interprètent pas de façon univoque les relations en jeu.L'interprétation la plus fréquente est celle du demi-plan; vient ensuite l'interprétation comme secteur angulaire : l'élève souligne alors les villes d'un secteur assez ouvert dont la ville référence est le sommet.Enfin , on trouve également une interprétation en demi-droite .

Quelles sont les représentations utilisées en mathématique dans l'approche et la construction des concepts ? Sans conteste nous utilisons les représentations verbales , certaines représentations graphiques , et dans un domaine qui est lié aux deux catégories précédentes , les relations symboliques . Mais utilise-t-on les représentations motrices ? Certains participants répondent "oui",avec entre autres l'exemple de la translation qui n'est pas mathématiquement mouvement, mais...

Les travaux , déjà cités (7) sur la représentation de l'espace en maternelle (dont les prolongements s'imaginent bien à l'école élémentaire) donnent une illustration des représentations motrices liées aux mathématiques.

Il semble que pour chaque situation se succèdent différents modes (ou stades ?) de représentations , et que pour éclaircir une situation complexe on passe souvent par des réprésentations antérieures moins élaborées.

En résumé,on ne travaille pas uniquement au niveau du concept pur, car ce n'est pas opérant, ni à celui du réel,qui comporte trop de données parasites.

En quoi un schéma est-il utile ? L'est-il vraiment ?

A ces questions,le groupe a essayé de répondre en interrogeant des exemples précis. Le premier exemple est un petit problème de relations parentales :

" Jean et Geneviève Dupont ont deux fils Alain et Paul.Paul a une fille Véronique. Roger et Brigitte Legrand ont deux enfants : Isabelle et Lucie. Alain et Lucie se sont mariés et ont deux enfants : Eric et Sandra."

Quelles que soient la ou les questions posées on répondra plus aisément si on a fait un schéma,traduction du texte dans un langage graphique plus synthétique et permettant une lecture simultanée de toutes les relations en jeu.

Second exemple , dans le domaine des problèmes additifs :

"A cours d'une partie Hervé perd 3 billes,il n'a plus alors que 5 billes en poche.Combien avait-il de billes au début de la partie ?"

Beaucoup d'enfants qui savent répondre à cette question ne sont plus capables de le faire si les nombres 3 et 5 sont remplacés par 32 et 57 ; il ne s'agit pas d'erreur ou de difficulté de calcul mais ils ne savent plus trouver le schéma opératoire.

Est-ce une façon de schématiser que de savoir simplifier un problème en changeant les données numériques en données plus simples ? Si les enfants avaient l'initiative de substituer le couple (3,5) au couple (32,57) cela leur permettrait-il de trouver le schéma opératoire ?

Cette démarche semble voisine de certaines situations en algèbre.La quasi-totalité des élèves de 5° écrit correctement

$$2\,a + 3\,a = 5\,a$$

Mais les réponses sont moins nombreuses pour les écritures :

$$2\,ab + 3\,ab = 5\,ab$$

ou $$2\,(n+I) + 3\,(n+I) = 5\,(n+I)$$

A quelle condition la première écriture peut-elle servir de schéma aux deux autres ? Quel lien existe-t-il entre ANALYSE et SCHEMATISATION ?

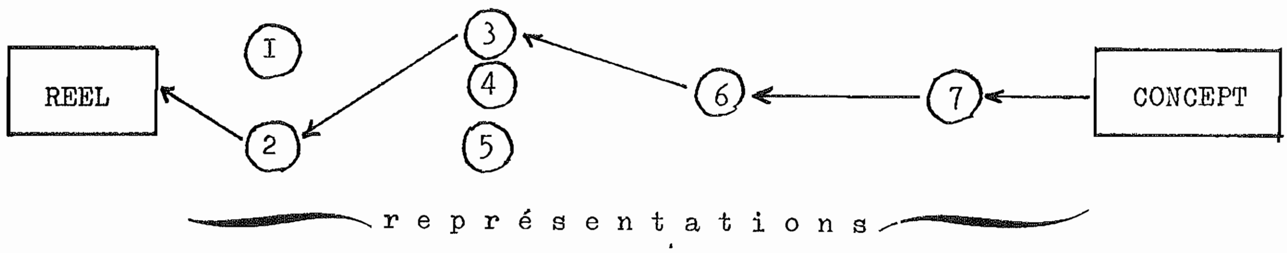
Et comme les questions s'enchaînent: Est-ce que le schéma est simplifiant ? Après discussion , la réponse du groupe est affirmative.Si l'on reprend les exemples précédents , il semble bien qu'un schéma d'une situation , ou d'un problème , ne permet pas de retrouver le texte ou la réalité initiale quelle que soit sa nature . Dans la suite des exemples qui vient d'être rapportée la préoccupation du groupe était : Quels sont les schémas utiles , quels sont ceux qui permettent d'être mieux opérant ? Un exemple pris dans le vécu actuel des Cours préparatoires va légèrement décaler la question ; voici cet exemple

" Maman va au marché , elle achète trois oranges et deux citrons."

Si le problème reste ouvert ,sans question, quel schéma est pertinent ?

Et puisqu'il est question de pertinence , voici un exemple qui remporte alors un vif succès : "Il faut trois minutes pour faire durcir un oeuf. Combie de temps faut-il pour en faire durcir deux ?"

Après ce divertissement , nous revenons aux choses sérieuses et nous cherchons à schématiser l'idée que nous nous faisons du sujet de notre débat



Entre le réel et le concept , nous utilisons des représentations qui constitue une gradation entre les deux termes.Comme on l'a dit précédemment,il existe dans doute pour une situation donnée,et un sujet donné,un type de représentation qui constitue un support optimum pour l'intuition. La découverte (ou la construction)de cette représentation peut être facilitée soit par analogie avec des situations déjà connues et représentées , soit par l'intervention de "relais" permettant , par représentations successives de s'éloigner de l'un des termes pour se rapprocher de l'autre.

Existe-t-il vraiment des représentations équivalentes ? des énoncés équivalents ? Quel est le cheminement le plus courant , celui qui va du Réel vers le concept ou le cheminement inverse ?

Notre réflexion prend de nouveau appui sur un exemple :

A: "Deux maçons construisent quatre murs en six jours . Combien de temps faut-il à un maçon pour construire un mur ?"

Il est difficile de trouver une schématisation liée au texte.Si on dit simplement : "Deux maçons ont construit 4 murs,quel est le travail effectué par chaque maçon?" N'y a-t-il qu'une réponse possible à cette question ? Dans le texte 'A' un modèle mathématique prend le pas sur l'aspect réaliste. La quantification implicite "chaque maçon construit un nombre N constant de murs par jour" est plus près du modèle mathématique présent dans la tête de celui qui propose le texte,que de la réalité du travail des maçons.

Cette quantification,clef de beaucoup d'exercices, est souvent très mal perçue par les élèves.Pour sortir du champ des exercices fabriqués à partir d'un concept ou d'un modèle mathématique,et pour analyser la stratégie qui nous permet de le résoudre,nous choisissons le texte suivant :

"A partir d'une suite de N signes + et - ,on peut fabriquer une seconde suite de N-I signes,en utilisant de proche en proche la règle des signes :

exemple :

```
+ - + + - - +
 - - + - + -
  + - - - -
   - + + +
    - + +
     - +
      -
```

Comment faire pour qu'il y ait autant de signes + que de signes - ?

La proposition de recherche est majoritairement : "on prend un cas simple, avec peu de signes,puis on augmente" . Cette stratégie , qui consiste en une simplification des données numériques du problème est rapporchée de celle déjà évoquée à propos du problème des billes.

Le rôle de l'apprentissage des Représentations est ainsi posé :
Est-ce qu'on se charge d'un apprentissage cohérent des représentations ?

On fait référence :

- o à la représentation des nouveaux nombres ($\frac{I}{x}$, $\sqrt{x}$ etc...)
- o à l'égalité (si souvent utilisée par les élèves comme signe de ponctuation)
- o aux représentations géométriques (stéréotype du cube...)
- o aux diagrammes ensemblistes,etc...

On note que même dans ces phases d'apprentissage la démarche est rarement du réel vers l'abstrait ; à l'école élémentaire la construction d'une maquette est rarement admise comme activité mathématique.

Les participants donnent cependant quelques exemples de démarches dans le "bon sens".En voici un :

a. un village est construit à partir d'éléments miniatures :maisons,arbres,

b. un sujet (ou un groupe) le décrit.

c. un sujet (ou un groupe essaie de le reconstruire sur ces indications. Des expériences semblables peuvent être envisagées à partir de figures géométriques à 2 ou 3 dimensions, en passant soit par des représentations verbales, soit par des représentations graphiques. L'analyse et le dépouillement des productions, par les adultes ou les enfants auxquels les démarches ont été proposées sont souvent très interessantes (9)

Le temps et l'envie nous ont manqué pour de grandes conclusions.

Il reste beaucoup à faire pour mieux comprendre et mieux adapter le rôle des représentations entre les Réalités et les Concepts.

GROUPE J : ANNEXES & INDICATIONS BIBLIOGRAPHIQUES

Sur les concepts d'INTUITION , d'ENTENDEMENT , de REPRESENTATION ,
1 on se réfèrera aux définitions de KANT dans la CRITIQUE DE LA RAISON PURE : Esthétique transcendantale et Logique transcendantale pp:53 à 80 (Ed. P.U.F.) (surtout pp: 53-54 et pp:76-78)

On aura un abord plus psychologique dans WALLON "DE L'ACTE A LA
2 PENSEE" (partie III, Chap.I): Les rapports du signifiant au signifié (pp/I79-I98)
La représentation est un rapport nouveau entre l'homme et les choses, auquel l'animal n'accède pas, et caractérisé par le dédoublement signifiant/signifié. Cette faculté est annoncée par l'anticipation perceptive (cf. Pavlov) Wallon oppose SIGNAL, INDICE d'une part, SYMBOLE, SIGNE d'autre part. Il étudie ensuite la position du langage par rapport à la représentation.

3 LE DESSIN D'ENFANT . F.DE MEREDIEU (Coll. Psychothèque. Ed. Universitaires)
L'ouvrage examine le dessin d'enfant sous diverses perspectives :

I. historique : rapport avec l'art adulte naïf ou primitif, contemporains.
2. construction de l'espace : évolution génétique des modes de représentation.
3. psychologique : utilisation diagnostique ou curative.
4. sociologique : étude comparée de thèmes, rapport à l'actualité.

On trouvera des études plus détaillées du point 2 dans le classique :

4 LE DESSIN D'ENFANT . LUQUET (Alcan, I927)

5 LA REPRESENTATION DE L'ESPACE CHEZ L'ENFANT (J.PIAGET, PUF I948)
Le développement de la représentation de l'espace reproduit les mêmes étapes que la première construction de l'espace (vécu): l'enfant sait d'abord reproduire les propriétés topologiques (ouvert, fermé..) et ordinales

(avant,après,entre..).Puis les relations projectives (alignement,point de vue,perspective..).Enfin:euclidiennes (similitudes,proportions,localisations par coordonnées...)

documents évoqués:

6 EXPERIENCE SUR L'ORIENTATION DANS LE PLAN (J.BENHADJ,ADUSSOUET,EN Val de Marne, G.VERGNAUD, CNRS).

L'expérience porte sur les relations "ouest,est,nord,sud" et "gauche,droite, devant derrière". Elle a pour but de déterminer quelle représentation les enfants de CM2 et de 6° se forment de ces relations et comment ils en utilisent les propriétés.L'expérience est proposée sous forme d'un double questionnaire présenté à une centaine d'enfants.(N°I02 de Recherche Pédagogique)

7 EXPERIENCE SUR LA REPRESENTATION DE L'ESPACE EN MATERNELLE (F.BOULE,IREM de Lille,1977)

Objectif : obtenir des indications sur la façon dont l'enfant se représente l'espace à travers plusieurs expériences (population de 2;6 à 6;3 ; effectifs globaux de I50 à 250 selon l'expérience).Les consignes verbales sont très réduites ; le message et la restituation sont produits sous forme motrice (chemin à effectuer,figure à désigner,objet à place),ou graphique (dessin)

I. Trajet les yeux fermés (indication visuelle;effectuer le même trajet les yeux bandés)
2. Trajet sur quadrillage (au sol)
3. Reconnaissance différée d'un pattern (dessin non signifiant)
4. Reconstruction de mémoire d'éléments d'un village en miniature.

8 ARTICLE " RECOLTES " (Bulletin N°9 Irem de Lille,Mai I979)

L'article présente et compare trois circonstances de travaux expérimentaux:

a; Etude expérimentale de l'estimation de mesure sur une population limitée de S.E.S.

b. Approche de la notion d'échelle dans les différents niveaux de l'Ecole Elémentaire,d'I.M.P.,de S.E.S.

c; Dépouillement de résolutions de problèmes (épreuve écrite) sur une population étendue d'Ecole Elémentaire.

9 ENQUETE SUR LES REPRESENTATIONS SCHEMATIQUES D'UNE EXPERIENCE (F.BOULE, Irem de Lille,1979)

L'expérience consiste à faire observer une éprouvette contenant un liquide coloré dans les trois états suivants :

a.verticale b.inclinée c.après immersion d'un corps plus lourd que le liquide.Les enfants produisent un dessin qui doit montrer ce qui s'est passé. L'épreuve a été proposée à environ 800 enfants répartis en C.P.,Adaptation, Perfectionnement,et tous niveaux de S.E.S. Le dépouillement porte sur le mode de représentation de l'éprouvette ; sur les relations schématiques traduites par le dessin ; l'indication du liquide ; les différentes corrélations entre ces paramètres.

RECHERCHE PEDAGOGIQUE N°IOI : Mathématique du quotidien.

10 RECHERCHE PEDAGOGIQUE N°IO2 : Coordination de l'enseignement des mathématiques entre CM2 et 6°.

★

Juin I979

LES CALCULATRICES ELECTRONIQUES ET L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Animation : REDON

Constitution du dossier : J. PINCHAULT
J.C ORIOL
IREM de G R E N O B L E

Les réflexions du groupe se sont orientées dans deux directions :

- les calculateurs à l'école élémentaire : inventaire des expériences déjà réalisées, discussions sur celles-ci, recherche d'autres pistes de travail, élucidation d'objectifs pour l'utilisation de calculatrices...
- les calculatrices avec les normaliens : recherche de pistes de travail à leur niveau et au niveau des classes.

Le deuxième point n'a pu être qu'effleuré au cours de ce colloque.

1. Utilisation de calculatrices à l'école élémentaire

1.1 - comme outil de calcul

Quelques pistes de travail :

- vérification sur machine de calculs effectués "à la main"
- possibilité de se doter rapidement d'un matériel numérique important (résultats qui pourront être analysés, confrontés et desquels on induira, le cas échéant, une loi)
- utilisation dans certains problèmes pour réaliser des calculs fastidieux ou trop longs (or, des élèves, sans l'obtention des résultats intermédiaires, ne peuvent plus avancer dans une résolution). A ce propos, on pourrait se poser la question : "dans les problèmes, les enfants libérés des calculs (techniques opératoires) se portent-ils plus facilement sur l'analyse de la situation et sur le raisonnement ?" et conduire une expérimentation sur ce thème.
- motivation au calcul mental approché pour juger de la vraisemblance des résultats obtenus avec la machine.

Cette forme d'utilisation a soulevé les deux questions :

a) les élèves sauront-ils toujours calculer ?

.../...

"oui et mieux à condition de savoir s'y prendre", répondent les participants ayant déjà travaillé avec des enfants. Ainsi il a été constaté que certains élèves, au moins au début, vérifient à la main". D'autre part, la recherche d'un résultat approché (ordre de grandeur) développe la capacité à calculer mentalement.

b) Les enfants ne risquent-ils pas de perdre confiance en eux par rapport à leur aptitude à calculer seul ?
L'avis des participants expérimentateurs semble démontrer le contraire.

1.2 - <u>comme outil didactique</u>

C'est le cas pour :
- consolider des notions déjà introduites
Exemples de problèmes que l'on peut soumettre :

Thème concerné	Enoncé
Numération au CM_1	Affiche 7893 sur la calculatrice. Essaie de modifier le chiffre des centaines sans changer les autres et sans utiliser la touche d'effacement.
Parenthésage au CM	Comment traduire avec la machine une écriture parenthésée ? Comment traduire par une écriture, une séquence de calculs sur la mahcine ?
Division euclidienne	A partir de ce que fournit la machine, comment obtenir sur celle-ci le quotient et le reste

- créer des concepts par :
. la visualisation de certains phénomènes
Exemples : - l'apparition d'écritures à point peut motiver au CM 1 l'introduction de nouveaux nombres, les décimaux.
- le rôle des puissances de dix dans la multiplication des nombres décimaux et les règles de calcul peuvent apparaître par des programmes du type :

$\boxed{3}\ \boxed{6}\ \boxed{.}\ \boxed{7}\ \boxed{5}\ \boxed{8}\ \boxed{\times}\ \boxed{1}\ \boxed{0}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{=}$ ......

$\boxed{3}\ \boxed{6}\ \boxed{.}\ \boxed{7}\ \boxed{5}\ \boxed{8}\ \boxed{\times}\ \boxed{.}\ \boxed{0}\ \boxed{1}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{=}$ .....

. La formulation puis la validation d'hypothèses dans une dialectique "utilisateur-machine"

Ainsi, dans un problème tel que :

Essaie, sur 36.758 de modifier le deuxième chiffre à droite du point sans changer les autres et sans utiliser la touche d'effacement.

- contrôler, plus généralement, rapidement et immédiatement une hypothèse, recherche de contre-exemples...
- résoudre des problèmes, en essayant :
  . soit d'écrire l'organigramme
  . soit d'écrire la suite d'actions que l'on a fait sur la machine
  . soit de prévoir la suite d'actions à effectuer pour arriver à la solution.
- confronter les procédures de résolution d'un problème ; dégager celles qui sont les plus performantes suivant que l'on utilise ou non une machine.
- étudier des problèmes posés par les limites de la machine.

Exemples : . Comment obtenir avec la machine le produit 473 809 x 74 515 (avec une calculatrice, qui n'affiche que huit chiffres) ?

. Dans la division de 47 par 537 498, comment obtenir plus de chiffres significatifs ?

1.3 - <u>Quelques autres sujets de réflexion</u>.

- <u>Quel type de machines utiliser avec les enfants</u> ?

Les caractéristiques suivantes semblent nécessaires : les quatre opérations, mémoire, facteur constant, cristaux liquides (le prix d'achat est supérieur, mais le prix de revient inférieur), interrupteur de mise en route.

- <u>A quel niveau</u> ?

Doit-on ou peut-on introduire des calculatrices avant le cours moyen 1ère année ? (ceci à cause du nombre important d'informations parasites qui risquent d'apparaître).

- <u>Du point de vue pratique</u>

. faut-il expliciter leur fonctionnement et jusqu'à quel point ?

Aucune réponse précise n'a été apportée à cette question, sinon que l'information du maître sur ce sujet devait être suffisante pour faire face aux questions des enfants.

. Est-il souhaitable d'avoir des machines différentes dans la classe ?

Au moins pour commencer, il semble prudent de se limiter à un seul type de machine . Ensuite et à des fins de comparai-

.../...

son et d'élucidation, il pourra être intéressant de proposer la même activité sur plusieurs types.

. faut-il mettre toutes les touches à la disposition des enfants ou en cacher certaines ?

La plupart des participants considèrent qu'il est souhaitable de laisser toutes les touches accessibles, sinon les enfants ont l'impression que c'est avec les touches cachées que l'on peut résoudre le problème. D'autre part les élèves sont amenés à formuler des hypothèses sur le rôle de telle ou telle touche, ce qui amènera éventuellement de nouveaux apprentissages.

- à propos de dangers

. Un des premiers serait de faire des enfants des virtuoses de la machine. Il importe d'amener les élèves à réfléchir sur la façon la plus opportune de calculer face à une situation donnée : calcul mental, calcul écrit, calcul approché, calcul à la machine...

. D'autre part, ne risque-t-on pas de voir apparaître dans les manuels des suites de leçons sur la machine, sa description, son mode d'emploi... comme on voit actuellement des leçons sur la base trois, la base quatre, ... ?

. L'institution semble souhaiter l'introduction de machines dans les classes (cf. plan d'installation de micro-ordinateurs dans les lycées). Pourquoi ?

Est-ce une mode ? une création de besoins chez le futur consommateur ?....

2. Et avec les normaliens ?

La discussion et les idées émises sur ce thème ont été beaucoup plus limitées. Tout pratiquement reste à construire !!!

2.1. Quelques objectifs ont cependant été dégagés.

. La programmation, l'algorithmique se développeront rapidement dans les prochaines années ; "il y aura ceux qui savent programmer et ceux qui ne savent pas... comme autrefois, ceux qui savaient lire et ceux qui ne savaient pas". Il apparaît alors nécessaire d'informer de futurs éducateurs dans ces domaines.

. Dans le même ordre d'idée, les futurs instituteurs seront confrontés à des enfants qui possèderont, qu'ils le veuillent ou non, des calculatrices. Ils devront être préparés à leur répondre sur ce sujet.

.../...

. A l'avenir, de nombreux programmes tout prêts seront largement diffusés (il y aura "consommation de programmes"). Le meilleur moyen de les démythifier ou de les démystifier n'est-il pas d'en écrire soi-même ?

. Les calculatrices programmables ou non sont aussi, avec les normaliens, de sérieux outils didactiques (par exemple pour "démonter" complètement une notion).

2.2 - Quelques travaux possibles ou esquisses de travaux

- Minimum de connaissances sur le fonctionnement de ces machines
- Initiation à la programmation
- ayant trait à l'école élémentaire :

+ donner un rapport aux normaliens (par exemple : mini-calculatrices et choix opératoire en 6ème de l'IREM d'ORLEANS) et demander d'adapter certaines activités au cours moyen 2ème année.

+ conduire une expérimentation avec un groupe de normaliens dans une classe (par exemple influence de la calculatrice sur le raisonnement dans la résolution de problèmes)

+ observer des enfants utilisant des calculatrices.

. A l'avenir, de nombreux programmes tout prêts seront largement diffusés (il y aura "consommation de programmes"). Le meilleur moyen de les démythifier ou de les démystifier n'est-il pas d'en écrire soi-même ?

. Les calculatrices programmables ou non sont aussi, avec les normaliens, de sérieux outils didactiques (par exemple pour "démonter" complètement une notion).

2.2 - Quelques travaux possibles ou esquisses de travaux

- Minimum de connaissances sur le fonctionnement de ces machines
- Initiation à la programmation
- ayant trait à l'école élémentaire :

+ donner un rapport aux normaliens (par exemple : mini-calculatrices et choix opératoire en 6ème de l'IREM d'ORLEANS) et demander d'adapter certaines activités au cours moyen 2ème année.

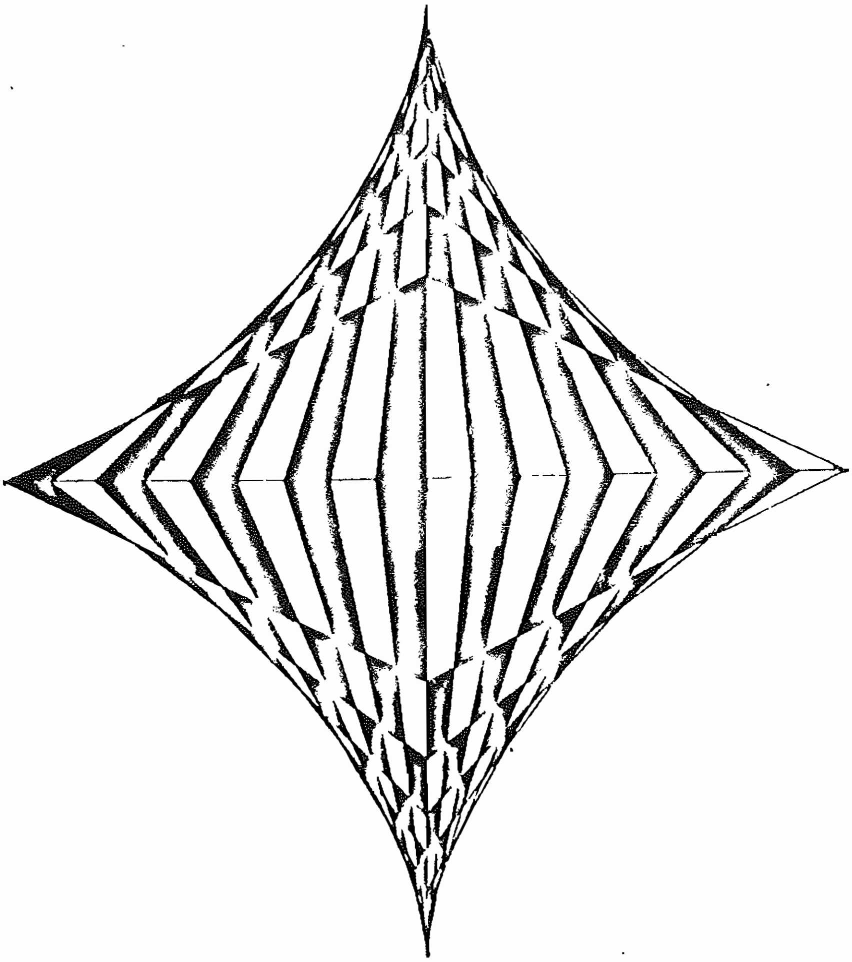
+ conduire une expérimentation avec un groupe de normaliens dans une classe (par exemple influence de la calculatrice sur le raisonnement dans la résolution de problèmes)

+ observer des enfants utilisant des calculatrices.

Rapport de stage INRP des 15 et 16 janvier	compte rendu d'expériences, réalisées à l'école élémentaire	I.N.R.P
Bulletin de liaison des prof. de math. des E.N de RENNES, St-BRIEUC, VANNES, QUIMPER, n° 8	Quelques articles de documentation sur les calculatrices	EN de RENNES

Exemplaires uniques, en général journaux de classe, difficiles à se procurer

Intitulé du document	Pour renseignements complémentaires, s'adresser à
. Calculatrices au CM_2 Ecole de St-Simond	IREM de GRENOBLE
. Calculons à la machine au $C.M_2$	E.N d'AVIGNON
. Compte rendu d'expériences au $C.M_2$	IREM de NICE
. Calculatrices de poche au CM_2	E.N de FOIX



J E U X E T M A T H E M A T I Q U E S

Animateur : J.L DURPAIRE

Constituteurs du dossier : Nicole PORCEL
I.R.E.M de BESANÇON

Avant de passer à l'élaboration de l'unité sur le thème "Jeux et Mathématiques", les membres du groupe ont discuté de leurs travaux respectifs sur ce sujet et de la façon de l'aborder en formation initiale. Dans plusieurs E.N. fonctionnent des "Options Jeux" animées par le P.E.N. de Mathématiques. Il nous semble, à la suite de ces échanges que les points forts à dégager sont les suivants :

1) Qu'est-ce qu'un jeu ?

Il est nécessaire de faire prendre conscience aux élèves-maîtres de ce qui est jeu et de ce qui n'est pas jeu. Il faut leur faire trouver les caractéristiques d'un jeu. Pour cela on peut les faire jouer et réfléchir sur la démarche.

2) Pour un objectif d'apprentissage, quels jeux ?

Il s'agit ici de voir comment on peut utiliser le jeu pour atteindre un objectif de contenu mathématique. Peut-on trouver des jeux ? Les jeux vont-ils apporter quelque chose et si oui, quoi ?

3) Analyse de jeux : étant donné un jeu, que peut-on en faire ?

Alors que dans le point précédent il s'agit de trouver des jeux pertinents pour introduire une notion, on va maintenant regarder à quoi peut servir tel ou tel jeu. C'est le problème du coin-jeu dans la classe. Quels jeux y mettre ? Quel est le rôle de ce lieu ? Il nous semble qu'il n'est pas bon que ce coin-jeu ait une vie parallèle à la vie de la classe, mais qu'au contraire il ait une incidence sur cette dernière.

Il importe de bien analyser les jeux à proposer. Les jeux devraient pour la plupart être fermés du côté du maître. On laisse l'enfant libre face au jeu. Le maître veille à utiliser le jeu quand il sera suffisamment mûr. Il pourra passer à une action plus didactique.

4) Evaluation d'une pédagogie par le jeu.

Quel est l'intérêt d'introduire le jeu dans une classe ?

Nous proposons maintenant un projet de travail qui respecte la structure définie par l'IREM de BORDEAUX. Ce travail devrait être poursuivi, complété ; ce n'est évidemment qu'une ébauche :

A - MODULE "PRESENTATION DU SUJET"

Il s'agit de présenter quelques jeux, de faire jouer à certains pour faire ressortir un certain nombre de problèmes ; nous proposons par exemple :

- La course à 20
- Un puzzle
- Le compte est bon
- Echecs
- Foot-ball
- Un jeu logique (voir par exemple 100 Jeux logiques Pierre Berloquin). On pourrait aussi visionner le film "Cordes à jouer" (Atelier Pédagogique).

Puis le questionnaire suivant pourrait être présenté :

- Avez-vous joué avec plaisir ?
- Avez-vous envie de rejouer ? A quoi ?
- Classez les jeux que l'on vous a proposés.
- Trouvez d'autres jeux entrant dans les classes que vous avez constituées.
- Pensez-vous à des jeux qui n'entreraient pas dans ces classes.
- Pourriez-vous utiliser ces jeux dans une classe ? Dans quel but ? Comment
- Pour introduire une notion à un niveau donné par exemple la soustraction au CE1, pourriez-vous inventer ou retrouver un jeu pertinent ?
- Dans la (ou les) classe(s) que vous avez eue(s) en responsabilité, avez-vous utilisé le jeu ? Si oui, de quelle manière et quelles difficultés avez vous rencontrées ? Sinon pourquoi ?

B - MODULE "INFORMATION"

Ce module pourrait comprendre une partie psychologique et une partie pédagogique.

α) Dans la partie psychologique, on pourrait (avec le professeur de psychopédagogie peut-être) situer le jeu dans l'évolution de l'intelligence. Quelles sortes de jeux ? A quel âge ? On pourra utiliser notamment le chàpitre II du livre Mathématiques et Jeux de François Boule édité chez CEDIC.

β) Partie pédagogique. Le jeu prend de plus en plus d'importance dans l'enseignement élémentaire. Mais cela ne devient-il pas une mode pédagogique ? N'est-ce pas un simple gadget ?

Le jeu est à la fois plaisir, moment de socialisation, moment où l'enfant a la liberté d'exercer son autonomie. Pour qu'il y ait jeu, il faut que les règles soient fixées, claires et précises au départ, que les coups se succèdent, que l'enfant prenne une décision à chaque coup, et influence la décision du coup suivant par un feed-back sur ce coup. Toute activité comprenant une manipulation n'est pas forcément un jeu.

COMMENT ET QUAND LE JEU PEUT-IL INTERVENIR A L'ECOLE ?

1°) Au niveau de la classe :

a) L'atelier-jeu (les enfants peuvent y accéder librement, comme ils peuvent accéder à d'autres ateliers : lecture, imprimerie, bricolage... ce qui implique une conception particulière de l'organisation de la classe).

On peut envisager deux types de jeux dans un atelier (ce qui sous-entend deux conceptions différentes de la place et du rôle du jeu) :

- Les jeux dont on a prévu une exploitation ultérieure dans le cadre des activités mathématiques de la classe,
- les jeux sans volonté d'exploitation ultérieure de la part du maître.

Ce qui différencie ces 2 conceptions, ce n'est pas le jeu lui-même mais l'exploitation qui en est faite (exemple : Tangram).

b) Les jeux comme moteur d'un processus d'apprentissage de consolidation

Dans ce module information, on pourra étudier l'article de Jean SAUVY paru dans le numéro spécial de Science et Vie sur les Jeux de réflexion (Septembre 1978) dans lequel il développe la conception du jeu qu'à l'équipe pédagogique de l'Ecole Decroly à SAINT-MANDE.

On pourra rechercher des jeux utilisés pour arriver à une notion mathématique. Voir par exemple le Jeu du banquier pour la numération (voir Ermel CP ou CE, tome 2).

Jeux de dominos
Jeux du palet — pour une approche de la soustraction (Ermel CE, tome 2)

On pourra faire une recherche des jeux proposés aux enfants dans les travaux de l'I.R.E.M. de BORDEAUX

- Voir les cahiers de l'I.R.E.M.
- Voir par exemple l'Addition au CP - Gérard Doramacourt
- Voir aussi les fiches - Vers une approche des probabilités à l'école élémentaire
  - Approche des décimaux
  - La course à 20.

Cela pourra permettre d'étudier la classification des situations d'apprentissage proposée par Guy BROUSSEAU :

- situations d'action
- situations de formulation
- situations de validation

(Voir l'article "Processus de mathématisation" paru notamment dans l'Addition au CP).

C - MODULE "REALISATION ET/OU OBSERVATION DE SEQUENCES"

Il s'agit de trouver une liste de conditions pour réaliser une séquence d'activités qui comprend un jeu.

On pourra analyser la tâche du maître lorsqu'il a proposé des jeux didactiques ; pour ce faire, on peut s'appuyer sur le texte suivant de ·uy BROUSSEAU ; il s'agit de l'introduction des décimaux (voir article Pédagogie : Vers une approche des fractions par les décimaux).

Phase 1 : recherche d'un code Phase 2 : jeu de communication Phase 3 : confrontation des résultats	3 phases de la séquence 1

"*Analyse de la tâche du maître*

** Dans les deux premières phases, la tâche du maître la plus importante ne consiste pas à contrôler le contenu et le déroulement des réflexions des enfants : il ne doit pas intervenir, qu'il entende une proposition intéressante ou une déclaration fausse. C'est la situation qui doit exercer ces feed-back nécessaires. Il n'est plus -provisoirement- le gardien de la vérité, le garant, le recours, le destinataire obligé et final de toutes les interventions des enfants.*

** Il doit -par son attitude- convaincre les enfants de sa neutralité à l'égard de leurs appréciations de la situation afin qu'ils renoncent à tirer de lui les informations et les aides qu'ils ne doivent tirer que d'eux-mêmes.*

Neutralité mais pas indifférence : il reçoit avec un égal intérêt toutes les suggestions et les renvoie avec conviction sans en modifier le contenu mais essaie de rendre réalisables. Le maître renvoie les enfants à la situation mais s'attache à accroître leur investissement, leur désir de réussir. Il facilite la solution des problèmes subalternes, surveille le respect des règles et des consignes qu'il précise et répète à l'occasion, résoud les problèmes d'organisation, aide l'évolution favorable des conflits dans les groupes. Il veille à ce que tous s'investissent et concourent au résultat cherché. Pour cela, il s'intéresse beaucoup au résultat final qu'il enregistre, participant au succès, comme aux déceptions, heureux avec les uns encourageant avec les autres, dans une sorte d'esprit "bon sportif".

Ici comme là ce sont les efforts qui sont éducatifs et non les buts marqués.

En particulier le décompte des points des équipes ne donne lieu à aucune déclaration de sa part, les équipes se défont d'une leçon à l'autre. Les points servent à déterminer les stratégies pendant le jeu, pas à classer les gens après le jeu.

** La phase 3 de la 1ère activité est une phase de confrontation (ce n'est pas une situation de validation formelle). Là encore le maître est un conducteur de jeu qui fait jouer mais ne joue pas lui-même.*

Pour tous les enfants, les problèmes qu'il réussit par ses exigences : formulations claires, renseignements précis... sont ceux qui empêcheraient le fonctionnement de la situation. Il n'a pas d'exigences "externes". Il laisse arriver à leur formulation correcte les déclarations fausses ou absurdes, il laisse aux autres le temps de formuler leur jugement. Il ne confirme pas une déclaration correcte avant que tous se soient déclarés d'accord.

Il encourage les minoritaires à exprimer leurs réserves, clarifie les débats même si il ne peut pas les résoudre.

Dans les situations de recherche, la pédagogie classique conduit le maître à exploiter" immédiatement ou presque la "bonne" déclaration. Il parle avec le premier ou un des premiers "qui trouvent". Finalement les échanges concernent 20 % des enfants (les plus "vifs"). Pour que ces échanges soient compris des autres, les questions posées doivent être telles que 80 % d'entre eux seraient capables d'y répondre presque directement, s'ils avaient le temps nécessaire : les questions seront donc assez fermées et la recherche consistera en une sorte d'épreuve de vitesse mettant à l'honneur les algorithmes. Ainsi, 60 % des enfants participent par procuration. Quant aux 20 % qui ne sauraient pas répondre, il ne s'agit jamais pour eux de chercher mais d'apprendre un savoir tout fait, qu'ils devraient posséder, qu'il est même "honteux" de ne pas posséder, puisqu'il ne s'agit finalement ici de savoir qui l'a ou qui ne l'a pas. Donc, pour 80 % des enfants, la recherche est une situation sanctionnée négativement où l'accent est mis sur le savoir : devoir chercher est une faiblesse qui ne pardonne pas. Devoir apprendre est le fait d'une minorité défavorisée et méprisée.

Les situations que nous proposons ne doivent pas être conduites de la même façon.

Les questions sont souvent plus ouvertes en ce sens que le nombre des enfants capables d'y répondre directement est très faible : presque tous ont à chercher. Les échanges vont concerner 80 % des élèves sur des problèmes que moins de 20 % d'entre eux peuvent résoudre directement. Le maître maintient la situation ouverte en n'exploitant pas les idées. Il se contente de les faire prendre en considération. Le fait d'être le premier à avoir une idée perd un peu de l'importance.

Les enfants qui ont trouvé plus vite doivent apprendre à faire partager leur conviction sans la sécurité de la validation par l'adulte. Ainsi, la recherche et l'apprentissage devient l'affaire principale de la majorité.

Ces situations sont délicates à conduire : la voie y est ouverte à un champ d'attitudes sociales très diverses".

Guy BROUSSEAU.

D - MODULE "INFORMATION COMPLEMENTAIRE ET DOCUMENTATION"

Nous avons classé les livres et revues du dossier de travail du groupe en 3 rubriques :

- L'enfant et le jeu
- Ouvrages pédagogiques
- Sur les jeux.

Nous avons ensuite attribué 0, 1, 2 ou 3 étoiles aux différents ouvrages suivant l'intérêt que chacun nous semblait présenter pour notre projet de formation.

BIBLIOGRAPHIE

LES JEUX ET LES MATHÉMATIQUES

(A) L'ENFANT LE JEU

1) Le jeu, lié au développement psychologique de l'enfant

**	PIAGET-INHELDER	Psychologie de l'enfant	Que sais-je ?
	PIAGET	La formation du symbole chez l'enfant	Delachaux Niestlé
	PIAGET	Remarques sur le jeu de l'enfant et la pensée symbolique - Cours Avril-Mai 1954	Bulletin psychologie T.VII
	WALLON	L'évolution psychologique de l'enfant, Chap. II	Armand Colin

2) Différents types de jeux chez l'enfant

	J. CHATEAU	L'enfant et le jeu	Scarabée
	J. CHATEAU	Le jeu de l'enfant après 3 ans, sa nature, sa discipline, 1961	Srin

3) Jeu et pédagogie

	FERRAIN-MARIET, PONETER	A l'école du jeu	Bordas Pédagogie
***	DELEDICQ et SAUVY ODIER	Articles parus dans Science et Vie - Hors série 124 - Jeux de réflexion	
***	F. BOULE	Mathématiques et jeux	Cédic
	DECROLY & MARCHAND	Initiation à l'activité motrice par les jeux éducatifs.	

(B) OUVRAGES PEDAGOGIQUES

*** BANWELL - SAUNDERS, TAHTA	Points de départ - 1974	Sudel Cédic
BAUDET - LARAZANAS	L'enfant et les jouets - 1970	Casterman E3
N. PICARD	Mathématiques et jeux d'enfants - 1970	Casterman E3
WHEELER	Mathématiques dans l'enseignement élémentaire 1970	OCDL
*** A. MYX	Six thèmes pour six semaines - 1975 (p. 311 à la fin)	Cédic
A.P.M. POITIERS	Revue LUDI-MATHS	
A.R.P.	N° 6 - Septembre 1972 N° 17 - Novembre 1974	
I.R.E.M. LYON	Zoom-Avant, N° 4, Juin 1976, Jeux géométriques	

Difficile à trouver

PENTANNUEL	Février, 1978, Bulletin liaison prof-math	
SAUVY	Mots en rond, et jeux topo-linguistiques	MEUDON 27 Av.-11 Nov.
	Mathématiques et jeux de société	BESANCON Cahiers du griffon.

Jeux pour un objectif

ENGEL-VARGQ-WALSER	Hasard ou stratégie (probabilités, statistiques)	OCDL
A.P.M.	Elem Math II, la Multiplication des naturels à l'école élémentaire	
A.P.M.	Elem Math III, Division à l'école élémentaire	
DIENES	Premiers pas en mathématiques	OCDL
Frédérique PAPY	Jeux de nombres...	

(C) SUR LES JEUX

Jeux du commerce

Cl. AVELINE	Code des jeux. Jeux traditionnels	Poche

** Numéro spécial de Science et Vie 124, Jeux de réflexion hors série (étude des jeux du commerce)

Enoncés ponctuels de jeux et d'amusements

BERLOQUIN	100 jeux alphabétiques numériques logiques géométriques pour insomniaques et casse-têtes	Poche
	Jeux mathématiques du Monde	Flammarion
PERELMAN	Expériences et problèmes récréatifs	Ed. de MOSCOU
"	La Mathématique vivante	Cédic
BLANCHET	Math en liberté	OCDL
J-P. ALEM	Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques	Seuil
Charles E. JEAN	Distractions mathématiques	Ed. de l'Homme
GANOWER & STERN	Jeux mathématiques	Dunod
	Id. mais écrit pour les enfants	
GIRODET-CHICHEPORTI CHEGAUCHEE	1001 tours et jeux de mathématiques modernes 2 coqs d'or	

Pages jeu des journaux d'enfants

Etudes de jeux classés par thèmes

P. VON DOLFT et J. BOTERMANS	1000 casse-têtes du monde entier	Clème
*** GARDNER	Casse-têtes mathématiques de Sam Lloyd	Dunod
	Problèmes et divertissements mathématiques T.1, T.2	Dunod
	Le paradoxe du pendu	
	Mathématiques, magie et mystère	
	Nouveaux divertissements mathématiques.	

	LUCAS	Récréations mathématiques T.1, 2, 3, 4	Alb Blanchard
		L'arithmétique amusante	
	NORTHROP	Fantaisies et paradoxes mathématiques	Dunod
	FOURNY	Curiosités géométriques 1938	Vuibaut
		Récréations arithmétiques	
	KARDIENSKY	Sur le sentier des mathématiques T.1, T.2	Dunod
	STEINTAUS	Mathématiques en instantané	Flammarion
	N.A. COURT	Les Mathématiques amusantes et sérieuses	Dunod
***	BACHET	Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres	Alb BLANCHARD

<u>Jeux analysés au point de vue math</u>

	A.P.M.	Les carrés magiques	
***	C.R.D.P. GRENOBLE	Revue Pentamino	
	CES Sagabier AMIENS	Revue Petit Archimède	
	DELEDICQ	Mathématiques buissonières	Cédic
***	F. BOULE	Mathématiques et jeux	Cédic
*	ODIER-ROUSSEL	Surprenants triangles, Collect. Les Districts	Cédic
*	DELEDICQ-POPOVA	Wari et Solo, " "	Cédic
*	MEEUS-TORBJIN	Polycubes " "	Cédic
*	HOLDEN	Formes, espaces et symétrie " "	Cédic
*	DELEDICQ	Numérix, et Marix " "	Cédic

E - MODULE RECHERCHE

Nous n'avons pas eu réellement le temps d'aborder ce module On peut néanmoins proposer quelques pistes :

- examiner comment DIENES utilise le jeu.
  Quels jeux propose-t-il ?
  Rôle du jeu par rapport au concept.

- faire un rencensement de tous les jeux à mettre dans un Coin jeux.

- le jeu chez Freinet.

CONCLUSION

Il convient maintenant de pouvoir essayer dans la pratique cette unité. Les différents essais devraient permettre de poursuivre les échanges, de compléter l'unité, de la remanier beaucoup, probablement.

En ce qui concerne la bibliographie, beaucoup d'ouvrages traitant des jeux en comportent une eux-mêmes. Il serait intéressant de revoir celle que nous proposons en fonction de l'intérêt que nous semblent présenter les ouvrages dans l'optique "formation des maîtres".

Autre problème : où situer le travail dans les nouvelles U.F. ? Il est pour l'instant trop tôt pour répondre.

Je me propose enfin de recueillir toutes vos remarques sur l'unité.

LISTE DES PARTICIPANTS

AMIOT Michelle	E.N. - 07000 PRIVAS
BLANC Michel	E.N.F., 89 Avenue George V - 06052 NICE CEDEX
BROUSSEAU Guy	UER Mathématiques, 351 Cours de la Libération 33400 TALENCE
DURPAIRE Jean-Louis	IREM, 40 Avenue du Recteur Pineau - 86022 POITIERS CEDEX
FREMIN Marianne	E.N., 96 Rue Adolphe Pajeaud - 92160 ANTONY
FRIMIGACCI Joseph	E.N.M., 2 Boulevard Albert Ier - 20000 AJACCIO
GUILLOSSOT Denise	E.N.F., 104 Boulevard Duchesse Anne, 35000 RENNES
HANSEL Natacha	E.N.M. - 55000 BAR-LE-DUC
LAVILLUNIERE Michel	E.N.M., Avenue de la Grande Ecole, 95000 CERGY
LEGER Didier	E.N., Avenue de la République - 02000 LAON
LE POCHE Gabriel	App. 102, 93 Boulevard Frédéric Chaplet - 53000 LAVAL
PORCEL Nicole	E.N., 23 Rue des Ecoles - 39015 LONS-LE-SAULNIER
THIBAULT Nicole	E.N.G., 43 Rue St-Germain - 27000 EVREUX
UNGER Dominique	E.N., CD 30 - 94 BONNEUIL
VINEL Jean-Pierre	130 Rue du Grand Douzillé - 49000 ANGERS.

M

MATHEMATIQUES ET PSYCHOLOGIE GENETIQUE

(ESSAI DE CLARIFICATION DES RAPPORTS RÉCIPROQUES)

Animation : J.P FISCHER
Constitution du dossier : J.P FISCHER
7, rue Begin - 57000 METZ

Après, d'une part, avoir regretté l'absence de psychologues, d'autre part, s'être mis d'accord sur le fait que l'unité devant résulter de son travail serait centrée sur les apports de la psychologie génétique à l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire (la présentation de la psychologie génétique elle-même incombant au professeur de psycho-pédagogie : il n'y aura donc pas de module "information" dans l'unité), le groupe a discuté les différents modules constitutifs de l'unité :

1) Module "présentation du sujet"

Une présentation du sujet doit souligner

a) les principales applications de la psychologie génétique à l'enseignement des mathématiques :

- choix de la progression : J. PIAGET et B.INHELDER* (cf. "La représentation de l'espace chez l'enfant") ayant montré que les premières propriétés de l'espace que l'enfant peut se représenter et qu'il sait reproduire sont de type topologique (ouverture, fermeture d'une figure géométrique, inclusion, exclusion d'une figure dans une courbe fermée, etc...), les activités géométriques débuteront souvent à l'école élémentaire

Pour les auteurs écrits en majuscules, voir bibliographie à la fin du rapport.

par des activités relatives à des notions topologiques.

- conduite des leçons : le principe didactique de la conformité aux stades (cf. WITTMANN, "Grundfragen des mathematiksuntarricht"), suivant lequel on doit aussi bien éviter d'anticiper ou de différer (par rapport à son développement spontané) l'introduction d'une notion, exige, les élèves d'une même classe pouvant avoir des niveaux génétiques très différents, que l'on adapte, supprime ou mette au point des situations nouvelles pour une partie des élèves au cours d'une leçon.

- interprétation de certaines erreurs : par exemple, lorsqu'un enfant confronté au problème:"Isabelle a des billes dans sa main gauche et dans sa main droite. En tout elle a 3 billes. Dans sa main gauche, elle a 1 bille. Combien de billes a-t-elle dans sa main droite ?" répond 3, il est possible que son erreur s'explique par une insuffisante maîtrise de l'inclusion (mesurée par des tests du type "Plus de fleurs que de primevères ?") qui le conduit à comparer un sous-ensemble à son complémentaire et non pas à l'ensemble lui-même.

- etc... mais aussi

b) Les limites de ces applications, car :

- il n'y a pas de relation directe entre la psychologie génétique et l'enseignement des mathématiques : ce dernier doit prendre en compte de nombreuses données, autres que celles de la psychologie génétique, par exemple les contraintes matérielles, les objectifs...

- la psychologie génétique constate essentiellement alors que le pédagogue doit s'efforcer de créer : à ce sujet, le groupe souligne que d'autres branches de la psychologie en particulier les théories ou expériences d'apprentissage (Brousseau, Dienès, Jaulin-Mannoni...) peuvent être très utiles aux pédagogues mais ne rentrent pas strictement dans notre domaine d'étude.

- elles peuvent être divergentes : ainsi, si en Allemagne un principe didactique souvent invoqué soutient qu'une opération ne doit jamais être présentée de manière isolée, mais toujours en relation avec l'opération inverse, afin de favoriser la constitution des groupements opératoires (mis en évidence par Piaget), conduit les pédagogues allemands à introduire simultanément (au CP) l'addition et la soustraction, en France, par contre, on a reporté l'introduction de la soustraction (cf. programmes 1978 du CE) à la fin du CE_1 en général, alors que

.../...

l'addition est introduite dès le CP, en justifiant ce report, entre autres, par les acquisitions tardives (chez l'enfant) de la réversibilité opératoire et de la maîtrise de l'inclusion (elles aussi mises en évidence par Piaget).

- certains résultats de la psychologie génétique sont contestés (cf. le paragraphe II de la bibliographie) et, de plus, la psychologie génétique risque de ne constater que les effets d'une pédagogie : ainsi, SUAREZ (voir I4 de la bibliographie) constate un net progrès du développement du raisonnement de proportionnalité chez des enfants de la 7ème classe (en Su isse), vraisemblablement sous l'influence de l'apprentissage scolaire.

Pour une telle présentation du sujet, on suggère principalement la lecture des articles de DUMAS, SAUVY, WITTMANN (1er article cité) cités dans le III de la bibliographie.

2) <u>Module "réalisation et/ou observation de séquences"</u>

On peut, dans ce module, reprendre une des expériences recensées dans le I de la bibliographie. Ces expériences sont de plusieurs types :
- soit de type clinique et portant sur l'étude génétique d'une notion impliquée dans l'enseignement des mathématiques. Exemples : le nombre (cf. PIAGET, SEEMINSKA), la mesure (cf. PIAGET, INHELDER) "La géométrie spontanée de l'enfant")...
- soit une expérience plus standarisée. Exemples : VERGNAUD, SUAREZ,...
- soit une expérience double dans laquelle on étudie la relation entre le niveau génétique (déterminé par une expérience classique de Piaget) des enfants et leur comportement dans une situation mathématique précise. Exemples : FISCHER, ...

D'un point de vue pratique, on peut, lors de telles expériences, affecter un enfant à chacun des élèves-maîtres : cette méthode de travail conduit à des résultats statistiquement intéressants en très peu de temps, mais peut s'accompagner d'un manque d'homogénéité à cause du grand nombre d'expérimentateurs.

.../...

3) Module "information complémentaire et documentation"

Etant donné l'abondance de la bibliographie, il serait particulièrement utile, pour ce module, de résumer chaque livre ou article cité. Un tel travail peut s'inspirer du livre "Lire Piaget" de Droz et Rehmy (éd. Dessart) qui présente des comptes rendus des publications de Piaget (antérieures à 1972) mais demanderait néanmoins un très important travail complémentaire puisque, d'une part, ces dernières ne représentent qu'une partie de la bibliographie et que, d'autre part, il faudrait "accomoder" ces comptes rendus en les centrant davantage sur les parties les plus intéressantes pour l'enseignement des mathématiques.

4) Module "recherche"

On peut dans ce module :

- analyser certaines recherches recensées dans le I de la bibliographie
- reprendre certaines de ces recherches en faisant éventuellement varier des paramètres
- prendre position dans les débats signalés dans le II de la bibliographie
- trouver de nouvelles questions et en faire une étude génétique, etc...

Participant (e) s : A. Bonnemaire, A. Bonneval, J.P. Fischer, M. Foulon, M; Hascoët, C. Le Calvez, C. Mathieu.

rapporteur : J.P Fischer.

BIBLIOGRAPHIE

I. Psychogenèse de notions mathématiques ou logiques : questions posées à des enfants

1) Nombre

P. GRECO : "Recherches sur quelques formes d'inférences arithmétiques et sur la compréhension de l'itération numérique chez l'enfant" dans EEG* 11.

.../...

* EEG : Etudes d'Epistémologie Génétique (PUF)

"Quantité et quotité : nouvelles recherches sur la correspondance terme à terme et la conservation des ensembles" dans EEG 13.

A. MORF : Recherche sur l'origine de la connexité de la suite des premiers nombres" dans EEG 13.

J. PIAGET, A. SEEMINSKA : "La genèse du nombre chez l'enfant" Delachaux Niestlé.

2) Notions arithmétiques

P. GRECO : "Une recherche sur la commutativité de l'addition" dans EEG 13.

"Le progrès des inférences itératives et des notions arithmétiques chez l'enfant et l'adolescent" dans EEG 17.

G. VERGNAUD : "Structures additives et complexité psychogénétique" dans RFP 36**.

J.P FISCHER : "Comparaison entre la réussite des enfants à des problèmes soustractifs verbaux et leur niveau à des épreuves de quantification de l'inclusion" "Extrait d'une recherche en cours.

3) Notions logiques

O. MATALON : "Etude génétique de l'implication" dans EEG 16.

J. PIAGET : "Problèmes d'inclusions et d'implications"dans EEG 34.

J. PIAGET, B. INHELDER : "La genèse des structures logiques élémentaires" - Del. Nies.

4) Raisonnement

B. MATALON : "Recherches sur le nombre quelconque" dans EEG 17.

A. MORF : "La découverte d'une loi numérique simple dans une situation de participation spatiale" dans EEG 13.

G. NOELTING : "The Development of Proportional Reasoning in the child and Adolescent through Combination of

.../...

** RFP - Revue Française de Pédagogie (INRP)

Logic and Arithmetic" dans "Proccedings of the second International conférence for the psychologie of Mathematic Education" - Université d'Osnabruück

J. PIAGET : "Recherches sur la contradiction" EEG 31 et EEG 32.
"La formation des corrélats" dans EEG 34.
"Recherches sur la généralisation" EEG 36.
"Le jugement et le raisonnement chez l'enfant" Delachaux Niestlé.

J. PIAGET, B. INHELDER : "De l'itération des actions à la récurrence élémentaire" dans EEG 17.
"Le développement des quantités physiques chez l'enfant" - Delachaux Niestlé.
"La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant" P.U.F.
"De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent" PUF.

A. SUAREZ : "Die direkte proportionalität" dans "Formales denken und Funktionsbegriff bei Jugendlichen" Hans Huber (Berne)

5) Géométrie

J. PIAGET : "L'abstraction des relations spatiales" dans EEG 35.
"La représentation de l'espace chez l'enfant" PUF
"L'image spatiale et l'intuition géométrique" dans "L'image mentale chez l'enfant" PUF

J. PIAGET, B. INHELDER : "La géometrie spontanée de l'enfant" PUF.

II. Débats

J. BIDEAUD : "Bilan critique des études piagétiennes" p. 27-34 dans"l'acquisition de la notion d'inclusion" CNRS

J.S BRUNER : Critique des expériences piagétiennes de conservation dans "Studies in Kognitive Growth"

D. ELLROTT, M. SCHINDLER : "Remarques critiques" sur Piaget dans "Reform des mathematiksunterricht" - Julius Klinkhart (Bad Heibronn Obb).

E. FISCHBEIN : Analyse critique de la notion de schème dans l'article "Schèmes virtuels et schèmes actifs dans l'apprentissage des sciences" de RFP 45. Opposition entre les théories de Piaget et de Bruner dans "Educational Studies in Mathematics 2" (1970)p. 158-174.

H. FREUDENTHAL : Critique de Piaget dans le paragraphe "Numerosity Number : didactically insufficient" et dans l'annexe du livre "Mathematics as an Educational Task" - D. Reidel (Dordrecht).

P. OLERON : Critique de "la pertinence des modèles logiques" de Piaget dans "le raisonnement" - collection Que sais-je ? n° 1671 - PUF.

J. PIAGET : Critique de Bruner dans "Biologie et connaissance" p. 40-42 - Gallimard

A. SUAREZ : Critique de la notion piagétienne de raisonnement formel dans même ouvrage que ci-dessus

P.M VAN HIELE : Critique de certaines "inconsistances" de la théorie piagétienne du développement dans "Development and learning process". XVII Acta Pedagogica Ultrajectina - Wolters (Groningen) et dans "Rechenunterricht und Zahlbegriff".

III. Application et principes didactiques tirés de la psychologie génétique

H. AEBLI : "Didactique psychologique" - Delachaux Niestlé

M. BOVET, B. INHELDEL, H. SINCLAIR : "Apprentissage et structure de la connaissance" - PUF

M. BROSSARD : "Epistémologie, didactique et psychologie génétique" p. 88-89 du cahier n° 18 IREM de BORDEAUX

D. ELLROTT, M. SCHINDLER : "Entwickling kognitiver Fähigkeiten aus der Sicht J.S Bruner" dans "Reform des Mathematikunterrichts" - Klinkhardt (Bad Heibrunn Obb).

A. FRICKE : "La pensée opératoire dans l'enseignement du calcul : application de la psychologie de Piaget" dans "Rechenunterricht und Zahlbegriff" - Westermann Taschenbuch.

F. HALBWACHS : "Faut-il tuer les cardinaux ?" dans RFP 46.

.../...

C. HUG, F. LONGEOT : "Initiation mathématique et épreuves opératoires" dans RFP 32.

L. PAULI : "La psychologie génétique et les rudiments mathématiques" dans "Psychologie et épistémologie génétique-Thèmes piagétiens" - Dunod.

J. PELNARD-CONSIDERE, J. LEVASSEUR :"Stades de développement et enseignement de la mathématique" dans RFP 32.

J. PIAGET : "Une heure avec Piaget" dans RFP 36.
"Remarques sur l'enseignement des mathématiques" Communication présentée au 2ème congrès international sur l'enseignement des mathématiques à Exeter (sept. 72).
"Psychologie et pédagogie" - Denoël
"L'enseignement des sciences" dans "où va l'éducation ? - Méditations - Denoël.
"Les structures mathématiques et les structures opératoires de l'intelligence" dans l'enseignement des mathématiques - Delachaux Niestlé

J. SAUVY : "Enseignement mathématique et Psychologie de l'enfant", série d'articles parus dans les cahiers n° 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16 et 17 de la régionale parisienne de l'A.P.M.E.P

R. SKEMP : "The idea of a schema" dans "the psychology of learning mathematics." - Pelican Books.

E. WITTMANN : "Eléments de la psychologie de l'apprentissage des mathématiques" dans "Grundfragen des Mathematiques" dans "Grundfragen des Mathematikunterricht" Vieweg (Braunschweig).
"Die Bedeutung der Piagetchen abstraction réfléchissante für die Entwicklung der mathematischen Formen" dans "Die deutsche Schule" (1969) - Schroedel (Berlin). "Zum Begriff Gruppierung in der Piagetschen Psychologie" dans "Beiträge zum Mathematikunterricht" (1972).

E. WITTMANN, G. MULLER : "Psychologische Befinde zur Entwicklung des Zahlbegriffs" dans "Mathematik in der Primarstufe" - Vieweg.

LA REALISATION ET LA CONDUITE D'UNE LECON DE MATHEMATIQUES

Animation : S. DEMARS
Constitution du dossier : J.M DIDRY
9, rue de Malines
54500 VANDOEUVRE

Groupe "Réalisation et conduite d'une leçon de mathématiques"

Compte rendu

Notre travail avait pour but la mise en oeuvre d'une unité ayant pour sujet "la réalisation et la conduite d'une leçon de mathématique".

Notre préoccupation a été de définir les objectifs d'une telle unité avec deux axes de réflexion :

- faire une préparation efficace
- Problèmes liés à la réalisation effective d'une séquence et à la conduite du groupe de travail

I - Inventaire des questions

Une première discussion sur les raisons qui ont conduit à l'inscription à ce groupe nous a permis de recenser un certain nombre de questions dont voici le résumé :

- De quelle manière se constitue le savoir mathématique ?
- Pédagogie de l'explication, pédagogie de la découverte : leurs fondements idéologiques, scientifiques ; leurs limites
- Le rôle de l'erreur

.../...

- les rapports réel-formel : la tendance actuelle à travailler sur des écritures (ex ERMEL) est fondée sur quelles expériences ? ; le rôle des manipulations
- conduite de la classe, contenus et objectifs généraux de l'éducation
- Objectifs de l'enseignement des mathématiques
- Les différentes techniques de conduite de classe, les formes de travail (individuel, collectif, en groupe) et leurs fondements
- le concept de directivité
- la notion de contrat didactique.

Après cet inventaire nous avons décidé d'approfondir les questions relatives

A - aux objectifs et finalités de l'enseignement des mathématiques

B - à l'appropriation du savoir mathématique

C - aux techniques de classes et aux relations maîtres-élèves.

Refusant de nous "noyer" dans des discussions trop longues du A ; nous avons seulement envisagé différentes activités possibles avec les normaliens

- questionnaire auprès des instituteurs
- utilisation d'une émission de FR 3 "la sélection par les mathématiques"
- conception des mathématiques et conséquences pour le comportement du maître, pour l'organisation de la classe, pour le choix d'une méthode : desciption d'une classe où le maître pratique un enseignement "actif" des mathématiques et d'une classe où le maître pratique un enseignement dit "traditionnel".

Nous n'avons pas trouvé de textes permettant une discussion intéressante avec les normaliens.

En abordant le point B, qui nous a paru bien vaste, nous nous sommes aperçus que personne dans le groupe ne traitait systématiquement ce sujet, de même pour le point C.

Nous avons alors décidé, pour mieux cerner comment nous concevions la préparation d'une séquence et les problèmes liés à cette préparation, de proposer

.../...

des schémas de leçons.

Un groupe s'est exercé à préparer une première leçon sur la division au CE 2, l'autre groupe a choisi une première leçon sur la mesure des aires au CM 1.

II. Réalisation de deux séquences et discussion.

1) Groupe : mesure des aires

Chacun a exposé la démarche utilisée dans différentes expériences et certaines divergences sont apparues :

- la notion de surface n'est pas toujours abordée
- les situations de départ sont de natures différentes.

le groupe a décidé de construire deux séquences, basées sur deux situations de départ différentes.

Quelques problèmes liés à la préparation ont été soulevés :

- Dans l'appropriation du savoir, faut-il aller du simple au compliqué ?
- Les formes de travail proposées le sont de façon empirique
- L'erreur : faut-il la provoquer ? (confusion entre périmètre et surface)
- Coût en temps et en qualité dans le travail d'apprentissage.

2) Groupe division

Ce groupe a décidé de choisir un livre, puis s'est efforcé de définir l'objectif de la séquence : "être capable de choisir c, d tels que a = bc + d à travers des situations de distributions équitables différentes"

Là encore, le choix de l'organisation de la classe et le choix de la situation semble être liés à l'intuition et à l'expérience des participants. Le travail est basé sur des présupposés non exprimés.

La consigne donnée aux enfants exige réflexion, de même que l'organisation de la restitution du travail de groupe.

.../...

III. Que mettre dans l'unité ?

Dans un dernier temps, nous avons essayé de répondre à la question : "que mettre dans l'unité ?" Et tout d'abord, dans quelles situations mettre le normalien pour qu'il prenne conscience des problèmes liés à la réalisation d'une séquence de mathématiques ? Puis, comment aborder les problèmes de l'action pédagogique en technicien ?

Nous ne sommes pas arrivés à construire un schéma complet. Voici dans le désordre les points étudiés.

1. La pertinence de l'unité dans la nouvelle formation ne nous paraît pas claire. A quel moment faut-il placer ce travail ?

2. Présentation du sujet. Il s'agit de faire émerger les problèmes par les normaliens

Activités possibles : - faire des séquences dans les classes en choisissant des activités indépendantes d'un contenu
- tenir compte des stages !!!
- prendre une séquence télévisée et en faire établir une fiche de préparation (en particulier pour le problème de la passation des consignes).

3. Les théories de l'apprentissage.

- réflexions sur la pédagogie de l'explication et sur la pédagogie de la découverte

documents :
- Obstacles épistémologiques de G. Brousseau
- Livre d'Aebly
- 1er chapitre de la formation de l'épistémologie de Bachelard

4. Les méthodes de travail

. Choisir une leçon et organiser le travail de différentes façons. Comparer les réalisations, l'attitude du maître, l'attitude des élèves, les relations élèves-maîtres... afin de dégager la pertinence de telle ou telle méthode en fonction de tel ou tel problème.

.../...

5. Le rôle de la manipulation.

. Article de Delacorte, Colmez, Richard, dans la revue française de pédagogie n° 45 : "Statut de l'observation et de l'activité expérimentale chez l'élève".

6. Evaluation de la séquence

Cet aspect est important mais nous n'avons pas eu le temps d'en discuter.

En conclusion, ce travail nous a paru vaste et difficile à cerner dans la mesure où tous les problèmes - objectifs, méthodes, contenu - sont liés et aussi parce que personne dans notre groupe n'a abordé son travail de FP sous cet angle.

Rapporteur : A. BOURDIL

BIBLIOGRAPHIE COMMENTEE POUR LE GROUPE N

La bibliographie est donnée par ordre alphabétique pour des commodités ultérieures de renvoi, mais sa structure apparaît dans la classification suivante :

- *Observation-évaluation* :

  [B_4] , [B_5] , [B_9] , [C_4] , [D_1] , [I_1] , [I_2] , [I_3] , [I_4] , [L_1] , [X_1]

- *Recensement des différentes pédagogies, leurs présupposés* : [B_5] , [G_2] .
- *Théories de l'appropriation du savoir, du savoir mathématique* :

  [A_1] , [B_1] , [B_5] , [B_6] , [B_7] , [B_8] , [D_2] , [D_5] , [D_6] , [D_7] , [G_1] , [I_5] , [J_1] , [P_2] , [P_3] , [R_1] , [S_1] , [V_1] , [V_8] , [V_{10}]

- *Flashs sur l'enseignement des mathématiques* :

  [A_1] , [B_2] , [B_3] , [C_1] , [C_2] , [C_3] , [D_3] , [D_4] , [D_7] , [E_1] , [E_2] , [F_1] , [G_2] , [I_1] , [P_1] , [R_1] , [T_1] , [V_2] , [V_3] , [V_4] , [V_5] , [V_6] , [V_7] , [V_9] , [V_{10}] , [V_{11}]

• • •

[A_1] : AEBLI Hans : Didactique psychologique - (Delachaux et Niestlè - 1966)

Application à la didactique de la psychologie de J. PIAGET.

Comprend une partie expérimentale (avec chroniques de leçons) destinée à comparer les effets respectifs d'une didactique traditionnelle et d'une didactique active à l'issue d'une série de séquences sur le calcul du périmètre et la surface du rectangle et les opérations inverses.

[B_1] : BACHELARD Gaston : La formation de l'esprit scientifique - (Vrin - 1975)

Met en évidence, sur des exemples empruntés surtout aux sciences physiques, la notion d'obstacle épistemologique dans la formation de la connaissance scientifique.

[B_2] : BANNE R., BERJON G., BROUSSEAU N. et G., LLORENS M., PROUTEAU C. : Quelques étapes dans la construction des décimaux (1976 - IREM de Bordeaux - cahier n° 17)

Fiches didactiques.

[B_3] : BARUK Stella : Echec et Maths - (Collection Points-Sciences - Seuil 77)

Dénonce les grands mythes qui fondent la "moderne" pédagogie des mathematiques.
Chronique et analyse, dans cet esprit, d'une séquence sur l'addition au Ct1 (p. 47 →) .

[B_4] : BAYER : Analyse des processus d'enseignement (1973 - Revue Française de Pédagogie n° 24) .

[B_5] : BERBAUM Jean : L'action pédagogique dans l'enseignement du second degré - (Fernand Nathan - 1971) .

Tour d'horizon des différents courants pédagogiques. Conceptions de l'apprentissage sous-jacentes.

[B_6] : BROUSSEAU Guy : Processus de mathématisation - ("La mathématique à l'école élementaire" - A.P.M.E.P. 72)

Les différents types de dialectique pédagogique.
Exemple d'un processus de mathématisation : l'addition dans les naturels, CP, CE1 .

[B_7] : BROUSSEAU Guy : Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématique - ("Compte-rendu de la rencontre C.I.A.E.M." LOUVAIN (Belgique) - 1976)

Rôle des problèmes dans la construction des connaissances.
Etude d'un exemple : problèmes dans la construction du concept de décimal.

[B_8] : BROUSSEAU Guy : Etude locale des processus d'acquisition en situations scolaires - (1977 - Cahier n° 18 de l'I.R.E.M. de Bordeaux)

Sur un exemple : la course à 20 .

[B_9] : BROUSSEAU Guy : L'observation des activités didactiques - (1977 - Revue Française de Pédagogie - n° 45)

Observer quoi, pourquoi (pour quoi) et comment.

[C_1] : CHATELET A. ... : Enseignement de l'arithmétique - (1955 - Cahiers de Pédagogie Moderne - Editions Bourrelier)

Livre témoin.

[C_2] : COPIRELEM : Aides pédagogiques pour le C.P. - (Elem. math. IV - A.P.M.E.P.- 1977).

[C_3] : COPIRELEM : Aides pédagogiques pour le C.E. - (Elem. Math. V - A.P.M.E.P. - 1979).

[C_4] : COULIBALY A. et DEMAN C. : Observation des activités didactiques - (1978 - Revue Française de Pédagogie - n° 45)

L'observation de classe en vue de réguler l'action pédagogique du maître à court terme, à plus long terme.

[D_1] : DE KETELE : Observer et évaluer pour éduquer : une conception élargie, des propositions - (1978 - Bulletin A.P.M. n° 317)

Qui évalue ? Pourquoi ? Quoi ou qui ? Comment ?

[D_2] : DELACORTE G., COLMEZ F., RICHARD J.F. : Statut de l'observation et de l'activité expérimentale chez l'élève - (1978 - Revue Française de Pédagogie - n° 45)

Activités expérimentales et objectifs pédagogiques assignés (en physique, en mathématique).
Attitude du maître et des élèves face aux activités expérimentales.
Attitude de l'élève face aux différentes étapes de la démarche expérimentale.
Exemple de démarche expérimentale en mathématique : agrandissement de puzzle.

[D_3] : DELFAUD et MILLET : Arithmétique - Cours élémentaire lère et 2e années - (Hachette - 1930)

Manuel témoin d'une conduite "traditionnelle" de la leçon de calcul.

[D_4] : DERAMECOURT : L'addition au C.P. - (1974 - I.R.E.M. de Bordeaux).

[D_5] : DERAMECOURT G., FAUCON E., MARTIN F. : Math. C.P. - Programmes 77 - T_1 : Analyse des objectifs - (Cahier de l'I.R.E.M. de Bordeaux - 1978)

Comporte, entre autre, un résumé des différentes conceptions de l'apprentissage des mathématiques :

- *les méthodes centrées sur le contenu.*
- *les méthodes actives.*
- *la construction des connaissances.*

[D_6] : DIENES Z.P. : Les six étapes du processus d'apprentissage en mathématique - (O.C.D.L. 1970) .

[D_7] : DOUADY Régine : Une expérience à Montrouge - (1976 - Educational Studies in Mathematics - vol. 7 - n° 1/2)

Permet, en particulier, de s'interroger sur le rôle et le statut de productions des enfants.

[E_1] : EILLER R., RAVENEL R. et S. : Math. et Calcul C.M.1 - (Hachette - 1975) .

[E_2] : EILLER R., RAVENEL R. et S. : Math. et Calcul C.M.1, livre du maître - (Hachette - 1975) .

[E_3] : ERMEL : Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire : cycle préparatoire - (O.C.D.L. 1977) .

[E_4] : ERMEL : Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire : cycle élémentaire - (O.C.D.L. 1978) .

[F_1] : FP$_1$ NANCY : 3e, 4e, 5e séquences sur la division euclidienne au C.M.1. - 4e et 5e séquences sur la division euclidienne au C.M.2. - (janvier 79 - Extraits de Cahiers de Stage)

Fiches, déroulement, observations.

[G_1] : GLAESER Georges : La conception génétique - (Cours de 3e cycle - I.R.E.M. de Strasbourg)

- *Importance du point de vue génétique en didactique des mathématiques.*
- *Le dogmatisme.*
- *Hérédité et milieu.*
- *Les stades du développement intellectuel.*

[G_2] : GLAESER Georges : Racines historiques de la didactique des mathématiques - (Cours de 3e cycle - I.R.E.M. de Strasbourg)

Tour d'horizon historique et géographique des différentes pédagogies de l'enseignement des mathématiques depuis la scolarisation universelle jusqu'à nos jours.
Contient une très riche documentation.

[I_1] : IREM de BORDEAUX : La multiplication au C.E. - (1974 - IREM de Bordeaux).

[I_2] : IREM de BORDEAUX : L'observation à l'école expérimentale Jules Michelet - (1976 - Cahier n° 17 de l'IREM de Bordeaux)

- *Les différentes équipes, leur fonction, leur travail.*
- *Chronologie d'une observation.*
- *Un exemple de leçon observée : procédé de calcul par Galosia, jeu du pas d'accord.*

[I_3] : IREM de STRASBOURG : Confection et utilisation de grilles d'observation en classe - (Bulletin Inter IREM n° 12)

Grille centrée sur la nature des interventions respectives du professeur et de l'élève : question, affirmation, ordre, jugement de valeur.

[I_4] : IREM de STRASBOURG : La communication dans la classe - ("L'Ouvert" - n° 11)

Exemple d'utilisation d'une grille du type précédent. Analyse des résultats obtenus.

[I_5] : IREM de STRASBOURG : Recension du livre de Madame F. JAULIN-MANNONI - ("L'Ouvert" - n° 11) .

[J_1] : JAULIN-MANNONI Francine : Le Pourquoi en Mathématique - (E.S.F. 1975)

Analyse de la notion d'évidence dans l'activité mathématique.
La pensée logico-mathématique ne peut être que très partiellement consciente d'elle-même.
Seconde partie consacrée à l'étude de la commutativité de la multiplication et à des descriptions de cas de rééducation relatives à la notion de produit.

[L_1] : LANDSHEERE Gilbert de : Introduction à la recherche en éducation - (Armand Collin Bourrelier - 1975) .

[P_1] : PAGNOL Marcel : Le temps des amours - (Julliard)

"En somme, ce n'était pas un cours de sciences : c'était un cours de religion scientifique" (p. 325 →) .

[P_2] : PIAGET Jean : L'équilibration des structures cognitives - (P.U.F. 1975)

"L'idée de départ est banale : si diverses que soient les fins poursuivies par l'action et la pensée, le sujet cherche à éviter l'incohérence et tend donc toujours vers certaines formes d'équilibre.

Le concept central qui nous paraît s'imposer dans l'explication du développement cognitif (qu'il s'agisse de l'histoire des sciences aussi bien que de psychogénèse) est donc celui d'une amélioration des formes d'équilibre, autrement dit d'une "équilibration majorante". Notre effort a consisté a en chercher les mécanismes, le problème étant de rendre compte de ses deux dimensions inséparables : la compensation des perturbations responsables du déséquilibre motivant la recherche et la construction de nouveautés caractérisant la majoration".

[P_3] : PICARD Nicole : Agir pour abstraire - (O.C.D.L. 1976) .

[R_1] : RATSIMBA-RAJOHN Harisson : Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques - (IREM de Bordeaux)

Met en évidence, sur des exemples variés, empruntés à des manuels de mathématique, certaine démarche commune d'introduction des objets mathématiques : l'ostension.
Analyse des conceptions sous-jacentes.

[S_1] : SALIN Marie-Hélène : Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire - (Etudes didactiques des mathématiques - IREM de Bordeaux - 1976)

Erreur et échec.
L'erreur du point de vue du maître (caractérisation des erreurs par le maître, attitude du maître face aux erreurs).
L'erreur du point de vue de l'enfant (erreur et affectivité, comportements face à l'échec).

[T_1] : TEXTES OFFICIELS : Enseignement des mathématiques au cycle préparatoire (1977) et au cycle élémentaire (1978) : programmes et instructions complémentaires - (B.O. du 31 mars 1977 et B.O. du 31 mars 1978) .

[V_1] : VINRICH Gérard : Dépendances : cohérence et interprétation des décisions du maître relatives à l'ordre de présentation des résultats - (1976 - Etudes en didactique des mathématiques - IREM de Bordeaux) .

[X_1] : X ? : L'analyse des actes pédagogiques - (1971 - Science de l'Education - n° 1)
Propose une grille d'observation prenant simultanément en compte les actes pédagogiques du maître et l'intention dominante de l'acte.

• • •

VIDEOGRAPHIE POUR LE GROUPE N

- *Série "Atelier de Pédagogie"* :

[V_2] : Une utilisation de la soustraction au C.E. - (1971 - Chambéry) .

[V_3] : Qui dira vingt - (1973 - Bordeaux) .

[V_4] : Algorithme de la division - (1974 - Bordeaux) .

[V_5] : Reste d'une somme dans une division - (1974 - Toulouse) .

[V_6] : Mesure I - (1974 - Melun) .

[V_7] : Mesure II - (1974 - Bordeaux) .

[V_8] : L'enfant et les sciences expérimentales. L'enseignement des sciences expérimentales à l'école primaire : perspectives piagétiennes - (1976 - Genève) .

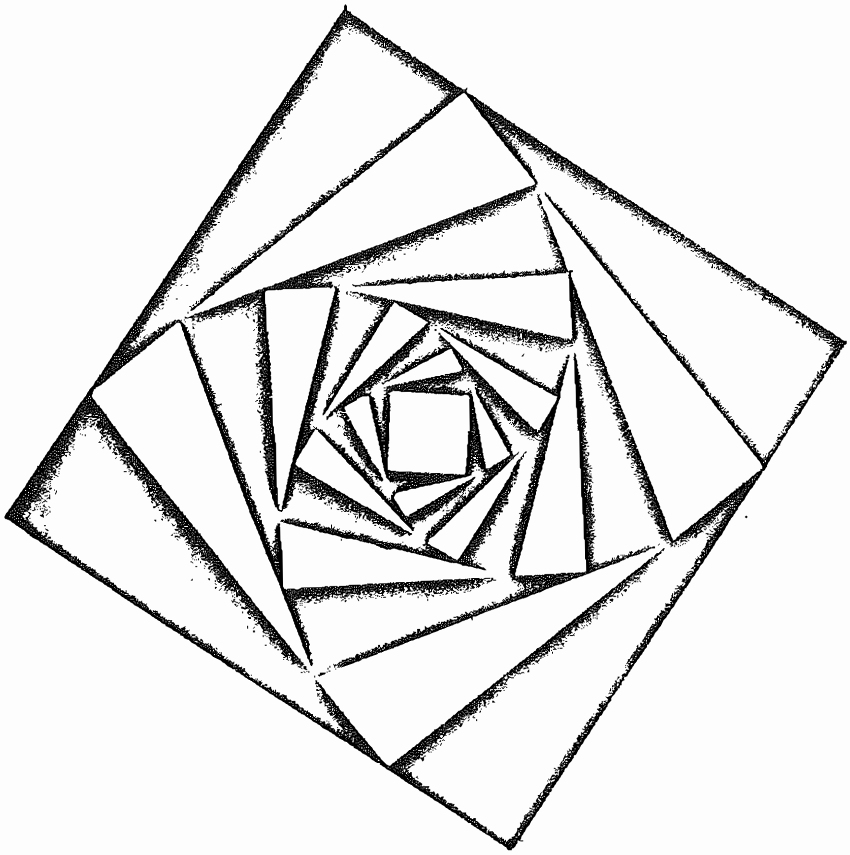
[V_9] : Les Quintaroas - (1978 - Nice) .

[V_{10}] : Réflexion sur une construction des décimaux - (1978 - Bordeaux) .

- *Série "Témoignage pédagogique"* :

[V_{11}] : L'addition au C.E.1 - 2 leçons - (1971 - Bordeaux) .

• • •



LISTE ALPHABÉTIQUE ET ADRESSES DES PARTICIPANTS AU COLLOQUE DE BOMBANNES.

ADAINE Lucien	Ecole Normale - FORT DE FRANCE - Martinique 97200
AMIOT Michèle	La Pastourelle Bat.C 07000 PRIVAS
ANICOTTE Sylviane	2, rue de Berne - 80000 AMIENS
ARTIGUE Michèle	118 av. St Exupéry - 92160 ANTONY
AUBURTIN Mireille	10, Allée Debussy - 54420 SAULXULES LES NANCY
AUTEBERT André	7, rue de Béarn - 41000 BLOIS
BALACHEFF Nicolas	11, Bd du Maréchal Leclerc - 38000 GRENOBLE
BALACHEFF Danielle	" " " " "
BARSEYNI René	Ecole Normale de Fondettes - 37230 LUYNES
BEAUFORT Dominique	16, Bd de la Courtille - 28000 CHARTRES
BEGUE Jane	Ecole Normale - 09000 FOIX
BEIGBEDER Augusta	Ecole Normale Mixte rue Paul Petit 42100 ST ETIENNE
BENHADJ Jocelyne	43 Bd Pierre Raunet 94370 SUCY-en-BRIE
BERTHELOT René	Villa "Claire-Joie" Maucor 64160 MORLAAS
BESSOT Annie	21, rue Servant - 38000 GRENOBLE
BETHERMIN Marie-Claire	14, rue de Boisleux Ficheux - 63173 RIVIERE
BEUCHEY Roger	Tourelles de Charlin, Tour 9, 33700 MERIGNAC
BLANC Michel	3, Av. du Puits - 06000 NICE
BOET Jeanine	3, rue de la Concorde 93150 LE BLANC MESNIL
BOLON Jeanne	54, Av. de Verdun - 78290 CROISSY S/SEINE
BONNEMAIRE Anne	4, rue d'Aquitaine - 60000 BEAUVAIS
BONNEVAL Antoine	8, Place Léon Bourgeois - 95300 PONTOISE
BONTE Eric	11, rue des Chaines 78110 LE VESINET
BOSLAND Richard	71, ch. du Périmètre 74000 ANNECY
BOULE François	2, Av. de Soubise - 59100 LAMBERSART
BOURDIL Anne-Marie	1, Av. Marc Purat - 23000 GUERET
BOUSREZ Evelyne	Ecole Normale rue J.B Clément - 08000 CHARLEVILLE MEZIERES
BRIAND Joël	Rés. Le Signal Bât. B.1 - 33700 MERIGNAC
BRISSIAUD Rémi	11, Allée Romain Rolland - 95100 ARGENTEUIL
BROUSSEAU Guy	Rés. "Les Ombrages" A.1, Av. de Thouars - 33400 TALENCE
BRUN Jean-Louis	I.R.E.M de REIMS, Fac. des Sciences BP 347, 51062 REIMS CEDEX
BUCHIER Jeanne	8, rue du Maréchal Juin - 57000 METZ-BELLECROIX

.../...

BUISSON Geneviève	Maison des Etudiants suédois, Cité Univ. 7F Bld Jourdan 75014 PARIS
BURGUN Micheline	22, Cours de la Libération - 38100 GRENOBLE
BURNIER Suzanne	74290 - TALLOIRES
CALBRIX Jean	Fac. des Sciences - 76130 MONT-ST AIGNAN
CHABROULET Marie-Thérèse	19, rue de Charrières-Seyssins 38170 SEYSSINET PARISOT
CHAMPION Claudette	142, rue de Provence 71000 MACON
CHAPIN Monique	4, rue de Quimper 35000 RENNES
CHARNAY Roland	Marillat 01440 VIRIAT
CHAUVAT Danielle	6, rue de Friedland - 44000 NANTES
CLAROU Philippe	84, rue Faventines 26000 VALENCE
COLLONGE Marie-Pierre	5, Allée des Micocouliers 95400 VILLIERS LE BEL
COLMEZ Jean	IREM de BORDEAUX
COLMEZ François	55 bis, Av. du Bois de Verrières 92160 ANTONY
COROLLEUR Annick	3, rue Moll 49000 ANGERS
COURRIERE Michel	25, Av. Desomboix 06000 NICE
DELIN Danielle	23 bis, rue de la Malnoue 44230 ST SEBASTIEN
DEMARS Suzanne	42, rue Pierre Belon 72000 LE MANS
DIDRY Jean-Marie	9, rue de Malines 54500 VANDOEUVRE
DILHAT Paul	Ecole Normale d'AVIGNON 114, Rte de Tarascon 84003 AVIGNON
DOSSAT Luce	IREM de CLERMONT FERRAND - Complexe Scientifique des Cézeaux BP 45.63170 AUBIERE
DUBOIS Colette	265, rue de Meaux 93410 VAUJOURS
DUCORAIL Jean-Claude	39, Av. Rambaud 85400 LUÇON
DURPAIRE Jean-Louis	9, rue des Chênes Verts 86240 LIGUGE
DUVAL Alain	Ecole Normale Av. de Verdun 33700 MERIGNAC
EBERHARD Madeleine	55, les Plantées Biviers 38330 SAINT ISMIER
EL BOUAZZAOUI Habiba	Rés. Compostelle 125 D1 - 33600 PESSAC
ESPINASSE Albert	26, rue Calbet 47000 AGEN
FANGEAUX Bernard	9, rue de Latte 55310 TRONVILLE EN BAROIS
FEULIE Gérard	Villa Frondella 187, Av. Montardon 64000 PAU
FILIPPI Jean	Chemin de Ste Pile 83300 DRAGUIGNAN
FISCHER Jean-Paul	7, rue Begin 57000 METZ
FONTVERNE Suzy	Le Banville Bat A, 18 rue Gasparoux 03000 MOULINS
FOULON Marc	16, rue Joseph Poulain 59950 AUBY
FOURGEAUD Colette	36, rue du Temple 62000 ARRAS
FREDON Daniel	40, rue Regnard 87100 LIMOGES
FREMIN Marianne	44, rue de la Division Leclerc 92140 CLAMART
FRETEL Jean	20, rue Jeanne d'Arc 29120 PONT L'ABBE
FRIMIGACCI Joseph	Tour Armoire Castelvecchio 20000 AJACCIO
GAMBADE Odette	8, rue des Clématites 21800 CHEVIGNY ST SAUVEUR
GARREAU Carmen	37, Place de l'Europe 72190 COULAINES
GASPARI Emile	Chemin du Lombardon 81000 ALBI

.../...

GAUDELET Nicole	25, rue Edgar Quinet 93120 LA COURNEUVE
GIRARD Jeanine	33, rue de Vienne 72190 COULAINES
GLAYMANN Maurice	Le Banville Bât. A 18, rue Gaspard Roux 03100 MOULINS
GOIX Jean-Claude	20, rue Gustave Flaubert 45100 ORLEANS
GUIGNARD Jean-Marie	81 Route de Ligugé 86280 SAINT BENOIT
GUILLERAULT Mireille	31, chemin Perrin 38100 GRENOBLE
GUILLERAULT Michel	" " " "
GUILLOSOT Denise	171, rue de Fougères 35000 RENNES
GUINET Raymond	63, rés. Voloinx 38340 VOREPPE
HACHELOUF Aimé	I.R.E.M, Tour de Mathématiques, Domaine Univ. BP 41 38401 ST MARTIN D'HERES
HANSEL Natacha	1, rue des Fauvettes 55000 BAR LE DUC
HASCOET Michèle	12, rue de Bellevue 27000 EVREUX
HUGUET François	Menfours Route du Pont Quéau - 29000 QUIMPER
JARRIS Michel	52, rue des Saules 33500 LIBOURNE
JOSEPH Jean-François	13, rue du Stade 85170 BELLEVILLE SUR VIC
KEROMNES Jean	Bd St Roch Changé 53000 LAVAL
LACHEREZ Liliane	35, rue de la Fontaine 80 LOEUILLY
LAISNE Michel	1792 rue Nationale 62117 BREBIERES
LAMBERT Jean	2, rue de Mainveaux E1 54130 ST MAX
LATAPIE Michel	Ecole Normale BP 99 - 97110 POINTE A PITRE
LAVILLUNIERE Michel	79, rue Marcadet 75018 PARIS
LE CALVEZ Charles	5, rue du Léon 29000 QUIMPER
LECOQ Jacques	16, rue du Plateau Fleury 14000 CAEN
LEGER Didier	4, rue du Missouri 02000 LAON
LE GOFF Alice	10 rés. du Golfe 56000 VANNES
LE GREVELLEC Lucien	17, Av? des Glénans 29000 QUIMPER
LE PEZRON Yves	3, place de la Liberté 22000 SAINT-BRIEUC
LE POCHE Gabriel	93, Bd Frédéric Chapelet Apt 102 - 53000 LAVAL
LEYROLLE Roger	Ecole Normale d'AURILLAC 15000
MAC Simon	Ecole Normale FORT DE FRANCE - 97200
MARECHAL Michel	15 Pte de Bourgogne 08000 CHARLEVILLE
MARIN Jean-Pierre	Puiseux en Retz 02600 VILLARS COTTERETS
MARTIN Francette	6, Allée Maryse Bastié 33600 PESSAC
MARTINELLI Elise	Ecole Normale de filles 9, rue J.Bocq 38000 GRENOBLE
MATHIEU Claude	53, rue de la Clairière 08000 CHARLEVILLE MEZIERES
MAURIN Roger	25, rte d'Allègre 43350 ST PAULIEN
MEFFRE Marie-Hélène	Le Montagnet 1. 9, rue des Frères Vallon 13100 AIX EN PROVENCE
MERIGOT Michel	IREM de NICE - Parc Valrose 06034 NICE Cedex
MEUNIER Claudette	rue des Vergers 33560 CARBON BLANC
MICHARD Madeleine	Bourg de Québriac 35190 TINTENIAC

.../...

MIELE Pierre	3, rue du Baron Perret 15000 AURILLAC
MUNIER Jean-Marie	Rozian Sud n° 10 Chamarandes 52000 CHAUMONT
NADAUD Marc	Rés. Montorgé rue Henri Choquet Varennes-Vauzelles 58000 NEVERS
NASSIET Jean	Ecole de Crépy en Laonnais 02000 LAON
NEYRET Robert	29, rue des Eaux Claires 38100 GRENOBLE
NOBLET Claudine	7, rue de l'Orangerie 78000 VERSAILLES
NOGARIE Danielle	97 B, rue P. Brunier 69300 CALLUIRE
ORIOL Jean-Claude	Hameau Le Gouter, Herbeys, 38320 EYBENS
PAINCHAULT Jacques	Chemin de Chevaline 73100 AIX LES BAINS
PARISELLE Claude	IREM de GRENOBLE, Tour de Math. Dom. Univ. BP 41 38401-ST-MARTIN D'HERES
PAUVERT Marcelle	10, rue Léo Desjardins 93250 VILLEMONBLE
PEAULT Hervé	21, rue de la Genvrie 49000 ANGERS
PELE Colette	16, rue Fagon 75013 PARIS
PELE Albert	Ecole Publique de Montigné le Brillant 53260 ENTRAMMES
PINET Bernard	41, rue Lavoisier 47000 AGEN
PLOURIN Régine	Kroaz Hent Ploeren 56000 VANNES
PORCEL Nicole	520, rue du Dr Jean Michel Bat C 39000 LONS LE SAULNIER
De POSTEL Catherine	27, rue Dareau 75014 PARIS
PROUTEAU Christian	Rés. Auguste Renoir 25-27, rue Formigé - 33 LE BOUSCAT
RAMBAUD Noëlle	158, rue Rambuteau 71000 MACON
RATSIMBA-RAJOHN Harrisson	Rés. Lorrenzaccio Entrée A - Log. 402, rue Alfret de Musset 33400 TALENCE
REDON René	193, Av. Félix Faure 69003 LYON
RICHON Georges	4, rue d'Aquitaine 60000 BEAUVAIS
RIMBAULT Claude	Bourg 22440 PLOUFRAGAN
ROBINET Jacqueline	114, av. St Exupéry 92160 ANTONY
ROGALSKI Jeanine	38, rue Bezout 75014 PARIS
ROUCHIER André	IREM d'ORLEANS Domaine Universitaire 45045 ORLEANS CEDEX
ROUGIER Jeanne	35, av. de la Vienne 87170 ISLE
SALIN Marie-Hélène	12, rue Jules Testaud 33700 MERIGNAC
SERRET Jean	33, rue Sadi Carnot 26400 CREST
SIBILLE Michel	Chemin des Lignottes 54690 LAY ST CHRISTOPHE
SIBILLE Pierrette	" " " " " "
SIRCOGLOU Basile	31/73 rue Ampère 52000 CHAUMONT
TEULE-SENSACQ Pierre	Villa Itsala Haut Mauco 40000 MONT DE MARSAN
THIBAULT Nicole	15 Bd de la Buffardière 27000 EVREUX
THIRIOUX André	125, rue Jaubert 13005 MARSEILLE
TREHARD Françoise	16, av. Archereau Apt 391 75019 PARIS
UGER Patrick	9, rue des Pâquerettes 24000 PERIGUEUX
UNGER Dominique	51, rue Albert de Mun 94100 ST MAUR
VARIN Bernard	6, rue du Maréchal Juin 57000 MONTIGNY LES METZ

.../...

VAULTRIN Madeleine	2, rue des Sables d'Or Apt 832 - 72100 LE MANS
VERNET Jean-Marie	4, allée des Alpilles 30400 VILLENEUVE LES AVIGNON
VIALES A.	33, rue des Roseaux - 31400 TOULOUSE
VIDAL Claude	58, rue de la Hotte 45400 CHANTEAU
VINEL Jean-Pierre	130, rue du Grand Douzillé 49000 ANGERS
WITTINDI Kambale	Rés. Les Acacias 33560 CARBON BLANC
WOROBEL Michel	1, Allée de Bescheveau 89000 AUXERRE
VINRICH Gérard	I.R.E.M de BORDEAUX, 351, Cours de la Libération