IREM De NICE

SEMINAIRE NATIONAL DES PROFESSEURS D'ECOLE NORMALE

nice les

30-31 Janvier 1976

SEMINAIRE NATIONAL DES PROFESSEURS D'ECOLE NORMALE

IREM de NICE - 30-31 Janvier 1976

ASPECTS DE LA FORMATION INITIALE ET CONTINUE DES INSTITUTEURS

COMPTE-RENDU DU GROUPE A

I - THEME :

Détermination des connaissances minimales en mathématiques pour les futurs normaliens.
Recherche de modalités permettant de vérifier à la fois les connaissances et certaines aptitudes des candidats.

II - LISTE DES PARTICIPANTS INSCRITS AU GROUPE

• Inspection générale :	M. DUMA Roger	
• IREM de BORDEAUX		
*TEULE Pierre	P.E.N.	Mont de Marsan
*BROUSSEAU Guy	Maître-Assistant	IREM de Bordeaux
• IREM de CLERMONT		
DOSSAT Luce	P.E.N.	Moulins
MAURIN Roger	C.P.C.	Le Puy
• IREM de DIJON		
GAMBADE Odette	P.E.N.	Dijon
*NADAUD Marc	P.E.N.	Nevers
• IREM de GRENOBLE		
*JACQUEMIER Philippe	I.D.E.N.	Grenoble
• IREM de LILLE		
*LAISNE Michel	P.E.N.	Douai
• IREM de LYON		
*CARRIER Jean	P.E.N.	Lyon
• IREM de MARSEILLE		
*COIFFARD Michel	P.E.N.	Aix-en-Provence
RAULIN Laurence	Pr. C.E.S.	Marseille
• IREM de MONTPELLIER		
*BOUET Simone	P.E.N.	Nîmes
*DESCHAMPS Paul	P.E.N.	Montpellier
*LUCCHINI Antoine	P.E.N.	Nîmes

• IREM de NANCY		
LAMBERT Jean	P. E. N.	Nancy
*SIBILLE Michel	P. E. N.	Nancy
*VARIN Bernard	P. E. N.	Metz
• IREM de NICE		
*SALVANO Jacqueline	-	Nice
*MARIA José	Pr. Lycée	Nice
*PERBOST Paul	P. E. N.	Nice
MARTIN Jean	P. E. N.	Draguignan
• IREM d'ORLEANS		
JEANGIRARD Anne-Marie	P. E. N.	Orléans
• IREM de PARIS-NORD		
*PIERQUET Patrick	P. E. N.	Val d'Oise
• IREM de REIMS		
BOLOTTE Jeanne	P. E. N.	
* BRUN Jean-Louis	P. E. N.	Mézières-Charleville
*MATHIEU Claude	P. E. N.	Mézières-Charleville
• IREM de RENNES		
*RIMBAUD Claude	P. E. N.	Saint-Brieuc
• IREM de STRASBOURG		
*EILLER Robert animateur du groupe	I. D. E. N. - P. E. N.	Strasbourg

Remarque

Les collègues dont les noms sont précédés d'une astérisque se sont inscrits sur la liste des personnes qui acceptent "d'expérimenter" des tests.

Cela n'exclue pas les autres biensûr, en particulier :
M. COLMEZ (Irem Paris-Sud) s'est également porté volontaire pour cette expérimentation. (cf. conclusions).

III - TRAVAIL DE REFLEXION DU GROUPE

A - Remarques préliminaires

A_1) Les modalités du recrutement des maîtres de l'école élémentaire sont à l'heure actuelle, encore déterminées par l'arrêté du 7 juin 1946, dont nous donnons le texte :

Art. 90 nouveau (arrêté du 7 juin 1946). - Le concours d'admission en troisième année des écoles normales primaires comprend deux séries d'épreuves.

Les épreuves de la première série sont :
1°) Une dissertation qui servira en même temps d'épreuve d'orthographe et d'écriture. Durée : trois heures ; coéfficient : 3 pour la dissertation, 2 pour l'orthographe, 1 pour l'écriture.

2°) Le compte rendu écrit d'un exposé d'ordre scientifique comportant des expériences ou des observations. Coéfficient : 3. Durée de l'exposé : une demi-heure ; de la rédaction : une heure.

Les épreuves de la deuxième série sont :
1°) Une explication de texte. Durée : vingt minutes ; coefficient : 4 .

2°) Un exposé à faire par le candidat sur un sujet d'ordre général tiré au sort. Durée de la préparation : une heure ; durée de l'exposé : vingt minutes ; coéfficient : 4 .

3°) Un dessin ou le schéma explicatif d'un mécanisme simple mis entre les mains des candidats. Durée : deux heures ; coefficient : 2.

Art. 91 (idem). - Les épreuves de la première série de chacun des deux concours sont subies au siège même de l'établissement qui doit recevoir les élèves-maîtres et les élèves maîtresses.

Les sujets de composition sont choisis par le recteur en comité des inspecteurs d'académie du ressort. Ils peuvent être choisis par le ministre. Ces sujets sont enfermés sous pli cacheté. Le pli est ouvert par le président de la commission ou son délégué en présence des candidats.

Les compositions doivent porter, sur en-tête détachable et numéroté, les noms et prénoms des candidats. Les copies ne sont identifiées qu'après achèvement des corrections et relèvement des notes.

Art. 92 (idem). - La liste des candidats déclarés admissibles aux épreuves de la deuxième série est dressée par ordre alphabétique.

Pendant la durée des épreuves, les candidats seront, en principe logés et nourris dans l'établissement où se passe le concours. La dépense est à la charge des familles. Chaque année, le recteur détermine le montant de ces frais par candidat. La somme ainsi fixée doit être versée entre les mains de l'économe par chacun des concurrents.

Art. 93 (idem). - Chacune des épreuves est notée de 0 à 20.
Nul candidat ne peut être déclaré admissible aux épreuves de la deuxième série s'il n'a pas obtenu la moyenne pour l'ensemble des épreuves de la première série.

Aux différentes épreuves des deux séries, la note zéro n'est maintenue qu'après délibération du jury. Elle est éliminatoire.

Art. 94 (idem). - Quand les épreuves de la deuxième série sont terminées, la commission arrête le classement, par ordre de mérite, des candidats qui ont obtenu au moins la moyenne pour l'ensemble des épreuves de cette série.

Les résultats du concours sont proclamés, avant le départ des candidats par le président de la commission d'examen.

La liste d'admission des élèves-maîtres et des élèves-maîtresses, y compris, le cas échéant, la liste supplémentaire prévue à l'article 73 du décret du 6 juin 1946, est arrêtée par le recteur.

La formule du concours d'entrée en 1ère année d'Ecole Normale, (classe de seconde), déjà en voie de disparition dans de nombreux départements, est progressivement remplacée par celle du concours fort - baccalauréat.

Or les modalités du concours type 1946 ne semblent plus convenir à l'orientation prise par la pédagogie du cycle élémentaire et la formation initiale des instituteurs.
Il y a donc lieu de réfléchir à une nouvelle formule.

Bien entendu, les professeurs de mathématiques ne sont pas les seuls concernés par cette réflexion.
Il faudrait que des équipes interdisciplinaires de Professeurs d'Ecole Normale se penchent sur le problème "global" du recrutement des maîtres du 1er degré, éventuellement dans un cadre différent de celui d'un séminaire IREM-APM-EN .

A cet égard, l'équipe des professeurs de l'Ecole Normale de STRASBOURG avenue de la Fontaine Noire, a fait des propositions pour un nouveau mode de recrutement.

Un travail analogue a été effectué dans l'Académie de NANCY-METZ, par un groupe d'I.D.E.N. et de P.E.N.

Des discussions sur ces propositions n'ont pas été prévues à l'ordre du jour, mais il est tout de même intéressant de les signaler.

A$_2$) Propositions de Strasbourg

1. Première série d'épreuves : admissibilité

1.1.) Français : contraction de texte
1.2.) Mathématiques : test (sondage de connaissances et raisonnement)
1.3.) Psychologie : tests collectifs (forme et développement de l'intelligence)

2. Deuxième série d'épreuves : admission

2.1.) Activités d'éveil à dominante intellectuelle
- Etude d'un document : Histoire-Géographie
Sciences naturelles
Sciences physiques

2.2.) Activités d'éveil à dominante artistique
- Etude de document
- Epreuve de créativité

2.3.) Langue vivante
- Test de compréhension et connaissances (du type questionnaire à choix multiples)

2.4.) E.P.S.
- Exercices fonctionnels

2.5.) Entretien avec le jury

COMMENTAIRES

1.1.) Il s'agirait de faire une réduction d'un texte non nécessairement "littéraire" - construite logiquement et formulée clairement.

1.2.) Le test de mathématique porterait sur des connaissances élémentaires et comporterait des exercices destinés à mettre en évidence les capacités de réflexion du candidat.

1.3.) Tests de type D.48 ou analogiques destinés à évaluer la forme et le développement de l'intelligence.

Les épreuves précédentes (1.1. à 1.3.) viseraient à éliminer les candidats dont les connaissances élémentaires paraîtraient trop lacunaires, l'E.N. n'étant pas une école de "rattrapage".

D'autre part, la souplesse et la richesse de l'intelligence doivent être évaluées pour que les personnes étroitement limitées à leurs apprentissages scolaires ne puissent se destiner à ouvrir aux enfants ce à quoi elles sont demeurées closes.

2.1.) Le travail sur document, en présence du jury permettrait d'évaluer la familiarité du candidat avec ce type d'exercice, les connaissances éventuelles qu'il mobilise à ce propos, et surtout, son aptitude à s'adapter à une situation peu commune et à en tirer réflexion. On peut également se faire à cette occasion, une idée assez précise de l'éventail des intérêts du candidat et de sa sensibilité, de ses initiatives et de son inventivité.

2.3.) L'épreuve de Langue se présenterait de la façon suivante : un texte préalablement enregistré serait diffusé aux candidats et suivi de questions (Q.C.M.) portant sur la compréhension et la connaissance de la langue.

2.4.) En E.P.S., on proposerait une série d'exercices simples destinés à montrer la disponobilité corporelle du candidat, en excluant les "performances".

2.5.) Enfin, l'entretien serait destiné à apprécier les qualités de contact du candidat et à préciser les points douteux qui auraient pu surgir au cours de l'ensemble des épreuves précédentes.

Un tel schéma a l'avantage de bien coïncider avec la conception actuelle de la formation initiale des instituteurs. Mais un tel concours serait "lourd". On peut envisager d'autres modalités, plus "simples" du type "Entretiens" à l'entrée des Centres de Formation des PEGC.

A_3) Propositions de Nancy-Metz

Ces propositions prennent acte des modifications à venir :

- Dans le second cycle du second degré, à savoir, l'adoption d'un tronc-commun jusqu'en première, et d'un baccalauréat optionnel.
- Au niveau de la formation initiale qui se ferait en trois ans permettant une promotion de la fonction d'instituteur. A cet égard il convient d'insister sur la nécessité d'un programme cohérent s'opposant au simple étalement sur trois ans de l'actuelle formation.

Le but à atteindre, est de former des instituteurs polyvalents ayant cultivé cependant un point fort peut-être en vue d'une spécialisation.
Le concours ouvert à tous les bacheliers ne porterait pas sur un programme particulier, mais devrait fournir des normaliens ne présentant pas de grosses lacunes.

Il comprendrait trois étapes :

1. Epreuves écrites

1.1.) Dissertation : qui combinerait Français et Sciences humaines par le développement d'un sujet général lié à une de ces sciences.

1.2.) Epreuve scientifique : portant sur la mathématisation d'une situation concrète et faisant appel dans l'ensemble, aux connaissances acquises dans le tronc commun.

2. Visite médicale et E.P.S.

Tout candidat admissible subirait une visite médicale, puis une épreuve tendant à juger de ses qualités générales de coordination, de latéralisation .. sans souci de performances sportives.

3. Epreuves orales

Les candidats ayant franchi ces caps choisiraient deux options à l'oral.

3.1.) Option artistique
L'éventail proposé serait assez large : musique, arts plastiques, art dramatique, audio-visuel ...

3.3.) Option à caractère plus général.
A choisir parmi : Français, philosophie, mathématiques, sciences-physiques, sciences naturelles, histoire-géographie.
Elle pourrait se présenter sous la forme d'une étude de document, suivie d'un court exposé et d'un entretien avec le jury.

COMMENTAIRES

1.1.) Bien que la première épreuve implique l'attribution d'une note pour le style et l'orthographe d'une part, la réflexion et le contenu d'autre part, elle ne doit pas d'une manière détournée, réintroduire la situation antérieure.

1.1. et 1.2.) Une note éliminatoire (par exemple 6/20 à l'une et l'autre épreuve est souhaitable).

2.1.) On notera l'identité des points de vue concernant l'E.P.S. dans les deux types de propositions.

3.1.) Ces propositions ont l'avantage d'être adaptées à la formation antérieure des candidats.

- Dans la mesure où le mode de recrutement actuel (arrêté de 1946) ne prévoit aucun contrôle en mathématique, le groupe s'est intéressé dans une optique prospective, aux questions suivantes :

a) Faut-il prévoir une épreuve de mathématique au futur concours d'entrée à l'Ecole Normale ?

b) Dans l'affirmative, à quels objectifs une telle épreuve doit-elle répondre ?

c) Sous quelle forme faudrait-il concevoir la ou les épreuves ?

Les réponses à ces questions, fournies par différentes personnes et différents groupes figurent dans le tableau suivant :

nature du groupe	1ère Question Faut-il prévoir une épreuve de mathématique? (justification)	2ème Question Objectifs	3ème Question Modalités
Inspection G^{le} M. DUMA	Déterminer un OUI	Déterminer un certain nombre de connaissances élémentaires. Essayer de juger une "attitude" vis-à-vis des mathématiques. Il ne saurait être question à ce stade de déceler les aptitudes à transmettre les mathématiques	Il ne faudrait pas figer une fois pour toutes un type d'épreuve. Il convient d'envisager différentes modalités. (tests, entretiens, études de documents)
IREM de BORDEAUX	OUI "nuancé"	Il faudrait pouvoir distinguer à travers une éventuelle épreuve: 1) des candidats présentant des "bloc âges" rédibitoires. 2) des candidats ayant des difficultés susceptibles d'être surmontées au cours de la formation initiale 3) des candidats "sans problème"	Quelques soient les modalités envisagées, il faudrait expérimenter celles-ci et si possible "étalonner" l'épreuve choisie.
IREM de NANCY	OUI à condition de réaliser l'adéquation des épreuves aux objectifs de la formation initiale et aussi à "l'emploi pédagogique" du futur maître, la spécialisation n'était pas à écarter. Des expériences en ce sens ont été entreprises dans l'académie de NANCY-METZ	Il s'agit de déterminer des aptitudes - au raisonnement - à l'itération - à l'utilisation de symboles - à la critique et à l'initiative	Epreuve portant sur la mathématisation d'une situation concrète et faisant appel dans l'ensemble aux connaissances acquises lors du tronc commun en 2e cycle du second degré (cf. A_3).

suite page 10

nature du groupe	1ère Question Faut-il prévoir une épreuve de mathématique? (justification)	2ème Question Objectifs	3ème Question Modalités
IREM de NICE	OUI	a) examen du sens de la logique b) vérification de la possession d'un savoir de base c) capacité de réinvestir des connaissances d) contrôle de l'aptitude à l'analyse e) capacité à la mathématisation d'une situation	Epreuve en deux parties distinctes. Première partie Elle concerne les objectifs a), b), etc... Il peut s'agir d'un test du type 30 questions en 30 minutes. Deuxième partie Etude d'un problème "ouvert" dans lequel la démarche de l'énoncé vers des éléments de solution est assez longue et laissée à l'initiative du candidat. L'intérêt de cette épreuve serait de mettre en valeur l'évolution d'un tâtonnement anarchique vers un travail plus organisé, grâce à l'analyse progressive de la situation et des échecs ou difficultés successifs du candidat. Le sujet serait accompagné d'indications faisant comprendre aux candidats ce qu'on attend d'eux (c'est-à-dire des étapes d'une recherche plus que l'obtention d'un résultat à tout prix).

suite page 11

nature du groupe	1ère Question Faut-il prévoir une épreuve de mathématique? (justification)	2ème Question Objectifs	3ème Question Modalités
IREM d'ORLEANS	OUI	On pose le problème de la polyvalence de l'instituteur. Si cette polyvalence est maintenue il faudrait envisager une épreu- visant surtout à contrôler un certain nombre de connaissances élémentaires.	Test Le programme de référence serait celui du cycle élémentaire
IREM de PARIS	La nécessité d'une épreuve de mathématique ne paraît pas évidente. Par contre, on admet la possibilité d'une épreuve permettant de détecter un certain nombre d'aptitudes.	Les aptitudes à contrôler devraient être en accord avec les objectifs de la formation initiale des instituteurs	non précisées
IREM de RENNES	OUI	L'épreuve ne doit pas tant juger les connaissances que l'attitude devant une situation mathématisée ou à mathématiser	On envisage soit : - une batterie d'exercices - soit l'étude d'un "problème" ou les deux à la fois.
IREM de STRASBOURG	OUI	L'Ecole Normale étant surtout chargée d'assurer la formation professionnelle des maîtres et non du "rattrapage", il faudrait - <u>d'une part</u>, vérifier si un certain nombre d'algorithmes et de connaissances de base sont acquises. - <u>d'autre part</u>, détecter des aptitudes à : • à analyser une situation • à communiquer (aisance • et clarté dans l'exposé d'un sujet	Il ne saurait être question, d'une épreuve de Maths comparable à celle du baccalauréat. On peut envisager : <u>à l'écrit</u>, un test comportant des exercices et des petits "problèmes". <u>à l'oral</u>, une étude de document ou d'une situation du type : "problème ouvert"

nature du groupe	1ère Question Faut-il prévoir une épreuve ...	2ème Question Objectifs	3ème Question Modalités
IREM de GRENOBLE	OUI	Il s'agit de recruter de "bons" instituteurs et par conséquent éliminer les candidats dont l'attitude vis-à-vis des maths n'est pas compatible avec son futur métier d'enseignant des maths au niveau élément.	Test
IREM de LYON	Opposition à 1 épreuve de maths au concours d'entrée à l'E.N. car une fois de + on ferait jouer à la mathématique le rôle d'agent de sélection. Le + important est l'attitude des normaliens face à la mathématique et cette attitude dépend de la formation initiale.	Sans Objet	non précisées
	Au cours de la discussion le représentant de l'IREM de Lyon admet la possibilité d'envisager une épreuve de maths répondant aux objectifs signalés par l'IREM de Bordeaux		
IREM de MARSEILLE	OUI	On souhaite vérifier à la fois a) des connaissances b) un certain nombre d'aptitudes : souplesse d'aptation, réflexion organisation	Epreuve d'une durée de 3 heures comportant 2 parties 1) la 1° partie correspondant à l'objectif a) 2) la 2° correspondant à l'objectif b) Le programme de référence pourrait être une partie commune aux programmes des diverses sections de l'enseignement secondaire ou technique (2° cycle) On pourrait y adjoindre ceratines rubriques du 1er cycle du second degré : arithmétique, logique notions relatives à la mesure.

EN RÉSUMÉ : malgré certaines réserves les participants du Gr.A souhaitent qu'une épreuve de mathématique soit prévue au concours d'entrée à l'Ecole Normale

- La conception et les objectifs de cette épreuve devraient être adaptés à la formation initiale et à la mission des maîtres du cycle élémentaire.
- Le contrôle de certaines connaissances élémentaires ne serait qu'un aspect de cette épreuve, celle-ci devrait surtout avoir comme objectifs :

- de déterminer certaines aptitudes
- d'observer des "attitudes" vis-à-vis de la mathématique
- de déceler certains blocages.

REMARQUES

1) En ce qui concerne le contrôle des connaissances, les avis sur les programmes de référence sont variés.

   En effet, on cite le programme du cycle élémentaire, celui du premier cycle du second degré et aussi la partie commune des programmes des différentes sections du 2ème cycle du second degré.

2) Les aptitudes que l'on souhaite déterminer à travers la ou les épreuves de mathématique sont :
   - La réflexion et le sens de la logique
   - L'organisation
   - L'aptitude à l'analyse d'une situation et à sa "mathématisation" (terme dont la définition devra être précisée).
   - La communication.

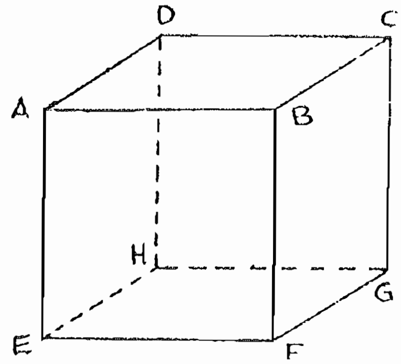
IV - EXEMPLE D'EPREUVES

Des exemples très variés d'épreuves ont été proposés. Il s'agit aussi bien de tests que de problèmes "ouverts" ou d'études de situation.

Dans certains IREM, on a même déjà procédé à l'expérimentation d'une preuve accompagnée d'une évaluation.

Le problème de l'élaboration et de l'étalonnage a été posé, mais n'a pu être résolu dans le cadre du séminaire faute de temps. Un certain nombre de collègues se sont portés volontaires pour participer au travail de conception et expérimentation d'une épreuve, cela nécessite une rencontre d'au moins une journée, dont on parlera en fin de compte-rendu.

EXERCICE-TYPE



A B C D E F G H est un cube.

I - Quels sont les éléments des ensembles U, V, W d'arêtes parallèles ?

On précise que l'arête [AB] (ou [BA]) appartient à U ;
que l'arête [AD] (ou [DA]) appartient à V;
que l'arête [AE] (ou [AE]) appartient à W.

II - Aux ensembles U, V, W, on associe respectivement les mots d'une lettre "a", "b", "c". On étudie les mots formés avec les lettres a, b, c.

Le sommet de départ, pour tout le problème, est A.

Le mot "a c a" correspond au chemin A B F E (de A, on suit l'arête [AB], élément de U ; puis de B on suit l'arête [BF], élément de W ; enfin de F, on suit l'arête [FE], élément de U).

Parcourir un chemin nul sera indiqué au moyen du mot vide noté □.

1°) Quel est le chemin qui correspond au mot "c b a b" ?

2°) Quel est le mot qui correspond au chemin A D H G F ?

3°) Expliquer pourquoi à un mot ne correspond qu'un chemin.

III - Quand des mots correspondent à des chemins qui aboutissent au même sommet, on dit qu'ils sont équivalents.

1°) Les mots "b a c a a b c" et "c c a" sont-ils équivalents ?

2°) Les mots "b a c a a b c" et "c a a a b" sont-ils équivalents ?

3°) Citer deux mots nouveaux équivalents.

4°) On veut aboutir au sommet G en suivant trois arêtes et trois arêtes seulement. De combien de manières distinctes peut-on le faire ? Quels sont les mots équivalents correspondants ?

5°) Reconnaître que "a a" est équivalent à □. Quelles équivalences analogues peut-on écrire ?

6°) Reconnaître que "b c" est équivalent à "c b". Quelles équivalences analogues peut-on écrire ?

7°) Le mot "a a a b b c c" est obtenu à partir du mot "b a c a a b c" en changeant la place des lettres. Les deux mots sont-ils équivalents ? On admettra que le résultat obtenu est général.

IV - Réduire un mot, c'est trouver un mot plus court équivalent. Pour cela, on utilise les équivalences du III 5°) - Par exemple "b a c a a b c" est équivalent à "a a a b b c c" donc à "a".

1°) Réduire les mots "b c b b a c a b c a c b a", "b a c c a b b c a a b c".

2°) Trouver huit mots irréductibles correspondant chacun à un sommet d'arrivée différent.

3°) Ecrire trois mots équivalents, sommet d'arrivée H. Ces mots ont-ils un nombre pair ou impair de a ? de b ? de c ?

4°) Les mots formés d'un nombre impair de a, d'un nombre pair de b, d'un nombre pair de c sont-ils équivalents ? Justifier : si oui, quel est le sommet d'arrivée ?

5°) Caractériser par le nombre pair ou impair de a, de b, de c de leurs éléments les classes de mots associées aux huit sommets du cube ?

PROLONGEMENTS POSSIBLES

I - Poser "abc" x "ca" = "abcca"

Au niveau des classes de mots, on aura $\dot{\overline{abc}} \;\dot{\times}\; \dot{\overline{ca}} = \dot{\overline{b}}$

L'ensemble des classes de mots muni de la loi notée $\dot{\times}$ possède-t-il une structure de groupe ?

II - Calculs numériques.

Trouver le volume du cube connaissant
- . AB
- . l'aire d'une face
- . le volume du cube A'B'C'D'E'F'G'H' tel que $A'B' = \frac{AB}{2}$

EXERCICE-TYPE

L'unité de mesure des longueurs est le mètre, celle de mesure des surfaces le mètre carré.

On considère des rectangles dont les dimensions sont désignées par L et l, le périmètre par p, l'aire par S.

Compléter le tableau :

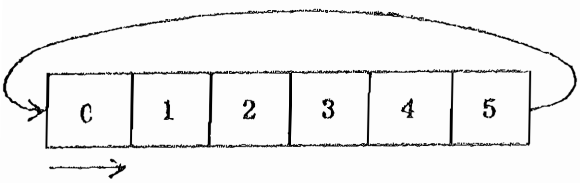
L	7,3	10		$19 < L < 21$		
l	4,25		0,6	$9 < l < 10$	$8 < l < 10$	
p			5,04			26
S		0,1			$112 < S < 120$	36

REMARQUES

On pourrait ajouter des colonnes avec :
- des "grands nombres" ;
- des nombres écrits sous forme de fractions ;
- des nombres écrits sous forme exponentielle ;
- ...

EXERCICE-TYPE

A



On considère l'ensemble $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ représenté par le dessin ci-contre.

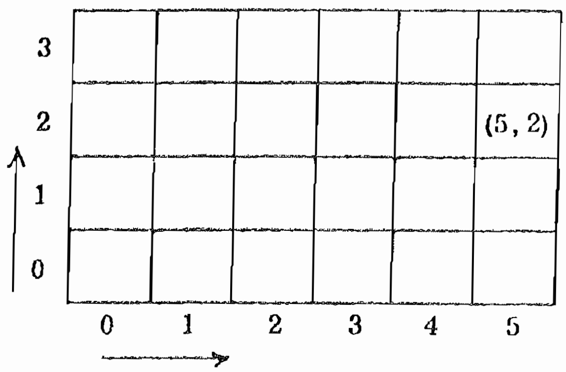
Soit t_4 l'application de E dans E qui à tout élément "a" de E fait correspondre l'élément $a' = t_4(a)$ obtenu de la manière suivante : à partir de la case numérotée "a", on compte 4 cases vers la droite, en revenant à la case 0 après être passé dans la case 5 ; "a'" est le numéro de la case atteinte. Par exemple :

$t_4(0) = 4 \qquad t_4(3) = 1$

1°) Déterminer $t_4(1)$; $t_4(2)$; $t_4(4)$; $t_4(5)$

2°) Par analogie avec ce qui précède, trouver les images des éléments de E par t_{13}.

B



On considère maintenant le quadrillage ci-contre : chaque case est repérée par un couple dont le 1er terme appartient à l'ensemble $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ et le second à l'ensemble $\{0, 1, 2, 3\}$

On désigne par E l'ensemble des cases du quadrillage. "a" et "b" étant deux entiers naturels, soit $T_{(a,b)}$, l'application de E dans E qui à la case (x, y) fait correspondre la case $(x', y') = T_{(a,b)}(x, y)$ obtenue de la façon suivante :

a) On applique à la case (x, y), dans sa ligne, le procédé t_a (partie A), obtenant ainsi la case (x', y).
Puis

b) On applique à la case (x', y), dans sa colonne, le procédé t_b (le comptage étant effectué vers le haut), obtenant ainsi la case (x', y'), image de la case (x, y) par $T_{(a,b)}$.

Exemple : $T_{(8,5)}(5,2) = (1,3)$.

Compléter $T_{(8,5)}(3,4) = (\ ,\ )$; $T_{(8,5)}(\ ,\ ) = (2,0)$.

I 1°) a) Quelles sont les images par $T_{(328,46)}$ des cases $(3,0)$; $(5,2)$; $(3,3)$?

b) De quelles cases $(2,3)$ et $(0,0)$ sont-elles les images par $T_{(328,46)}$?

2°) On dit que $T_{(a,b)}$ et $T_{(a',b')}$ sont égales si, quelle que soit la case (x,y).

$$T_{(a,b)}(x,y) = T_{(a',b')}(x,y)$$

a) Donner une application $T_{(a,b)}$ égale à $T_{(328,45)}$ avec $a < 328$ et $b < 46$.

b). Montrer que pour toute application $T_{(a,b)}$, il existe une application unique $T_{(a1,b1)}$ égale à $T_{(a,b)}$ avec $0 \leq a_1 \leq 5$ et $0 \leq b_1 \leq 3$.

<u>Dans la suite, on ne considérera que l'ensemble $\mathcal{D}$ des applications, défini ainsi</u> :

$$\mathcal{D} = \left\{T_{(a,b)} \ / \ 0 \leq a \leq 5 \ ; \ 0 \leq b \leq 3\right\}$$

Quel est le nombre d'éléments de $\mathcal{D}$?

3°) $T_{(a',b')} \circ T_{(a,b)}$ désigne $T_{(a,b)}$ suivie de $T_{(a',b')}$

a) Montrer qu'il existe un élément de $\mathcal{D}$ égal à $T_{(2,1)} \circ T_{(5,3)}$

b) Montrer que $T_{(a,b)} \circ T_{(a',b')} = T_{(a',b')} \circ T_{(a,b)}$

c) Si $T_{(a,b)}(x,y) = (x',y')$, montrer qu'il existe un élément $T_{(a',b')}$ de $\mathcal{D}$ tel que $T_{(a',b')}(x',y') = (x,y)$.

Montrer que $T_{(a',b')}$ ne dépend pas de (x,y).

d) Quelle est la structure de $\mathcal{D}$ suivi de la loi "o" (composition des applications).

II Dans cette partie, on part d'une case (x,y) et on considère les cases successives atteintes en répétant $T_{(x,y)}$.

$$(x,y) \xmapsto{T_{(x,y)}} (x_1,y_1) \xmapsto{T_{(x,y)}} (x_2,y_2) \xmapsto{T_{(x,y)}} (x_3,y_3) \longmapsto \cdots$$

1°) Partant de la case $(5,2)$, quelles sont les cases successivement atteintes par le procédé ci-dessus ?

2°) Quelle que soit la case de départ, passe-t-on par la case $(0,0)$? Revient-on à la case de départ ?

3°) On appelle chaîne $C_{(x,y)}$ associée à la case (x,y) l'ensemble des cases atteintes par le procédé ci-dessus.

Si (x',y') est élément de la chaîne $C_{(x,y)}$, comparer $C_{(x',y')}$ et $C_{(x,y)}$;

4°) Comparer les chaînes $C_{(x,y)}$ et $C_{(6-x,4-y)}$

5°) Déterminer les divers nombres d'éléments des chaînes. Combien y-a-t-il de chaînes distinctes ?

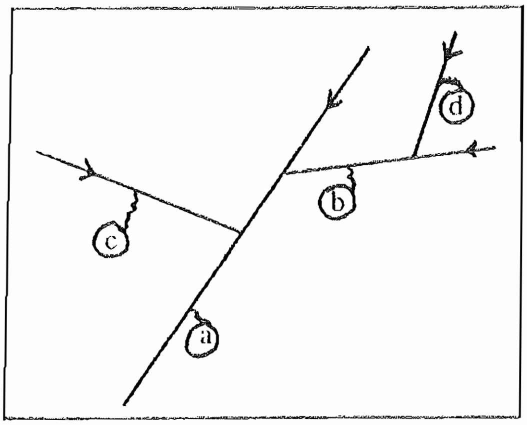
PROLONGEMENT POSSIBLE : On dessine sur le quadrillage, les éléments du dessin étant des cases. On transforme le dessin par une application $T_{(a,b)}$; il se trouve "déformé" en général. Concevoir une déformation du quadrillage qui permettrait de ne pas avoir "déformé" les dessins ?

PROPOSITIONS DE LYON

I

Soit R un ensemble de rivières. On désigne par J la relation de R dans R, de lien verbal : «... se jette dans ...».

1 Voici un «schéma géographique»



R = {a, b, c, d}

Complétez le diagramme cartésien de la relation J décrivant ce schéma.

↗	a	b	c	d
a				
b				
c				
d				

La connaissance du diagramme cartésien permet-elle de dire que le confluent de a et de b se trouve en amont de celui de a et de c ?

2 Voici le diagramme cartésien d'une relation J avec R = {a, b, c, d, e}

Dessinez un «schéma géographique» associé.

↗	a	b	c	d	e
a					
b				X	
c	X				
d			X		
e					

On placera les étiquettes des rivières de telle sorte qu'avec une seule étiquette par rivière, il ne puisse pas y avoir d'ambiguïté. Pour cela, analysez le premier schéma.

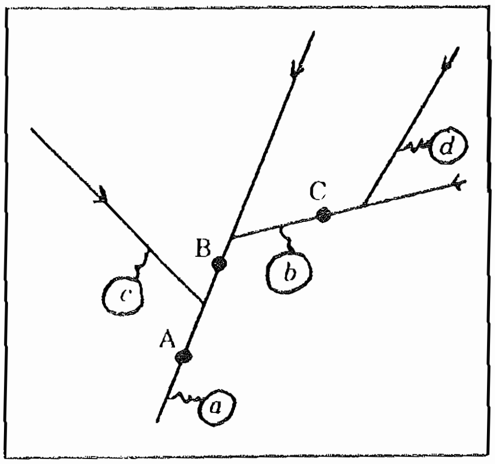
II

Les lettres minuscules désignent des rivières, les majuscules des villes.
Un ensemble de rivières étant donné on admet que les deux propriétés suivantes sont vérifiées .

P_1 . Il n'existe pas de confluent de plus de deux rivières.
Il n'existe pas de rivière qui se divise en deux cours d'eau.

P_2 : On ne s'intéresse qu'à des villes situées sur les rivières de l'ensemble en des lieux autres que les confluents.

I a - Voici le«schéma géographique» de I_1 :



$R = \{a, b, c, d\}$
$V = \{A, B, C\}$

On propose pour décrire ce schéma le diagramme cartésien suivant :

↗	a	b	c	d
A	■	X	X	X
B	■	X		X
C		■		X

où une *case noire*, par exemple (C, b), signifie que la ville C se trouve sur la rivière b

où une *case cochée*, par exemple (C, d), signifie que la ville C voit passer de l'eau en provenance de la rivière d sans être située sur d.

où une *case blanche*, par exemple (C, a), signifie que la ville C ne voit pas passer d'eau en provenance de la rivière a.

Ce diagramme cartésien donne en fait le graphe de deux relations de V dans R. Les définir par des liens verbaux :

1 - «.........

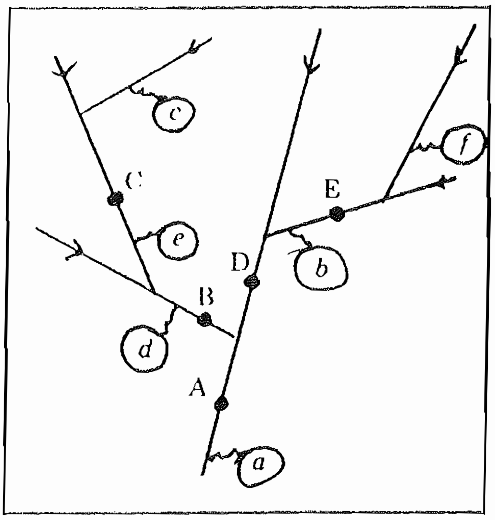
2 – «.........

Comment la propriété P_2 se traduit-elle sur un diagramme cartésien du type défini ci-dessus ?

Ce diagramme cartésien permet-il d'affirmer que le confluent de a et de c est en aval de celui de a et de b ?

Justifier la réponse :

b Voici un «schéma géographique».



R = {a, b, c, d, e, f}
V = {A, B, C, D, E}

Complétez en utilisant les règles définies précédemment, le diagramme cartésien suivant :

↗	a	b	c	d	e	f
A	■					
B						
C						
D						
E						

2 Imaginons un enseignant qui décide de proposer à ses élèves l'exercice suivant . à partir de la donnée d'un diagramme cartésien, semblable à ceux du II 1 trouver un «schéma géographique associé».

Ne pouvant pas choisir un diagramme cartésien quelconque, il commencera par se donner un «schéma géographique».

Il lui faudra alors choisir des villes ...

On devine que le choix des villes va jouer un rôle important. Il peut être surabondant, c'est-à-dire donner des informations superflues, il peut être aussi insuffisant, c'est-à-dire conduire à plusieurs types de «schémas géographiques».

Exemple 1

Trouvez un «schéma géographique» correspondant au diagramme cartésien suivant .

↗	a	b	c	d
A	■	X	X	X
B	■	X		
C			■	X
D		■		

Existe-t-il des villes surabondantes ?

Si oui, lesquelles ?

Exemple 2

Trouvez les trois «schémas géographiques» correspondant au diagramme cartésien suivant .

↗	a	b	c	d	e	f
A	X	X	X	X	■	
B	X		■	X		
C	X			■		
D		X			■	
E		■				

I

II

III

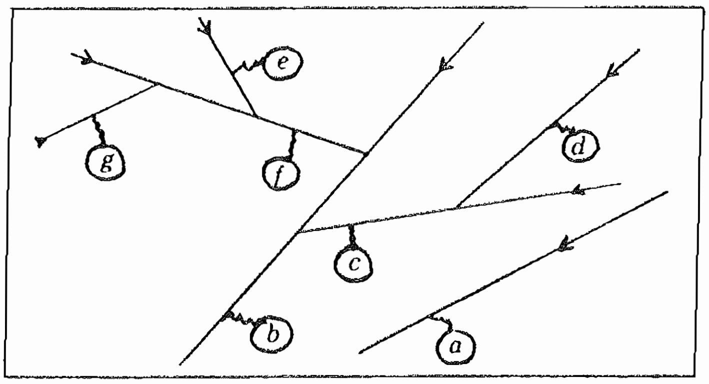
Existe-t-il des villes surabondantes ? Lesquelles ?

Si l'on admet que ce diagramme cartésien donne toutes les informations nécessaires et suffisantes pour décrire une situation et une seule, laquelle des trois faut-il lui associer ? Justifier la réponse.

III

On appelle «segment» toute portion d'une rivière limitée par :
en amont : un confluent – en aval : le confluent suivant, ou bien, s'il n'existe pas le reste de la rivière

Combien le «schéma géographique» suivant a-t-il de segments ?



Réponse .

Démontrez que le nombre de segments est égal au nombre de confluents .

En utilisant le mot segment, énoncez la règle qui définit l'endroit où l'on doit placer l'étiquette d'une rivière.

Si l'on admet que l'on ne s'autorise à donner que des diagrammes cartésiens qui conduisent à un seul type de «schéma géographique», démontrez qu'alors il est nécessaire et suffisant de choisir une ville au moins sur chaque «segment».

UNIVERSITE DE RENNES
I.R.E.M.

1975 - 1976

CONCOURS DE RECRUTEMENT EN F. P. DES ECOLES NORMALES

PROBLEME (Réf. GRAS et GABORIEAU " *Recyclons-nous en Mathématiques* ")

I - Détermination des groupes sanguins

On ne s'intéresse qu'aux agglutinogènes A et B, et au facteur Rhésus.

1°) Voici quelques formules de groupes sanguins :

AB^+ : le sang contient les agglutinogènes A et B, et le facteur Rhésus.

A^- : le sang contient A mais ne contient ni B ni le facteur Rhésus.

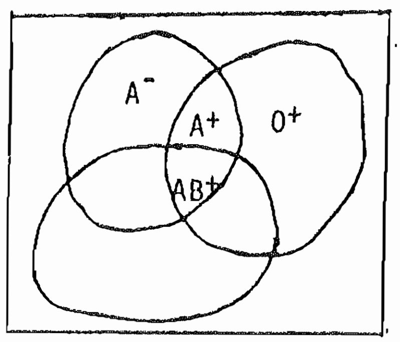
0^+ : le sang ne contient ni A, ni B. Il contient le facteur Rhésus.

Avez-vous des remarques à faire sur ces appelations ?

Pourriez-vous en proposer d'autres ? (dans la suite, on conservera les appelations utilisées dans ces trois exemples).

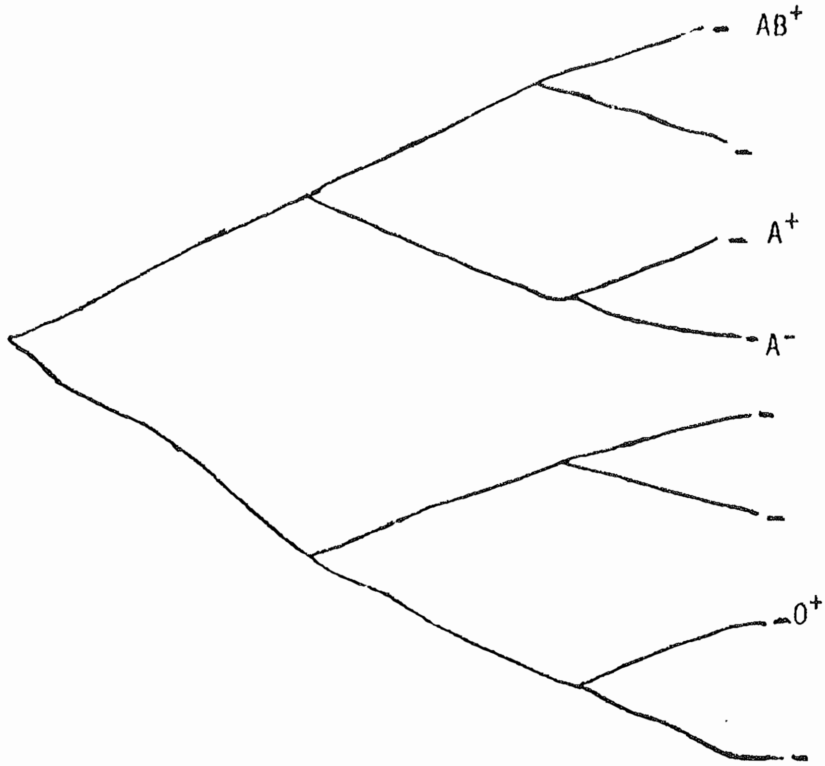
2°) Voici deux représentations incomplètes de la situation :

a)



A l'intérieur du carré, il y a huit plages deux à deux disjointes. Quatre plages sont nommées. Nommer les autres.

b)



Compléter et expliquer.

c) Pouvez-vous donner d'autres représentations ?

II - La transfusion sanguine

Une variété sanguine accepte par transfusion un sang contenant au plus les mêmes agglutinogènes (A, B et Rhésus) que ceux qu'elle possède.

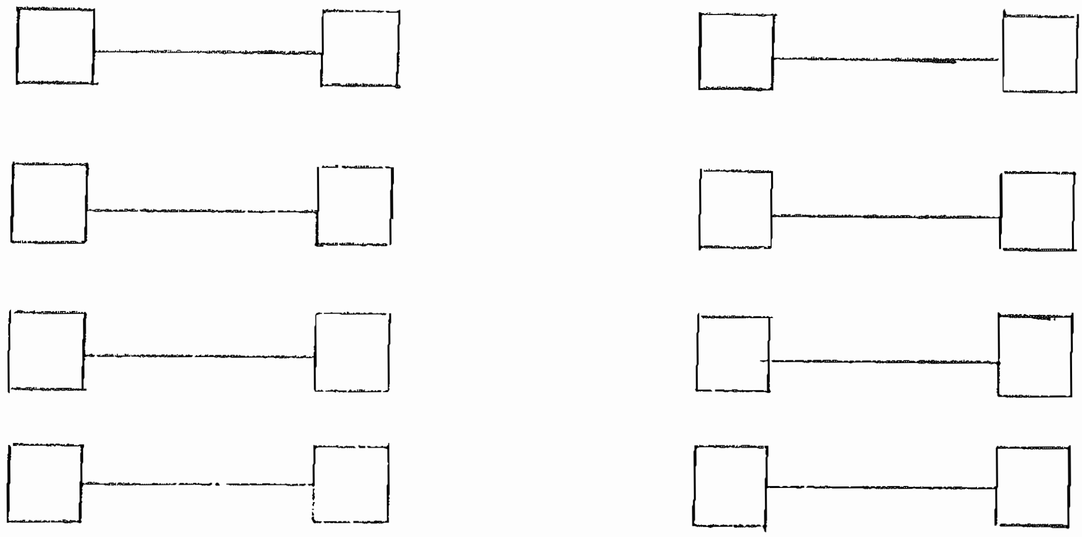
1°) a) une personne du groupe A^+ peut-elle donner son sang à une personne du groupe AB^+ ? Même question pour O^+ et AB^+; A^+ et O^+ ; O^+ et A^+ ; O^- et A^+.

Dans la suite, on utilise l'écriture suivante :

$\boxed{O^+} \longrightarrow \boxed{A^+}$

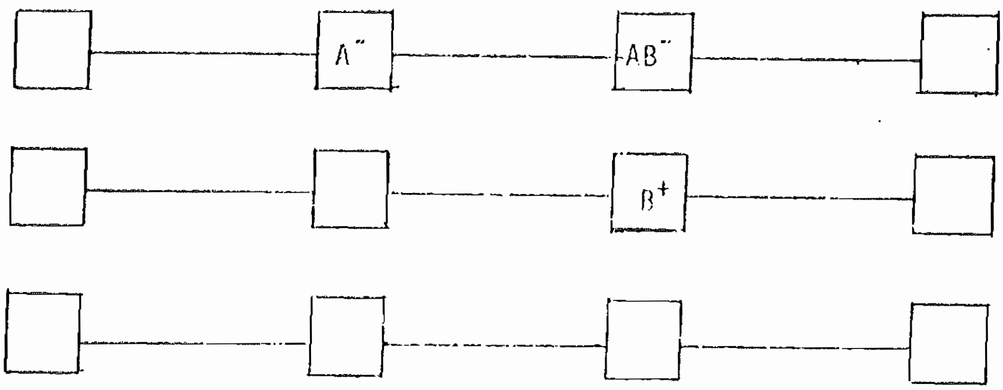
Que signifie-t-elle ?

b) Remplir



(exclure les transfusions à l'intérieur d'un même groupe)

c) Compléter les chaînes suivantes :



(dans une même chaîne, les contenus des cases doivent être différents).
Quel est le groupe des donneurs universels ?
Y-a-t-il un groupe de receveurs universels ?

2°) Reporter dans un tableau cartesien (ou tableau à double entrée) toutes les transfusions données ou à trouver dans II 1°)/

Si le tableau était achevé, comment reconnaîtrez-vous le groupe des donneurs universels ? Celui des receveurs universels ?

III - Etude Statistique :

1°) En ne tenant pas compte du Rhésus, dans une assemblée de 1000 personnes 30 sont du type AB, 450 du type A, 110 du type B. On sait, de plus, que 85 % approximativement ont le facteur Rhésus dans le sang (avec répartition équitable). Calculer les effectifs de chaque groupe sanguin. Donner les résultats dans un tableau.

2°) Dans un groupe de 28 personnes, on sait que 12 ont dans leur sang, au moins, l'agglutinogène A, et 3, au moins l'agglutinogène B. 7 sont du type A^+ ; 3 sont du type A^-. Combien n'ont ni A ni B dans leur formule sanguine ?

CONCLUSION (Provisoire)

Un travail important de défrichage de la question étudié dans ce groupe A a déjà été réalisé.

Il faut poursuivre ce travail.

Le groupe s'est d'ailleurs mis d'accord sur la suite des opérations.

A/ - Conception d'une épreuve-type (ou plusieurs épreuves)
B/ - Expérimentation et étalonnage de ces épreuves
C/ - Propositions concrètes à faire à l'administration.

Pour la réalisation de l'opération A, une réunion s'impose soit dans le cadre IREM soit dans le cadre APM.
Cette réunion pourrait se tenir à PARIS à la fin du 1er trimestre ou au cours du 2ème trimestre de l'année scolaire 1976-77.

Elle pourrait être organisée par un ou plusieurs participants "parisiens" du groupe A (modalités pratiques) en liaison avec l'animateur de ce groupe.

Les opérations B/ et C/ sont à envisager ultérieurement.

Pour toute suggestion pratique, s'adresser à :

EILLER Robert
Ecole Normale d'Instituteurs
65, avenue de la Forêt Noire

67083 STRASBOURG CEDEX.

ECOLES NORMALES DU MORBIHAN

Séminaire National des P. E. N. de Mathématiques
30 et 31 janvier 1976 à NICE

Groupe : "Rôle de l'audio-visuel" (B)

- Projections de 4 films de la série : Ateliers de Pédagogie
  - Mesure I
  - Mesure II
  - Du passe-muraille aux projections
  - Autour d'un carré. A partir du cube.

(durée de projection de chaque film : 27 mn.)

A partir de ces projections, le groupe s'est penché, d'une manière très générale, sur la politique de l'O.F.R.A.T.E.M.E. en matière de production et d'information. Parallèlement, il a été amené à s'interroger sur la place et le rôle du document audio-visuel dans le cadre de la formation des maîtres.

I - L'O.F.R.A.T.E.M.E. à travers la mathématique et l'école élémentaire.

1) Productions actuelles et orientations

2 types de films sont actuellement produits :

a) Films de l'Atelier de Pédagogie

Ces films sont tournés dans des classes et durent 27 mn. Ils témoignent d'expériences intéressantes, soit par la nature du sujet, soit par la technique de conduite de classe. Leur but n'est pas de montrer des classes modèles mais d'ouvrir des perspectives. Les sujets abordés sont choisis par ceux qui semblent, actuellement, poser problème :
- la mesure, la géométrie ...

Parfois, plusieurs émissions apportent des éclairages différents sur le même sujet.

b) Les films courts

Ils montrent des animations ou des tracés qu'il n'est pas possible de réaliser en classe.

2) Informations - Constats

Malgré les efforts réalisés, les différentes productions restent ignorées d'un certain nombre de collègues. Un extrait de ces productions a paru dans le bulletin APM n°301, page 795).

3) Voeux des participants

- multiplier le principe de plusieurs émissions sur le même thème.
- présenter la 1ère séance au cours de laquelle un maître introduit une convention d'écriture (ex. l'introduction du signe "-").
- présenter un travail en mathématique dans une classe à plusieurs cours.
- présenter des thèmes à travers différentes disciplines. (ex. le rangement dans les petites classes).
- diminuer les délais de livraison et amplifier le travail d'information.
- préciser de façon plus systématique, dans les documents d'accompagnement, le temps réel consacré aux réalisations dans les classes.

POUR TOUS RENSEIGNEMENTS PRATIQUES, SE REPORTER AU :
Numéro 301 de l'APM, page 795.

II - Le document audio-visuel et la formation des maîtres

Les réflexions du groupe ont permis de dégager trois aspects fonctionnels du document audio-visuel.

1) Le document audio-visuel en tant qu'amorce d'une rénovation pédagogique.
Ex. autour du carré - A partir du cube - Passe-muraille et projections.

La présentation de tels documents peut aider les maîtres à traduire, pratiquement dans leurs classes, les commentaires des textes officiels portant sur "exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques" les incitant ainsi à rénover leur enseignement de la géométrie qui reste assez souvent traditionnel en même temps qu'est apportée une information sur le sens donné au mot "observation" parfois rattaché à l'expression "exercices d'observation" telle qu'elle apparaissait dans les anciens programmes.

2) Le document audio-visuel en tant que témoin d'une réalisation pédagogique.
Ex. mesure à l'école élémentaire.

Après une réflexion des maîtres sur l'enseignement de la mesure à l'école élémentaire (par exemple, par confrontation de réalisations personnelles), la projection des films présentés apparaîtra alors comme un témoignage d'une réalisation possible, en même temps qu'elle permettra un affinement d'une (ou des) progression(s) entamée(s) précédemment.

3) Le document audio-visuel en tant qu'élément original pour un apport théorique.
Ex. "La preuve par 9" .

La présentation d'un tel film de par son originalité facilitera certainement une information sur la notion de congruence en même temps qu'elle provoquera chez le formé l'envie d'aller plus loin.

- En résumé, on s'aperçoit que le film didactique est pour l'enseignement des mathématiques un élément tout à tour incitateur, témoin, motivant, pourvoyeur de connaissances facilitant ainsi la tâche du formateur.

4) Spécificités et limites du document audio-visuel.

. Spécificités

La possibilité pour le formé de revoir une action éducative l'amènera à faire plusieurs analyses du film projeté.

1 - analyse du contenu
2 - analyse du comportement des élèves
3 - analyse du comportement du maître.

Ces analyses seront facilitées par le fait qu'à tout moment le formateur (ou le formé) aura le loisir d'interrompre momentanément la projection, permettant ainsi d'apporter un éclaircissement sur les contenus ou une réflexion sur un comportement, ou encore une remarque sur une attitude, ou enfin une critique sur le déroulement de la séance.

- Autre aspect spécifique du document audio-visuel :
celui de réducteur de l'action. C'est ainsi, par exemple, qu'en une heure de projection les services de l'O.F.R.A.T.E.M.E. ont réussi à présenter trois mois de travaux sur la mesure.

- Enfin bien sûr, sa disponibilité.

Limites

* La dernière spécificité retenue amène une des limites du document audio-visuel : la disparition de l'échelle temps.

** D'autre part, toute réalisation audio-visuelle aussi éclairante soit elle, porte en elle une certaine subjectivité dûe, entre autres, à des considérations techniques. C'est ainsi que le réalisateur devra choisir à tout moment entre la parole du maître et celle de ses élèves, entre un gros plan ou une vue générale de la classe. Par ailleurs, les déplacements de la maîtresse dans sa classe ne sont pratiquement jamais reproduits.

*** Enfin, tout document audio-visuel ne peut être qu'un volet de la formation, il se doit d'être accompagné par d'autres activités de formation.

Autres questions évoquées mais non approfondies par manque de temps :
- attitude du formé pendant la projection
- exploitation d'autres matériels audio-visuels : autres films, diapositives, magnétophones, C.F.T.V.
- utilisation d'un document audio-visuel en liaison avec d'autres disciplines
- fabrication de documents audio-visuels
- alphabétisation des stagiaires en audio-visuel
- autoscopie
- Rôle joué par l'audio-visuel lors du concours d'entrée ou lors du C.F.E.N.
- utilisation des émissions télévisées par l'enseignant isolé
- utilisation des documents d'accompagnement.

J. TRUCHET

GROUPE C et D

Remarques à partir des résultats du dépouillement de l'enquête

---

- Toutes les tranches d'âge sont représentées de la même façon mais que veut dire cette répartition si l'on ne connaît pas la pyramide des âges ?

- L'APMEP n'est pas connu et n'intéresse pas les maîtres,

- Les programmes sont mal connus :

➔ voici quelques questions relatives à la formation des maîtres pour une meilleure connaissance des programmes.

- MEILLEURE DIFFUSION du programme et des commentaires
  Le CRDP de Limoges en mettra en vente.
  Les commentaires doivent être modifiés, c'est une gêne pour la réédition.

- IL FAUDRAIT ANALYSER les commentaires avec les maîtres.

- Comment expliquer l'attitude du maître dans sa classe ?
  Comment expliquer l'inertie de certains ?

Les maîtres ne peuvent pas s'informer dans toutes les disciplines si une matière intéresse, une osmose se produit dans les autres disciplines.

Les Maîtres de CM désirent préparer les enfants à la 6ème, les acquisitions sont-elles les mêmes qu'avant 1970 ?

Le programme est souvent confondu avec le contenu du manuel,

Laisser les enfants découvrir, chercher, mêne à autre chose que ce qui a été prévu - peur de l'inconnu -.
Il est plus sécurisant d'imposer une démarche.

- Les stages à l'EN ne plaisent pas ou ne sont pas désirés
  POURQUOI ?

- Mauvaise publicité par les maîtres ayant subi un stage : ces maîtres n'ont pas trouvé l'aide à leurs problèmes.

- Mauvaise publicité par les élèves-maîtres qui sont en stage en responsabilité.

- Les maîtres préfèrent un stage proche de leur domicile.

- Les maîtres s'intéressent au niveau de leur enseignement et ont des difficultés à voir leur place dans l'ensemble de la scolarité primaire.

- Parfois désaccord entre PEN et IDEN.

La F.E.N. a fait une enquête : des personnalités ont été invitées à participer mais pas d'association (des professeurs de mathématiques mais pas de l'APMEP).

- Le Travail d'équipe

∘ Le conseil des maîtres est utilisé à cette fin dans certaines écoles.
∘ Organisation souple avec ou sans participation de l'IDEN dans certaines régions. Des maîtres vont écouter d'autres maîtres dans la classe.
∘ Conférences pédagogiques.

FAUT-IL REPRENDRE LE PROJET BEULAYGUE ?

NOUS NOUS SOMMES POSÉS LA QUESTION DE LA PARTICIPATION DES IDEN ET DES CONSEILLERS PÉDAGOGIQUES ET DE LEUR FORMATION

Quelle aide souhaitent les maitres ?

- Nous voulons des programmes plus précis,
- Nous voulons connaître ce que font les autres, c'est un désir de sortir de sa classe, de mettre en commun des essais ou des difficultés
- Nous voulcns des modèles,
- Nous voulons une aide d'un spécialiste,
- Nous voulons une brochure mensuelle, nous voulons connaître le le minimum de connaissances à faire acquérir à chaque niveau ...

POURQUOI ?

- Le maître aime contrôler des connaissances,
- Le maître a peu de temps à consacrer à sa formation mathématique, il désire une efficacité immédiate,
- Le maître est inquiet devant l'abondance des ouvrages dont le contenu dépasse le programme.
  Difficultés à comprendre ce qui est hors programme.
- Le maître se sent à une place où il n'a pas le droit de critique,
  - il y a ceux qui savent et ceux qui exécutent.
- Le maître ne peut pas profiter de la liberté donnée dans les commenatires

- COMMENT CETTE LIBERTÉ A-T-ELLE ÉTÉ PERÇUE PAR LES MAITRES - ?

- Il y a passivité de l'élève-maître durant la formation initiale.
  Pour l'élève , la vérité vient du maître.

Aucune question n'a été approfondie - nous avons soulevé le problème de la formation des IDEN -
- peu sont scientifiques,
- ils auront la charge du primaire, ils inspecteront les PEGC ...

La situation est catastrophique dans l'enseignement à tous les niveaux.

Samedi présence de Brousseau - Recherche d'un ordre du jour
Contenu de la formation initiale et méthode de travail
Le problème des institutions
Rapports "pratique-théorie" voici deux modèles :

- C'est dans la classe qu'on apprend ; on ne donne pas la possibilité de dégager la théorie et le modèle

. Il existe de la théorie, c'est le contenu mathématique enseigné aux maîtres mais pas de théorie de l'enseignement,
la pratique est extérieure à la théorie où elle est définie par la théorie.

UN discours sur les mathématiques ne permet pas de prévoir les répercussions dans les classes.

Monsieur Brousseau nous a présenté le projet de formation de formateurs, formation des maîtres (second degré).

Pour le premier degré il faudrait définir des compléments de programme et revoir l'apport des autres disciplines.

Monsieur Viales, inspecteur général, nous a présenté le projet pour la formation des instituteurs à l'Ecole Normale.

REMARQUES

- Les activités dites fondamentales doivent intervenir par rapport aux activités d'éveil.

- Le problème de la spécialisation a été soulevé. Pas une spécialisation au départ, pas au détriment de la formation générale. Spécialisation peut-être dans une équipe pédagogique dans l'école.

Ce problème est intéressant mais secondaire pour la formation des maîtres.

- Dans le texte des inspecteurs généraux pas de problème de didactique les EN seront des centres de Formation, de Recherches, d'Observation,

Le rapport pratique-théorie doit être précisé, il faut rechercher les méthodes.

- Place du PEN, le recrutement, la formation,

ils devraient être des spécialistes des problèmes de l'enseignement des mathématiques,

ils devraient faire partie de l'IREM obligatoirement,

les IREM sont les lieux où la recherche est valable, il y a le danger du discours,

les PEN devraient avoir une partie de leur service à l'IREM. Dans les IREM on a la possibilité de faire reconnaître les travaux.

Il faut créer des professeurs d'EN et non "remplir" les places.

COMPTE-RENDU DES TRAVAUX DU GROUPE E

Animateur ; RENAUT

- LE CIRCUIT VIDEO DANS LA FORMATION DES MAITRES
- RÉALISATION D'UN DESSIN ANIME

0 - CHRONOLOGIE DES ACTIVITÉS

30 janvier 1976

Vendredi matin :

- Visionnement de quelques dessins animés et animations, réalisés par des normaliennes, P.E.N. et chercheur de l'I.R.E.M. de Dijon.
  Commentaires techniques relatifs à ces enregistrements.
- Visionnement d'une courte séquence pédagogique avec essai d'analyse du comportement gestuel.

Vendredi après-midi :

- Mise au point d'un projet : réalisation d'un dessin animé sur le pentamino :
  - discussion sur le rôle pédagogique que pourrait avoir ce dessin animé.
  - préparation des dessins et transparents nécessaires à sa réalisation.

31 janvier 1976

Samedi matin :

- Tournage du dessin animé : étude technique du matériel, fonctionnement, commentaires, visionnement.

Samedi après-midi :

- Visionnement d'un montage présentant différentes introductions d'une même activité dans 5 classes différentes.
  Discussion générale sur le rôle du cirduit vidéo en formation des maîtres.
  Conclusions.

1 - UN INVENTAIRE, SANS DOUTE PARTIEL, DES DIFFÉRENTES FONCTIONS DU CIRCUIT VIDEO (Circuit fermé ou unité portative) DANS LA FORMATION DES MAITRES.

a) Production de documents :
- films et dessins animés (avec ou sans buts didactiques)
- reportages
- enquêtes
- documents divers

b) Reproduction de documents :
Repiquage et/ou montage
- d'émissions télévisées
- de films optiques (on ne peut pas le faire avec n'importe quels films : se renseigner).
- de bandes vidéo.

c) Observation et analyse :
- Autoscopie et hétéroscopie individuelle
Précisons bien ici qu'il s'agit de l'enregistrement d'une personne (par exemple un élève-maître en situation pédagogique).
Cet enregistrement est visionné par la personne en question (auscopie) ou par d'autres personnes (hétéroscopie).
Signalons que l'autoscopie peut être faite sur une situation de micro-enseignement avec des buts d'autocorrection.

- Autoscopie de groupe
Il s'agit ici de l'enregistrement d'un groupe mis dans une situation donnée. Cet enregistrement est ensuite visionné par le groupe. Ce groupe peut être un groupe d'enfants ou un groupe d'adultes.
(l'intérêt de cette utilisation pour de la dynamique de groupe n'échappera à personne).

- Etude autoscopique ou hétéroscopique et analyse des comportements pédagogiques d'un enseignant.
Le couplage du circuit-vidéo avec une grille d'observation des comportements verbeux et gestuels est un instrument d'observation scientifique du comportement pédagogique.
Il va de soi que le tournage effectué dans ce but doit être préparé avec soin de façon à ce que

- la bande sonore correspondant au maître soit très audible
- l'image fasse apparaître constamment le maître (de préférence pas de dos)

Pour plus de renseignements sur les protocoles et grilles d'observation lire :
- l'audio-visuel au service de la formation des enseignants : le C.F.T.V. — Fauquet Strasfogel, Edition Delagrave
- les publications de F. MATIS au Service de documentation de l'E.N.F. de Dijon

- Etudes comparatives :
- de différents styles pédagogiques
- des différences de comportement d'élèves suivant leur niveau d'étude.

Il s'agit du visionnement "en parallèle" de séquences comparables (par exemple sur un même thème d'activité) tournées dans différentes classes. Là encore une grille d'observation peut être envisagée.

- Analyse relationnelle :
- les relations maîtres-élèves
- les relations entre élèves d'un même groupe
- le travail d'équipe.

d) Divers : citons encore

- L'enregistrement de classe

servant de motivation d'une discussion avec des élèves-maîtres, ou des maîtres en stage (c'est en général ce genre d'enregistrement par lequel on "se fait la main" sur le circuit fermé T.V.) .

- Le circuit vidéo (en particulier l'unité portative) comme soutien pédagogique dans une classe.

• Enregistrement d'un groupe d'élèves pendant une phase de recherche et visionnement immédiat de la séquence par ce groupe.

• Utilisation de bandes vidéo réalisées par les élèves pour la correspondance scolaire.

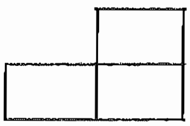
- Le "cours enregistré"

Dans certains cas, bien spécifiques, une bande vidéo préalablement enregistrée par le P.E.N. peut lui permettre de se dédoubler : ce peut-être le cas d'un cours de math théorique de soutien pour des normaliens ayant une formation mathématique faible. Le P.E.N. peut faire visionner la bande à ceux-ci pendant qu'il lancera une activité dans un autre groupe d'élève-maître .

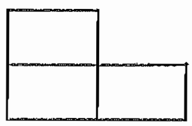
2 - DESCRIPTIF TECHNIQUE DU TOURNAGE DU DESSIN ANIME EFFECTUE PENDANT LES JOURNEES DE NICE

Au départ, le thème retenu était : recherche des différents pentaminos. Le dessin animé devait montrer l'algorithme qui permet de les trouver tous : il s'agissait donc de montrer successivement les constructions des monomino - domino - triminos - tetraminos et pentaminos, chaque classe se déduisant de la précédente.

Le peu de temps dont on disposait incita le groupe à réaliser seulement l'illustration de la recherche algorithmique des triminos en montrant bien l'identité des triminos tels que



et



Matériel nécessaire :

- 2 caméras équipées d'objectifs Zoom
- 1 régie permettant de sélectionner les images des caméras par "fondu enchaîné".
- 1 magnétoscope avec touches Editing et Doublage son.
- 4 moniteurs : 1 pour le contrôle de chaque caméra
  1 en final montrant l'image sélectionnée par la régie
  1 pour le contrôle du magnétoscope (facultatif)
  1 micro
  1 ou 2 lampes torches
  1 planche de bois inclinée

ruban adhésif - feuilles de papier (assez épaisses) - transparents (assez grand format si possible).

Les difficultés rencontrées

Le manque de temps ne nous ayant pas permis de faire les dessins avec soin, nous avons eu du mal à bien les superposer.

Nous n'avions que de petits transparents dont on voit les bords sur l'écran au cours des déplacements.

Il serait préférable d'utiliser de larges transparents.

Il aurait été commode d'utiliser des feuilles à perforations et de les ajuster sur la planche à l'aide de pointes.

3 - LE ROLE ET L'INTERET DU DESSIN ANIME EN PEDAGOGIE ET FORMATION DES MAITRES

Envisageons déjà l'utilisation de Dessin Animé Mathématique (D.A.M.) comme Produit Fini

Dans tous les cas nous pouvons d'ores et déjà noter que le D.A.M. présente obligatoirement une forme de directivité inhérente

- à la forte emprise de l'image sur le spectateur
- au choix univoque de la présentation du thème illustré : (dans le cas du D.A.M. réalisé par le groupe, option pour un algorithme déterminé).

- Utilisation du D.A.M. en classe élémentaire :

Trois possibilités d'utilisation :

$$\left.\begin{array}{l}\text{présentation}\\ \text{ressource}\\ \text{synthèse}\end{array}\right\}\ \text{pour une activité}$$

- Présentation

Utiliser un D.A.M. pour introduire un thème peut induire parfois une démarche chez les élèves (directivité)

- Ressource

Le visionnement du D.A.M. peut débloquer certains élèves n'ayant pas réussi à sortir d'une recherche empirique.

- Synthèse

Le visionnement du D.A.M. peut consolider les acquisitions en montrant en raccourci le déroulement d'une recherche raisonnée.

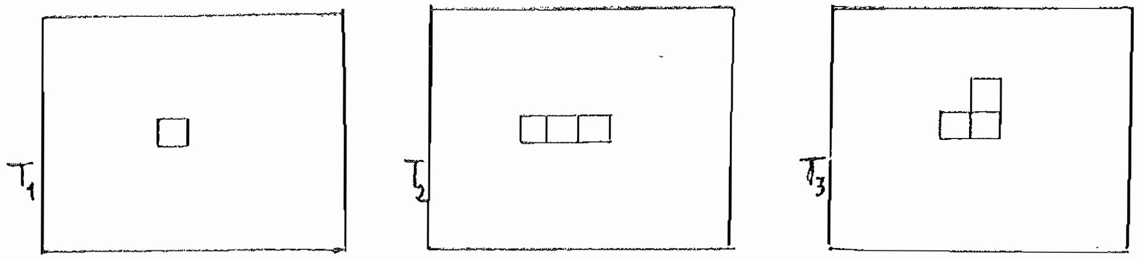
- Utilisation du D.A.M. à l'Ecole Normale :

(avec des élèves-maîtres, des maîtres en stage ou même des P.E.N.)

- on peut déjà reprendre textuellement les 3 aspects vus ci-dessus .
- le cas particulier du D.A.M. sur les pentaminos peut en outre être non pas une présentation destinée à introduire une recherche sur les pentaminos, mais une présentation destinée à introduire une recherche sur les algorithmes.

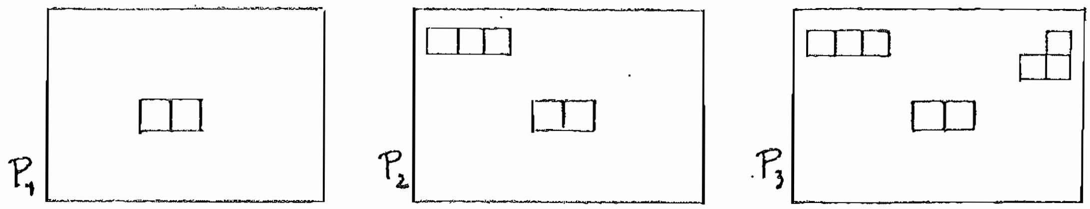
Les dessins nécessaires :

sur transparents :

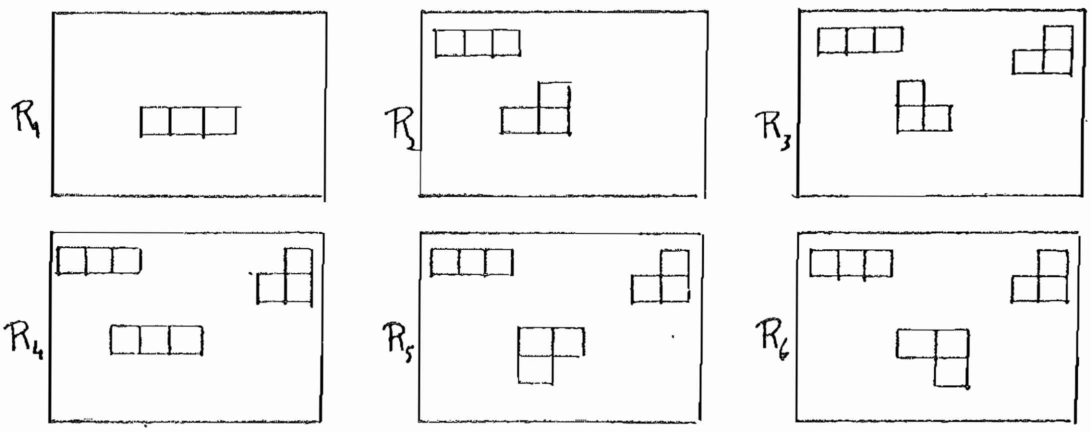


sur papier :

dessins pour la caméra 1 :



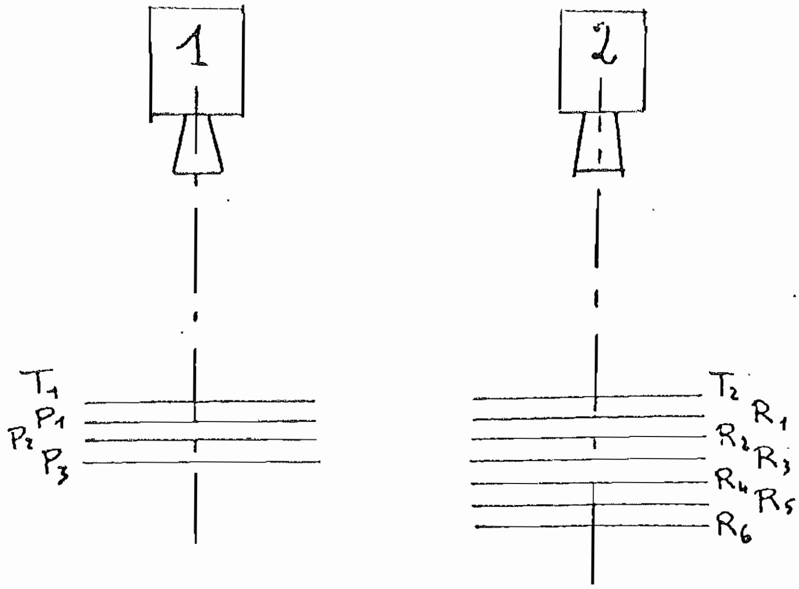
d e s s i n s p o u r l a c a m é r a 2 :
dessins pour la caméra 2 :



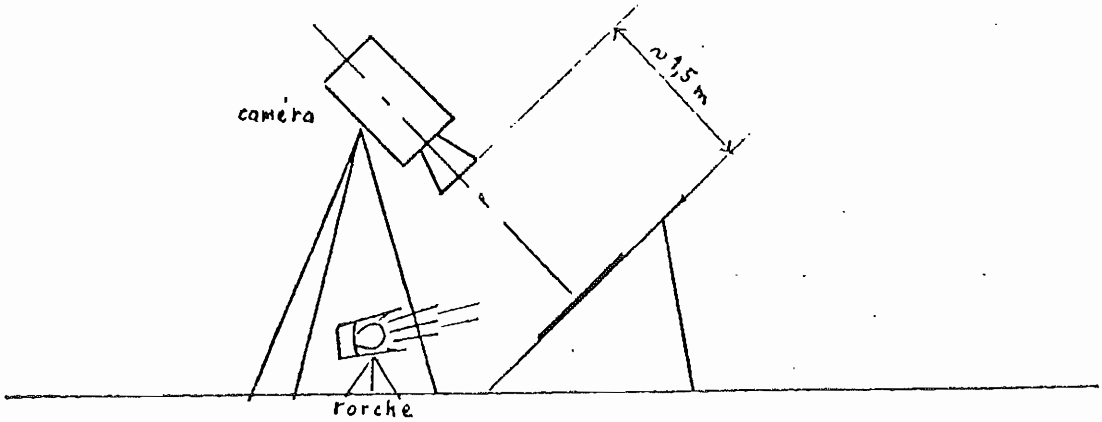
Scénario :
- on voit le domino
- un carré arrive et va chercher toutes les façons possibles de se coller au domino pour faire des triminos
- à chaque fois qu'un trimino est fait, il se dédouble et se compare aux triminos déjà existants.

Plan du tournage

schéma d'intallation au départ :



Dans la réalité, les dessins étaient fixés par de l'adhésif sur un de leurs côtés à une planche inclinée (les caméras ne pouvant filmer en plongée).



La présence des transparents, brillants sous un éclairage direct nécessita un éclairage indirect.

La meilleure solution est dans ce cas de placer l'éclairage sous la caméra pour obtenir un éclairage rasant évitant tous risques de reflets sur les transparents.

Il faut évidemment placer les dessins respectifs des 2 caméras de façon à obtenir par fondu la meilleure superposition possible des images : le réglage des Zoom joue un rôle prépondérant dans cette opération.

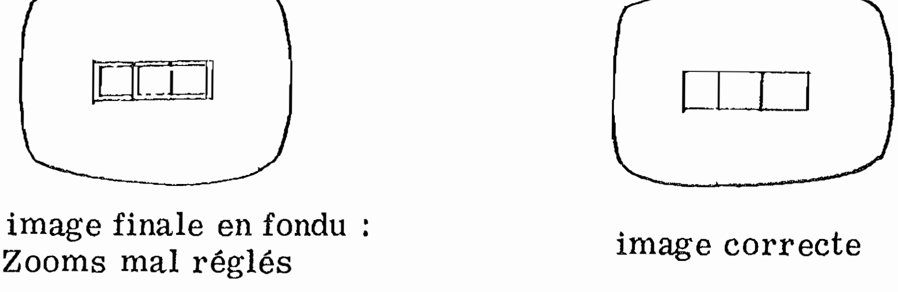


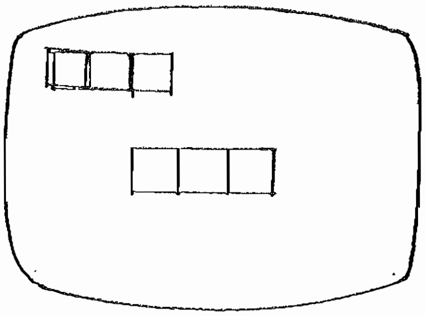
image finale en fondu : Zooms mal réglés

image correcte

Intérêt de la production d'un D. A. M.

- La production d'un D. A. M. par des enfants ne peut apparaître que comme cas isolés (actuellement)
- Au niveau de l'Ecole Normale, citons en bref les différents arguments plaidant pour de telles productions :
  - interdisciplinarité : évident
  - éducation de l'organisation du travail
  - déblocage vis-à-vis de la technique
  - travail par projet sanctionné par un document utilisable (contrairement aux habituels polycopiés qui dorment dans les tiroirs)
  - travail d'équipe et structuration de groupes
  - motivation pour une recherche mathématique et pédagogique.

Il est également difficile d'avoir une bonne superposition uniforme des images des 2 caméras : la plupart du temps on constate une distorsion sur les bords :



Principe du tournage

3 personnes au minimum sont nécessaires pour la réalisation de l'animation :

- 1 régisseur
- 1 manipulateur par caméra.

Le principe est le suivant :

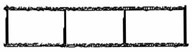
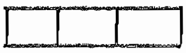
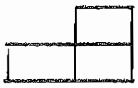
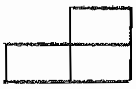
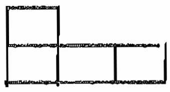
- le régisseur sélectionne avec son pupitre la caméra 1 donnant la 1ère image
- le régisseur passe à la caméra 2 pour fondu enchaîné donnant ainsi la 2ème image
- à ce moment le 1er manipulateur change le dessin pris par la caméra 1
- le régisseur revient à la caméra 1
- le 2ème manipulateur change le dessin pris par la caméra 2

.... et ainsi de suite .

Un effet d'animation supplémentaire est obtenu par le déplacement d'un transparent sur lequel est dessiné un objet, pendant la prise de vue par la caméra correspondante.

Voici le plan précis du tournage :
Tous les passages sont faits en fondu enchaîné (F.E.)

→

Commentaires	Caméra 1	Caméra 2	
1ère image : le domino - par glissement du transparent, on fait arriver le carré jusqu'à obtention du premier trimino : 	$P_1 + T_1$		FE
Le Trimino de T_2 est d'abord superposé à celui de R_1. Puis il se dédouble et le double vient se placer en haut à gauche.		$R_1 + T_2$	FE
On fait glisser T_1 de façon à passer  	$P_2 + T_1$		FE
Le trimino de T_3 est superposé à celui de R_2, puis il glisse en haut à droite		$R_2 + T_3$	FE
 	$P_3 + T_1$		FE
Le trimino de T_3 est superposé à celui de R_3, puis par glissement et rotation de T_3, on l'amène sur le trimino en haut à droite.		$R_3 + T_3$	FE
etc	$P_3 + T_1$		"
etc		$R_4 + T_2$	"
etc	$P_3 + T_1$		
etc		$R_5 + T_3$	
etc	$P_3 + T_1$		
etc		$R_6 + T_3$	

Séminaire A.P.M. E.P. — I.R.E.M.
Ecoles Normales
NICE — 30 et 31 janvier 1976

Rapport du groupe F · Problèmes à l'Ecole Elémentaire

Animateur : Roland CHARNAY

Le groupe s'est fixé deux directions de travail .

a — Analyse des problèmes au niveau de l'école élémentaire (rôle, place, types de problèmes, organisation de la classe, rôles du maître, ...)

b — En fonction de cette analyse quelle action devons-nous mettre en oeuvre auprès des normaliens et auprès des instituteurs en formation continuée ?

Notons toute de suite qu'une assez longue discussion .... ne nous a pas permis de déboucher sur un accord pour une définition du problème, ou pour une nette distinction entre exercice et problème: une même situation peut être considérée comme exercice pour certains enfants ou comme problème pour d'autres ayant acquis des notions ou capacités supplémentaires.

1 Rôle et place du problème

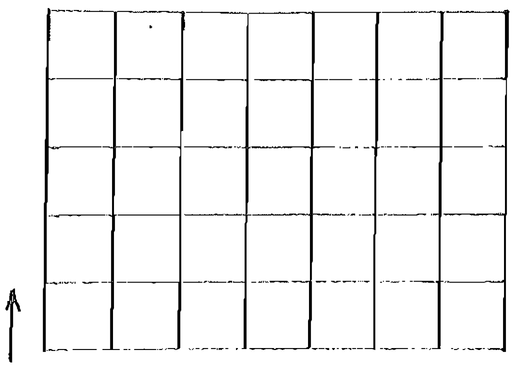
Le maître peut utiliser l'activité problème avec les enfants selon deux perspectives différentes : perspective didactique ou perspective heuristique.

1.1 *Dans la perspective didactique*, les objectifs sont d'ordre *notionels*. Il s'agit d'introduire une notion nouvelle ou de construire un modèle mathématique. Nous pensons que toute notion nouvelle devrait être élaborée à partir de la résolution de situations problématiques. Le maître aura alors à mettre au point la suite des situations, à construire des situations contrôle. Pour illustrer ce type d'activités, nous pouvons citer deux exemples :

- Construction d'un algorithme de la division proposée par BROUSSEAU (Cf. émission dans la série "Atelier de pédagogie") : les situations successives proposées aux enfants apportent des contraintes supplémentaires (taille des nombres, temps, ...) plaçant l'enfant devant un problème à résoudre; les solutions successives lui permettent d'améliorer le procédé initial.
- Approche de la proportionnalité par l'étude de situations (relevant ou non de la proportionnalité) et élaboration du modèle.

1.2 *Dans la perspective heuristique*, les objectifs sont d'ordre *méthodologique* . Il s'agit de provoquer des comportements de *recherche*, de proposition de règles, de validation de ces règles. L'essentiel n'est pas alors dans le contenu mathématique. Le maître aura à organiser la recherche, à susciter les confrontations (notamment les phases de proposition et de validation des règles). Pour illustrer ce type d'activités, nous pouvons citer l'exemple suivant (bien connu!)

Combien de chemins (en utilisant les deux sens de parcours autorisés) permettent d'atteindre chaque point du quadrillage ?



départ ——→

1.3. Il est évident que la plupart des problèmes peuvent être considérés dans les deux perspectives. Cependant, il semble indispensable que, pour une activité — problème donnée, le maître ait fait choix d'objectifs déterminés (d'ordre notionels ou bien d'ordre méthodologiques) et organise la résolution (organisation de la classe, questions sur lesquelles on met l'accent, ...) en fonction de ce choix.

Autrement dit, dans une situation scolaire déterminée, l'une des deux perspectives sera privilégiée.

2 Types de problèmes

Il existe de nombreux critères possibles pour tenter une classification des problèmes:

- Intentions pédagogiques de l'activité (fonction attribuée par le maître: acquisition de connaissances, automatisme, application, recherche, ...). C'est (pour l'Elémentaire) dans cette direction que l'IREM de BORDEAUX propose un classement, reprenant les travaux de l'IREM de STRASBOURG, (Cf "Le livre du problème" éditions CEDIC).
- Nature des énoncés (avec ou sans questions, insuffisance ou surabondance de données, etc.....)
- Thèmes mathématiques abordés
- Attitudes développées chez l'enfant.

C'est cette dernière direction que nous avons choisi de prendre. Nous privilégions (dans cette étude, mais non au niveau des classes !) les *objectifs méthodologiques* (en terme de comportements attendus de l'élève).

Notre méthode a été la suivante :

- étudier un certain nombre de situations effectivement exploitées dans des classes: détermination (par chaque membre du groupe) des comportements attendus et éventuellement confrontation avec les comportements observés.
- déterminer une liste des comportements que l'on peut attendre et développer chez les enfants à l'école élémentaire.

2.1. Etude de situations

(N.B. — Cette première phase de notre travail est une phase d'analyse et de tâtonnement sur un matériel concret ....)

Situation numéro 1 : "Comment grandissent les enfants, en taille et en poids ?"

attentes	observations
— rechercher des données	— mesurage (taille et poids) des enfants de l'école (de 2 à 11 ans, une trentaine d'enfants par classe d'âge).
— rechercher des outils pour rendre compte des informations	— Histogramme des tailles et poids à un âge donné.
	— Répartition statistique des enfants pesant 20 Kg (représentation graphique: rectangle partagé).
	— Graphique de la croissance de la taille en fonction de l'âge
— réinvestir des outils connus	— Utilisation des opérateurs et de la proportionnalité pour graduations des axes, partage du rectangle.
— ressentir la nécessité d'un outil nouveau	— Notion de moyenne des tailles et poids (pour un âge donné).

Situation numéro 2 : La coopérative scolaire dispose de 180 F. On lui propose des livres à 15 F ou des albums à 30 F. Que peut-elle acheter ?

attentes	observations
— se poser des questions	
— interprétation de l'énoncé (recherche des possibilités —— création d'autres énoncés).	— examen de différentes possibilités : . tout dépenser . ne pas tout dépenser . faire des dettes . acheter autant de livres que d'albums ....
— recherche d'outils pour traiter les problèmes ainsi mis en évidence.	— la maîtresse a proposé le tableau cartésien (elle a ainsi privilégié la recherche d'interprétations de l'énoncé initial)
— relier ce problème à une certaine "classe" de problèmes (par le biais d'une formalisation : $ax + by < c$)	

Situation numéro 3 : Aménagement d'un réfectoire rectangulaire

Données : . dimensions 20m sur 12 m
. 2 ouvertures pratiquées sur 2 côtés différents (l'une de 2m, va à la cuisine l'autre de 1,60 m à l'école)
. on peut y mettre des tables
- rectangulaires (1m sur 2m) pour 8 élèves
- carrées (70 cm de côté) pour 4 élèves
- octogonales (70 cm de côté) pour 8 élèves.
. le prix de chaque table est donné
. il faut laisser un passage de 1m entre les tables pour le chariot.

Question : Comment accueillir le plus d'enfants au moindre prix ?

attentes	observations
— Manipulation (activités manuelles)	— demande de papier quadrillé (découpage, collage, dessin) - tâtonnement -
— Interprétation de l'énoncé	— explication collective
— Schématisation de la situation (en avoir l'idée, d'où dessin puis schéma) et utilisation d'outils (échelle, dessin géométrique).	— dessin, schémas.
— Faire un catalogue des possibilités	
— Se fixer des contraintes supplémentaires	— une seule sorte de tables (par exemple, rectangulaire) — laisser 50 cm pour les chaises
— Confronter des résultats pour diverses hypothèses.	— résultats sous forme de tableau et comparaison (un résultat aberrant est décelé au cours de ce travail).

Remarque
Certains participants au groupe estiment que le comportement des enfants au cours de cette activité (qui a duré 3 séances) n'est pas un comportement mathématique. Ils pensent que l'essentiel, en mathématique, est de prouver. Ici, on ne peut pas démontrer que l'on a obtenu une solution optimale (il n'y a pas validation). Cette activité ne serait donc qu'une activité d'éveil.....
Pour d'autres membres du groupe, il est l'essentiel à l'école élémentaire, d'amener l'enfant très tôt à une attitude de recherche; chaque fois qu'il "découvre" une "loi" il doit en rechercher le domaine de validité (importance de la recherche des contre-exemples).

Situation numéro 4 : Une fiche comportant 20 graphes planaires est distribuée aux enfants. Il s'agit d'essayer de dessiner chacun de ces graphes sans lever le crayon et sans repasser deux fois sur la même arête (recherche de chemins eulériens). Y a-t-il un "truc" pour savoir, a priori, si le tracé est possible ?

attentes	observations
— tâtonnement — stratégie de recherche pour les tracés — persévérance — ne pas se contenter de l'intime conviction (pour l'impossibilité d'un tracé) preuve ou contre-exemple	(ici le rapporteur manque d'éléments !)
— faire des conjectures (sur une loi d'existence du chemin eulérien).	— certains enfants font des conjectures
— les valider preuve ou contre-exemples	— d'autres cherchent à les démolir en trouvant des contre-exemples — certains ressentent la nécessité de prouver
— nécessité d'un vocabulaire (pour la description d'un graphe)	— ressentie par les enfants.

Remarque

Certains membres du groupe font état de réactions de maîtres à qui ont été proposées des situations semblables. On peut les résumer ainsi:

- "Ce ne sont pas des problèmes" (sans doute à cause de l'absence de données numériques).
- "On perd beaucoup de temps dans ce genre de travail".
- "On ne peut que difficilement évaluer l'apport de telles activités".
- "Les objectifs sont éducatifs et non notionnels .
  Proposez-nous des activités semblables sur la soustraction ".

Situation numéro 5 : 3 agathes peuvent être échangées contre 5 billes en terre
(première proposition d'échange)
4 agathes peuvent être échangées contre 7 billes en terre
(deuxième proposition d'échange)

attentes	observations
— se poser des questions — tâtonnement — nécessité d'une représentation (tableau, graphique, ...)	(Ce travail venait après l'étude des fractions comme classes d'équivalence et devait déboucher sur la comparaison des fractions).
— reconnaissance d'un modèle connu (proportionnalité) — réinvestissement d'outils connus (division euclidienne)	. les enfants ont construits deux ensembles de couples — Dans chaque ensemble, ils ont recherché des couples comparables: (12, 20) et (12, 21) ; (21, 35) et (20, 35)

attentes (suite)	observations (suite)
— création de nouveaux problèmes (nombre d'agathes permettant de faire indifféremment un échange ou l'autre; et si on a le droit avec ses billes de pratiquer simultanément les deux échanges ....)	— découverte d'une règle (compatibilité de la comparaison avec l'équivalence)

Remarque
Dans la démarche du maître qui l'a proposé, ce problème avait un objectif didactique.
C'est ce qui explique la différence entre les colonnes attentes et observations.
Ceci confirme également ce que nous avons énoncé dans le paragraphe 1 (et notamment en 1.3.).

Situation numéro 6 : On dispose de 3 types de pièces de monnaie de valeurs 2 , 3 et 7. Quelles sommes peut-on payer en utilisant au plus une pièce de chaque type ?

attentes	observations
— tâtonner	
— stratégie dans la recherche	
— utilisation d'un support (outil) pour la recherche (arbre, tableau).	
— trouver des généralisations à ce problème.	

2.2 Classement des comportements attendus des élèves

Nous avons, dans cette partie, tenter de regrouper les comportements relevés au cours de l'analyse des situations précédentes et de compléter la liste ainsi obtenue.
Il nous parait utile d'insister sur le fait qu'il s'agit d'un classement *logique et non chronologique*; c'est- à-dire que nous n'indiquons pas une démarche pour la résolution des situations problématique. D'autre part, on peut rencontrer plusieurs fois le même comportement à différents stades de la recherche dans une situation (par exemple, la nécessité d'un langage ou d'une manipulation peut apparaître au cours de la formulation d'une conjecture, ... De même une conjecture mise en défaut par un contre-exemple sera suivie d'une nouvelle conjecture .....etc.....).

Soulignons également que ces comportements ne sont pas mis en évidence dans tout problème (ou bien y occupe une importance variable). L'utilité de ce classement pourrait être de permettre au maître de repérer des comportements, de prendre conscience de leur place relative et de réfléchir sur son action.

Enfin, il est possible, que le maître choisisse, au cours d'une activité, de privilégier un des comportements (par exemple, une activité peut consister en la recherche de toutes les interprétations possibles d'un énoncé, ...)

Nous avons choisi de regrouper les comportements possibles en 7 rubriques :

1 — Explicitation et interprétation de l'énoncé

— lire l'énoncé (ce qui inclus la compréhension)

— préciser ce qui n'est pas explicite
- sens des mots
- faire un catalogue des possibilités (ce qui peut conduire à plusieurs énoncés).

— critiquer les données (vraisemblance, pertinence, ...)

2 — Questionnement

— se poser des questions, chercher des questions.

— rechercher des données, des paramètres (collecter et trier celles qui pourront faire l'objet d'un traitement mathématique).

— tâtonner: faire des essais, se donner un stock d'expériences, ...

3 — Mathématisation

— recherche d'outils
- schématisation
- manipulation
- langage

— recherche de modèles

- réinvestir des outils ou modèles connus
- ressentir le besoin de créer de nouveaux outils ou modèles
- les créer

4 — Faire des conjectures et les formuler (stratégie, loi, formule)

5 — Validation

— Recherche de contre-exemples

— Ressentir la nécessité de la preuve (ne pas se contenter de l'intime conviction)

— Démontrer

— Chercher le domaine de validité d'une loi ou d'une formule.

6 — Extension

— Créer de nouveaux problèmes
- en fixant des paramètres
- en variant les contraintes (les augmenter, les diminuer, les changer, ...)
- se poser des problèmes à propos des résultats

7 — Prise de conscience d'un modèle

— Reconnaître un modèle a postériori

— Reconnaître l'isomorphisme de deux situations (par exemple, par changement de langage: bon dictionnaire).

3 Organisation de la classe et rôle du maître

Les échanges sur ce point n'ont pas pu être menés en profondeur (faute de temps). Il ressort essentiellement de la discussion que l'organisation de la classe est fonction des objectifs poursuivis.

Le travail individuel reste privilégié au cours des exercices de contrôle (faire le point à un moment donné d'une démarche didactique) ou des exercices d'entraînement à des techniques ou à l'utilisation d'outils connus des enfants.

Deux exemples ont été cités:

- dans la recherche d'un langage (trouver un codage, par exemple) on peut utiliser une situation de communication entre enfants ou groupes d'enfants (émetteurs — récepteurs).
- dans une phase de validation on peut créer une situation de controverse (par exemple entre deux groupes d'enfants: groupe proposant - groupe opposant; le dernier ayant pour tâche de trouver des contre-exemples, le premier éventuellement de prouver).

Dans ces activités de résolution de situations problématiques, le maître n'est pas dispensateur de savoir. Son rôle est de fixer les objectifs, de choisir les moyens de les atteindre (choix des situations), d'organiser le groupe classe, d'exploiter les remarques, découvertes ou erreurs des enfants (notamment les reconnaître et en trouver le pourquoi). Cette perspective suppose un maître disponible : seule une formation suffisante (mathématique et pédagogique) lui permettra d'être libre.

4 Action auprès des normaliens

Les activités de résolution de problèmes devraient occuper une large place à l'école élémentaire. Il semble donc nécessaire de préparer les futurs instituteurs à ce type d'activités. Cette préparation pourrait se faire selon trois points de vue (qui reprennent ce qui a été dit dans le paragraphe 1) :

(1) Les problèmes du point de vue didactique (objectifs notionnels)

(2) Les problèmes du point de vue heuristique (objectifs méthodologiques)

(3) Les problèmes du point de vue pédagogique (organisation de la classe, rôle du maître).

4.1

Le point (1) dépend de la façon dont on conçoit les processus d'acquisition.
Deux suggestions ont été faites :

- possibilités, au niveau des normaliens (notamment unité 1), d'aborder certaines notions en utilisant des situations problématiques.
- faire construire, par les normaliens, une démarche d'approche (pour une notion donnée de l'école élémentaire) à partir de situations problématiques.

4.2

Pour le point (2), tout le monde est d'accord pour dire qu'il convient de mettre les normaliens en situation de recherche.

— On pourra ensuite les faire réfléchir sur la façon dont ils se comportent en situation de recherche (dire à haute voix ce que l'on pense et enregistrer, voir comment on avance, quels sont les méandres, comment on trouve ? Les moyens d'observation restent à mettre au point)

— Les mêmes observations pourront être faites avec des enfants mis en situation de recherche (là aussi il faut trouver des outils, observation directe, enregistrement TV, analyse de brouillons, ...

4.3

Pour le point (3), réflexion sur le rôle du maître (CF. paragraphe 3) à partir de l'analyse des actions et du propos du maître dans la classe (instituteur ou normalien). Dans ce domaine, des travaux ont déjà été faits (utilisation de grilles d'analyse, autoscopie, ...)

Conclusion

Seuls les thèmes abordés dans les paragraphes 1 et 2 ont fait l'objet de discussions approfondies, mais encore trop rapides (manque de temps). Les autres thèmes n'ont été qu'éffleurés.
Enfin, nous pensons que ce travail ne peut pas être utilisé (dans cet état d'avancement) par des maîtres seuls.
Espérons qu'il sera de quelque utilité aux Collègues des E.N.

Bibliographie

— IREM de STRASBOURG — "Le livre du problème" Ed. CEDIC

— IREM de BORDEAUX — "Exercices et problèmes à l'Ecole Elémentaire" par R. Berthelot.

— Claude Hameau — "Situations" ; Journal des Instituteurs. Décembre 1973 et janvier 1974.

— Jean Daniau — "Réflexions sur le problème à l'Ecole Elémentaire" (Grand N, numéro 6 et Bulletin de l'APMEP numéro 301).

— André FABRE — "Le rôle du problème dans un enseignement mathématique rénové" (D. R. S. , numéro 3 - décembre 1973)

— Nord - Pédagogie — Les problèmes: quand - comment - pourquoi - lesquels ?

— Roland Charnay — Exercices - Problèmes et Situations - Recherche ..... (Zoom Avant numéro 2 et Grand N numéro 7).

A PROPOS DE LA PROPORTIONNALITE

Groupe -G- - Animateur : Michel BLANC

Plan du Compte-Rendu :

A. Point de vue mathématique

B. Discussions

C. Situations

A. POINT DE VUE MATHEMATIQUE

Une situation relève de la proportionnalité quand elle a pour modèle une fonction linéaire. En général il s'agit d'applications de R dans R (ou d'une partie de R. Au niveau de l'école élémentaire il s'agit le plus souvent de parties de N ou de D).

Une fonction linéaire f présente les propriétés suivantes :

$$\left.\begin{array}{ll} a - \forall a, \forall b & f(a+b) = f(a) + f(b) \\ b - \forall a, \forall n & f(n.a) = n.f(a) = a.f(n) \end{array}\right\} \text{propriétés de linéarité}$$

c - $\forall a, \forall b, \forall c, \forall d \quad [a-b = c-d] \Rightarrow [f(a) - f(b) = f(c) - f(d)]$

cette propriété, appelée propriété des écarts, est une conséquence de la propriété a .

Remarques

La propriété a est nécessaire et suffisante lorsqu'on se place dans l'ensemble des rationnels.

La propriété b peut aussi s'écrire $\frac{f(a)}{a} = \frac{f(n)}{n}$, elle donne lieu au calcul des proportions.

Une fonction linéaire a pour graphe l'ensemble des couples (x, y) vérifiant une formule du type :

$y = k_f . x$ où k_f est une constante caractéristique de la fonction f,

on peut caractériser k_f comme étant f(1) .

B. DISCUSSIONS

Au niveau du cours moyen une fonction linéaire s'exprime par un opérateur multiplicatif(x a) a étant un naturel, un décimal ou un rationnel représenté par une fraction.

Un tableau de nombres en correspondance fonctionnelle étant donné, on peut établir qu'il s'agit d'une correspondance linéaire :

- soit en mettant en évidence l'opérateur multiplicatif (i.e. la constante k_f)
- soit en mettant en évidence les propriétés de linéarités ;

l'intérêt de ces dernières a été souligné par tous, particulièrement pour les divers calculs liés aux situations (ex. il serait maladroit de déterminer le facteur de proportionnalité pour trouver le prix de 4 objets quand on connait le prix de 2) ;
d'autre part, la détermination de la constante k_f peut être difficile (ex. $\sqrt{2}$ quand on compare les mesures des longueurs des côtés et diagonales de carrés).

Une même situation de proportionnalité peut, selon la méthode de travail adaptée soit nécessiter la mise en évidence du facteur de proportionnalité, soit favoriser l'utilisation des propriétés de linéarité ;

exemple :
construction d'un plan ou d'une maquette
ou bien on détermine une échelle simple (par exemple 1/20) et on utilise cette constante très systématiquement ;
ou bien diverses contraintes conduisent à une association du type 7cm pour 3m qui entraîne au contraire l'utilisation des propriétés de linéarité.

Il a paru important d'insister au niveau des enfants sur diverses représentations associées à une même situation de proportionnalité :

- tableau de nombres
- graphique sur un quadrillage (points alignés avec l'origine)
- tableau à double entrée.

Une grande partie de la discussion a eu pour objet l'intérêt que l'on pouvait ou que l'on devait accorder à des situations de quasi proportionnalité (situations mettant en jeu des mesures obtenues expérimentalement ; situations localement proportionnelles ; situations ayant pour modèle une fonction affine, c'est-à-dire : $x \longrightarrow a.x+b$)

Ces situations, dont on trouvera une liste dans la partie C, voient leur utilisation dans une classe élémentaire dépendre de la méthode pédagogique utilisée.

Si l'on veut que le "modèle proportionnalité" soit formulé à partir de concrétisations de ce modèle, elles ne pourront trouver leur place qu'une fois l'étude bien avancée et pourront donner lieu à des "problèmes".

Elles peuvent aussi constituer un point de départ pour l'étude de la proportionnalité amenant les enfants à formuler des hypothèses et à chercher les moyens de les vérifier ; ceci dans une pédagogie faisant appel au tâtonnement expérimental (un compte-rendu sur ce type de démarche est disponible à l'IREM de Nice). On décrit ainsi les propriétés que doit posséder une situation pour relever du modèle.

D'une façon générale l'utilisation des "opérateurs" tels qu'ils sont présentés dans les commentaires du programme du 2 Janvier 1970 pose des problèmes dès que l'on sort du cadre des entiers.
Il semble préférable d'insister sur les propriétés de linéarité comme moyen général de traitement de la proportionnalité.

C. SITUATIONS

- Le coéfficient de proportionnalité est présent initialement :

. construction de la liste des multiples d'un nombre
. pourcentages et échelles
. homothétie

} coéfficient généralement entier (ou inverse d'un entier)

. barême d'impôts
. tarifs postaux, ou de taxis, ou de la S.N.C.F. } fonctions affines par morceaux

. échanges du type 3 pour 2
. engrenages

} coefficient généralement non entier et souvent non décimal

- Les propriétés de linéarité interviennent initialement :

. recettes de cuisine
. construction de maquettes ou de plans
. ombres portées
. mesures à l'aide de différents quadrillages
. comparaison de longueurs du côté et de la diagonale de carrés
. comparaison des longueurs de cercles et de leur rayon
. évaluation du nombre de feuilles de papier d'après l'épaisseur du paquet
. construction d'une balance romaine
(fonctions affines ou linéaires selon les cas)

On remarquera que la plupart des situations de ce paragraphe sont des situations expérimentales ; elles se résolvent par l'intermédiaire des propriétés de linéarité ; leur formulation donne lieu à la recherche d'un coéfficient de proportionnalité.

- Contre-exemples :

Il paraît indispensable pour une bonne compréhension de la proportionnalité de proposer aux enfants d'autres situations - non linéaires - dans lesquelles intervient un schéma multiplicatif.

. les grains de blé sur l'échiquier
. le nénuphar qui triple de surface tous les jours
. quitte ou double
. mesure de la longueur et de l'aire d'un carré.

La différence de nature de ces situations par rapport aux précédentes pourra se marquer sur le plan des propriétés, sur celui des représentations graphiques associées, sur celui des formules associées.

GROUPE H

SEMINAIRE NATIONAL DES PROFESSEURS D'ECOLE NORMALE
Rapport du Groupe H - Animateur : M. Courrière

POINTS DE VUE SUR LE NOMBRE NATUREL

" Quelles formation ou information (mathématique et psychopédagogique) doivent être celles des maîtres pour que l'école joue son rôle dans une élaboration chez l'enfant d'une conception du nombre naturel qui soit véritablement naturelle, synthèse de la cardination de l'ordination et sans doute d'autre chose ? "

Ce rapport, rédigé après deux demi-journées seulement d'échanges et de discussion, ne prétend pas répondre à la question posée, ni de manière exhaustive, ni de manière définitive.

Il se veut être simplement un élément d'information et une base de réflexion pour les Professeurs d'Ecole Normale, et de manière générale pour tous ceux qui s'intéressent aux problèmes posés par l'enseignement du nombre à l'Ecole Elémentaire.

I - ORDINAL ET CARDINAL : Quelques réflexions théoriques sur ces concepts

Les deux concepts d'ordinal et de cardinal coïncident pour les ensembles finis ; il sera plus approprié de parler d'aspect ordinal et d'aspect cardinal des nombres naturels.

I.1 - Ensembles finis

I.1.1. Comparaison d'ensembles finis du point de vue ordinal

Soient E et F deux ensembles finis totalement ordonnés ; s'il existe une application croissante de E vers F et si cette application est un isomorphisme pour les structures d'ordre, on dit que E est F ou même ordinal.

1.1.2. Comparaison des ensembles finis du point de vue cardinal

Soient E et F deux ensembles finis sans structure (amorphes) ; s'il existe une application de E vers F qui soit une bijection, on dit que E et F ont même cardinal.

1.1.3. Lien entre les deux procédés de comparaison

On voit immédiatement que si E et F ont même ordinal, ils ont même cardinal :
il suffit d'oublier l'ordre. De plus, pour les ensembles finis, la réciproque est vraie, car, d'une part, un ensemble fini peut toujours être totalement ordonné, et d'autre part, sur un ensemble fini, deux

ordres totaux sont isomorphes.

Il revient au même de dire que deux ensembles finis ont même cardinal, ou qu'ils ont même ordinal.

I.2. - Ensembles infinis

I.2.1. Ordinal

Il faut apporter des précisions supplémentaires ;
on dit qu'un ensemble E est bien ordonné (ou muni d'un bon ordre) s'il existe sur E un ordre total tel que toute partie de E ait un permier élément.
(Sur un ensemble fini tout ordre total est un bon ordre, mais il n'en est pas de même pour les ensembles infinis : par exemple Z, muni de l'ordre habituel).

On dit que deux ensembles bien ordonnés E et F ont même ordinal, s'il existe une application de E vers F qui soit un isomorphisme pour l'ordre.

I.2.2. Cardinal

Il n'y a rien de changé par rapport au cas fini : E et F ont même cardinal s'il existe une bijection de E vers F.

I.2.3. Lien entre les deux concepts

Il est évident que si deux ensembles bien ordonnés ont même ordinal, ils ont aussi même cardinal (il suffit d'oublier l'ordre).

Par contre la réciproque n'a pas de sens à priori, puisque la comparaison de deux ensembles peut toujours se faire du point de vue cardinal, alors qu'elle ne peut se faire du point de vue ordinal, que si ces deux ensembles sont chacun munis d'une structure de bon ordre.

De plus, même si on a affaire à deux ensembles bien ordonnés, ils peuvent avoir même cardinal sans avoir même ordinal.

1.2.4. Exemple

L'ordre naturel sur $\mathbb{N}$ (noté $\leq$) est un bon ordre.
Posons $(E, \alpha) = (\mathbb{N}, \leq)$ - c'est-à-dire $E = \mathbb{N}$ muni de l'ordre naturel.
Posons $F = \mathbb{N}$, et définissons sur F le bon ordre β suivant.

Si x et y sont différents de o, ils sont ordonnés naturellement, mais on place o après tous les naturels, autrement dit :

$$\forall\ x, \forall\ y \quad x \neq o \text{ et } y \neq o \quad (x\ \beta\ y \Leftrightarrow x \leq y$$
$$\text{et } \forall\ x \qquad x\ \beta\ o$$

E = F donc ils ont le même cardinal, mais ils n'ont pas le même ordinal car les deux ordres ne sont pas isomorphes ; en effet : pour α il n'y a pas de plus grand élément, alors que o est le plus grand élément pour β.

II - REFLEXIONS SUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE NATUREL PAR LES ENFANTS

II-1

Ce qui suit se place dans la perspective d'amener les enfants à construire l'outil mathématique "nombre naturel" en leur proposant des situations où ils sont amenés à inventer des procédés qui leur permettent de résoudre les problèmes qui se posent.

Ce choix exclut en particulier la possibilité de calquer l'apprentissage du nombre sur une théorie mathématique (cardinaux ou ordinaux).

Nous envisageons, au contraire, des activités variées : les unes privilégiant l'aspect cardinal, les autres l'aspect ordinal, d'autres encore où l'on fera intervenir les deux aspects.

Le concept de nombre ne se construit pas d'emblée, ni au cours d'une seule activité, mais s'élabore lentement par approches successives.

La démarche suivie dépendra des enfants auxquels on s'adresse, de leur acquis, ce qui paraît incompatible avec l'utilisation de fiches ou de manuels par l'enfant.

II-2

"Domaines" numériques

Dans la construction du nombre, on peut distinguer plusieurs "domaines" numériques. A chacun de ces "domaines" correspondent des moyens privilégiés d'appréhender le nombre .
On s'intéresse ici aux moyens que l'enfant utilise pour comparer deux ensembles (autant, plus, moins).

II-2.1 de 0 à 5

L'enfant compare directement (perception globale)

II-2.2 de 5 ou 7 à 15 ou 20

a) Comparaison directe par correspondance terme à terme qui peut prendre des aspects différents :
   - manipulations synchronisées (un rond, un carré ; un rond, un carré ...)

b) Comparaison indirecte avec utilisation d'un ensemble intermédiaire :
   - ensemble étalon (collier ; écailles de serpent ; ...)
     (on évitera de lier l'ensemble étalon à un autre concept, celui de longueur par exemple).
   - comptine
     Dans beaucoup de C.P., certains enfants utilisent la comptine qui peut être efficace dans un "domaine" plus étendu.

II-2.3 au delà

Comparaison "paquets par paquets"
On constate que pour des nombres suffisamment grands, l'enfant fait des paquets équipotents.

II-3
Remarques

- Les limites de ces domaines n'ont rien de rigide
- En insistant trop sur une méthode particulière, on aboutit à une hypertrophie du domaine correspondant (par exemple, on peut ainsi amener les enfants à tracer plus de 50 liens sur une même figure).
- Si on veut amener les enfants à utiliser une nouvelle méthode, il faut sortir nettement du domaine précédent.
  Une fois ce noyau introduit, il peut alors être utilisé pour des domaines concernant des nombres plus petits pour lesquels on a déjà utilisé d'autres moyens.

II-4
Désignations
Il y a plusieurs moyens de désigner les nombres.

1. Désigner individuellement chaque nombre (4, "trois", 12, ...)
2. Désigner des nombres en associant plusieurs nombres :
   quatre et deux et cinq et trois
   quatre groupes de trois et cinq qui restent } certains introduisent ici le signe +
   ....
3. Désigner des nombres en faisant des groupements systématiques
   plusieurs modes. Par ex. 4□ 2☆ 3 qui restent
   un mode unique. ex. "par 5" : 7□ et 1 qui reste
   [□ : 5 éléments
   ☆ : 3 éléments
4. Groupements de groupements
   irréguliers
   réguliers ➧ "bases" } avec éventuellement échanges

La dernière désignation construite (numération de position) finit par effacer les autres dans la plupart des activités.

III - ORDINAL ET CARDINAL : LES DEUX ASPECTS DANS LA PRATIQUE DE LA CLASSE

III-1
Aspects dans la désignation des nombres

Pas plus dans l'apprentissage du concept que dans la désignation, il n'y a distinction absolue et précise entre aspect ordinal et aspect cardinal d'un nombre chez l'enfant.

Bien souvent, dans une même activité, les deux aspects interviennent.

Quelques exemples :
- Quand on introduit le nombre 7 par classification d'ensembles, l'aspect ordinal intervient au moment où on compare les ensembles deux à deux (soit par correspondance terme à terme, soit pas utilisation d'une comptine), mais lorsqu'on met les ensembles dans la même "boîte", seul l'aspect cardinal intervient : on oublie l'ordre, ce qui se justifie par le fait que le résultat est indépendant de l'ordre.

En pratique il convient de montrer que l'égalité des nombres ne dépend pas de la bijection choisie. Dans cette optique, on fera travailler sur des situations variées et naturelles, dans chacune desquelles l'ordre de mise en correspondance sera différent.

- Si on a obtenu $\overline{53}$ en base six, on a construit 5 paquets de six et il est resté 3 éléments.

Pour construire ces paquets de six, certains enfants l'auront fait en vision globale ou semi-globale, mais beaucoup auront compté : 1, 2, 3, 4, 5, 6 .

De même, pour voir qu'il y a 5 paquets (éventuellement après échange), les deux méthodes peuvent être utilisées.

On voit donc apparaître dans ce travail 4 stratégies possibles ordinal-cardinal, ordinal-ordinal, cardinal-ordinal, cardinal-cardinal.

De manière générale, il y a souvent une bonne partie d'ordinal dans la manipulation, dont on ne tient pas compte après.

III-2

En guise de conclusion

Il faut bien se rendre compte en lisant le programme actuellement en vigueur, à l'Ecole Elémentaire, (Arrêté du 2 Janvier 1970), que l'aspect cardinal y est privilégié, alors que dans le programme précédent (I.O. du 17 Octobre 1945), l'aspect ordinal dominait.

En fait les deux aspects sont importants et il faudrait les faire apparaître au moment opportun ; chacun introduit un procédé utilisé dans un "domaine" donné, s'il est plus efficace, fiable ou rapide que l'autre. (Voir II).

Ce n'est pas le cas, par exemple, d'une progression qui consisterait à introduire les nombres jusqu'à cinq par correspondance terme à terme (cardinal), puis à définir chacun des autres nombres étant le "suivant du précédent" (ordinal).

RAPPORT DU GROUPE I :
ACTIVITES OU NOTIONS MATHEMATIQUES A L'ECOLE MATERNELLE

Animateur : Monsieur Joseph MAZURE

I - POINT DE VUE DE L'ANIMATEUR-RAPPORTEUR :

En tant qu'animateur-rapporteur, nous avons pris et nous allons prendre deux sortes de responsabilités dont il faut d'abord, dans ce rapport, rendre compte :

1) En tant qu'animateur, nous avons adopté une façon un peu biaisée d'animer, au risque de mettre en péril l'homogénéité du groupe et le confort des gens. Notre but n'a été ni de montrer la pure vertu de l'animateur qui ne s'implique pas dans son action ni de rechercher des accords de surface.
En fait nous avons visé, de façon tout à fait intentionnelle et méditée, à produire des distorsions dans le dialogue et le face à face.
Ce procédé dangeureux et contestable peut gêner, voire blesser.
Mais la rénovation est arrivée à un point où, selon nous, il devient nécessaire de traquer les faux-semblants de l'unanimisme cordial.

Cependant, il faut prendre garde à ceci que, au cours de rencontres de ce type, c'est tout de même dans leurs discours que les vues des gens apparaissent. Personne alors n'est juge et ne peut l'être de ce que chacun fait réellement sur le terrain.
Si l'on ajoute que P.E.N. et I.D.E.N. y travaillent le plus souvent par procuration (*), on comprendra que nous nous sommes permis d'intervenir seulement au niveau de l'expression des philosophies profondes des intervenants et nullement à propos de leur pratique. Il était bon de dissiper cette équivoque.

2) En tant que rédacteur-rapporteur, nous prenons aussi la responsabilité de mettre en forme à notre façon ce que nous avons pu extraire et retenir des discussions elles-mêmes et des notes complémentaires par la suite. (✪)

(*) Eh oui ! Il faudra bien un jour analyser de près en fonction d'intermédiaires entre les "hautes théories" ou les pratiques "théorisées" et les pratiques réelles.

(✪) Quelques unes, promises, ne sont pas parvenues au moment de la remise de ce rapport.

II - LE RAPPORT

Les discussions du vendredi 30 au matin on servi de base, ultérieurement à toutes les autres discussions.
En en reprenant les thèmes, on aura une idée du fond du problème tel que les participants l'ont posé :

1) Les notions

Tout le monde est d'accord pour dire qu'à l'école maternelle, ce n'est pas sur elles qu'il faut avoir les yeux fixés, qu'elles ne doivent pas y faire la loi ...
Pourtant les questions suivantes sont apparues :

- y a-t-il un degré au-dessous duquel il n'est pas possible de descendre pour que les notions traitées à l'école maternelle conservent un caractère mathématique ?

- quel est, dès lors, la spécificité de l'enseignement mathématique à l'école maternelle ?

- le programme de l'école élémentaire et en particulier celui du cours préparatoire définit-il un horizon possible ? Que doit-on faire ?

On voit que, tout en étant d'accord sur la priorité de l'activité à l'école maternelle, c'est tout de même la notion de notion que les participants ont placés d'abord au coeur des débats.

Au demeurant, nous relevons, dans une note complémentaire que nous envoie E. Gaspari :
"- Si je devais résumer mes impressions à la suite de ces deux journées, je crois que j'évoquerais l'incapacité que nous avons (nous les mathématiciens) à envisager la dimension psychologique des concepts ... Il faut bien dire que, dans la pratique, les apprentissages tels qu'ils sont réalisés par la "leçon" sont décevants, et si les maîtresses en ont conscience, elles attribuent leurs difficultés à l'austérité ; l'essentiel est que la notion passe"-. (✡)

A.M. Gillie (I.D.E.N., Ecole Maternelle) ne serait sans doute pas d'accord sur cette façon de voir, elle qui, avec C. Gillie a défendu tout au long de ces deux journées, l'idée d'une activité guidée se repérant sur la notion sans s'y enfermer afin, comme elle dira plus tard, de faire cesser l'état de sous-alimentation intellectuelle où se trouvent assez souvent les classes, les élèves, les institutrices pas toujours capables de tirer parti des situations. (✪)

On accordera que c'est là une position judicieuse et soucieuse d'efficacité. C'est pourtant elle qui entraînera un divorce dans le groupe des discussions. Les raisons en sont fournies dans les points suivants :

(✡) C'est nous qui soulignons. Dans son lanagge de mathématicien, E. Gaspari ajoute :"-Mais n'est-il pas tentant de définir le constructivisme de la logique comme un ensemble de notions partiellement ordonnées dans une chronologie, et munies, chacune, d'une durée?"- Oui, c'est tentant, et comme il serait satisfaisant pour l'esprit d'axiomatiser ainsi le développement psychogénétique! Malheureusement (mais est-ce sûr que ce soit malheureux?), la psychologie n'en est pas là ...
(✪) Ce qui pose, évidemment, le problème de la formation des maîtres.

2) Le langage et la communication

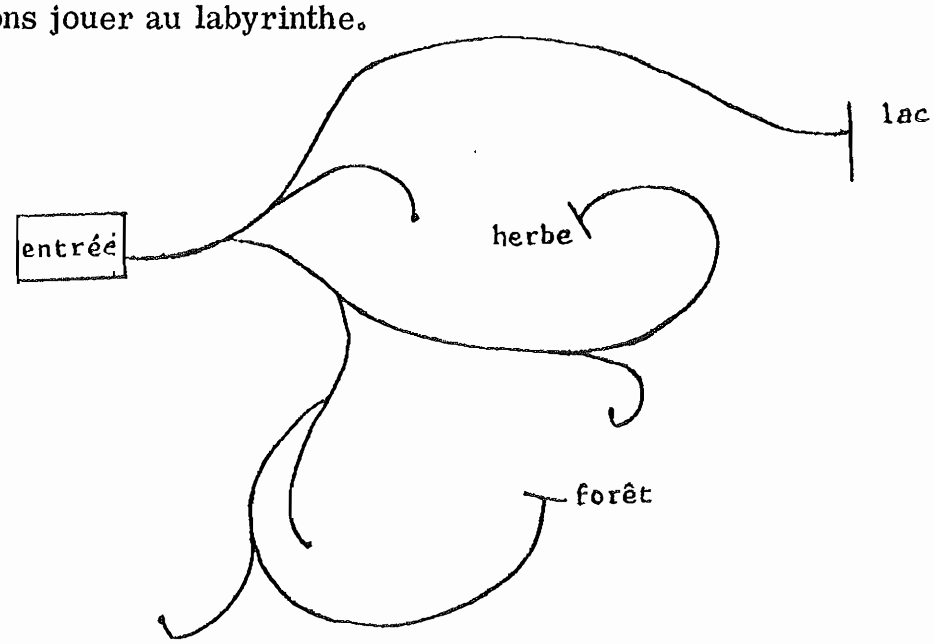
Apparaissent en effet à certains comme des facteurs importants, voire prépondérants dans l'activité mathématique enfantine ; facteurs de stimulation, de mise en situation ; facteurs aussi d'organisation de l'information : recherches concernant les insuffisances de celle-ci ou sa redondance, le choix des éléments pertinents ; incateurs aussi de performance qui signent (peut-être) tel ou tel type de compétence recherchée par l'éducateur ... On reconnait là le langage de Bordeaux.
M. J. Briand nous a fourni l'exemple suivant (☆) traité par l'équipe des institutrices de l'école maternelle du groupe Jules Michelet de Talence.
Comme l'indique notre collègue :
"- La structure de cette école (trois institutrices pour deux classes ; séances de travail avec les P.E.N. dans le cadre de l'I.R.E.M. de Bordeaux) est à signaler".

Exemple traité :

En grande section maternelle, à l'occasion de carnaval, les enfants ont fabriqué des grosses têtes d'animaux. Ces grosses têtes serviront le jour du défilé dans la grande salle de jeu, devant les "mamans". Grande effervescence.

La fête terminée, les grosses têtes ne serviront plus. Pourtant c'était amusant. On n'y voyait rien : on voyait ses pieds et puis un peu autour.

L'idée de départ est la suivante : nous avons là, à notre disposition, un outil de travail ressemblant beaucoup à Colin Maillard, avec cette différence qui est que l'enfant, pour se déplacer, ne peut faire référence qu'à une suite de détails qu'il aperçoit au fur et à mesure de son déplacement. Les décisions qu'il va prendre, pour effectuer un parcours sont donc fonction de ce qu'il verra autour de ses pieds. Nous allons jouer au labyrinthe.



(☆) M. R. Leyrolle nous a fourni un exemple à propos du cube (voir annexe)

Le taureau cherche l'herbe, le lion a soif, le singe va dans la forêt.

Dans un premier temps nous avons proposé un exercice de mémorisation. Les enfants regardent le labyrinthe (dessiné à la peinture dans la grande salle de jeux). Ils choisissent l'animal qu'ils veulent être, revêtent la tête et effectuent le parcours.
Les autres enfants regardent s'il y a erreur ou pas.

Nous analysons les résultats. Mauvaise mémorisation ? Mauvaise perception ? De toutes manières, lorsqu'on a un tel problème à résoudre (déplacement sur un réseau), on met au point d'autres stratégies. Proposons une méthode aux enfants qui favorise la communication entre eux.

Cette fois-ci, les enfants, sur un labyrinthe analogue vont jouer par équipe de deux, un guide et l'animal. Le guide va faire comme le petit poucet. Il va disposer, comme bon lui semble des cailloux afin que son animal (qui n'a pas vu le labyrinthe) puisse se rendre où il doit se rendre.
Mais attention : l'équipe qui gagne est celle qui a bien effectué le parcours et qui a utilisé <u>le moins de cailloux</u>..

Notre collègue nous a donc décrit une situation où le problème est posé de la façon suivante (✫) :

- la situation est vécue, plaisante et, au sens propre, motivante
- il impose, de lui-même, une structure de recherche, des contraintes utiles mais pas exorbitantes, des voies pour les décisions, les stratégies et la communication.
  Par exemple :
  "- Le guide peut avoir une bonne stratégie : s'il n'est pas compris de son "animal", l'équipe perd"- Ce qui incite à se mettre d'accord avant le prochain jeu.

<u>Les résultats</u>

" Très vite, après quelques jeux, les équipes mettent les cailloux aux bonnes sorties des carrefours. Cependant l'habitude demeure de mettre les cailloux posés dans des "virages serrés", bien qu'il s'agisse toujours de la même route". (✪)

Notre collègue conclut :
L'analyse des résultats permet:

a) d'orienter la mise en place des travaux ultérieurs
   <u>exemple</u> : les enfants ont eu des difficultés pour décider qui avait gagné.
   Il s'agissait de savoir qui avait utilisé le moins de pierres.
   C'est ici la correspondance terme à terme qui est en jeu"..

(✫)Dans un troisième temps, l'activité a été transposée sur feuille de papier portant un dessin de labyrinthe ...
(✪)Indicateur intéressant pour le "psychogénéticien"

b) de préciser les "notions" mathématiques informelles et pourtant très fonctionnelles utilisées par les enfants.

Exemple :
Sur un réseau, pour décider d'un parcours, ce qui est pertinent, c'est la décision prise à chaque carrefour : problèmes topologiques sous-jacents.

c) de réfléchir aux processus utilisés par les enfants au travers de leurs déclarations, à l'intérieur de l'équipe, entre les équipes, donc d'être mieux à même de leur proposer ultérieurement une activité répondant aux problèmes qui se posent à eux.

Un tel thème traité de façon aussi vivante ne peut que rallier tous les suffrages. Mais il se trouve que les psychologues et psychopédagogues ont aussi leur façon propre de poser les problèmes :

III - L'ACTIVITE

Quelle est la nature de l'activité mathématique demande par exemple J. Meiffren, opératoire, transformationnelle ?
Est-ce uniquement une affaire de langage ? Qu'est-ce qui est spécifiquement mathématique dans cette activité ?
J. Mazure insiste sur le fait que si on accepte les hypothèses de l'Ecole de Genève, le langage signale bien un état donné de la croissance mentale (☆) et y contribue mais que c'est l'activité pratique, organisatrice, manipulatrice, assimilatrice elle-même qui fonde l'intelligence logique et mathématique.
Dès lors, il devient difficile de considérer ou de traiter les notions, même avec prudence, ne serait-ce que comme des repères, voire de simples indicateurs (loin d'y voir des guides pour l'action, ce sur quoi, en ce qui concerne l'école maternelle, tout le monde est d'accord), sans risquer de passer à côté des données propres du développement.
" Les processus d'apprentissage ne peuvent être considérés comme étrangers aux problèmes pratiques qui nous préoccupent", dit J. Briand au cours de la discussion.

En suivant cette voie, on affirmerait que ce sont ces processus mêmes d'apprentissage ou de fonctionnement de l'intelligence qui devraient guider les pédagogues plus que des références mêmes lointaines aux "notions", dont le statut formel est, à ce niveau, de toute façon, très mal définissable.

Une telle vue ne peut satisfaire tout le monde et en particulier, supposons-nous, pas l'une d'entre nous en particulier, A. M. Gillie, qui sait tout de même mieux que les autres ce qui se passe sur le terrain, et qui a essayé de poser la question de l'équilibre à trouver entre deux choix pédagogiques extrêmes (✱).

Faut-il conclure avec E. Gaspari (et cette conclusion est-elle une synthèse, nous le demandons aux participants) :

(☆) et (✱) Voir note page suivante : (I - 6)

"- le contraire de la prépondérance de la notion n'est pas le vide, mais parfois les tâtonnements, la discussion, la recherche. Aussi, il ne me semble pas absurde de privilégier l'action sous toutes ses formes par rapport au contenu ou, mieux, de définir le contenu en termes d'action. Un instant important de l'action est la structuration de la communication elle-même, fondement de l'outil du mathématicien : le langage."-

L'animateur-rapporteur
J. MAZURE -

(☆) C'est-à-dire de l'organisation des structures mentales et de l'accroissement des connaissances.

(✱) La question se pose tout de même de savoir, justement, si la pédagogie française officielle ne continue pas de faire un choix pédagogique extrême et si elle ne reste pas marquée par un intellectualisme de type cartésien et si les tentations d'un "théorisme" des contenus en sous-estimant de façon fantastique les aspects spontanés, autonomes, auto-organisés de l'appropriation des connaissances par l'enfant. Pour autant, nous ne plaidons pas pour la non-directivité, il serait trop long de s'expliquer ici sur ce point.

COMPTE RENDU DU GROUPE J — Groupe de Transitivité

En guise d'introduction aux travaux du groupe, M. MERIGOT propose un document présenté par les FP. 1 de l'E.N.G. d'AJACCIO et relatant une série d'expériences menées en 1974-75 dans les classes d'application.

Dans ces expériences, les enfants étaient invités à comparer des sons (intensité et hauteur), des longueurs, des surfaces, des masses et des durées.
Comme type de bonne réponse indiquant une saisie satisfaisante de la transitivité des relations en jeu, les normaliens avaient retenu :

- soit un raisonnement (avec utilisation des termes tels que : "puisque", "donc , etc ...)
- soit, au minimum, un sentiment exprimé d'évidence apodictique.

Dans les deux cas, le passage par une re-présentation (fléchée ou non) semble avoir été une étape nécessaire.

Conclusions provisoires du document :
- On a remarqué l'importance du choix dans le matériel ; le travail sur les sons semble amener davantage les enfants à un raisonnement transitif. Il ne leur est pas permis d'avoir constamment les trois éléments à comparer ; et le fait de réentendre les sons devient une preuve de raisonnement et non pas l'authentique moyen de vérifier la relation transitive aRc.

" En conclusion, on peut dire qu'il existe chez les enfants de l'école primaire (en dehors du CP) un raisonnement intuitif".

Quatre points ont alors été discutés :

A -

A l'école élémentaire, la mathématique s'induit, dans un premier temps, de la "physique", ce qui implique :
- que du moins pour commencer, la transitivité ne peut pas être abordée en termes de relations abstraites
- qu'une bonne connaissance pratique du domaine sur lequel portent les relations (par exemple, les poids) est nécessaire
  exemple DE MYX sur les durées.

B -

Il faudra éviter, d'une part, de tomber dans les pièges du langage (et surtout de la "logique" qu'offrent les liaisons verbales)
Ex. DE MYX : "plus lourd que" est-il équivalent à "moins léger que" ?

d'autre part, d'utiliser trop rapidement les modes traditionnels de représentation (par exemple, la représentation fléchée). Dans les deux cas on risque, en effet, de "court-circuiter" la construction de la transitivité comme outil.

C -

Comme pour beaucoup de notions, c'est le principe d'économie qui devrait jouer ici : la transitivité permet d'éviter certaines comparaisons (c'est-à-dire, en fait, des manipulations superflues) dans des situations de sériation ou de classement. Bref, c'est le caractère opérationnel de la transitivité qui devrait motiver sa construction.

Exemples :

1°) situation (école élémentaire).
On donne quelques renseignements sur les objets à comparer ; on laisse alors poser des questions (pertinentes ou non); on compare les différents traitements des informations et on observe si les déductions sont obtenues en utilisant la transitivité des relations

2°) situation (étudiée par le groupe)
On considère 6 boîtes A, B, C, D, E, F
et 6 naturels 2, 4, 6, 10, 12, 18 .
Le meneur de jeu ayant placé dans chaque boîte un de ces nombres (sans répétition), il s'agit :

a) de trouver cette disposition en posant des questions du type "X Y", auxquelles il est répondu soit "rien", soit "X divise Y", soit "Y divise X".

b) la solution étant trouvée, de définir des stratégies.

L'examen des solutions, puis des stratégies montre :

- que, dans un premier temps, certains d'entre nous se sont servis de la transitivité comme d'un savoir-faire,
- que l'on peut définir des stratégies qui ne rencontrent qu'accidentellement la transitivité
- qu'en fin de compte, le contenu pratique de la transitivité est l'idée de moyen terme dans des activités de hiérarchisation ou de classification.

D -

Le groupe souligne l'importance des activités de hiérarchisation. Préconisées dans le programme du CP, elles seront développées et diversifiées dans les autres cours de l'école élémentaire et du 1° Cycle (ordre sur les cardinaux, ordre alphabétique, ordre sur les nombres à virgule ...)

Exemples à différents niveaux :

- E.N. de Bordeaux (CP puis CM) : 5 wagons, 10 étiquettes
- Tour de Varga avec 2 cubes noirs
- Sériation avec "ex aequo" : la relation est cachée par des surfaces planes. Rangement de dominos } dans un ensemble
- Rangement selon deux critères : ordonner des voitures en tenant compte des préférences sur le modèle et sur les coloris.
- Problème de Glaeser présenté par JULLIEN : 3 joueurs ABC s'affrontent dans un tournoi. Ils jouent deux à deux le même nombre de parties. Quel est ce nombre sachant que :

A dit avoir gagné : il a remporté le plus de victoires
B dit avoir gagné : il a subi le moins de défaites
C dit avoir gagné : il a marqué le plus de points ?

Barême			
Victoire	: 1 point		1
Match nul	: 1/2 point	ou	0
Défaite	: 0 point	ou	-1